



WAGNER AGUILERA MANOEL

**A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DA  
GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS DO  
ENSINO FUNDAMENTAL: Razões  
apresentadas em pesquisas brasileiras**

**CAMPINAS  
2014**





**UNICAMP**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**

**FACULDADE DE EDUCAÇÃO**

**WAGNER AGUILERA  
MANOEL**

**A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DA  
GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS DO  
ENSINO FUNDAMENTAL: Razões  
apresentadas em pesquisas brasileiras**

**Orientador(a): Prof. Dr. Sergio Aparecido Lorenzato**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós- Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do título de Mestre em Educação, na área de concentração de Ensino e Práticas Culturais

**ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA TESE  
DEFENDIDA PELA ALUNA WAGNER AGUILERA MANOEL  
E ORIENTADA PELO PROF.DR. SERGIO APPARECIDO LORENZATO**

Assinatura do Orientador

**CAMPINAS  
2014**

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas  
Biblioteca da Faculdade de Educação  
Gildenir Carolino Santos - CRB 8/5447

M317i Manoel, Wagner Aguilera, 1988-  
A importância do ensino de geometria nos anos iniciais do ensino fundamental : razões apresentadas em pesquisas brasileiras / Wagner Aguilera Manoel. – Campinas, SP : [s.n.], 2014.

Orientador: Sergio Aparecido Lorenzato.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

1. Geometria - Estudo e ensino. 2. Primeiro ciclo do ensino fundamental. 3. Geometria - Habilidades. I. Lorenzato, Sergio Aparecido, 1936-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em outro idioma:** The importance of teaching geometry in the early years of elementary school : reasons presented by brazilian researches

**Palavras-chave em inglês:**

Geometry - Study and teaching

First cycle of basic education

Geometry - Skills

**Área de concentração:** Ensino e Práticas Culturais

**Titulação:** Mestre em Educação

**Banca examinadora:**

Sergio Aparecido Lorenzato [Orientador]

Carmen Lucia Brancaglioni Passos

Bárbara Cristina Moreira Sicardi Nakayama

**Data de defesa:** 14-02-2014

**Programa de Pós-Graduação:** Educação

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

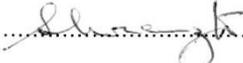
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DA GEOMETRIA NOS ANOS  
INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: Razões  
apresentadas em pesquisas brasileiras

Autor : Wagner Aguilera Manoel  
Orientador: Prof. Dr. Sergio Aparecido Lorenzato

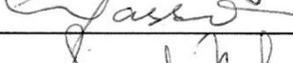
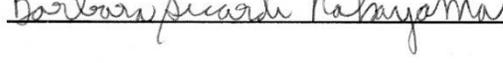
Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação  
defendida por Wagner Aguilera Manoel e aprovada pela  
Comissão Julgadora

Data: 14 / 02 / 14

Assinatura:.....

Orientador

COMISSÃO JULGADORA:

  
\_\_\_\_\_  
  
\_\_\_\_\_  
  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



## RESUMO

O ensino e a aprendizagem de Geometria é tema presente em diversas pesquisas em Educação Matemática. Muitas pesquisas apontam que nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (AIEF), nota-se ainda uma maior ênfase no ensino de outras áreas da Matemática, em comparação aos conteúdos relacionados aos conhecimentos geométricos, mas apontam também que é importante ensinar Geometria nos AIEF. Muitos autores consideram fundamental a presença da Geometria no ambiente escolar, seja pela importância dessa disciplina na cultura e na história da humanidade, seja pelas habilidades cognitivas que ela desenvolve, ou mesmo pelo fato de ela estar presente no cotidiano do aluno. Diante dessa problemática, a questão que emergiu e que norteou esta pesquisa foi: quais as razões para ensinar Geometria nos AIEF apresentadas pelos autores de pesquisas brasileiras no período de 2006 a 2011? O objetivo dessa investigação foi realizar uma compilação e um estudo analítico da importância de se ensinar Geometria nos AIEF e produzir novas interpretações e resultados. A metodologia escolhida foi a pesquisa bibliográfica do tipo meta-análise qualitativa e o material a ser analisado foram teses e dissertações com o tema Geometria nos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental. As razões encontradas na literatura foram classificadas em onze eixos de análises (currículo, história, outras áreas do conhecimento, natureza, cotidiano, afetividade, resolução de problemas, habilidade cognitivas, pensamento crítico, apreciação estética e criatividade). Desses eixos, os que foram identificados em um número menor de pesquisas foram: natureza, criatividade e apreciação estética, enquanto habilidades cognitivas foi o eixo em que os autores apresentaram maior ênfase para justificar a importância dessa disciplina. Por meio da nossa meta-análise, concluímos também que existe falta de situações de aprendizagens que justifiquem a importância de ensinar Geometria, ou seja, poucos autores exemplificaram com suas experiências como docentes e/ou formadores de professores por que ensinar Geometria para seus alunos.

**Palavras chave:** Geometria - Estudo e ensino; Primeiro Ciclo do Ensino Fundamental; Geometria - Habilidades



## ABSTRACT

Teaching and learning Geometry is a topic found in several studies on Mathematics Education. Many researches show that in the early years of elementary school there is a higher emphasis on teaching other areas of mathematics compared to teaching subjects related to Geometry. These researches also emphasize the importance of teaching Geometry in the early years of elementary school. Many authors believe the presence of Geometry in schools are fundamental due to its importance in human history and culture, also due to cognitive skills it develops, or even because of its presence in the student's daily life. Facing these problems, the question that emerged and guided this paper was: "What are the motives to teach Geometry in the early years of elementary school presented by Brazilian researches' authors from 2006 to 2011?"

The purpose of this study was to compile and to make an analytical study of the importance of teaching Geometry in the early years of elementary school and to produce new results and interpretations. The methodology used was the qualitative meta-analysis bibliography research, and the material analyzed was thesis and dissertations about Geometry in the early years of elementary school. The arguments found in the literature were classified in eleven axis of analysis: Curriculum, History, Other Areas of Knowledge, Nature, Quotidian, Affectivity, Problems Solving, Cognitive Abilities, Critical Thinking, Aesthetics Appreciation and Creativity. Among these axis, there were three of them that were identified in fewer researches: Nature, Creativity and Aesthetics Appreciation, while Cognitive Abilities was the axis which got more emphasis by the authors to justify the importance of Geometry. Through our meta-analysis, we concluded that there is a lack of educational examples to support the importance of teaching geometry. In other words, few authors used their experience as teachers and/or as teacher's educators to show why geometry should be taught to their students.

**Key-words:** Teaching Geometry, Early Years of Elementary School, Geometric Abilities



## SUMÁRIO

<b>O QUE QUEREMOS.....</b>	<b>21</b>
<b>CAPÍTULO 1 – REFERENCIAIS TEÓRICOS SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA</b> <b>.....</b>	<b>28</b>
1.1    Habilidades visuais.....	31
1.2    Habilidades de desenho e construção .....	39
1.3    Habilidades de comunicação.....	41
1.4    Habilidades de lógica .....	42
1.5    Habilidades de aplicação ou de transferência.....	44
<b>CAPÍTULO 2 – SELEÇÃO DAS FONTES.....</b>	<b>46</b>
<b>CAPÍTULO 3 –À PROCURA DOS FIOS .....</b>	<b>59</b>
3.1    Primeira Pesquisa: nº 13 .....	59
3.2    Segunda Pesquisa: nº 59 .....	73
3.3    Terceira Pesquisa: nº 21 .....	80
3.4    Quarta Pesquisa: nº 3 .....	85
3.5    Quinta Pesquisa nº 17.....	97
3.6    Sexta Pesquisa: nº 39 .....	104
<b>CAPÍTULO 4 – A TESSITURA DAS RAZÕES PARA ENSINAR GEOMETRIA</b>	<b>114</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>122</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>126</b>
<b>ANEXO I - FICHAS.....</b>	<b>130</b>
<b>ANEXO II – RELAÇÃO DAS FONTES BIBLIOGRÁFICAS UTILIZADAS NA</b> <b>PESQUISA DO CAPÍTULO 3.....</b>	<b>131</b>



## DEDICATÓRIA

Naquela mesa ele sentava sempre  
E me dizia sempre o que é viver melhor  
Naquela mesa ele contava histórias  
Que hoje na memória eu guardo e sei de cor  
Naquela mesa ele juntava gente  
E contava contente o que fez de manhã  
E nos seus olhos era tanto brilho  
Que mais que seu filho  
Eu fiquei seu fã  
Eu não sabia que doía tanto  
Uma mesa num canto, uma casa e um jardim  
Se eu soubesse o quanto dói a vida  
Essa dor tão doída, não doía assim  
Agora resta uma mesa na sala  
E hoje ninguém mais fala do seu bandolim  
Naquela mesa tá faltando ele  
E a saudade dele tá doendo em mim  
Naquela mesa tá faltando ele  
E a saudade dele tá doendo em mim

*(Naquela Mesa, de Sérgio Freitas Bittencourt)*

Dedico à memória do meu querido avô José Alcides Aguilera



## AGRADECIMENTO

Agradeço:

a Deus, primeiramente pelo dom da vida. Também por me dar força, sabedoria e coragem para concluir essa etapa fundamental para minha vida acadêmica;

ao meu orientador, Professor Sérgio Lorenzato. As pessoas com quem convivemos juntos na universidade, desde alunos e funcionários a professores renomados, assim também o chamam, *Professor*. Uma pessoa que além de orientar meu trabalho e tornar esse sonho realidade, é um exemplo para todos os profissionais dessa e de outras áreas. Ele nos ensina a amar nosso objeto de estudo e transmitir esse sentimento, junto com sabedoria e conhecimento, a todas as pessoas do nosso convívio, independente do grau acadêmico e de conhecimento. Por todas estas razões, o considero como mentor, no qual procuro me inspirar e cujos passos buscarei seguir nas diversas áreas da vida;

aos meus pais, Carmen Cecília Aguilera Manoel e Roberto Manoel, que não mediram esforços para me ajudar em todas as fases da minha vida, em especial nesta etapa acadêmica. Além da imensa gratidão, sinto muito orgulho de ser filho desse casal. Aos meus irmãos Vitor Aguilera Manoel e Vinicius Matheus Aguilera Manoel, que também me auxiliaram muito em toda minha trajetória até chegar nesse momento;

ao meu avô e melhor amigo, José Alcides Aguilera (*in memoriam*), e à minha avó Therezinha Ronqui Aguilera (*in memoriam*), cuja sede de conhecimento, sabedoria e desejo de ser professora me inspiraram a escolher essa profissão;

