SÉRGIO A. LORENZATO

SUBSÍDIOS METODOLÓGICOS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Cálculo de Áreas de Figuras Planas

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

— 1976 —

SUBSÍDIOS METODOLÓGICOS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA:

CÁLCULO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

Tese apresentada para obtenção do título de

DOUTOR EM CIÊNCIAS (EDUCAÇÃO)

à Comissão Julgadora da Faculdade de Educação da

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

SÉRGIO A. LORENZATO

1976

OS MEUS AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor Newton Cesar Balzan - orientador dedicado e amigo.

Ao Professor Doutor Joel Martins - incentivador das idéias iniciais deste estudo.

Ao Professor Luiz Alberto de Lima Nassif - criador de condições indispensáveis.

À Maria Silvia S. Faria e Ana Maria M.G. de Oliveira - assistentes de pesquisa sempre disponíveis.

Ao Departamento de Estatística do Instituto de Matemática, Estatística e Ciências de Computação da Universidade Estadual de Campinas, na pessoa de Ronaldo S. Wada.

À Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, na pessoa da Professora Jadwiga Mielzynska.

Ao Núcleo de Processamento de Dados da Universidade Federal de Santa Maria.

Aos Colegas da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas.

Aos Colegas da Secretaria de Educação do Governo do Distrito Federal

À minha compreensiva Família.

ÍNDICE

SUBSÍDIOS METODOLÓGICOS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA : CÁLCULO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS.

Capítulo III

Capítulo IV

Capítulo V

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

RELAÇÃO DE ANEXOS

INTRODUÇÃO

Desde 1958, o autor deste trabalho vem ensinando Matemática, em cursos de 1º e 2º graus e universitários. Teve, também, a oportunidade de participar de cursos de treinamento ou aprefeiçoamento de professores desta disciplina. Ao longo dessas atividades, sempre o preocupou o fenômeno do baixo rendimento e do alto índice de reprovações em Matemática - fenômeno que presumivelmente estaria relacionado com os tipos de programas de ensino, tanto em termos de seleção e adequação dos conteúdos, quanto em termos dos métodos geralmente usados.

A rotina pedagógica e, mesmo, variáveis alheias ao trabalho escolar, geralmente, quase impedem ao professor adquirir uma visão mais clara e mais global dos problemas ocorridos em seu trabalho e a se perguntar pelos motivos que levam os alunos a apresentarem deficiências de aprendizagem. Sempre inquieto e insatisfeito com os resultados do ensino da Matemática, o autor deste trabalho, especialmente quando encarregado pela Secretaria de Educação e Cultura do Governo do Distrito Federal, em 1968, da Supervisão de Matemática, sentiu necessidade de realizar uma pesquisa, para não só detectar com a possível precisão os principais problemas desta disciplina, mas, também, eventualmente, sugerir um outro encaminhamento que levasse a resultados mais positivos.

Desde o início da pesquisa, de acordo com os dados que se iam coligindo junto à Secretaria de Educação e Cultura do Distrito Federal, cada vez mais claro se tornava que a Matemática se destacava como a disciplina que apresentava os maiores índices de reprovação. Este fenômeno, constatado no Distrito Federal, também se estende a diversos outros países, nos quais se oferece, em geral, uma educação matemática de má qualidade. (1)

Ao mesmo tempo em que se levantavam esses dados, ia-se verificando que a reprovação é uma das principais causas da evasão escolar. Assim, os fracassos em Matemática assumiam também o caráter de grandes responsáveis pelas numerosas desistências de alunos, constatadas no Distrito Federal.

A reprovação escolar é um problema que comporta implicações muito complexas, quando analisado a nível de sistema educacional, gerando dificuldades quase insolúveis para a atividade concreta de um só professor, a menos que este adote a cômoda e indesejável atitude de uma "pedagogia da facilidade". O que realmente importa, neste caso, é a aprendizagem real e não os subterfúgios de aprovações indevidas. Portanto, ainda que lhe escapem soluções definitivas e que englobem a sociedade como um todo, é possível a um professor buscar soluções metodológicas alternativas que eventualmente possibilitem, mesmo que parcial e limitadamente, produzir me

(1) H.Fehr, Boletin, Montevideo, Oficina de Ciências de la Unesco para América Latina, 1973, p. 25

lhores efeitos em termos de aprendizagem, elevando, assim, os quadros de aproveitamento escolar, em uma disciplina particular. Este trabalho tem esses pontos de partida e esta espectativa. Constitui-se, portanto, de uma pesquisa, através da qual espera-se trazer subsídios metodológicos para o ensino da Matemática.

O ensino da Matemática, na escola de 1º e 2º graus, pode assumir vários modelos de pesquisa, dependendo das variáveis em que o pesquisador esteja interessado.

Tipicamente, o ensino de um modo geral, como campo de pesquisa, pode ser considerado dentro de um modedo de relações ternárias em que o professor(x) ensina(y) ao aluno(z). Expressando as relações entre as variáveis dentro de um modelo teórico, poder-se-ia obter a relação na qual x é o conjunto de pessoas com seus métodos e técnicas de ensino que atuam como professores, y é o conjunto de informações ou de conhecimentos e z é o conjunto de indivíduos que são ensinados pelos professores.

O modelo de pesquisa aqui adotado, para o ensino da matéria, focaliza a relação binária xRz que é abstraída da relação ternária E(x,y,z). Este modelo procura analisar a relação existente entre o método que um professor usa e o comportamento dos alunos.

Dentro desse posicionamento, o presente trabalho tem como finalidade testar diferentes formas de ensinar que auxiliem aos alunos no estabelecimento de novas relações.

Para alcançar o objetivo de produção do pensamento produtivo dos alunos, foram empregados recursos metodológicos, modelos ou réplicas especiais, como formas geométricas das figuras planas. Parte-se do pressuposto de que os recursos visuais e tácteis, produzidos pelas formas das figuras planas usadas no ensino da geometria, são mais eficientes na produção de uma aprendizagem, quando elas são planejadas para suplementar, mais do que para exemplificar o ensino repetitivo que os alunos recebem em aulas de Matemática.

A população escolhida, como decorrência do termo programático selecionado - área de figuras planas - constituiu-se de alunos de 5a. série do ensino do 1º grau.

Nesse campo de trabalho, dois grupos (RÉPLICA e FÓRMULA) foram submetidos a tratamentos específicos, através dos quais se procurou colher elementos em resposta ao seguinte problema: qual dos programas - RÉPLICA ou FÓRMULA - é mais eficiente para o ensino do cálculo de área das figuras planas na quinta série de 1º grau ?

<u>Plano de Desenvolvimento</u>

Dentro desta perspectiva, pretendeu-se, no capítulo I, indicar números relativos à Matemática enquanto disciplina que mais reprovava no ensino de primeiro grau, da 5a. a 8a. séries, e também no de segundo grau, durante o período de 1969 a 1971, na rede escolar de ensino oficial do Distrito Federal.

A constatação de elevadas taxas de reprovação nessa disciplina conduziu a uma análise de suas possíveis causas, referentes à metodologia empregada no ensino da Matemática. Este é um dos temas do capítulo II, que se completa com uma abordagem simples a respeito da concepção contemporânea da Matemática e considerações sobre o ato criador do conhecimento matemático.

No capítulo III, enfatizando a importância da atividade discente na aprendizagem significativa, pretendeu-se colocar alguns elementos de apoio do discurso psicológico para uma alternativa metodológica. Esta proposição metodológica constitui o assunto do capítulo IV. No capítulo V, discutiram-se os dados dos desempenhos dos alunos, medidos pelo Pré-teste, Pós-teste e Teste de Retenção, buscando-se, ao mesmo tempo, salientar as inferências mais importantes para o ensino da Matemática.

CAPÍTULO I

A REPROVAÇÃO EM MATEMÁTICA COMO FATOR DE DESPERDÍCIO ESCOLAR

Um pouco por toda a parte tem crescido o interesse pela educação, hoje tida como um elemento de amplas e ricas implicações sociais e políticas; ela deixa de ser um problema quase que exclusivo dos pedagogos, passando atualmente a ser objeto visado sob múltiplos ângulos, dentre os quais não se pode omitir aqueles ligados ao desenvolvimento econômico.

Não se quer, aqui, de forma alguma, reduzir a educação a uma função particular, desprezando-se as outras. Não se pretente, também, desenvolver aqui este complexo problema em que se debatem os políticos e especialistas das várias correntes, de planejamento e economia da educação. Não se pode, entretanto, omitir esta importante perspectiva que vê a educação como um fator de desenvolvimento.

Investigando sobre a problemática do desenvolvimento no mundo contemporâneo, muitos economistas, dentre os quais Solow(1), Schultz (2), Komarov (3) e Vaizey (4), des-

(1) R.M.Solow, "Investment and Economic Growth: Some Comments" in Readings in the economics of education, Paris, Unesco, 1971, p. 209-220

(2) T.W.Schultz, "Education and Economic Growth" in Readings in the economics of education, Paris, Unesco, 1971, p. 298-314

(3) V.E.Komarov, "The Relationship between economic development and the development of education" in Readings in the economic of education, Paris, Unesco, 1971 p. 85-93

(4) J.Vaizey, "What some economists said about education" in Readings in the economics of education, Paris, Unesco, 1971, p. 50-58

tacam a educação como um fator estreitamente ligado com o desenvolvimento de um país. Denison (5) constatou haver 23% de responsabilidade da educação na taxa média de crescimento econômico ocorrido nos Estados Unidos, entre 1929 e 1957; Strumilin (6), em estudos realizados na União Soviética, concluiu que quatro anos de escola primária aumentam em 44% a eficácia de um homem; Aukrust (7), num estudo sobre a Noruega (1900-1955), afirmou, que, de sua taxa de crescimento médio de 3,46% ao ano, a educação contribuía com 1,88%.

Para um país como o Brasil, onde 50% da população tem menos de 20 anos de idade (8), a contribuição do sistema educacional para a formação das novas gerações e para o desenvolvimento do país pode ser vista sob dois ângulos: por um lado, praticamente toda esta população deve ter acesso à escola; por outro lado, as taxas de evasão da escola de 1º e 2º graus, como indica o gráfico 1, evidenciam uma situação alarmante: só na passagem da la. série do 1º grau para a série seguinte há uma perda de 61,5%, no primeiro decênio e, no segundo decênio, de 55% dos alunos matriculados.

---

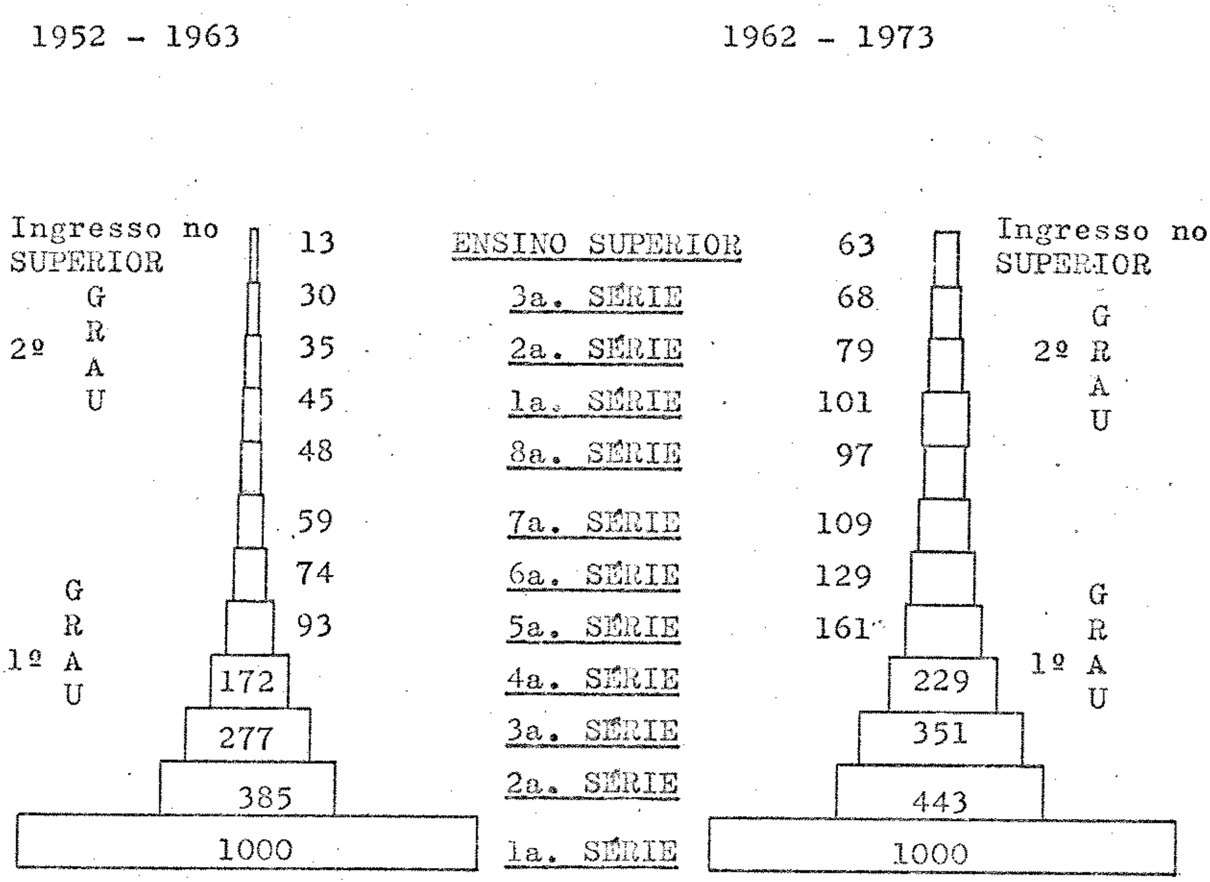
(5) E.F.Denison, "Measuring the contribution of education (and the "Residual") to economic growth" in Readings in the economics of education, Paris, Unesco, 1971, p. 315-340(320)

(6) Veja-se, a respeito, Readings in the economics of education, Paris, Unesco, 1971, p. 148-151 (148)

(7) O.Aukrust, "Investment and Economic Growth" in Readings in the economics of education, Paris, Unesco, 1971, p. 190-208

(8) Fundação IBGE, Sinopse Estatística do Brasil 1972, Rio de Janeiro, 1972, v.2, p. 58

GRÁFICO 1: - Pirâmide Educacional do Brasil (9)



---

(9) J.Passarinho, Encontro de Dirigentes, Brasília, DF, MEC, 1974, p. 16-17

Os dados da "Pirâmide Educacional do Brasil", demonstram que, embora já tenha diminuído, a evasão da população escolar ainda continua um problema bastante sério. Esta situação corresponde àquilo que Löbel (10) chama de desperdício escolar, caracterizado por ele como resultante de dois fatores: abandono dos estudos e reprovação. No Brasil, nem se atende a toda população potencialemente escolarizável nem se mantém na escola todos aqueles que nela ingressaram.

Estas considerações preliminares sugerem o levantamento de um problema, de acordo com o campo a ser desenvolvido neste estudo: qual é a posição da educação matemática neste quadro de "desperdício escolar"? Como a realidade brasileira é muito complexa, entrecortada por múltiplas linhas de influência, preferiu-se, neste trabalho, restringir o campo de estudo. Assim, este capítulo pretende apenas esboçar em grandes linhas a situação da matemática, no que se refere ao problema do "desperdício escolar", no Distrito Federal. Dados colhidos no triênio 69, 70, 71, deixam perceber haver problemas quanto à aprendizagem da matemática. O problema específico da matemática torna-se mais claro se situado num plano mais amplo: o do sistema educacional do Distrito Federal, como se verá a seguir.

---

(10) E.Löbel, "Le problème du Financement de l'Education" in Readings in the economic of education, Paris, Unesco, 1971, p. 819-833 (821)

1.1 Aspectos da população estudantil do Distrito Federal

De 1960 para 1970 a população do Distrito Federal passou de 141.742 para 537.492 habitantes, o que significa uma taxa média de crescimento anual de 14,26%, bastante superior à taxa observada no país, isto é, 2,9%. (11)

O rápido crescimento e a presença de uma grande massa de população jovem originaram, é claro, um considerável aumento de matrículas na rede escolar. De cerca de 5.600 em 1960 elas passaram para 120.700 em 1970, na rede de ensino oficial o que significa uma porcentagem de crescimento médio anual de 45%. (12) Esse aumento de matrícula deu-se graças, principalmente, a fortes fluxos de migrações para o Distrito Federal, ocorridos neste período. Além disso, as frequentes alterações de domicílio na própria capital causavam elevadas taxas de transferências escolares. Estes fatos poderiam mascarar a evasão escolar, pois era comum o fato de uma classe iniciar-se com um determinado número de alunos e terminar o ano letivo com a mesma quantidade, devido aos novos que chegavam ao longo do período.

Interessante salientar que, segundo dados de 1973, 88% das matrículas ali registradas referem-se à rede oficial

---

(11) Secretaria de Educação e Cultura, Fundação Educacional do Distrito Federal, Censo Escolar - 1975, Brasília, DF, p. 35

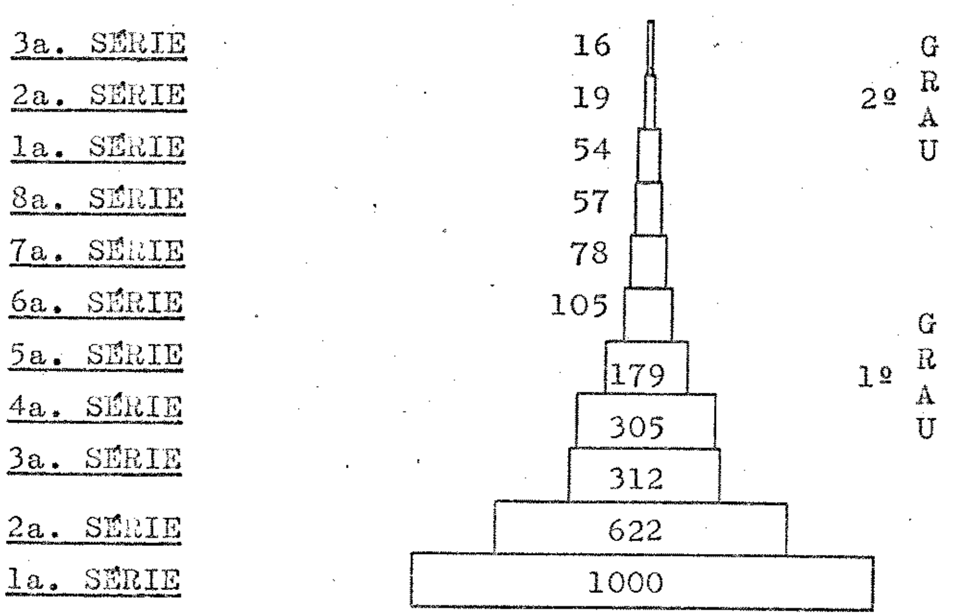
(12) Dados Trabalhados obtidos das tabelas 1 e 2, Governo do Distrito Federal, Secretaria de Educação e Cultura, Brasília 10 Anos de Educação, Brasília, DF, 1970, p. 31-32

cabendo apenas 12% à rede particular (13), distribuição que difere significativamente da observada no país como um todo, isto é, 55% para a rede oficial e 45% para a particular(14).

Diante de todos esses fatores, assim se apresentava a pirâmide educacional do Distrito Federal, no período 1960 - 1971:

GRÁFICO 2: Pirâmide Educacional do Distrito Federal (15)

1960 - 1971



---

(13) Governo do Distrito Federal, Secretaria de Educação e Cultura, Brasília, DF, 1973, p. 5

(14) Governo do Distrito Federal, Secretaria de Educação e Cultura, Sinopse do Ensino Médio, 1971, Rio de Janeiro, 1972, p. 9

(15) Governo do Distrito Federal, Secretaria de Educação e Cultura, Brasília 10 anos de educação, Brasília, DF, 1970, p. 34

1.2 As disciplinas em que se registraram os maiores índices de reprovação na rede oficial de ensino do Distrito Federal

Em 1971, através de boletins mensais e coletivos, o Governo do Distrito Federal coletou, durante os meses de abril, maio e junho, cerca de 350.000 notas referentes às várias disciplinas que compunham os currículos de quinta a oitava séries do primeiro grau e das três séries do segundo grau. Por amostragem, as porcentagens de reprovação de Português, Matemática, Ciências, História e Geografia, apresentaram-se conforme a tabela seguinte.

TABELA 1 : Porcentagens de reprovação nas várias disciplinas durante os meses de abril, maio e junho de 1971. (16)

	5a. Série			6a. Série			7a. Série			8a. Série		
	ABR	MAI	JUN	ABR	MAI	JUN	ABR	MAI	JUN	ABR	MAI	JUN
P	18,8	22,6	21,3	18,8	18,6	17,9	21,5	16,0	15,2	15,8	16,2	9,5
M	22,6	25,5 (+)	28,6 (+)	27,7 (+)	36,9 (+)	30,1 (+)	35,1 (+)	35,8 (+)	33,4 (+)	28,8 (+)	18,6 (+)	23,1 (+)
C	18,0	19,6	19,1	21,2	16,0	14,8	16,3	16,7	14,6	11,6	13,3	12,6
H	22,7	13,9	14,4	18,6	15,1	13,5	18,1	13,5	15,5	9,8	10,7	7,7
G	25,4 (+)	21,1	16,2	17,0	10,7	12,4	13,2	7,0	11,5	-	-	-

(+) - Maior porcentagem de reprovação num dado mês
P - Português M - Matemática C - Ciências
H - História (OSPB) G - Geografia

(16) Governo do Distrito Federal, Secretaria de Educação e

Esses dados revelam que a rede oficial de ensino do Distrito Federal tinha na Matemática a disciplina em que se registravam os maiores índices de reprovação, da 5a. à 8a. série; com o passar dos meses, aumentaram os índices de reprovação dos alunos da quinta série; os índices de reprovação das sétimas séries eram, de um modo geral, os mais elevados. Pode-se observar também, que a disciplina cujos índices de reprovação, de uma maneira geral, mais se aproximavam da situação apresentada em Matemática, era Português.

Esses dados comprovam a existência de um problema na aprendizagem da Matemática. Contudo, seria esta situação peculiar ao primeiro semestre de 1971 ?

Uma análise sobre os índices de reprovação por disciplina, relativa aos anos de 1969 e 1970, mostra que a resposta para essa questão é negativa. Os dados das tabelas seguintes permitem verificar que os maiores índices correspondem à Matemática, qualquer que seja a série, tanto para 1969 como para 1970, anos em que 70% do total de matrículas foram realizadas de 5a. a 8a. séries.

Cultura, Rendimento Escolar - Curso Ginasial, Brasília, DF, 1971, p. 38-39

TABELA 2: Porcentagens de reprovação nas várias disciplinas durante o ano de 1969. (17)

DISCIPLINAS	SÉRIES			
	5a.	6a.	7a.	8a.
PORTUGUÊS	19,25	12,05	6,50	4,05
MATEMÁTICA	23,60 (+)	18,40 (+)	12,65 (+)	8,65 (+)
CIÊNCIAS	14,45	8,10	5,00	3,70
HISTÓRIA (OSPB)	17,05	8,95	5,60	3,60
GEOGRAFIA	16,05	7,85	–	–

(+) – Maior porcentagem de reprovação num dado mês

TABELA 3: Porcentagens de reprovação nas várias disciplinas durante o ano de 1970. (18)

DISCIPLINAS	SÉRIES			
	5a.	6a.	7a.	8a.
PORTUGUÊS	14,45	7,55	6,25	4,70
MATEMÁTICA	15,70 (+)	11,10 (+)	12,55 (+)	8,10 (+)
CIÊNCIAS	9,25	5,10	5,45	3,50
HISTÓRIA (OSPB)	11,00	6,00	5,65	2,55
GEOGRAFIA	10,80	6,10	4,30	–

(+) – Maior porcentagem de reprovações num dado mês.

(17) Governo do Distrito Federal, <u>Evasão e Reprovação no</u>

O conjunto de informações anteriores revela que, embora pudessem ser muitas as razões que levavam os alunos a deixarem a escola, as dificuldades encontradas em Matemática tinham se tornado um dos principais fatores, senão o principal, do insucesso escolar.

1.3 A reprovação traz benefícios ?

O elevado índice de fracassos nesta disciplina traz à tona o grave problema da reprovação, indicando ao mesmo tempo que, embora sendo um fenômeno bem amplo, para cuja solução não bastam encaminhamentos simplistas, é na Matemática que ele se torna mais agudo. Antes de se encetar uma busca de soluções alternativas que possam atenuar a gravidade do problema, é preciso repensar a presumível validade da reprovação. J.A.Dias pensa que o problema está longe de ser simples:

> "O mau funcionamento de nossas escolas não se limita ao não atendimento de milhões de brasileiros. Mesmo entre os que conseguem matricular-se, existem muitos que não conseguem um real aproveitamento do ano escolar. Se aceitarmos como bom o ensino recebido por aqueles que conseguem passar de ano - sabemos existirem ponderáveis razões para a rejeição deste critério - o contingente dos que abandonam os estudos no decorrer do ano e dos que ficam reprovados constitui ainda problema dos mais graves". (19)

Ensino Médio Oficial no DF, 1969-1970, Brasília, DF, p. 9-10

(18) Id.ibid, p. 9-10

(19) J.A.Dias, Sistema Escolar Brasileiro, São Paulo, 1972, p. 22

A gravidade do problema descrito por Dias, se pensado em termos mais gerais, gera questões de ordem financeira, social, política, administrativa e educacional. Pelo menos parte deste fenômeno estava realmente presente em 1970 no Distrito Federal, considerando-se que o custo do aluno matriculado no início do ano foi estimado em Cr$ 1.000,00 enquanto que o do aluno aprovado passou para Cr$ 1.410,00 (20) como conseqüência da evasão e da reprovação.

A esse quadro, pode-se acrescentar outro aspecto relativo à reprovação.

É do senso comum pedagógico o pressuposto de que a reprovação é benéfica ao aluno, quando este não atingiu, por diversas razões, um nível razoável de aproveitamento escolar. Ao negar a promoção a um aluno, pensa o professor que aquele aluno só terá a ganhar com a repetição de uma série anteriormente cursada, sem contudo, ter alcançado o desejável nível de expectativa. Em 1971, Camargo realizou um estudo, a fim de verificar as causas e conseqüências da reprovação escolar. Das conclusões a que chegou, merece ser salientado o seguinte:

> "Nossos resultados principais indicam ... que os alunos não se beneficiaram com a reprovação ou com as reprovações, no sentido de que não conseguiram, apesar delas, chegar ao nível de realização escolar dos não reprovados".(21)

(20) Governo do Distrito Federal, Evasão e Reprovação no Ensino Médio Oficial do DF, 1969-1970, Brasília, DF, p. III

(21) D.A.F.Camargo, "Um estudo quantitativo sobre a reprovação no curso primário" , Caderno de Pesquisa, São Paulo, Fundação Carlos Chagas, 1975,nº12, p. 17

Esta constatação corrobora vários e importantes estudos realizados sobre o assunto, em outros países, que concluíram ser injustificável a repetência por não trazer, como prática educativa, benefícios para o aluno.(22)

Se a reprovação não se justifica, não trazendo benefícios, ela se caracteriza como um inútil retardamento da vida escolar, desperdício de tempo e energia, especialmente se for levado na devida conta que, "em média", o estudante do ginasial oficial do Distrito Federal gasta sete anos para completar os quatro anos do curso ginasial".(23)

É evidente que não se pode aceitar soluções simplistas, formas aparentes e superficiais de resolução deste problema de complexas origens e implicações. Não se trata, por exemplo, de propor uma pedagogia da facilidade, permitindo-se assim um maior número de aprovações, através do rebaixamento de critérios de avaliação do rendimento escolar. Tem-se em mente a realidade brasileira, com suas características particulares. Entretanto, foge aos limites e propósitos deste trabalho apontar soluções para os problemas sociais, políticos, econômicos, etc. Uma proposição de semelhante natureza seria altamente pretenciosa e ingênua e

(22) A propósito, A. Camargo cita os trabalhos de Arthur (1936), Saunders (1941), Coffield (1954), Kamii e Weikart (1963) e Dobbs e Neville (1967). Veja-se a respeito, D.A.F. Camargo, ibid, p. 16

(23) Governo do Distrito Federal, Secretaria de Educação e Cultura, Rendimento Escolar - Curso Ginasial, Brasília, DF, 1971, p. 3

revelaria uma crença injustificada e infundada no "poder" da educação.

Contudo, os dados colhidos no Distrito Federal - e que, de modo geral, presumivelmente se aplicam a toda realidade nacional, guardadas as devidas proporções e diferenças específicas de cada região - estão a exigir tentativas no sentido de que medidas sejam tomadas, a darem maior eficácia ao ensino e melhores resultados em termos de aprendizagem. Partindo desta preocupação e sem desconhecer a forte influência de múltiplos outros fatores, este trabalho se volta para uma análise da educação matemática em situação concreta de sala de aula, na área geográfica já definida, para posteriormente buscar uma metodologia alternativa que possibilite melhor rendimento no estudo desta disciplina.

CAPÍTULO II

EQUÍVOCOS METODOLÓGICOS FREQÜENTEMENTE ENCONTRADOS NO ENSINO A CONCEPÇÃO CONTEMPORÂNEA E O ATO CRIADOR DO CONHECIMENTO EM MATEMÁTICA.

2.1. Equívocos metodológicos

Não se pode hoje duvidar da grande importância da Matemática, em vias de crescente expansão ainda e tendendo a tornar cada vez mais relevante a sua contribuição para o desenvolvimento das gerações futuras. Este fato incontrovertível faz com que a Matemática também assuma uma posição de elevada importância ante o grande desafio da promoção desenvolvimentista, especialmente nos países em vias de crescimento. O capítulo anterior forneceu dados que podem levar a concluir que, apesar da grande importância da educação matemática, o seu ensino, ao menos nas escolas de 1º e 2º graus do Distrito Federal, deixava a desejar. É de se observar que, num momento em que toda a cultura de um modo geral passa por um processo de democratização, a Matemática, cada vez mais, deixa de ser propriedade de alguns poucos e passa a ser objeto de estudos de um público progressivamente maior. Esta expansão é, evidentemente, desejável, como afirma Revuz:

> "a matemática não pode continuar reservada a especialistas simultaneamente admirados e temidos; é preciso que se evite a formação de um "ghetto" para ela." (1)

(1) A. Revuz, Matemática Moderna Matemática Viva, trad. por Dr. A. Simões Neto, Portugal, Livros Horizonte, s.d.

Se, de um lado, a democratização educacional se tornou um valor e uma exigência centrais do mundo contemporâneo, ela implica, muitas vezes, em contrapartida, num concomitante processo de defasagem entre o nível do que deve ser aprendido e do que é realmente aprendido. Em relação à Matemática, observa Dienes que a maioria das crianças tem conseguido, no máximo, adestrar-se na manipulação de símbolos, mas jamais consegue aprender o verdadeiro significado dos conceitos matemáticos, agindo como se desejasse apenas "passar no exame" dessa disciplina tida como difícil e ardilosa. De comum, essa situação de pretensa democratização passou a ser admitida como normal, o que é muito mais grave.(2)

Este panorama geral aponta problemas bastante sérios que, estudiosos, como os citados, afirmam serem as principais causas geradoras da deficiente aprendizagem no campo da Matemática. Estes problemas certamente se faziam presentes na rede escolar do Distrito Federal.

Não ignorando muitos outros fatores, diretamente ou indiretamente ligados à problemática educacional em geral, muitos deles escapando às possibilidades de atuação do professor, pretende-se, neste capítulo, apontar alguns dos principais equívocos freqüentemente encontrados no ensino da Matemática.

---

(2) Z.P.Dienes, Aprendizado Moderno da Matemática, trad. por Jorge Eneas Fontes, 2a. ed., Rio de Janeiro, Zahar, 1974, p. 15

2.1.1. <u>A aprendizagem mecânica: o principal equívoco metodológico</u>.

Essa defasagem entre a importância da Matemática, para a cultura, e sua ineficiência a nível de aprendizagem conduz, necessariamente, à busca das causas responsáveis por tal situação. Segundo Richmond, as causas principais da crescente insatisfação com a Matemática ensinada na escola são: desconhecimento do progresso realizado na área dos últimos 100 anos, distância das exigências profissionais da sociedade e o ensino baseado em aplicações mecânicas de regras e técnicas. (3)

Sem diminuir a importância das duas primeiras causas citadas por Richmond, é a terceira (ensino baseado na aplicação de regras e técnicas) a que se liga de maneira mais direta aos propósitos do estudo que se propõe aqui realizar. Este capítulo insiste, pois, na idéia de que os insucessos na aprendizagem da Matemática devem-se, em grande parte, ao formalismo metodológico que, mais freqüentemente, caracteriza o ensino nesta área. Assim é que o ensino da Matemática debate-se entre uma antiga tradição que a vê como uma excelente disciplina para o desenvolvimento do raciocínio ou um privilegiado meio de exercício lógico e, em contrapartida, as novas exigências econômicas, sociais, intelectuais e morais do mundo

(3) W.K.Richmond, <u>A revolução no ensino</u>, trad. por F.R.Nickelsen Pellegrini, São Paulo, Editora Nacional, 1975, p. 75.

contemporâneo. Em outras palavras, o ensino da Matemática atualmente mistura duas orientações, segundo as quais esta disciplina é encarada ao modo de uma valiosa ginástica intelectual e como um conjunto de conhecimentos que devem ser adquiridos, posto que imprescindíveis às exigências práticas da vida.

Em meio a essas hesitações, o que se torna mais comum, na prática, é o aluno ser forçado a entrar numa situação cuja exigência maior é a capacidade de memorização, ainda que não haja compreensão. É neste sentido que Wooton diz que os únicos requisitos para o sucesso na Matemática consistem quase que exclusivamente em ter boa memória e vontade de seguir as instruções.(4)

Aebli já havia chamado a atenção para este mesmo ponto. Afirma ele que, devido ao modo pelo qual o ensino se dá, as informações não podem ser reduzidas ou reconhecidas senão sob a forma e condições pelas quais são transmitidas. Constata, em suas pesquisas, que o ensino da Matemática tendia a impedir a compreensão, valorizando muito a memorização. Assim é que o <u>algorítmo</u> na aritmética, a <u>regra</u> na álgebra e o <u>teorema</u> na geometria passam a desempenhar papéis preponderantes, ocupando o centro das atenções do professor e conseqüentemente do aluno.(5)

(4) Id. ibid, p. 75
(5) H. Aebli, <u>Una didactica fundada em la psicologia de Jean Piaget</u>, Buenos Aires, Editorial Kapelusz, c 1958, p. 22

Em tal perspectiva, a condição do aluno é principalmente a de mero receptor da informação ou, até mesmo, a de simples espectador de demonstrações feitas pelo professor.

Para René Thon, o real problema com o qual se defronta o ensino da Matemática não é o rigor, mas sim o problema do desenvolvimento do "significado da existência dos objetos Matemáticos.(6) Deve-se ainda considerar que o estereótipo formado ao redor da Matemática, no que diz respeito ao simples domínio de técnicas, se, por um lado, torna mais fácil o seu ensino, este não garante necessariamente a compreensão efetiva de conceitos ou princípios.

A levar em conta colocações de abalizados estudiosos, a deficiente compreensão de conceitos matemáticos, por parte dos alunos, vem-se constituindo como um problema realmente grave. Dienes afirma taxativamente que "a situação no campo da compreensão de idéias só pode ser descrita como séria, talvez até desesperadora."(7) Evidentenente - pode-se acrescentar - não havendo compreensão, o único recurso que resta ao aluno é memorizar, tentando reter um determinado conteúdo, ao menos até o momento em que lhe for cobrado. É claro também não estar aí se dando uma aprendizagem verdadeira. É o

---

(6) E.E.Moise, "The meaning of euclidean geometry in School mathematics" The mathematics teacher, Reston, The National Council of teachers of Mathematics, 1975, v.6,nº 68. p. 472-478

(7) Z.P.Dienes, Aprendizado Moderno da Matemática, trad. por Jorge Eneas Fontes, 2a. ed., Rio de Janeiro, Zahar, 1974, p. 17

que confirma Di Pierro Netto tendo como base pesquisas que realizou em escolas do Estado de São Paulo: "os estudantes pouco ou quase nada sabem sobre geometria, estejam eles terminando a escola de primeiro grau ou estejam eles em ano letivo após estágio".(8)

"Abstrato e gratuito" - eis como tem-se apresentado o ensino da Matemática, segundo Legrand:

> "O universo matemático puro, despojado de todas as avenidas de percepção, é um universo puramente dedutivo em que, sendo o ser matemático rigorosamente definido, as conseqüências racionais decorrem necessariamente. A pedagogia das matemáticas não deve, portanto, trair a natureza daquilo que ensina. Parte dos postulados, dos axiomas e das definições que coloca de saída como evidências racionais e tira disto as conseqüências distanciadas pela adequação abstrata. Sem dúvida, o pedagogo matemático não chega a afirmar a natureza das verdades eternas dos postulados, dos axiomas e das definições sobre os quais se apóia: é que raramente ele é também um filósofo. Se o fosse, seu comportamento o comprova, seria discípulo de Platão ou de Descartes. É o que explica o caráter abstrato e gratuito do ensino das matemáticas que nós mesmos ou os nossos filhos recebemos como herança até aqui".(9)

Legrand ainda compara o ensino da matemática ao ensino das línguas mortas, estando o professor a exigir de seus alunos uma constante ginástica intelectual, sem nexo para eles.(10)

---

(8) S.Di Pierro Netto, "Contribuição ao ensino da geometria", Tese de Doutoramento, São Paulo, Universidade de São Paulo, 1972, p. 39

(9) L.Legrand, A didática da reforma, trad. por Marco Aurélio de Moura Matos, Rio de Janeiro, Zahar, p. 102

(10) Id.Ibid, p. 103

Vejam-se a seguir, alguns fatores que, de uma ou outra forma, se relacionam com a aprendizagem mecânica.

2.1.1.1. Despreocupação com o "porquê" e o "para quê"

Um dos principais motivos pelos quais se dá a aprendizagem mecânica é o fato de o ensino da Matemática não concentrar seus esforços na busca de razões de um problema matemático (o estudo do "porquê).

Ao nível da evidência concreta, a experiência vivida pelo autor deste trabalho permitiu coletar inúmeras perguntas significativas feitas pelos alunos e que, de uma maneira ou de outra, demonstram a necessidade de uma explicação do processo e não só do produto solicitado. Eis algumas perguntas:

Por que π vale 3,14 ?

Por que todo número elevado a zero vale um ?

Por que não posso dividir um número por zero ?

Por que, na multiplicação, menos vezes menos dá mais, isto é, $- \times - = +$?

Por que $(a + b)^2$ é diferente de $a^2 + b^2$?

Por que em $\frac{3 \times 4}{3}$ posso cancelar o 3 de cima com o 3 de baixo, e em $\frac{3 + 4}{3}$ não ?

Por que qualquer número multiplicado por zero dá zero ?

Por que $0! = 1$?

Por que o menor múltiplo comum de dois números é sempre <u>maior</u> que o <u>maior divisor comum</u> desses números?

Por que o dobro de 5, mais 1 é 11 e não 12 ?

Por que, na equação $x^2 + 5x + 6 = 0$, a soma das raízes dá 5 e o produto delas é 6 ?

Por que em $\frac{3}{4} \times \frac{7}{5}$ se faz assim $\frac{3 \times 7}{4 \times 5} = \frac{21}{20}$ mas em $\frac{3}{4} + \frac{7}{5}$ não pode ser feito assim $\frac{3+7}{4+5} = \frac{10}{9}$?

Por que 0,25 equivale a $\frac{1}{4}$, a $\frac{25}{100}$, a $1 \div 4$ e a 25% ?

Por que a Matemática tem dois π diferentes: o da área do círculo e o da trigonometria?

Por que será que, para se dividir duas frações ordinárias, multiplica-se a primeira pelo inverso da segunda, em vez de se multiplicar o inverso da primeira pela segunda ?

Por que na conta de vezes devo pular casas para a esquerda e não para a direita ? Exemplo:

$$\begin{array}{r} 13\\ \underline{\times 22}\\ 26\\ \underline{26}\\ 286 \end{array} \quad \text{e não} \quad \begin{array}{r} 13\\ \underline{\times 22}\\ 26\\ \underline{26}\\ 286 \end{array} \; ?$$

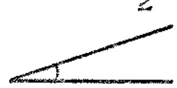
Se $2(1 - 1) = 3(1 - 1)$, então $2 = 3$ ... onde errei?

sen x + sen x dá sen 2x ou 2senx ?

$2(a + b)$ dá $2a + b$ ou $2a + 2b$?

$(a - b)^2$ dá $a^2 - 2ab + b^2$ ou $a^2 - 2ab - b^2$?

Será que $-\frac{b + c}{2}$ equivale a $\frac{-b + c}{2}$ ou a $\frac{-b - c}{2}$?

Como  não é maior que  ?

Verifica-se, portanto, a necessidade de uma metodologia que, de uma maneira ou outra, enfatize mais a busca de processos a nível de atividade, ao invés da memorização passiva de técnicas e fórmulas matemáticas. Se assim acontecesse , seriam raros os alunos que, sabendo consultar tabela de logarítmos, não soubessem também o que significa o logarítmo de um número, e, sabendo construir gráficos de funções, não soubessem também analisá-los e interpretá-los; analogamente, que fossem capazes de calcular áreas ou volumes, não através das aplicações de fórmula, mas através de uma análise significativa na área da decisão matemática.

Nesse sentido, Troutman(11) sugere estratégias para o ensino da Matemática na escola de 1º grau, através de situações que conduzem a criança a uma aprendizagem significativa, apoiando-se no princípio: "pensar é construir sobre o ver e fazer".

Além da despreocupação com os "porquês" pode-se também apontar um outro fator , a que geralmente muito pouco se dá a devida atenção. Trata-se da despreocupação com as finalidades. É comum os alunos indagarem "para que" serve determinado tema apresentado, sem, contudo, receberem dos professores, uma explicação completa e convincente.

---

(11) A.D.Troutman, "Strategies for teaching elementary school mathematics" The Arithmetic Teacher, Reston, The National Concil of Teachers of Mathematics, 1973 , v. 6, nº 20, p. 425-436

2.1.1.2. Prolixidade na abordagem

Ainda dentro da área metodológica, evidencia-se o problema de abordagem prolixa, como acontece por exemplo quando o professor introduz, sob o aspecto de fórmula pronta, problemas relacionados com equação de 2º grau. Aqui se indica o emprego da fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, para a resolução de $ax^2 + bx + c = 0$; mas, se $b = 0$ ou $c = 0$, então se recomenda o emprego de novas fórmulas extras, como $x = \frac{-c}{a}$ ou $x = \frac{-b}{a}$, o que certamente contribui para confundir o raciocínio do aluno.

Pode-se ainda citar o ensino do cálculo do menor múltiplo comum que, em aritmética, dá-se através de algoritmo, enquanto que, na maioria dos livros didáticos, é desenvolvido em álgebra (tópico subseqüente), pela escolha dos fatores comuns e não-comuns elevados aos maiores expoentes. Em termos de economia de tempo, ambos os cálculos - numérico e literal-poderiam ser feitos pelo segundo modo, bastando, para isso, decompor o número em seus fatores primos. Neste caso, a aritmética estaria funcionando como ponto de apoio para a aprendizagem da álgebra. Além disso, evitar-se-iam as freqüentes dúvidas apresentadas pelos alunos, os quais, utilizando-se de algorítmo, não chegam a reconhecer o menor múltiplo comum entre divisor, dividendo e resto.

2.1.1.3. Compartimentalização

Merece observação, ainda, o modo compartimentalizado pelo qual a Matemática às vezes é ensinada. Tanto assim que, sob o ponto de vista tradicional, a Matemática se constitui de partes justapostas e independentes, denominadas Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria, enquanto paradoxalmente existem inúmeras áreas de conteúdo que se interseccionam, tais como: a equação de primeiro grau (álbebra) e reta (geometria); solução de sistemas de equações (álgebra) e encontro de suas representações gráficas (geometria); propriedade distributiva da multiplicação (aritmética) e colocação de fator comum em evidência (álgebra); cálculo de área do retângulo (geometria) e conceitos de multiplicação (aritmética) ; produtos notáveis (álgebra) e fatoração (álgebra). Poder-se-ia dizer que entre esses pares de tópicos não existe somente simples intersecções, mas sim isomorfismo, pois, em alguns casos, esses pares se diferem apenas no modo pelo qual são apresentados. Essa apresentação de idéias, conceitos ou princípios matemáticos, desenvolvidos como se a impressão de um fosse borrar a impressão de outro, acarreta ao aluno uma falsa visão da matemática e lhe proporciona um aparente aumento de volume de conhecimentos.

2.1.1.4. Mutilação

No que se refere à seleção de conteúdos programáticos, um professor poderá, por falta de tempo ou de simpatia, deixar de ensinar aos seus alunos alguns temas ou parte desses temas. Ora, sendo a Matemática uma área do conhecimento humano que possui a concatenação lógica como uma de suas características, isto é, o que se deve aprender numa etapa depende daquilo que foi aprendido em etapas anteriores, é então de se esperar que as pequenas lacunas programáticas gerem problemas para a aprendizagem.

Muito do que se deve aprender numa etapa depende do que constou de etapas anteriores. Assim, por exemplo, a aprendizagem do conceito de logarítmo depende do conceito de potenciação e este do conceito de multiplicação; a resolução de equações do 2º grau depende de conhecimentos sobre radiciação e operações com números relativos.

Esses problemas se tornam mais graves quando a supressão se refere a todo um "ramo" da Matemática, como, por exemplo, a geometria.

Se de um lado,

> "o aluno da escola recebe pela primeira vez a geometria euclidiana como um conjunto de axiomas e teoremas sem qualquer experiência anterior com configurações geométricas simples" (12),

(12) J.S.Bruner, O processo da Educação, trad. por Lolio Lourenço de Oliveira, 3a. ed., São Paulo, Editora Nacional, 1973, p. 36

e de outro,

> " a geometria é um importante meio para auxiliar aos estudantes a compreenderem que procedimentos matemáticos são métodos de aquisição de conhecimento matemático" (13),

é de se esperar que haja deficiências na formação matemática daqueles alunos que não aprenderam geometria.

2.2. Concepção contemporânea da Matemática

A falta de inter-relação entre os vários "ramos" da Matemática,tão presente na Matemática tradicional, não mais se justifica. A Matemática contemporânea se fundamenta no conceito de estrutura que,por si só, evita qualquer compartimentalização. Modernamente, com o auxílio da teoria dos conjuntos, das relações e das correspondências, foi construída a estrutura algébrica (subdividida em sub-estruturas de semi-grupos, grupos, anéis, corpo, módulos) e a estrutura topológica (subdividida em grupos, espaços compactos, espaços convexos, espaços normais) - ambos estritamente interligados pela estrutura do espaço vetorial. Esse tipo de reorganização da Matemática tradicional, a que se acrescentaram novos temas, fez nascer o que se pode chamar de Matemática contemporânea.(14)

(13) E.E.Moise, "The meaning of euclidean geometry in School mathematics" The mathematics teacher, Reston, The National Council of Teachers of Mathematics, 1975, v.6, nº 68, p.472-478

(14) A respeito da denominação "matemática contemporânea", confira-se o trabalho de H.F.Fehr, J.Camp e H.Kellogg, La Revolucion en las matemáticas escolares (segunda fase), Washington, Secretaria General de la. Organización de los Estados Americanos, 1971, p. 29

Esta tem apresentado um desenvolvimento de tal ordem que, além de transcender suas próprias fronteiras, rompeu também os limites que separavam suas partes, tornando-se impossível discernir onde começa uma e termina outra.(15)

Tratando-se das características da Matemática Contemporânea não se pode deixar de mencionar a sua generalidade, pois ela - a Matemática Contemporânea - não se satisfazendo com as condições suficientes, deseja também saber as necessárias.(16) Essa característica, apesar de ser ressaltada por vários autores, encontra sua melhor expressão nas palavras de Adler.

> "A Matemática clássica lida com muitas estruturas matemáticas diferentes, mas sua maneira típica de abordar problemas é estudar as relações em uma estrutura de cada vez. Por seu lado, a Matemática moderna estuda de uma só vez as propriedades de todas as estruturas de um determinado tipo".(17)

Desse modo, tudo que for válido para a estrutura dos corpos ordenados em geral valerá também para o conjunto dos números reais, porque estes constituem um corpo. Analogamente, tudo que for descoberto para anel, valerá para conjunto dos inteiros. E, portando, como o corpo "contém" o anel, o conjunto dos reais também se constitui em um anel. Dentro deste quadro, a Aritmética, a Álgebra e a Geometria, anteriormen

---

(15) H.Freudenthal, Las Matemáticas en la vida cotidiana, trad. por Luis Bute, Madrid, Ediciones Guadarrama, 1967, p. 9
(16) I.Adler, Matemática e Desenvolvimento Mental, trad. por Anita Rondon Berardinelli, São Paulo, Cultrix, 1970 p. 64
(17) Id.ibid, p. 62

te vistas como compartimentos estanques, continuam a existir, porém de maneira unificada. Tal unificação, que se torna patente através da generalização de conceitos matemáticos de uma área para outra, dá origem a uma Matemática amadurecida e autocrítica que, ao mesmo tempo, é axiomática, dedutiva e abstrata.

O desenvolvimento da Matemática, bem como o progresso tecnológico e as mudanças sociais estão, hoje, a exigir inclusão de novos temas nos currículos escolares, tais como cálculo vetorial, matricial e proposicional, e também noções de estatística e probabilidade. Emprestando maior praticidade à Matemática, a inclusão desses temas se torna possível não só através do emprego de métodos que acelerem a aprendizagem, mas também pela supressão de alguns temas irrelevantes, que ainda constam de programas, tais como o teorema de Hiparco, o teorema de Pitot, o cálculo de raiz cúbica e certos cálculos trigonométricos, de raríssima ou nenhuma aplicação prática nos dias de hoje.

2.3. O ato criador do conhecimento matemático

Esse amadurecimento da Matemática pode ter profundos reflexos na docência. Quando mal interpretado, pode levar o professor a simplesmente apresentar o produto ou resultado de suas deduções e abstrações, em vez de propor situações que devem ser vivenciadas ao nível processual. A este respeito, convém lembrar a seguinte observação de Adler:

> "...a descoberta matemática não é dedutiva. O pesquisador matemático, que abre caminho em direção a novos teoremas, é guiado pela analogia, por pressentimentos, por tentativa e erro, e por lampejos de intuição. Somente depois de ter feito suas descobertas é que ele usa a visão retrospectiva e mostra como poderia ter chegado às mesmas conclusões de maneira mais econômica por raciocínio dedutivo". (18)

Tais palavras demonstram muito bem a maneira pela qual se fazem descobertas na área da matemática. A preocupação em vivência de processos e descobertas deve também se fazer presente ao nível de ensino através de propostas que envolvam o aluno, tornando-o ativo. Tais situações se contrapõem de maneira evidente com a visão de aluno "deglutidor" de fórmulas, regras e algorítmos, receptor passivo do ensino proposto pela escola tradicional.

Um ensino de Matemática que se propõe a envolver o aluno no processo de aprendizagem deve buscar apoio metodológico, não relegando a segundo plano a consideração de pressupostos sobre o sujeito que aprende. É neste sentido que se coloca o próximo capítulo.

(18) Id.ibid, p. 66

CAPÍTULO III

ELEMENTOS DE APOIO DO DISCURSO PSICOLÓGICO A UMA ALTERNATIVA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Tendo esboçado o retrato da situação do ensino da Matemática, inicialmente mostrando os percalços que os alunos do Distrito Federal encontram nesta área e, em seguida, apontando causas desses insucessos, torna-se imperativo, agora, abrir algumas perspectivas que possam servir para dar um pouco mais de eficácia a esse ensino e torná-lo mais ajustado às tendências da Matemática moderna. Trata-se de propor uma alternativa metodológica de acordo com algumas recentes colocações básicas da psicologia da aprendizagem, sem, contudo, ter a falsa pretensão de plena resolução do problema. Em linhas gerais, procurar-se-á colocar idéias básicas derivadas do discurso psicológico, as quais, juntamente com a posterior abordagem empírica, poderão fornecer uma orientação geral, que se acredita mais eficaz que as vigentes, para o ensino da Matemática.

3.1. Atividade

Na Escola Tradicional, "eram ensinadas matérias, termo significativo para falar de coisas sem vida, mesmo quando se tratava de assuntos de vida".(1) A memória contava mais que o raciocínio para acumular o máximo de "saber".

No início do século XX, surgem os trabalhos de Dewey (A Escola e a Criança) e de Ferrière (A escola Ativa) e, em seguida, entre outros, Claparède, Decroly, Montessori Kilpatrick, Cousinet e Piaget.

Emerge, e vai aos poucos se fortalecendo, um movimento cujo objetivo é tornar a educação melhor e mais dinâmica. Assim a define Luzuriaga: "a educação nova é a educação que aspira formar a individualidade vital humana dentro da coletividade, num ambiente de liberdade, através de atividade". (2) Apóia-se, portanto, esse movimento, nas idéias de atividade, vitalidade, liberdade, individualidade e coletividade, compreendidas de maneira inter-relacionada e com complementaridade, propiciando simultaneamente o surgimento de novos métodos ativos, no sentido mais amplo da palavra; ficando entendido, entretanto, que empregar material manuseável não é condição necessária nem suficiente para que se esteja empregando um método ativo.

---

(1) R.J.C.Etave, Uma Pedagogia para o Homem, 2a. ed., Petrópolis, Editora Vozes, 1972, p. 63

(2) L.Luzuriaga, História da Educação e da Pedagogia, trad. por Luiz Damasco Penna e J.B.Damasco Penna, 7a. ed., São Paulo, Editora Nacional, 1975, p. 227

Neste sentido é que Piaget, referindo-se às réguas Cuisenaire, diz que elas

> "...podem dar lugar a utilizações as mais opostas, sendo umas realmente operatórias se a criança descobre por si mesma as diversas operações que permitem as manipulações espontâneas, e as outras essencialmente intuitivas ou figurativas se se limitam a demonstrações exteriores à leitura de figurações acabadas".(3)

Somente por volta da Segunda Grande Guerra é que os pedagogos começam a tomar consciência do alcance dessas novas idéias. Cada vez mais se chama saber àquilo que uma pessoa conquistou, e não o que ela recebeu passivamente. O aluno é chamado a ser ator principal de sua formação, mais pela iniciativa do que pela atenção ou imitação; aprende através de informações procuradas, elaboradas ou conquistadas em vez de ser ensinado por informações recebidas e memorizadas ou mecanicamente repetidas. Dessa maneira, a escola deve ser um lugar onde os alunos "querem" e o professor "pode", e não o local onde o professor "quer" e os alunos "devem". Mudanças de posição como essas parecem ter sido aceitas por alguns dos grandes pedagogos conhecidos, entre os quais Wallon, Piaget, Cantor, Guyer e Cousinet e acham-se plenamente expressas na aparentemente paradoxal afirmação: "menos a pessoa é ensinada (da maneira tradicional) mais ela aprende". (4)

---

(3) Jean Piaget, Psicologia e Pedagogia, trad. por Dirceu Accioly Lindoso e Rosa Maria Ribeiro da Silva, 2a. ed., São Paulo, Editora Forense, 1972, p. 73

(4) R.J.C.Etave, Uma Pedagogia para o Homem, 2a. ed., Petrópolis, Editora Vozes, 1972, p. 84

Claparède (5) observa que o termo "atividade" é ambíguo e pode ser tomado em dois sentidos: o de uma conduta baseada no interesse, ou no sentido de efetivação, designando uma operação motora. A escola ativa é caracterizada em termos da primeira dessas duas atividades, em quaisquer dos seus graus, uma vez que se pode ser ativo em puro pensamento (primeiro sentido). A segunda concepção de atividade é, segundo Piaget (6), indispensável às crianças e diminui de importância com a mudança de faixa etária.