à Bruna Cardozo Nunes, minha companheira de todos os momentos, que me ajudou principalmente nas horas mais difíceis, com muito cuidado e carinho, além de dividir muitos momentos felizes, como o término desse trabalho;

à Profa. Dra. Carmen Lúcia Brancaglioni Passos e à Profa. Dra. Bárbara Cristina Moreira Sicardi Nakayama, pelas importantes contribuições no Exame de Qualificação, no Exame de Defesa e nos diversos diálogos sobre essa investigação;

ao GEPEMAI (Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática nos Anos Iniciais), cujos componentes muito contribuíram para meu desenvolvimento profissional, com reflexões de fundamental importância para o tema da minha pesquisa;

ao grupo PRAPEM (Prática Pedagógica em Matemática), em especial ao Prof. Dr. Dario Fiorentini e à Profa. Dra. Dione Lucchesi de Carvalho, pelas instigantes discussões presenciadas no grupo e pelas valiosas contribuições no meu exame de pré-qualificação. Agradeço, em especial, aos integrantes da minha banca: Profa. Ma. Marta Borges, Profa. Ma. Conceição Aparecida Cruz Longo Martins e Prof. Dr. Dario Fiorentini;

à querida Profa. Ma. Conceição Aparecida Cruz Longo Martins, que dividiu comigo o sonho de ingressar no mestrado na Unicamp e por me auxiliar em todos os momentos nessa trajetória;

aos colegas de grupos de estudos: Profa. Ma. Rosana Prado Biani e Prof. Me. Marcos Antonio Gonçalves Júnior, que também me orientaram, principalmente na etapa final desta dissertação;

aos grandes amigos Ivan Camargo Ferreira e Tiago Pintor Mendes, por fazerem parte da minha história e me ajudarem em minhas conquistas acadêmicas e profissionais;

aos moradores e ex-moradores da “República Depois Eu”, pelas discussões e pela ajuda em dois anos e seis meses morando juntos, mas também pelos inúmeros momentos engraçados e divertidos. Destaco os moradores Guilherme Augusto da Silva (Padre), Bruno Ferrari (Higuíta), Fabio Akio Kunitake Yamamoto (Kill), Leonardo Nunes da Silva (Léo), Nilson Leme de Camargo Filho (Tito), Alison Takayuki Ishii (Pastel), Anderson Augusto Dotore (Bixo), Danylo Henrique Moya (Galo), Rogério Luciano dos Santos

(Cotuca), Rafael Luis Strapasson (Gnomo), Éder Ricardo, Michel Bruno Martins, Harian Pires Braga e Thiago Bonelle;

ao Professor Dr. Valdeni Soliani Franco, por me introduzir às reflexões sobre a Educação Matemática e por proporcionar diversas discussões sobre esse área da educação;

aos professores do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá, especialmente aos professores: Dra. Lilian Akemi Kato, Dr. João Roberto Gerônimo, Prof. Me. João César Guirado, Dr. Marcelo Escudeiro Hernandez, Dr. Emerson Luiz do Monte Carmelo, Dr. Doherty Andrade; Dr. Cícero Lopes Frota e Profa. Ma. Carla Montorfano;

à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos de mestrado;

aos professores e funcionários do Programa de Pós-graduação em Educação da Unicamp;

a todas as pessoas que, mesmo não mencionadas, contribuíram para a conclusão desta dissertação.



## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> - Percepção de Figuras em Campo .....	33
<b>Figura 2</b> - Mapa político do Brasil .....	34
<b>Figura 3</b> - Tangram .....	36
<b>Figura 4</b> – Conceito de área.....	37
<b>Figura 5</b> – Área do paralelogramo .....	37



## O QUE QUEREMOS

Nas últimas décadas, diversas pesquisas nacionais e internacionais que têm como tema o ensino e a aprendizagem de Geometria na Educação Básica, afirmam a importância dessa disciplina no ambiente escolar. Contudo, apesar de constar nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o ensino de Geometria não está efetivamente presente nas aulas de Matemática, principalmente dos anos iniciais do Ensino Fundamental (AIEF) (LORENZATO, 1995; FONSECA *et al*, 2002).

A ausência da geometria é realidade não apenas nos dias de hoje; desde a instituição do ensino primário no Brasil, com a Reforma Januária Cunha Barbosa e com a Lei de 15 de outubro de 1827, a Geometria já estava presente no currículo das escolas de 1º Grau (CARVALHO, 2000).

Na 3ª classe, além da continuação da escrita e prática das operações de aritmética deverá também completar-se a instrução moral reduzindo esta ciência a princípios e máximas gerais fácil de conservar-se na memória; deverá continuar a instrução de aritmética e física, e começar a de geometria, agrimensura e mecânica pelas suas doutrinas mais simples, gerais e indispensáveis. (MOACYR, 1932, p. 150)

Contudo, a Geometria não se tornou Matemática escolar no ensino primário, “de início por não haver professores primários habilitados e depois, em razão de não ser um conhecimento solicitado para ingresso em nenhuma instituição de ensino secundário.” (VALENTE, 2002, p.113).

Curi (2005), ao analisar as publicações da década de 1920, concorda que o ensino da Geometria não se efetivou na prática escolar e explica: “nossa hipótese é que embora a Geometria constasse da programação do Curso Primário era pouco ensinada, pois praticamente não havia artigos com orientações didáticas para ensiná-la nas revistas destinadas ao ensino.” (CURI, 2005 p.47).

Em 1931, com a Reforma Educacional Francisco Campos, realizada por Euclides Medeiros Roxo, influenciado pelas ideias da Internationale Mathematische Unterrichtskommission (IMUK), houve uma proposta para articular o ensino de Geometria a outros ramos da Matemática, como a Álgebra e a Aritmética.

Mesmo com a reforma Campos, Curi (2005) ao analisar o livro *Didática da Escola Nova*, escrito por Aguayo e traduzido em 1935 para o português, afirma que este

[...] livro permite refletir sobre a importância reservada ao ensino de Geometria, pois o autor dedica menos de uma página a esse assunto, dentre as 30 páginas destinadas à Matemática. Afirma apenas que o ensino de Geometria se confunde com o Desenho e não deve ir além dos exercícios e problemas que têm aplicação na vida real. Não há nenhuma orientação ao futuro professor sobre como ensinar Geometria como o autor fez com a Aritmética. Cabe ressaltar que, entre os livros analisados, este foi o único que apresentava alguma orientação sobre o ensino de Geometria. (CURI, 2005, p. 51)

Antes da influência do Movimento da Matemática Moderna (MMM), na década de 60, contrariando a Reforma Campos, o ensino de Geometria priorizava os aspectos lógico-dedutivos, com muitas demonstrações. Segundo Nacarato e Passos (2003), nesse movimento, a Geometria com uma

abordagem euclidiana clássica (que estuda as propriedades das figuras e dos corpos geométricos enquanto relações internas entre os seus elementos, sem levar em consideração o espaço) deveria ser substituída por outra, mais rigorosa e atualizada, como a Geometria das Transformações de Felix Klein (1872), que possui, como ponto de partida, a noção de grupo de transformação do espaço (Piaget e Garcia, 1987, p.105). Sabe-se que o movimento modernista tinha como princípio a modernização curricular. Nesse sentido, incluir no currículo escolar as geometrias desenvolvidas no século XIX seria mais pertinente do que manter a geometria euclidiana do século III a.C. No entanto, essa nova abordagem para a geometria era tão complexa quanto a euclidiana (NACARATO, PASSOS, 2003, p. 24-25).

Posteriormente, “a proposta da Matemática Moderna de algebrizar a Geometria não vingou no Brasil, mas conseguiu eliminar o modelo anterior, criando assim uma lacuna nas nossas práticas pedagógicas.” (LORENZATO, 1995, p. 4). Após o fracasso do MMM na década de 1980,

o ensino de Geometria continuou sendo realizado sob as influências desse movimento.

Com a publicação do PCN em 1996 e com a avaliação dos livros didáticos feita pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), o ensino de Geometria começou a se delinear nos moldes que o conhecemos hoje. (RODRIGUES, 2009, p.65).

Esses parâmetros apresentam a importância da Geometria, ao afirmar que:

1. Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.
2. A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema, sendo um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa.
3. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1997, p. 39)

Porém, apesar da Geometria, segundo os PCN, ser parte importante no currículo escolar, alguns autores como Fonseca *et al.* (2002) e Lorenzato (1995) afirmam que ela não está presente, efetivamente, nas aulas de Matemática nos AIEF. Essa discordância me motivou a pesquisar como está o ensino de Geometria nos AIEF. Segue um trecho da minha trajetória acadêmica, que também justifica a escolha desta pesquisa em investigar o ensino de Geometria nesse segmento do Ensino Básico.

Foi no período após a publicação dos PCN que inicio minha trajetória pela Matemática. Em 2006, ingressei no curso de licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). Apesar de gostar de Matemática desde o Ensino Básico, a aridez do curso me fez pensar em desistir de terminar o primeiro ano de graduação. As extensas listas de exercícios, repletas de demonstrações e definições, não condiziam com o que eu achava necessário para ser professor de Matemática na Educação Básica.

O que me fez desistir de abandonar a universidade, além do apoio constante dos meus pais, foi ter participado da “Semana da Matemática”, promovida pelo Departamento de Matemática da UEM. Dentre as várias palestras, a maioria sobre Matemática pura,

houve uma que me chamou mais a atenção. A palestra era a respeito da presença da proporção áurea na natureza.

Fiquei fascinado com as relações que o número de ouro tem com os animais, com as plantas, com o ser humano e suas construções. O que me impressionou ainda mais foi o fato de ele ser um número irracional provido de várias propriedades matemáticas e geométricas. Foi a partir, principalmente, dessa palestra que eu me motivei a terminar pelo menos o primeiro ano de faculdade, uma vez que havia sido por meio dela que eu tivera a oportunidade de conhecer a Matemática de um ponto de vista que considero mais belo.

Foi no segundo ano do curso que tive meus primeiros contatos com as disciplinas referentes à Educação Matemática. As aulas de Teoria e Prática Pedagógica I, ministradas brilhantemente pelo professor Valdeni Soliani Franco, me motivaram não apenas a dar continuidade ao curso, mas também a estudar as formas de conceber a Matemática e a Educação Matemática, seus reflexos no pensamento dos professores e dos graduandos e suas consequências para o Ensino Básico.

Nessa disciplina, tive também minhas primeiras reflexões a respeito do ensino de Matemática nos AIEF, do 1º ao 5º ano. Lembro que o professor Valdeni Soliani Franco dizia que as crianças, antes de entrarem no primeiro ano da Educação Básica, gostavam de Matemática, porém quando chegavam aos últimos anos dos AIEF, muitas delas criavam medos e obstáculos didáticos sobre esse campo de conhecimento. Outro contato que tive referente aos AIEF foi com uma aluna do curso de pedagogia, que atendendo a um convite meu, também começou a cursar essa disciplina.

Ela dizia que algumas colegas de curso não gostavam de Matemática e que algumas delas escolhiam Pedagogia por ser um curso que não possuía conteúdos de exatas. Outras pesquisas também identificam essa aversão, como as de Cazorla e Santana (2005), a qual entrevistaram 119 alunos do terceiro de Licenciatura Plena em Pedagogia no Sul da Bahia, dos quais 30,2% não têm um bom relacionamento com Matemática e 39,5% dessas alunas disseram que gostam mais ou menos dessa disciplina.

Isso me chamava a atenção para a necessidade de se fazer um estudo sobre a formação Matemática nos cursos de Pedagogia, uma vez que essa aversão à disciplina traria consequências para o ensino desse conteúdo aos alunos de 1º ao 5º ano.

Outro fato que me fez repensar os conteúdos de matemática ensinados nos AIEF aconteceu quando dava aula para um 6º ano, em uma escola municipal, na cidade de Porto Feliz – SP. Em uma aula de Geometria referente às propriedades das figuras planas, eu disse: “Todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado”.

Após explicar que todos os quadrados possuíam as propriedades de um retângulo (lados opostos de mesma medida e ângulos internos medindo 90º) e a recíproca era falsa, ou seja, nem todo retângulo possui os quatro lados de mesma medida, os alunos me olharam com uma expressão que revelava não haverem entendido o que eu dissera.

Insistindo em tentar fazer com que eles compreendessem a afirmação, comecei a relacioná-la com algum exemplo do cotidiano deles. Mesmo assim, muitos não entenderam. Uma das hipóteses era: eles não possuíam desenvolvimento cognitivo que lhes permitisse entender aquela afirmação, porém eu ainda não havia feito um estudo sobre o assunto para confirmar tal hipótese.

Esse fato me chamou a atenção para refletir sobre o ensino de Geometria nos anos que antecedem o 6º ano. Afinal, como os alunos diferenciam as figuras geométricas planas, e quais as propriedades que eles identificam no ensino de Geometria nos AIEF?

Um aspecto que contribuiu para minhas reflexões sobre o ensino e aprendizagem de Matemática, mais especificamente de Geometria nos AIEF, foi ter participado do GEPEMAI<sup>1</sup> (Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática nos Anos Iniciais), a convite da professora Conceição Longo Martins e da professora Adriana Franco de Camargo.

Esse grupo é constituído por professores que atuam não apenas nos AIEF, mas também por outros que atuam do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, interessados em

---

<sup>1</sup> GEPEMAI - Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática nos Anos Iniciais, formado em 2010, coordenado pelo professor Sergio Aparecido Lorenzato, que tem como objetivo investigar e analisar o ensino de geometria nos AIEF, estudando e propondo atividades para serem aplicadas em sala de aula. As reuniões do GEPEMAI são realizadas na Faculdade de Educação, na UNICAMP.

estudar esse campo de conhecimento nos primeiros anos de escolaridade. Quando entrei no grupo, no segundo semestre de 2010, o tema que estava em discussão era referente à análise dos textos produzidos pelos professores participantes a respeito de atividades desenvolvidas com seus alunos sobre sólidos geométricos.

Nessas discussões, tive a oportunidade de refletir sobre os conceitos e as definições dos sólidos geométricos, a importância do material manipulável para visualização dos mesmos, as propriedades que os alunos dos AIEF identificam nos entes geométricos e, o que considerei o mais importante, como os professores concebem, aplicam, refletem, discutem e investigam o ensino e a aprendizagem da Geometria nos AIEF.

Minhas experiências levaram-me a querer investigar como se dá o ensino de Geometria nos AIEF, e por esse motivo este foi o tema escolhido para minha dissertação. Contudo, era necessário realizar um recorte, uma vez que por meio de uma pesquisa de mestrado não seria possível analisar todas as esferas do ensino de Geometria nos AIEF.

Diante disso, após uma revisão bibliográfica apresentada no próximo capítulo, escolhi investigar as razões para ensinar Geometria nos AIEF. O principal motivo para a escolha desse recorte foi que sem saber o porquê ou para quê ensinar Geometria, não existe sentido em ensiná-la para alunos do primeiro segmento do Ensino Fundamental (EF).

A pergunta central que norteia nossa investigação é: **quais as razões apresentadas pelos autores das pesquisas brasileiras no período de 2006 a 2011 para ensinar Geometria nos AIEF?**

Para investigar esse problema de pesquisa, a metodologia escolhida foi a bibliográfica, do tipo meta-análise qualitativa, e o material a ser analisado foram pesquisas com o assunto “Geometria nos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental”, encontradas no banco de Teses e Dissertações da CAPES<sup>2</sup>.

O período escolhido inicia-se em 2006, uma vez que a partir desse ano foi baixada uma Portaria da CAPES<sup>3</sup> que instituiu a divulgação digital das teses e dissertações

---

<sup>2</sup> <<http://capesdw.capes.gov.br>> acesso em 10 de janeiro de 2014

<sup>3</sup> Portaria nº 013, de 15 de fevereiro de 2006 Disponível em

produzidas pelos programas de doutorado e mestrado. O ano de 2011 foi escolhido como marco final, por ser o ano em que se iniciou a coleta do material pesquisado.

O objetivo dessa pesquisa é mostrar de forma sistemática as razões para ensinar Geometria nos AIEF apresentadas pelos autores das pesquisas analisadas, fazer um estudo analítico da importância de se ensinar Geometria nos AIEF, e produzir novos resultados a partir do confronto desses estudos.

Em seguida, apresentamos os capítulos que compõem esta dissertação.

No Capítulo 1, apresentamos nossos pressupostos teóricos, adquiridos por meio de leitura e análise da literatura sobre o assunto.

No Capítulo 2, mostramos a metodologia da pesquisa bibliográfica do tipo meta-análise qualitativa e explicamos como foi realizada a seleção do material para análise.

Quanto ao Capítulo 3, este contém uma síntese das pesquisas selecionadas para análise.

Finalmente, no Capítulo 4 apresentamos a meta-análise do material selecionado e a conclusão da pesquisa.

## **CAPÍTULO 1 – REFERENCIAIS TEÓRICOS SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA**

No ensino de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (AIEF), o ensino da Aritmética tem sido historicamente mais enfatizado que o da Geometria (LORENZATO 1995, FONSECA *et al.*, 2002). Diante dessa realidade é relevante perguntar: é importante ensinar Geometria para os alunos dos AIEF? Desta pergunta decorrem outros questionamentos, como: quais as habilidades que aulas de Geometria podem desenvolver nos alunos durante os primeiros anos de escolaridade? Em que isso pode favorecer sua formação dentro e fora do ambiente escolar? A Geometria possui aplicação apenas nos conteúdos de Matemática, ou também em outras áreas do conhecimento? Apresentar certo domínio em outras áreas da Matemática implica domínio em pensamento geométrico?

Esse capítulo dará alguns indícios e apontamentos que procuram responder a esses questionamentos, além de fornecer, ainda, suporte teórico para a análise das pesquisas brasileiras que também abordam o tema Geometria nos AIEF, análise esta apresentada no Capítulo 3.

Iniciando pela primeira questão, a respeito de por que ensinar Geometria nos AIEF, Broitman e Itzcovich (2008, p. 174) afirmam que “uma das razões principais pelas quais é importante o ensino de geometria é porque a escola é também um lugar de criação e transmissão da cultura. E a geometria faz parte dela”. Ainda a respeito da transmissão da cultura, como a Geometria faz parte da história da humanidade em vários aspectos, pode-se afirmar que ela está presente em diversas culturas que tentaram de alguma forma matematizar suas realidades e que necessitaram, e ainda necessitam, do aporte de uma representação geométrica para desenvolver sua forma de se organizar, locomover e pensar. Essa importância da transmissão cultural é um significativo argumento para esses conhecimentos estarem presentes no ambiente escolar.

Essa importância se apresenta na forma de o ser humano organizar-se no espaço, tanto na antiguidade - na divisão das terras feita pelos egípcios para aproveitar as cheias dos rios Nilo, Tigre e Eufrates (EVES, 2002), por exemplo, como contemporaneamente –

no caso da disposição das principais avenidas de cidades como Brasília, que não possuem cruzamentos.

A importância histórica de ensinar geometria também está presente na influência para o desenvolvimento formal da Matemática, como por exemplo, na compilação de Elementos de Euclides, que por meio do método hipotético-dedutivo e utilizando apenas cinco postulados, demonstrou diversos teoremas em Geometria, o que possibilitou o primeiro registro de um formalismo da Matemática.

Essa importância também se verifica em relação à influência presente nas obras de arte. Exemplos disto são: 1) a presença da proporção divina em diversas obras de arte de autores desde o Renascimento (da Vinci, Rafael, Pietro Perugino), até os mais contemporâneos, como Portinari e Samson Flexor (TV ESCOLA<sup>4</sup>); 2) a utilização dos princípios da Geometria projetiva desde o século XV; 3) a presença da simetria no artesanato de diversas culturas, como nos utensílios produzidos por tribos africanas e brasileiras; 4) a utilização da proporção com a finalidade de estabelecer realismo em esculturas e pinturas que utilizam escalas.

O ensino de Geometria auxilia o desenvolvimento da Matemática e de outras ciências por meio das visualizações e representações, como a utilização da Geometria para explicar disposições dos átomos numa molécula de metano; na física, para auxiliar a representação de grandezas vetoriais, como força e velocidade, e na Matemática, como suporte para a representação de entes abstratos, como a representação de gráfico de funções e a visualização de suas propriedades (máximo, mínimo, reta tangente, ponto de inflexão etc.).

Fonseca *et al.* (2002) destacam também a importância do ensino da Geometria em relação aos aspectos utilitários que esse campo de conhecimento oferece para a vida cotidiana do aluno dos AIEF. Comparar o tamanho de dois objetos, atravessar a rua na faixa de pedestres, ou mesmo organizar brinquedos no armário, são atividades que estão relacionadas à Geometria e que fazem parte do dia a dia das crianças.