Piaget considera os métodos ativos adotados para a educação de crianças como mais eficientes que outros, principalmente aqueles do ensino da aritmética e da geometria; a criança, por assim dizer, "manipula" números ou superfícies antes de conhecê-los pelo pensamento. Sendo assim, pode-se dizer que a noção adquirida posteriormente consiste, de fato, numa tomada de consciência dos esquemas ativos já familiares. (7)

De um modo geral, os métodos ativos (em qualquer das acepções de atividade) são mais difíceis de serem empregados porque exigem do professor um trabalho mais diferenciado e mais ativo. Devem propiciar uma combinação de trabalho

---

(5) E.Claparède, <u>A Educação Funcional</u>, trad. por J.B. Damasco Penna, 5a. ed., São Paulo, Editora Nacional, 1958, p. 150-152

(6) Jean Piaget, <u>Psicologia e Pedagogia</u>, trad. por Dirceu Accioly Lindoso e Rosa Maria Ribeiro da Silva, 2a. ed., São Paulo, Editora Forense, 1972, p. 164

(7) Id.ibid, p. 164

individual e por equipes, sem o risco de conduzir a um individualismo anárquico, para a educação da autodisciplina e do esforço voluntário.(8) Assim, a utilização de uma sistemática ativa de trabalho, por parte do professor, implica em que sua formação se revele consistente, quer em termos de conhecimentos da psicologia da criança, quer em conhecimento das tendências contemporâneas da Matemática.(9)

3.2. Linguagem e Estrutura

Bruner observa que o domínio que se possui sobre o conhecimento a ser comunicado é muito importante para se obter a comunicação (10), e que

> "o professor não é apenas um comunicador, mas também um modelo. Alguém que não veja nada de belo ou eficaz na Matemática não será capaz de despertar nos outros o sentimento de entusiasmo inerente ao assunto."(11)

A utilização dos métodos ativos na escola está condicionada à efetiva existência de pelo menos dois suportes metodológicos: a adequação da "linguagem" do professor e a do material à "linguagem" do aprendiz e à estrutura do conteúdo apresentado ao aluno. Se na escola tradicional se caía freqüentemente no verbalismo, o que se propõe agora é, como

(8) Id.ibid, p. 69
(9) Id.ibid, p. 69
(10) J.S.Bruner, O Processo da Educação, trad. por Lolio Lourenço de Oliveira, 3a. ed., São Paulo, Editora Nacional, 1973, p. 83
(11) Id.ibid, p. 85

sustenta Piaget,

> "...falar à criança sua lingua (sic) antes de lhe impor uma outra pronta e por demais abstrata e sobretudo, conduzí-la a redescobrir o que ela é capaz, em vez de limitar-se a escutar." (12)

Na mesma perspectiva, Bruner encara o problema da adequação da linguagem:

> "...na idade escolar, às crianças acostumam-se a esperar dos adultos solicitações arbitrárias e sem maior sentido, como resultado, em geral, do fato de o adulto não conseguir traduzir as tarefas em problemas de significação intrínseca para os alunos."(13)

Sob esta perspectiva, o problema central da comunicação entre o aluno e o professor é o de fornecer auxílios e diálogos para que a experiência seja traduzida em sistema de representação de força sempre maior para quem aprende. (14) É evidente que este não é um caso exclusivo da Matemática. Mas é para esta disciplina que se está chamando a atenção, neste trabalho. Além disso, cumpre lembrar que a Matemática tem uma simbologia peculiar, que pode se constituir em obstáculo para aqueles que não a compreendam bem. Daí haver exigências peculiares à boa comunicação de conteúdos matemáticos. Diz Bruner:

> "Não importa se um conceito matemático pode ser expresso em uma notação ou outra - deve ser, antes de tudo uma notação verdadeira. Um sistema de notação pode ser mais poderoso que outro, ou

---

(12) Jean Piaget e outros, Educar para o Futuro, Rio de Janeiro, Fundação Getúlio Vargas, 1974, p. 20

(13) J.S.Bruner, Uma Nova Teoria de Aprendizagem, trad. por Norah Levy Ribeiro, 2a. ed., Rio de Janeiro, Bloch Editoras, 1973, p. 150

(14) Id.ibid, p. 30

> mais adequado aos conhecimentos de uma criança de uma determinada idade." (15)

É preciso, pois, estabelecer, prudentemente, quais as atitudes ou expedientes heurísticos mais penetrantes e úteis, dos quais se deve tentar ensinar às crianças uma versão rudimentar, criando-se as condições para, posteriormente, tratar-se de refiná-la à medida em que elas progridam na escola. (16)

Ao abordar o problema da linguagem do ensino, Bruner formulou a arrojada hipótese de que

> "qualquer assunto pode ser ensinado com eficiência, de alguma forma intelectualmente honesta, a qualquer criança em qualquer estágio de desenvolvimento." (17)

Nesta perspectiva, tratar-se-ia, portanto, de "traduzir" para uma criança, em qualquer idade, um determinado corpo de conhecimentos. A criança possui um modo característico de visualizar o mundo e explicá-lo a si própria. É preciso, pois, que o professor identifique <u>o sistema representacional da criança</u> para "colocar" a matéria a ser ensinada em função de suas visualizações e explicações do mundo, como ponto de partida.

Além da adequação da linguagem no que diz respeito à apresentação do conhecimento ao aluno, deve-se também, segundo Bruner, atender aos aspectos estruturais de um corpo

---

(15) Id.ibid, p. 148
(16) J.S.Bruner, <u>O processo da Educação</u>, trad. por Lolio Lourenço de Oliveira, 3a. ed., São Paulo, Editora Nacional, 1973, p. 24
(17) Id.ibid, p. 31

qualquer de conhecimento. Muito mais do que os fatos ou dados particulares, o que é relevante ensinar são as estruturas fundamentais do conhecimento, porque é nelas que os elementos isolados encontram significação; Bruner faz as seguintes alegações a favor do ensino das estruturas fundamentais: 1) dados os fundamentos da matéria ela se torna mais compreensível; 2) esquece-se um pormenor rapidamente, a não ser que ele esteja inserido dentro de um padrão estruturado; 3) a compreensão de princípios e idéias fundamentais parece ser o melhor caminho para uma "transferência de aprendizagem" adequada; 4) é possível diminuir o tempo entre o conhecimento "avançado" e conhecimento "elementar".(18) A aprendizagem da estrutura implica em aprender como as coisas se relacionam; captar a estrutura da matéria de estudo é compreendê-la de modo que se tenha condições de relacionar de maneira significativa vários outros aspectos com ela. (19) Neste processo, à medida em que se desenvolve, deve-se voltar repetidas vezes às idéias básicas, elaborando e reelaborando-se, até que o aluno tenha captado inteiramente a sua completa formulação sistemática.(20)

Bruner considera que um importante ingrediente é o sentimento de excitação pela "descoberta" de regularidades e de relações não reconhecidas anteriormente, e de semelhanças entre idéias, resultando num sentimento de auto-confiança

(18) Id.ibid, p. 21-23
(19) Id.ibid, p. 7
(20) Id.ibid, p. 12

quanto às próprias capacidades de aprender.(21) Bruner, analisando a fundo os problemas de adequação de formas de representar o conteúdo e do ensino das estruturas fundamentais do conhecimento, interpreta a descoberta como sendo uma situação motivadora capaz de despertar o interesse para com a aprendizagem. (22) A essência da descoberta é, para ele, uma questão de "...reagrupar ou transformar a evidência, assim readaptada a novas visões." (23)

Outros autores, também entendem que a descoberta pelo aluno - a redescoberta - é a primeira condição, recurso aos métodos ativos, de que faz parte essencial a pesquisa espontânea da criança ou do adolescente

> "...exigindo que toda verdade a alcançar seja redescoberta pelo aluno ou ao menos reconstruída e não mais simplesmente transmitida. O papel do mestre é criar as situações e construir os dispositivos de partida susceptíveis de apresentar problemas úteis à criança, e, em seguida, organizar os contra-exemplos que forcem a reflexão."(24)

Tais dispositivos de partida , a que Piaget se refere, estão intimamente ligados com o processo de descoberta na aprendizagem,ou seja, um método ou recurso pedagógico que leve o aluno à solução de problemas.

---

(21) Id.ibid, p. 19

(22) J.S.Bruner, O Processo da Educação, trad. por Lólio loureņço de Oliveira, 3a. ed., São Paulo, Editora Nacional, 1973, p. 69

(23) J.S.Bruner, Beyond the Information Given, Londres, George Allen e Unwin Ltd, 1974, p. 402

(24) Jean Piaget e outros, Educar para o Futuro, Rio de Janeiro, Fundação Getúlio Vargas, 1974, p. 18

Uma das principais vantagens do método da descoberta, segundo Kagan, está relacionada com a ativação produzida no aluno que resulta em máxima atenção de sua parte.(25) Uma outra vantagem, indicada por Gagné, diz respeito à situação de busca e seleção que facilita a transferência e combinação de conceitos. (26)

Dentro desse esquema, corrobora-se, mais uma vez, a ação intencional do aluno diante da situação problema, na procura do significado e derivação de novas proposições. Importante lembrar aqui que um dos pressupostos básicos existentes na interação aluno-material é que o primeiro apresenta abertura para experiências (intencionalidade), bem como potencialidade para visualizar e explicar o mundo - neste caso, conceitos relacionados com o mundo matemático.

Retomando a abordagem inicial do método ativo no que diz respeito à iniciativa do aluno quanto ao ato cognitivo, poder-se-á constatar que o ato de descoberta de conceitos matemáticos que se pretende propor exigirá a intenção deliberada (significativa) do aluno em relação ao objeto de conhecimento, bem como a co-participação em relações dialógicas com o professor e outros colegas.

---

(25) J.Kagan, "El aprendizaje, la atencion, y el problema del descubrimiento" in L.S.Shulman y E.R.Keislar, Aprendizaje por Descubrimiento, Mexico, Editorial Trillas, 1974, p. 184

(26) R.M.Gagné, "Diversas especies de aprendizaje, y el concepto de descubrimiento" in L.S.Shulman y E.R.Keislar, Aprendizaje por Descubrimiento, Mexico, Editorial Trillas, 1974, p. 171

3.3. Aprendizagem Significativa

Evita-se dessa maneira, a memorização, o verbalismo, a aprendizagem mecânica que já foram criticados anteriormente. No processo de reelaboração de conceitos, feitura de inferências, descoberta de novas relações, comunicação de idéias aos colegas e ao professor, o aluno vai significativamente apreendendo - guiado por sua intencionalidade em atribuir significados - a logicidade do material proposto. Nessa viagem em direção ao desconhecido, o aluno estabelece uma ordem de prioridade entre as proposições e manipula as anteriormente adquiridas, a fim de chegar à solução de problemas. Resultará disso o desenvolvimento de estratégias particulares de decodificação e codificação de proposições que poderão surpreender o próprio professor. Sendo assim, justificam-se plenamente as palavras de Davis:

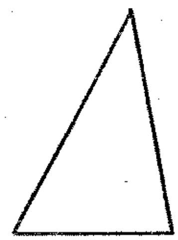
> "o professor tem como princípio básico proporcionar experiências, dentro do contexto matemático, que tenham sentido e que tornem possível aos estudantes fazer pelo menos uma descoberta interessante." (27)

Adiantando um pouco os resultados descritos no capítulo IV (experimento), transcrevem-se abaixo diferentes soluções de um mesmo problema, geradas pelos alunos.

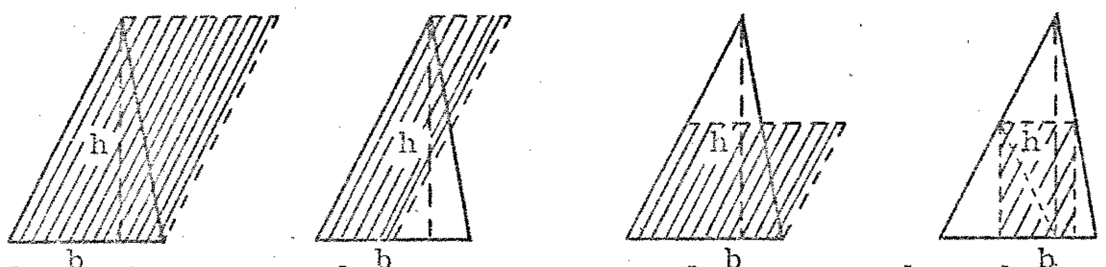
---

(27) R.B.Davis, "El descubrimiento em la enseñanza de las matematicas" in L.S.Shulman y E.R.Keislar, Aprendizaje por descubrimiento, Mexico, Editorial Trillas, 1974, p. 137

Encontre uma maneira de calcular a área da figura abaixo, tentando transformá-la numa das figuras já propostas. (OBS: os alunos já sabem calcular a área do retângulo e do paralelogramo)



Soluções apresentadas pelos alunos:



$\frac{1}{2}(b \times h)$ $(\frac{1}{2} x b) x h$ $b x (\frac{1}{2} x h)$ $(\frac{1}{2} x b)(\frac{1}{2} x h) x 2$

Comentários:

1) as diferentes soluções acima foram obtidas em tempos diferentes por distintos grupos de alunos; isso poderia dar por encerrada a exploração da situação-problema;

2) existe aí, entretanto, uma situação muito rica a ser explorada pelo professor: comparando resultados, podem ser ressaltadas a associatividade e a comutatividade da multiplicação.

Cumpre observar que, um professor desavisado, seguindo as práticas baixadas pelo ensino tradicional, provavelmente proporia a "melhor solução" do problema e exigiria a sua memorização; certamente, o passo seguinte seria a aplicação da fórmula memorizada a uma série de problemas semelhantes. Contrária a esse esquema, a metodologia aqui proposta exige que o aluno reconstrua sua experiência em termos de descoberta de relacionamentos, dando condições para que ele transcenda os limites do problema proposto. Conseqüentemente, não existe conhecimento "ilhado" mas uma reorganização da estrutura cognitiva, no dizer de Ausubel, através da manipulação do material ou de idéias. (28)

A tendência atual da Matemática é a de suprimir as suas "ilhas"; em outras palavras, a tradicional divisão em Aritmética, Geometria e Álgebra não mais se coaduna com este ramo da ciência: o professor deve identificar os princípios mais abrangentes da matéria, colocá-los dentro de uma estrutura e apresentá-los aos alunos em forma de situações desafiantes.

---

(28) Para Ausubel, Estrutura Cognitiva é hierarquicamente organizada em termos de traços conceituais altamente inclusivos sob os quais são subsumidos traços de sub-conceitos menos inclusivos assim como traços de dados de informação específica./.../ Traço é a representação da experiência passada no sistema nervoso e na estrutura cognitiva atual./.../ Estrutura Cognitiva é a organização do conhecimento do indivíduo. D.P.Ausubel, "Cognitive Structure and the Facilitation of Meaningful Verbal Learning", Journal of Teacher Education, Washington, 1963, no. 14, p. 219

Não se pode esquecer de que a forma de apresentação depende da escolha do professor. Este poderá optar pela memorização, descoberta ou aprendizagem receptiva verbal. Como a aprendizagem por memorização já foi refutada neste trabalho, resta ao professor uma escolha entre aprendizagem receptiva e aprendizagem por descoberta. Parece que a aprendizagem significativa por descoberta se coaduna muito mais com a metodologia proposta no experimento (cap.IV); isto não quer dizer que aprendizagem receptiva verbal (29) seja ineficiente para a aquisição de experiência na área da Matemática. A aprendizagem por descoberta encontra fundamento, por exemplo, nas palavras de Gagné:

> "existem razões teóricas para predizer que a descoberta de princípios pode ser um meio mais efetivo de aprendizagem do que o método de recepção pura, se levarmos em consideração a retenção ou a transferência como critérios de efetividade. Em primeiro lugar, no processo pelo qual se combina um segundo conceito com o anterior, é prova

---

(29) Segundo Ausubel, Aprendizagem Significativa é o processo de aquisição, organização e retenção de significados na estrutura de conhecimento humano. Aprendizagem significativa ocorre quando o material potencial significativo entra no campo cognitivo do sujeito e interage como um sistema conceitual relevante mais inclusivo pelo qual é apropriadamente subsumido./.../Aprendizagem Receptiva Significativa é caracterizada pela forma de proposição do material de aprendizagem: a idéia a ser aprendida é apresentada ao aluno na sua forma final ou proxima desta. Nesta circunstância admite-se simplesmente que este a compreenda e a incorpore à sua estrutura cognitiva de forma que esta se torne disponível para utilização posterior. D.P.Ausubel, Educational Psychology -A cognitive View, New York, Holt, Rinehart and Winston, 1968. p. 83

> vel que o conceito selecionado seja muito acessível no repertório do estudante... e a combinação de um conceito muito acessível com outro, na formação do princípio redundará num maior grau de firmeza tanto na retenção como na transferência" (30).

Foram mencionadas neste capítulo palavras como iniciativa, linguagem, comunicação estrutura da matéria, estrutura cognitiva. Iniciativa ou intencionalidade devem ser aqui entendidas como uma característica humana de abertura para o mundo: qualquer ser humano atribui significado a objetos percebidos. Nesse processo, o objeto terá maior possibilidade de ser retido quando relacionado a experiências anteriores, ou seja, quando ancorado numa estrutura cognitiva. O que leva um indivíduo e, portanto o aluno, a assimilar um novo conceito é a sua substantidade e não arbitrariedade, isto é, a essência do objeto não produz equívocos na percepção devido a sua novidade.

A relação aluno-conteúdo de aprendizagem se dá dentro de padrões representacionais ou simbólicos (linguagem); daí que, enquanto descobre significados e deriva proposições, o aluno descreve ou verbaliza suas experiências. A descoberta do aluno na solução do problema permite que ele desenvolva uma estratégia de aprendizagem idiossincrática que poderá, concomitantemente, ser enriquecida pelas experiências dos outros alunos em frente ao objeto cognoscível, no caso, o conteúdo

---

(30) R.M.Gagné, "Diversas especies de aprendizaje y el descubrimiento" in L.S.Shulman y E.R.Keislar, Aprendizaje por descubrimiento, Mexico, Editorial Trillas, 1974, p. 171

da Matemática. Sendo assim, as réplicas empregadas no experimento foram somente mediadoras de atos de conhecimento e também um primeiro passo metodológico no sentido de se instigar a aprendizagem significativa por descoberta.

A descrição do experimento que se segue é uma sustentação empírica do conjunto de idéias apresentadas anteriormente. Importante lembrar uma vez mais que o estudo nasceu de uma insatisfação em relação ao ensino da Matemática em moldes tradicionais e não-significativos para o aluno, tendo a teoria partido da experiência concreta de magistério.

CAPÍTULO IV

DESCRIÇÃO DO DESENVOLVIMENTO DO EXPERIMENTO E ANÁLISE PRELIMINAR DOS DADOS

O presente capítulo objetiva apresentar todos os passos do experimento realizado em seis quintas séries de três escolas do Distrito Federal, em novembro e dezembro de 1973, e março de 1974. Reserva-se para o próximo capítulo a análise interpretativa dos resultados alcançados.

4.1 Objetivos do experimento

Com o presente experimento, pretendeu-se:

4.1.1 comparar durante o mesmo intervalo de tempo a eficiência de dois programas de ensino:

A - um programa para o ensino do cálculo de área de figuras planas, centrado na atividade do aluno e em processos de descoberta. Essa atividade se baseou no manuseio de representações de figuras, confeccionadas em cartolina, denominadas réplicas. As atividades com as réplicas orientaram-se pelo princípio básico de se transformar cada figura dada em outra cujo cálculo da área já era conhecido. O grupo de alunos que trabalhou com este programa foi denominado grupo RÉPLICA (REP);

B - um programa equivalente ao anterior, isto é, parametrizado pelos mesmos objetivos instrucionais para o ensino do cálculo de área de figuras planas, porém centrado na exposição pelo professor - com a utilização do quadro negro - e na prática de exercícios por parte dos alunos. Este grupo foi denominado grupo FÓRMULA (FOR);

4.1.2 observar as atividades dos alunos durante a aplicação dos programas.

4.2 Especificação dos objetivos instrucionais dos programas RÉPLICA e FÓRMULA

Levando em consideração o Programa de Ensino do 1º Grau da Secretaria de Educação e Cultura do Distrito Federal (1), foram elaborados os seguintes objetivos instrucionais para os programas REP e FOR:

(1) Fundação Educacional do DF, Programa de Ensino de 1º grau, Brasília, DF-SEC, 1973, p. 33-48

1) Calcular o perímetro das principais figuras planas (quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, losango, trapézio, polígono regular e círculo);

2) Compreender o conceito de área;

3) Distinguir "perímetro" e "área";

4) Distinguir "superfície" de "área";

5) Compreender o significado da constante π ;

6) Estabelecer relações entre a área de uma figura e as áreas das partes dessa figura;

7) Calcular a área das principais figuras planas.

4.3 Problema

Qual dos programas - RÉPLICA ou FÓRMULA - é mais eficiente para o ensino do cálculo de área das figuras planas na quinta série de 1º grau ? (2)

---

(2) "Enquanto, no caso da eficácia, procuramos decidir se os objetivos educacionais deverão ser atingidos pelos alunos, no caso da eficiência, procuramos decidir se os objetos educacionais estão sendo ou foram atingidos pela maioria dos alunos, da melhor maneira possível." Maria A.A. Goldberg,"Avaliação e Planejamento Educacional: Problemas Conceituais e Metodológicos",Cadernos de Pesquisa, São Paulo, Fundação Carlos Chagas, 1970, nº 7. p. 66

4.4 Instrumental

4.4.1 - para instrução:

4.4.1.1 - guia do professor - grupo RÉPLICA.

4.4.1.2 - guia do professor - grupo FÓRMULA.

4.4.1.3 - conjunto de réplicas para alunos do grupo RÉPLICA.

4.4.1.4 - álbum seriado.

4.4.2 - para medida:

4.4.2.1 - teste de caracterização da amostra.

4.4.2.2 - teste de pré-requisitos.

4.4.2.3 - teste de avaliação de efeitos de programas.

4.4.2.3.1 - Pré-teste

4.4.2.3.2 - Pós-teste

4.4.2.3.3 - Teste de Retenção

4.5 Hipóteses

Antes da colocação das hipóteses, é necessário decodificar os símbolos, conforme segue:

-REP(1)..........proporção de acertos (3) do grupo RÉPLICA no Pré-teste

REPqf(1)........proporção de acertos do grupo RÉPLICA nas questões fáceis do Pré-teste

REPqm(1)........proporção de acertos do grupo RÉPLICA nas questões médias do Pré-teste

-REP(2)..........proporção de acertos do grupo RÉPLICA no Pós-teste

REPqf(2)........proporção de acertos do grupo RÉPLICA nas questões fáceis do Pós-teste

REPqm(2)........proporção de acertos do grupo RÉPLICA nas questões médias do Pós-teste

REPqd(2)........proporção de acertos do grupo RÉPLICA nas questões difíceis do Pós-teste

---

(3) Em qualquer teste, ou parte de teste, a proporção de acertos é igual à relação entre o total de acertos obtidos por um grupo e o total de acertos máximo possível. Ver maiores detalhes no "Tratamento estatístico", neste capítulo, p. 118 e 119. Para tipo de questões, veja-se p. 74

-REP(3).........proporção de acertos do grupo RÉPLICA no Teste de Retenção

REPqf(3).......proporção de acertos do grupo RÉPLICA nas questões fáceis do Teste de Retenção

REPqm(3).......proporção de acertos do grupo RÉPLICA nas questões médias do Teste de Retenção

REPqd(3).......proporção de acertos do grupo RÉPLICA nas questões difíceis do Teste de Retenção

Para o grupo FÓRMULA valem os mesmos símbolos trocando-se REP por FOR.

As hipóteses do experimento estão relacionadas a seguir, tanto em forma discursiva, como em símbolos:

Hipóteses principais:

H_1: (REP(2) - REP(1)) > (FOR(2) - FOR(1))

A diferença entre as proporções de acertos do Pós-teste para o Pré-teste do grupo RÉPLICA é maior que a diferença entre as proporções de acertos do Pós-teste para o Pré-teste do grupo FÓRMULA.

H_2: $(REP(3) - REP(2)) > (FOR(3) - FOR(2))$

A diferença entre as proporções de acertos do Teste de Retenção para o Pós-teste do grupo RÉPLICA é maior que a diferença entre as proporções de acertos do Teste de Retenção para o Pós-teste do grupo FÓRMULA.

H_3: $(REPqf(2) - REPqf(1)) > (FORqf(2) - FORqf(1))$

Nas questões fáceis, a diferença entre as proporções de acertos do Pós-teste para o Pré-teste do grupo RÉPLICA é maior que a diferença entre as proporções de acertos do Pós-teste para o Pré-teste do grupo FÓRMULA.

H_4: $(REPqm(2) - REPqm(1)) > (FORqm(2) - FORqm(1))$

Nas questões médias, a diferença entre as proporções de acertos do Pós-teste para o Pré-teste do grupo RÉPLICA é maior que a diferença entre as proporções de acertos do Pós-teste para o Pré-teste do grupo FÓRMULA.

H_5: $(REPqf(3) - REPqf(2)) > (FORqf(3) - FORqf(2))$

Nas questões fáceis, a diferença entre as proporções de acertos do Teste de Retenção para o Pós-teste do grupo RÉPLICA é maior que a diferença entre as proporções de acertos do Teste de Retenção para o Pós-teste do grupo FÓRMULA.

H_6: $(REPqm(3) - REPqm(2)) > (FORqm(3) - FORqm(2))$

Nas questões médias, a diferença entre as proporções de acertos do Teste de Retenção para o Pós-teste do grupo RÉPLICA é maior que a diferença entre as proporções de acertos do Teste de Retenção para o Pós-teste do grupo FÓRMULA.

H_7: $(REPqd(3) - REPqd(2)) > (FORqd(3) - FORqd(2))$

Nas questões difíceis, a diferença entre as proporções de acertos do Teste de Retenção para o Pós-teste do grupo RÉPLICA é maior que a diferença entre as proporções de acertos do Teste de Retenção para o Pós-teste do grupo FÓRMULA.

H_8: REP(1) = FOR(1)

No Pré-teste, a proporção de acertos do grupo RÉPLICA é igual à proporção de acertos do grupo FÓRMULA.

H_9: REPqf(1) = FORqf(1)

Nas questões fáceis do Pré-teste, a proporção de acertos do grupo RÉPLICA é igual à proporção de acertos do grupo FÓRMULA.

H_{10}: REPqm(1) = FORqm(1)

Nas questões médias do Pré-teste, a proporção de acertos do grupo RÉPLICA é igual à proporção de acertos do grupo FÓRMULA.

H_{11}: REP(2) $>$ FOR(2)

No Pós-teste, a proporção de acertos do grupo RÉPLICA é maior que a proporção de acertos do grupo FÓRMULA.

H_{12}: REPqf(2) $>$ FORqf(2)

Nas questões fáceis do Pós-teste, a proporção de acertos do grupo RÉPLICA é maior que a proporção de acertos do grupo FÓRMULA.

H_{13}: REPqm(2) > FORqm(2)

Nas questões médias do Pós-teste, a proporção de acertos do grupo RÉPLICA é maior que a proporção de acertos do grupo FÓRMULA.

H_{14}: REPqd(2) > FORqd(2)

Nas questões difíceis do Pós-teste, a proporção de acertos do grupo RÉPLICA é maior que a proporção de acertos do grupo FÓRMULA.

H_{15}: REP(3) > FOR(3)

No Teste de Retenção, a proporção de acertos do grupo RÉPLICA é maior que a proporção de acertos do grupo FÓRMULA.

H_{16}: REPqf(3) > FORqf(3)

Nas questões fáceis do Teste de Retenção, a proporção de acertos do grupo RÉPLICA é maior que a proporção de acertos do grupo FÓRMULA.

H_{17}: REPqm(3) > FORqm(3)

Nas questões médias do Teste de Retenção, a proporção de acertos do grupo RÉPLICA é maior que a proporção de acertos do grupo FÓRMULA.

H_{18}: REPqd(3) > FORqd(3)

Nas questões difíceis do Teste de Retenção, a proporção de acertos do grupo RÉPLICA é maior que a proporção de acertos do grupo FÓRMULA.

Hipóteses secundárias:

H_{19}: REP(2) > REP(1)

No grupo RÉPLICA, a proporção de acertos obtida no Pós-teste é maior que a proporção de acertos obtida no Pré-teste.

H_{20}: REPqf(2) > REPqf(1)

No grupo RÉPLICA, a proporção de acertos obtida nas questões fáceis do Pós-teste é maior que a proporção de acertos obtida nas questões fáceis do Pré-teste.

H_{21}: REPqm(2) > REPqm(1)

No grupo RÉPLICA, a proporção de acertos obtida nas questões médias do Pós-teste é maior que a proporção de acertos obtida nas questões médias do Pré-teste.

H_{22}: REP(3) = REP(2)

No grupo RÉPLICA, a proporção de acertos obtida no Teste de Retenção é igual à proporção de acertos obtida no Pós-teste.

H_{23}: REPqf(3) = REPqf(2)

No grupo RÉPLICA, a proporção de acertos obtida nas questões fáceis do Teste de Retenção é igual à proporção de acertos obtida nas questões fáceis do Pós-teste.

H_{24}: REPqm(3) = REPqm(2)

No grupo RÉPLICA, a proporção de acertos obtida nas questões médias do Teste de Retenção é igual à proporção de acertos obtida nas questões médias do Pós-teste.

H_{25}: REPqd(3) = REPqd(2)

No grupo RÉPLICA, a proporção de acertos obtida nas questões difíceis do Teste de Retenção é igual à proporção de acertos obtida nas questões difíceis do Pós-teste.

H_{26}: FOR(2) > FOR(1)

No grupo FÓRMULA, a proporção de acertos obtida no Pós-teste é maior que a proporção de acertos obtida no Pré-teste.

H_{27}: FORqf(2) > FORqf(1)

No grupo FÓRMULA, a proporção de acertos obtida nas questões fáceis do Pós-teste é maior que a proporção de acertos obtida nas questões fáceis do Pré-teste.

H_{28}: FORqm(2) > FORqm(1)

No grupo FÓRMULA, a proporção de acertos obtida nas questões médias do Pós-teste é maior que a proporção de acertos obtida nas questões médias do Pré-teste.

H_{29}: FOR(3) = FOR(2)

No grupo FÓRMULA, a proporção de acertos obtida no Teste de Retenção é igual à proporção de acertos obtida do Pós-teste.

H_{30}: FORqf(3) = FORqf(2)

No grupo FÓRMULA, a proporção de acertos obtida nas questões fáceis do Teste de Retenção é igual à proporção de acertos obtida nas questões fáceis do Pós-teste.

H_{31}: FORqm(3) = FORqm(2)

No grupo FÓRMULA, a proporção de acertos obtida nas questões médias do Teste de Retenção é igual à proporção de acertos obtida nas questões médias do Pós-teste.

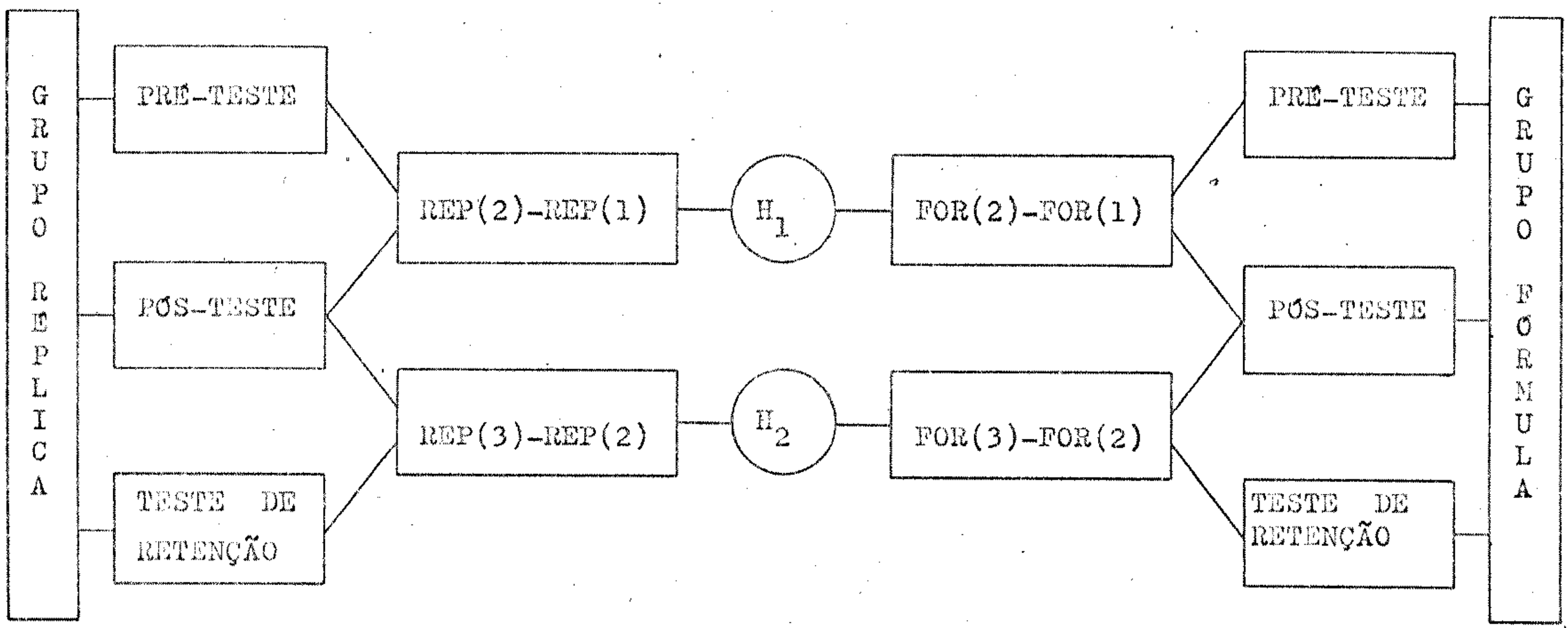
H_{32}: FORqd(3) = FORqd(2)

No grupo FÓRMULA, a proporção de acertos obtida nas questões difíceis do Teste de Retenção é igual à proporção de acertos obtida nas questões difíceis do Pós-teste.

Nos quadros 1, 2, 3 e 4 seguintes estão representados os posicionamentos de cada uma destas hipóteses, segundo os grupos REP e FOR, tipo de teste e de questão.

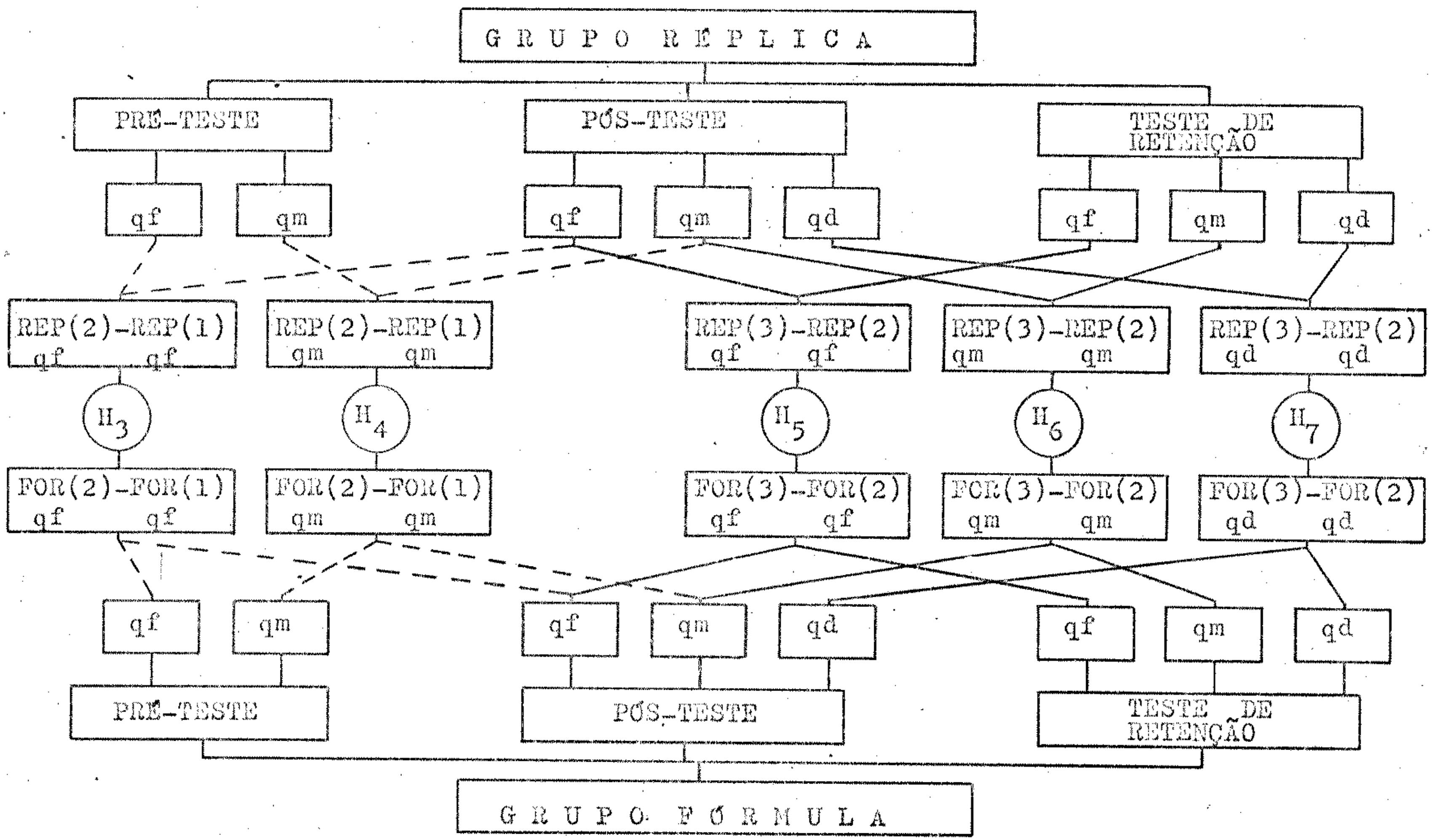
Quadro 1 : Comparação entre rendimentos dos grupos REP e FOR:

HIPÓTESES PRINCIPAIS.



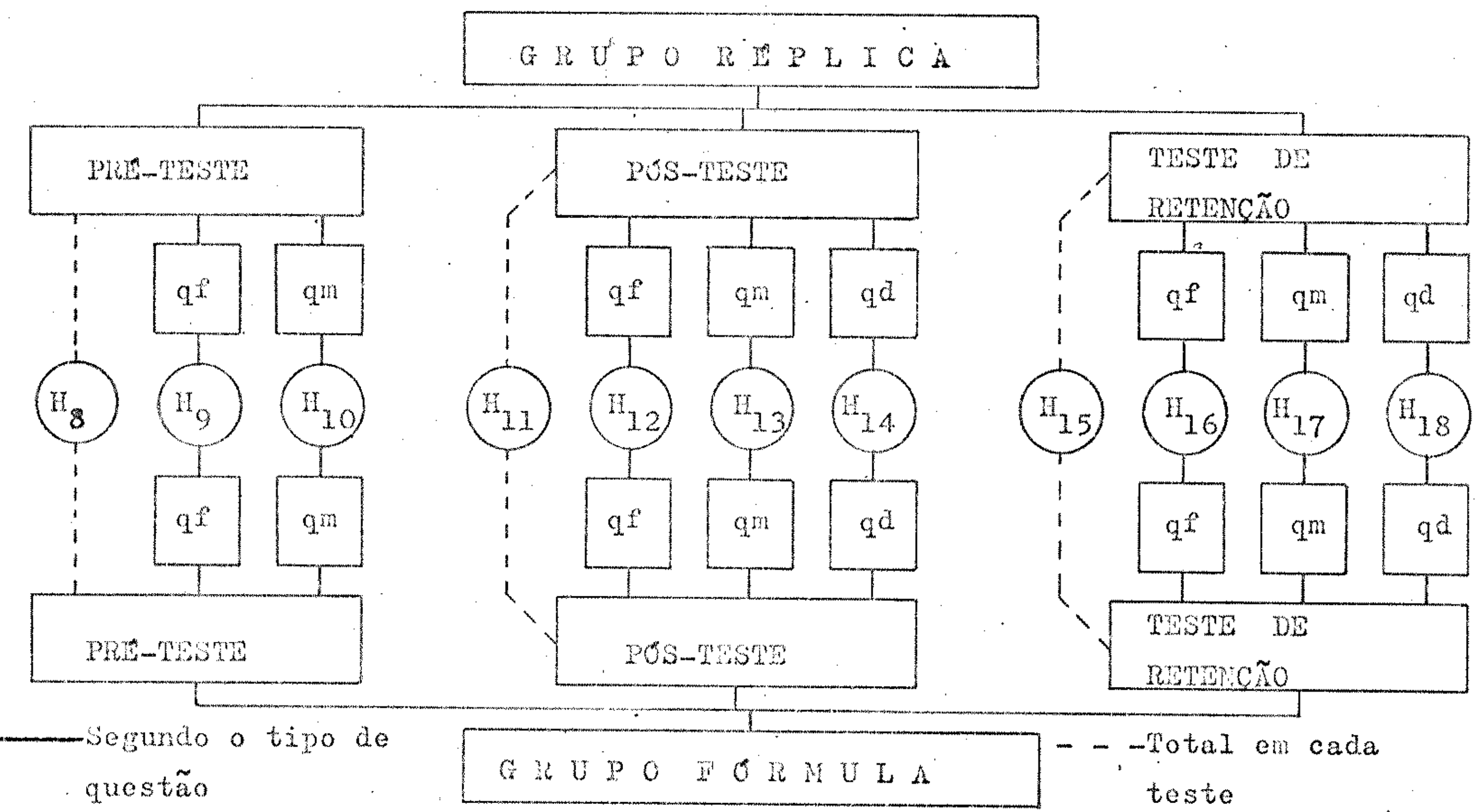
Quadro 2 : Comparação entre rendimentos dos grupos REP e FOR, segundo o tipo de teste e de questão:

HIPÓTESES PRINCIPAIS.



Quadro 3 : Comparação entre os grupos REP e FOR, segundo o tipo de teste e de questão:

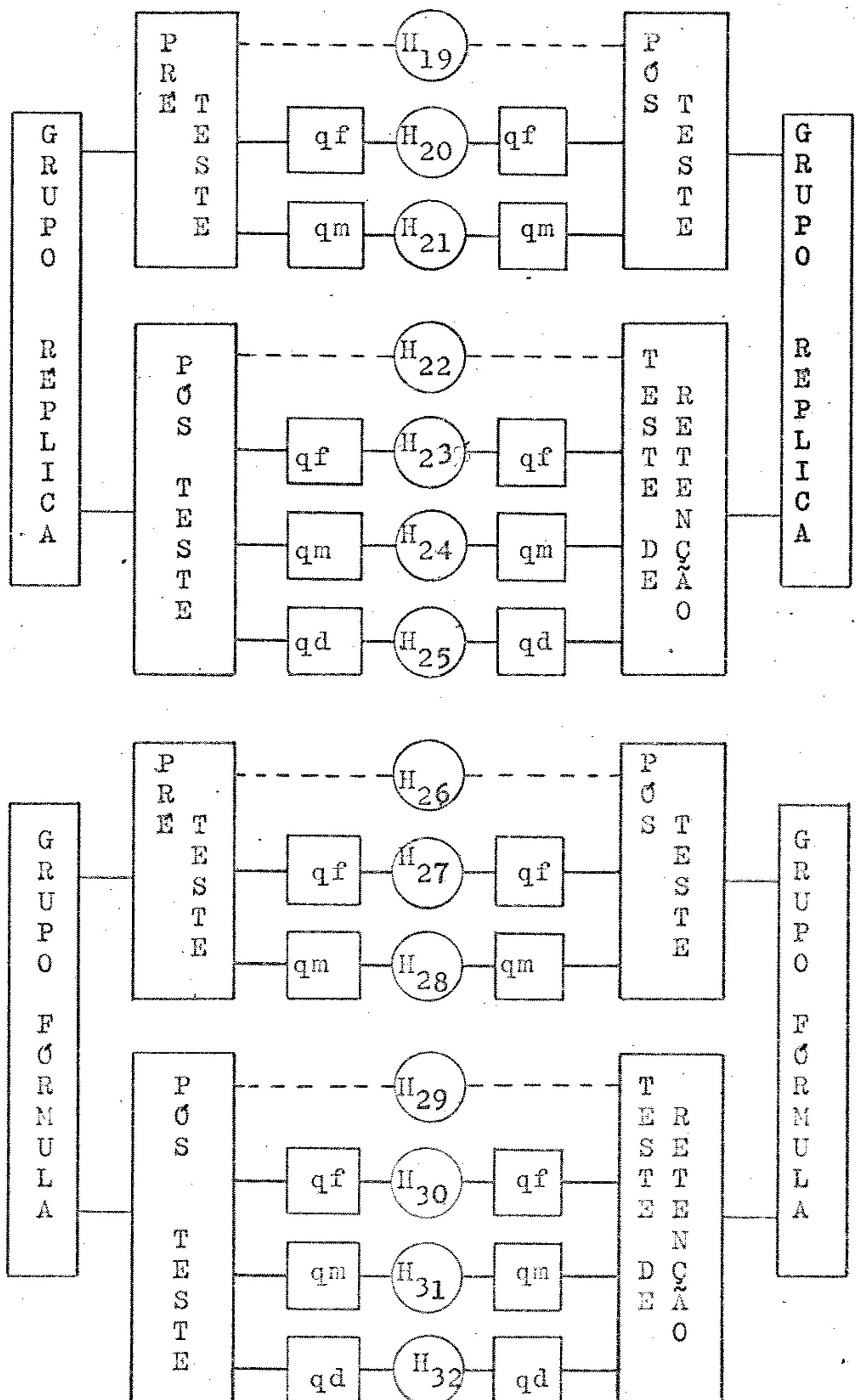
HIPÓTESES PRINCIPAIS



——— Segundo o tipo de questão

- - - Total em cada teste

Quadro 4 : Comparação intra-grupos, segundo o tipo de teste e de questão: HIPÓTESES SECUNDÁRIAS .



——— Segundo o tipo de questão.

- - -Totais em cada teste

4.6 Descrição do experimento

O experimento compôs-se de 36 etapas ordenadas, conforme se pode ver no fluxograma.(4). Essas etapas podem ser resumidas nas seguintes fases:

1a. fase: etapas de 1 a 15 - planejamento e preparo de material e seleção de escolas e turmas;

2a. fase: etapas de 16 a 18 - treinamento de professores, homogeinização das turmas, aplicação de testes e descrição da amostra;

3a. fase: etapas de 20 a 30 - tratamento;

4a. fase: etapas de 31 a 33 - pós-tratamento;

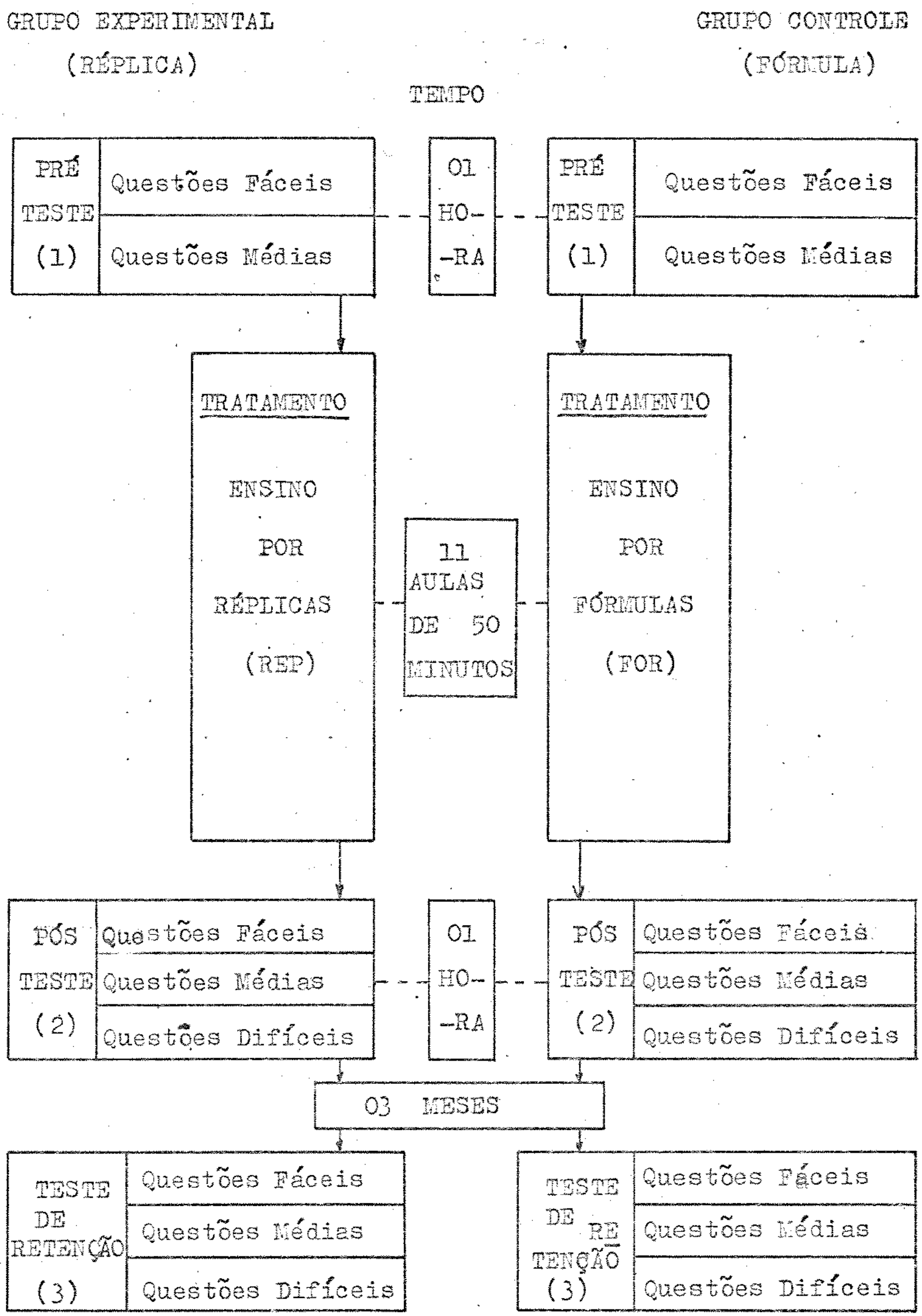
5a. fase: etapas 34 e 35 - análise interpretativa, conclusões.

O quadro seguinte resume as principais etapas do experimento, que foi realizado com alunos da 5a. série do 1º grau em três escolas do Distrito Federal.

---

(4) cf. anexo 1

Quadro 5 – Cronograma do Experimento



4.6.1 Primeira fase do experimento: planejamento e preparo de material, seleção de escolas e turmas.

4.6.1.1 Preparo de material para alunos-

Partindo do pressuposto de que a aprendizagem se dá mais facilmente quando o aprendiz executa a experiência que o conduz à descoberta de conceitos e relações, foi elaborado um conjunto de réplicas (5) de figuras planas para cada quatro alunos. Confeccionadas em cartolina colorida, baseava-se essencialmente na translação de partes da figura, preservando a equivalência de área. Com o auxílio deste material, os alunos podiam calcular a área de figuras novas, transformando-as em outras, cujo conhecimento já teria sido proporcionado.

4.6.1.2 Preparo de material para o professor-

Para o grupo Fórmula, o material a ser empregado pelo professor durante as aulas constou daquele que rotineiramente vinha sendo empregado, isto é, giz, quadro negro, régua.

(5) cf. anexo 2

Para o grupo Réplica foi confeccionado um conjunto de réplicas de madeira com cerca de 20 x 15 cm, para uso do professor, representando as principais figuras planas.(6)

Foram preparadas, também, seis folhas de 60 x 100 cm, que constituiram o álbum seriado do professor.(7)

4.6.1.3 Elaboração do roteiro de professor-

Com referência ao grupo Fórmula, a sequência programática, bem como as estratégias de ensino que deveriam ser empregadas pelos professores, seguiam as indicadas pelo roteiro do professor (8) cuja elaboração se baseou no livro que vinha sendo utilizado pelas três escolas.(9)

Tendo em vista a possibilidade dos professores que iriam ministrar as aulas do grupo Réplica não estarem familiarizados com o emprego de réplicas em suas aulas, fez-se necessária a elaboração de um roteiro de aulas para orientação do professor (10) em sala de aula durante o experimento, o qual constou de 11 etapas, que podem ser resumidas em três ítens: 1º) situações-problema relativas a perímetro de figuras planas (inclusive o da circunferência, surgindo então o π); 2º) situações-problema relativas a áreas das figuras

(6) cf. anexo 3
(7) cf. anexo 4
(8) cf. anexo 5, p. 15
(9) Osvaldo Sangiorgi, Matemática - Curso Moderno, 11a. ed. São Paulo, Editora Nacional, 1968, v. 1, p. 301-325
(10) cf. anexo 6

planas, e 3º) exercícios de aplicação dos conhecimentos adquiridos nas fases anteriores.

Estes exercícios ressaltavam:

- que figuras de formas diferentes podem possuir áreas iguais.(11) e (12)

- os pré-requisitos para se justificar o modo pelo qual se calcula o produto de duas frações. (13)

Estava, assim, completo o material necessário para o professor desempenhar sua missão.

4.6.1.4 Teste de conhecimento aritmético.

Ao longo das onze etapas em que se desenvolveria o tratamento, seria exigida a aplicação de conhecimentos sobre o conceito das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com inteiros ou racionais. Daí ser elaborado um teste (14) sobre esses conhecimentos, para se saber se os alunos já os possuíam ou não. Em caso negativo, seria necessário revê-los, dotando os alunos do conhecimento necessário a fim de que se evitasse um possível comprometimento dos resultados.

---

(11) cf. anexo 7
(12) cf. anexo 8
(13) cf. anexo 9
(14) cf. anexo 10

4.6.1.5 Preparo dos testes.

Os ítens que compuseram o Pré-teste (15) e o Pós-teste (16) foram elaborados pelo coordenador desta pesquisa, com a colaboração de três professores com 12 anos, em média, de experiência de magistério. O Teste de Retenção constituia-se dos mesmos ítens que o Pós-teste. Além do cuidado em classificar os ítens de acordo com o grau de dificuldade que apresentassem, procuraram também escolher, para cada alternativa, o resultado que tinha maior probabilidade de ser encontrado.

Os testes foram aplicados inicialmente nas 5as. séries dos Colégios D. Bosco e Sacré Coeur de Marie, ambos da rede de ensino particular de Brasília e, corrigidas as falhas apresentadas, assumiram a forma final, com a seguinte estrutura:

- as questões de número 1 a 6, exigindo do aluno reconhecimento, poderiam ser resolvidas diretamente com aplicação de fórmulas e foram categorizadas como "Fáceis";

- as questões de número 7 a 14, exigiam análise da situação-problema e só poderiam ser resolvidas através de percepção de transformação ou da compreensão de alguns conceitos ou propriedades, tendo sido categorizadas com "Médias";

---

(15) cf. anexo 11
(16) cf. anexo 12

- as questões de número 15 a 23 envolviam o uso simultâneo de dois ou mais dos requisitos exigidos para a solução das questões do tipo anterior, sendo que várias dessas soluções poderiam ser encontradas por mais de um caminho; estas foram chamadas "Difíceis" e, devido aos baixos resultados alcançados na sua fase de experimentação, fòram incluídas sòmente no Pós-teste.