---

<sup>4</sup> TV ESCOLA, **Número de ouro**. Série Arte e Matemática Disponível em:

<<http://www.dominiopublico.gov.br/download/video/me001034.mp4>>. Acesso em 10/jan./2014.

Porém, é necessário que a importância de ensinar conteúdos geométricos ultrapasse o uso imediato e que esteja ligada a questões mais formativas (FONSECA *et al.*, 2002). Broitman e Itzcovich (2008), concordando e estendendo essa questão do utilitarismo da Geometria, afirmam que “considerar a Matemática ‘útil’ como necessária ‘para todos’ e a Matemática como ‘modo de pensar’ como luxo acessível exclusivamente ‘para uns poucos’, permite justificar práticas de ensino discriminatórias.” (BROITMAN; ITZCOVICH, 2008, p.177). Ou seja, questões ideológicas perpassam os saberes geométricos presentes na escola, e devido a isso os conteúdos geométricos não devem ficar restritos a aspectos utilitários por razões de exclusão social; o ensino da Geometria deve, isto sim, ser democratizado tendo em vista uma sociedade mais igualitária.

Nesse sentido, FONSECA *et al.* (2002) afirmam que

Tomados não como um saber de natureza sobre-humana ou como fruto de arbitrariedades individuais, mas como construções históricas, demandadas e legitimadas por necessidades da prática social e formatadas por critérios de âmbito cultural, esses modos de categorização e de estabelecimento de relações próprios da Geometria querem apresentar-se como uma contribuição para a formação humana, na medida em que, atacando demandas sociais e influências culturais, provêm ao sujeito critérios e estratégias para organizar e/ou compreender modos diversos de organização do espaço. (FONSECA *et al.* 2002, p.115).

Enfim, a importância e a necessidade de ensinar Geometria estão presentes na história da humanidade, seja na organização do espaço, ou mesmo nas diversas formas do homem matematizar a realidade.

Por outro lado, educadores como Hoffer (1981), Del Grande (1994), Lorenzato (1995), Fainguelernt(1999), Bressan; Bogisic e Crego (2010) apontam as contribuições da Geometria para o desenvolvimento das habilidades cognitivas como uma das principais justificativas para ressaltar como é importante que esse campo de conhecimento esteja presente desde o início da vida escolar das crianças.

As habilidades cognitivas foram descritas em 1981 por Allan Hoffer, em seu artigo “Geometry is more than proof” (HOFFER, 1981), e classificadas por ele em cinco categorias, sendo que a primeira subdivide-se, segundo Del Grande (1994), em sete aptidões:

1. Habilidades visuais:

- a. coordenação visual motora
  - b. percepção de figuras em campos
  - c. constância de forma e tamanho
  - d. percepção de posição no espaço
  - e. percepção de relações espaciais
  - f. discriminação visual
  - g. memória visual
2. Habilidades de desenho e construção
  3. Habilidades de aplicação ou de transferência
  4. Habilidades de comunicação
  5. Habilidades de lógica.

É importante ressaltar que essas habilidades não são desenvolvidas separadamente (BRESSAN; BOGISIC; CREGO, 2010). Nos próximos tópicos, apresentaremos exemplos das relações entre essas habilidades.

### **1.1 Habilidades visuais**

Grande parte das informações que captamos, o fazemos por meio do sentido da visão (Del Grande, 1994). Contudo, é necessário distinguir o ver do visualizar, uma vez que o ato físico de ver desenvolve-se naturalmente, enquanto o ato de visualizar para verificar se a imagem satisfaz determinadas condições necessita da realização de atividades direcionadas a esse propósito. (RÊGO; RÊGO; VIEIRA, 2012).

Segundo Bressan, Bogisic e Crego (2010), a habilidade de visualização implica em duas formas de representação: por um lado, representar o mental através de formas visuais externas; por outro, representar, a nível mental, objetos visuais (representação interna). Assim, quando colocamos diante de uma criança um dadinho, ela pode visualizar no objeto algumas de suas propriedades pela captação de representações visuais externas - possui cantos, não rola como a bola, apresenta seis faces. Contudo, ela terá que recorrer a uma imagem mental quando o professor utilizar somente a palavra “dado” e esse objeto não estiver dentro do seu campo de visão.

É a partir das experiências pessoais com a forma, cor, textura, dimensões e a manipulação de um objeto físico que as imagens mentais dele serão construídas, permitindo sua visualização ainda que na ausência deste, assim como sua representação por meio de modelos concretos ou desenhos. (KALEFF, 1998, *apud* RÉGO; RÉGO; VIEIRA, 2012, p.14).

O desenvolvimento das habilidades visuais está relacionado com a passagem do espaço real para o espaço teórico (HERSHKOWITZ, 1994, *apud* FAINGUELERNT, 1999).

A Geometria na pré-escola e no 1º grau inicia-se pela “percepção de” e “a ação sobre” os objetos no mundo exterior. Esses objetos são inicialmente percebidos no espaço, depois observados e analisados, muitas propriedades são identificadas e descritas verbalmente, levando a uma classificação e mais tarde uma conceituação (FAINGUELERNT, 1999, p.55).

Alguns autores, como Del Grande (1994), dividem as habilidades visuais em sete aptidões fundamentais, a serem desenvolvidas no âmbito escolar:

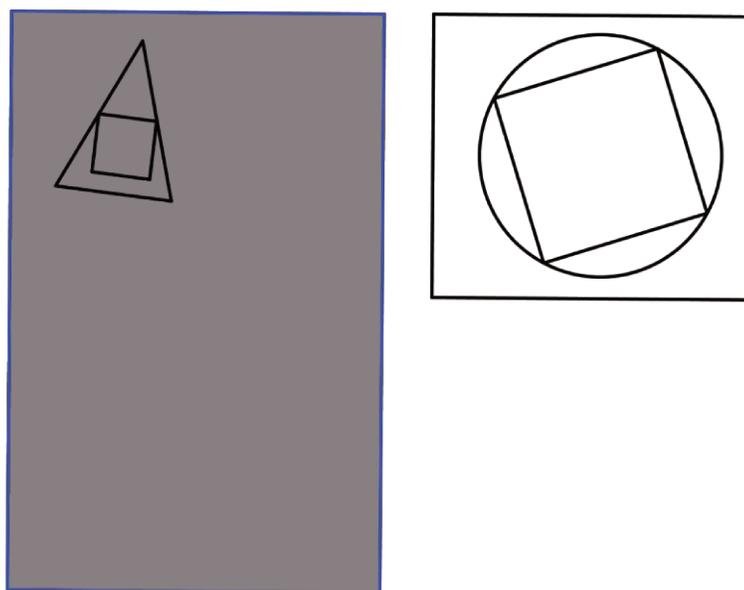
**a) Coordenação visual-motora:** é a habilidade para coordenar a visão com o movimento do corpo. Algumas crianças apresentam dificuldades no pensar e fazer simultaneamente, nos primeiros anos de escolaridade (DEL GRANDE, 1994). Um exemplo disso é quando os alunos apresentam dificuldades em representar uma reta que passe por dois pontos, utilizando uma régua.

O desenvolvimento dessa habilidade não é importante apenas para a criança dentro do ambiente escolar, mas também em suas ações cotidianas fora da escola, como por exemplo, para construir uma pipa, desenhar no chão uma amarelinha, andar de bicicleta etc.; também quando esta tornar-se um adulto, essa aptidão é necessária para a execução de várias ações, como fazer esquemas e desenhos de precisão, dirigir veículos motorizados (automóvel, motocicleta, barcos etc.), utilizar ferramentas da informática como *mouses* ou *tablets*, etc., ações que fazem parte de profissões da atualidade.

**b) Percepção de figuras em campos:** é a habilidade de identificar uma figura específica em um campo mais amplo. Ao desenvolver essa habilidade, a criança consegue centrar sua atenção no que considera como foco, descarta o entorno e deixa

de lado os estímulos irrelevantes (DEL GRANDE, 1994). Lorenzato (1995), baseado também em Del Grande (1994), amplia o conceito de percepção de figuras e afirma que a (de)composição de campo é também a habilidade de montar o todo a partir de suas partes (LORENZATO, 1995). Essa percepção é fundamental para a criança realizar a separação do todo em partes ou da montagem do todo a partir das partes, como em um quebra-cabeça.

Ela possibilita também ao aluno o estabelecimento e identificação de representações de figuras planas, independente da cor, do entorno, da textura ou do material utilizado. Um exemplo de percepção de figuras em campos é a identificação da semelhança entre dois quadrados inseridos em contextos diferentes: um quadrado contido em um triângulo representado em uma cartolina azul, e outro em uma circunferência representado em papel sulfite branco, como mostra a figura 1:



**Figura 1** - Percepção de Figuras em Campo

Del Grande (1994) ressalta que “as crianças que de início não têm percepção de figuras em campos provavelmente irão adquiri-la mediante uma intervenção adequada.” (DEL GRANDE, 1994, p.158). Em razão disso, pode-se afirmar que é importante que nas aulas de Geometria se desenvolva a percepção de figuras em campos, pois ela é requisito não apenas para a aprendizagem dos conteúdos geométricos, mas também para conteúdos de outras disciplinas escolares.

Um exemplo que pode ser dado são as aulas de Geografia; quando os alunos do Ensino Fundamental identificam a localização de países, regiões, estados e cidades por meio da associação da legenda com as regiões pintadas no mapa, conforme a figura 2, desconsideram, nesse momento, outras características como relevo, vegetação e densidade demográfica.



Figura 2 - Mapa político do Brasil<sup>5</sup>

**c) Constância de forma e tamanho:** é a habilidade de perceber em um objeto suas propriedades invariantes, ou seja, propriedades que conservam, por exemplo, seu tamanho e sua forma, independentes da variação de posição do objeto e/ou do observador.

<sup>5</sup>Fonte: IBGE, Diretoria de Geociências de cartográfica. Disponível

em:<[http://www.ibge.gov.br/ibgeteen/atlascolar/mapas\\_pdf/brasil\\_politico.pdf](http://www.ibge.gov.br/ibgeteen/atlascolar/mapas_pdf/brasil_politico.pdf)> Acesso 16 out. 2012.

Del Grande, ao citar Frostig e Horne (1964), afirma que “a constância de percepção depende em parte da aprendizagem e de experiências que são fornecidas por atividades de natureza geométrica.” (FROSTIG E HORNE, 1964 *apud* DEL GRANDE, 1994, p. 159). Portanto, o ensino de Geometria pode desenvolver a percepção do aluno dos AIEF, ao propor atividades que o levem a concluir que, independente de sua posição, os objetos não variam de tamanho ao se apresentarem menores quando vistos a distâncias maiores. Isso ocorre, por exemplo, quando uma criança percebe, olhando de cima de um lugar alto como um prédio ou uma montanha, que as casas, os carros e os outros prédios se apresentam menores devido a sua posição, porém permanecem com o mesmo tamanho. Nesse sentido, a constância de forma e tamanho pode ajudar a pessoa, em particular o aluno dos AIEF, a ajustar-se ao meio, proporcionando estabilidade ao mundo em que ela vive (DEL GRANDE, 1994).

**d) Percepção de posição no espaço:** é a habilidade de relacionar um objeto com outro objeto, diante do mesmo observador. A ausência dessa aptidão nos alunos pode ocasionar um dilema para educadores dos AIEF, isto é,

Por um lado, queremos que as crianças percebam que duas figuras são iguais (isso é, congruentes) se uma é imagem de outra mediante um deslizamento, uma translação ou uma rotação. Mas, por outro lado, dizemos que **b**, **d**, **p** e **q** são diferentes. Focalizar os movimentos que transformam uma figura em outra pode ajudar as crianças a superar essa dificuldade. (DEL GRANDE, 1994, p. 159).

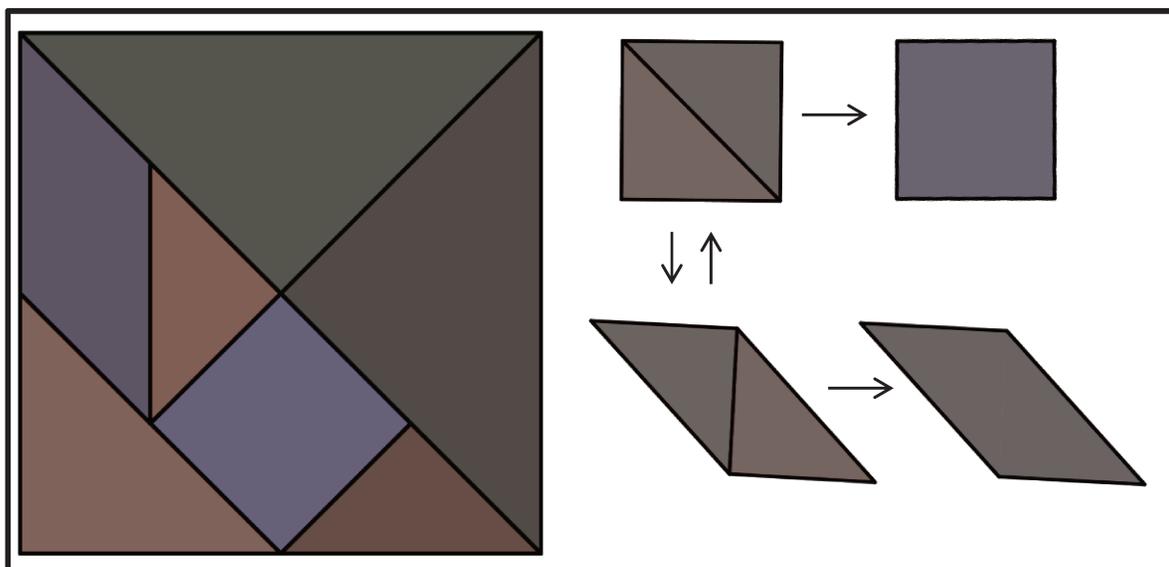
Nessa direção, as aulas de Geometria podem auxiliar no desenvolvimento da percepção de posição no espaço, utilizando-se de materiais manipulativos e/ou *softwares* geométricos que possibilitem o manuseio e a visualização desse movimento.

**e) percepção de relações espaciais:** é a habilidade que o indivíduo tem de enxergar dois ou mais objetos, como desenhos e figuras, em relação a si mesmo ou em relação a algum outro observador. (BRESSAN; BOGISIC; CREGO, 2010). Esta atividade está intimamente ligada à habilidade anterior, tanto que alguns autores como Lorenzato (1995), consideram que essas duas habilidades são apenas uma, ou seja, a percepção de relações espaciais e a percepção de posição no espaço são por ele denominadas como *equivalência por movimento*, que consiste na habilidade de

reconhecer a equivalência de forma entre duas figuras que se apresentam em posições diferentes. Para reconhecerem que duas figuras possuem uma mesma forma, geralmente as crianças se utilizam do transporte de uma figura sobre ou ao lado de outra. Esse movimento pode ser de translação, de rotação ou de reflexão. (LORENZATO, 2009, p. 8).

Para efeito dessa pesquisa, o termo *equivalência de movimento* será utilizado no lugar dos termos *percepção de posição no espaço* e *percepção de relações espaciais*, devido à dificuldade de diferenciá-los. Um exemplo dessa habilidade é quando uma criança compara dois pedaços de chocolate, justapondo um sobre o outro, para verificar se estes possuem o mesmo tamanho.

Existem atividades que, de forma semelhante, desenvolvem a habilidade de equivalência por movimento nos alunos. Muitas delas utilizam-se de quebra-cabeças, como é o caso de algumas atividades relacionadas à comparação de algumas peças do Tangram, cujo objetivo é fazer com que a criança perceba que os dois triângulos menores possuem a mesma área da peça quadrada, ou a mesma área da peça em forma de paralelogramo, conforme figura abaixo.

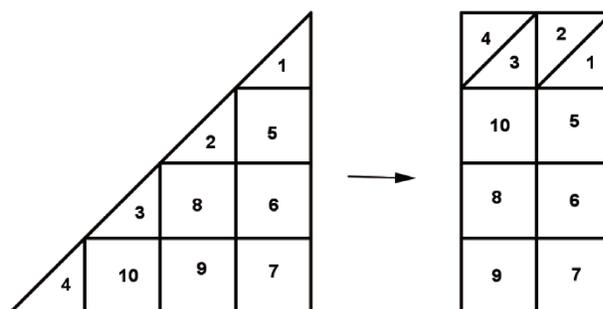


**Figura 3** - Tangram

O desenvolvimento da equivalência por movimento é fundamental para o aluno entender conceitos como área e volume na Geometria. Por exemplo, ao estabelecer o

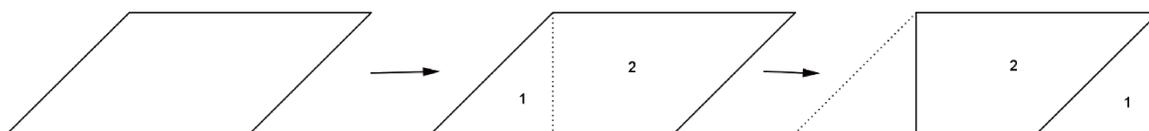
quadrado como unidade de área e o cubo como unidade de volume para determinar a área de um triângulo e o volume de uma pirâmide, pode-se decompor esses entes geométricos até encontrar a quantidade de quadrados ou de cubos que cabem nas respectivas figuras geométricas.

A figura seguinte mostra um exemplo de como identificar a área do triângulo identificando o número de quadrados que esta figura de três lados possui.



**Figura 4** – Conceito de área

Esse mesmo conceito vale para estabelecer áreas, decompondo-se agora em figuras que já possuem áreas estabelecidas. Sabendo-se a área do retângulo, é possível determinar a área do paralelogramo usando decomposição e composição de figuras.



**Figura 5** – Área do paralelogramo

Com isso, pode-se concluir que a equivalência de movimento pode ser trabalhada nos AIEF para, posteriormente, auxiliar em alguns conceitos geométricos que serão abordados em outros anos da Educação Básica, como é o caso do cálculo de área e volume de figuras planas e espaciais.

**f) Discriminação visual:** é a habilidade que a pessoa tem de distinguir semelhanças e diferenças entre objetos, desenhos ou imagens mentais (BRESSAN, BOGISIC, CREGO, 2010). Os estudantes, quando desenvolvem essa capacidade, podem estabelecer comparações visuais e verbais a respeito dos objetos que visualizam.

A comparação de diversas figuras envolve a exploração de todas as alternativas apresentadas pelo aluno e depois a comparação de cada uma com o original; isso envolve uma estratégia de que uma criança pequena pode não dispor, todavia isso pode ser ensinado a ela. (DEL GRANDE, 1994).

A discriminação visual está relacionada com a habilidade de lógica, pois a criança identificará algumas das propriedades invariantes do objeto analisado. No item “Habilidades de lógica”, página 42 deste capítulo, esse aspecto será aprofundado. Ao desenvolver a discriminação visual, essa criança pode relacionar as propriedades de um dado a uma embalagem de um produto em formato de cubo, ou seja, ela pode identificar que os dois objetos possuem seis faces, doze arestas e oito vértices, mesmo que não saiba usar a nomenclatura matemática.

**g) Memória visual:** é a habilidade de se lembrar com precisão de um objeto que não está mais à vista e relacionar suas características com outros objetos, estejam eles à vista ou não. (HOFFER, 1977 *apud* DEL GRANDE, 1994).

A memória visual está intrinsecamente ligada às habilidades de desenho e construção, pois o sujeito, ao representar externamente um objeto, necessita de uma representação interna do mesmo, utilizando para tanto sua memória visual. Por exemplo, para desenhar um cubo sem que esse objeto esteja em seu campo de visão, a criança necessita utilizar-se da memória visual para poder representá-lo. Essa habilidade está relacionada também com a habilidade anterior, pois para comparar dois objetos quando um não está à vista, a criança necessita da discriminação visual para se lembrar das propriedades já identificadas no objeto escondido, para então relacionar com aquele objeto em seu campo de visão.

Del Grande (1994) também ressalta a importância de desenvolver as habilidades visuais na criança, porém utiliza-se do termo *percepção espacial* em vez de *habilidades visuais* para afirmar que:

As crianças adquirem percepção espacial através de experiências encontradas em seu meio. A percepção espacial não só ajuda as crianças a chegarem à escola, como é essencial para capacitá-las a ler, escrever, soletrar, aprender aritmética, pintar, praticar esportes, desenhar mapas e ler música. (DEL GRANDE, 1994, p. 159 - 160).

Em virtude desse e dos outros argumentos que ressaltam a importância das sete aptidões contidas nas habilidades de visualização, pode-se concluir pelo expressivo valor de desenvolver essas habilidades nas aulas de Geometria nos AIEF, justificando a presença efetiva dela nesses anos de escolaridade, uma vez que a Geometria é um dos campos de conhecimento que está mais estritamente relacionado às questões visuais.