Ao lado da aplicação dos testes nas escolas acima mencionadas, foi solicitada, através de uma ficha (17), a opinião sobre os testes a 10 professores com larga experiência de magistério. Este grupo contava com cinco licenciados em Matemática, os quais foram solicitados a opinar sobre a precisão e adequação de linguagem e conteúdo, sobre a validade e os tipos de questões (fáceis, médias e difíceis), bem como a respeito do teste sobre conhecimento aritmético. Os outros cinco professores só foram solicitados a opinar sobre a precisão e adequação da linguagem empregada, aproveitando a experiência que possuíam com relação ao magistério da primeir à quarta série do primeiro grau.

Os resultados obtidos (18) foram altamente favoráveis. Assim, os testes foram considerados aprovados, como instrumento discriminante de conhecimento na área em que seriam aplicados.

---

(17) cf. anexo 13
(18) cf. abexo 14

Terminada a preparação dos materiais necessáriso à realização do tratamento, passou-se para a escolha da série e seleção das escolas e turmas nas quais deveria ser aplicado.

4.6.1.6 Elaboração de questionário para levantamento de dados.

A fim de coletar dados para a caracterização de amostra, foi elaborado um questionário, cujos ítens focalizavam, essencialmente, os seguintes tópicos:

- mobilidade goegráfica, pois, conforme já se salientou no capítulo I, Brasília é uma área de características próprias, com referência a este aspecto;
- algumas informações de caráter pessoal consederadas relevantes para este estudo;
- dificuldade que os sujeitos estariam encontrando para aprender Matemática.

Após a aplicação, em caráter experimental, de 30 questionários numa turma de 5a. série do Colégio D.Bosco foram providenciadas as modificações indicadas pelo resultado, chegando-se, assim, à sua forma final. (19)

---

(19) cf. anexo 15

4.6.1.7 A escolha da série

A resolução nº 8 de 1º/12/1971 do Conselho Federal de Educação fixou a nomenclatura de Comunicação e Expressão, Estudos Sociais e Ciências para as áreas básicas do núcleo comum no Ensino Fundamental. Os objetivos destas três áreas do núcleo comum, foram expressos pelo mesmo Conselho através do Parecer 853/71 e Resolução nº 8/71, explicitando-se quanto a Ciências que se "deve visar" ao desenvolvimento do pensamento lógico".(20) Pautado por esta orientação, o Departamento de Ensino Fundamental da Fundação Educacional do Distrito Federal elaborou em 1973 o Programa do Ensino do 1º grau, estabelecendo, relativamente aos objetivos específicos da Matemática, o seguinte:

a) para a 1a. série:

"Distinguir os sólidos esfera, cubo e cilindro das figuras planas círculo, quadrado e triângulo";

b) para a 2a. série:

"Distinguir os sólidos esfera, cubo, cilindro e paralelepípedos dos quadriláteros quadrado, retângulo e losango";

c) para a 3a. série:

"Identificar através de situações problemas os

---

(20) Fundação Educacional do DF - Programa de Ensino de 1º grau, Brasília, DF, GDF-SEC, 1973, p. 1

conceitos de ponto, reta, semi-reta e curvas";

d) para a 4a. série:

"Identificar os conceitos reta, semi-reta e segmento de reta, triângulos e quadriláteros, identificar e usar medidas de superfície";

e) para a 5a. série:

"Distinguir com precisão a classificação quanto ao número de lados dos triângulos e quadriláteros, por meio de problemas; circunferência; efetuar o cálculo de perímetro e área das figuras planas e volume dos sólidos, através de situações reais".(21)

Porque se pretendia realizar um experimento que versasse sobre cálculo de áreas das figuras planas, foi escolhida a 5a. série. Bastava, então, decidir-se pelas escolas e turmas em que seria aplicado o tratamento.

4.6.1.8 Seleção de escolas e turmas

Mediante autorização da Coordenadoria do Departamento de Ensino de 1º grau da Secretaria de Educação do Governo do Distrito Federal, foram visitadas cinco escolas de 1º grau que contavam com turmas de 5a. série. A estas, foram acrescidas duas da rede de ensino particular. Todos os dire-

(21) Id.ibid, p. 33-48

tores destas escolas foram entrevistados com o objetivo de lhes informar os seguintes ítens relativos ao experimento:

- a que se propunha;
- para que serviria;
- quanto tempo duraria;
- como seria realizado:
  - . treinamento dos professores;
  - . aplicação de questionário de levantamento de dados
  - . homogeneização das turmas;
  - . aplicação de Pré-testes;
  - . tratamentos;
  - . aplicação do Pós-teste

Esse primeiro contato com as escolas tinha um duplo objetivo: obter o consentimento da direção para realização do experimento e informar se a escola contava com mais de duas turmas de 5a. série. Tal contato foi registrado na ficha QIA.(22).

Tendo em vista que todas as sete direções das escolas visitadas deram sua permissão para realização do experimento e que todas contavam com o mínimo de duas turmas de 5a. série, passou-se então à fase de seleção de turmas.

---

(22) cf. anexo 16

Inicialmente, os professores regentes das 5a. séries foram entrevistados um a um. Tal entrevista teve como objetivo obter as informações seguintes, que foram anotadas na ficha modelo Q1B. (23)

a) verificar se o ensino de áreas das figuras planas já havia sido ou estava sendo ministrado para essas turmas; em caso negativo, qual a previsão para seu início, qual a duração prevista e se deveria ou não incluir perímetro e área do círculo.

b) procedimentos utilizados no ensino de áreas das figuras planas, para as turmas de 5a. série, nos anos anteriores.

O estudo das informações (24) levou às seguintes conclusões:

1a.) o ensino de perímetro e área das figuras planas não havia sido iniciado em qualquer das turmas;

2a.) as escolas se dividiam em 2 grupos quanto ao número de horas/aula que pretendiam dedicar ao ensino dessa parte do programa: um primeiro, que planejou empregar uma semana e que passou a se chamar grupo A, e um segundo, que

(23) cf. anexo 17
(24) cf. anexo 18

planejou empregar duas semanas e que passou a de chamar grupo B.

Tendo em vista que:

1º) para a realização do experimento seriam necessárias duas semanas e este período só estava previsto para as turmas do grupo B;

2º) o método empregado pelos professores das turmas do grupo B para ensinar áreas era semelhante, isto é, eram utilizadas fórmulas, não sendo ensinados simultaneamente perímetro e área;

3º) as turmas do grupo B seguiam o mesmo livro didático (o que facilitaria a realização do experimento referente ao grupo Fórmula);

4º) as escolas das turmas do grupo B dispunham praticamente do mesmo material didático (giz e quadro-negro);

optou-se pelas turmas do grupo B, com 168 alunos, as quais pertenciam às seguintes escolas:

ESCOLA	LOCALIZAÇÃO
Escola Classe 204 Sul	Plano Piloto
Escola Classe 111 Sul	Plano Piloto
Escola Experimental da Escola Normal de Taguatinga(CEMAB)	Taguatinga

Essas escolas foram codificadas respectivamente por E1, E2 e E3. Em cada escola, houve um sorteio para a escolha da turma que seria designada para receber determinado tratamento.

Esses professores foram entrevistados (25),e os dados coletados (26) revelaram o seguinte:

1) nehum dos três professores cursou ou estava cursando licenciatura em Matemática, sendo que os das escolas E1 e E2 cursavam letras;

2) todos eles completaram o curso normal, sendo que o professor da escola E2 completou também o antigo curso científico;

3) todos contavam com mais de 5 anos de experiência de magistério;

4) nehum deles considerava a 5a. série como a preferida para lecionar.

Devendo as aulas ser ministradas pelos próprios professores das escolas escolhidas para a realização do experimento e tendo em vista que a metodologia empregada nas turmas experimentais seria diferente da utilizada até então, fez-se necessário proceder ao treinamento desses elementos.

(25) cf. anexo 19
(26) cf. anexo 20

4.6.2 Segunda fase do experimento: treinamento de professores, homogeneização das turmas, aplicação de testes de medida e descrição da amostra.

4.6.2.1 Treinamento de professores-

Esse treinamento se deu em três encontros: no primeiro, foram analisados os objetivos a serem atingidos, as diferenças existentes entre os dois tratamentos a serem ministrados e os tipos de testes (27) a serem aplicados; o segundo constituiu-se de estudo individual do "roteiro do professor" (28), com o emprego paralelo do conjunto de réplicas do professor; no terceito, foram esclarecidas as dúvidas surgidas durante o estudo do roteiro do professor. Após esses três encontros, proporcionou-se uma sessão de treinamento com relação à aplicação de testes, através da observação de aplicação, realizada pelo coordenador de pesquisa, nas escolas Colégio D. Bosco e Colégio Sacré Coeur de Marie.

Outro cuidado tomado nesta fase preparatória foi quanto à homogeneização da amostra, no que se refere a conhecimentos sobre Matemática.

(27) cf. anexo 13, 14
(28) cf. anexo 6

4.6.2.2- Homogeneização das turmas-

Os programas, em geral, apresentam os seguintes pré-requisitos para o ensino do conceito e cálculo de áreas das figuras planas:

a) reconhecer a figura, independente de sua posição;

b) diferenciar figura plana de sólido geométrico;

c) dada uma figura, reconhecer base, altura, lado, diagonal e tipo de ângulos;

d) conceituar multiplicação de números inteiros no conjunto Z.

e) efetuar as quatro operações fundamentais em Z.

Aos autores de manuais, em geral, convém que o aluno saiba classificar triângulos e trapézios, conforme seus lados e ângulos.

Tentando homogeneizar as turmas quanto ao conteúdo, antes da realização do experimento, foi elaborado um rol de ítens que cobria os pré-requisitos acima mencionados, a fim de servir de orientação uniforme aos professores.(29)

Dois dias foram reservados para que cada professor promovesse essa homogeneização, tendo sido aplicado, no segundo dia, um exercício de avaliação a respeito do reconhecimento dealtura, pré-requisito para o cálculo de área.(30)

(29) cf. anexo 21
(30) cf. anexo 22

Com os professores treinados e as turmas momogeneizadas, passou-se à aplicação dos testes.

4.6.2.3. Aplicação de questionários e testes

Todos eles foram aplicados pelos professores das respectivas turmas, já devidamente treinados para essa tarefa.

O questionário de levantamento de dados (31) foi o primeiro a ser aplicado, na ante-véspera do início do tratamento propriamente dito, seguindo-se o teste referente a conhecimentos, que a amostra trazia, sobre Matemática.

Na v'spera do início do tratamento, foi o Pré-teste, com a duração de 50 minutos, aplicado nos alunos, pelos próprios professores das turmas.

De posse dos dados coletados antes do início do tratamento, já se podia descrever os indivíduos, o que viria responder à pergunta: " que tipo de aluno iria receber o tratamento ?".

Os gráficos seguintes mostram como se distribuíram os indivíduos por condição experimental, sexo, idade, e escola, segundo os dados das tabelas 1 e 2 (32)

(31) cf. anexo 15
(32) cf. anexo 23

Gráfico 3 - Distribuição dos indivíduos do grupo RÉPLICA, segundo sexo, idade e escola.

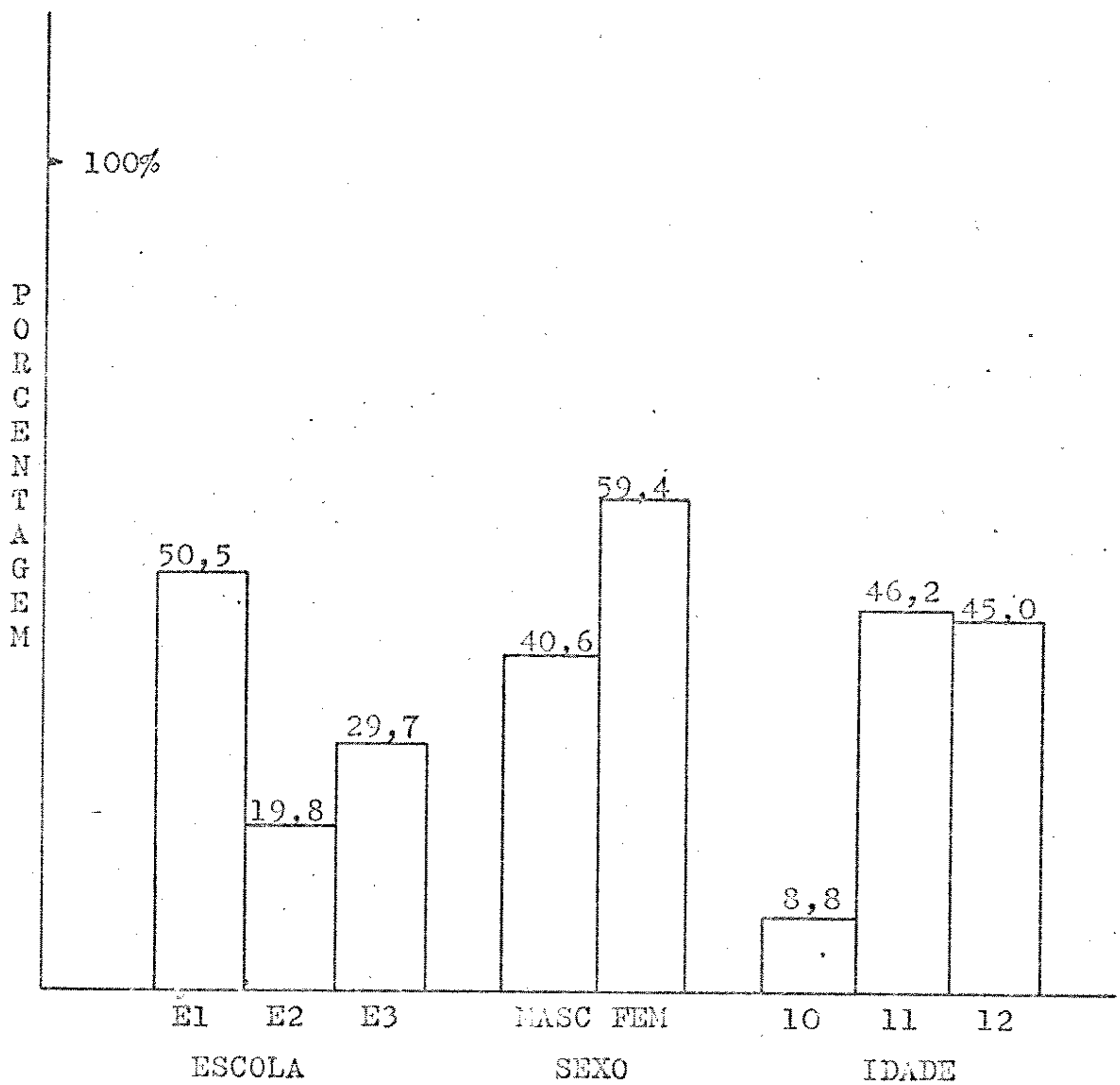
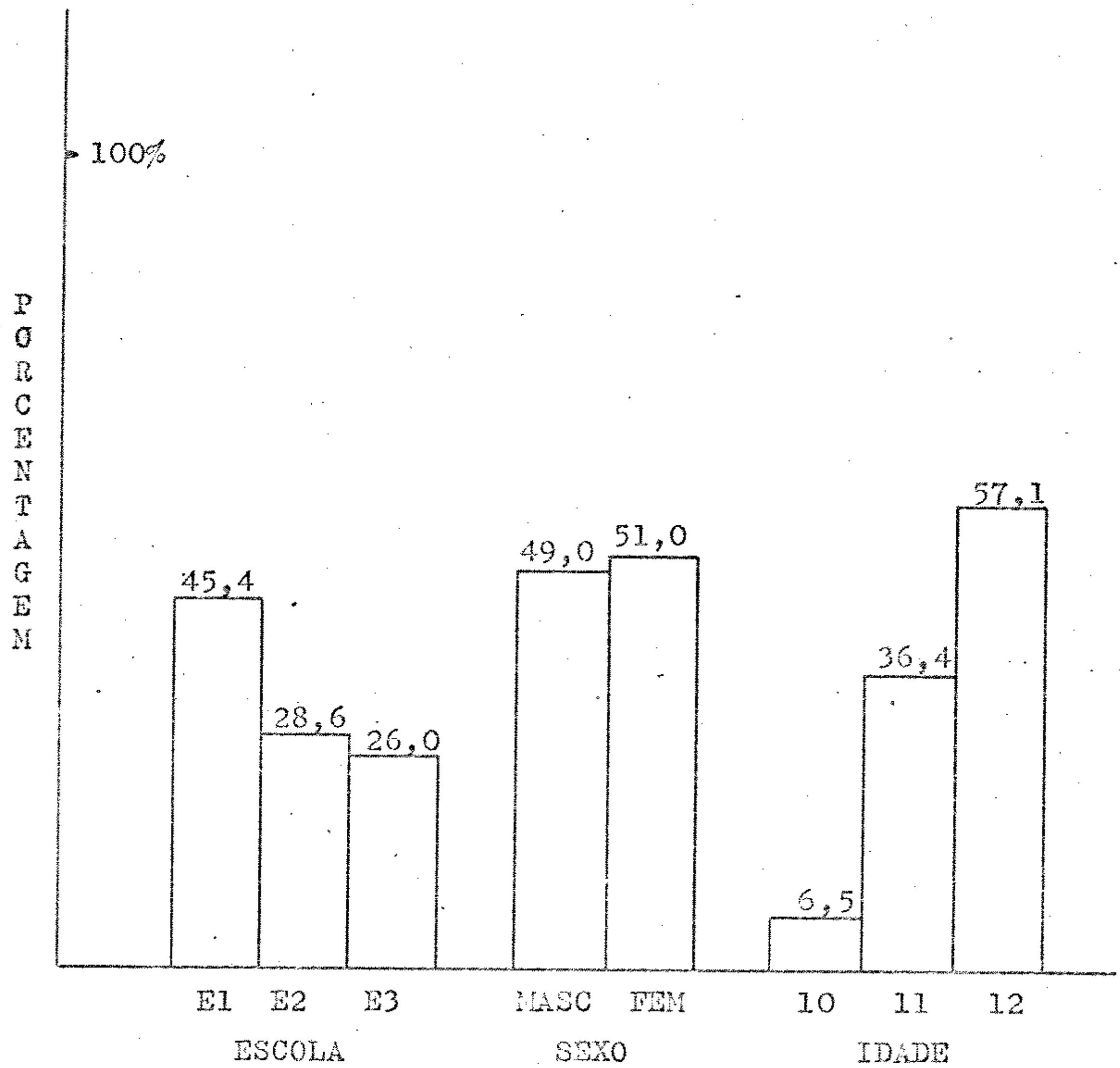


Gráfico 4 - Distribuição dos indivíduos do grupo FÓRMULA, segundo sexo, idade e escola.



4.6.2.4 - Descrição da amostra

4.6.2.4.1 Distribuição dos sujeitos por idade, migração, reprovação em Matemática e nível sócio-econômico.

Os 168 sujeitos, de modo geral, podem assim ser caracterizados:

1º) 42% dos alunos situavam-se na faixa dos 11 aos 12 anos e 50% estavam na faixa dos 12 aos 13 anos;

2º) com referência à migração, 76% não nasceram no Distrito Federal, 55% já haviam freqüentado de 3 a 5 escolas, 15% dos matriculados na 5a. série, cursavam desde a 1a. série a mesma escola, 40% estavam matriculados há um ano nessa escola;

3º) com relação à Matemática, 66% a consideravam como uma disciplina difícil; 11% já havia sido reprovado nessa disciplina.

4º) quanto ao nível sócio-econômico os indivíduos assim se distribuiam:-
estrato superior, 21,15% ; estrato médio 65,39%; estrato inferior, 13,46%.(33)

Esses sujeitos foram distribuídos em duas condições experimentais, respeitando-se a distribuição pré-existente dos alunos em agrupamentos de classe. Em conseqüência, os sujeitos não foram designados aleatoriamente para as diferentes condições experimentais. A fim de minimizar as possíveis conseqüências dessa limitação no presente estudo, procurou-se verificar se as turmas designadas para as duas condições experimentais apresentavam alguma diferença antes da

(33) Os níveis foram estabelecidos segundo esquema que corresponde a uma versão modificada da hierarquia de prestígio utilizada por Bertram Hutchinson, "Mobilidade e Trabalho", Rio de Janeiro, MEC-INEP, Centro de Pesquisas Educacionais, 1960. p. 461. As sete posições determinadas, foram agrupadas em categorias mais amplas, a fim de se poder melhor estudar possíveis associações com outras variáveis. Com base no estuto de A.S.Gouveia e R.J.Havighurt, Ensino Médio e Desenvolvimento, São Paulo, Universidade de São Paulo, Ed. Melhoramentos, 1969, p. 237, juntaram-se as categorias 1 e 2 - 3 e 4 - 5, 6 e 7 - as quais correspondem respectivamente aos estratos "superior","médio" e "inferior". Para maiores informações sobre nível sócio-econômico dos sujeitos, veja-se anexo 24.

aplicação do tratamento.

Atendendo a esta necessidade, foram feitas as seguintes análises:

1) Comparação entre os 2 grupos, segundo sexo, idade e escola; recorreu-se ao teste Qui-quadrado.
2) Comparação entre os 2 grupos, segundo a média em Matemática durante o ano em que foi realizado o experimento; utilizou-se o teste t de Student.
3) Comparação entre o desempenho dos grupos, no teste de Conhecimentos Aritméticos, cujo objetivo, foi o de medir a presença de homogeneidade de pré-requisitos básicos:
4) Análises de Variância em relação às variáveis: média no teste de conhecimento Aritmético, condição experimental, sexo, idade e escola.

4.6.2.4.2 Teste de equivalência entre os grupos RÉPLICA e FÓRMULA.

A análise dos dados das tabelas 1 e 2 (34) através da aplicação do teste X^2(qui-quadrado) conduziu aos seguintes resultados:

(34) cf. anexo 23

Para condição experimental (Grupos RÉPLICA e FÓRMULA) e sexo,

$X_1^2 = 0,95$, não significativo ao nível de 5% ;

Para condição experimental e idade,

$X_2^2 = 2,44$, não significativo ao nível de 5% ;

Para condição experimental e escola,

$X_2^2 = 1,77$, não significativo ao nível de 5%. Isto permite concluir que os sujeitos pertencentes a quaisquer das condições experimentais provêm da mesma população.

Quanto aos dados obtidos pela pergunda "Você é repetente nessa série?" (35), o mesmo pode ser dito da amostra uma vez que o valor $X_1^2 = 0,77$ não é significativo ao nível de 5% de acordo com os dados apresentados pela tabela 4 .

TABELA 4

Condição experimental e repetência.

Condição	Repetente	Não-repetente	TOTAL
RÉPLICA	8	83	91
FÓRMULA	11	66	77
TOTAL	19	149	168

(35) cf. anexo 15 - Questão nº 11

4.6.2.4.3 Condição experimental e média em Matemática.

Os dados obtidos através da pergunta "qual é sua média em Matemática neste ano?" estão apresentados na Tabela 5 .

TABELA 5

Distribuição de indivíduos por média em Matemática, no ano em que se desenvolveu a pesquisa, e Condição Experimental.

MÉDIA	CONDIÇÃO FÓRMULA	CONDIÇÃO RÉPLICA	TOTAL
de 0 a 2,0	1	0	1
de 2,1 a 4,0	0	0	0
de 4,1 a 6,0	17	22	39
de 6,1 a 8,0	22	26	48
de 8,1 a 10	16	24	40
não sabe	21	19	40
sem resposta	0	0	0
TOTAL	77	91	168

A média do grupo designado para a condição experimental "com fórmula" foi $\overline{X}_F = 6,86$ e o desvio padrão $S_F = 3,82$

A média obtida pelo grupo designado para a condição experimental "com réplica" foi $\overline{X}_R = 7{,}06$, e o desvio padrão $S_R = 1{,}52$. Os grupos não apresentaram diferenças significativas quanto à média das "médias em Matemática" ($t=-0{,}67$, $p = 0{,}05$, bicaudal).

4.6.2.4.4 Condição experimental "Conhecimento aritmético".

O teste sobre conhecimentos aritméticos, aplicado dois dias antes do início do tratamento, consistia de questões sobre tópicos, a respeito da Aritmética, que os alunos da 5a. série já deveriam conhecer.

Os resultados obtidos estão apresentados na tabela 6 .

TABELA 6 .

Médias e variâncias relativas a conhecimentos aritméticos por condição experimental.

CONDIÇÃO EXPERIMENTAL	número de sujeitos	médias	desvio padrão
Réplica	91	6,736	2,611
Fórmula	77	6,207	2,857

$H_0 : \overline{X}_{rep} = \overline{X}_{for}$ $\quad t = 1{,}26$ (NS)

$H_1 : \overline{X}_{rep} \neq \overline{X}_{for}$ $\quad F = 1{,}20$

Os valores t = +1,26 bem como F = 1,20 , ambos não significativos, permitem concluir que, relativamente a "conhecimentos aritméticos", o grupo "Réplica" não difere significativamente do grupo "Fórmula" nem quanto à média nem quanto à dispersão.

4.6.2.4.5 Condição experimental e sexo.

Teriam os quatro sub-grupos REP masculino, REP feminino, FOR masculino e FOR feminino variâncias iguais com relação à variável independente "conhecimentos aritméticos"?

TABELA 7

Médias e variâncias relativas a "conhecimentos aritméticos" por condição experimental e sexo.

Subgrupo	Média	Desvio Padrão
Com réplica, sexo masculino	6,864	2,72
Com réplica, sexo feminino	6,648	2,56
Com fórmula, sexo masculino	6,157	2,20
Com réplica, sexo feminino	6,256	3,41

O valor $X_3^2 = 7,83$ encontrado pelo teste de Bartlett, que corrigido é $X_3^2 = 7,75$, permite a conclusão de que os quatro subgrupos considerados não diferem significativamente quanto à variância. O mesmo se pode afirmar sobre as médias, onde, numa análise de variância preliminar, o cálculo de F deu menor do que 1. A tabela 8 resume a análise de variância eralizada com o ajustamento da linha de regressão.

TABELA 8

Análise de variância: condição experimental e sexo.

Fonte	G.L.	Sôma dos Quadrados	Quadrado Médio	F.
Condição Experimental	1	11,830	11,840	1,573
Sexo	1	0,145	0,145	· 1
Interação	1	0,891	0,988	. 1
Resíduo	164	-	7,519	-

Como nenhum dos valores de F é significativo, conclui-se que nenhuma das variáveis (condição experimental e sexo) afeta significativamente a "conhecimentos aritméticos"

4.6.2.4.6 Condição experimental e idade.

Os dados relativos a "conhecimentos aritméticos" segundo a condição experimental e a idade estão na tabela9 .

TABELA 9

Médias e variâncias relativas a "conhecimentos aritméticos" por condição experimental e idade.

Subgrupo	Média	Desvio Padrão
Réplica, 10 anos	6,250	3,85
Réplica, 11 anos	7,119	1,97
Réplica, 12 anos	6,439	2,92
Fórmula, 10 anos	6,800	3,70
Fórmula, 11 anos	6,464	2,41
Fórmula, 12 anos	5,977	3,06

Com respeito à homogeneidade de variância, aplicado o teste de Bartlett, foi encontrado o valor $X_5^2 = 12,60$ ou X_5^2(corrigido) = 12,20 , que é significativo a 5%, indicando, portanto, existir diferenças significativas entre os subgrupos analisados.

O mesmo não acontece com relação às médias da variável "conhecimentos aritméticos". Os dados relativos à análise de variância constam da tabela 10 .

TABELA 10

Análise de variância: condição experimental e idade.

Fonte	G.L.	Soma dos quadrados	Quadrado médio	F
Condição Experimental	1	8,892	8,8920	1,184
Idade	2	12,829	6,4145	0,854
Interação	2	3,7666	1,883	0,25
Resíduo	162	1216,739	7,51	-

Como nenhum valor de F é significativo, conclui-se que "conhecimentos aritméticos" não são afetados pela condição experimental, nem pela idade.

4.6.2.4.7 Condição experimental e escola.

Os dados relativos a "conhecimentos aritméticos", segundo a condição experimental e a escola estão na tabela 11.

TABELA 11

Médias e variâncias relativas a "conhecimentos aritméticos", por condição experimental e escola.

Subgrupo	Média	Desvio Padrão
Réplica - E1	6,021	2,59
Réplica - E2	8,333	2,38
Réplica - E3	6,888	2,36
Fórmula - E1	4,600	2,06
Fórmula - E2	8,454	2,35
Fórmula - E3	6,597	2,87

Os subgrupos da tabela anterior não apresentam diferenças significativas com relação à variância, uma vez que o resultado do cálculo do qui-quadrado é $X_5^2 = 3,69$.

TABELA 13

Diferença de médias por condição experimental e escola.

	Nível de Confiança	Limite máximo	Diferença entre médias
E1 / E2	1%	1,325	2,312''
REP E1 / E3	1%	1,450	0,867
E2 / E3	1%	1,156	1,445
E1 / E2	1%	1,297	3,854''
FOR E1 / E3	1%	1,474	1,95 ''
E2 / E3	1%	1,336	1,904''
E1 REP/FOR	1%	1,07	1,421''
E2 REP/FOR	1%	1,515	0,121
E3 REP/FOR	1%	1,407	0,338

Os dados da tabela indicam que:

a) todos os grupos designados para a condição experimental "FÓRMULA" apresentam diferenças significativas entre si (nível de 1%);

b) com referência aos grupos "RÉPLICA", somente os das escolas E1 e E2 diferem significativamente -(nível de 1%)

c) somente a escola E1 apresentou diferença significativa entre os grupos designados para "RÉPLICA ou "FÓRMULA" (nível de 1%) a favor da "RÉPLICA".

4.6.2.4.8 Condição experimental e nível sócio-econômico.

Nos grupos RÉPLICA e FÓRMULA das três escolas houve predominância do estrato II, com exceção do grupo RÉPLICA da escola E2, onde predominou o estrato I. As tabelas de distribuição dos alunos quanto ao nível sócio-econômico constam do anexo 24.

4.6.2.4.9 Conclusões

1a.) A análise de significância da diferença entre sexo, idade, escola e repetência indica que os grupos designados para a condição experimental "RÉPLICA" ou "FÓRMULA" provêm da mesma população, não havendo, portanto, diferenças significativas entre elas.

2a.) Dois terços da amostra consideram a Matemática como uma disciplina difícil, sendo que 11% dos sujeitos já haviam sido reprovados pelo menos uma vez.

3a.) Com relação à "média em Matemática", os grupos "RÉPLICA" ou "FÓRMULA" provêm da mesma população, quando analisados globalmente.

4a.) Quanto a "conhecimento aritmético", os grupos experimentais quando analisados globalmente, provêm de uma mesma população; dos sub-grupos, o RÉPLICA da escola E1 é o que apresentou melhor desempenho.

5a.) Quanto ao nível sócio-econômico, há predominancia do estrato II nos grupos RÉPLICA e FÓRMULA das três escolas, com exceção do grupo RÉPLICA da escola E2, no qual predomina o estrato I.

4.6.3 Terceira fase do experimento:
O tratamento

Durante os onze dias letivos que se seguiram à aplicação do Pré-teste, em novembro de 1973, aplicou-se tratamento, o qual colocava em destaque os seguintes tópicos:

- diferença entre perímetro, superfície e área;
- cálculo do perímetro de figuras planas;
- cálculo do comprimento da circunferência;
- cálculo da área do retângulo;
- justificativa geométrica para a propriedade distributiva com relação à adição;
- justificativa geométrica para a adição de números;
- invariabilidade de áreas, através da translação de partes da superfície;

- cálculo da área do paralelogramo;
- cálculo da área do triângulo;
- variabilidade da área em função da variação de um dos lados do retângulo;
- cálculo da área do losango;
- cálculo da área do trapézio;
- cálculo da área do polígono regular e do círculo;

De modo geral, cada um desses tópicos correspondeu a uma etapa. Como se pode observar nos anexos, as duas primeiras etapas, que se referiam à aprendizagem sobre perímetro abrangeram tanto o grupo RÉPLICA como o grupo FÓRMULA.

Como se pode notar, as remissões para os anexos, inseridas na descrição da Ia. e da 2a. etapas, bem como toda a descrição da 3a. etapa e seguintes referem-se somente ao grupo RÉPLICA. Isto se deve não só ao fato de o texto e os procedimentos próprios ao grupo FÓRMULA já serem largamente conhecidos, mas sobretudo porque, na perspectiva deste trabalho, haver necessidade de se tornar clara a nova alternativa apresentada, isto é, aquela que se propõe ao grupo RÉPLICA.

4.6.3.1 Primeira etapa: perímetro e área de polígonos.(36)

Tinha como objetivo fazer o aluno recordar o que é perímetro de uma figura, regular ou não, aprender o que é área e com quais unidades de medida ela pode ser explicitada. Deveriam ficar bem evidenciadas as diferenças entre superfície, perímetro e área, através da situação-problema proposta (37), das atividades dos alunos e dos exercícios orais e escritos.(38) As principais figuras deveriam também ser reconhecidas.

4.6.3.2 Segunda etapa: cálculo do perímetro de polígonos.(39)

Deram-se, aqui, atividades experimentais para todos os alunos. Atuando em grupos de 4 elementos, os alunos eram solicitados a medir os lados da réplica recebida (40), e, então, calcular seu perímetro. Após essa fase de manuseio de réplica, solicitava-se o cálculo dos perímetros das figuras apresentadas através do álbum seriado (41), passando-se, assim a uma atividade mais abstrata que a do manuseio. Aqui

(36) cf. anexo 6, p. 44
(37) cf. anexo 6, p. 44
(38) cf. anexo 6, p. 46
(39) cf. anexo 6, p. 47
(40) cf. anexo 3, p. 11
(41) cf. anexo 4, p. 13

surgia a necessidade e a dificuldade do cálculo do perímetro do círculo. Tal estudo seria realizado na 3a. etapa.

Seguiu-se a aplicação do conceito de perímetro que, auxiliado pela reversibilidade da operação adição, permitia encontrar soluções para os problemas propostos. Dentre estes, o sétimo (42) admitia várias soluções em Z, propiciando aos alunos soluções individuais e distintas entre si.

Da terceira etapa em diante, tendo como tema aprendizagem sobre área, os tratamentos se diferiram. Para o grupo FÓRMULA, o professor, seguindo a seqüência proposta pelo roteiro elaborado (43), utilizou as seguintes estratégias:

- desenhava no quadro negro a figura cuja área desejava que os alunos calculassem;

- por decomposição e/ou translação de partes da figura, transformava a figura dada numa outra cujo cálculo da área já era conhecido pelos alunos;

- escrevia no quadro negro, a conclusão que a atividade anteriormente citada indicava, primeiramente em linguagem discursiva e, em seguida, em linguagem simbólica matemática. Surgiam assim, a regra e a fórmula, respectivamente;

- escrevia, também, no quadro negro, em linguagem simbólica, como se deveria proceder para ser calculada a base ou a altura da figura em estudo, uma vez conhecida sua área. Ressaltava, portanto, o emprego da operação inversa;

(42) cf. anexo 6, p. 49
(43) cf. anexo 5

- enunciava os exercícios a serem resolvidos e dava um tempo para os alunos pensarem; então, resolvia o primeiro deles e chamava alguns alunos para, no quadro negro, resolverem os outros;

- no início das aulas era colocado no quadro negro um resumo contendo as fórmulas das figuras cujo cálculo da área já tinha sido ensinado.

Para o grupo RÉPLICA, ao professor caberia:

- substituir os desenhos das figuras planas, no quadro negro, pelas respectivas réplicas confeccionadas em cartolina, as quais deviam ser manipuladas pelos alunos;

- orientar aos alunos para que, com o auxílio das réplicas, encontrassem suas próprias soluções aos problemas propostos;

- selecionar dentre as diferentes soluções apresentadas pelos alunos, as plausíveis;

- dar oportunidade aos alunos de mostrarem a todos seus colegas as soluções plausíveis encontradas.

Tendo em vista a diferença de tratamento a ser ministrado aos grupos FÓRMULA e RÉPLICA, da terceira à décima primeira etapa, e também o fato dos professores não estarem habituados a trabalhar sob a orientação adotada para o grupo RÉPLICA, fez-se necessário a elaboração de um texto para este grupo, correspondentemente ao texto encontrado no livro utilizado pelo grupo FÓRMULA. Sobre o texto que explicita as instruções para atuação do grupo RÉPLICA, algumas informações específicas a cada uma das etapas se fazem convenientemente aqui constar. São elas:

4.6.3.3 Terceira etapa: cálculo do comprimento da circunferência(para grupo REP)(44) cálculo do comprimento da circunferência, (para grupo FOR) (45)

Como pré-requisito, foi recordado que se $\frac{a}{b} = c$, então $a = b \times c$

Nesta etapa, medindo objetos circulares ou cilíndricos, os alunos realizaram experiências que objetivaram conduzí-los a descobrir um modo de calcular o perímetro de um círculo. Assim foi que, medindo o perímetro de cada objeto (com o auxílio de um barbante posteriormente retificado sobre uma régua) e dividindo-o pelo respectivo diâmetro, encontraram uma constante de valor 3,1. A essa constante chamou-se π .

Uma vez obtido experimentalmente que $\frac{\text{perímetro}}{\text{diâmetro}} = 3{,}1$, ficou fácil perceber que perímetro = 3,1 x diâmetro (tendo em vista o pré-requisito mencionado no início desta etapa) e também como surgiu e qual o significado de π .

Desse modo, foi dado por encerrado o estudo dos pe

(44) cf. anexo 6, p. 49
(45) cf. anexo 5, p. 22

rímetros das figuras planas. Seguiu-se estudo das áreas dessas figuras.

4.6.3.4 Quarta etapa: cálculo da área do retângulo (para grupo REP) (46)
cálculo da área do polígono (para grupo FOR) (47)

É uma etapa importante, pois a essa altura o aluno devia descobrir que, para se calcular a área de um retângulo, não é necessário contar unidade por unidade de área distribuída sobre a superfície, bastando multiplicar as dimensões dos lados diferentes. Implicitamente, fica relacionado o conceito de multiplicação, estudado em aritmética, com o de área agora estudado em geometria.

Sabendo calcular a área de retângulo, o aluno podia redescobrir algumas propriedades aritméticas, geométricas ou algébricas. Uma delas era esta: "um produto fica dividido por um número (diferente de zero) se apenas um dos fatores for dividido por esse número", isto é, se $c \neq 0$, então $\frac{a x b}{c} = \frac{a}{c} x b$ ou $\frac{a x b}{c} = a x \frac{b}{c}$, para todo $a, b, c \in R$.

Os experimentos propostos no roteiro do professor (48) visam propiciar rapidamente, aos alunos, uma percepção

(46) cf. anexo 6, p. 51
(47) cf. anexo 5, p. 24
(48) cf. anexo 6, p. 55

de que a variação da área se dá diretamente proporcional à variação da base ou da altura. Assim, depois de passarem pela experiência com a multiplicação, esses alunos teriam maior facilidade para compreender a propriedade que envolve a divisão, a qual não deve necessáriamente ser ensinada na 5a. série.

Semelhantemente, podiam os alunos chegar à descoberta de como efetuar o produto de dois números racionais (49) o que evitaria perguntas tais como: "por que $\frac{2}{3} \times \frac{4}{7}$ dá $\frac{8}{21}$?". Para se agingir tal objetivo, foram propostos os exercícios da folha E2 (50), entremeados com a instrução dirigida através de perguntas. Desse modo, os alunos eram levados a concluir que $\frac{8}{21}$ é a área de um retângulo que mede $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{7}$.

4.6.3.5 Quinta etapa: justificativa de propriedades aritméticas e algébricas(grupo REP) (51)
cálculo da área do retângulo(para grupo FOR) (52)

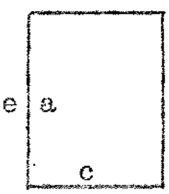
Fatoração, propriedades das operações e o teorema de Pitágoras são tópicos básicos nos programas de Matemática e podem ser ensinados através do cálculo de áreas de retângu

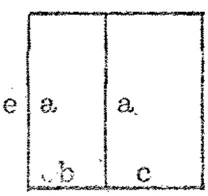
(49) cf. anexo 6, p. 56
(50) cf. anexo 6, p. 58
(51) cf. anexo 6, p. 60
(52) cf. anexo 5, p. 27

los.

A primeira experiência desta etapa consistiu em uma preparação para que o aluno pudesse compreender a distributividade da multiplicação, isto é, $a \times (b + c) = axb + axc$ com $a, b, c \in \mathbb{R}$, ou então, se apresentada na ordem inversa, um problema de fatoração que seria $axb + axc = a \times (b + c)$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$, ou seja, colocar o elemento a em evidência. Isso foi feito, através do cálculo das áreas das partes da réplica de número 5a (53), primeiramente em conjunto e depois coms suas partes separadas.

Como a área de 

somada à de 

é igual à de 

então, $a \times b \quad + \quad a \times c \quad = \quad a \times (b + c)$

A experiência seguinte, usando a mesma estratégia, mas com três quadrados de tamanhos diferentes conforme as réplicas de nº 5b,5c,5d (54), conduzia o aluno a observar que, quando a soma das áreas dos dois quadrados menores for igual a do maior, então eles podem formar um triângulo retângulo, se unidos pelos vértices, dois a dois e consecutivamente. Assim procedendo, o enunciado do teorema de Pitágoras surge como conclusão e pode ser bem compreendido.

(53) cf. anexo 2, p. 9
(54) cf. anexo 2, p. 9

4.6.3.6 Sexta etapa: translação de partes de figuras(grupo REP) (55) cálculo da área do paralelogramo(grupo FOR) (56)

Tudo que foi proposto até aqui,apenas exigia do aluno que conhecesse o cálculo da área do retângulo. Para passar ao cálculo das áreas de outras figuras planas, fazia-se necessário utilizar a translação de partes de figura. Por isso, foram propostos, nesta etapa, os exercícios E3 e E4(57) e as réplicas 6a e 6b. (58)

Desse modo, os alunos poderiam concluir que figuras de formas diferentes poderiam ter áreas iguais e que, transladando partes da figura, sua forma seria modificada mas não necessariamente a sua área.

4.6.3.7 Sétima etapa: cálculo da área do paralelogramo (grupo REP) (59) cálculo da área do trapézio (grupo FOR). (60)

A primeira figura a ser transformada num retângulo é o paralelogramo. Isso devia ser feito com o auxílio da ré-

(55) cf. anexo 6, p. 63
(56) cf. anexo 5, p. 30
(57) cf. anexo 6, p. 64 e 65
(58) cf. anexo 2, p. 9
(59) cf. anexo 6, p. 67
(60) cf. anexo 5, p. 32

plica picotada nº 7a.(61) Seguindo a norma já estabelecida, os alunos poderiam observar que a área do paralelogramo é igual à do retângulo que tem a mesma base e a mesma altura (que a do paralelogramo).

Seguem-se então, exercícios com o objetivo de propiciarem aos alunos condições para observarem que:

1º) se paralelogramos tiverem bases ou alturas iguais, então suas áreas serão proporcionais ao elemento de dimensão diferente.

2º) podem existir paralelogramos de formas diferentes, mas de áreas iguais. (62)

3º) conhecer as dimensões dos lados do paralelogramo não é suficiente para se calcular sua área.

4.6.3.8 Oitava etapa: cálculo da área do triângulo (grupo REP) (63)
cálculo da área do losango(grupo FOR) (64)

Semelhantemente ao que foi proposto com o paralelogramo, o triângulo devia ser transformado numa figura, cujo cálculo de área já fosse conhecido. Isto se dava provavelmente por uma das cinco situações expostas no roteiro do profes

---

(61) cf. anexo 2, p. 9
(62) cf. anexo 6, p. 70
(63) cf. anexo 6, p. 71
(64) cf. anexo 5, p. 34

sor (65), todas elas conduzindo ao cálculo da área do triângulo para $\frac{\text{base x altura}}{2}$ ou para base x $\frac{\text{altura}}{2}$, isto permitia ao professor fazer seus alunos reverem que "um produto fica dividido por dois, se apenas um de sues fatores for dividido por dois". A seguir, o emprego da réplica 8c mostrava que existem inúmeros triângulos de diferentes formas, mas possuindo a mesma área. (66)

Finalmente, seguiam-se exercícios, que levassem os alunos a concluir sobre:

1º) proporcionalidade da área do triângulo relativa a uma de suas dimensões.

2º) a existência de pares de triângulos com bases e alturas respectivamente diferentes, mas com áreas iguais.

4.6.3.9 Nona etapa: cálculo da área do losango(grupo REP) (67)
cálculo da área do círculo(grupo FOR) (68)

Com o auxílio das réplicas 9a, 9b (69), o aluno poderia transformar o losango numa figura cuja área ele já sou

---

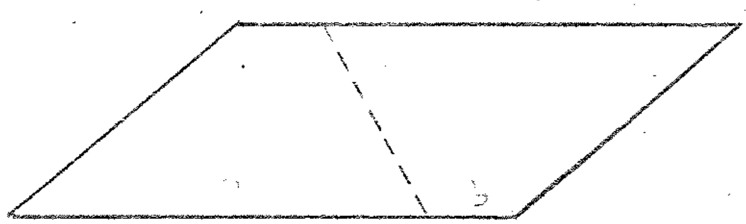
(65) cf. anexo 6, p. 71 e 72
(66) cf. anexo 2, p. 9
(67) cf. anexo 6, p. 76
(68) cf. anexo 5, p. 35
(69) cf. anexo 2. p. 9

besse calcular. Isso propiciaria, a ele, a descoberta de um modo próprio para o cálculo da área, que não a simples aplicação de uma fórmula. (70)

Simultaneamente, ele estaria sendo preparado para, mais tarde, poder aprender mais facilmente outras propriedades do losango, tais como: as diagonais são perpendiculares e se cruzam ao meio; seus ângulos desiguais são complementares.

4.6.3.10 Décima etapa: cálculo da área do trapézio(grupo REP) (71) aplicação de conhecimentos(grupo FOR) (72)

Usando a mesma estratégia da etapa anterior e com o auxílio das réplicas 10a e 10b (73), o aluno devia transformar o trapézio num paralelogramo. Para tal, tornavam-se necessários dois trapézios. Calculada a área do paralelogramo, ela devia ser dividida por dois, para se obter a de um trapézio.



área do paralelogramo é
$(B + b) \times h$

(70) cf. anexo 6, p. 77 e 78
(71) cf. anexo 6, p. 79
(72) cf. anexo 5, p. 38
(73) cf. anexo 2, p. 9

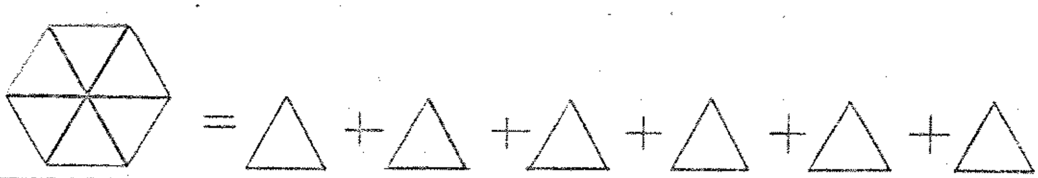
É conveniente observar que outros modos de calcular a área do trapézio poderiam ser propostos pelos alunos(74), e estes chegariam a $\frac{B \times h + b \times h}{2}$ ou então $\frac{B + b}{2} \times h$. Esses resultados possibilitariam ao professor mostrar mais uma vez a distributividade da multiplicação relativa à adição.

4.6.3.11 Décima primeira etapa:

cálculo da área de polígonos regulares e do círculo(grupo REP) (75)

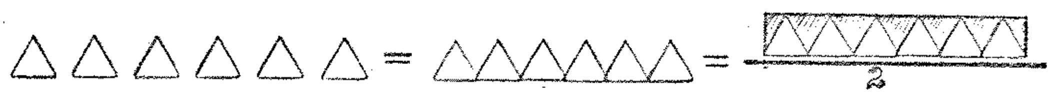
aplicação de conhecimentos(grupo FOR) (76)

Nesta última etapa, o aluno devia encontrar uma maneira de calcular a área de polígonos regulares. Para isso, como nos casos anteriores, ele precisava de transformar o polígono numa figura cuja área ele já soubesse calcular. Essa transformação era facilitada pelo álbum seriado, onde uma seqüência de figuras (77) sugeria desdobrar o polígono dado em triângulos, calcular a área de cada triângulo e, então, adicioná-los. Representado em figuras, ter-se-ia

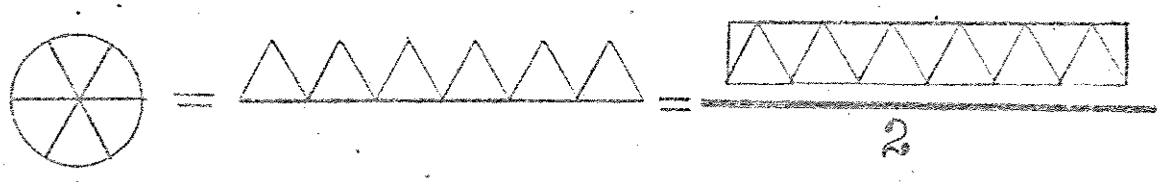


(74) cf. anexo 6, p. 80 e 81
(75) cf. anexo 6, p. 82
(76) cf. anexo 5, p. 40
(77) cf. anexo 6, p. 83

Nesse momento, seria muito importante que os alunos percebessem que a área total dos triângulos também podia ser obtida multiplicando-se o perímetro do polígono (a soma das bases do triângulos), dividindo-o depois por 2, isto é,



A essa altura, o aluno deveria estar preparado para compreender facilmente como calcular a área de um círculo, procedendo de modo semelhante ao que fez para o polígono lembrando que o perímetro do círculo é $2\pi R$. Assim, retificando a circunferência, tem-se que:



Então, a área do círculo será o mesmo que calcular a área do retângulo e dividí-la por 2. Portanto $\frac{\text{base x altura}}{2}$ isto é, $\frac{2\pi R \times R}{2}$.

4.6.4 Quarta fase do experimento: Pós-tratamento.

Após o tratamento, deu-se a aplicação do Pós-teste (78), que durou 50 minutos.

Finalmente, foi apçicado o Teste de Retenção, na primeira semana de março do ano seguinte, isto é, 3 meses após o término do tratamento. A aplicação desse teste se restringiu aos alunos que tinham participado do experimento e que se rematricularam na mesma escola, tendo sido aprovados ou não no final do ano letivo anterior.

Exigiu-se dos alunos que, para ambos os testes, fizessem constar na folha de resolução, todos os cálculos por eles empregados nos ítens de número 16 a 23.

4.6.5 Quinta fase do experimento: tratamento estatístico dos dados.

Uma vez tabulados os resultados (79) do Pré-teste, do Pós-teste e do Teste de Retenção, deu-se procedimento ao tratamento estatístico destes dados em tres etapas:

- análise da influência das variáveis IDADE e SEXO no desempenho dos alunos;

---

(78) cf. anexo 12
(79) cf. tabelas 3 e 4 do anexo 23.

- teste das hipóteses;

- análise da influência das variáveis ESCOLA e NÍVEL SÓCIO-ECONÔMICO no desempenho dos alunos.

4.6.5.1 Influência das variáveis IDADE e SEXO no desempenho dos alunos.

O procedimento estatístico empregado foi a análise de variância das médias no Pós-teste, dos grupos de alunos , segundo IDADE e SEXO.

4.6.5.2 Teste de hipóteses

O procedimento estatístico adotado foi:

a) cálculo da proporção de acertos dos grupos RÉPLICA e FÓRMULA nos testes e partes dos testes. A proporção de acertos (p_i) de um grupo (REP ou FOR) em um teste, (Pré, Pós ou Retenção) ou parte de teste (qf, qm ou qd), é igual à razão entre número de acertos obtidos pelo grupo (n_o) e o número máximo de acertos possíveis (n_{max}), isto é,

$$p_i = \frac{n_o}{n_{max}}$$

b) teste de uma ou duas proporções, conforme a hipótese a ser verificada.(80) O teste de uma proporção foi

(80) R.Murilo Marques, Elementos de Estatística, Campinas, Universidade Estadual de Campinas, Departamento de Estatística, 1969, p. 23 e 24

aplicado para a comparação de resultados apresentados pelo mesmo grupo em situações diferentes, por exemplo, comparação de resultados obtidos pelo grupo FOR no Pós-teste e no Pré-teste. Daqui em diante, este teste será chamado de TESTE I (teste tipo um). Para se comparar resultados apresentados pelos diferentes grupos na mesma situação, por exemplo, os resultados dos grupos REP e FOR no Pré-teste, utilizou-se o teste de duas proporções, ou TESTE II (teste tipo dois), como será denominado daqui em diante. O nível de significância estabelecido para os testes I e II foi o de 0,05. A diferença básica entre estes testes é a de que o TESTE I deve ser utilizado para medidas dependentes (intra-grupos) e TESTE II para medidas independentes(inter-grupos).

4.6.5.3 Influência das variáveis ESCOLA e NÍVEL SÓCIO-ECONOMICO no desempenho dos alunos.

Procedimento estatístico: comparação das proporções de acertos dos sub-grupos definidos pelos valores das variáveis SEXO (masculino e feminino) e NÍVEL SÓCIO-ECONOMICO (estratos superior, médio e inferior). Os testes I e II foram utilizados conforme o tipo de comparação: intra ou inter-grupo, respectivamente.

4.6.6 Análise preliminar dos resultados.

4.6.6.1 Influência das variáveis IDADE e SEXO no desempenho dos alunos.

A análise de variância não apresentou resultados significativos, indicando quê o desempenho dos alunos não depende da IDADE ou SEXO, conforme os dados das tabelas 12 a 20, do anexo 23.

4.6.6.2 Teste de hipóteses

No quadro 6 estão reunidos os resultados dos testes referentes às hipóteses formuladas no início deste capítulo;

Neste quadro consta, também, a especificação do tipo de teste estatístico aplicado e significância do resultado e, ainda, a conclusão a respeito da aceitação ou rejeição de cada hipótese.

Quadro 6 - Síntese dos testes de hipóteses

C	HIPÓTESES	TTSR	NÚMERO DA TABELA	CONCLUSÃO
HIPÓTESES PRINCIPAIS	H_1 : (REP(2)-REP(1))>(FOR(2)-FOR(1))	(II) 7,667'	5	Hipótese Aceita
	H_2 : (REP(3)-REP(2))>(FOR(3)-FOR(2))	(II) -38,776'	5	Hipótese Rejeitada
	H_3 : (REPqf(2)-REPqf(1))>(FORqf(2)-FORqf(1))	(II) 2,672'	6	Hipótese Aceita
	H_4 : (REPqm(2)-REPqm(1))>(FORqm(2)-FORqm(1))	(II) 7,941'	6	Hipótese Aceita
	H_5 : (REPqf(3)-REPqf(2))>(FORqf(3)-FORqf(2))	(II) 2,055'	7	Hipótese Aceita
	H_6 : (REPqm(3)-REPqm(2))>(FORqm(3)-FORqm(2))	(II) -3,570'	7	Hipótese Rejeitada
	H_7 : (REPqd(3)-REPqd(2))>(FORqd(3)-FORqd(2))	(II) 0,147	7	Hipótese Rejeitada
	H_8 : REP(1) = FOR(1)	(II) -0,353	8	Hipótese Aceita
	H_9 : REPqf(1) = FORqf(1)	(II) -1,887'	9	Hipótese Rejeitada
	H_{10} : REPqm(1) = FORqm(1)	(II) 1,107	9	Hipótese Aceita
	H_{11} : REP(2) > FOR(2)	(II) 6,387'	8	Hipótese Aceita
	H_{12} : REPqf(2) > FORqf(2)	(II) 0,981	9	Hipótese Rejeitada

C - Categorização

TTSR - Tipo de Teste e Significância de Resultados.