## **1.2 Habilidades de desenho e construção**

As habilidades de desenho e construção estão ligadas ao uso de representações externas. De acordo com Bressan, Bogisic e Crego (2010), as representações externas em Matemática são “uma escritura, um símbolo, um traço, um desenho, uma construção, com os quais se pode dar ideia de um conceito ou de uma imagem interna relacionada com a Matemática (figura, número, vetor, função, etc.).” (BRESSAN; BOGISIC; CREGO, 2010, p. 41, tradução nossa).

Segundo Broitman e Itzcovich (2008), existe uma distinção entre figura e desenho. Os desenhos, conforme as autoras, são as representações materiais de objetos teóricos, matemáticos e ideias que somente têm existência no interior da Geometria. Os objetos teóricos, para essas autoras, são denominados como figuras; por exemplo, quando o aluno, representa o ente geométrico quadrado (figura) por meio de um registro em seu caderno (desenho), essa representação não é uma figura, e sim o desenho do objeto teórico representado. Portanto,

as representações ou modelos geométricos externos confeccionados pelos docentes ou pelos próprios alunos não somente servem para evidenciar conceitos e imagens visuais internas, mas também são meios de estudo das propriedades geométricas, servindo de base à intuição e a processos indutivos e dedutivos de raciocínio. (BRESSAN; BOGISIC; CREGO, 2010, p. 41, tradução nossa).

De acordo com Bressan, Bogisic e Crego (2010), pode-se concluir que as representações dos alunos dos AIEF auxiliam no desenvolvimento das habilidades visuais e de raciocínio (lógica), sendo, por sua vez, uma forma de expressar o conhecimento que o aluno possui. Isso auxilia o professor a avaliar e direcionar sua ação de acordo com o registro dos alunos. Assim, por exemplo, se um aluno, ao ser solicitado a desenhar um quadrado, não se preocupar em representar um quadrilátero com quatro lados congruentes e um ângulo reto, preocupando-se apenas em desenhar uma figura fechada, isto pode ser um indicativo de que ele desenvolveu o conceito de continuidade, porém ainda não assimilou algumas propriedades de Geometria euclidiana<sup>6</sup>.

Nesse sentido, Lorenzato (1995) também afirma que “a Geometria pode ser, ainda, um excelente meio para a criança indicar seu nível de compreensão, seu raciocínio, suas dificuldades ou soluções.” Nacarato, Mengali e Passos (2009) também confirmam a importância dos desenhos dos alunos dos AIEF, afirmando que

muitas vezes, o registro pictórico de uma estratégia que o aluno faz traz muito mais detalhes do que o registro matemático, por exemplo. Da mesma forma que o registro escrito – em linguagem corrente ou Matemática –, o pictórico também precisa ser incentivado e valorizado. (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009, p. 45).

É importante ressaltar também que a construção do espaço representativo não se verifica espontaneamente, ou seja, ela “será efetivada apenas se forem desenvolvidas ações especificamente voltadas para tal, ao longo de todo o processo de formação do aluno.” (RÊGO; RÊGO; VIEIRA, 2012 p. 14). Por essa razão, as aulas de Geometria devem oportunizar aos estudantes uma forma de expressar suas ideias por meio das representações externas, desenvolvendo assim suas habilidades de desenho e construção (HOFFER, 1981). Contudo, a inserção de tópicos da Geometria no primeiro segmento do Ensino Fundamental deve também contemplar a preocupação em relacioná-los com outros conteúdos escolares. Com efeito,

---

<sup>6</sup> Geometria euclidiana é a Geometria que trata das relações que dizem respeito a magnitudes como comprimento de segmentos, medida de ângulos, áreas e volumes (PASSOS, 2000)

os conhecimentos geométricos possibilitam a elaboração de representações mais facilmente traduzíveis em recursos visuais (gráficos, diagramas, organogramas, etc.) para diversos conceitos relacionados a tais conteúdos. Dessa maneira, a Geometria surge também como um aporte relevante para a compreensão de outros campos do conhecimento. (FONSECA *et al.* 2002, p.99).

Em suma, nas aulas de Matemática e de outras disciplinas, as habilidades de desenho e construção podem contribuir como apoio ao pensamento indutivo e dedutivo das crianças, bem como para evidenciar os conceitos e as imagens visuais internas que elas apresentam, favorecendo também as orientações didáticas a serem empregadas pelo professor.

### **1.3 Habilidades de comunicação**

Geralmente, ao relacionar habilidades referentes à Geometria, os artigos em educação enfatizam as habilidades de visualização e representação (desenho e construção). Porém, segundo Dickson, Brown e Gibson (1991), “um dos objetivos fundamentais da Educação Matemática haverá de ser a captação das crianças para expressar verbal e simbolicamente suas ideias.” (DICKSON; BROWN; GIBSON, 1991, *apud* BRESSAN; BOGISIC; CREGO 2010, p.59, tradução nossa). Ou seja, as habilidades de comunicação também são de fundamental importância para o desenvolvimento da aprendizagem matemática em particular, e não menos importante para alunos dos AIEF.

De acordo com Bressan, Bogisic e Crego (2010), a habilidade de comunicação é “a competência do aluno para ler, interpretar e comunicar com sentido, em forma oral e escrita, informação (neste caso, geométrica), usando o vocabulário e os símbolos da linguagem matemática em forma adequada.” (BRESSAN; BOGISIC; CREGO, 2010 p. 59). As aulas de Geometria, de acordo com Hoffer (1981), enfatizam o uso da linguagem mais do que outros conteúdos de Matemática, devido à abundância de seu vocabulário, quando comparado às outras áreas desta disciplina ensinadas no Ensino Básico.

Além do desenvolvimento da linguagem da matemática formal, a Geometria auxilia na comunicação oral presente no cotidiano dos alunos, pois

nossa linguagem verbal diária possui muitos termos geométricos, por exemplo: ponto, reta, plano, curva, ângulo, paralela, círculos, quadrados, perpendicular etc. Se nos comunicarmos com outros acerca da localização, do tamanho, ou da forma de um objeto, a terminologia geométrica é essencial. Em geral, o vocabulário geométrico básico nos permite comunicarmos e entendermos com

maior precisão acerca das observações sobre o mundo em que vivemos. (BRESSAN; BOGISIC; CREGO, 2010, p. 9, tradução nossa).

Nesse sentido, (BRESSAN; BOGISIC; CREGO, 2010 p. 59-60) destacam as seguintes habilidades de comunicação:

- Escutar, localizar, ler e interpretar informação geométrica apresentada em diferentes formas.
- Denominar, definir e comunicar informação geométrica de forma clara e ordenada, utilizando a linguagem natural materna e os símbolos apropriados.

Por fim, essas habilidades são fundamentais não apenas para a formação acadêmica do aluno, mas também para atender a uma necessidade de comunicação em sua vida social. A linguagem geométrica está presente não apenas em livros de Matemática, mas também em jornais, televisão e revistas, sendo necessária até mesmo ao se pedir informação sobre a localização de uma determinada rua. Assim, por ser imprescindível para a vida do aluno, deve ser trabalhada já nos primeiros anos de escolaridade.

#### **1.4 Habilidades de lógica**

As habilidades de lógica estão relacionadas com as habilidades de raciocínio (BRESSAN, BOGISIC, CREGO, 2010). No ensino de Geometria, um dos fatores a ser considerado é o desenvolvimento do raciocínio geométrico dos alunos, ainda mais das crianças do AIEF.

Um dos estudos utilizados para estabelecer o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico foi elaborado pelo casal van Hiele<sup>7</sup>. Esses cinco níveis de van Hiele, segundo Bressan, Bogisic e Crego (2010) e Crowley (1994) são:

**Nível 1 Visualização:** utiliza apenas as informações visuais dos objetos, ou seja, utiliza apenas a percepção global, sem identificar suas propriedades específicas.

---

<sup>7</sup> Os professores holandeses Pierre van Hiele e sua esposa Dina van Hiele-Geldof investigaram o desenvolvimento do pensamento geométrico - modelo de van Hiele, cujos resultados começaram a ser publicados em 1959. O modelo de van Hiele foi amplamente divulgado em 1976 por Hans Freudenthal, na Holanda, em seu livro "Mathematics as an Educational Task" (1973). Ultimamente, com as traduções para o inglês feitas em 1984 por Geddes, Fuys e Tischler, vem aumentando o interesse pelas contribuições do casal. (KALLEF *et al*, 1994)

**Nível 2 Análise:** reconhece a presença de propriedades geométricas nas figuras. Pode até considerar elementos pertencentes a um conjunto, contudo não faz relação entre os conjuntos.

**Nível 3 Dedução Informal** – Consegue definir os objetos geométricos e fazer relações entre os conjuntos e suas propriedades específicas.

**Nível 4 Dedução Formal** - O indivíduo é capaz de utilizar a linguagem matemática de maneira lógica e formal para justificar suas afirmações.

**Nível 5 Rigor** - A pessoa é capaz de trabalhar com diferentes tipos de Geometria e vê-la de um ponto de vista abstrato, sem a necessidade de recorrer a modelos concretos.

No início da Educação Básica, é necessário desenvolver dentre os cinco níveis de van Hiele, principalmente a passagem do nível de visualização para o nível de análise. Ou seja, do nível inicial (visualização), no qual os conceitos de Geometria são vistos como entidades totais, sem componentes e atributos, para o nível em que se inicia a análise dos conceitos geométricos e em que se identificam as características das figuras por meio da observação e também da experimentação (CROWLEY, 1994). Por exemplo, quando uma criança não consegue identificar propriedades de objetos que possuem formas retangulares como ângulos retos ou lados opostos paralelos, segundo esse modelo, ela está no nível de visualização. Por sua vez, quando ela percebe e identifica essas propriedades e relaciona com outros objetos que possuem as mesmas características geométricas, a criança está no nível de análise.

Villella (2008) cita, de acordo com os níveis de van Hiele, que “quem aprende pode situar-se a respeito da Geometria em um nível de raciocínio distinto do que apresenta na álgebra e no cálculo.” (VILLELLA, 2008, p.161). De forma semelhante, Lorenzato (1995) afirma que a Geometria exige do aluno uma maneira específica de raciocinar: “isso quer dizer que ser bom conhecedor de Aritmética ou de Álgebra não é suficiente para resolver problemas de Geometria.” (LORENZATO, 1995, p.5). Nesse mesmo artigo, esse autor enfatiza a importância do pensar geométrico, destacando que:

Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade,

elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995, p. 5).

Portanto, em decorrência dos argumentos apresentados por Lorenzato, citados acima, e do fato de que as outras áreas da Matemática, como a aritmética e a álgebra, não podem desenvolver o pensamento geométrico, pode-se então justificar a necessidade da presença deste campo de conhecimento desde o início da vida escolar do aluno.

### **1.5 Habilidades de aplicação ou de transferência**

As habilidades de aplicação ou de transferência são aquelas “que nos permitem utilizar, neste caso a Geometria, para explicar fenômenos, fatos ou conceitos e resolver problemas de dentro e fora da Matemática.” (BRESSAN; BOGISIC; CREGO, 2010, p. 87, tradução nossa).

Sem essas habilidades, o aluno estará incapacitado de usar seu raciocínio em situações novas ou fora de seus contextos habituais. Com isso, não existe um processo rico de aprendizagem, senão uma mera justaposição de conhecimentos fragmentados, aplicados somente em casos particulares e previsíveis. (BRESSAN, BOGISIC, CREGO, 2010).

Para Freudenthal, a Geometria é

uma das melhores oportunidades que existem para aprender como matematizar a realidade. É uma oportunidade de fazer descobertas como muitos exemplos mostrarão. Com certeza, os números são também um domínio aberto às investigações, e pode-se aprender a pensar através da realização de cálculos, mas as descobertas feitas pelos próprios olhos e mãos são mais surpreendentes e convincentes. Até que possam de algum modo ser dispensadas, as formas no espaço são uma guia insubstituível para a pesquisa e a descoberta. (FREUDENTHAL, 1973, *apud* FONSECA *et al*, 2002 p.92-93)

Nessa direção, a Geometria pode ser utilizada como forma de aplicação de conteúdos matemáticos e de outros campos de conhecimento. Assim sendo, por meio

dessa disciplina é possível fazer a relação entre conceitos matemáticos e a realidade. Essa é uma característica fundamental da Geometria. Por esta razão muitos educadores matemáticos, como Lorenzato(1995), Fonseca *et al.* (2002), Nacarato e Passos (2003), defendem o seu ensino na Educação Básica, principalmente para os primeiros anos.

Como citado anteriormente, as cinco habilidades classificadas por Hoffer não são desenvolvidas separadamente. Da mesma forma, para a construção de conceitos geométricos é necessário uma relação que envolve várias habilidades cognitivas; por exemplo:

para internalizar o conceito de retângulo o aluno necessita de uma compreensão visual da figura, a qual pode provir de atividade de reconhecimento de retângulos diversos e sua diferenciação de outras figuras. Posteriormente, o aluno desenha retângulos e aprende a copiá-los. Finalmente, os desenha de memória, pensando cada retângulo como um membro da classe de figuras retangulares. (BRESSAN, BOGISIC, CREGO, 2010, p. 27, tradução nossa).

Assim, as aulas de Geometria podem desenvolver as cinco habilidades cognitivas descritas por Hoffer (1981), as quais auxiliam a criança em sua organização, locomoção, localização e comunicação no meio em que vive, bem como podem servir de apoio em outras áreas da Matemática e em outras disciplinas, seja na visualização e interpretação de imagens, seja na representação como auxílio visual para compreensão de outros conteúdos, ou mesmo para expressar os conteúdos apreendidos.

Considerando que algumas das habilidades geométricas estão envolvidas no ensino-aprendizagem dos alunos, e que estas não podem ser desenvolvidas por outras áreas da Matemática, a Geometria se torna um campo de conhecimento de fundamental importância a ser ensinado nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Assim, no sentido de identificar as razões que justificam essa importância, é que analisaremos, no capítulo 3, as pesquisas que também possuem como tema a Geometria nos AIEF.

O próximo capítulo relata a metodologia da pesquisa e os critérios de seleção dos trabalhos a serem analisadas.

## CAPÍTULO 2 – SELEÇÃO DAS FONTES

Como foram expostos no capítulo 1, os pressupostos teóricos confirmam a importância do ensino de Geometria nos AIEF. Assim sendo, propomos a seguinte pergunta central que norteia nosso trabalho: **quais as razões para ensinar Geometria nos AIEF apresentadas pelos autores das pesquisas brasileiras no período de 2006 a 2011?**

Para responder a essa pergunta, realizamos uma pesquisa bibliográfica,

a modalidade de estudo que se propõe a realizar análises históricas e/ou revisão de estudos ou processos tendo como material de análise documentos escritos e/ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos. Essa modalidade de estudo compreende tanto estudos tipicamente históricos ou estudos analítico-descritivos de documentos ou produções culturais. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 70-71).

Além disso, é importante ressaltar que “a pesquisa bibliográfica não é a mera repetição do que já foi dito ou escrito sobre certo assunto, mas propicia o exame de um tema sob novo enfoque ou abordagem, chegando a conclusões inovadoras”. (MARCONI; LAKATOS, 2003, p. 183).

Assim sendo, o objetivo dessa pesquisa é mostrar, de forma sistemática, as razões para ensinar Geometria nos AIEF, apresentadas pelos autores das pesquisas analisadas, fazer um estudo analítico da importância de se ensinar Geometria nos AIEF, e produzir novos resultados a partir do confronto desses estudos. Nesse sentido, para alcançar esses objetivos foi utilizada a meta-análise qualitativa, segundo Fiorentini e Lorenzato. (2006).

Segundo Peles (2004), a meta-análise é um exame crítico de pesquisas realizadas a partir de um tema comum. Essa mesma autora afirma que “os resultados desses estudos podem ser integrados, cruzados, confrontados, para obtenção de resultados mais amplos.” (PELES, 2004, p.19).

O tema comum é o ensino de Geometria nos AIEF e a delimitação temporal – 2006 até 2011; a escolha de 2006 – conforme já mencionamos - decorre do fato de ter sido instituída nesse ano, pela Portaria nº 13, de 15 de fevereiro de 2006 da CAPES, a

divulgação digital das teses e dissertações produzidas pelos programas de doutorado e mestrado; o ano de 2011 foi escolhido por ser o ano do início da coleta do material pesquisado.

A escolha de Teses e Dissertações como fonte da pesquisa se deve por geralmente este tipo de trabalho acadêmico apresentar de forma mais clara os objetivos, a construção do objeto teórico e a metodologia de pesquisa, comparado com outras fontes bibliográficas, como artigos de periódicos. Isso acontece devido à exigência elevada para obtenção de títulos de mestrado e doutorado nos programas de Pós-Graduação.

### **Seleção do material de Análise**

O planejamento da coleta e da análise do material foi realizado em quatro etapas:

- 1<sup>a</sup> etapa – Teses e dissertações CAPES
- 2<sup>a</sup> etapa – Seleção temática e temporal
- 3<sup>a</sup> etapa – Justificativas sobre ensino de Geometria
- 4<sup>a</sup> etapa – Razões para ensinar Geometria

#### **1<sup>a</sup> etapa – Teses e dissertações CAPES**

Na primeira etapa, selecionamos 62 pesquisas encontradas no banco de teses e dissertações da CAPES, buscando pelos assuntos “Geometria nos Anos Iniciais do Ensino fundamental” e “Geometria nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental”. O termo *séries iniciais* foi acrescentado, pois no ano de 2006 nem todas as escolas se adequaram à nomenclatura conforme a Lei nº 11.274 (BRASIL, 2006) que utiliza a palavra *anos*.

Segue uma tabela com o nome e a numeração adotada para referenciar cada pesquisa.

<b>Nº de identificação</b>	<b>Título da tese ou dissertação</b>	<b>Nome do Pesquisador(A)</b>	<b>Data da defesa</b>
1	Uma introdução à programação com a linguagem logo por alunos das séries iniciais.	Sandra Maria de Aguiar Rocha	01/08/2006
2	Recursos Didáticos e Representações da Geometria Espacial da 4ª Série do Ensino Fundamental de uma Escola em Campo Grande-MS	Alessandra Christiani Cardoso dos Santos	01/05/2003
3	A investigação e a ação docente no ensino de geometria em anos iniciais do ensino fundamental	Rosibel Kunz Radaelli	01/07/2010
4	O lugar do desenho e o desenho do lugar no ensino de geografia: contribuição para uma geografia escolar crítica	Sergio Luiz Miranda	04/11/2005
5	Fotografar, escrever e narrar: a elaboração conceitual em geometria por alunos do quinto ano do ensino fundamental	Cleane Aparecida dos Santos	01/02/2011
6	Ensino de geometria nas séries iniciais: que conhecimentos possuem os alunos ao concluírem a 4ª série?	Dulcinéia Meirelles Alves	01/09/2002
7	Método Tradicional e Método Lúdico: Uma comparação no ensino de conceitos de geometria no 5º ano do Ensino Fundamental	Lúcia Helena Soares de Oliveira	01/09/2011
8	A educação continuada sob a perspectiva da pesquisa-ação: currículo em ação de um grupo de professoras ao aprender ensinando geometria.	Adair Mendes Nacarato	01/02/2000
9	A ideia de semelhança nas associações entre entidades da geometria, em livros didáticos de matemática para o Ensino Fundamental	Ademilton Gleisson de Albuquerque	01/02/2011
10	Números Inteiros nos ensinos Fundamental e Médio	Aguinaldo José Rama	01/11/2005
11	Interação entre formadores de professores que ensinam Matemática em um ambiente virtual de aprendizagem	Alberto Luiz Pereira da Costa	01/03/2010
12	Argumentação e prova: análise de argumentos geométricos de alunos da educação básica	Amadeu Tunini Doro	01/05/2007
13	Concepções de professores sobre a importância de se ensinar Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental	Ana Paula Alves Rodrigues	01/04/2009
14	Saberes e práticas de formadores de professores que vão ensinar matemática nos anos iniciais	Ana Teresa de Carvalho Correa de Oliveira	01/08/2007