(II) - o teste é do tipo II, aplicado para comparar relações intra-

(') o resultado do teste é significativo

(I) o teste é do tipo I, aplicado para comparar relações inter-grupos

C	HIPÓTESES	TTSR	NÚMERO DA TABELA	CONCLUSÃO
HIPOTESES PRINCIPAIS	H_{13} : REPqm(2) > FORqm(2)	(II) 7,639	9	Hipótese Aceita
	H_{14} : REPqd(2) > FORqd(2)	(II) 2,171	9	Hipótese Aceita
	H_{15} : REP(3) > FOR(3)	(II) 1,038	8	Hipótese Rejeitada
	H_{16} : REPqf(3) > FORqf(3)	(II) 0,579	9	Hipótese Rejeitada
	H_{17} : REPqm(3) > FORqm(3)	(II) 0,873	9	Hipótese Rejeitada
	H_{18} : REPqd(3) > FORqd(3)	(II) 0,879	9	Hipótese Rejeitada
HIPOTESES SECUNDÁRIAS	H_{19} : REP(2) > REP(1)	(I) 28,709	10	Hipótese Aceita
	H_{20} : REPqf(2) > REPqf(1)	(I) 20,937	11	Hipótese Aceita
	H_{21} : REPqm(2) > REPqm(1)	(I) 20,227	11	Hipótese Aceita
	H_{22} : REP(3) = REP(2)	(I) -9,710	10	Hipótese Rejeitada
	H_{23} : REPqf(3) = REPqf(2)	(I) -5,987	10	Hipótese Rejeitada
	H_{24} : REPqm(3) = REPqm(2)	(I) -6,283	10	Hipótese Rejeitada

C	HIPÓTESES	TTSR	NÚMERO DA TABELA	CONCLUSÃO
HIPÓTESES SECUNDÁRIAS	H_{25} : REPqd(3) = REPqd(2)	(I) -4,202	10	Hipótese Rejeitada
	H_{26} : FOR(2) > FOR(1)	(I) 15,120	8	Hipótese Aceita
	H_{27} : FORqf(2) > FORqf(1)	(I) 13,650	9	Hipótese Aceita
	H_{28} : FORqm(2) > FORqm(1)	(I) 8,130	9	Hipótese Aceita
	H_{29} : FOR(3) = FOR(2)	(I) -1,847	8	Hipótese Rejeitada
	H_{30} : FORqf(3) = FORqf(2)	(I) -7,402	10	Hipótese Rejeitada
	H_{31} : FORqm(3) = FORqm(2)	(I) 0,234	10	Hipótese Aceita
	H_{32} : FORqd(3) = FORqd(2)	(I) -3,826	10	Hipótese Rejeitada

4.6.6.2.1 Conclusões

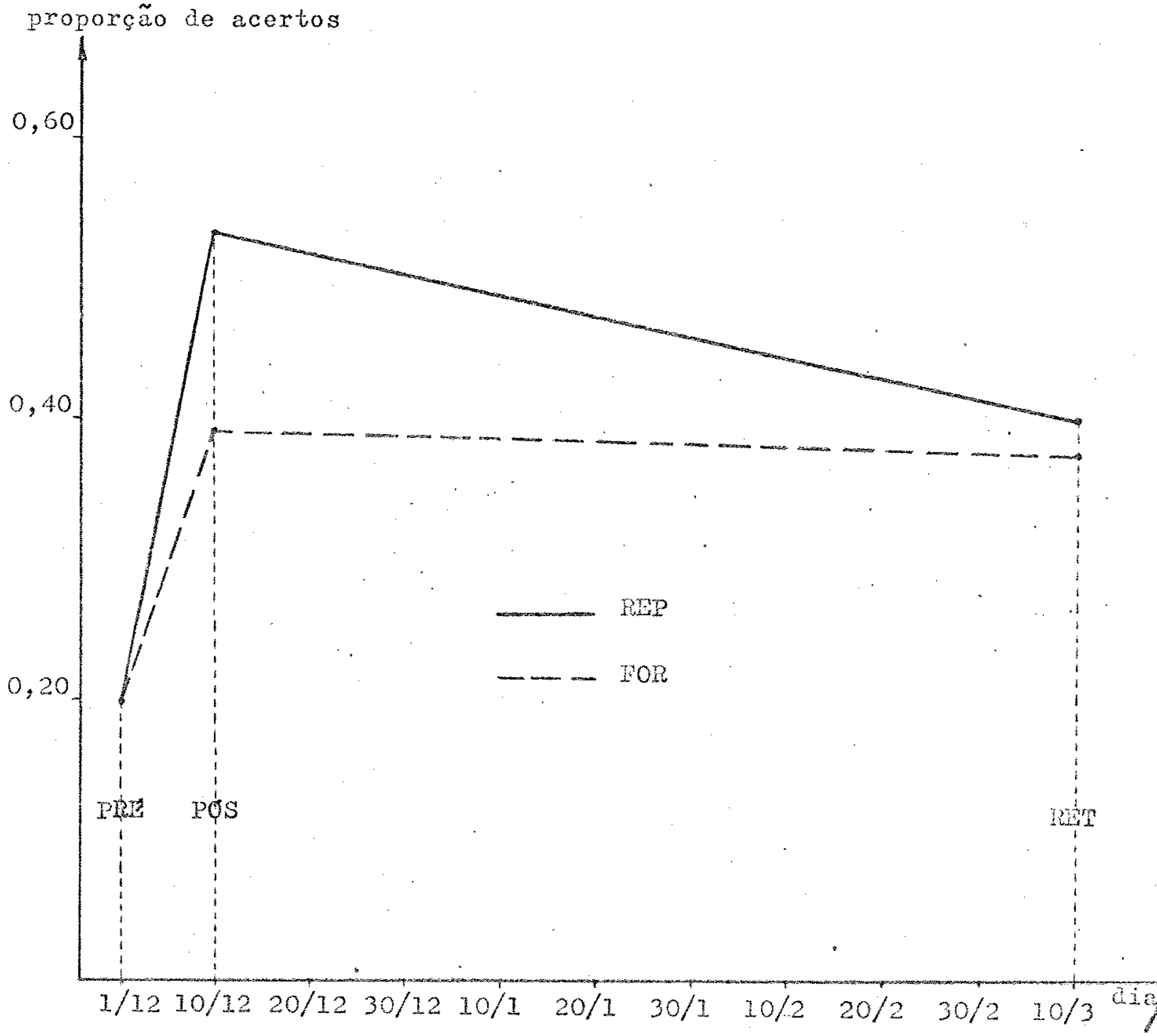
1 - O grupo RÉPLICA apresentou um rendimento maior que o grupo FÓRMULA, tendo ambos os grupos apresentado resultados idênticos no Pré-teste.

O rendimento do grupo RÉPLICA foi maior do que o do grupo FÓRMULA nas questões fáceis e nas questões médias, apresentando nestas últimas um resultado acentuadamente melhor que nas primeiras.

2 - No Teste de Retenção, os grupos RÉPLICA e FÓRMULA apresentaram o mesmo resultado 3 meses após o tratamento para os três tipos de questões que compõem o teste.

O gráfico seguinte resume os resultados gerais do experimento, os quais poderiam ser assim descritos: a utilização de Réplicas gerou uma diferença de rendimento favorável aos alunos que as utilizaram, mas não impediu que, 3 meses após, os grupos apresentassem resultados praticamente idênticos entre si.

GRÁFICO 5 - Resultados globais do Pré-teste, do Pós-teste e do Teste de Retenção.



4.6.6.3 Influência das variáveis nível sócio-econômico e escola no desempenho dos alunos.

4.6.6.3.1 Comparação entre os resultados obtidos pelos alunos de diferentes níveis sócio-econômicos.

As tabelas seguintes contêm os resultados do teste estatístico aplicado aos resultados obtidos pelos alunos de diferentes níveis sócio-econômicos:

TABELA 14

Resultados dos testes tipo II para estudo da diferenciação entre os sujeitos de diferentes níveis sócio-econômicos pertencentes ao grupo RÉPLICA.

	PRÉ-TESTE		PÓS-TESTE			RETENÇÃO		
ESTR	qf	qm	qf	qm	qd	qf	qm	qd
SUP e MED	0,295	0,913	3,960'	2,667'	5,743'	3,055'	3,949'	3,576'
SUP e INF	0,408	0,526	2,171'	1,669'	3,706'	1,776'	2,860'	1,858'
MED e INF	0,244	-0,079	-0,603	-0,149	0,154	-0,323	0,245	-0,491

(') resultado considerado estatisticamente significativo a nível de 5%.

TABELA 15

Resultados dos testes tipo II para estudo da diferenciação entre os sujeitos de diferentes níveis sócio-econômicos pertencentes ao grupo FÓRMULA.

	PRÉ-TESTE		PÓS-TESTE			RETENÇÃO		
ESTR	qf	qm	qf	qm	qd	qf	qm	qd
SUP e MED	1,988'	-0,154	0,830	1,106	2,402'	0,292	0,542	1,513
SUP e INF	1,209	-0,301	-1,627	0,791	1,750'	1,239	-0,407	1,742'
MED e INF	-0,307	-0,232	-2,828'	-0,05	-0,02	1,287	-1,081	0,815

(') resultado considerado estatisticamente significativo a nível de 5%.

Com referência ao grupo REP, pela tabela 14, pode-se observar que:

a) antes do tratamento, os diferentes grupos de alunos correspondentes aos estratos superior, médio e inferior não apresentaram diferenças significativas;

b) após o tratamento, seja nos resultados obtidos no Pós-teste ou no Teste de Retenção, os sujeitos pertencentes ao estrato superior revelaram tendência a apresentar melhor rendimento, qualquer que fosse o tipo de questão do teste (fácil, média ou difícil). Ao mesmo tempo, verifica-se que os sujeitos pertencentes aos estratos médio e inferior não revelaram tendência a apresentar melhor rendimento.

Quanto ao grupo FOR, os dados da tabela 15 indicam que:

a) os sujeitos, embora pertencentes a diferentes níveis sócio-econômicos, demonstraram um alto grau de homogeneidade, que só deixou de ser verificado em cinco das vinte e quatro comparações estabelecidas; os cinco resultados favoráveis referem-se a alunos do estudo superior, e três deles dizendo repeito a questões difícies.

Analisando-se as tabelas 16 e 17, é possível estabelecer algumas comparações entre os ganhos(diferenças entre os resultados de dois testes) revelados pelos grupo REP e FOR.

TABELA 16

Resultado dos testes tipo II para estudo da diferenciação entre os sujeitos dos grupos RÉPLICA e FÓRMULA quanto ao nível sócio-econômico e ao tipo de questão, no Pré-teste e no Pós-teste.

ESTRATO	GRUPOS	NÚMERO DE SUJEITOS	qf	RESULTADO DO TESTE	qm	RESULTADO DO TESTE
SUPERIOR	REP	20	0,492	4,117(')	0,381	3,25(')
	FOR	12	0,194		0,187	
MÉDIO	REP	61	0,295	1,320	0,295	6,38(')
	FOR	54	0,250		0,122	
INFERIOR	REP	10	0,350	-0,851	0,300	2,99(')
	FOR	11	0,424		0,114	

(') resultado considerado estatisticamente significativo a nível de 5%.

TABELA 17

Resultados dos testes tipo II para estudo da diferenciação entre os sujeitos dos grupos RÉPLICA e FÓRMULA quanto ao nível sócio-econômico e ao tipo de questão, no Pré-teste e no Teste de Retenção.

ESTRATO	GRUPOS	NÚMERO DE SUJEITOS	qf	RESULTADO DO TESTE	qm	RESULTADO DO TESTE	qd	RESULTADO DO TESTE
SUPERIOR	REP	13	0,23	-0,78	0,192	2,45 (')	0,192	0,704
	FOR	6	0,305		0,041		0,145	
MÉDIO	REP	39	0,132	-0,84	0,115	-0,22	0,064	-1,12
	FOR	32	0,161		0,121		0,089	
INFERIOR	REP	7	0,166	-2,92 (')	0,214	0,908	0,053	-1,59
	FOR	6	0,472		0,145		0,145	

(') resultado considerado estatisticamente significativo a nível de 5%.

Com referência aos resultados obtidos pelos alunos pertencentes aos diferent s grupos sócio-econômicos, no Pós-teste e no Pré-teste,(tabela 16) constata-se:

a) quanto às questões fáceis, somente os sujeitos do estrato superior do grupo REP apresentaram tendência a revelar desempenho significativamente melhor do que os sujeitos do grupo FOR; não se observaram diferenças significativas nos estratos médio e inferior;

b) quanto às questões médias, nos três estratos , os sujeitos do grupo REP apresentaram tendência a revelar melhor desempenho do que os sujeitos do grupo FOR.

Comparando-se os resultados obtidos no Teste de Retenção é no Pós-teste, (tabela 17) observa-se:

a) quanto às questões fáceis, somente no estrato inferior, verificou-se uma diferença significativa, que indica terem os sujeitos do grupo FOR revelado tendência a apresentar maior retenção;

b) quanto às questões médias,no estrato superior , os sujeitos do grupo REP revelaram tendência a apresentar maior retenção, não se observando diferenças significativas nos estratos médio e inferior ;

c) quanto às questões difíceis, não se observou qualquer diferença significativa entre os grupos REP e FOR.

TABELA 18

Resultados dos testes tipo II para estudo da diferenciação entre sujeitos das diferentes escolas pertencentes ao grupo RÉPLICA.

	PRÉ-TESTE		PÓS-TESTE			RETENÇÃO		
ESCOLAS	qf	qm	qf	qm	qd	qf	qm	qd
E1 e E2	-0,981	-2,71'	-0,729	-7,378'	-11,253'	-6,329'	-6,088'	-6,066'
E1 e E3	-0,235	-2,977'	1,792'	-1,074	-1,864'	0,434	0,102	-1,072
E2 e E3	0,694	0,061	8,093'	6,047'	8,525'	6,573'	6,070'	5,015'

(') resultado considerado estatisticamente significativo a nível de 5%.

TABELA 19

Resultados dos testes tipo II para o estudo da diferenciação entre sujeitos das diferentes escolas pertencentes ao grupo FÓRMULA.

	PRÉ-TESTE		PÓS-TESTE			RETENÇÃO		
ESCOLAS	qf	qm	qf	qm	qd	qf	qm	qd
E1 e E2	-0,406	-1,944'	-4,190'	-5,609'	-6,221'	-5,06'	-4,057'	-2,29'
E1 e E3	1,066	-0,56	-6,062'	-0,211	-3,545'	-1,226	-1,540	-0,481
E2 e E3	1,316	1,247	-1,622	4,829'	2,466'	4,989'	3,287'	2,364'

(') resultado considerado estatisticamente significativo a nível de 5%.

Com referência ao grupo REP, os dados da tabela 18 indicam que:

a) os sujeitos da Escola 2, de modo geral, revelaram tendência a apresentar, depois do tratamento, resultados melhores que os alunos das Escolas 1 e 3;

b) há uma certa oscilação nos resultados apresentados pelos sujeitos das Escolas 2 e 3: conforme o teste e tipo de questão, ora há predominância de uma, ora de outra.

Quanto ao grupo FOR (tabela 19), pode-se observar que:

a) os resultados foram semelhantes aos do grupo REP, tendo os sujeitos da Escola 2, revelado tendência a apresentar resultados melhores que os sujeitos das Escolas 1 e 3.

TABELA 20

Resultado dos testes tipo II para estudo da diferenciação entre os sujeitos dos grupos RÉPLICA e FÓRMULA quanto à escola e ao tipo de questão, no Pré-teste e no Pós-teste.

ESCOLA	GRUPOS	NÚMERO DE SUJEITOS	qf	RESULTADO DO TESTE	qm	RESULTADO DO TESTE
E1	REP	46	0,300	5,320'	0,282	6,239'
	FOR	35	0,100		0,085	
E2	REP	18	0,666	5,280'	0,534	4,610'
	FOR	20	0,316		0,275	
E3	REP	27	0,203	0,639	0,222	4,030'
	FOR	22	0,174		0,073	

(') resultado considerado estatisticamente significativo a nível de 5%.

TABELA 21

Resultados dos testes tipo II para o estudo da diferenciação entre os sujeitos dos grupos RÉPLICA e FÓRMULA quanto à escola e ao tipo dequestão, no Pós-teste e no Teste de Retenção.

ESCOLA	GRUPOS	NÚMERO DE SUJEITOS	qf	RESULTADO DO TESTE	qm	RESULTADO DO TESTE	qd	RESULTADO DO TESTE
E1	REP	24	0,201	-0,60	0,093	1,804'	0,041	0,526
	FOR	9	0,240		0,027		0,027	
E2	REP	13	0,166	3,408'	0,153	3,602'	0,259	2,801'
	FOR	16	0,020		0,023		0,117	
E3	REP	22	0,106	-5,67'	0,193	4,010'	0,045	-2,78'
	FOR	19	0,421		0,046		0,131	

(') Resultado considerado estatisticamente não significativo a nível de 5%.

Quanto aos ganhos obtidos nas diversas partes do Pós-teste em relação às partes correspondentes do Pré-teste, constata-se que (tabela 20):

a) no que se refere às questões fáceis, enquanto nas Escolas 1 e 2 o resultado foi significativamente favorável ao grupo REP, na Escola 3 praticamente não houve diferença entre os ganhos obtidos pelos dois grupos.

b) quanto às questões médias, nas três escolas, o resultado foi altamente significativo e favorável ao grupo REP.

Com referência aos resultados obtidos no Teste de Retenção e no Pós-teste, (tabela 21) constata-se que:

a) quanto às questões fáceis:

na Escola 1, os sujeitos do grupo REP e FOR não revelaram diferenças significativas;

na Escola 2, os sujeitos do grupo REP revelaram tendência a apresentar melhor resultados que os do grupo FOR;

na Escola 3, os sujeitos do grupo FOR revelaram tendência a apresentar melhor resultado que os do grupo REP;

b) quanto às questões médias, nas três escolas os sujeitos pertencentes ao grupo REP, revelaram tendência a apresentar melhores resultados que os do grupo FOR.

c) quanto às questões difíceis, repetiram-se os resultados referentes às questões fáceis.

CAPÍTULO V

DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

A análise dos dados de desempenho dos alunos, medido pelo Pré-teste, Pós-teste e Teste de Retenção, foi orientada por 32 hipóteses.

Por outro lado, a influência das variáveis nível sócio-econômico e escola foi estimada pela análise de todos os testes disponíveis(126 testes). Como a cada teste corresponderia uma hipótese, 126 hipóteses deveriam ser analisadas.

Optou-se, porém, por uma análise global, onde somente os resultados mais relevantes aparecem.

5.1 Análise dos resultados apresentados pelos grupos RÉPLICA e FÓRMULA no Pré-teste, Pós-teste e Teste de Retenção (1)

5.1.1 Resultados do Pré-teste:

A análise estatística do Pré-teste não revela diferenças significativas entre os grupos RÉPLICA e FÓRMULA, tanto no que se refere aos resultados globais $[H_8]$ (2), quanto

(1) Os resultados encontram-se no quadro 6 , na página

(2) O enunciado desta hipótese e das demais, encontram-se no capítulo IV, páginas 56 à 64 .

no que diz respeito ao resultado parcial referente às questões médias $\left[H_{10}\right]$. Quanto às questões fáceis, o grupo FÓRMULA apresentou melhor desempenho que o grupo RÉPLICA $\left[H_9\right]$.

5.1.2 Resultados do Pós-teste

A análise revelou que o efeito dos tratamentos é equivalente no que se refere às habilidades medidas pelas questões fáceis -qf- $\left[H_{12}, H_{20}, H_{27}\right]$.

No entanto, com relação às questões médias -qm- o efeito do tratamento no grupo RÉPLICA revelou-se mais eficaz que no grupo FÓRMULA $\left[H_4, H_{13}, H_{21} \text{ e } H_{28}\right]$. O mesmo se pode constatar com relação às questões difícies -qd- $\left[H_{14}\right]$.

Considerando-se o Pós-teste globalmente (qf,qm,qd) o grupo RÉPLICA apresenta melhor desempenho que o grupo FÓRMULA $\left[H_1, H_3, H_4\right]$.

5.1.3 Resultados do Teste de Retenção

Os resultados apresentados pelos grupos RÉPLICA e FÓRMULA no Teste de Retenção devem ser analisados levando-se em conta algumas limitações. Devido à aplicação desse teste ter se dado no início do ano letivo subseqüente ao ano em que se aplicou o tratamento, 34% dos sujeitos do grupo RÉPLICA e 43% dos sujeitos do grupo FÓRMULA não responderam ao Teste de Retenção, por não terem renovado suas matrículas nas escolas onde receberam o tratamento. Aliás como já foi ressaltado na descrição da amostra, a porcentagem de alunos que se mudam de escolas, anualmente, é elevado no Distrito Federal. De uma amostra inicial de 168 alunos, 104 se submeteram ao Teste de Retenção, dos quais 60 pertenciam ao grupo RÉPLICA e 44 ao grupo FÓRMULA. Procurando-se evitar um possível viés, tornaram-se sem efeito os resultados anteriormente alcançados pelos alunos no Pós-teste e que não responderam ao Teste de Retenção.

Por outro lado, como os alunos estiveram em férias - durante o período transcorrido entre a aplicação do Pós-teste e o Teste de Retenção - espera-se que os resultados alcançados no Teste de Retenção estejam isentos de influência da educação formal. Dentro dessa perspectiva, os resultados apresentados pelos grupos RÉPLICA e FÓRMULA indicam não existir diferença significativa entre eles. $[H_2, H_5, H_6, H_7, H_{15}$ a $H_{18}]$

Deve-se, contudo, considerar que a simples situação de testes coadunava-se melhor com o tipo de tratamento empregado no grupo FÓRMULA, mais afeito a resoluções de exercícios, segundo um padrão convencional de linguagem, não se adaptando bem às características de criatividade, postura de questionamento, busca de alternativas e espontaneidade (de linguagem e atitudes), apresentadas pelo grupo RÉPLICA.

5.2 Limitações do experimento

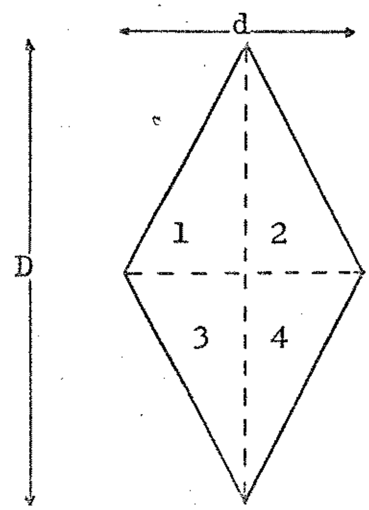
Além das naturais e sistemáticas limitações da amostra, (alunos de somente três escolas, do período matutino e de uma série do 1º grau), é oportuno lembrar que este experimento foi realizado no curto intervalo de tempo de 11 aulas consecutivas, e os programas-tratamento tinham como conteúdo um só tópico da Matemática: área das figuras planas. Em que pesem estas limitações, os resultados obtidos, provavelmente indicam uma possível alternativa para o ensino da Matemática: a formação de conceitos e a descoberta de relações através de atividades centradas em transformação de representações concretas de figuras geométricas.

5.3 Inferências

Na elaboração dos programas-tratamento, muitas vezes se recorrem a certas relações entre geometria e álgebra. Tendo em vista os resultados obtidos, há indicação de que as atividades que integram a geometria e a álgebra poderiam ser responsáveis pela vantagem obtida pelo grupo RÉPLICA em relação ao grupo FÓRMULA.

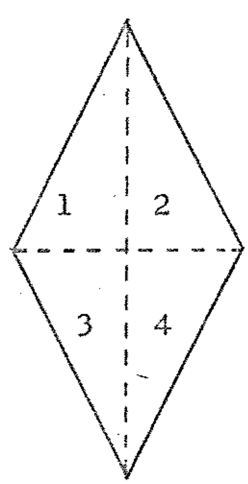
Essas atividades integrativas auxiliam a compreensão não só de conceitos e relações geométricas, como também de conceitos e relações algébricas, que de certa forma sejam "isomorfos": grande parte do programa-tratamento do grupo

RÉPLICA foi elaborado em função das relações que existem entre as diferentes maneiras de se calcular a área de figuras planas e as respectivas expressões algébrico-analíticas. Por exemplo, dado o losango

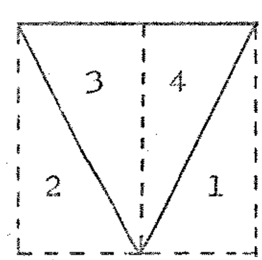


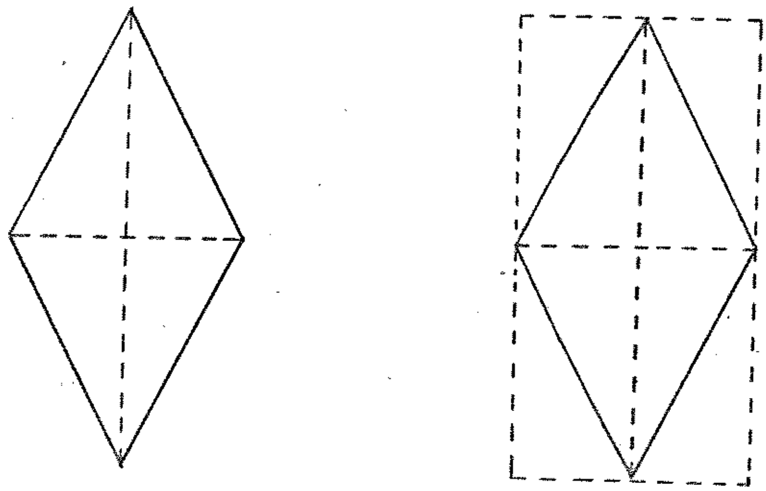
duas expressões podem ser obtidas para o cálculo de sua área, conforme o tipo de transformação a que se submeter o losango primitivo:

1)



$A = d \times \frac{D}{2}$



2) 

$$A = \frac{d \times D}{2}$$

A comparação de uma expressão com a outra, pode sugerir a uma criança que "um produto fica dividido por 2 se apenas um de seus fatores for dividido por 2". Assim a criança não só estará aprendendo como calcular a área de losango, como também obtendo um referente concreto, e experienciado ativamente, para facilitar uma futura aprendizagem significativa ao nível formal e dedutivo.

Apesar de o experimento não revelar quais atividades do grupo RÉPLICA teriam predominado como causas de seu melhor rendimento, pode-se afirmar, com relativa segurança, que o conjunto de estratégias de ensino utilizado com o grupo RÉPLICA foi mais eficaz do que o tratamento empregado no grupo FÓRMULA. Enquanto neste último grupo predominou o chamado ensino tradicional, no grupo RÉPLICA havia um marcante predomínio de um ensino ativo, centrado no aluno, atendendo às diferenças individuais, proporcionando aos alunos situações de descoberta de conceitos e relações, e um trabalho de grupo no qual se estimulava os alunos a trabalharem cooperativamente.

Algumas hipóteses podem ser formuladas a partir do que foi observado e medido durante e após a realização do experimento, embora os resultados nele obtidos não sejam suficientes para a formulação de respostas completas aos problemas do ensino da Matemática, apontadas no capítulo II.

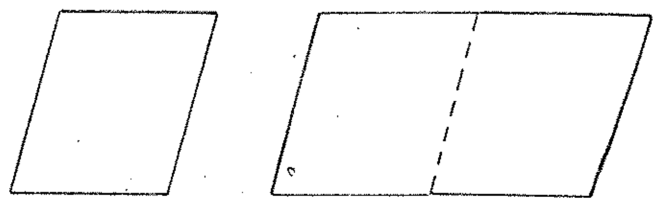
Através da manipulação das réplicas, o que se deu não foi atividade com objetos concretos, reduzida a um processo figurativo: as crianças observaram, experimentaram, analisaram, transformaram, dissociaram, associaram, modificaram, criaram e descobriram; constataram diferenças analógicas e invariantes, emitiram as conclusões em linguagem espontânea, enfim, desenvolveram uma atividade operatória. Tanto o fizeram que algumas chegaram a enunciar várias conclusões válidas, mas não previstas pelo estudo de áreas das figuras planas. Os exemplos seguintes ilustram essas iniciativas:

1) "Um triângulo pode ser transformado em dois retângulos iguais"

2) "Um triângulo pode ser dividido em quatro triangulos iguais".

3) "O perímetro e a área (de uma mesma figura) não variam do mesmo modo".

4) " Eu sei que a área de um é o dobro da área do outro,



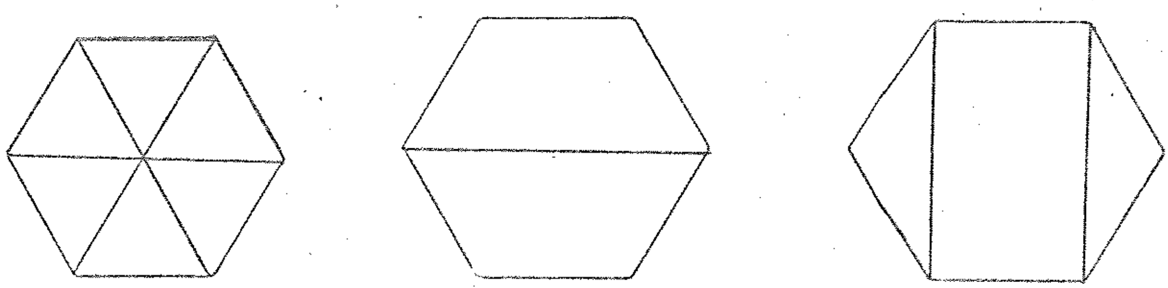
porque eu fiz o segundo com a mesma altura do primeiro, mas com o dobro da base".

Alguns alunos passaram, também, a sugerir situa-ções-problema (e suas soluções), muitas das quais só constam do programa de Matemática das séries seguintes ou, então, nem constam desses programas. Numa das escolas ocorreu o seguinte: durante o intervalo, 3 crianças pertencentes ao grupo RÉPLICA se propuseram a calcular a área de uma superfície com "forma de ameba." Essa forma fora observada num painel da residência de uma das crianças. O fundo do painel era de azulejos quadrados e justapostos. Decidiram contar os azulejos inteiros e, também, as partes de azulejos. Encontraram um resultado e comunicaram à professora, a qual permitiu que eles propusessem aos colegas de classe o problema observado. De um modo geral, todos os grupos chegaram ao mesmo resultado, embora por caminhos diferentes, somando não só os azulejos inteiros como também suas partes. Imediatamente, a professora propôs o mesmo problema ao grupo FÓRMULA, recebendo inicialmente a seguinte resposta: "não dá para calcular, porque não há fórmula para esta figura". Numa segunda tentativa, parte dos alunos concordou em contar os azulejos inteiros, afirmando que era o máximo que podiam fazer, e parte não aceitou tal critério dizendo não ser ele válido.

O emprego de procedimentos instrucionais que prevejam a integração de conteúdos - álgebra, geometria, aritmética, tal como se mencionou acima, pode ser uma possível solução para o problema da prolixidade no ensino da Matemática apontado no capítulo II. Na pior das hipóteses, a integração de conteúdos de um programa de Matemática representa, sem dúvida alguma economia para alunos e professores, pois permite um melhor aproveitamento do tempo disponível tanto para ensinar Matemática, quanto para incluir novos tópicos desta disciplina nos programas.

Esta mesma abordagem integradora poderia romper as barreiras muitas vezes freqüentes entre partes de um programa de Matemática. Na verdade, a própria possibilidade de integração nada mais é do que um indicador forte de que "as partes" de um programa de Matemática são casos particulares de uma estrutura muito mais geral, como se sugeriu no capítulo III.

Durante o experimento, os alunos do grupo RÉPLICA sempre estiveram livres para se expressar numa linguagem própria sobre a qual não se impunha nenhum parâmetro da linguagem formal. Já no grupo FÓRMULA, ocorria o oposto: predominou a linguagem formal por parte de alunos e professores. O que se pode observar, se bem que assistematicamente, é que, no grupo RÉPLICA, os alunos pareciam sentir-se muito à vontade em sala de aula, expressando-se com muito mais fluência do que os alunos do grupo FÓRMULA. Outra característica do grupo RÉPLICA, que parecia estar ligada a esse clima de liberdade de linguagem era a de que os alunos demonstravam, freqüentemente, tentar diversas alternativas de solução para um mesmo problema, como exemplifica a seguinte diversificação de propostas apresentadas para o cálculo da área de um polígono:



A observação das atividades em sala de aula mostrou que o aluno, manipulando réplicas e sem recorrer a linguagem precisa e formal da Matemática, pode criar "outra linguagem" menos perfeita e precisa, mas rica de conteúdo e parecendo apontar na direção da hipótese de Bruner, para quem "qualquer assunto pode ser ensinado com eficiência, de alguma forma intelectualmente honesta, a qualquer criança, em qualquer estágio de desenvolvimento".(3) Essa linguagem "espontânea" da criança ora se aproximava, ora se afastava da linguagem formal da Matemática, como no seguinte exemplo: 1) "para qualquer triângulo, a soma dos três ângulos internos é dois retos"; 2) "no triângulo, a soma dos ângulos é 180º"; 3) "as três pontas dão meia roda".

Talvez, estas propostas pudessem vir a ser possíveis atenuantes para o problema das elevadas taxas de reprovações, tal como foi constatado no capítulo I, uma vez que, através delas, foi obtido um maior rendimento escolar.

---

(3) J.S.Bruner, <u>O Processo da Educação</u>, trad. por Lolio Lourenço de Oliveira, 3a. ed., São Paulo, Editora Nacional, 1973, p. 31

BIBLIOGRAFIA

1 - ADAM, P.P. - La matematica y su enseñanza actual Madrid, Ministério de Educacion Nacional, 1960.

2 - ADLER, I. - Matemática e desenvolvimento mental; trad. por Anita Rondon Berardinelli São Paulo, Cultrix, 1970.

3 - AEBLI, H. - Una didáctica fundada en la psicologia de Jean Piaget Buenos Aires, Editorial Kapeluz, c 1958.

4 - AEBLI, H. - Didática psicológica: aplicação à didática da psicologia de Jean Piaget; trad por João Teodoro d'Olim Marote São Paulo, Editora Nacional e Editora da USP, 1971 (Atualidades Pedagogicas, v. 103).

5 - AUKRUST, O. - "Investment and economic growth" in Readings in the economics of education Paris, Unesco, 1971.

6 - AUSUBEL, D.P. - "Cognitive structure and the facilitation of meaningful verballearning" in Journal of teacher Education Washington, DC, 1963 nº 14.

7 - AUSUBEL, D.P. - Educational psychology: a cognitive view New York, Holt, Rinehart and Winston, c 1968.

8 - AVANZINI, G. - O insucesso escolar Lisboa, Editorial Pórtico, s.d.

9 - BABINI, J. - História de las ideas modernas en matemática Washington, DC, OEA, 1967.

10 - BEARD, R.M. - Como a criança pensa: a psicologia de Piaget e suas aplicações educacionais; trad. por Aydono Arruda São Paulo, IBRASA, 1970.

11 - BEARD, R.M. - Psicologia evolutiva de Piaget Buenos Aires, Editorial Kapelusz, 1971.

12 - BERQUÓ, E. - Bioestatística São Paulo, 1970

13 - BEZERRA, M.J. - Didática especial de matemática 2a. ed. Rio de Janeiro, MEC, 1962.

14 - BEZERRA, M.J. - O material didático no ensino da matemática Rio de Janeiro, MEC, 1962.

15 - BRANDÃO, M. - Matemática conceituação moderna 28a. ed. São Paulo, Editora do Brasil, s.d.

16 - BRUNER, J.S. - Beyond the information given Londres, George Allin and Unwin, 1974.

17 - BRUNER, J.S. - O processo da educação; trad. por Lólio Lourenço de Oliveira 3a. ed. São Paulo, Editora Nacional, 1973.

18 - BRUNER, J.S. - Uma nova teoria de aprendizagem; trad. por Norah Levy Ribeiro 2a. ed. Rio de Janeiro, Bloch Editores, 1973.

19 - BUTLER, C.H. e WREN, F.L. - The teaching of secondary mathematics 3a. ed. New York, McGraw-Hill Book Company, 1960.

20 - CAMARGO, D.A.F. de - "Um estudo quantitativo sobre a reprovação no curso primário", Cadernos de Pesquisa São Paulo, Fundação Carlos Chagas, 1975 nº 12 pp.3-17

21 - CASTELNUOVO, E. - "Las aplicaciones de la matemática en el primer ciclo secundario" in Educación matemática in las Américas - IV Montevideo, Unesco, 1976 pp.21-30.

22 - CASTRO, A.D. - Piaget e a didática: ensaios São Paulo, Saraiva, 1974.

23 - CHAVES, J.G. - Didatica da matemática Brasília, DF, MEC, 1960.

24 - CLAPAREDE, E. - A educação funcional; trad. por J.B. Damasco Penna 5a. ed. São Paulo, Editora Nacional, 1958.

25 - CARIN, A. y SUND, R.B. - La enseñanza de las ciencias por el descubrimiento; trad. por Vicente Agut Armer México, UTEHA, c 1967.

26 - CONFERENCIA interamericana sobre educacion matemática, 3. - Educación matemática en las Américas Montevideo, Unesco, 1973.

27 - COUSINET, R. - A educação nova; trad. por Luiz Damasco Penna e J.B.Damasco Penna São Paulo, Editora Nacional, 1959 (Atualidades Pedagógicas, v. 69).

28 - COUSINET, R. - Pédagogie de l'apprentissage Paris, PUF, s.d.

29 - D'AUGUSTINE, C.H. - Métodos modernos para o ensino da matemática; trad. por Maria Lucia F.E. Peres Rio de Janeiro, Ao livro Técnico, 1970.

30 - DAVIS, R.B. - A brief introduction to materials and activities - The madison project, st. Lows, Syracuse University, c 1962.

31 - DAVIS, R.B. - "El descubrimiento en la enseñanza de las matemáticas" in Shulman, L.S. e Keislar, E.R. - Aprendizaje por descubrimiento México, Editorial Trillas, 1974.

32 - DENIGRES, R.Z. - "Avaliação de um programa com conteúdos curriculares integrados de ciências e matemática" Tese de mestrado São Paulo, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 1976.

33 - DENISON, E.F. - "Measuring the contribution of education (and the "Residual") to economic growth" in Readings in the economics of education Paris, Unesco, 1971.

34 - DEWEY, J. - Vida e educação; trad. por Anísio S. Teixeira 7a. ed. São Paulo, Edições Melhoramentos, s.d.

35 - DIAS, J.A. - Sistema escolar brasileiro São Paulo, 1972.

36 - DIENES, Z.P. - Aprendizado moderno da matemática; trad. por Jorge Eneas Fortes 2a. ed. Rio de Janeiro, Zah r, 1974.

37 - DIENES, Z.P. - A matemática moderna no ensino primário; trad. por A. Simões Neto Portugal, Livro Horizonte, s.d.

38 - DIENES, Z.P. - As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática; trad. por Maria Pia Brito de Macedo Charlier e René François Joseph Charlier São Paulo, Editora Herder, 1972.

39 - DI PIERRO NETTO, S. - "Contribuição ao ensino da geometria" Tese de Doutoramento São Paulo, Univesidade de São Paulo, 1972.

40 - DI PIERRO NETTO, S. - Matemática na escola renovada: Curso ginasial São Paulo, Saraiva, 1970 v.1,3,4.

41 - DI PIERRO NETTO, S. - Matemática passo a passo: 4a. série São Paulo, Scipione Autores Editores, 1975.

42 - DI PIERRO NETTO, S. e outros - O trabalho dirigido no ensino da matemática São Paulo, Saraiva, 1971 v. 1 .

43 - DI PIERRO NETTO, S. e outros - O trabalho dirigido no ensino da matemática - 8a. série 3a. ed. São Paulo, Saraiva, 1972.

44 - ETAVE, R.I.C. - Uma pedagogia para o homem 2a. ed. Petrópolis, Editora Vozes, 1972.

45 - FEHR, H. - "Conclusiones de un informe", Boletin Montevideo, Unesco, 1973 nº 6 pp.23 - 30.

46 - FEHR, H. - *Educação matemática nas Américas*; trad. por Adalberto P. Bercamasco e L.H. Jacy Monteiro São Paulo, Editora Nacional, 1969.

47 - FEHR, H. - "Hacia la alfabetizacion matemática" in *Educacion matemática en las Américas* - *III* Montevideo, Unesco, 1973 pp. 163-171.

48 - FEHR, H; CAMP, J e KELLOGG, H. - *La revolucion en las matematicas escolares* (segunda fase) Washington, DC, OEA, 1971.

49 - FELIX, L. - *Matemática Moderna* Buenos Aires, Editorial Kapelusz, 1968.

50 - FOUCHÉ, A. - *A pedagogia das matemáticas*; trad. por Luís Magalhães deAraújo e Antonio Sales Campos São Paulo, Editora Nacional, 1957 (Atualidades Pedagógicas, v. 63).

51 - FREUDENTHAL, H. - *Las matemáticas en la vida cotidiana*; trad. por Luis Rute Madrid, Ediciones Guadarrama, 1967.

52 - FROTA PESSOA, O; GEVERTZ, R. e SILVA, A.G. - *Como ensinar ciências* São Paulo, Editora Nacional, 1970 (Atualidades Pedagógicas, v. 96)

53 - FUNDAÇÃO CENAFOR - *Seminário latinoamericano sobre centros audiovisuais* São Paulo, 1972

54 - FUNDAÇÃO Educacional do DF - Programa de ensino de 1º grau Brasília, DF, 1973.

55 - FUNDAÇÃO IBGE - Sinopse estatística, do Brasil 1972 Rio de Janeiro v.2.

56 - FURTER, P. - Educação e reflexão 4a. ed. Petrópolis, Editora Vozes, 1971

57 - FURTH, H.G. - Las ideas de Piaget: su aplicações en el aula Buenos Aires, Editorial Kapeluz, c 1971.

58 - GAGNE, R.M. - "Diversas especies de aprendizaje, u el concepto de descubrimiento in Shulman, L.S. e Keislar, E.R. - Aprendizaje por descubrimiento México, Editorial Trillas, 1974.

59 - GENTILE, E.R. - Estructuras algébricas Washington, DC, OEA, 1967.

60 - GOVERNO do Distrito Federal - Secretaria de Educação e Cultura. Brasília, DF, 1973.

61 - GOVERNO do Distrito Federal - Secertaria de Educação e Cultura - Brasília 10 anos de educação Brasília, DF, 1970.

62 - GOVERNO do Distrito Federal - Evasão e reprovação no ensino médio oficial do DF, 1969 - 1970 Brasília, DF.

63 - GOVERNO do Distrito Federal - Secretaria de Educação e Cultura - Rendimento escolar: curso ginasial Brasília, DF, 1971.

64 - GOVERNO do Estado de São Paulo- Secretaria de Educação - Aspectos da implantação da reforma do ensino de 1º e 2º graus São Paulo, 1972.

65 - HARBISON, F. e MYERS, C.A. - Educacão, mão-de-obra e crescimento economico Rio de Janeiro, Fundo de Cultura, c 1964.

66 - HOEL, P.G. - Estatística elementar Rio de Janeiro, Fundo de Cultura, s.d.

67 - HOLLOWAY, G.E.T - Concepcion del espacio en el niño se gundo Piaget Buenos Aires, Editorial Paidos, 1969.

68 - HYMAN, R.T. - Teaching: vantage points for study 2a. ed. New York, J.B.Lippincott, c. 1974

69 - HYMAN, R.T. - Ways of teaching 2a. ed. New York, J.B. Lippincontt, c 1974.

70 - JOHNSON, D.A. e RISING, G.R. - Guidelines for teaching mathematics Belmont Wadsworth Pub., c 1967.

71 - JOYCE, B and WEIL, M. - Models of teaching Englewood Cliffs, Prentice-Hall, c 1972

72 - KAGAN, J. "El aprendizaje, la atencion, y el problema del descubrimiento" in Shulman, L.S. e Keislar, E.R. - Aprendizaje por descubrimiento México, Editorial Trillas, 1974.

73 - KINSELLA, J.J. - Las matemáticas en la escuela secundária Buenos Aires, Ediciones Troquel, c 1968.

74 - KOMAROV, V.E. - "The relationship between economic development and the development of education" in Readings in the economic of education Paris, Unesco, 1971.

75 - KRASILCHIK, N. - "Ciências e matemática", Escola São Paulo, Editora Abril, 1972 nº 5 pp. 38-41

76 - LAS aplicaciones en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la escuela secundária Montevideo, Unesco, 1974.

77 - LA Revolucion en las matemáticas escolares; trad. por Gerardo Ramos OEA, 1963.

78 - LEGRAND, L. - A didática da reforma; trad. por Marco Aurélio de Moura Matos Rio de Janeiro, Zahar, 1973.

79 - LEIF, J. y DEZALY, R. - Didática del cálculo de las lecciones de casa y de las ciencias aplicadas Buenos Aires, Editorial Kapelusz, 1961.

80 - LOBEL, E. - "Le problème du financemente de l'education" in Readings in the economics of education Paris, Unesco, 1971.

81 - LUZURIAGA, L. - História da educação e da pedagogia; trad. por Luiz Damasco Penna e J.B.Damasco Penna 7a. ed. São Paulo, Editora Nacional, 1975.

82 - MACKENZIE, N. , ERANT, M. e JONES, H.C. - Arte de ensinar e arte de aprender; trad. por Carlos Nelson Coutinho Rio de Janeiro, Fundação Getúlio Vargas, 1974.

83 - MARCONDES, O. - Geometria 5a. ed. São Paulo, Editora do Brasil, 1967.

84 - MARQUEZ, A.D. - Didática das matemáticas elementares; trad. por Dirceu Accioly Lindoso Rio de Janeiro, Editora Distribuidora de Livros Escolares, 1967.

85 - MARQUES, R.M. - Elementos de Estatística Campinas, Universidade de Campinas, 1969.

86 - MINISTERIO de Educação e Cultura - Sinopse do ensino médio - 1971 Rio de Janeiro, 1972.

87 - MOISE, E.E. e DOWNS, F.L. - Geometria moderna; trad. por Mariano Garcia Reading, Addison-Wesley, c 1966.

88 - MOISE, E.E. "The meaning of euclidean geometry in school mathematics" The mathematics teacher Reston, The National Council of teachers of mathematics, 1975 v. 6, nº 68.

89 - MORSE, W.C. e WINGO, G.M. - Leituras de psicologia educacional; trad. por Dante Moreira Leite São Paulo, Editora Nacional, 1968 (Atualidades Pedagógicas, v. 93)

90 - MULLER, L. - Recherches sur la compréhension des règles algébriques chez l'enfant Neuchatel, Delachau et Niestlé, c 1956.

91 - NATIONAL Council of Teachers of mathematics - Sugerencias para resolver problemas; trad. por Frederico Velasco Coba México, Editorial Trillas, 1974 (Temas de Matemáticas, v. 17)

92 - NERICI, I.G. - Ensino renovado e ensino fundamental São Paulo, Livraria Nobel, 1971.

93 - NUCLEO de estudo e difusão do ensino da matemática - Ensino moderno da matemática 2a. ed. São Paulo, Editora do Brasil v. 1 .

94 - NUCLEO de estudo e difusão do ensino da matemática - Ensino moderno da matemática 4a. ec. São Paulo, Editora do Brasil v.2

95 - ORGANISATION Europénne de Cooperation economique- Programme moderne de mathématiques pour l'enseignemonte secondaire Paris, s.d.

96 - PASSARINHO, J. - Encontro de dirigentes Brasília, DF, MEC, 1974.

97 - PENTAGNA, R.G. - Didática geral 4a. ed. Rio de Janeiro, Livraria Freitas Bastos, 1964.

98 - PERES, L. - Matemática III Brasília, DF, Gráfica Brasil Central, 1969.

99 - PHILLIPS, J.L. - Origens do intelecto: a teoria de Piaget; trad. por Agnes Critella São Paulo, Editora Nacional, 1971 (Atualidades Pedagógicas, v. 106)

100 - PIAGET, J. e outros - Educar para o futuro Rio de Janeiro, Fundação Getúlio Vargas, 1974.

101 - PIAGET, J. y otros- Epistemologia y psicologia de la identidad Buenos Aires, Editoria Paidos, s.d.

102 - PIAGET, J. - Para onde vai a educação; trad. por Ivette Braga . Rio de Janeiro, José Olympio Editora, 1973.

103 - PIAGET, J. Psicologia e pedagogia, trad. por Dirceu Accioly Lindosa e Rosa Maria Ribeiro da Silva 2a. ed. São Paulo, Editora Forense, 1972.

104 - PIAGET, J. - O Raciocínio na criança; trad. por Valirie Runjanek Chaves Rio de Janeiro, Distribuidora Record, c 1967.

105 - POLYA, G. - Como plantear y resolver problemas México, Editorial Trillas, 1975.

106 - RAGAZZI, N. - "Uma escola de atitude em relação à matemática" Tese de Mestrado São Paulo, Universidade de São Paulo, 1976.

107 - RATHS, L.E; JONAS, A; ROTHSTEIN, A.M. e WASSERMANN,S. - Ensinar a pensar; trad. por Dante Moreira Lute São Paulo, Herder e Editora da USP, 1972.

108 - REVUZ, A. - Matemática moderna, Matemática Viva; trad. por A. Simões Neto Portugal, Livros Horizonte, s.d.

109 - RICHMOND, W.K. - A revolução no ensino; trad. por F.R. Nickelsen Pellegrini São Paulo, Editora Nacional, 1975 (Atualidades Pedagógicas, v. 123)

110 - RUMMEL, F.J. - Introdução aos procedimentos de pesquisa em educação; trad. por Jurema Alcides Cunha Porto Alegre, Editora Globo, 1972.

111 - RUSSI, F.Z. - La moderna enseñanza dinamica de las matemáticas México, Editorial Trillas, 1972.

112 - SANGIORGI, O. - Matemática: curso moderno 11a. ed. São Paulo, Editora Nacional, 1968 v. 1.

113 - SCHULTZ, T.W.- "Education and economic growth" in Readings in the economic of education Paris, Unesco, 1971.

114 - SECRETARIA de Educação e Cultura - Fundação Educacional do Distrito Federal - Censo Escolar - 1975 Brasília, DF.

115 -SENN, R.E. - "Tecnologia avancada de educacão e o ensino superior no Brasil" Tese de Doutoramento São Paulo, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 1974

116 - SERVAIS, W. e VARGA, T. - Teaching school mathematic Middlesex, Penguin Books, Unesco, c 1971.

117 - SEVERINO, A.J. - Metodologia do trabalho científico: diretrizes para o trabalho didático - científico na Universidade São Paulo, Cortez E Moraes, 1975.

PERIÓDICOS

1 - <u>The mathematics teacher</u> Reston, The National Council of teachers of mathematics v. 57, nº 5; v. 66, nº 4; v.67, nºs 1,7; v. 68, nºs 2,6,7; v. 69, nºs 1,2,5.

2 - <u>The arithmétic teacher</u> Reston, The national council of teachers of mathematics v.20, nºs 1,2,3,5,6, 7,8; v. 21, nºs 1,6,7 ; v.22, nºs 1,2,3,4,5,6,7; v. 23, nºs 1,2.

3 - <u>Cadernos de Pesquisa</u> São Paulo, Fundação Carlos Chagas nºs 7,12

4 - <u>Pesquisa e Planejamento</u> São Paulo, CRPE "Prof. Queiroz Filho", 1962-65-66 nºs 5,9,10.

SÉRGIO A. LORENZATO

SUBSÍDIOS METODOLÓGICOS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Cálculo de Áreas de Figuras Planas

(ANEXOS)

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

— 1976 —

SUBSÍDIOS METODOLÓGICOS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA:

CÁLCULO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

A N E X O

Tese apresentada para obtenção do título de

DOUTOR EM CIÊNCIAS (EDUCAÇÃO)

à Comissão Julgadora da Faculdade de Educação da

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

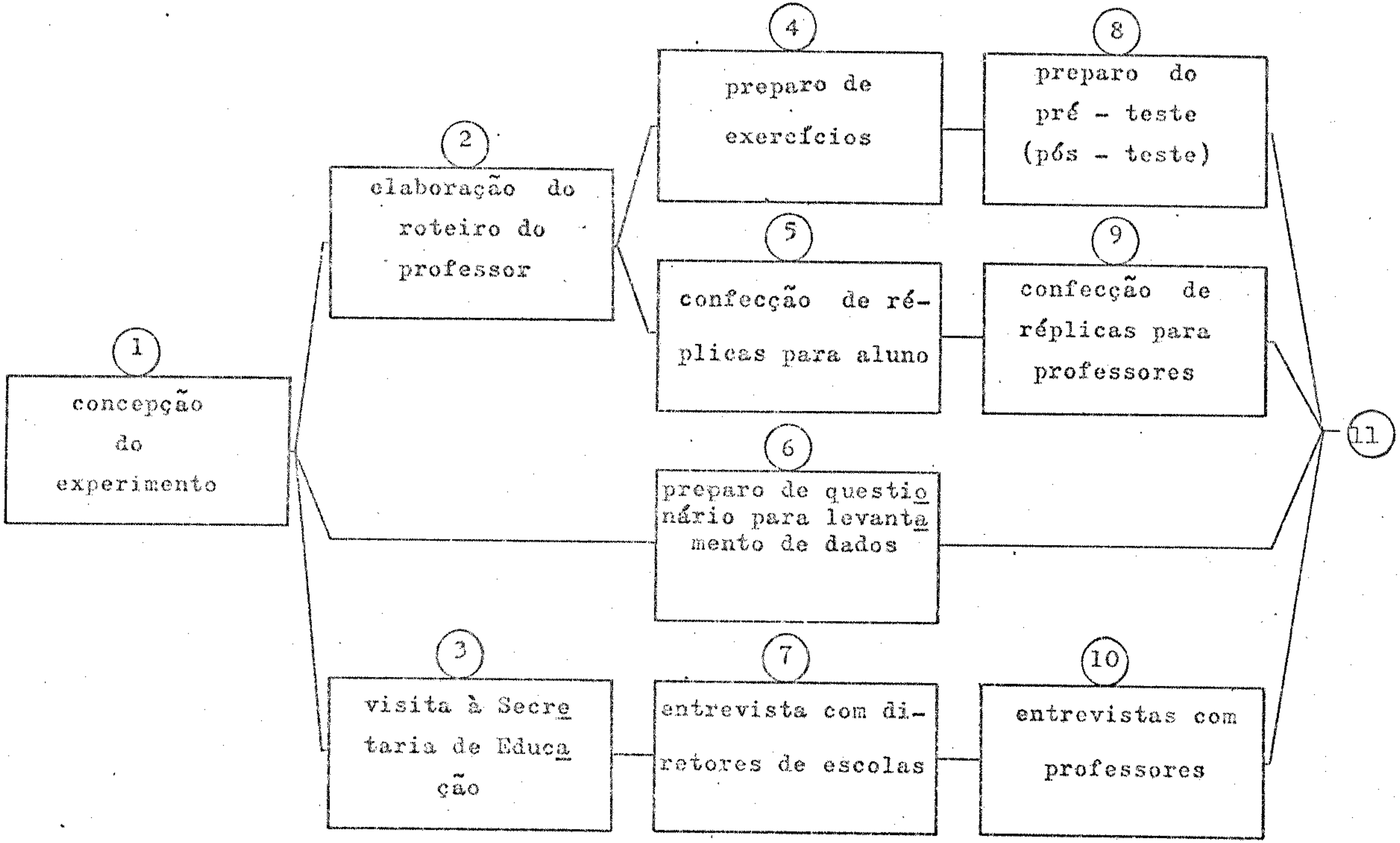
SÉRGIO A. LORENZATO

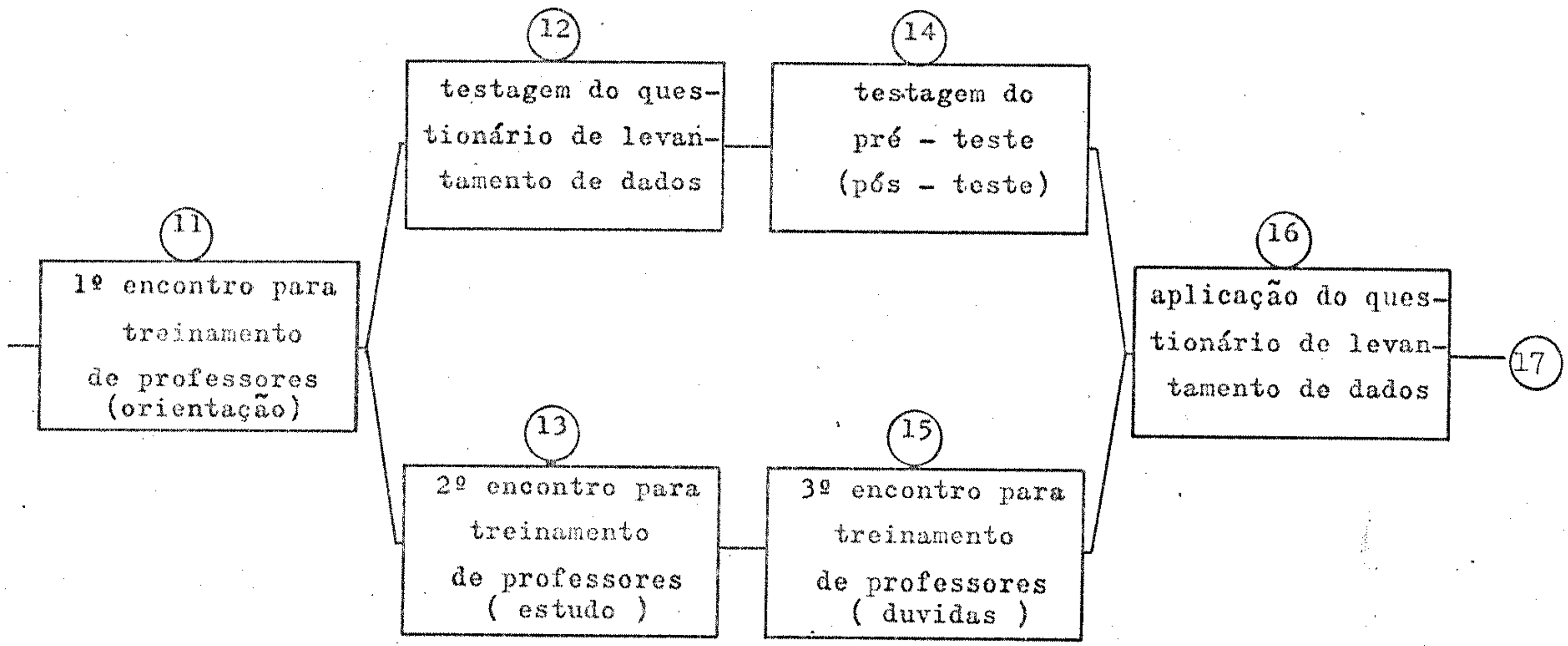
1976

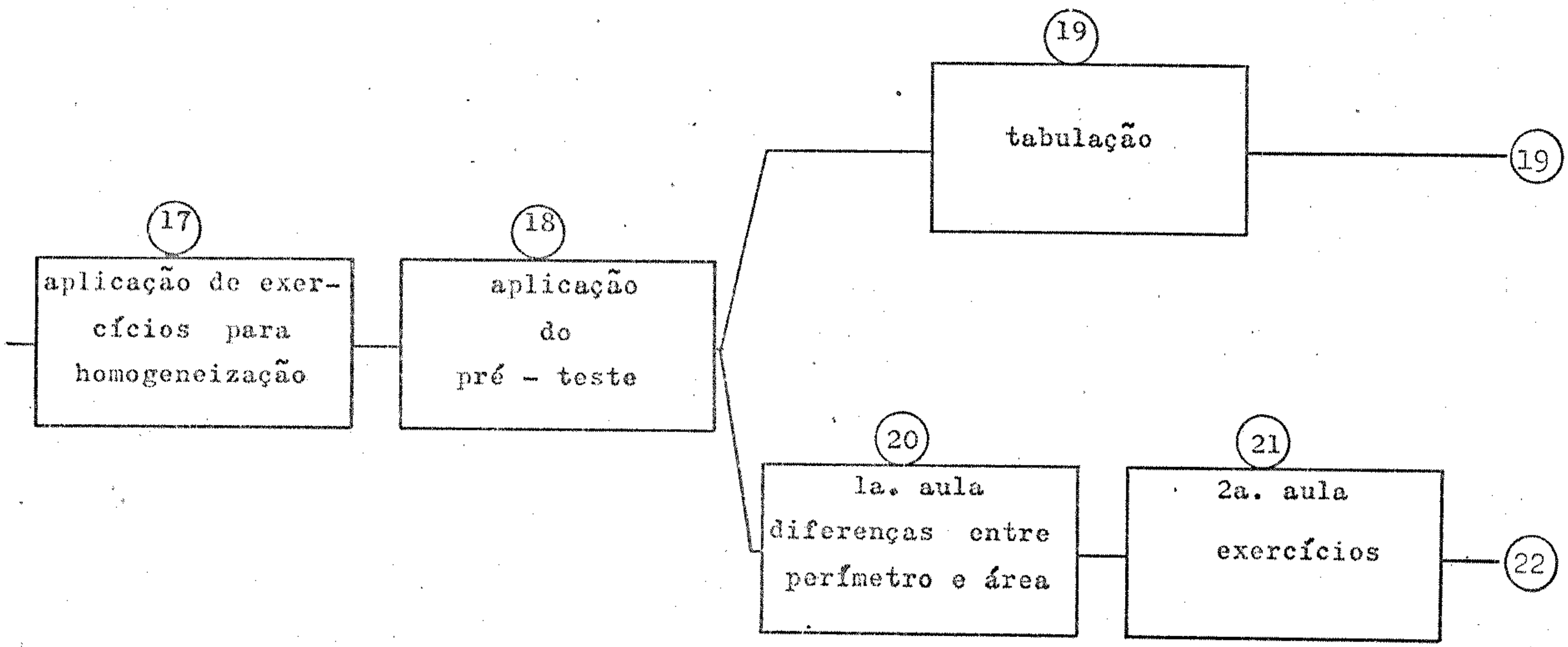
RELAÇÃO DE ANEXOS

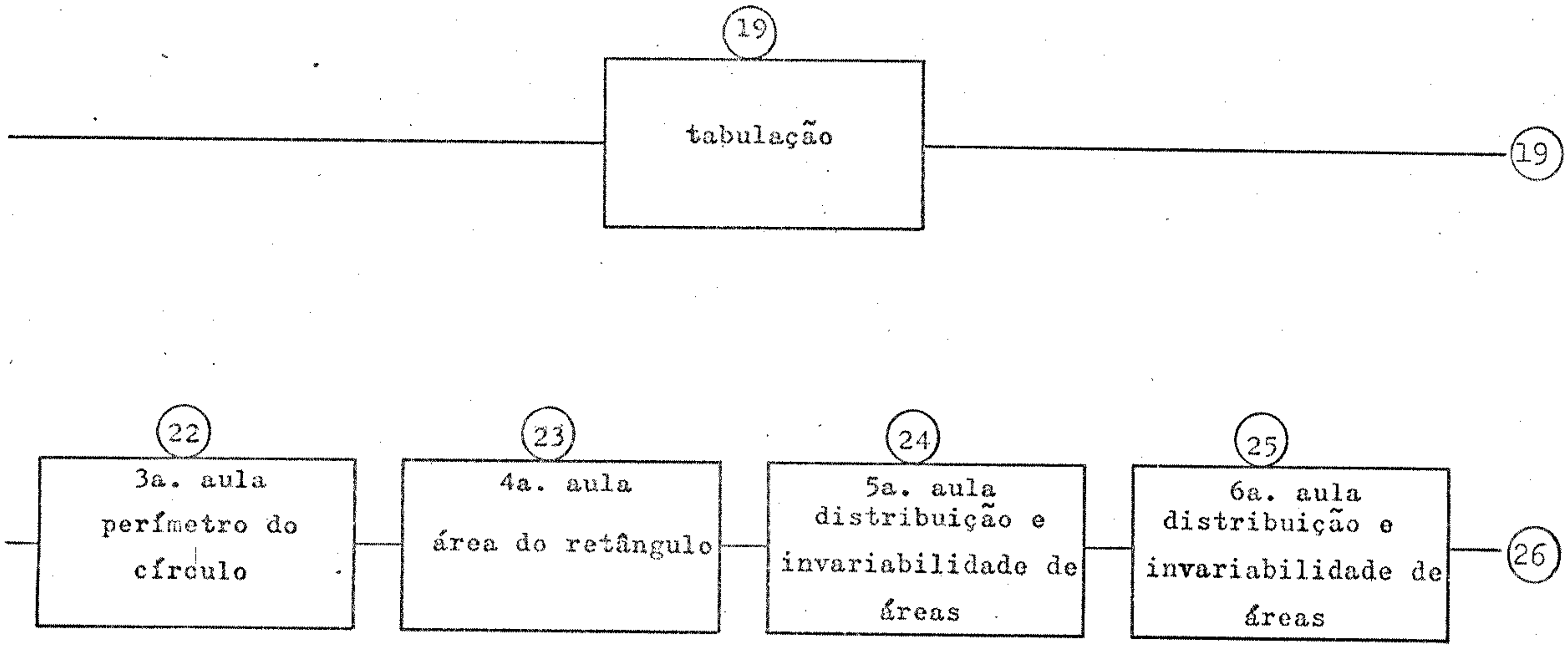
ANEXO 1

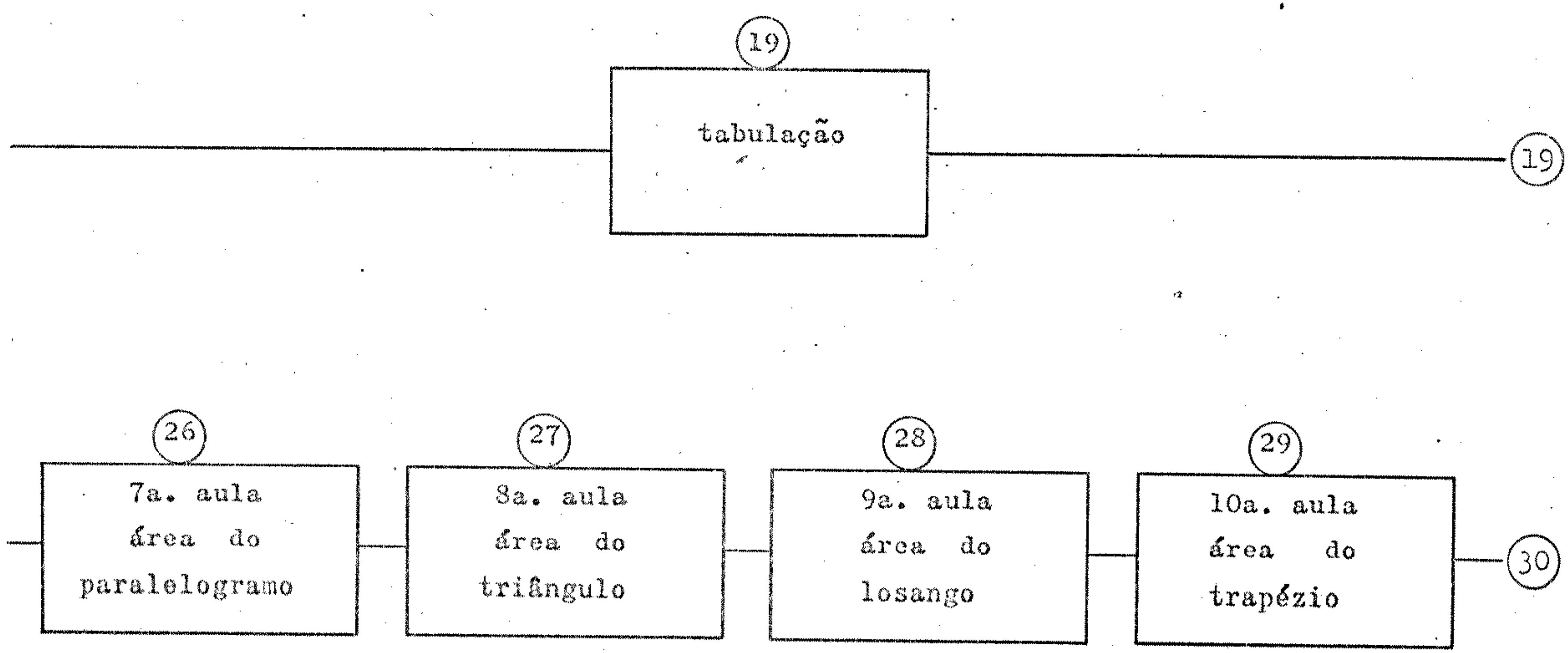
FLUXOGRAMA DO EXPERIMENTO

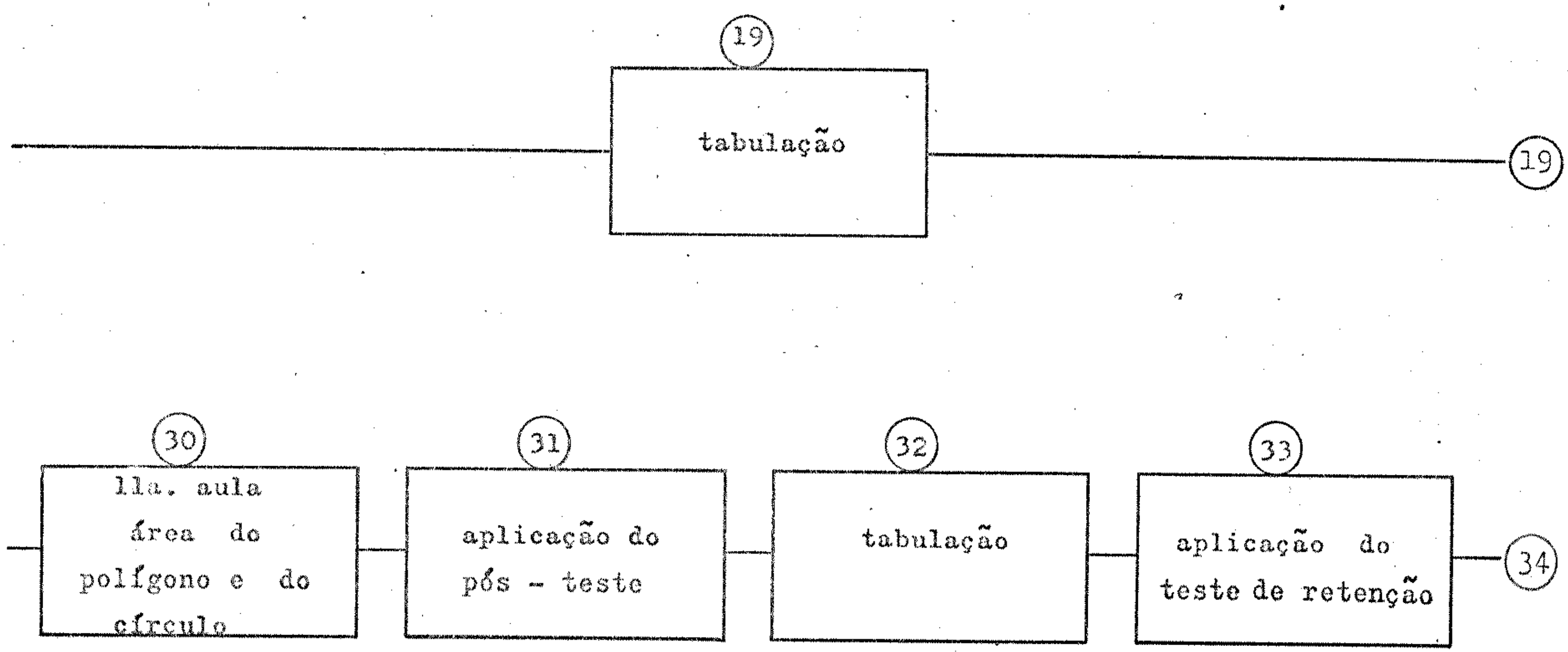

1
concepção
do
experimento
2
elaboração do
roteiro do
professor
3
visita à Secre
taria de Educa
ção
4
preparo de
exercícios
5
confecção de ré-
plicas para aluno
6
preparo de questio
nário para levanta
mento de dados
7
entrevista com di-
retores de escolas
8
preparo do
pré - teste
(pós - teste)
9
confecção de
réplicas para
professores
10
entrevistas com
professores
11

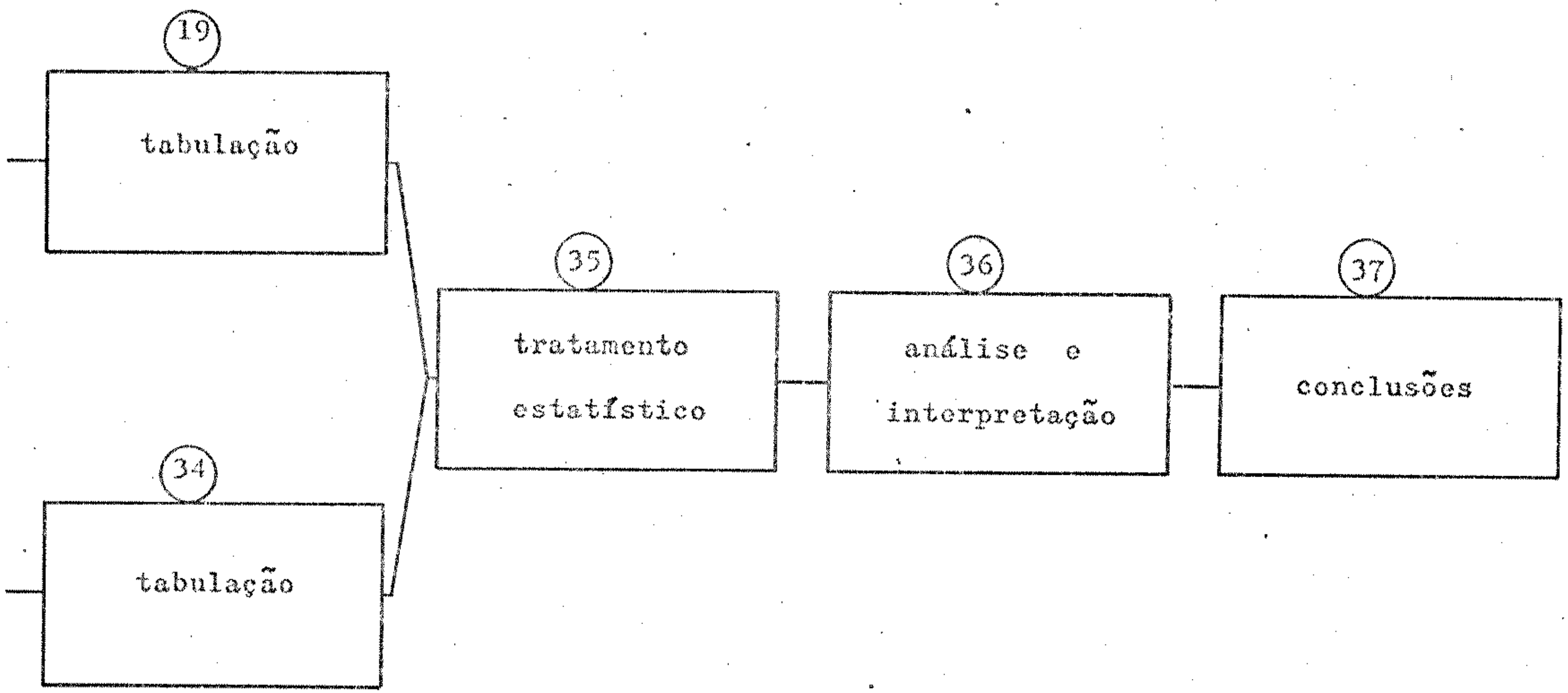

11
1º encontro para
treinamento
de professores
(orientação)
12
testagem do ques-
tionário de levan-
tamento de dados
13
2º encontro para
treinamento
de professores
(estudo)
14
testagem do
pré - teste
(pós - teste)
15
3º encontro para
treinamento
de professores
(duvidas)
16
aplicação do ques-
tionário de levan-
tamento de dados
17


17
aplicação de exercícios para homogeneização
18
aplicação do pré - teste
19
tabulação
19
20
1a. aula
diferenças entre perímetro e área
21
2a. aula
exercícios
22


19
tabulação
19
22
3a. aula
perímetro do
círculo
23
4a. aula
área do retângulo
24
5a. aula
distribuição e
invariabilidade de
áreas
25
6a. aula
distribuição e
invariabilidade de
áreas
26


19
tabulação
19
26
7a. aula
área do
paralelogramo
27
8a. aula
área do
triângulo
28
9a. aula
área do
losango
29
10a. aula
área do
trapézio
30


19
tabulação
19
30
11a. aula
área do
polígono e do
círculo
31
aplicação do
pós - teste
32
tabulação
33
aplicação do
teste de retenção
34


19
tabulação
34
tabulação
35
tratamento estatístico
36
análise e interpretação
37
conclusões

ANEXO 2

CONJUNTO DE RÉPLICAS PARA ALUNOS

Conjunto de réplicas para alunos

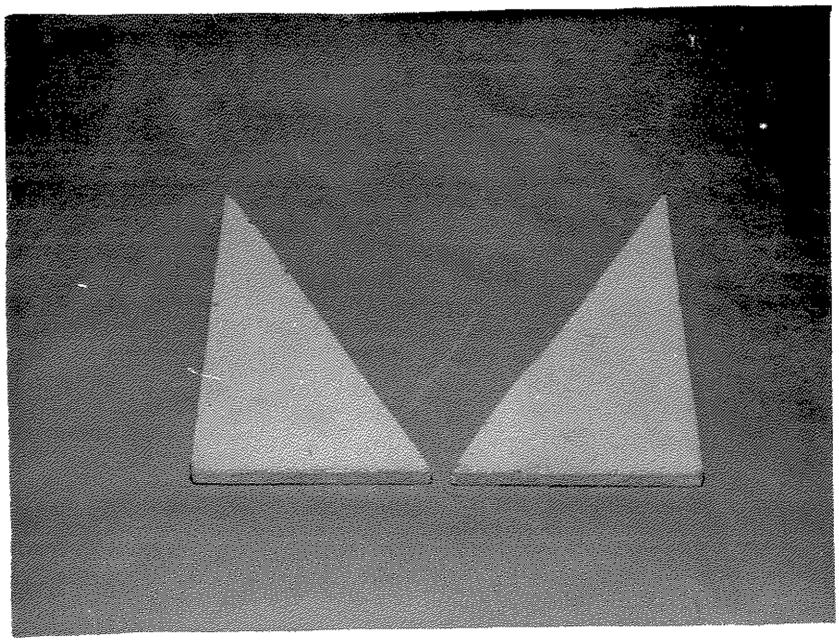
ANEXO 3

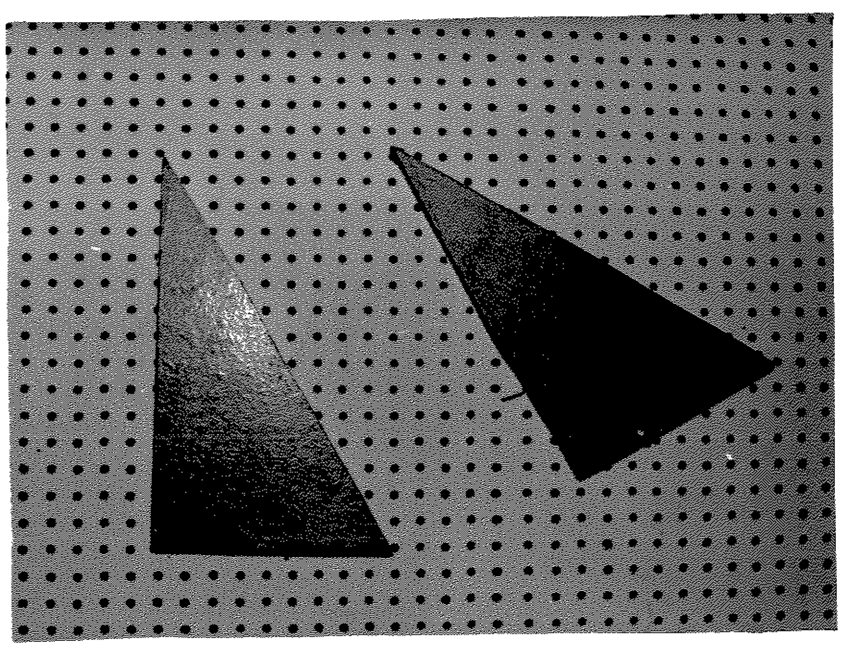
CONJUNTO DE RÉPLICAS FOTOGRÁFICAS PARA O PROFESSOR

(ALGUMAS AMOSTRAS)

Conjunto de réplicas fotográficas para o professor.

(algumas amostras)

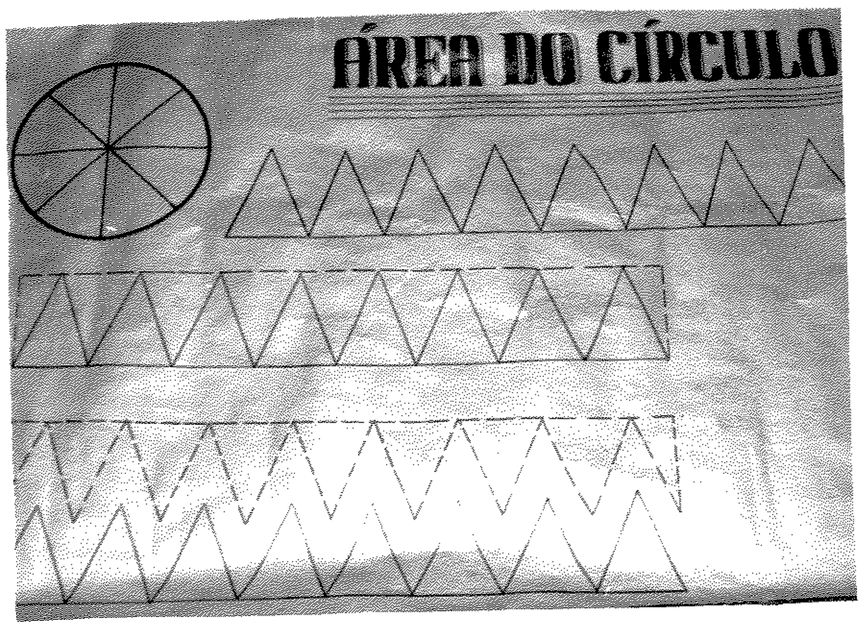




ANEXO 4

ÁLBUM SERIADO: ALGUMAS RÉPLICAS FOTOGRÁFICAS

Álbum seriado: algumas réplicas fotográficas



ANEXO 5

ROTEIRO DO PROFESSOR PARA O GRUPO FÓRMULA

Instruções dadas ao Professor.

– Grupo Fórmula.

Prezado Professor,

A orientação seguinte deve ser rigorosamente observada, tanto em relação ao seu conteúdo como quanto a sua seqüência lógica, a fim de se obter a boa realização do experimento.

No roteiro de aula, com relação as duas primeiras etapas, as expressões entre parênteses dirigem-se especificamente a você, professor; o restante diz respeito a aquilo que deve ser transmitido ao aluno; para as etapas seguintes, devem ser obedecidas as instruções constantes do livro "Matemática – Curso Moderno", volume um, do professor Osvaldo Sangiorgi, observando-se o seguinte:

- todas as figuras, do número 67 ao número 87, exceto a número 72, devem ser reproduzidas no quadro negro;
- os exercícios previstos devem ser propostos sempre na mesma unidade de medida;
- quando prevista no texto, não omitir a fórmula correspondente a cada figura cuja área se deseja calcular, nem a aplicação da operação inversa.

PRIMEIRA ETAPA

Objetivos:

1) recordar a noção de perímetro;

2) calcular o perímetro das principais figuras planas;

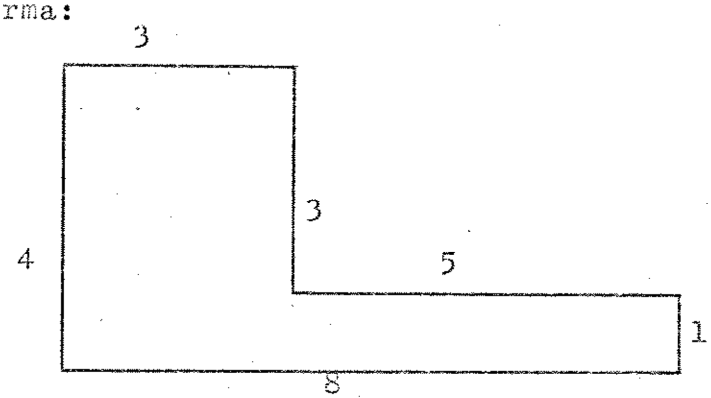
3) desenvolver noção de área e suas unidades de medida.

Material Didático: Álbum Seriado.

Roteiro de aula:

(empregando a folha 1 do álbum seriado, propor o seguinte problema)

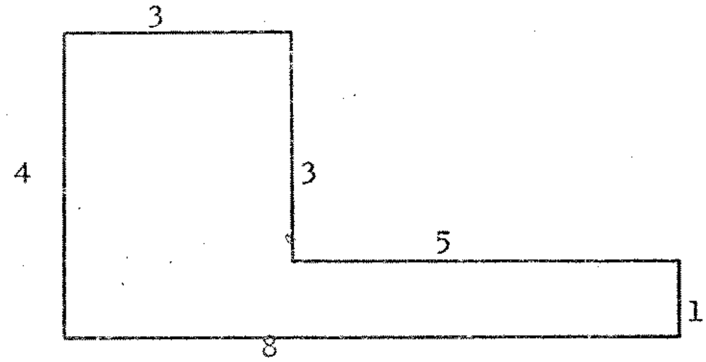
O jardim de minha casa tem as seguintes dimensões e forma:



Quero cercá-lo com estacas a serem fincadas de metro em metro. De quantas estacas precisarei?

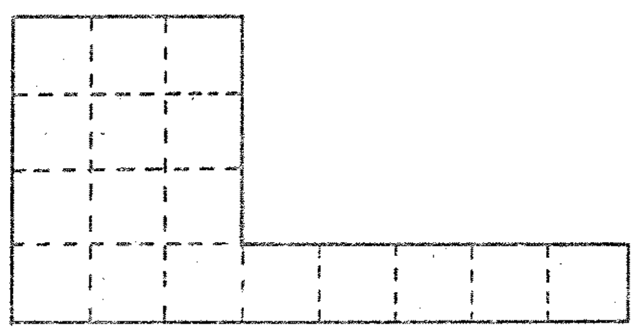
(após resolução, propor o problema seguinte)

Quero, também, cercá-lo com um fio de arame. Quantos metros de fio gastarei ?



(Através do problema seguinte, proporcionar condições para que surja a necessidade de uma nova unidade de medida: a de superfície)

Finalmente, quero cobrí-lo com grama. De quanta grama vou precisar?



(Somente depois de ter surgido a necessidade de nova unidade de medida, introduzir unidade de medida de superfície, que, no caso, deve ser a "placa" de grama; introduzir unidade de medida de superfície mostrando, concretamente, o que significa um metro quadrado, um decímetro quadrado e um centímetro quadrado; então, levantar as seguintes conclusões junto aos alunos)

- a primeira resposta é simplesmente um número;
- a segunda resposta é um número acompanhado da unidade de medida de comprimento (m) e chama-se perímetro. Então, perímetro é a somas das medidas dos lados;
- a terceira resposta é um número acompanhado da unidade de medida de superfície (m^2) e chama-se área. Então, área é a medida da superfície.

Exercícios:

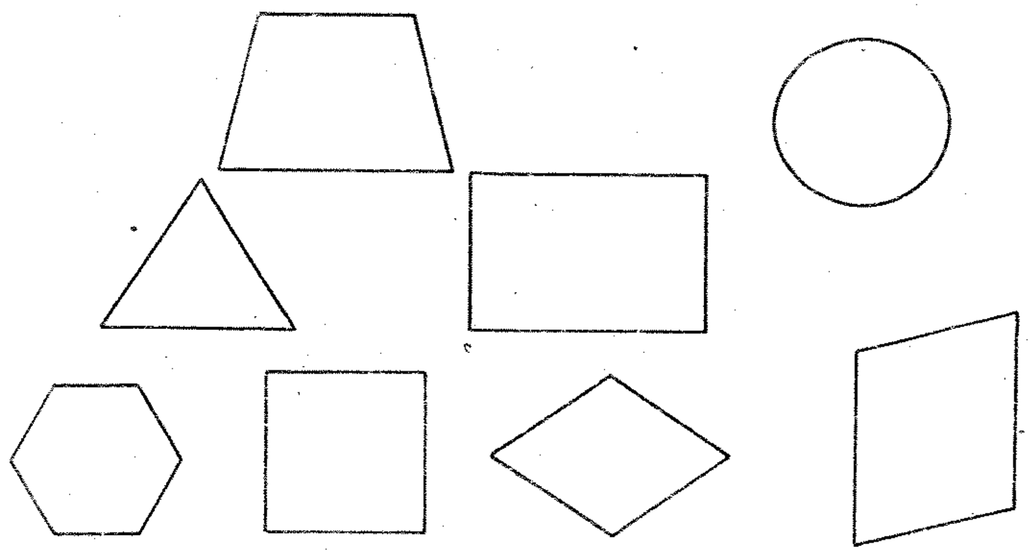
1º) Estabelecer correspondência das atividades abaixo, mencionadas à direita, com os termos escritos à esquerda, colocando dentro do parênteses, o número 1 se for perímetro, e o número 2, se se tratar de área.

	( ) colocar rodapé numa sala
(1) perímetro	( ) colorir parede com papel
(2) área	( ) pintar uma porta
	( ) ladrilhar um cômodo
	( ) cercar um terreno

2º) (recortar as diferentes figuras planas existentes em seu meio ambiente e, então, separar as que convém ao estudo)

Que outras figuras planas vocês conhecem ?

Vamos estudar no momento as seguintes:



SEGUNDA ETAPA

Objetivos:

1) aprendizagem do cálculo do perímetro das principais figuras planas;

2) propiciar condições para a percepção da dificuldade do cálculo do perímetro do círculo;

3) aplicar conhecimento a novas situações;

Material Didático: Conjunto de réplicas do Professor.

Roteiro de Aula:

1º) (Dividir a turma em grupos de 4 alunos e distribuir uma peça do conjunto de réplicas do professor para cada grupo. Ao final, os resultados deverão ser colocados no quadro negro) Calcular o perímetro da figura que coube ao seu grupo.

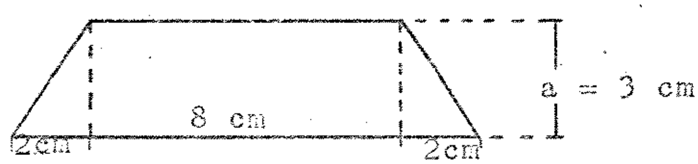
2º) (Utilizando a folha 2 do álbum seriado, colocar medidas nos lados das figuras e propor o exercício seguinte, a todos os alunos)

Calcular o perímetro de cada uma das figuras, conforme esse gráfico.

(observação: o círculo será estudado logo a seguir, sendo importante, porém, que a dificuldade para medir seu perímetro surja aqui).

3º) O perímetro de um quadrado é 96 m. Quanto mede cada lado do quadrado ?

4º) Calcular o perímetro do trapézio isósceles abaixo:



5º) Completar o quadro seguinte, relativo a retângulo:

RETÂNGULO	A	B	C
BASE	2cm	9cm	
ALTURA	6cm		8cm
PERÍMETRO		32cm	40cm

6º) Uma das dimensões de um retângulo é o triplo de outra. A soma das duas é 36cm. Qual o perímetro do retângulo ?

7º) Renato tem 24m de gradil para construir um cercadinho retangular para seus coelhos. Pode ele construí-lo em 12m de largura por 12m de comprimento? Por que? Como você o faria?

TERCEIRA ETAPA

Objetivos: aprendizagem do cálculo do perímetro do círculo.

Roteiro de Aula: páginas 301 a 304, do livro adotado.

9. *Comprimento de uma circunferência*

Como é que você *mediria* o "comprimento" de uma circunferência qualquer? Qual o seu *"perímetro"?*

Agora, você deverá levar em conta, necessàriamente, o raio ou o diâmetro (que equivale a dois raios):

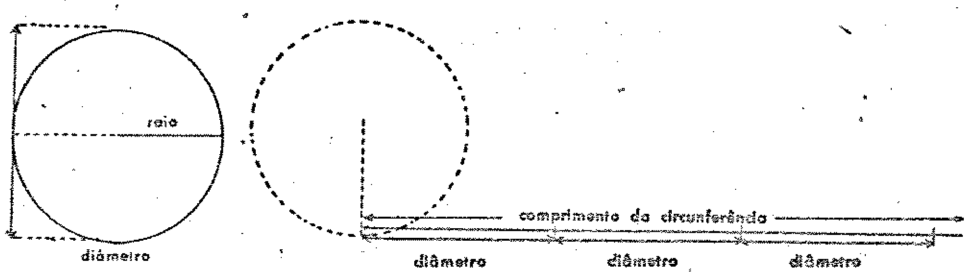
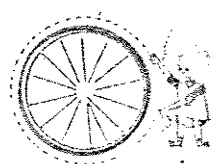


Fig. 67

A figura 67 mostra que o *comprimento* da circunferência vale um pouco mais do *triplo* do seu diâmetro!



Experimentalmente é fácil você mesmo constatar: contorne, por exemplo, uma roda de bicicleta com um barbante que fique bem ajustado à sua periferia e sôbre uma régua graduada procure ler, com a melhor aproximação possível, o resultado dessa *medida*. A seguir divida o número encontrado na régua pela medida do diâmetro da roda e você encontrará para quociente, mais ou menos, o número:

$$\boxed{3{,}14\ldots}$$

Êsse número (que dá *quantas vêzes* a circunferência contém o seu diâmetro) muito famoso em Matemática, pois não é natural nem decimal (exato ou periódico), é conhecido desde a Antiguidade (egípcios, babilônios, gregos, . . .). Recebe o nome de "pi", sendo representado pelo numeral π, que é uma letra do alfabeto grego.

EXERCÍCIOS EXPLORATÓRIOS — GRUPO 80

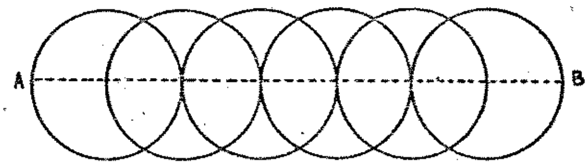
1. Observe o "nascimento" de π, efetuando a medida do contôrno de qualquer objeto de forma circular, como por exemplo: fundo de garrafas, a "bôca" de um copo, discos (dos diversos tamanhos que você conhece), direção de automóvel, etc. . . , justapondo sempre um barbante ao redor do objeto escolhido e *dividindo* a medida encontrada pela do diâmetro dêsse mesmo objeto. O quociente que você encontrará (com aproximação, naturalmente) será sempre:

$$\boxed{3{,}141.5\ldots}$$

E se, como exemplo "não palpável", você considerasse agora a circunferência da Terra, isto é, a medida do Equador (cêrca de 40.000km) e dividisse pela medida do diâmetro da Terra (cêrca de 12.740km), que encontraria como *quociente?*

Ainda: $\underline{3{,}141.5\ldots!}$

2. Tôdas as circunferências têm 2cm de diâmetro. Calcule o comprimento do segmento AB e verifique o resultado encontrado sôbre uma régua graduada.



10. *"Fórmula" que dá o comprimento das circunferências*

Do que já foi estudado você pode concluir que:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\text{medida do comprimento da}\\ \text{circunferência}\end{bmatrix}}:\underbrace{\begin{bmatrix}\text{medida do}\\ \text{diâmetro}\end{bmatrix}} = \underline{3{,}141\ldots}$$

ou, representando por C a medida do comprimento de qualquer (*) circunferência; por $2r$ a medida de seu diâmetro, e por π o $3{,}141\ldots$, temos:

$$C \quad : \quad 2r \quad = \quad \pi$$

ou

$\boxed{C = 2r \times \pi}$ como também $\boxed{C = 2 \times \pi \times r = 2\pi r}$ (lembrando a propriedade comutativa do produto)

(*) Representando o comprimento de *qualquer* circunferência por C, já se pode pensar C como uma *variável*, isto é, pode assumir infinitos valôres. O mesmo se pode dizer de r, enquanto que π, por ser uma *constante*, tem sempre o *mesmo valor* (3,141.592.6.......).

OBSERVAÇÃO: Nos cálculos práticos o valor de π é tomado com um êrro por falta (3,14) ou por excesso (3,141.6) quando se emprega a "fórmula": $C = 2r\pi$. De preferência usaremos o valor de π, por falta, nos dois problemas fundamentais:

1.º) Determinar o *comprimento* de uma circunferência, conhecido o valor do *raio* (ou diâmetro).

2.º) Determinar o valor do *raio* (ou diâmetro) de uma circunferência, da qual se conhece o *comprimento.*

Exemplos:

1. Calcular o *comprimento* de uma circunferência que possui 5cm de raio.

   Aplicando a "fórmula": $C = 2r \times \pi$ e tomando π como 3,14, temos:

   $$C = 2 \times 5\text{cm} \times 3,14$$

   ou

   $$\boxed{C = 31,4\text{cm}}$$

2. Determinar o valor do *raio* de uma circunferência, cujo comprimento é 12,56dm.

   Agora conhece-se o C da fórmula e, portanto, dividindo-se (operação inversa da multiplicação) C por π, obtém-se o valor de $2r$ (diâmetro). O raio é a metade dêsse valor. Logo:

   $$12,56\text{dm} : 3,14 = 4\text{dm (diâmetro)}$$

   e

   $$4\text{dm} : 2 = \boxed{2\text{dm}} \quad \text{(raio)}$$

QUARTA ETAPA

Objetivos: 1) aprendizagem do cálculo da área de uma figura poligonal.

2) aprendizagem do cálculo da área do quadrado.

Roteiro de Aula: páginas 309 a 312, do livro adotado.

16. *Área de uma região poligonal*

Região poligonal é a figura plana que resulta da *reunião* de um polígono com a sua *região interior*.

A *medida* de uma região poligonal é expressa pela sua *área*. Assim, pode-se escolher *qualquer* figura geométrica conhecida (triângulo, quadrado, etc. . .) para essa medida.

Seja, por exemplo, *medir* um *hexágono regular* (região hexagonal) (fig. 69), de 1cm de lado, tomando por *unidade* o *triângulo eqüilátero* **u**, de 1cm de lado.

É fácil verificar, *experimentalmente*, que o hexágono conterá exatamente 6 dêsses triângulos. Basta desenhar, em papel à parte,

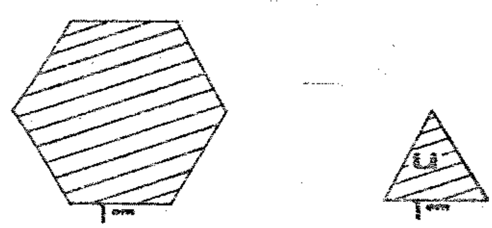


FIG. 69

o triângulo eqüilátero **u** e, a seguir, com uma tesoura (que siga o contôrno do triângulo) destacar o pedaço de papel que contenha a sua superfície e verificar que tal superfície está contida 6 vêzes na superfície do hexágono. Logo:

$$\left[\begin{array}{c}\text{medida da superfície do hexágono,}\\ \text{em relação à unidade } \mathbf{u}\end{array}\right] = 6$$

ou

$$m\ (\text{hexágono})_u = 6$$

e, mais pràticamente:

$$\boxed{\text{Área do hexágono} = 6\,\mathbf{u}}$$

Calcule você, agora, como exercício, a área do *triângulo eqüilátero* (fig. 70) que possui 2cm de lado, usando a mesma unidade anterior **u.**

O resultado será:

$$\boxed{\text{Área do triângulo} = \text{---}\ \mathbf{u}}$$

Nas expressões usuais da *área* de uma figura plana, dentro do S.M.D., emprega-se como *unidade de medida* o quadrado, cujo lado é dado pelas unidades de comprimento (do S.M.D.) conhecidas.

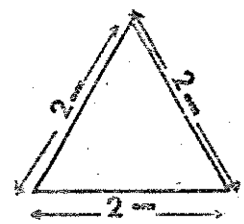


Fig. 70

17. *Área do quadrado*

Seja, por exemplo, calcular a área do quadrado de 4cm de lado (fig. 71), tomando por *unidade de medida* o quadrado que possui 1cm de lado, isto é:

$$\mathbf{u} = 1\text{cm}^2$$

Como cada "faixa" do quadrado dado contém 4**u** e existindo quatro faixas no total, segue-se que a *medida* do quadrado, ou seja, a sua área é dada por: $4 \times 4\mathbf{u} = 16\mathbf{u}$, isto é:

$$\boxed{A_{\square} = 16\text{cm}^2}$$

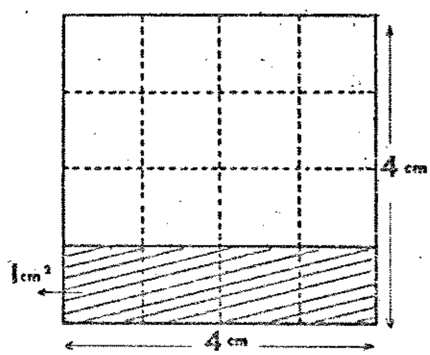


Fig. 71

(*) Por "área de um triângulo", expressão comumente usada, entenda-se a área da *região triangular*, isto é, da *reunião* do triângulo com o seu interior. Anàlogamente se dirá com relação à *área do quadrado*, do *retângulo*, etc.

Se o lado do quadrado fôr medido em m, a área será expressa em m^2; se fôr em dm, a área será em dm^2, e assim por diante. Portanto:

A área do quadrado é expressa sempre na unidade de superfície que corresponde à unidade de comprimento utilizada para a medida do lado.

Do que foi visto decorre que a área de um quadrado é obtida multiplicando a medida de seu lado por si mesma. Como técnica de cálculo, usa-se a fórmula:

$$\boxed{\text{Área do quadrado} = \text{lado} \times \text{lado}}$$

ou indicando o lado de um quadrado *qualquer* por **l**:

$$\boxed{A_{\square} = l \times l = l^2}$$

Preste, agora, atenção nas DUAS IMPORTANTES QUESTÕES:

1.ª) Para calcular a *área* de um *quadrado*, conhecida a medida de seu *lado*, basta *elevar ao quadrado* essa medida.

2.ª) INVERSAMENTE, conhecida a *área do quadrado*, a medida de seu ***lado*** é calculada aplicando a operação inversa de "elevar ao quadrado", isto é, ***extrair a raiz quadrada.***

Logo: $\boxed{A_{\square} = l^2} \iff \boxed{l = \sqrt{A_{\square}}}$

Aplicações:

1. Determinar a área do quadrado, cujo lado mede 15cm.

   Temos: $A_{\square} = l^2$

   ou $A_{\square} = (15)^2\text{cm}^2 = \boxed{225\text{cm}^2}$

2. Um quadrado tem 144m² de área. Qual a medida de seu ***lado?***

   Temos: $l = \sqrt{A_{\square}}$

   ou $l = \sqrt{144}\text{m} = \boxed{12\text{m}}$

3. O perímetro de um quadrado é de 52dm. Calcular a área do quadrado.

   Temos: medida de um lado: $52\text{dm} : 4 = 13\text{dm}$

   área do quadrado: $(13)^2\text{dm}^2 = \boxed{169\text{dm}^2}$

QUINTA ETAPA

Objetivos: 1) aprendizagem do cálculo da área do retângulo;

2) justificativa da regra para se efetuar o produto de dois números racionais;

3) justificativa da propriedade distributiva em relação à adição.

Roteiro de Aula: páginas 312 a 313 do livro adotado.

18. *Área do retângulo*

Seja, por exemplo, o *retângulo* (fig. 73) de 5cm de *base* e 3cm de *altura*. Êsse retângulo contém: $3 \times 5 = 15$ quadrados de 1cm de lado, ou seja, $15cm^2$. Portanto, a *área* do retângulo, em cm^2, é obtida pelo produto:

$$(3 \times 5)cm^2 = 15cm^2$$

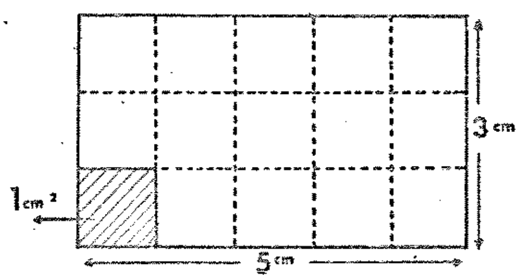


FIG. 73

Logo: a área de um *retângulo* é calculada multiplicando a medida da base pela medida da altura.

$$\boxed{\text{Área do retângulo} = \text{base} \times \text{altura}}$$

Indicando a medida da base por *b* e a da altura por *a*, a técnica de cálculo usa a *fórmula:*

$$\boxed{A_{\square} = b \times a}$$

DUAS IMPORTANTES QUESTÕES:

1.ª) Para calcular a *área* de um *retângulo*, conhecidas as medidas da *base* e da *altura*, basta *multiplicar* essas medidas.

2.ª) INVERSAMENTE, conhecidas a *área do retângulo* e a medida de *uma* das dimensões, para calcular a medida da outra dimensão, basta *dividir* a área pela medida conhecida.

Logo:

$$\boxed{A_{\square} = b \times a} \iff \boxed{b = A_{\square} : a} \qquad \boxed{A_{\square} = b \times a} \iff \boxed{a = A_{\square} : b}$$

Aplicações:

1. Calcular a área do retângulo que possui 3,5dm de base e 22cm de altura.

Reduzem-se, primeiramente, as medidas da base e da altura à *mesma unidade de medida* (de preferência na menor delas), isto é:

$$\left.\begin{array}{l} \text{base} = 3{,}5\text{dm} = 35\text{cm} \\ \text{altura} = 22\text{cm} \end{array}\right\} \text{área} = (35 \times 22)\text{cm}^2 = \boxed{770\text{cm}^2}$$

2. Um retângulo tem 96cm² de área. Sabendo-se que a base mede 12cm, calcular a medida da altura.

Como: $a = A_{\square} : b$

vem: $a = (96 : 12)\text{cm} = \boxed{8\text{cm}}$

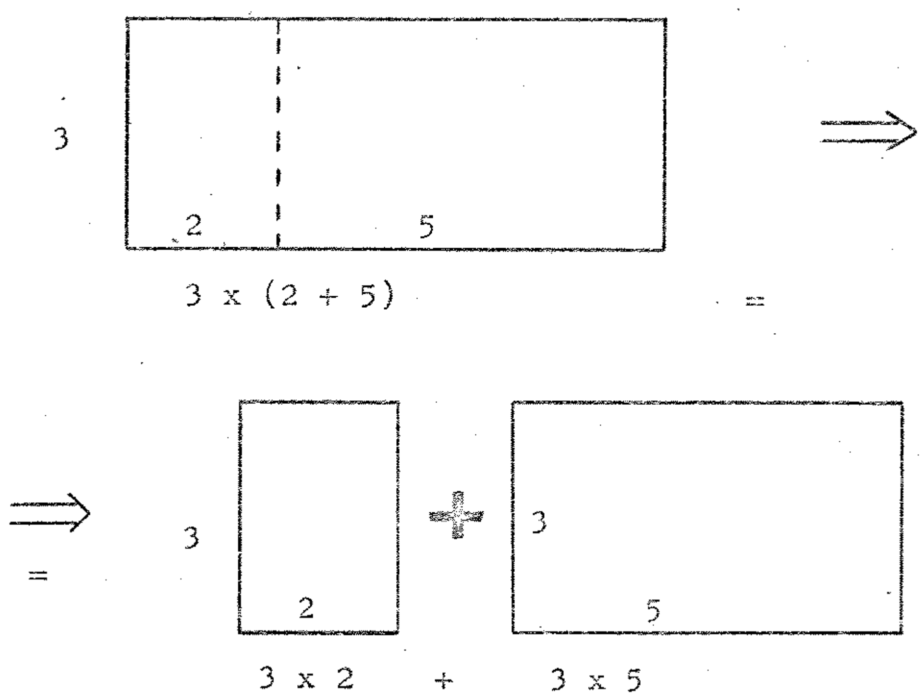
(Além do proposto pelo livro, o professor deve apresentar os seguintes exercícios:)

3) Um retângulo tem 5 m de base e 3 m de altura; outro retângulo tem 10 m de base e 3 m de altura. Compare entre si as áreas dos dois retângulos.

4) Utilizando-se do retângulo desenhado no quadro negro no início da aula, mostrar que $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$, hachurando convenientemente as partes.

(procedimento análogo ao que os alunos do grupo RÉPLICA executaram, individualmente).

5) Mostrar geometricamente a propriedade distributiva com relação à adição, desenhando no quadro negro o que se segue:



SEXTA ETAPA

Objetivos: 1) aprendizagem do cálculo da área do paralelogramo.

2) aprendizagem do cálculo da área do triângulo.

Roteiro de Aula: páginas 313 a 315 do livro adotado.

19. *Área do paralelogramo*

Consideremos o *paralelogramo* (fig. 74) de base *b* e altura *a*. É fácil concluir que o paralelogramo colorido compõe-se das *mesmas partes* que o retângulo "prêto", isto é, são *equivalentes*.

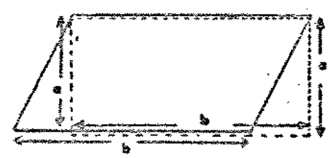


FIG. 74

Nestas condições êles têm a *mesma área*.

Logo:

$$\boxed{\text{Área do paralelogramo} = \text{base} \times \text{altura}}$$

ou $$A_{\square} = b \times a$$

Continuam valendo as DUAS IMPORTANTES QUESTÕES (direta e inversa) estudadas com o retângulo.

20. *Área do triângulo*

Seja o *triângulo* (fig. 75) que, como é fácil de se verificar, é a metade do paralelogramo pontilhado.

Logo:

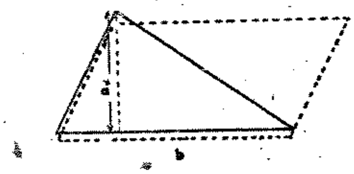


FIG. 75

$$\boxed{\text{Área do triângulo} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}}$$

ou

$$\boxed{A_\triangle = \frac{b \times a}{2}}$$

No caso de o triângulo ser *retângulo* a *base* e a *altura* são os *catetos* do triângulo e, portanto, a área será igual ao semiproduto dos catetos.

DUAS IMPORTANTES QUESTÕES:

1.ª) Para calcular a *área* de um *triângulo*, conhecidas as medidas da *base* e da *altura*, basta *multiplicar* essas medidas e *dividir* o resultado por 2.

2.ª) INVERSAMENTE, conhecidas a *área do triângulo* e a medida de *uma* das dimensões, para calcular a medida da outra dimensão, basta *dividir* o dôbro da área (isto é, área multiplicada por 2) pela medida conhecida.

Logo:

$$\boxed{A_\triangle = \frac{b \times a}{2}} \iff \boxed{b = (2 \times A_\triangle) : a}$$

$$\iff \boxed{a = (2 \times A_\triangle) : b}$$

Aplicações:

1. Calcular a *área* do triângulo, sabendo-se que a base mede 1,8dm e a altura 50cm.

   Temos: 1,8dm = 18cm e, portanto: $A_\triangle = \frac{18 \times 50}{2}\text{cm}^2 = \boxed{450\text{cm}^2}$

2. Calcular a *base* de um triângulo, cuja área é 500cm², sabendo-se que a sua altura é de 20cm.

   Temos: $b = [(2 \times 500) : 20]\text{cm} =$

   $b = (1.000 : 20)\text{cm} = \boxed{50\text{cm}}$

SÉTIMA ETAPA

Objetivos: aprendizagem do cálculo da área do trapézio.

Roteiro de Aula: páginas 315 a 317 do livro adotado.

21. *Área do trapézio*

Seja o *trapézio* (fig. 76), onde b_1, b_2 e a representam as medidas da *base maior*, *base menor* e *altura*, respectivamente.

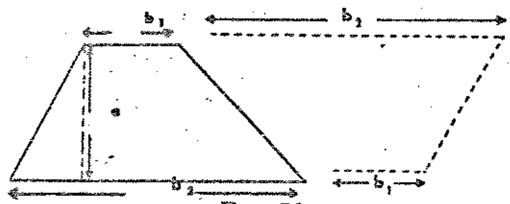


Fig. 76

A figura pontilhada, obtida completando a base maior com a menor e a base menor com a maior, é um paralelogramo de base (b_1+b_2) e altura a, cuja área é:

$$(b_1+b_2) \times a$$

Fácil é verificar que o trapézio dado é a *metade* dêsse paralelogramo e, portanto, a sua área será igual a:

$$\boxed{A_{\square} = \frac{(b_1 + b_2) \times a}{2}}$$

ou seja:

$$\boxed{\text{Área do trapézio} = \frac{(\text{base maior} + \text{base menor}) \times \text{altura}}{2}}$$

Duas importantes questões:

1.ª) Conhecidos: (b_1+b_2) e a, determina-se $A_{\square}$ por meio de uma MULTIPLICAÇÃO e uma *divisão* por 2.

2.ª) INVERSAMENTE, conhecidos $A_{\square}$ e (b_1+b_2), determina-se a por meio de uma MULTIPLICAÇÃO por 2 e uma *divisão;* o mesmo processo é aplicado quando se conhece $A_{\square}$ e a, e deseja-se (b_1+b_2).

Logo: $$\boxed{A_{\square} = \frac{(b_1 + b_2) \times a}{2}} \iff \boxed{a = (2 \times A_{\square}) : (b_1+b_2)}$$
$$\iff \boxed{(b_1+b_2) = (2 \times A_{\square}) : a}$$

Aplicações:

1. Calcular a área do trapézio cujas bases medem, respectivamente, 16cm e 12cm, e a altura, 8cm.

Temos: $$A_{\square} = \frac{(12+16) \times 8}{2}\,\text{cm}^2 = \frac{28 \times 8}{2}\,\text{cm}^2 = \boxed{112\text{cm}^2}$$

2. Calcular a altura de um trapézio de área igual a 48dm^2, sabendo-se que a base menor mede 4dm e que a maior mede o triplo da menor.

Temos:
$$\left.\begin{array}{l} b_2 = 4\text{dm} \\ b_1 = \underline{12\text{dm}} \end{array}\right\} b_1+b_2$$
$$16\text{dm}$$

e, portanto: $a = [(2 \times 48) : 16]\text{dm}$
$a = [96 : 16]\text{dm} = \boxed{6\text{dm}}$

OITAVA ETAPA

Objetivos: aprendizagem do cálculo da área do losango.

Roteiro de Aula: páginas 316 e 317 do livro adotado.

22. *Área do losango*

Seja o *losango* (fig. 77), onde d_1 e d_2 representam as medidas das diagonais *maior* e *menor*, respectivamente.

A figura pontilhada, que é um retângulo, contém oito triângulos *iguais*, dos quais quatro compõem o losango. Portanto, a área do losango é a metade da área do retângulo de dimensões d_1 e d_2. Logo:

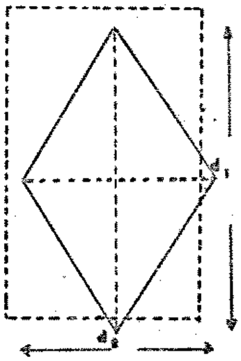


FIG. 77

$$\boxed{\text{Área do losango} = \frac{\text{diagonal maior} \times \text{diagonal menor}}{2}}$$

ou

$$\boxed{A_\lozenge = \frac{d_1 \times d_2}{2}}$$

DUAS IMPORTANTES QUESTÕES:

1.ª) Para calcular a *área* de um *losango*, conhecidas as medidas das *diagonais*, basta *multiplicar* essas medidas e *dividir* o resultado por 2.

2.ª) INVERSAMENTE, conhecidas a *área do losango* e a medida de *uma* das diagonais, para calcular a medida da outra, basta *dividir* o dôbro da área pela medida conhecida.

Logo:

$$\boxed{A_\lozenge = \frac{d_1 \times d_2}{2}} \iff \boxed{d_1 = (2 \times A_\lozenge) : d_2}$$

$$\iff \boxed{d_2 = (2 \times A_\lozenge) : d_1}$$

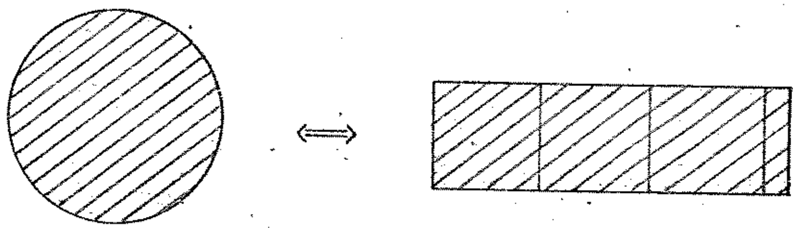
Aplicações:

1. As diagonais de um losango medem, respectivamente, 14dm e 6dm. Calcular a área dêsse losango.

Temos: $$A_\lozenge = \frac{14 \times 6}{2}\,\text{dm}^2 = \boxed{42\text{dm}^2}$$

2. A área de um losango, cuja diagonal maior mede 14cm, é igual a 42dm^2. Quanto mede a outra diagonal dêsse losango?

Temos: $$d_2 = [(2 \times 42) : 14]\,\text{dm}$$
$$d_2 = [84 : 14]\,\text{dm} = \boxed{6\text{dm}}$$



Logo: a *área do círculo* vale *um pouco mais* do triplo da *área do quadrado* que tem para *lado* o *raio do círculo*, ou seja:

$$\boxed{\text{Área do círculo} = 3{,}1\ldots \times r^2}$$

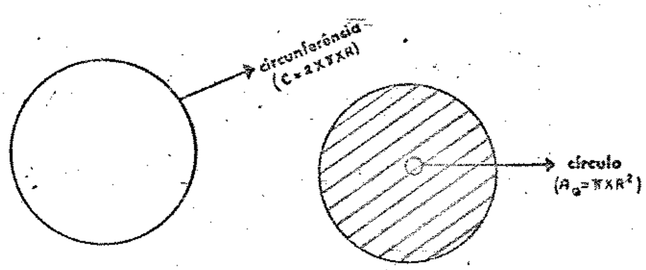
Com *mais precisão*, podemos adiantar que êsse 3,1 . . . é o já famoso "pi" (π) e, portanto:

$$\boxed{\text{Área do círculo} = \text{"pi"} \times (\text{raio})^2}$$

ou

$$\boxed{A_{\odot} = \pi \times r^2}$$

Êrro comum: Confundir *circunferência* (que possui *comprimento* $\Longleftrightarrow$ uma dimensão) com *círculo* (que possui *superfície* $\Longleftrightarrow$ duas dimensões).



Duas importantes questões:

1.ª) Para calcular a *área* de um *círculo*, conhecida a medida de seu *raio*, basta *multiplicar* π pelo *quadrado* da medida do raio.

2.ª) Inversamente, conhecida a *área* de um *círculo*, para calcular a medida de seu *raio*, basta *extrair a raiz quadrada* do quociente da área por π.

Logo:

$$\boxed{A_{\odot} = \pi \times r^2} \quad \Longleftrightarrow \quad \boxed{r = \sqrt{A_{\odot} : \pi}}$$

Aplicações:

1. Calcular a área do círculo cujo diâmetro mede 20cm. Usar $\pi = 3,14$.

   Temos: $r = 20\text{cm} : 2 = 10\text{cm}$

   e $A_{\odot} = 3,14 \times (10)^2\text{cm}^2 = \boxed{314\text{cm}^2}$

2. Determinar a medida do raio de um círculo que possui $28,26\text{dm}^2$ de área. Usar π com aproximação de 0,01.

   Temos: $r = \sqrt{28,26 : 3,14}\text{dm} = \sqrt{9}\text{dm} = \boxed{3\text{dm}}$

RESUMO

$$A_{\square} = l^2$$

$$A_{\text{retângulo}} = b \times a$$

$$A_{\text{paralelogramo}} = b \times a$$

$$A_{\triangle} = \frac{b \times a}{2}$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{(b_1 + b_2) \times a}{2}$$

$$A_{\lozenge} = \frac{d_1 \times d_2}{2}$$

$$A_{\odot} = \pi \times r^2$$

DÉCIMA ETAPA

Objetivos: aplicação de conhecimentos.

Roteiro de Aula: páginas 319 e 320 do livro adotado.

24. *Cálculo por decomposição*

A área de uma *figura plana qualquer*, no caso de ser possível decompô-la em figuras de áreas conhecidas, é calculada somando e, às vêzes, subtraindo tais áreas.

Exemplos:

1.º) Calcular a área do seguinte polígono (fig. 79):

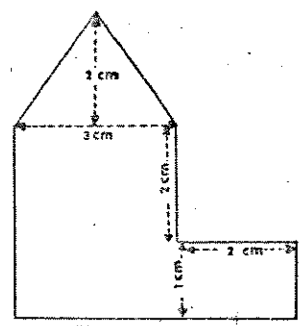


FIG. 79

Êsse polígono pode ser decomposto nas figuras: triângulo, quadrado e retângulo, tôdas de áreas fàcilmente calculáveis, isto é:

$$A_{\triangle} = \frac{3 \times 2}{2}\,\text{cm}^2 = 3\text{cm}^2 \qquad A_{\square} = (3)^2\text{cm}^2 = 9\text{cm}^2$$

e

$$A_{\sqsubset\!\sqsupset} = (2 \times 1)\text{cm}^2 = 2\text{cm}^2$$

Logo: $A_{\text{figura}} = 3\text{cm}^2 + 9\text{cm}^2 + 2\text{cm}^2 = \boxed{14\text{cm}^2}$

2.º) Calcular a área da seguinte figura plana (fig. 80):

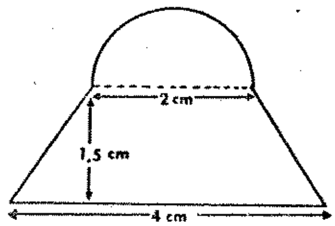


FIG. 80

Temos, agora, um trapézio e um semicírculo e, portanto:

$$A_{⏢} = \frac{(4+2)\times 1{,}5}{2}\,\text{cm}^2 = \frac{6 \times 1{,}5}{2}\,\text{cm}^2 = 4{,}5\text{cm}^2$$

$$A_{\frown} = \frac{\pi \times r^2}{2} = \frac{3{,}14 \times 1\text{cm}^2}{2} = 1{,}57\text{cm}^2$$

Logo: $A_{\text{figura}} = 4{,}5\text{cm}^2 + 1{,}57\text{cm}^2 = \boxed{6{,}07\text{cm}^2}$

3.º) Calcular a área da parte colorida da seguinte figura (fig. 81):

Neste caso a área da parte colorida é dada fazendo-se a *diferença* entre a área do quadrado e a área do círculo. Assim:

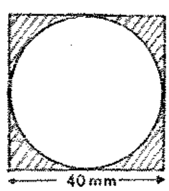


FIG. 81

$$A_{\text{figura}} = A_{\square} - A_{\circ} =$$
$$= (40)^2\text{mm}^2 - \pi(20)^2\text{mm}^2 =$$
$$= 1.600\text{mm}^2 - 3{,}14 \times 400\text{mm}^2 =$$
$$= \boxed{344\text{mm}^2}$$

DÉCIMA PRIMEIRA ETAPA

<u>Objetivos</u>: aplicação de conhecimentos.

<u>Roteiro de Aula</u>: páginas 321 e 322 do livro adotado.

(Os exercícios 6, 7, 8 e 9 do grupo 85 devem ser omitidos)

EXERCICIOS EXPLORATÓRIOS — Grupo 84

1. Você quer medir a superfície do retângulo da fig. 82 e dispõe das seguintes unidades: quadrado *u* (desenhe-o numa cartolina para poder trabalhar melhor) e triângulo retângulo *v* (idem).
   Exprima a medida do retângulo nas unidades *u* e *v*.

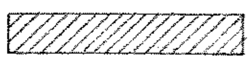


Fig. 82

2. Os dois quadriláteros (fig. 83), o primeiro de forma quadrada e o segundo de forma retangular, têm o *mesmo perímetro*. Calcular a *área* de cada um dêles.

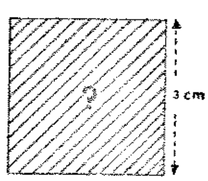
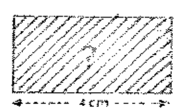


Fig. 83



3. Que diz você das áreas dos três triângulos construídos em retângulos iguais (fig. 84)? Por quê?

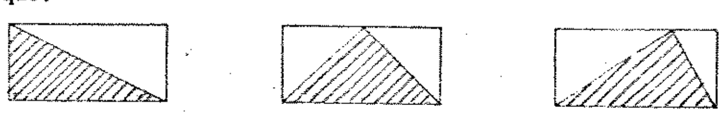


Fig. 84

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO — GRUPO 85

1. Completar o seguinte quadro, relativo a dados de *retângulos:*

base	9cm	8cm	5dm	---	---	3mm	2m	---
altura	6cm	---	35cm	18m	5m	---	---	95m
perímetro	---	---	---	1hm	34m	32mm	---	39dam
área	---	32cm²	---	---	---	---	200dm²	--- m²

2. Paulo pretende medir as dimensões de um jardim retangular usando o seu passo de 80cm como unidade. Calcular as dimensões do jardim, bem como a sua área, sabendo-se que Paulo contou 30 passos de largura e 45 de comprimento.

3. Qual é, em m², a área de um aeroporto de forma retangular que possui 3,2km de comprimento por 93dam de largura?

4. Determinar o *comprimento* (?) do retângulo na fig. 85, sabendo-se que:

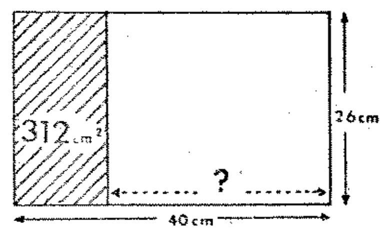


FIG. 85

5. O quadrado e o retângulo (fig. 86) têm a *mesma área.* Calcular:

1.º) *comprimento* do retângulo

2.º) o *perímetro* de cada um dêles

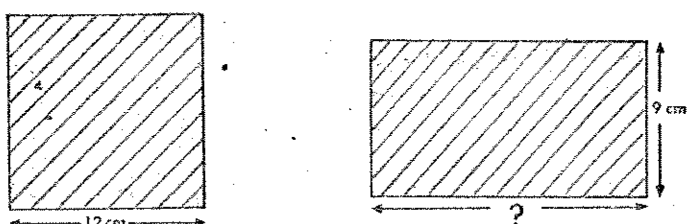


FIG. 86

10. Verificar se os triângulos (fig. 87) têm a *mesma área:*

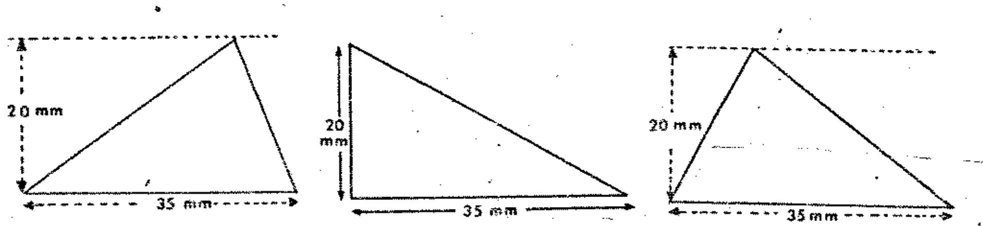


FIG. 87

ANEXO 6

ROTEIRO DO PROFESSOR PARA O GRUPO RÉPLICA

Instruções dadas ao Professor.

— Grupo Réplica.

Prezado Professor,

A orientação seguinte deve ser rigorosamente observada, tanto em relação ao seu conteúdo como quanto a sua seqüência lógica, a fim de se obter a boa realização do experimento.

No roteiro de aula, o que estiver entre parênteses é especificamente dirigido a você, professor; o restante diz respeito a aquilo que deve ser transmitido ao aluno.

Sempre que necessário, você deve repetir, na sala de aula e com o auxílio do conjunto de réplicas confeccionadas em madeira, as soluções propostas pelos alunos.

PRIMEIRA ETAPA

<u>Objetivos</u>:

1) recordar a noção de perímetro;

2) calcular o perímetro das principais figuras planas;

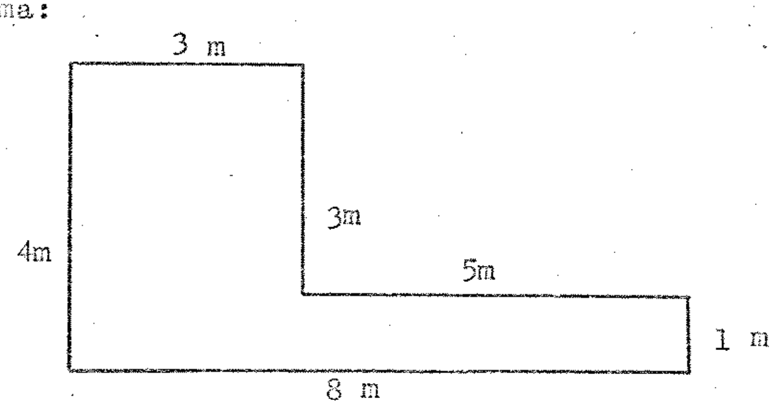
3) desenvolver noção de área e suas unidades de medida.

<u>Material Didático</u>: Álbum Seriado

<u>Roteiro de aula</u>:

(empregando a folha 1 do álbum seriado, propor o seguinte problema)

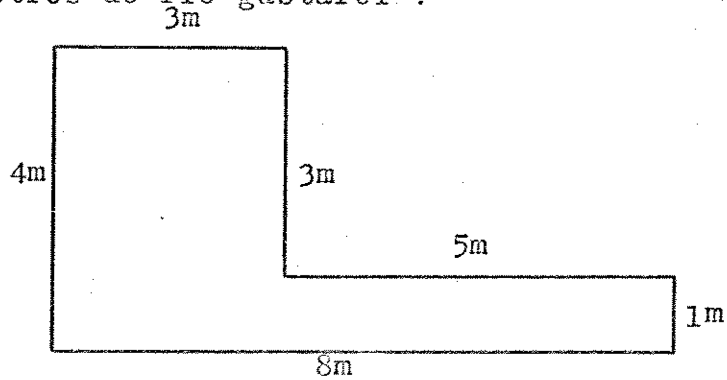
O jardim de minha casa tem as seguintes dimensões e forma:



Quero cercá-lo com estacas a serem fincadas de metro em metro. De quantas estacas precisarei?

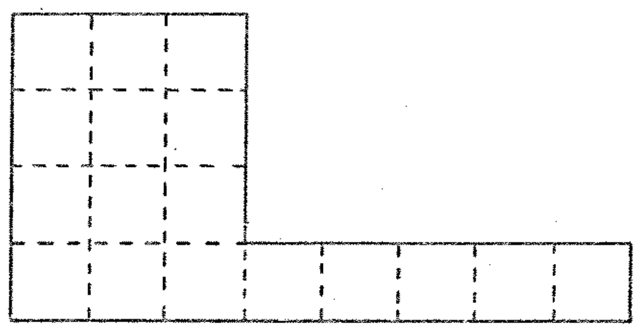
(após resolução, propor o problema seguinte)

Quero, também, cercá-lo com um fio de arame. Quantos metros de fio gastarei ?



(Através do problema seguinte, proporcionar condições para que surja a necessidade de uma nova unidade de medida: a de superfície)

Finalmente, quero cobrí-lo com grama. De quanta grama vou precisar?



(Somente depois de ter surgido a necessidade de nova unidade de medida, introduzir unidade de medida de superfície, que, no caso, deve ser a "placa" de grama; introduzir unidade de medida de superfície, mostrando, concretamente, o que significa um metro quadrado, um decímetro quadrado e um centímetro quadrado; então, levantar as seguintes conclusões junto aos alunos)

- a primeira resposta é simplesmente um número;
- a segunda resposta é um número acompanhado da unidade de medida de comprimento (m) e chama-se perímetro. Então, perímetro é a soma das medidas dos lados;
- a terceira resposta, é um número acompanhado da unidade de medida de superfície (m^2) e chama-se área. Então, área é a medida da superfície.

Exercícios:

1º) estabelecer correspondência das atividades, mencionadas à direita, com os termos escritos à esquerda, colocando dentro do parênteses o número 1 se for perímetro, e 2 se se tratar de área.

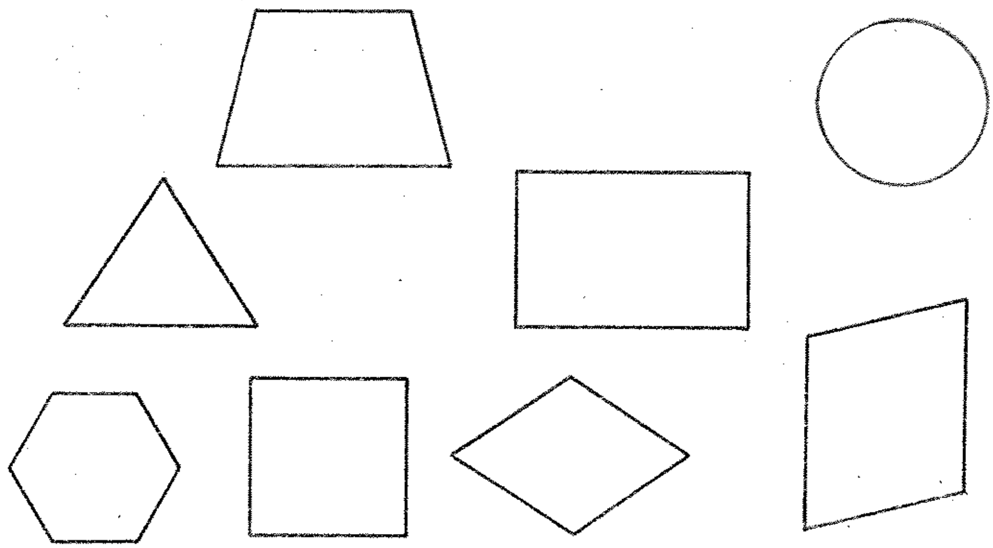
	( ) colocar rodapé numa sala
(1) perímetro	( ) cobrir parede com papel
(2) área	( ) pintar uma porta
	( ) ladrilhar um cômodo
	( ) cercar um terreno

2º) (recordar as diferentes figuras planas existentes em seu meio ambiente e, então, separar as que convém ao estudo)

Que outras figuras planas vocês conhecem ?

Vamos estudar no momento as seguintes:

(mostrar a folha 2 do álbum seriado)



SEGUNDA ETAPA

Objetivos:

1) aprendizagem do cálculo do perímetro das principais figuras planas;

2) propiciar condições para a percepção da dificuldade do cálculo do perímetro do círculo;

3) aplicar conhecimento a novas situações;

Material Didático: Conjunto de réplicas do Professor.

Roteiro de Aula:

1º) (Dividir a turma em grupos de 4 alunos e distribuir uma peça do conjunto de réplicas do professor para cada grupo. Ao final, os resultados deverão ser colocados no quadro negro)

Calcular o perímetro da figura que coube ao seu grupo.

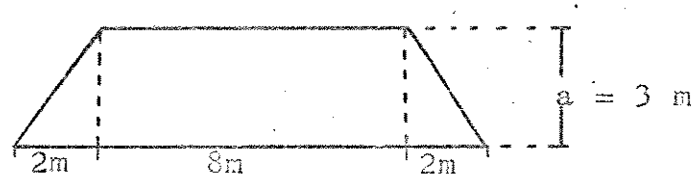
2º) (Utilizando a folha 2 do álbum seriado, colocar medidas nos lados das figuras e propor o exercício seguinte, a todos os alunos)

Calcular o perímetro de cada uma das figuras, conforme esse gráfico.

(observação: o círculo será estudado logo a seguir, sendo importante, porém, que a dificuldade para se medir seu perímetro surja aqui).

3º) O perímetro de um quadrado é 96 m. Quanto mede cada lado do quadrado ?

4º) Calcular o perímetro do trapézio isósceles seguinte:



5º) Completar o quadro seguinte, relativo a retângulo:

RETÂNGULO	A	B	C
BASE	2cm	9cm	
ALTURA	6cm		8cm
PERÍMETRO		32cm	40cm

6º) Uma das dimensões de um retângulo é o triplo de outra. A soma das duas é 36cm. Qual o perímetro do retângulo ?

7º) Renato tem 24m de gradil para construir um cercadinho retangular para seus coelhos. Pode ele construí-lo em 12m de largura por 12m de comprimento ? Por que? Como você o faria ?

(observação: para a próxima aula, cada grupo deve trazer cerca de cinco objetos circulares ou cilíndricos, além de barbante e régua).

TERCEIRA ETAPA

Objetivos: aprendizagem do cálculo do perímetro do círculo, através de medições experimentais em objetos circulares ou cilíndricos.

Pré-requisito: $a : b = c \Longrightarrow c \times b = a$

se $\frac{a}{b} = c$ então $c \times b = a$

Material Didático: conjunto de objetos cilíndricos, barbante e régua.

Roteiro de aula:

(cada grupo de 4 alunos deve, primeiramente, realizar as quatro atividades abaixo propostas. Em seguida, os quocientes, a que cada grupo chegou, devem ser colocados no quadro negro, para que todos possam avaliar os resultados obtidos. Depois, o professor deve introduzir o π e eliciar a conclusão de que a medida do comprimento do círculo pode ser calculada, se conhecermos seu diâmetro, pois, se $\frac{c}{d} = \pi$, então, $c = \pi$ d).

1) Medir o perímetro de cada círculo referente aos objetos circulares ou cilíndricos, preenchendo o quadro abaixo:

NOME DO OBJETO	perímetro	diâmetro	quociente	observações

2) Medir os diâmetros respectivos dos círculos, colocando-os também na tabela acima;

3) Dividir os perímetros pelos respectivos diâmetros;

4) Comparar os resultados obtidos através de operação anterior.

Conclusão: o comprimento do círculo pode ser calculado, se conhecermos seu diâmetro, pois se $\frac{\text{perímetro}}{\text{diâmetro}} = 3{,}1$, então,

perímetro = 3,1 x d

Exercícios:

1) complete o quadro:

	raio	comprimento
3,14	5	
3,14		62,8
	3,5	22

2) O raio da roda de minha bicicleta mede 28 cm. Que distância ela percorre, quando a roda dá uma volta ? (Resp: 175,84 cm)

QUARTA ETAPA

Objetivos:

1) aprendizagem do cálculo da área do retângulo.

2) justificativa de algumas propriedades aritméticas ou geométricas.

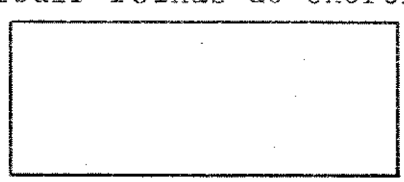
Material Didático: Folha de exercícios E1,E2

Roteiro de Aula:

(propor e resolver o problema seguinte, de acôrdo com os quatro primeiros passos sugeridos: a conclusão deve ser escrita, no quadro negro):

Quero cobrir uma parede retangular cuja altura mede 2 m e cuja base mede 5 m, como mostra a figura abaixo:

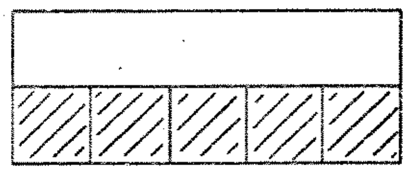
(Distribuir folhas de exercícios E1)



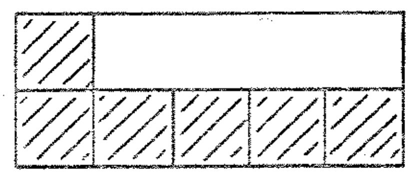
1) Vamos cobrí-la com placas quadradas de $1 \cdot m^2$.

($1\ m^2$ será a unidade de medida).

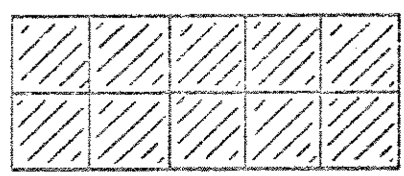
2)



3)



4)



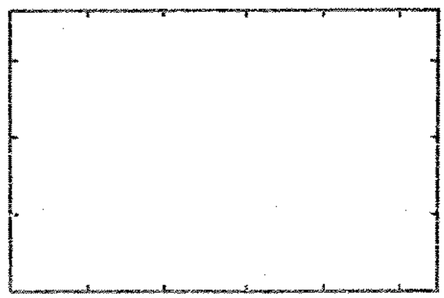
5) Quantos couberam ?

6) Existe algum modo mais rápido do que contar um por um para se obter o total ?

7) Conclusão: Para se achar a quantidade de placas necessárias para cobrir a parede, basta multiplicar a medida da base pela medida da altura. Calcular essa quantidade é o mesmo que calcular a área do retângulo.

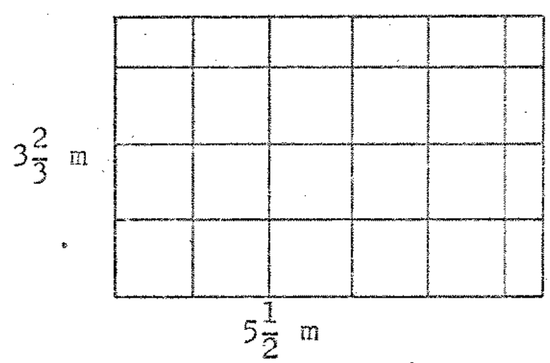
(Observação: no caso de algum aluno propor cobrir uma superfície, de dimensões tais que a unidade es colhida não caiba exatamente, o professor deve proceder semelhantemente ao que se sugere no exemplo abaixo, a fim de encontrar a nova unidade de medida:

"cobrir uma sala de $5\frac{1}{2}$ m por $3\frac{2}{3}$ m com placas de 1 m^2"



na largura $5\frac{1}{2}$ m, será necessário cortar placas ao meio, para que a cobertura se dê.

na altura $3\frac{2}{3}$ m, será necessário cortar placas em terços, para que a cobertura se dê.



Mas, ainda sobra uma pequena parte no canto superior direito, devido às divisões na largura em meios e na altura em terços.

logo, cada parte é $\frac{1}{6}$ da placa.

Com essa nova unidade que é $\frac{1}{6}$ da área da anterior, pode-se cobrir toda a superfície da sala de $5\frac{1}{2}$ m por $3\frac{2}{3}$ m.

Assim procedendo, sempre será possível encontrar uma unidade de medida que caiba, exatamente, um certo número de vezes, em qualquer sala).

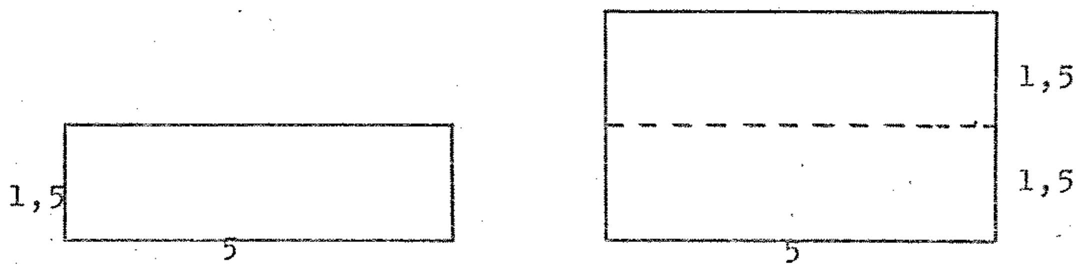
<u>Exercícios</u>:

1) Calcular a área de sua carteira.
2) Calcular a área do armário da sala de aula.
3) Calcular a área da mesa do professor.
4) Calcular a área de um retângulo que tem base igual a altura.

<u>Variação da área do retângulo em função de seus lados.</u>

(aqui, os alunos devem ter uma folha de papel para ser cortada)

Primeira experiência: recorte um retângulo e depois construa outro cuja altura seja o dobro da altura do retângulo dado.



Calcule as áreas de ambos.

Qual dos dois retângulos tem maior área?

O que a área do maior é em relação à do menor ?

Dobrando a altura do retângulo, dobrar-se-á sua área ?

Segunda experiência: recorte um retângulo, depois triplique sua altura;

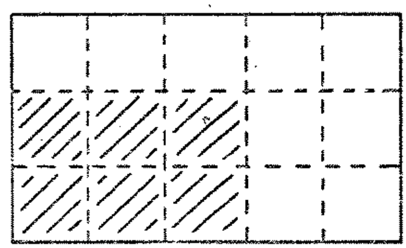
Calcule as áreas de ambos;

O que a área desse novo retângulo é em relação à área do primeiro ?

Terceira: (propor experiência semelhante, alterando a medida da base do retângulo)

(Agora, deve-se aplicar a folha de exercícios E2. Os exercícios consistem em hachurar ou pintar nos dois diferentes lados, somente a parte indicada, por exemplo:

2/3



3/5

Seu objetivo é preparar aos alunos para entenderem porque $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

Quarta Etapa;

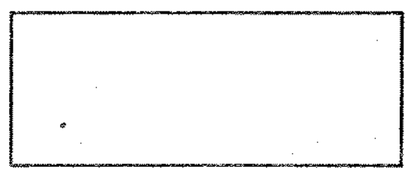
Folha de Exercícios - E1

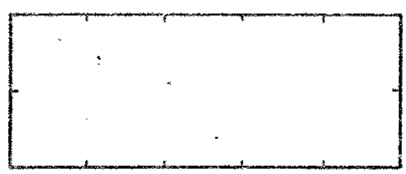
Escola: ______________________________

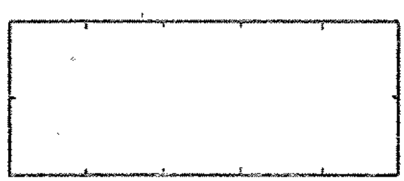
Aluno : ______________________________

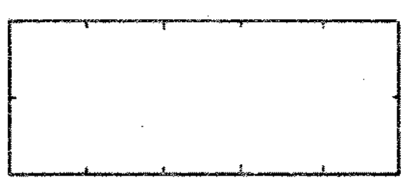
Grau : ______________________________

Data : ______________________________









Escola: ______________________________

Aluno : ______________________________

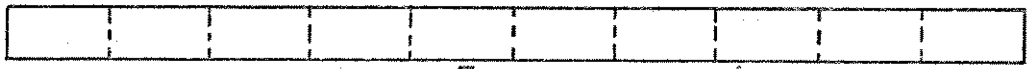
Grau : ______________________________

Data : ______________________________

Quarta Etapa

Fôlha de Exercícios

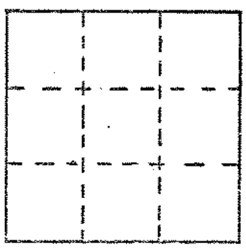
E2



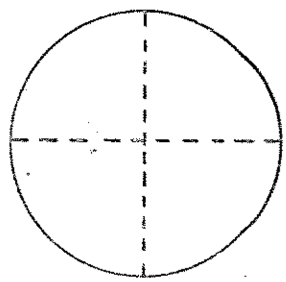
$\frac{7}{10}$

$\frac{2}{4}$

$\frac{2}{3}$

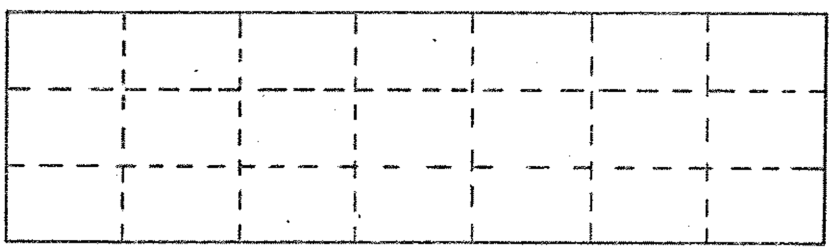


$\frac{2}{3}$



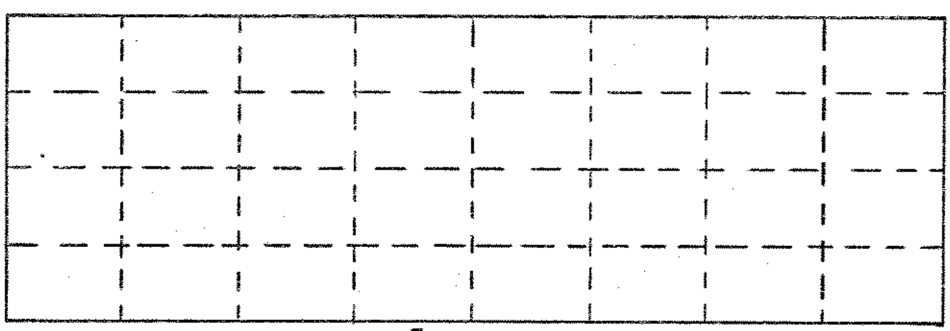
$\frac{3}{4}$

$\frac{2}{3}$



$\frac{4}{7}$

$\frac{3}{4}$



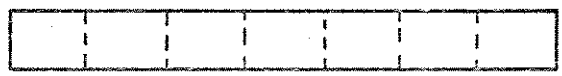
$\frac{5}{8}$

Justificação geométrica do produto de racionais $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

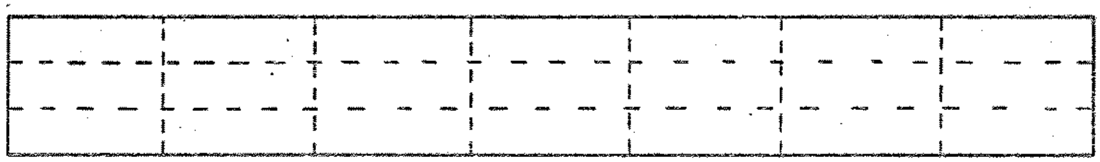
(desenhar no quadro negro as figuras seguintes)

1. Pinte a lápis os $\frac{2}{3}$ da barra abaixo:

2. Pinte a lápis os $\frac{4}{7}$ da barra seguinte:

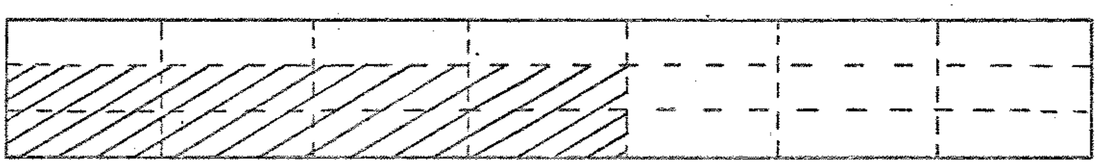


3. Observe o retângulo abaixo:



4. Ele é formado por 21 retângulos menores; cada um deles se chama "um vinte e um avos", isto é, $\frac{1}{21}$.

5. Partindo do canto inferior esquerdo, pinte 2 retângulos dos 3 da 1a. fila vertical e pinte 4 retângulos dos 7 da 1a. fila horizontal; complete o retângulo formado por esses dois lados obtendo a figura seguinte:



6. Mas, sabendo que suas dimensões são $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{7}$, como você faria para calcular a área desse retângulo? (Resp. faria $\frac{2}{3} \times \frac{4}{7}$)

7. Quantos $\frac{1}{21}$ existem nesse novo retângulo pintado?

(Resp. 8 deles, isto é, $\frac{8}{21}$)

Eles correspondem à área do retângulo pintado? (Resp.sim)

Então, sua área é $\frac{8}{21}$?

8. Se a área vale $\frac{8}{21}$ e para calculá-la deve-se fazer $\frac{2}{3} \times \frac{4}{7}$, que conclusão podemos tirar ? (Resp. que $\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{8}{21}$)

Portanto, o produto de racionais pode ser obtido multiplicando-se numerador com numerador e denominador com denominador.

9. Exercício: faça o mesmo para $\frac{2}{5} \times \frac{1}{3}$.

QUINTA ETAPA

Objetivos:

a) justificar a propriedade distributiva em relação à adição.

b) mostrar que "a soma dos quadrados das medidas dos lados menores é igual ao quadrado da medida do lado maior, se o triângulo for retângulo".

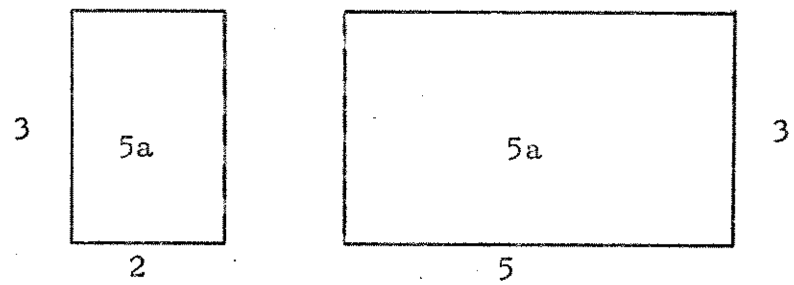
Material Didático: Réplicas 5a, 5b, 5c, 5d.

Roteiro de aula:

(distribuir réplica 5a aos alunos)

1. Observando a figura em questão, notamos que ela está picotada. Meça a sua base, que ficou dividida em duas partes pelo picote; meça a parte da base à esquerda do picote e também à direita do picote. Meça a altura. O cálculo da área desse retângulo, então poderia ser indicado assim: $3 \times (2 + 5)$?

2. Divida o retângulo em dois outros menores, segundo o picote.



3. Indique o cálculo das áreas dessas partes. (Os alunos devem obter 3 x 2 e 3 x 5)

4. A área do retângulo, primeiramente dado, deve ser igual à soma das áreas dos dois retângulos menores? Então, como você poderia escrever essa igualdade ?

   Poderia ser assim: 3 x (2 + 5) = 3 x 2 + 3 x 5 ?

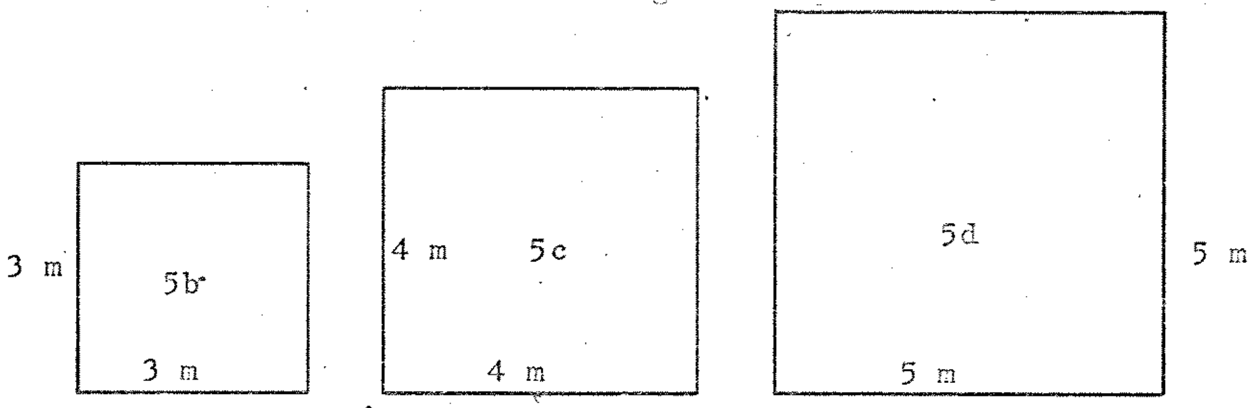
   Como se chama a propriedade aqui representada ?

5. Antes de realizarmos uma nova experiência, recordemos que:

   o quadrado é o retângulo que tem base e altura iguais e sua área é calculada multiplicando-se a base pela altura.

(distribuir aos alunos as réplicas 5b, 5c, 5d)

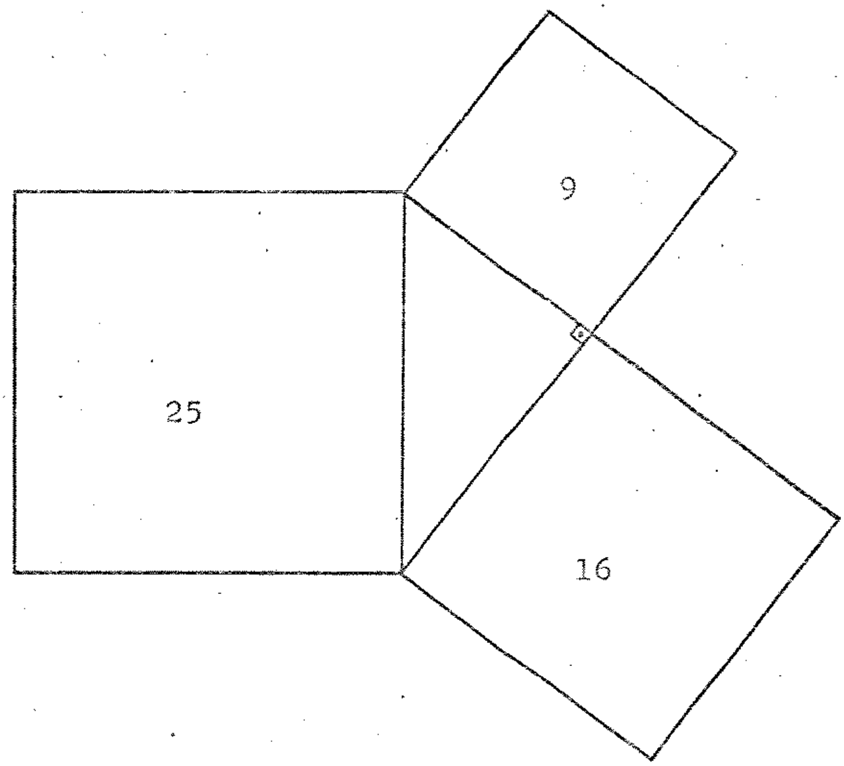
6. Calcule as áreas dos seguintes quadrados:



7. Some as áreas dos dois menores;

8. Usando os três quadrados, forme um triângulo.

Esse triângulo tem um ângulo reto ?



9. Que observações seriam válidas com relação a esta experiência ?

(que a soma das áreas dos quadrados menores é igual à área do quadrado maior e que o triângulo é retângulo).

10. Realize uma experiência semelhante com quadrados de dimensões 6cm, 8cm e 10 cm.

11. Com quadrados de dimensões 6cm, 8cm e 12cm, realizar experiência análoga à proposta do exercício anterior.

12. Sob que condições a área do quadrado maior será igual à soma das áreas dos quadrados menores ? (essa conclusão deve ser escrita no quadro negro: "quando os quadrados formarem um triângulo retângulo")

SEXTA ETAPA

Objetivos: levar os alunos a concluirem que as figuras podem ter formas diferentes, mas áreas iguais.

Mateiral Didático: folhas de exercícios E3, E4

Roteiro de Aula:

(utilizando-se de pastilhas vitrificadas, diferentes figuras devem ser formadas, variando-se a quantidade ou a disposição delas. Escolha um aluno de cada grupo e chame-o à frente, um por vez, para que eles formem as figuras diferentes provavelmente de áreas diferentes também. Em seguida, passe aos exercícios das folhas E2 e E3, um por vez).

Sexta Etapa;

Folha de Exercícios - E3

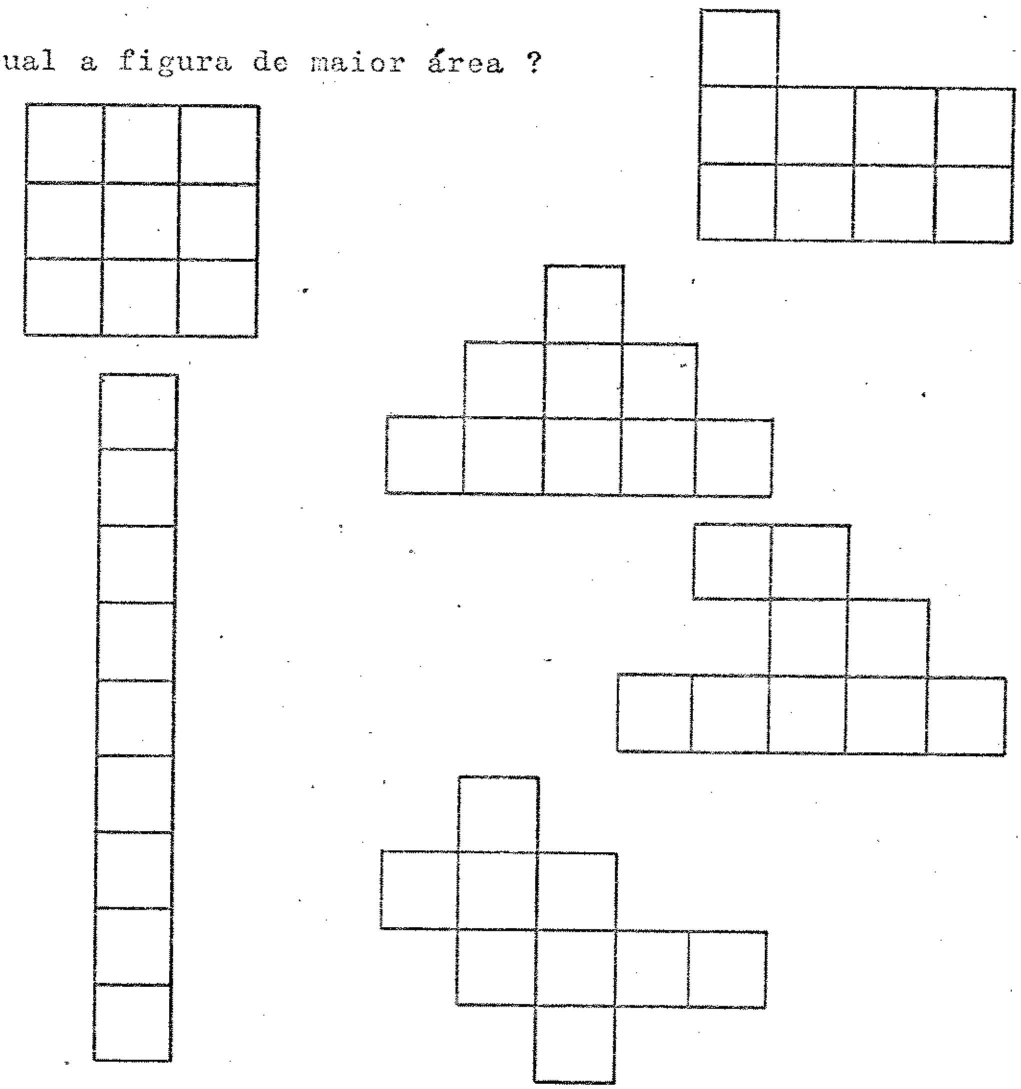
ESCOLA: ____

ALUNO : ____

GRAU : ____________________ TURMA: ____________________

DATA : ____

Qual a figura de maior área ?



Que conclusão pode tirar dessa experiência ?

É possível rearranjar as partes de uma figura, sem alterar sua área ?

Sexta Etapa;

Folha de Exercícios - E4

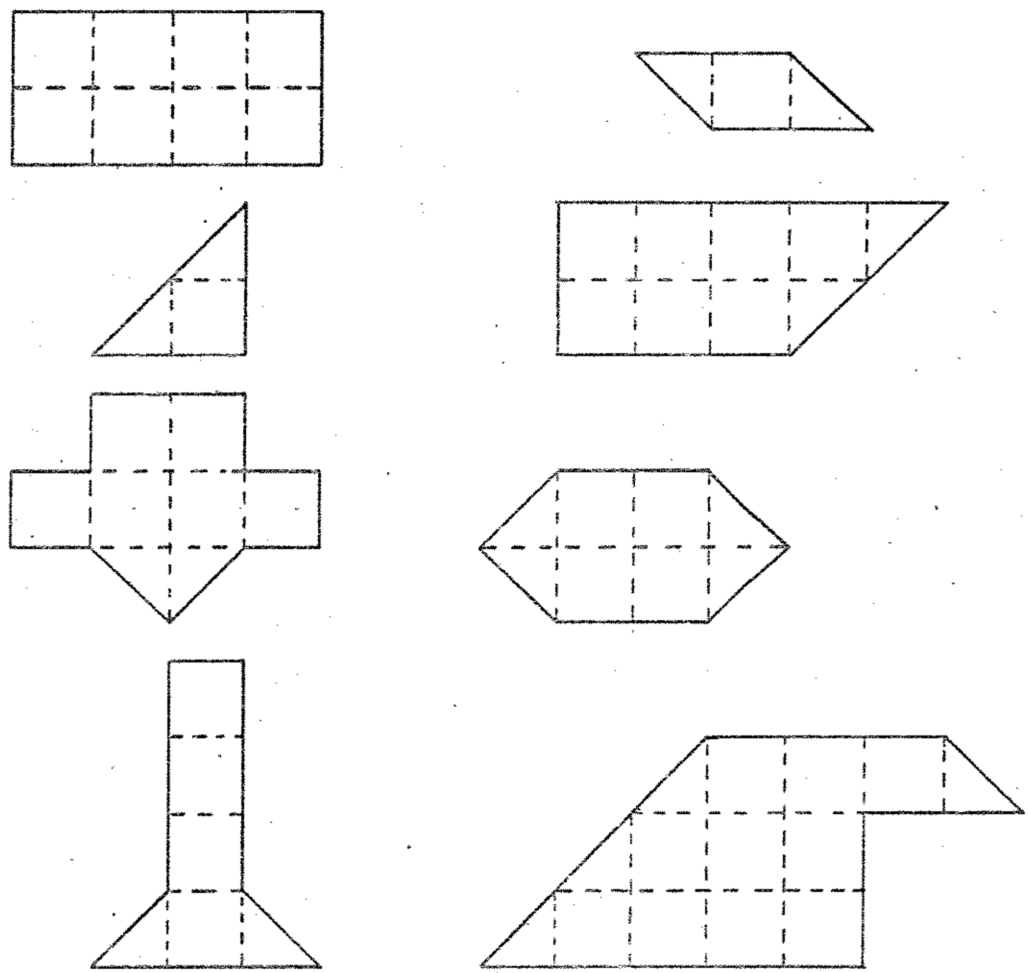
ESCOLA: ____

ALUNO : ____

GRAU : ____________________ TURMA: ______________________

DATA : ____

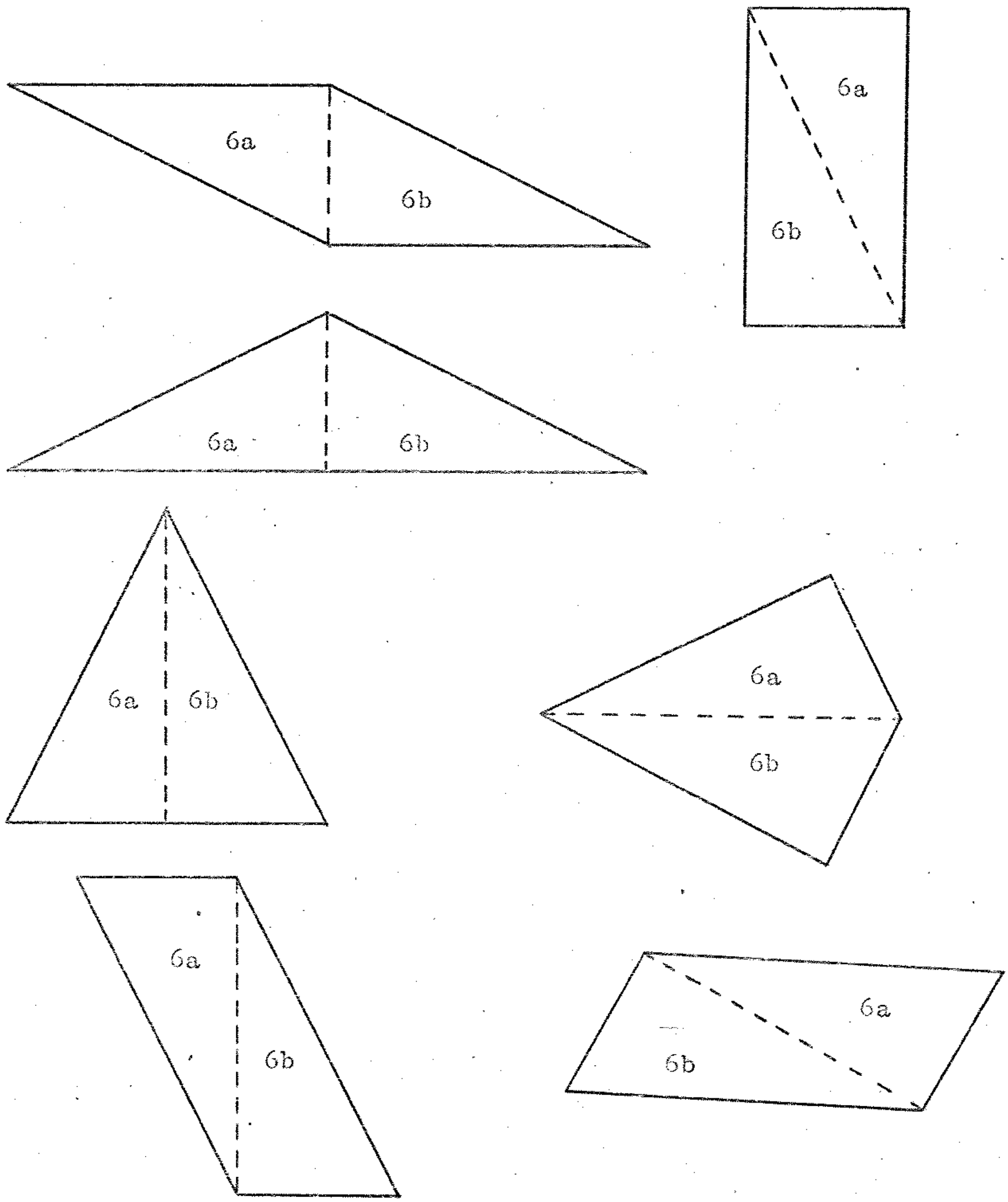
Calcule a área de cada figura abaixo:



Pode-se transladar partes de uma figura, modificando sua forma mas conservando sua área ?

(Distribuir aos alunos as réplicas 6a e 6b e pedir-lhes que justaponham os dois triângulos dos mais variados modos)

Qual das figuras seguintes tem a maior área ?



(Os alunos, agora, estão preparados para aprender como efetuar o cálculo de área das figuras planas, sem a utilização de fórmulas. Sabendo como calcular a área do retângulo, eles poderão calcular a área das outras figuras planas poligonais. A primeira figura a ser estudada será o paralelogramo.)

SÉTIMA ETAPA

Objetivos:

1) aprendizagem do cálculo da área do paralelogramo através da translação de parte dessa figura, transformando-a em outra, cujo cálculo da área seja do conhecimento dos alunos.

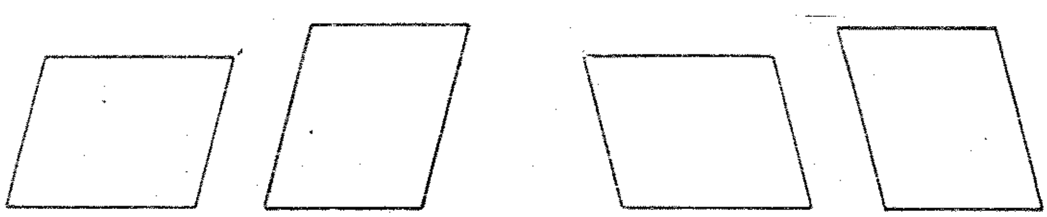
Material Didático: Réplica 7a.

Roteiro de Aula: -

(Distribuir a réplica 7a aos alunos, observando-lhes que:

-os lados do paralelogramo são paralelos e de mesmo comprimento, dois a dois;

-qualquer paralelogramo pode ocupar posições diferentes, mas sua área será sempre a mesma: por exemplo,



1) A experiência que vamos realizar é muito simples: tente transformar o paralelogramo dado numa outra figura, cuja área você já sabe calcular.

2) Como se chama a nova figura?

3) A base do paralelogramo é igual à do retângulo ? E a altura do paralelogramo é igual à do retângulo ?

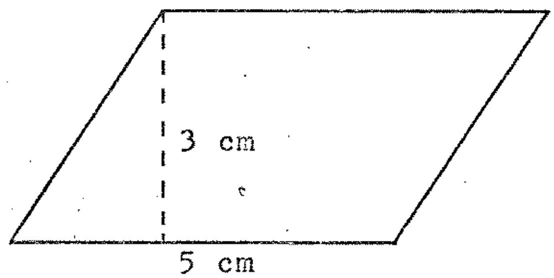
4) A área do paralelogramo deve ser igual à do retângulo ?

5) Como se deve proceder para calcular a área do paralelogramo ?

(Aqui devem ser dados alguns exercícios sobre cálculo de área de paralelogramos. Chame a atenção dos alunos para a semelhança do procedimento no cálculo de área entre retângulo e paralelogramo.)

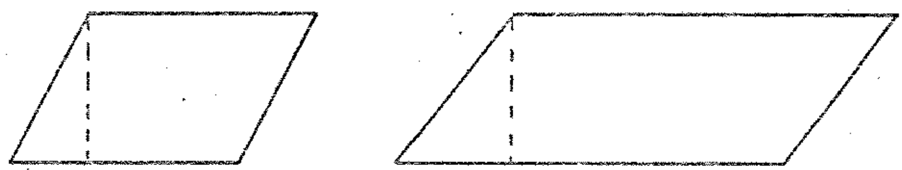
Exercícios

1) Calcule a área do paralelogramo cuja base mede 5 cm e altura 3 cm.

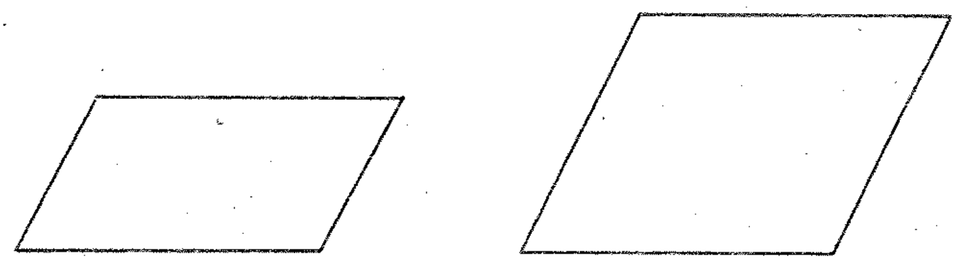


2) Os paralelogramos abaixo devem ser comparados aos pares. Assinale, em cada um dos pares, o de maior área.

1º par:

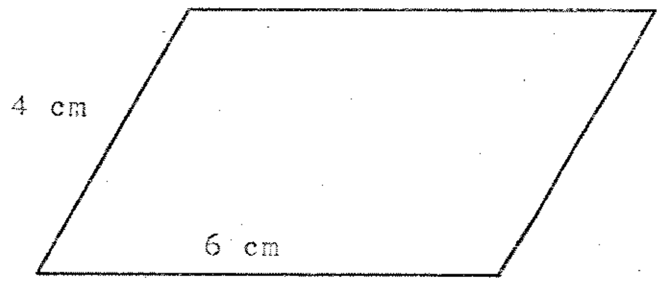


2º par:

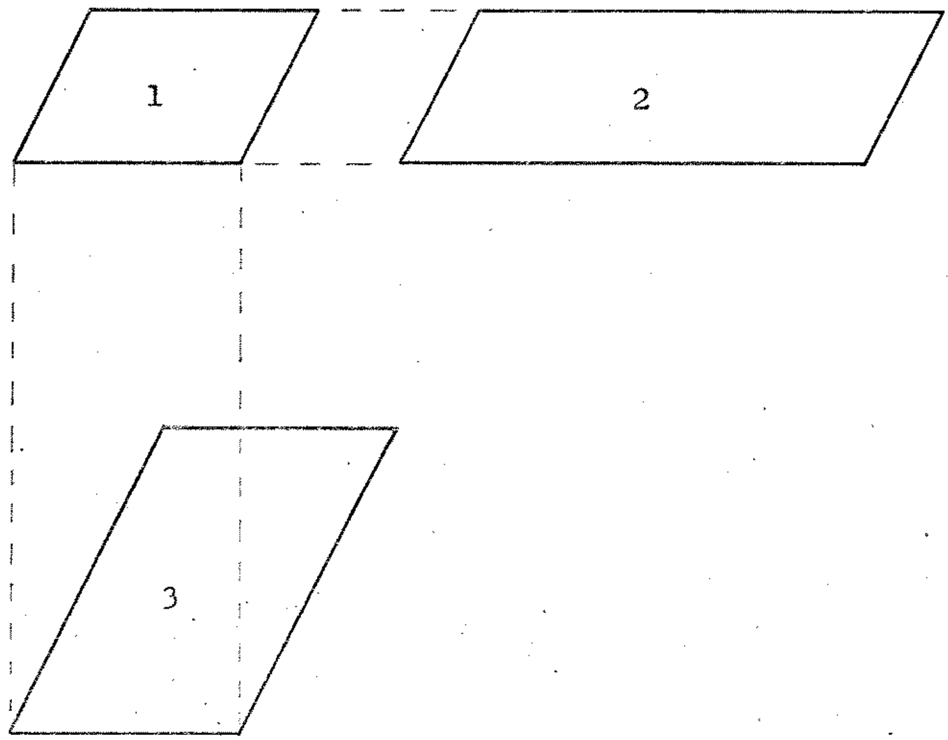


3) Sabendo-se que o lado maior de um paralelogramo mede 6 cm e o lado menor 4 cm, pode-se calcular sua área ?

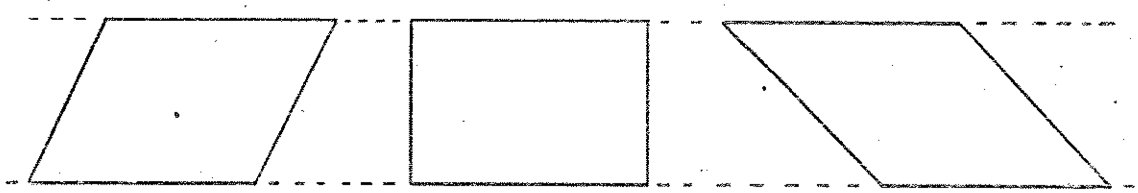
Explique porque.



4) Dos paralelogramos abaixo desenhados, os de números 1 e 2 têm a mesma altura, mas a base do paralelogramo 2 é o dobro da base do paralelogramo 1.



5) Meça as figuras abaixo e calcule suas áreas. Justifique a conclusão a que chegou.



OITAVA ETAPA

Objetivos: Aprendizagem do cálculo da área do triângulo; proporcionalidade da área segundo a variação da da base ou da altura do triângulo.

Material Didático: Réplicas 8a, 8b, 8c

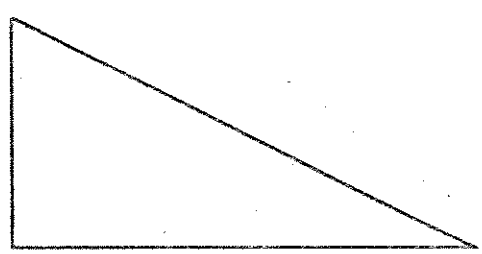
Roteiro de Aula:

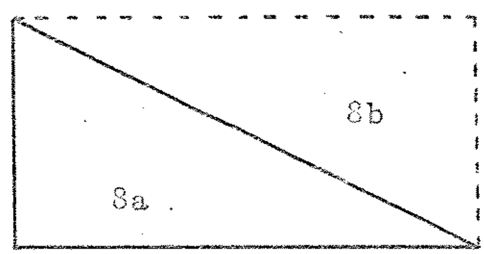
(distribuir aos alunos as réplicas 8a e 8b)

1) Utilizando os triângulos dados, monte um retângulo.

2) Essa nova figura tem a mesma área que um dos triângulos ?

3) O que a área do retângulo é da área do triângulo?



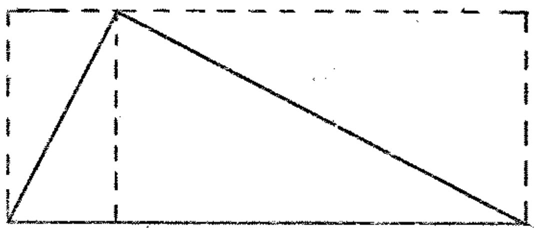


(I)

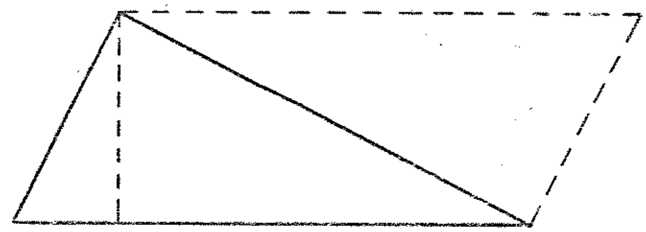
4) Então, como deve ser calculada a área do triângulo dado ?

5) Existem outras maneiras de transformar um triângulo numa figura cuja área já sabemos calcular ?

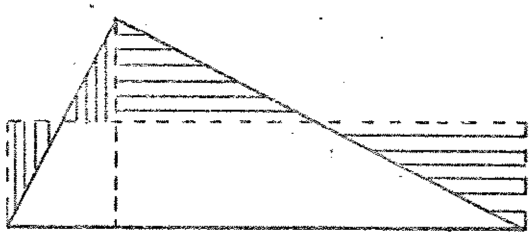
(Provavelmente, cada grupo de alunos apresentará, como resposta, uma das quatro situações abaixo; as que não forem apresentadas pelos alunos, o professor deverá sugerir)



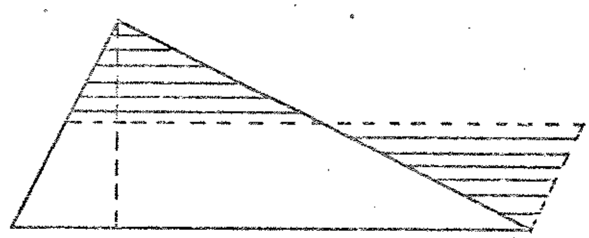
(II)



(III)



(IV)



(V)

Observe que as situações I, II, III mostram que a área do triângulo é igual à metade da área do retângulo (ou do paralelogramo) de mesma base e mesma altura, isto é, Área = $\frac{\text{base x altura}}{2}$.

Observe, também, que as situações IV e V mostram que a área do triângulo é igual à área de um retângulo de mesma base, mas com altura igual à meta de da altura do triângulo, isto é,

$$\text{Área} = \text{base} \times \frac{\text{altura}}{2}.$$

Como os triângulos em I, II, III, IV e V são iguais, temos que $\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \text{base} \times \frac{\text{altura}}{2}$.

Agora tente responder:

Será que um produto fica dividido por dois, quando dividimos um dos fatores por dois ? Será que essa propriedade continuará valendo, quando o divisor for três ?

Repita a experiência para outros divisores e então, tente responde: Será que un produto fica dividido por um número, quando dividimos um dos fatores por esse número ?

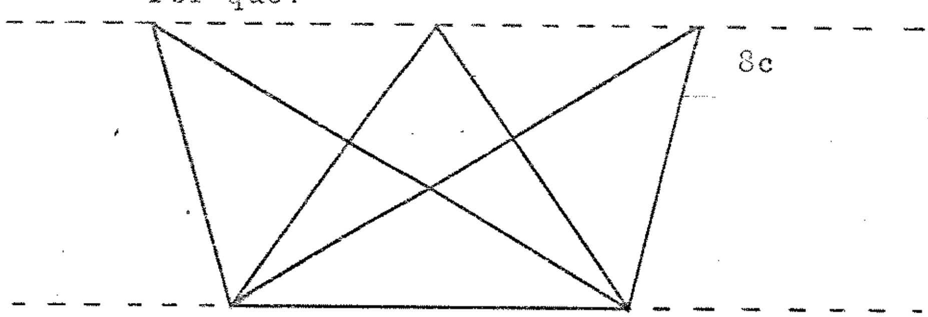
Simbolicamente, poderia ser escrito assim:

$$\frac{a \times b}{c} = a \times \frac{b}{c} \ ?$$

Vamos à outra experiência: considere duas retas paralelas. Construa vários triângulos de bases iguais e superpostas, mas com os vértices opostos (à base) sobre a outra paralela. (utilizar a réplica 8c)

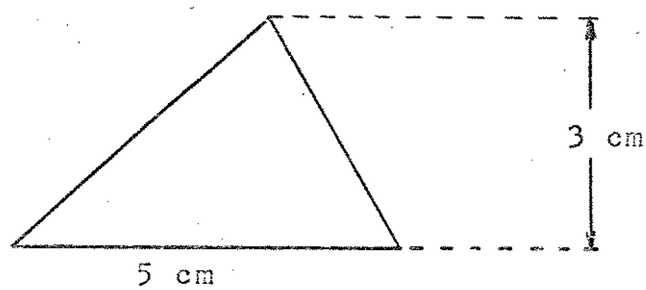
Qual dos triângulos é o de maior área ?

Por quê?



8c

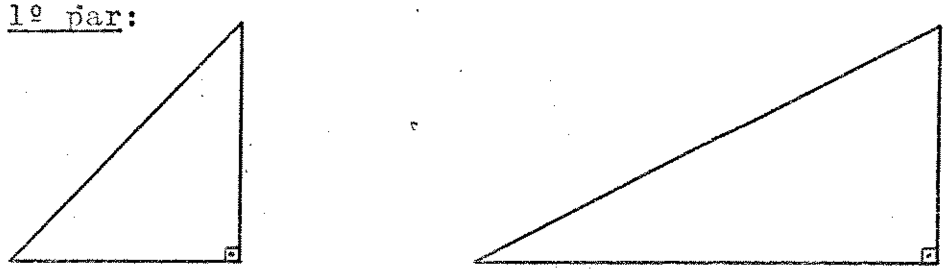
1) Calcule a área do triângulo cuja base mede 5 cm e altura 3 cm.



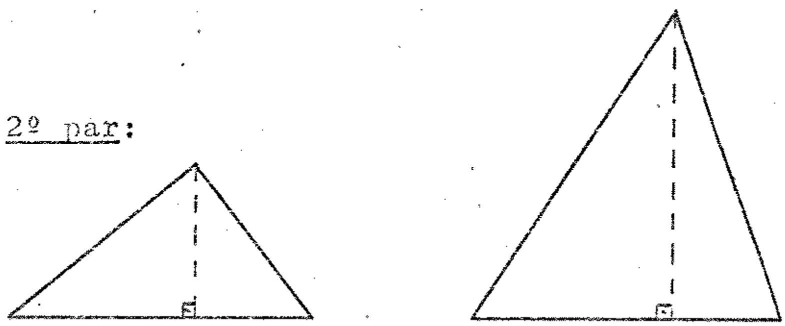
2) Sabendo-se que a área de um triângulo é 30 cm^2 e sua base mede 5 cm, quanto medirá sua altura? Justifique a resposta.

3) Para cada par abaixo, compare as medidas das bases, compare as medidas das alturas, compare as áreas e então tire suas conclusões.

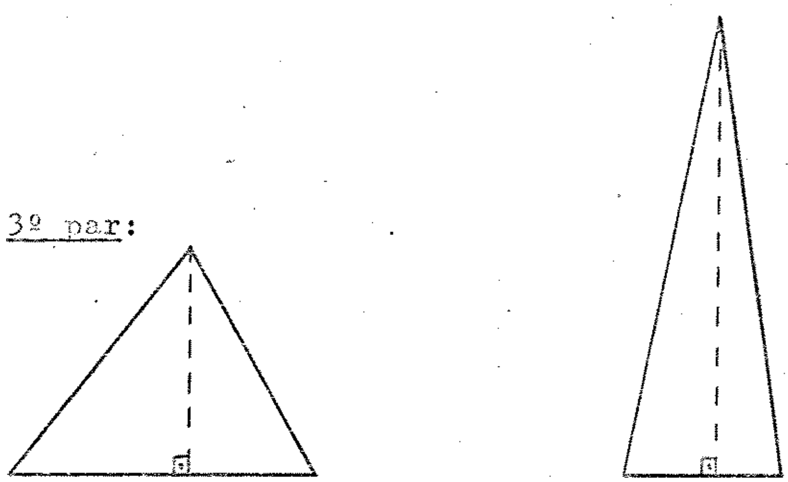
<u>1º par</u>:



<u>2º par</u>:



<u>3º par</u>:



NONA ETAPA

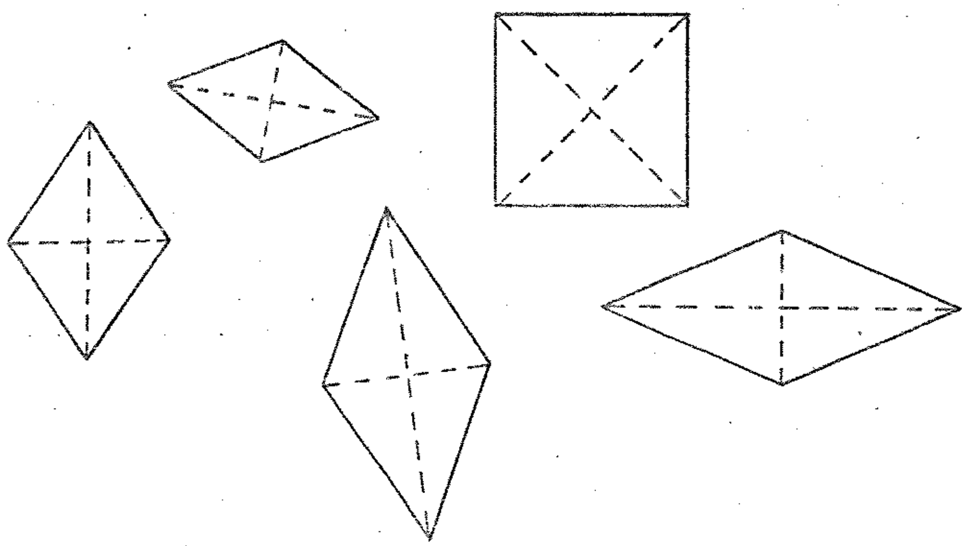
<u>Objetivo</u>: aprendizagem do cálculo da área do losango através da translação de partes dessa figura, transformando-a em outras, cujo cálculo da área seja do conhecimento dos alunos.

<u>Material Didático</u>: Réplicas 9a, 9b.

<u>Roteiro de Aula</u>: <u>Losango</u>

(é o paralelogramo de quatro lados iguais)

Eis alguns deles:



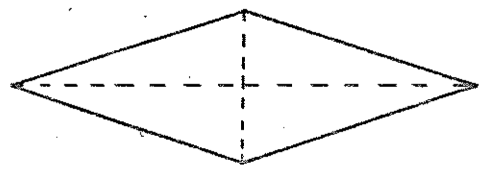
(Distribuir aos alunos as réplicas 9a, 9b.)

1) Dado losango abaixo:

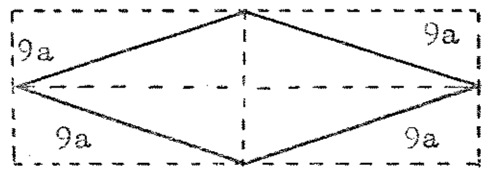
a) trace a diagonal maior e a menor;

b) transforme-o numa figura cuja área você já saiba calcular.

a)



b)

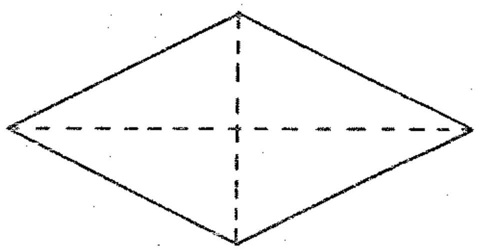


2) Que dimensões você deve conhecer para conseguir calcular a área de um losango ?

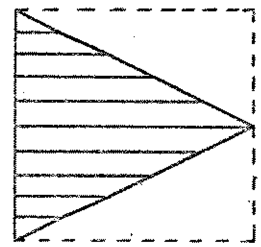
3) Então, como se calcula a área de losango ?

(Alguns alunos podem transformar o losango num retângulo, por um dos dois modos mostrados abaixo; isso daria oportunidade para recordar a seguinte propriedade da multiplicação: um produto fica dividido por um número, se dividirmos um de seus fatores por esse número).

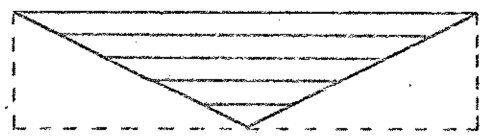
As figuras c) e d), abaixo, mostram outras duas maneiras, através das quais, se pode concluir como calcular a área do losango: a primeira nos dá Área$=\frac{D}{2} \times d$, enquanto a segunda, Área$=D \times \frac{d}{2}$. Compare-as com a que nos foi dada pela figura b.



c)



d)



Exercícios:

1) Calcule a área de um losango cujas diagonais medem 6 cm e 14 cm. (Resp: 42 cm^2)

2) A área de um losango é igual a 42 cm^2 e a sua diagonal maior mede 14 cm. Quanto mede a outra diagonal desse losango ?

DÉCIMA ETAPA

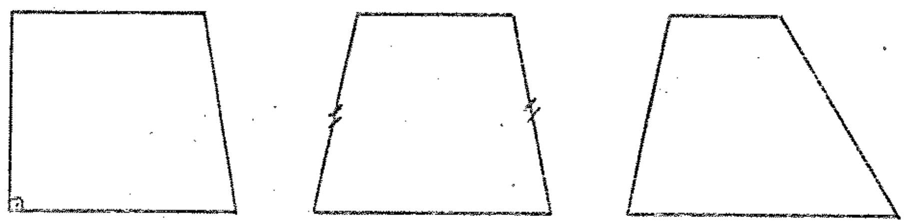
Objetivos: Aprendizagem do cálculo da área do trapézio, através da transformação dessa figura em outras, cujo cálculo da área seja do conhecimento dos alunos.

Material Didático: Réplicas 10a, 10b.

Roteiro de Aula: Trapézio

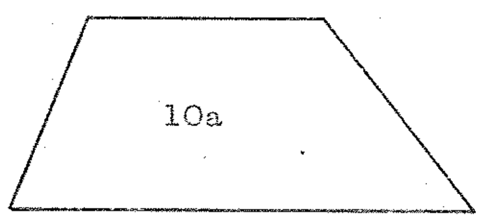
(é o quadrilátero que tem só dois lados paralelos)

Eis alguns deles (seus nomes: retângulo, isósceles, escaleno)

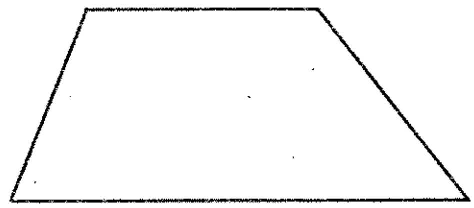


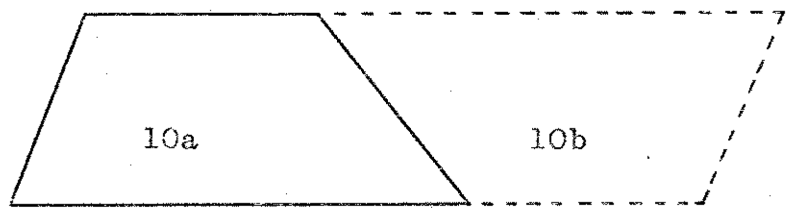
(Distribuir aos alunos as réplicas 10a, 10b)

Note que o trapézio tem duas bases: a maior (B) e a menor (b)



1) Com o auxílio das figuras 10a e 10b, tente transformar o trapézio numa figura cuja área você já saiba calcular.





2) Como se chama a nova figura obtida ?

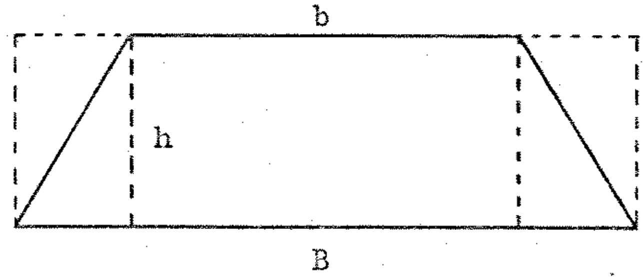
3) A base dessa nova figura (o paralelogramo) é igual à base maior adicionada à base menor ?

4) A área dessa figura é igual à área do trapézio dado ?

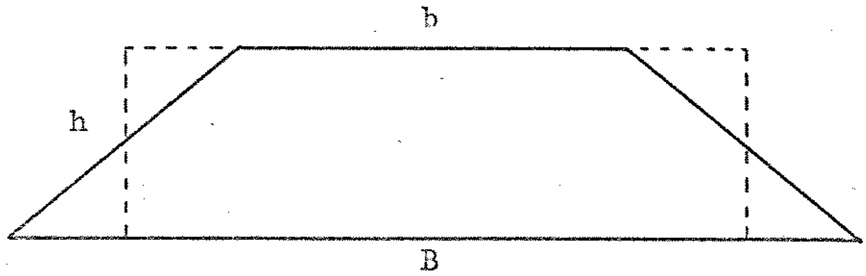
5) Que dimensões você deve conhecer para poder calcular a área de um trapézio ?

(alguns alunos podem resolver o problema através da média das áreas dos retângulos formados pelas bases - figura a-ou, então, através da média das bases- figura b- , o que também será válido. A figura a) nos leva a $\frac{Bxh + bxh}{2}$ e a figura b), a $\frac{(B + b)}{2} \times h$

a)



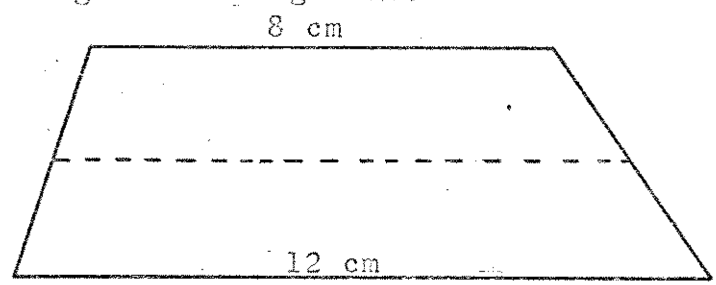
b)



<u>Exercícios</u>:

1) Calcular a área de um trapézio cujas bases medem 16 cm e 12 cm e sua altura 8 cm. (Resp.: 112 cm^2).

2) (Este problema o professor deve colocar no quadro negro e alunos, no caderno). Construa um trapézio que tenha por base maior 12 cm. A altura pode ser qualquer uma. Assinale o meio da altura e, por ele, passe uma paralela às bases. Meça a parte dessa paralela interna ao trapézio e responda às seguintes perguntas:



Esse segmento paralelo às bases é maior que a base menor ? É menor que a base maior ?

Conhecendo as bases do trapézio, como se pode calcular esse segmento ?

3) Calcular a altura de um trapézio de área igual a 48 cm^2, sagendo-se que a base menor mede 4 cm e que a maior mede o triplo da menor.(Resp: 6 cm)

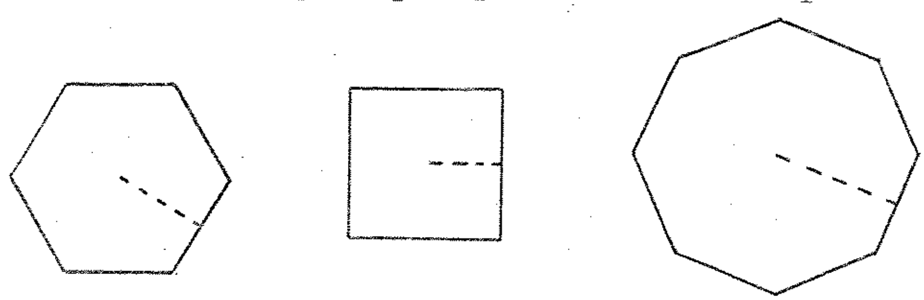
DÉCIMA PRIMEIRA ETAPA

Objetivos: Compreensão do cálculo das áreas do polígono regular e do círculo, transformando-as em outras figuras, cujas áreas sejam do conhecimento dos alunos.

Material Didático: Álbum Seriado (folhas 3 e 4)

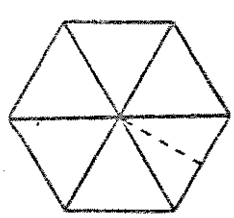
Roteiro de Aula: Polígono (regular)

1) Apresentar alguns polígonos e definir apótema.

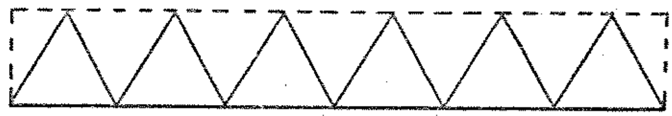


2) Transformar um polígono dado, noutra figura cuja área você já saiba calcular.

a) escolher um polígono, por exemplo, o hexágono:



(Empregar a folha nº 3 do álbum seriado)

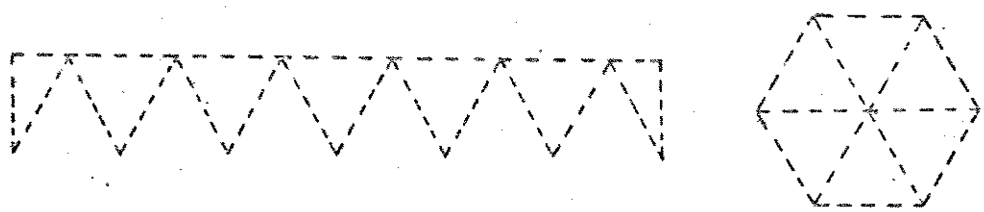


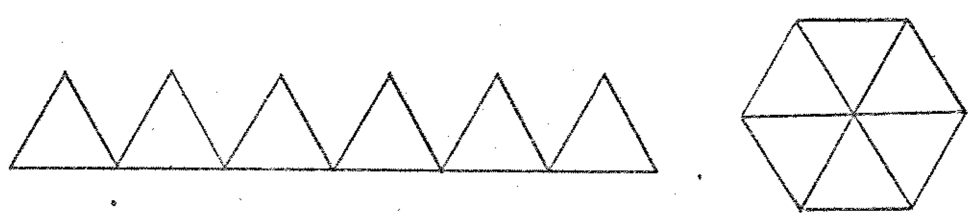
a) O apótema do polígono o que representa nessa nova figura ?

b) A base do retângulo o que significava no polígono ?

c) Como se calcula o perímetro do retângulo, conhecendo-se o apótema e o lado do polígono ?

d) E a área do retângulo ?





e) Porque devemos dividir por dois a área do retângulo para obetermos a área do polígono ?

f) Como, então, se calcula a área de um polígono?

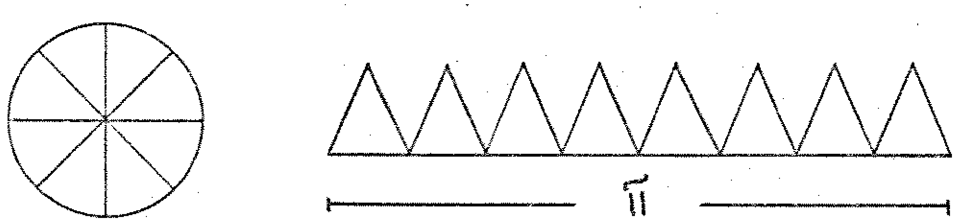
Círculo

(é o conjunto dos pontos de um plano que são equidistantes de um ponto fixo chamado centro).

(Utilizar a folha de número 4 do álbum seriado)

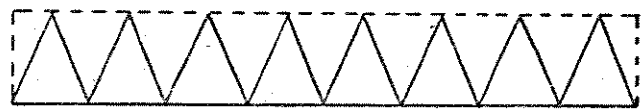
a) Dado um círculo, transformá-lo numa figura cuja área já se saiba calcular.

b) Dividindo-se em várias partes e retificando a circunferência, teremos:



Observe que a base dessa nova figura é igual ao perímetro do círculo, isto é, o comprimento da circunferência, o qual vale $2\pi r$.

c) Podemos transformá-lo num retângulo. Sua altura é igual ao raio do círculo.



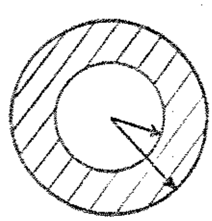
d) Como se calcula a área desse retângulo ?

e) Como se calcula a área desse círculo ?

3) <u>Exercícios</u>:

a) Por que a área do triângulo com altura igual ao raio e base igual ao perímetro de um círculo, é aproximadamente igual à área desse círculo ?

b) Na figura abaixo, temos dois círculos, com o mesmo centro e com dois raios, medindo respectivamente 3 cm e 7 cm. Quanto medirá a área do menor ? E a do maior ? Quanto medirá a área da superfície que pertence ao círculo maior, mas não pertence ao círculo menor ?



ANEXO 7

TRANSLAÇÃO DE PARTES DE FIGURAS (E3)

Escola: ______________________________

Aluno : ______________________________

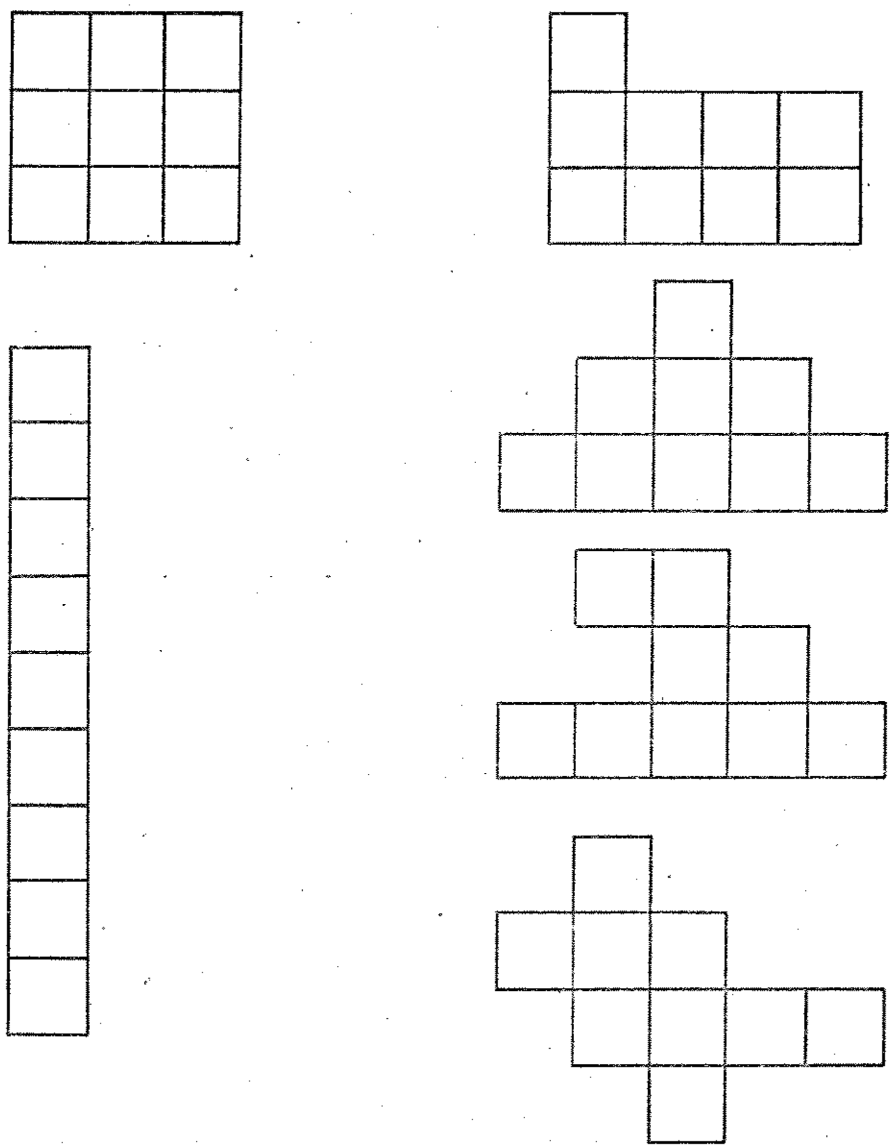
Grau : ______________ Turma: __________

Data : ______________________________

Folha de Exercícios

E3

Qual a figura de maior área?



É possível rearrumar as partes de uma figura sem alterar sua área?

ANEXO 8

TRANSLAÇÃO DE PARTES DE FIGURAS (E4)

Escola: ______________________________

Aluno : ______________________________

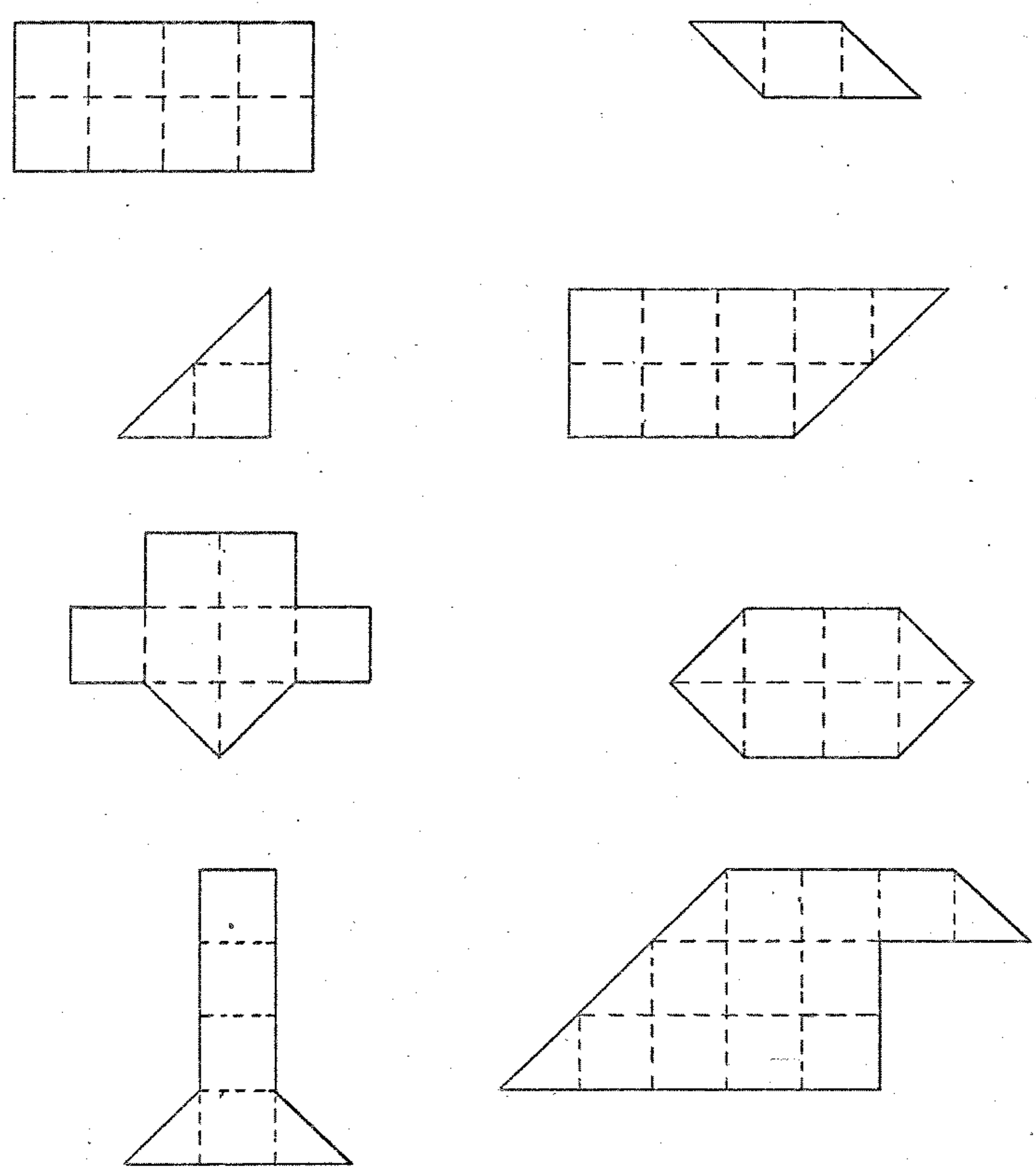
Grau : __________ Turma: _____________

Data : ______________________________

Folha de Exercícios

E4

Calcule a área de cada figura abaixo:



ANEXO 9

JUSTIFICATIVA DO PRODUTO DE NÚMEROS RACIONAIS

Escola: ________________________________

Aluno : ________________________________

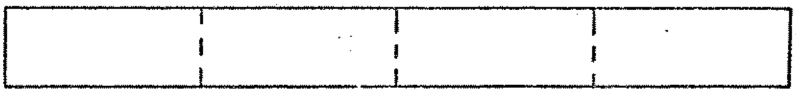
Grau : ________________________________

Data : ________________________________

Folha de Exercícios

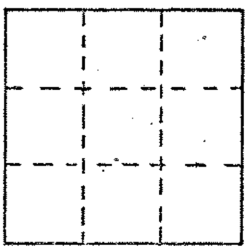
E2

$\frac{7}{10}$

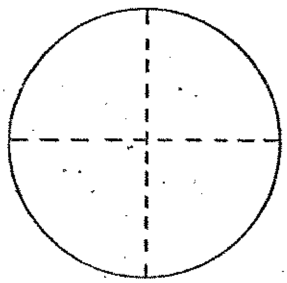


$\frac{2}{4}$

$\frac{2}{3}$

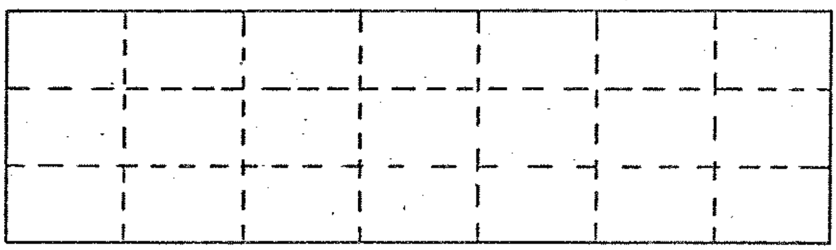


$\frac{2}{3}$



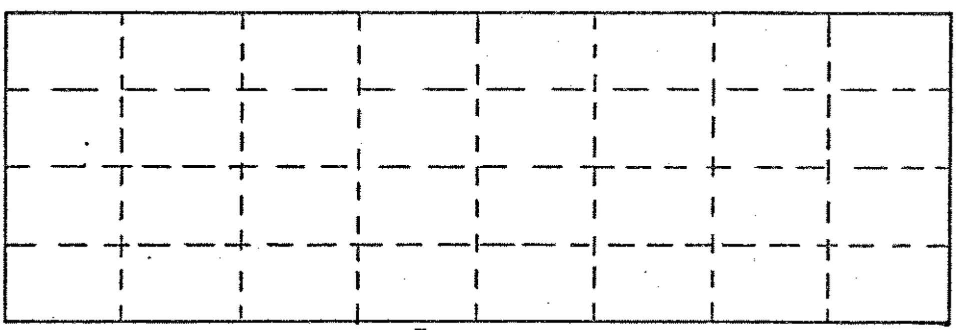
$\frac{3}{4}$

$\frac{2}{3}$



$\frac{4}{7}$

$\frac{3}{4}$



$\frac{5}{8}$

ANEXO 10

TESTE DE CONHECIMENTO ARITMÉTICO

ÁREAS DAS FIGURAS PLANAS

TESTE DE CONHECIMENTO ARITMÉTICO

Escola : ______________________________

Aluno : ______________________________

Grau : ______________________________

Data : ______________________________

a) Complete:

1) Um número será divisível por 5 quando..................

2) Se $\triangle + 2 = 5$, então $\triangle$ está guardando o lugar do número

....

3) Se $(\triangle \times 3) + 4 = 49$, então $\triangle$ está guardando o lugar do número......................

4) $2^3 =$

5) $\frac{5}{8} : \frac{2}{3} =$

6) $72 : 0,4 =$

7) $\frac{4}{5}$ de Cr$ 20,00 valem.................................

8) Os divisores de 8 são................................

9) $\sqrt{81} =$ ....

10) O número que multiplicado por 23 dá 391 é..............

b) Em cada teste seguinte, assinale apenas uma das quatro alternativas. Em caso de dúvida, marque o "não sei".

11) A divisão de 8 por 0:

a) dá 0

b) dá 8

c) não pode ser efetuada

d) não sei

12) O resultado de $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$ é:

a) $\frac{3}{10}$

b) $\frac{3}{5}$

c) $\frac{3}{25}$

d) não sei

13) Tenho um terreno retangular de 10 m por 26 m e meu vizinho tem um de 10 m por 20 m. Vendi a ele parte do meu para ficarmos com terrenos iguais. Quanto medem, agora, nossos terrenos ?

a) 10 m por 24 m

b) 10 m por 23 m

c) 10 m por 22 m

d) não sei

14) O número decimal 5,25

a) equivale a $5\frac{1}{4}$

b) equivale a 5 + 25

c) equivale a $\frac{525}{10}$

d) não equivale a qualquer dos três valores anteriormente citados.

15) Em (6 x 2) x 5 = 6 x (2 x 5), a propriedade aplicada

a) foi a comutativa

b) foi a distributiva

c) foi a associativa

d) eu não sei qual foi

Gabarito para correção do Teste de Conhecimento Aritmético.

a)

nº da questão	Resposta Correta
1	termina em 0 ou 5
2	3
3	15
4	8
5	$\frac{15}{16}$
6	180
7	Cr$ 16,00
8	1,2,4,8
9	9
10	17

b)

nº da questão	Alternativa correta
11	c
12	b
13	b
14	a
15	c

ANEXO 11

PRÉ - TESTE

ÁREAS DAS FIGURAS PLANAS

Pré - teste

ESCOLA: ______________________________

ALUNO : ______________________________

GRAU : ______________________________

DATA : ______________________________

1) Um terreno retangular mede 10 m de base por 30 m de altura. Então seu perímetro valerá:

a) 40 m

b) 80 m

c) 300 m

d) não sei

2) Uma rolha de papel mede 20 cm de base por 30 cm de altura. Então sua área valerá:

a) 50 cm^2

b) 100 cm^2

c) 600 cm^2

d) não sei

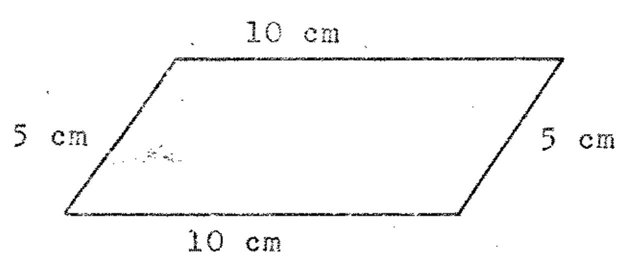
3) A área do paralelogramo abaixo, cuja altura mede 4cm, valerá:

a) 30 cm^2

b) 40 cm^2

c) 120 cm^2

d) não sei



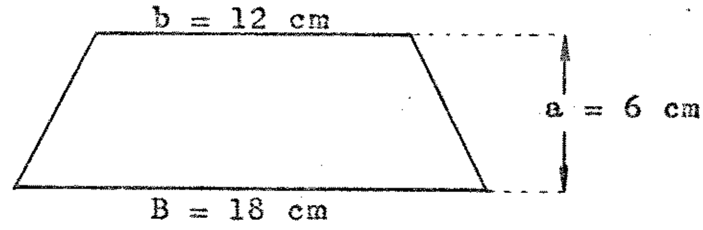
4) Calculando a área do trapézio abaixo, encontraremos:

a) 42 cm^2

b) 90 cm^2

c) 180 cm^2

d) não sei



5) Calculando a área do losango cujas diagonais medem 60 cm e 54 cm encontraremos:

a) 3240 cm^2

b) 57 cm^2

c) 1620 cm^2

d) não sei

6) Calculando a área de uma peça triangular cuja base mede 60 cm e cuja altura é a terça parte da base, encontraremos:

a) 20 cm^2

b) 1200 cm^2

c) 600 cm^2

d) não sei

7) A propriedade aplicada em $3x(2 + 5) = 3x2 + 2x5$ é a :

a) associativa

b) reflexiva

c) distributiva

d) não sei

8) A expressão $a \times \frac{b}{c}$ equivale a :

a) $\frac{a x b}{c}$

b) $\frac{a x b}{a x c}$

c) ambas as anteriores

d) não sei

9) Se duplicarmos somente um dos fatores, o produto:

a) ficará multiplicado por esse fator

b) também se duplicará

c) não se alterará

d) não sei

10) A afirmação "Todo quadrado é também retângulo" :

a) é sempre verdadeira

b) nunca é verdadeira

c) só é verdadeira se eles tiverem perímetros iguais

d) só é verdadeira se eles tiverem áreas iguais

11) Se você dividir os comprimentos de vários círculos pelas medidas de seus respectivos diâmetros, você encontrará :

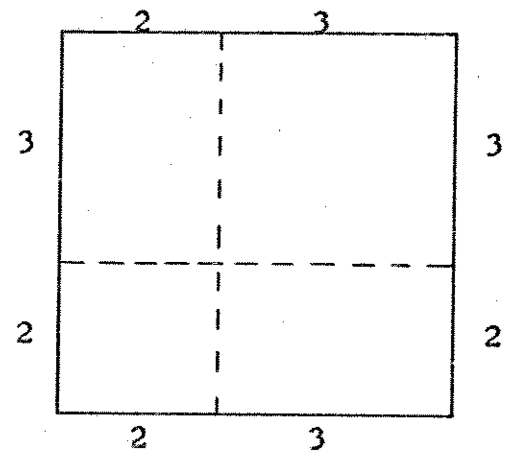
a) as áreas dos círculos

b) os perímetros dos círculos

c) uma constante

d) o número zero

12) A área da figura ao lado pode ser calculada através de uma das seguintes expressões: assinale essa expressão:



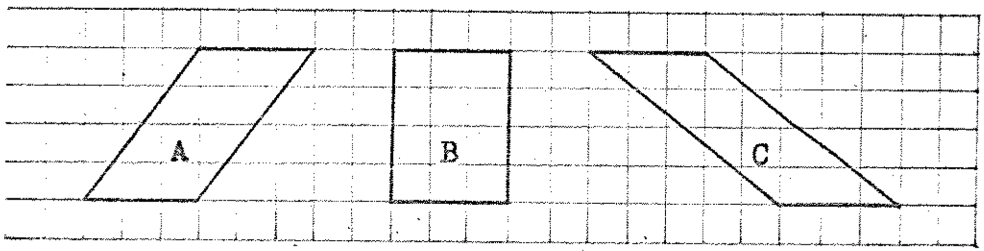
a) 4 + 9 + (2 x 3) + (2 x 3)

b) 4 + 9 + (2 x 3)

c) 4 + 9

d) 5 + 5 + 5 + 5

13) Observando as figuras abaixo, você pode afirmar que:



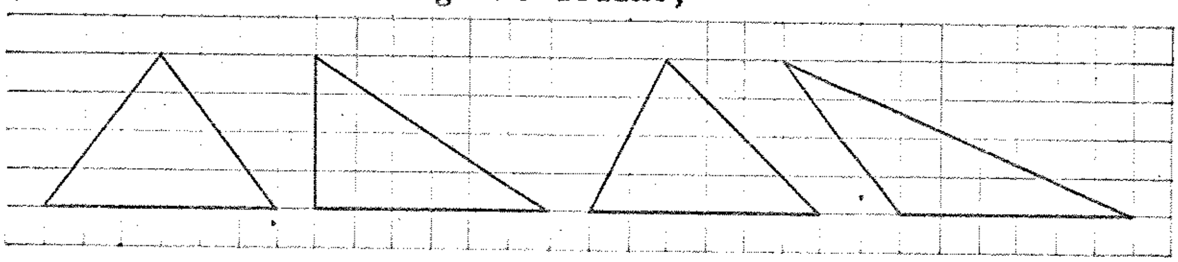
a) a de maior área é B

b) as três tem a mesma área

c) as três tem áreas diferentes

d) não sei

14) De acordo com as figuras abaixo,



a) os quatro triângulos tem áreas iguais

b) os quatro triângulos tem áreas diferentes

c) nada se pode afirmar, com relação às suas áreas.

d) não sei

Gabarito para correção do Pré-teste

nº da questão	Alternativa correta
1	b
2	c
3	b
4	b
5	c
6	c
7	c
8	a
9	b
10	a
11	c
12	a
13	b
14	a

ANEXO 12

PÓS - TESTE

ÁREAS DAS FIGURAS PLANAS

Pós - teste

ESCOLA: ____________________

ALUNO : ____________________

GRAU : ____________________

DATA : ____________________

1) Um terreno retangular mede 10 m de base por 30 m de altura. Então seu perímetro valerá:

a) 40 m

b) 80 m

c) 300 m

d) não sei

2) Uma folha de papel mede 20 cm de base por 30 cm de altura. Então sua área valerá:

a) 50 cm^2

b) 100 cm^2

c) 600 cm^2

d) não sei

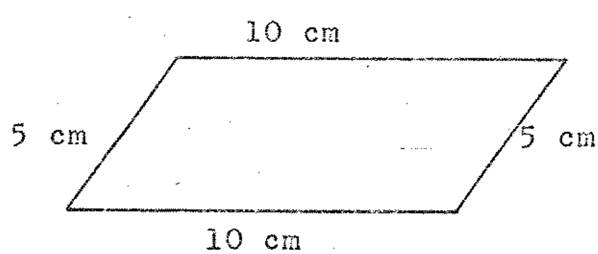
3) A área do paralelogramo abaixo, cuja altura mede 4cm, valerá:

a) 30 cm^2

b) 40 cm^2

c) 120 cm^2

d) não sei



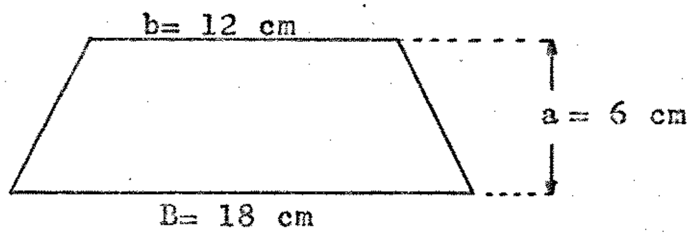
4) Calculando a área do trapézio abaixo, encontraremos:

a) 42 cm^2

b) 90 cm^2

c) 180 cm^2

d) não sei



5) Calculando a área do losango cujas diagonais medem 60 cm e 54 cm encontraremos:

a) 3240 cm^2

b) 57 cm^2

c) 1620 cm^2

d) não sei

6) Calculando a área de uma peça triangular cuja base mede, 60 cm e cuja altura é a terça parte da base, encontraremos:

a) 20 cm^2

b) 1200 cm^2

c) 600 cm^2

d) não sei

7) A propriedade aplicada em $3 \times (2 + 5) = 3x2 + 2x5$ é a:

a) associativa

b) reflexiva

c) distributiva

d) não sei

8) A expressão $a \times \frac{b}{c}$ equivale a:

a) $\frac{a x b}{c}$

b) $\frac{a x b}{a x c}$

c) ambas as anteriores

d) não sei

9) Se duplicarmos somente um dos fatores, o produto:

a) ficará multiplicado por esse fator

b) também se duplicará

c) não se alterará

d) não sei

10) A afirmação "Todo quadrado é também retângulo" :

a) é sempre verdadeira

b) nunca é verdadeira

c) só é verdadeira se eles tiverem perímetros iguais

d) só é verdadeira se eles tiverem áreas iguais

11) Se você dividir os comprimentos de vários círculos pelas medidas de seus respectivos diâmetros, você encontrará:

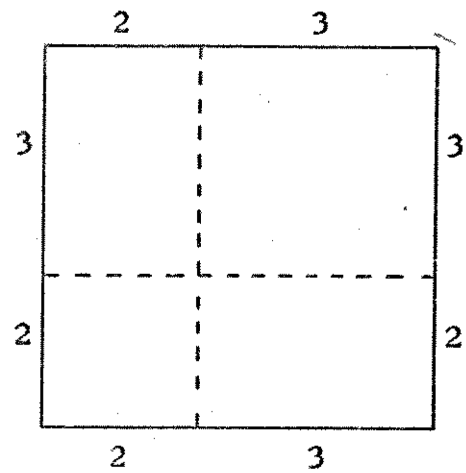
a) as áreas dos círculos

b) os perímetros dos círculos

c) uma constante

d) o número zero

12) A área da figura ao lado pode ser calculada através de uma das seguintes expressões:



assinale essa expressão:

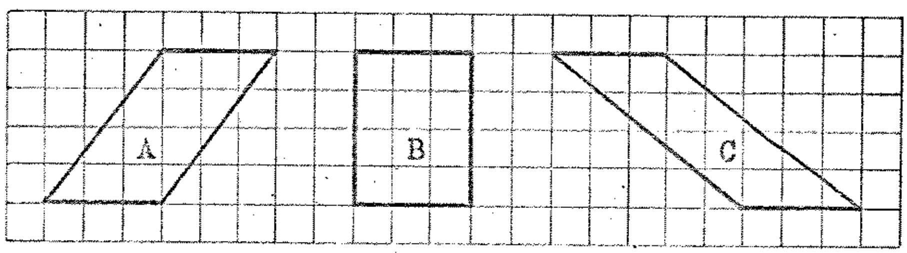
a) 4 + 9 + (2 x 3) + (2 x 3)

b) 4 + 9 + (2 x 3)

c) 4 + 9

d) 5 + 5 + 5 + 5

13) Observando a figuras abaixo, você pode afirmar que:



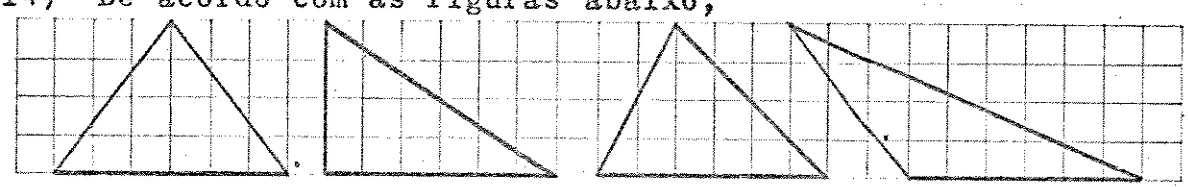
a) a de maior área é B

b) as três tem a mesma área

c) as três tem áreas diferentes

d) não sei

14) De acordo com as figuras abaixo,



a) os quatro triângulos tem áreas iguais

b) os quatro triângulos tem áreas diferentes

c) nada se pode afirmar, com relação às suas áreas.

d) não sei

15) O perímetro de um quadrado é 72 cm. Então, quanto medirá cada um de seus lados ?

a) 8,5 cm

b) 18 cm

c) 24 cm

d) não sei

16) A área de um triângulo é 36 m^2 e sua base 12 cm. Então, quanto medirá sua altura ?

a) 6 cm

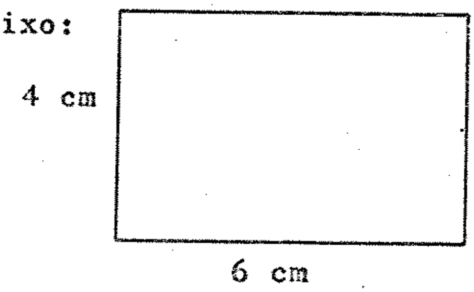
b) 3 cm

c) 1,5 cm

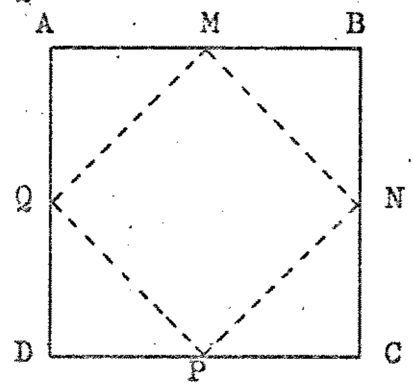
d) não sei

17) Com 24 m de gradil, qual será o retângulo de maior área que você poderá construir ?

18) Construir um losango que tenha a mesma área que o retângulo abaixo:

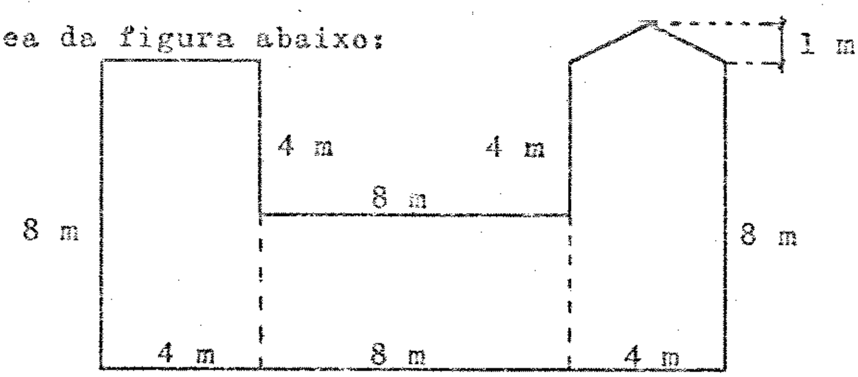


19) Tenho um quadrado A B C D como mostra a figura abaixo. Agora, marco o meio de cada lado e ligando-os, obtenho o quadrado M N P Q. Assim sendo, o que a área do quadrado M N P Q é da área do A B C D?

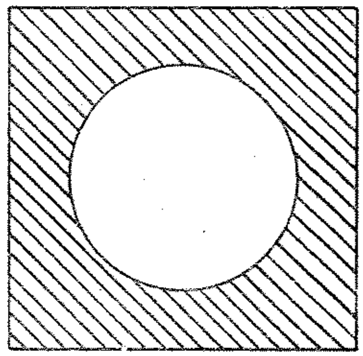


20) A área de um quadrado é 121 cm^2. Quanto medirá cada um de seus lados?

21) Calcular a área da figura abaixo:



22) Calcular a área da figura abaixo sombreada, sabendo que o lado mede 3 cm e o raio 1 cm.



Gabarito para correção do Pós-teste

nº da questão	Resposta correta
1	b
2	c
3	b
4	b
5	c
6	c
7	c
8	a
9	b
10	a
11	c

nº da questão	Resposta correta
12	a
13	b
14	a
15	b
16	a
17	espera-se um quadrado, cujo lado mede 6m
18	qualquer dupla de números, cujo produto dê 24
19	metade
20	11 cm
21	98 m^2
22	5,86 cm^2

ANEXO 13

QUESTIONÁRIO PARA O LEVANTAMENTO DE OPINIÕES DOS PROFESSORES SOBRE PRECISÃO, ADEQUAÇÃO E VALIDADE DOS TESTES

A OPINIÃO DO PROF. ______________________ SOBRE OS TESTES REFERENTES A ÁREA DE FIGURAS PLANAS A SEREM APLICADAS PELO PROF. SÉRGIO LORENZATO em 5as. séries.

Quanto a <u>precisão</u>

de linguagem ☐ é

☐ não é preciso

de conteúdo ☐ é

☐ não é preciso

Quanto a <u>adequação</u>

de linguagem ☐ é adequado

☐ não

de conteúdo ☐ é

☐ não é adequado

Quanto à <u>validade</u>

☐ é

☐ não é válido

Quanto a <u>composição</u>

a 1a. parte versa somente sobre <u>conhecimentos</u> aritméticos <u>anteriores</u> ao estágio programático em que estão. São, portanto, pré-requisitos. ☐ sim ☐ não

a 2a. parte contém somente <u>questões</u> <u>fáceis</u> sobre perímetros e área de figuras planas. São de solução imediata através do emprego de fórmulas e portanto, utilizando memória. ☐ sim ☐ não

a 3a. parte, contém já questões conceituais, cujas so-
lições exigem interpretação e raciocínio e portanto discriminam mais que as anteriores. ☐ sim ☐ não

Quanto a última parte do pós-teste, contém questões mais difíceis que das anteriores, sendo que algumas fazem parte do programa de séries subsequentes à 5a. série. ☐ sim ☐ não

Observação:

Possuo ☐ anos de experiência em magistério exercido nos seguinte (s) grau (s)

☐ fundamental

☐ colegial

☐ superior

Graduei-me em ☐ Matemática

☐ Pedagogia

☐ ____________

Data:______________________________

Assinatura:_________________________

ANEXO 14

TABULAÇÃO DO QUESTIONÁRIO PARA LEVANTAMENTO DE OPINIÕES

NºS	G	OPINIÃO SOBRE OS TESTES									
		EXPERIENCIA				PRECISÃO					
		TEMPO	GRAU			LINGUAGEM			CONTEÚDO		
		(ANOS)	FUND.	MÉDIO	SUP.	SIM	NÃO	NÃO RESP.	SIM	NÃO	NÃO RESP
1	M	8	x	x	x	x			x		
2	M	10	x	x	x	x			x		
3	M	21	x	x	x	x			x		
4	M	6	x			x			x		
5	M	10	x	x	x	x			x		
6	P	15	x			x			x		
7	P	14	x			x			x		
8	P	14	x	x		x					x
9	L	15	x	x		x					x
10	L	13	x	x	x	x					x

G - Área de Graduação

M - Mátemática

P - Pedagogía

L - Letras

O P I N I Ã O S O B R E O S T E S T E S

ADEQUAÇÃO						VALIDADE		
LINGUAGEM			CONTEÚDO					
SIM	NÃO	NÃO RESP	SIM	NÃO	NÃO RESP	SIM	NÃO	NÃO RESP
x			x			x		
x			x			x		
x			x			x		
x			x			x		
x			x			x		
x			x			x		
		x	x			x		
x					x			x
x					x			x
x					x			x

O P I N I Ã O S O B R E O S T E S T E S

COMPOSIÇÃO

PRÉ-REQUISITO			QUESTÕES FÁCEIS			QUESTÕES MÉDIAS			QUESTÕES DIFICEIS		
SIM	NÃO	NÃO RESP	SIM	NÃO	NÃO RESP	SIM	NÃO	NÃO RESP	SIM	NÃO	NÃO RESP
x			x			x			x		
x			x			x			x		
x			x			x			x		
x			x			x			x		
x			x			x			x		
x			x			x			x		
x			x			x			x		
		x			x			x			x
		x			x			x			x
		x			x			x			x

ANEXO 15

QUESTIONÁRIO DE LEVANTAMENTO DE DADOS PARA CARACTERIZAÇÃO DOS INDIVÍDUOS

INSTRUÇÕES PARA APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO DE LEVANTAMENTO DE DADOS.

1 - O questionário não deve ser numerado

2 - Todas as perguntas devem ser respondidas

3 - É conveniente dar um exemplo no quadro negro de como o aluno deve proceder para responder corretamente ao questionário.

4 - O Professor deve esclarecer as possíveis dúvidas dos alunos quanto a interpretação das questões; de acordo com 30 questionários experimentais já aplicados, dúvidas surgiram nas questões abaixo mencionadas. Assim sendo, quanto a questão de número:

   11) esclarecer o que é média;

   12) a referência é somente a esta escola;

   16) é importante que os alunos coloquem além da profissão a função também;

   17) idem a anterior. Explicar o que é "doméstica";

   18) duas respostas devem ser dadas (uma em cada coluna) mas coerentes com as respostas dadas nas questões 16 e 17;

   21) a resposta dada a esta questão deve ser coerente com a dada à questão anterior;

   22) o professor deve explicar o que significa "cômodo";

   25) cabe ao professor não deixar que os alunos confundam cozinheira, arrumadeira ou babá com empregada.

QUESTIONÁRIO Nº DATA / / 73

COMO VOCE SE CHAMA ? ....

QUAL É O SEU ENDEREÇO ? ....

QUAL É O NOME DE SUA ESCOLA? ....

QUAL É A SUA TURMA ? ....

1) SEXO : 1)

1 - masculino 1

2 - feminino 2

2) IDADE : 2)

1 - 10 anos 1

2 - 11 anos 2

3 - mais de 12 anos 3

3) VOCE NASCEU NESTA CIDADE ? 3)

1 - sim

2 - não

4) HÁ QUANTOS ANOS FREQUENTA <u>ESTA</u> ESCOLA ? 4)

1 - menos de um ano 1

2 - um ano 2

3 - dois anos 3

4 - três anos 4

5 - quatro anos 5

6 - mais de quatro anos 6

7 - não sei 7

5)	DESDE QUE VOCE SE MATRICULOU NUMA ESCOLA, ATÉ HOJE, QUANTAS JÁ FREQUENTOU ?	5)
	1 - uma só	1
	2 - duas escolas	2
	3 - três escolas	3
	4 - quatro escolas	4
	5 - cinco escolas	5
	6 - mais de cinco escolas	6
	7 - não sei	7
6)	VOCE É REPETENTE ?	6)
	1 - sim	1
	2 - não	2
7)	DAS MATÉRIAS QUE VOCE JÁ ESTUDOU, QUAL A QUE <u>MAIS</u> GOSTOU ?	7)
	1 - nenhuma em especial	1
	2 - estudos sociais	2
	3 - matemática	3
	4 - português	4
	5 - ciências	5
	6 - outra (cite qual)____________________	6

8) DAS MATÉRIAS QUE VOCÊ JÁ ESTUDOU, QUAL A QUE <u>MENOS</u> GOSTOU ?	8)
1 - nenhuma em especial	1
2 - estudos sociais	2
3 - matemática	3
4 - português	4
5 - ciências	5
6 - outra (cite qual)____________	6
9) EM SUA CASA, A SUA FAMÍLIA COMENTA QUE A MATEMÁTICA É UMA MATÉRIA DIFÍCIL OU FÁCIL ?	9)
1 - difícil	1
2 - fácil	2
3 - não me lembro	3
10) VOCÊ ACHA A MATEMÁTICA UMA MATÉRIA FÁCIL, DIFÍCIL, POUCO DIFÍCIL OU MUITO DIFÍCIL ?	10)
1 - fácil	1
2 - difícil	2
3 - muito difícil	3
4 - pouco difícil	4
5 - não sei	5
11) QUAL TEM SIDO SUA MÉDIA EM MATEMÁTICA NESTE ANO ?	11)
1 - de 0 a 2,0	1
2 - de 2,1 a 4,0	2
3 - de 4,1 a 6,0	3
4 - de 6,1 a 8,0	4
5 - de 8,1 a 10	5
6 - não sei	6

12) VOCE JÁ FOI REPROVADO ALGUMA VEZ EM <u>MATEMÁTICA</u> ? | 12)

1 - sim | 1

2 - não | 2

3 - não sei | 3

13) EM RELAÇÃO AO TRABALHO, SEU PAI É DONO OU EMPREGADO ? | 13)

1 - empregado | 1

2 - dono | 2

3 - não sei | 3

14) (se ele é dono) QUANTOS EMPREGADOS TEM ? | 14)

1 - nenhum empregado | 1

2 - de 1 a 3 empregados | 2

3 - de 4 a 6 empregados | 3

4 - mais de seis empregados | 4

5 - não sei | 5

15) QUAL A PROFISSÃO DE SEU PAI ? (EXEMPLO O QUE ELE FAZ. POR EXEMPLO: SE ELE FOR FUNCIONÁRIO PÚBLICO, ENTÃO DE O CARGO QUE OCUPA; SE ELE FOR OPERÁRIO, ENTÃO DIGA A FUNÇÃO QUE EXERCE). | 15)

____

____

____

____

16) SUA MÃE TRABALHA FORA ? | 16)

1 - não | 1

2 - não sei | 2

3 - sim | 3

(caso trabalhe fora) QUAL A PROFISSÃO DELA ?

____

____

____

____

17) QUAL O GRAU DE INSTRUÇÃO DE SEU PAI ? | 17)

1 - não sabe ler nem escrever | 1

2 - curso primário | 2

3 - curso ginasial | 3

4 - curso técnico | 4

5 - curso colegial | 5

6 - curso superior | 6

7 - não sei | 7

18) QUAL O GRAU DE INSTRUÇÃO DE SUA MÃE ? | 18)

1 - não sabe ler nem escrever | 1

2 - curso primário | 2

3 - curso ginasial | 3

4 - curso técnico | 4

5 - curso colegial | 5

6 - curso superior | 6

7 - não sei | 7

19) QUANTAS PESSOAS MORAM EM SUA CASA ?	19)
1 - 3 ou 4 pessoas	1
2 - 4 ou 5 pessoas	2
3 - 5 ou 6 pessoas	3
4 - 6 ou 7 pessoas	4
5 - 7 ou 8 pessoas	5
6 - 9 ou 10pessoas	6
7 - mais de 10 pessoas	7
20) QUANTOS CÔMODOS TEM SUA CASA OU APARTAMENTO ?	20)
1 - menos de 5 cômodos	1
2 - 5 ou 6 cômodos	2
3 - 7 ou 8 cômodos	3
4 - 9 ou 10 cômodos	4
5 - 11 ou 12 cômodos	5
6 - mais de 12 cômodos	6
7 - não sei	7
21) SUA CASA TEM PISCINA ?	21)
1 - não	1
2 - sim	2
22) QUANTOS CARROS PRÓPRIOS VOCES TEM ?	22)
1 - nenhum	1
2 - um carro	2
3 - dois carros	3
4 - três carros	4
5 - mais de três carros	5
6 - não sei	6

23) VOCÊS TÊM CARRO OFICIAL ? | 23)

1 - sim

2 - não

3 - não sei

24) VOCÊS TÊM MOTORISTA PARTICULAR ? | 24)

1 - não | 1

2 - sim | 2

3 - não sei | 3

25) VOCÊS TÊM EMPREGADA EM CASA ? | 25)

1 - não | 1

2 - sim | 2

3 - não sei | 3

26) (se sim) QUANTAS EMPREGADAS VOCÊS TÊM ? | 26)

1 - somente uma empregada | 1

2 - duas empregadas | 2

3 - três empregadas | 3

4 - mais de três empregadas | 4

5 - não sei | 5

27) VOCÊS TÊM TELEVISÃO EM CASA ? | 27)

1 - não | 1

2 - sim - QUANTAS ? | 2

28) VOCÊS TÊM MÁQUINA DE LAVAR EM CASA ? | 28)

1 - não

2 - sim - QUANTAS ?

29)	VOCES TEM TOCA-FITAS ?	29)
	1 - sim	1
	2 - não	2
30)	VOCES TEM CASA DE CAMPO, SÍTIO, FAZENDA, CHÁCARA, OU MANSÃO ?	30)
	1 - sim	1
	2 - não	2
31)	VOCES COSTUMAM PASSAR AS FÉRIAS NESTA CIDADE ?	31)
	1 - sim	1
	2 - não	2
32)	QUANDO VOCES VIAJAM, QUAL O MEIO DE TRANSPORTE QUE VOCES GERALMENTE UTILIZAM ?	32)
	1 - carro próprio	1
	2 - ônibus	2
	3 - avião	3
	4 - trem	4
	5 - não sei	5

ANEXO 16

FICHA PARA ENTREVISTA COM DIRETOR - Q1A

FICHA PARA ENTREVISTA COM O DIRETOR

Q_{1A} Diretor

Objetivo: seleção de Escolas.

1) Nome da escola:

2) Localização da escola: Tel.

3) Nome do(a) diretor(a):

4) Nº de turmas de 5a. série que possui:

Nome do professor	turma	turno	observações

ANEXO 17

FICHA PARA SELEÇÃO DE TURMAS - Q1B

QIB — Professor de 5a série

Objetivos: Seleção de turmas

Nome da escola: ______________________________

Nome do professor: ______________________________

____

1) Para as suas turmas já foi ensinado neste ano como calcular perímetro e área das figuras planas?

☐ sim ☐ não

2)

Designação da turma	Quantidade de meninos	Quantidade de meninas	Observações

3) Como o cálculo do perímetro e da área das figuras planas tem sido ensinado ?

____

____

____

____

____

____

4) Qual é o livro adotado ou seguido neste ano?

Autor	livro	editora

5) Quantas aulas de Matemática constam no horário semanal? ☐

Qual a duração de cada aula de Matemática? ☐

6) Quantas aulas estão previstas para o ensino da área? ☐

7) Para quando está previsto o seu início? ____/____/____

8) Que material didático a escola possue?

____

____

____

9) Para as turmas anteriores o cálculo do perímetro foi ensinado simultâneamente com o de área?

☐ sim ☐ não

ANEXO 18

TABULAÇÃO DOS DADOS COLETADOS ATRAVÉS DA FICHA - Q1B

Nº DA QUESTÃO	QUESTÃO	NOME DA ESCOLA	
		COLÉGIO SACRÈ COEUR DU MARIE	COLÉGIO INT GRADO DE BRASÍLIA
1	o cálculo das áreas das figuras planas não foi ainda abordado - neste ano.	não	não
2	número de alunos por turma	-	-
3	método de ensino que vem sendo utilizado para se ensinar o cálculo de áreas.	fórmulas e exercícios	fórmulas e exercícios
4	nome do autor do livro adotado ou seguido neste ano	S. Pierro Netto	Nedem Sangiorgi S. Pierro Netto
5	previsão em minutos por semana para aulas de Matemática.	200	200
6	previsão em dias para se ensinar áreas, segundo o plano de curso escola.	5	5
7	previsão para o início do ensino de áreas.	14/11	25/11
8	material didático disponível	giz e quadro negro	giz e quadr negro
9	simultaneidade no ensino de perímetro e de área de cada figura plana.	não	não

NOME DA ESCOLA			
ESCOLA EXPERIMENTAL DA ESCOLA NORMAL DE TAGUATINGA	ESCOLA CLASSE 204 - SUL	ESCOLA CLASSE 111 - SUL	COLÉGIO DÃO BOSCO
não	não	não	não
27 - 20	46 - 35	18 - 22	-
fórmulas e exercícios	fórmulas e exercícios	desenho das figuras no quadro negro form. e exer.	fórmulas e exercícios
Sangiorgi	Sangiorgi S. Pierro Netto	Sangiorgi S. Pierro Netto	M.A. Name
220	200	200	225
10	9	10	6
14/11	10/11	16/11	30/10
giz e quadro negro	giz e quadro negro	giz, quadro negro e projetor slides	giz, quadro negro e projetor slides
não	não	não	não

ANEXO 19

QUESTIONÁRIO PARA PROFESSORES QUE MINISTRARAM TRATAMENTO

Questionário para o Professor

01. Nome____

02. Endereço_____________________________________

03. Curso primário

3.1 - nome da escola____________________________

3.2 - local___________________________________

3.3 - data_________________

04. Curso(s) Secundário(s)

ginasial ☐ de 19__ à 19__

técnico ☐ de 19__ à 19__

normal ☐ de 19__ à 19__

colegial ☐ de 19__ à 19__

outros ☐ quais? de

____

____

nomes das escolas locais

____

____

____

____

____

05. Curso(s) Superior(es)

escola	local	área	data

06. Outros cursos

07. Qual sua experiência didática ?

escola	curso	série	época

08. Dos livros ou autores que colaboram para a sua formação, quais os que mais lhe impressionaram e por que?

09. Porque você escolheu o magistério ?

10. Existe alguma série sobre a qual recai sua preferência pa ra lecionar? Por que?

11. "Dar aula" significa o que para você ?

Comente o trinômio:

" aluno - metodologia - professor "

ANEXO 20

RESULTADOS DA ENTREVISTA COM OS PROFESSORES QUE MINISTRARAM TRATAMENTO

Resultados da entrevista com os professores que ministraram o tratamento.

		PROFESSOR E1	PROFESSOR E2	PROFESSOR E3
CURSOS REALIZADOS	2º GRAU	Normal	Normal	Normal
	RECICLAGEM EM MATEMÁTICA	–	6a.série	6a.série
	SUPERIOR	Letras	Letras	–
ANOS DE EXPERIÊNCIA	GERAL	16 anos	7 anos	5 anos
	EM MATEMÁTICA	4 anos	3 anos	4 anos
SÉRIE PREFERIDA PARA LECIONAR		3a. e 4a.	7a.	6a.

ANEXO 21

PRÉ-REQUISITOS PARA O EXPERIMENTO

Escola: ____

Prof. : ____

Turma : ____

ÁREAS DAS FIGURAS PLANAS - PRÉ-REQUISITOS

O professor deve levar seus alunos, pertencentes a qualquer das turmas, a :

1) diferenciar sólido geométrico de figura plana, apresentando exemplares de ambos; mostrar que ambos tem altura e base; observar os paralelismos existentes;
2) reconhecer as figuras planas através da apresentação de réplicas (ou modelos) em madeira, ou da representação no quadro negro :

   situar em cada figura, quando possível, os seguintes elementos:

   base

   altura

   lado

   diagonal

   ângulo { agudo / reto / obtuso }

Recordar os vários tipos de triângulo e de trapézio.

3) Recordar que, dos quadriláteros;

- o retângulo tem 4 ângulos retos
- o losango tem 4 lados iguais
- o quadrado tem 4 ângulos retos e 4 lados iguais
- o trapézio tem só 2 lados paralelos

4) Recordar a multiplicação como síntese da adição de parcelas iguais.

ANEXO 22

EXERCÍCIO DE HOMOGENEIZAÇÃO

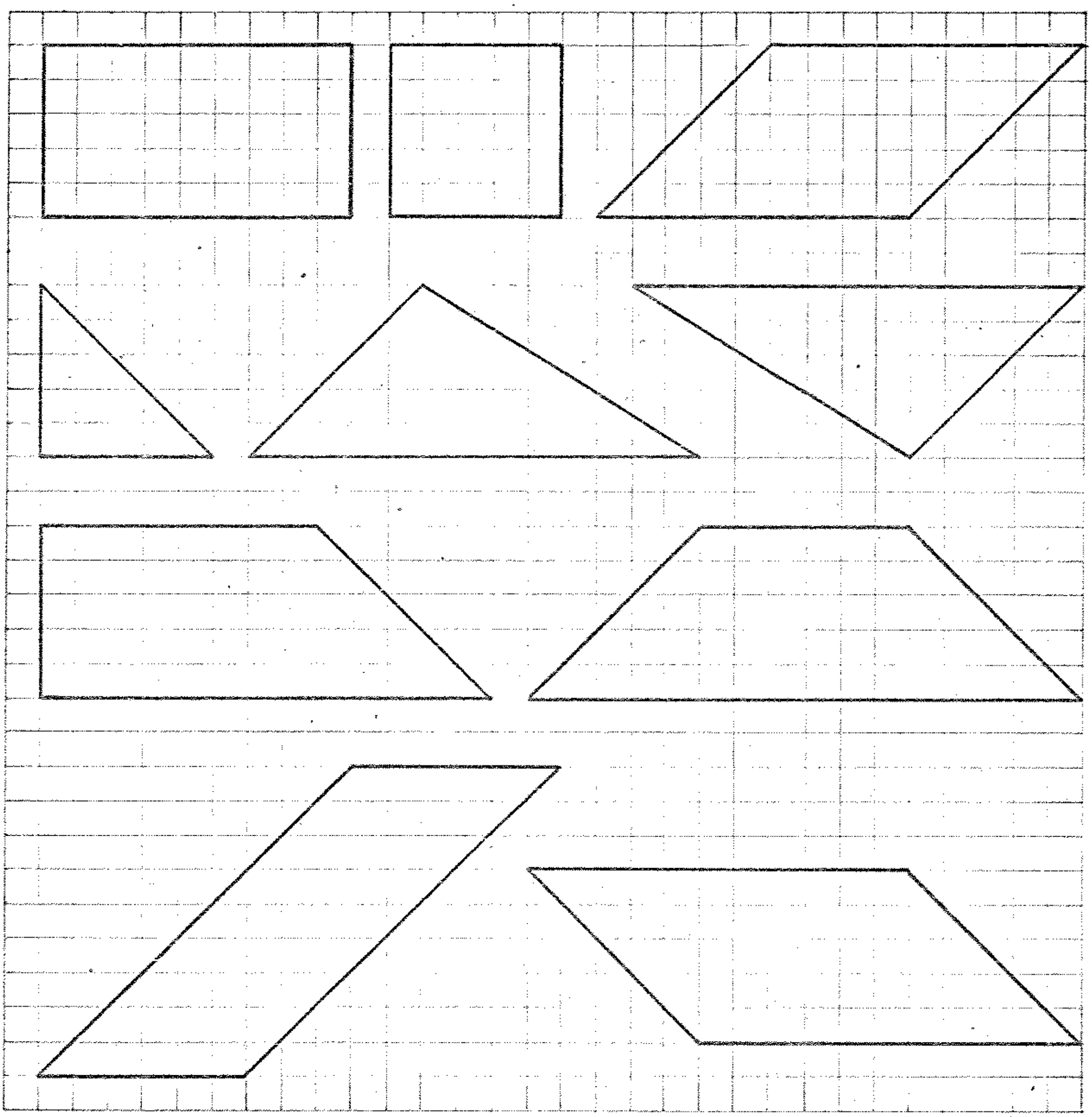
Escola: ____________________

Aluno : ____________________

Grau : ____________________

Data : ____________________

Assinale a altura de cada figura abaixo:



ANEXO 23

RESULTADO DO TRATAMENTO ESTATÍSTICO E DISTRIBUIÇÃO DOS ALUNOS SEGUNDO SEXO, IDADE E ESCOLA

TABELA 1 : Distribuição de alunos do grupo "RÉPLICA" segundo do sexo, idade e escola.

Escola	E1		E2		E3		TOTAL
idade/sexo	Masc.	Fem.	Masc.	Fem.	Masc.	Fem.	
10	4	1	-	2	-	1	8
11	10	14	3	6	5	4	42
12 ou mais	6	11	3	4	6	11	41
TOTAL	20	26	6	12	11	16	91

TABELA 2 : Distribuição de alunos do grupo "FÓRMULA" segundo do sexo, idade, e escola.

Escola	E1		E2		E3		TOTAL
idade/sexo	Masc.	Fem.	Masc.	Fem.	Masc.	Fem.	
10	1	1	-	1	2	-	5
11	4	8	5	4	2	5	28
12 ou mais	14	7	7	5	3	8	44
TOTAL	19	16	12	10	7	13	77

TABELA 3 : Total de acertos em cada uma das partes dos testes, conforme a escola e grupo a que pertenciam os alunos.

			PRÉ-TESTE		PÓS-TESTE			RETENÇÃO		
ESCOLAS	GRUPOS	N	QF	QM	QF	QM	QD	QF	QM	QD
E1	REP	46	47	65	130	169	65			
		24(+)			74	80	35	45	62	27
	FOR	35	50	50	71	74	39			
		9(+)			23	18	8	10	16	10
E2	REP	18	23	41	95	118	100			
		13(+)			72	88	75	59	72	48
	FOR	20	31	41	69	85	64			
		16(+)			57	69	51	59	66	36
E3	REP	27	29	61	62	109	52			
		22(+)			52	90	40	38	56	32
	FOR	22	25	35	89	48	48			
		19(+)			79	42	45	31	49	25
TOTAL	REP	91	99	167	287	396	217			
		59(+)			198	258	150	142	190	107
	FOR	77	106	126	229	207	151			
		44(+)			159	129	104	100	131	71

(+) Número de alunos que responderam ao teste de retenção. Devido à evasão, este número é sempre menor do que o número de alunos que responderam ao pré-teste.

N - número de alunos

TABELA 4 : Total de acertos em cada uma das partes dos testes, conforme o nível Sócio Econômico e o grupo a que pertenciam os alunos.

			PRÉ-TESTE		PÓS-TESTE			RETENÇÃO		
NSE	GRUPOS	N	QF	QM	QF	QM	QD	QF	QM	QD
ESTR. SUP.	REP	20	23	41	82	102	78			
		13			61	80	57	43	60	37
	FOR	12	23	19	37	37	37	33		
		6			26	21	17	15	19	14
ESTR. MED.	REP	61	66	108	174	252	120			
		39			114	147	78	83	111	58
	FOR	54	68	88	149	141	98			
		32			106	94	73	75	91	50
ESTR. INF.	REP	10	10	18	31	42	19			
		7			23	31	15	16	19	12
	FOR	11	15	19	43	29	20			
		6			27	14	14	10	21	7
TOTAL	REP	91	99	167	287	396	217			
		59			198	258	150	142	190	107
	FOR	77	106	126	229	207	151			
		44			159	129	104	100	131	71

NSE - Nível Sócio Econômico

N - Número de alunos

TABELA 5 : Teste do ganho dos grupos Réplica e Fórmula nas fases PÓS-PRÉ e RET-PÓS

	REP	FOR	VALOR DO TESTE
PÓS-PRÉ	0,327	0,189	7,667'
RET-PÓS	-0,150	-0,093	-38,776'

' significativo a 5%

Teste tipo II

TABELA 6 : Proporção da diferança entre o número de acertos dos grupos Réplica e Fórmula nas fases Pós e Pré e o respectivo valor do teste (II)

GRUPO	NUMERO DE ALUNOS	QF	VALOR DO TESTE	QM	VALOR DO TESTE
REP	91	0,344	2,672'	0,314	7,9417'
FOR	77	0,266		0,131	

' significativo a 5%

TABELA 7 : Proporção da Diferença entre o número de acertos dos grupos Réplica e Fórmula nas fases Ret e Pós e o respectivo valor do teste (II)

GRUPO	NUMERO DE ALUNOS	QF	VALOR DO TESTE	QM	VALOR DO TESTE	QD	VALOR DO TESTE
REP	59	-0,158	+2,055'	-0,144	-7,0917'	-0,091	0,1471
FOR	44	-0,223		-0,06		-0,093	

' significativo a 5%

TABELA 8 : Proporção de acertos dos grupos Réplica e Fórmula nas fases Pré, Pós, Ret e o respectivo valor do teste (I)

	REP	FOR	VALOR DO TESTE
PRÉ	0,209	0,215	-0,353
PÓS	0,536	0,404	6,387'
RET	0,402	0,375	1,038

' significativo a 5%

TABELA 9 : Proporção geral de acertos dos grupos RÉPLICA e FÓRMULA e o respectivo valor do teste. (II)

		PRÉ-TESTE		PÓS-TESTE			RETENÇÃO		
GRUPO	N	QF	QM	QF	QM	QD	QF	QM	QD
REP	91	0,181	0,229	0,525	0,543	0,298			
	59						0,401	0,402	0,226
FOR	77	0,229	0,204	0,495	0,336	0,245			
	44						0,378	0,372	0,201
VALOR DO TESTE		-1,887	1,107	0,981	7,639	2,171	0,579	0,873	0,897

N - Número de Alunos

TABELA 10 : Teste do ganho dos grupos Réplica e Fórmula nas fases Pré, Pós e Pós, Ret

	REP	FOR
PRÉ	0,209	0,215
PÓS	0,536	0,404
TESTE	28,709'	15,120'
PÓS	0,536	0,404
RET	0,402	0,375
TESTE	-9,710'	-1,847'

Teste tipo I

TABELA 11: Proporção de acertos dos grupos Réplica e Fórmula na fase Pós-Pré e o respectivo valor do teste (I)

TIPO DE QUESTÃO	GRUPO	N	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	VALOR DO TESTE
QF	REP	91	0,525	0,181	20,937'
	FOR	77	0,495	0,229	13,650'
QM	REP	91	0,543	0,229	20,227'
	FOR	77	0,336	0,204	8,130'

' significativo a 5%

TABELA 12: Proporção de acertos dos grupos Réplica e Fórmula na fase Ret-Pós e o respectivo valor do teste. (I)

TIPO DE QUESTÃO	GRUPO	N	RETENÇÃO	PÓS-TESTE	VALOR DO TESTE
QF	REP	59	0,401	0,559	-5,987'
	FOR	44	0,378	0,602	-7,402'
QM	REP	59	0,402	0,546	-6,283'
	FOR	44	0,372	0,366	0,234
QD	REP	59	0,226	0,317	-4,202'
	FOR	44	0,201	0,295	-3,826'

' significativo a 5%

TABELA 13: Média em cada uma das partes dos testes, conforme o sexo e o grupo a que pertenciam os alunos.

SEXO	GRUPO	N	QF	QM	QD
m	REP	37	3,405	4,378	2,621
	FOR	38	2,789	2,710	1,684
f	REP	54	2,981	4,333	2,222
	FOR	39	3,153	2,666	2,794

m - sexo masculino

f - sexo feminino

N - Número de alunos

TABELA 14: Média em cada uma das partes dos testes, conforme a idade e o grupo a que pertenciam os alunos.

IDADE	GRUPO	N	QF	QM	QD
10	REP	8	3,750	4,375	2,875
	FOR	5	2,600	2,000	2,000
11	REP	42	3,166	4,380	2,571
	FOR	28	3,035	2,571	2,107
12	REP	41	3,000	4,268	2,146
	FOR	44	2,977	2,840	1,840

N - Número de alunos

TABELA 15: Análise de Variância para a variável SEXO, com relação a QF do Pós-Teste.

ANÁLISE DE VARIÂNCIA PRELIMINAR

F.V.	G.L.	S.Q.	Q.M.+	F.
TRATAMENTO	3	7,850	2,61658	0,9425
RESÍDUO	164	455,293	2,77618	
TOTAL	167	465,143		

Tratamento: não é significativo a 5%

ANÁLISE DE VARIÂNCIA COMPLETA

F.V.	G.L.	S.Q.	Q.M.+	F.
GRUPO	1	1,41144	1,41440	0,50840
SEXO	1	0,03636	0,03636	0,01309
INTERAÇÃO	1	6,37329	6,37329	2,29570
RESÍDUO	164	455,29300	2,77618	

SEXO : não é significativo.

INTERAÇÃO : não é significativo.

F.V. - Fonte de Variação

G.L. - Grau de Liberdade

S.Q. - Soma dos Quadrados

Q.M.+ - Média dos Quadrados

F. - Valor do teste F de Snedecor

TABELA 16: Análise de Variância para a variável SEXO, com relação a QM do Pós-Teste.

ANÁLISE DE VARIÂNCIA PRELIMINAR

F.V.	G.L.	S.Q.	Q.M.+	F.
TRATAMENTO	3	115,476	38,49200	11,4946
RESÍDUO	164	549,185	3,34869	
TOTAL	167	664,661		

Tratamento: é significativo (5%).

ANÁLISE DE VARIÂNCIA COMPLETA

F.V.	G.L.	S.Q.	Q.M.+	F.
GRUPO	1	115,05100	115,05100	34,3557
SEXO	1	0,08105	0,08105	0,0242
INTERAÇÃO	1	0,00001	0,00005	0,0000
RESÍDUO	164	549,18500	3,34869	

SEXO : não é significativo.

INTERAÇÃO : não é significativo.

TABELA 17: Análise de Variância para a variável SEXO, com relação a QD do Pós-Teste.

ANÁLISE DE VARIÂNCIA PRELIMINAR

F.V.	G.L.	S.Q.	Q.M.+	F.
TRATAMENTO	3	16,7351	5,5783	1,80381
RESIDUO	164	507,1700	3,0925	
TOTAL	167	523,9051		

Tratamento: não é significativo.

ANÁLISE DE VARIÂNCIA COMPLETA

F.V.	G.L.	S.Q.	Q.M.+	F.
GRUPO	1	7,297500	7,297500	2,35974
SEXO	1	0,222107	0,222107	0,07182
INTERAÇÃO	1	9,177590	9,177590	2,96760
RESÍDUO	164	507,170000	3,092500	

SEXO : não é significativo.

INTERAÇÃO: não é significativo.

TABELA 18 : Análise de Variância para a variável IDADE, com relação a Q.F. do Pós-Teste.

ANÁLISE DE VARIANCIA PRELIMINAR

F.V.	G.L.	S.Q.	Q.M.+	F.
TRATAMENTO	5	5,80487	1,16097	0,408443
RESÍDUO	162	460,47500	2,84244	
TOTAL	167	466,28000		

Tratamento: não é significativo.

ANÁLISE DE VARIÂNCIA COMPLETA

F.V.	G.L.	S.Q.	Q.M.+	F.
GRUPO	1	0,941560	0,941560	0,33125
IDADE	2	0,687729	0,343864	0,12097
INTERAÇÃO	2	3,426730	1,713360	0,60270
RESÍDUO	162	460,475000	2,842440	

IDADE : não é significativo.

INTERAÇÃO: não é significativo.

TABELA 19: Análise de Variância para a variável IDADE, com relação a Q.M. do Pós-Teste.

ANÁLISE DE VARIANCIA PRELIMINAR

F.V.	G.L.	S.Q.	Q.M.+	F.
TRATAMENTO	5	116,422	23,2844	6,95222
RESÍDUO	162	542,572	3,3492	
TOTAL	167	658,994		

Tratamento: é significativo.

ANÁLISE DE VARIÂNCIA COMPLETA

F.V.	G.L.	S.Q.	Q.M.+	F.
GRUPO	1	112,51100	112,511000	33,59330
IDADE	2	1,48914	0,744568	0,22230
INTERAÇÃO	2	3,09579	1,547890	0,46216
RESÍDUO	162	542,57200	5,349200	

IDADE : não é significativo.

INTERAÇÃO : não é significativo.

TABELA 20: Análise de Variância para a variável IDADE, com relação a QD do Pós-Teste.

ANÁLISE DE VARIANCIA PRELIMINAR

F.V.	G.L.	S.Q.	Q.M.+	F.
TRATAMENTO	5	15,6703	3,13406	0,98615
RESÍDUO	162	514,8480	3,17807	
TOTAL	167	530,5180		

Tratamento: não é significativo.

ANÁLISE DE VARIANCIA COMPLETA

F.V.	F.L.	S.Q.	Q.M.+	F.
GRUPO	1	7,010610	7,010610	2,205900
IDADE	2	5,446820	2,723410	0,856938
INTERAÇÃO	2	0,946512	0,473256	0,148913
RESÍDUO	162	514,848000	3,178070	

IDADE : não é significativo.

INTERAÇÃO: não é significativo.

ANEXO 24

DISTRIBUIÇÃO DOS ALUNOS POR NÍVEL SÓCIO-ECONÔMICO

Nível sócio-econômico.

Dos 168 sujeitos, só foi possível definir o nível sócio-econômico de 156, que se distribuiam conforme os dados da tabela seguinte:

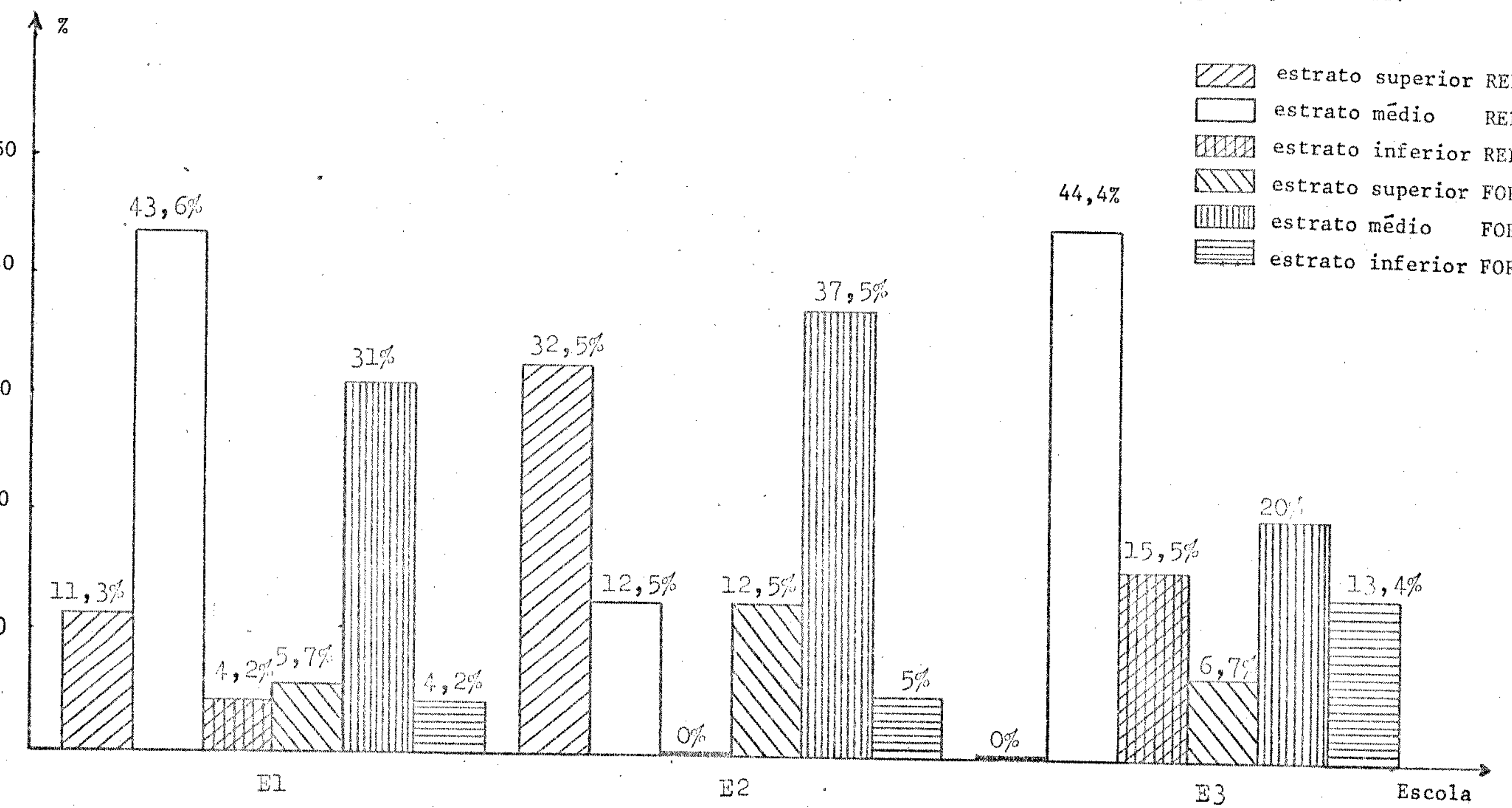
TABELA 1

Distribuição dos sujeitos por escola, nível sócio--econômico e condição experimental.

		REP	FOR	TOTAL
ESTRATO SUPERIOR	E1	8	4	12
	E2	13	5	18
	E3	0	3	3
ESTRATO MÉDIO	E1	31	22	53
	E2	5	15	20
	E3	20	9	29
ESTRATO INFERIOR	E1	3	3	6
	E2	0	2	2
	E3	7	6	13
TOTAL		87	69	156

Os dados da tabela foram obtidos através das respostas dadas à pergunta nº 15 do questionário de levantamento de dados. Esses dados foram melhor evidenciados através do gráfico seguinte:

Gráfico - Distribuição dos indivíduos por nível sócio-econômico, escola e condição experimental.



TABULAÇÃO DE DADOS

1	2	3	1	2	3
001	2	1	024		
002	4	2	025	4	2
003	4	2	026	3	2
004	3	2	027	4	2
005			028	4	2
006	4	2	029	4	2
007	2	1	030	4	2
008	3	2	031	2	1
009	6	3	032	4	2
010	4	2	033	2	1
011	3	2	034	3	2
012	3	2	035	4	2
013	4	2	036	4	2
014	4	2	037	2	1
015	6	3	038	3	2
016	2	1	039	3	2
017	2	1	040	3	2
018	4	2	041	4	2
019	4	2	042	3	2
020	6	3	043	2	1
021			044	4	2
022	3	2	045		
023	4	2	046	3	2

1	2	3	1	2	3
047	2	1	071	5	2
048	2	1	072	6	3
049	2	1	073	3	2
050	3	2	074	4	2
051	2	1	075	4	2
052	2	1	076	3	2
053	2	1	077	4	2
054	2	1	078	4	2
055	2	1	079	4	2
056	2	1	080	5	2
057	4	2	081	3	2
058	2	1	082	3	2
059	3	2	083	6	3
060	4	2	084	3	2
061	2	1	085	3	2
062	2	1	086	4	2
063	4	2	087	6	3
064	2	1	088	6	3
065	6	3	089	5	2
066	6	3	090	4	2
067	4	2	091	5	2
068	3	2	092	2	1
069	3	2	093	6	3
070	6	3	094		

1	2	3
095	4	2
096	3	2
097	4	2
098	4	2
099	3	2
100	3	2
101	2	1
102	3	2
103	2	1
104	3	2
105		
106	4	2
107	5	2
108	4	2
109	3	2
110	4	2
111	4	2
112	3	2
113	2	1
114	3	2
115	4	2
116	4	2
117	6	3
118	4	2

1	2	3
119	3	2
120		
121		
122	6	3
123		
124		
125	5	2
126	5	2
127	6	3
128	3	2
129	2	1
130	5	2
131	4	2
132	4	2
133	3	2
134	3	2
135	4	2
136	2	1
137	3	2
138	3	2
139	3	2
140	3	2
141	7	3
142	4	2

1	2	3
143	4	2
144	2	1
145	2	1
146	2	1
147	4	2
148	3	2
149	6	3
150	4	2
151	6	3
152	4	2
153	6	3
154	4	2
155	6	3
156	5	2
157	4	2
158	6	3
159	3	2
160	3	2
161		
162	1	1
163	3	2
164	2	1
165	7	3
166	3	2
167	2	1
168		

CONVENÇÃO:

Coluna 1: número do aluno

Coluna 2: nível sócio-econômico

Coluna 3: estrato

1 - superior

2 - médio

3 - inferior