15	Um novo olhar na resolução de problemas matemáticos através das representações semióticas	André Luís dos Santos Menezes	01/11/2005
16	Fatores de risco e proteção na trajetória de desenvolvimento de escolares de primeira a quarta série do Ensino Fundamental	Angela Coletto Morales Escolano	01/08/2004
17	Um estudo de caso sobre aspectos do conhecimento profissional de professoras que ensinam geometria em turmas de quarta série	Armando Horta Dumont	01/02/2008
18	Contexto na Matemática escolar: uma opção para o ensino-aprendizagem	Cláudia da Cunha Monte Oliveira	01/11/2007
19	Como os alunos de 3ª série do Ensino Fundamental compreendem o sistema de numeração decimal	Deborah Cristina Málaga Barreto	01/06/2011
20	Práticas compartilhadas e a produção de narrativas sobre aulas de Geometria: o processo de desenvolvimento profissional de professoras que ensinam Matemática.	Denise Filomena Bagne Marquesin	01/01/2007
21	Ensino de geometria nas séries iniciais em Minas do Leão: algumas reflexões	Denise Vieira Kazanowski	01/12/2010
22	O ensino da Geometria nas séries iniciais em Petrolina: do abandono a uma nova perspectiva.	Edna Cavalcanti Novaes Gonçalves	01/07/2004
23	Relação espaço - plano: uma intervenção pedagógica para o desenvolvimento do pensamento geométrico	Elaine de Almeida Oliveira	01/03/2008
24	Modelagem matemática - uma metodologia alternativa para se ensinar geometria: reflexos na formação do docente	Eliana Junqueira Barbosa Costa	01/06/2000
25	Formação continuada <i>on line</i> de professores dos anos iniciais: contribuições para a ampliação da base de conhecimento para o ensino de geometria	Evandro Antonio Bertoluci	01/12/2007
26	Atividade de marcenaria e etnomatemática: possibilidades num contexto de formação de professores	Evanilton Rios Alves	01/10/2006
27	Equações do 1º Grau: Uma Experiência Utilizando Engenharia Didática	Fabiana Caldeira Damasco	01/05/2008
28	Aprendendo e Ensinando Geometria com a demonstração: uma contribuição para a prática pedagógica do Professor de Matemática do Ensino Fundamental.	Filomena Aparecida Teixeira Gouvêa	01/09/1998
29	Proposta para a prática do professor do ensino fundamental I de noções básicas de geometria com o uso de tecnologias	Idalise Bernardo Bagé	01/05/2008

30	Oficinas pedagógicas e a plataforma TELEDUC na construção dos conceitos matemáticos na formação inicial do pedagogo.	Ivoneide Pinheiro de Lima	01/01/2007
31	Cabri-Géomètre na formação continuada de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental: possibilidades e limites	Ivonélia Crescêncio da Purificação	01/03/2005
32	Análise de estratégias de resolução de problemas de grandezas geométricas em avaliações institucionais em larga escala de redes públicas do estado de Pernambuco	José Carlos Alves de Souza	01/08/2004
33	O estudo da simetria inspirado em resultados de pesquisas em etnomatemática	Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva	01/08/2003
34	Geometria, medo do desconhecido?	Karina Corbellini Britto de Azambuja	01/01/2004
35	Dienes e os guias curriculares de Matemática de São Paulo na década de 1970: um estudo sobre as influências	Leyla Chiste Fietta	01/10/2010
36	PINTAR, DOBRAR, RECORTAR E DESENHAR: O ensino da Simetria e das Artes Visuais em Livros Didáticos de Matemática para séries iniciais do Ensino Fundamental.	Luciana Ferreira dos Santos	01/03/2010
37	Mediações simbólicas na atividade pedagógica: contribuições do enfoque histórico-cultural para o ensino e aprendizagem	Maria Elisa Mattosinho Bernardes	01/03/2006
38	As ausências de conhecimentos manifestos na formação de professoras-alunas de curso Normal Superior	Noemi Bianchini	01/08/2005
39	Olhares que pensam e sentem: arte e mediação na aula de geometria	Patricia Terezinha Candido	01/06/2011
40	O uso da internet como recurso pedagógico no ensino superior.	Rosa Olívia Veri Guimarães	01/11/2001
41	Avaliação de aprendizagem assistida no Ensino Fundamental	Rosileia Cintia Fabian	01/12/2003
42	Construção de signos matemáticos: uma proposta metodológica para as séries iniciais do ensino fundamental	Selma Rosana Santiago Manechine	01/09/2006
43	Formação de professores: conhecimentos, discursos e mudanças na prática de demonstrações	Tatiane Dias Serralheiro	01/11/2007
44	Os perspectógrafos de Dürer na educação matemática: história, geometria e visualização	Thatieli Meneguzzi	01/03/2009

45	Concepções e atitudes em relação à matemática: maneiras de identificá-las e possibilidades de modificá-las	Vivian Regina Marmitt	01/03/2009
46	Ensino de conceitos geométricos no 2º ano do ensino fundamental usando a <i>webquest</i> "viajando nas obras de arte"	Acácia Aparecida Pinto Bedim	01/08/2011
47	O pensamento geométrico em movimento: um estudo com professores que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG)	Cirléia Pereira Barbosa	01/07/2011
48	O tema transversal meio ambiente na abordagem do bloco das grandezas e medidas: contexto ou pretexto nos livros didáticos de matemática?	Daniella Cristina Silva dos Santos	01/02/2011
49	O Ensino de Geometria Plana pela Resolução de Problemas do Tipo Quebra-Cabeças com Palitos de Fósforo.	Geraldo Herbertet de Lacerda	01/04/2011
50	Construção de conceitos geométricos num contexto de formação inicial de professores dos anos iniciais do ensino fundamental.	Josaphat Morisson de Moraes	01/05/2008
51	A representação do espaço nos anos iniciais do ensino fundamental	Kátia Sebastiana Carvalho dos Santos Farias	01/03/2008
52	A exploração-investigação matemática: potencialidades para a formação contínua de professores.	Maiza Lamonato	01/11/2011
53	Gestar: formação de professores em serviço e a abordagem da geometria	Maria Elisabeth Rambo Kochhann	01/09/2007
54	Formação do Professor do Ensino Fundamental - Ciclo I: Uma investigação com uso da geometria dinâmica para (re)construção de conceitos geométricos	Marines Yole Poloni	01/10/2010
55	A Geometria dedutiva em livros didáticos das escolas públicas do Estado de São Paulo para o 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental	Marisa Carlovich	01/11/2005
56	Conhecimento de professores polivalentes em geometria: contribuições da teoria dos registros de representação semiótica	Silvana Holanda da Silva	01/05/2011
57	O tutor e a formação inicial, em um curso na modalidade à distância, de professores que lecionam geometria nos anos iniciais do ensino fundamental	Solange Cristina D'Antonio	01/05/2010
58	Retrospectiva histórica da arte-educação no Brasil	Sônia Maria Mendes França	01/04/2003
59	Educação continuada em grupos de estudos: possibilidades com foco no ensino da geometria	Teresa Cristina Etcheverria	01/01/2008

60	O ensino de Matemática na escola pública: uma (inter)invenção pedagógica no 7º ano com o conceito de fração	Welington Ribeiro Da Silva	01/06/2011
61	Geometria nas séries iniciais: Por que não? A escolha de conteúdos: uma tarefa reveladora da capacidade de decidir dos docentes	Sonia Firette Nunes Da Silva	01/08/2006
62	Onde Estão as Matemáticas? Desafios para um Ensino Multicultural	Simone Mello de Queiroz	01/12/2001

Tabela 1 – Pesquisa encontradas no Banco Teses e Dissertações da CAPES

Fonte: Banco de Teses e Dissertações da CAPES

Contudo, nem todas as teses e dissertações que apresentam esse tema apareceram nessa busca do banco da CAPES. Esse fato pode ter ocorrido pela forma como os autores apresentam em suas pesquisas o título, o resumo e a palavra chave, levando a busca do *site* da CAPES a não identificar a pesquisa como incluída no assunto “Geometria nos Anos/Séries Iniciais do Ensino fundamental”. Mesmo assim optamos por trabalhar apenas com as pesquisas encontradas nesse *site*, pela facilidade do acesso aos resumos das teses e dissertações selecionadas.

## 2ª etapa – Seleção temática e temporal

Na segunda seleção, do universo das 62 teses e dissertações, após a primeira leitura dos resumos, foram eliminadas 39 pesquisas que apresentavam as seguintes características:

- Pesquisas defendidas antes de 2006, por estarem fora do período temporal delimitado por nosso trabalho - 21 teses e dissertações.  
Nº de identificação: 2; 4; 6; 8; 10; 11; 15; 16; 22; 24; 28; 31; 32; 33; 34; 38; 40; 41; 55; 58; 62
- Pesquisas cujo foco não era os AIEF - 12 teses e dissertações.  
Nº de identificação: 9; 12; 18; 23; 26; 27; 43; 45; 49; 51; 54; 60
- Pesquisas cujo foco era a análise do conteúdo de outras disciplinas escolares diferentes da Matemática, exceto as que trabalhavam com

alguma forma de interdisciplinaridade com a Geometria - 2 teses e dissertações.

Nº de identificação: 37; 42

- Pesquisas que analisaram o conteúdo de outras áreas da Matemática que não a Geometria, exceto as que explicitavam uma relação com esta, priorizando-a - 4 teses e dissertações

Nº de identificação: 14; 19; 30; 35

Antes da escolha final desses critérios de seleção, houve outros aspectos que também foram analisados em todos os 62 resumos estudados, como: principais autores citados (Vygotsky, Piaget, Pappert, Hoffer), as linhas de pesquisa da dissertação ou tese e algumas outras características da pesquisa, como alguns temas: Etnomatemática, Ensino a Distância, Currículo de Matemática, Modelagem Matemática. No entanto, esses critérios acabaram por não serem utilizados, uma vez que chegamos à conclusão de que por meio deles não seria possível selecionar quais trabalhos nos auxiliariam a responder à pergunta central de nossa pesquisa.

### **3ª etapa – Justificativas sobre ensino de Geometria**

Após a segunda seleção, das 23 pesquisas que restaram, relemos seus resumos para então identificar aquelas que justificaram a importância de ensinar Geometria de acordo com a ressignificação e análise da sua prática e/ou a de outros docentes. Para isso é necessário que o autor considere a importância do ensino dessa disciplina, caso contrário não haveria uma situação para ser investigada e/ou mesmo na qual se pudesse fazer uma intervenção.

As pesquisas que não explicitam essa justificativa podem priorizar outros temas, como a formação de professores ou a metodologia do ensino de Geometria nos AIEF; assim, nesse caso, as razões para ensinar Geometria podem estar implícitas no texto, dificultando a análise desse material.

Por consequência, nessa etapa selecionamos 12 das 23 pesquisas que restaram da segunda etapa. Para identificar os resumos que possuíam indícios dessa justificativa,

foram identificadas algumas expressões, como: *a reflexão sobre a prática e ressignificar o ensino da Geometria*.

Dentre as 12 pesquisas enfim selecionadas, apenas uma possui interdisciplinaridade com outra área de conhecimento diferente da Matemática (Artes). Todas as 12 falam sobre formação de professores, sendo que em uma delas o professor analisa a sua própria prática, enquanto que as outras 11 investigam a prática de outros professores. Das que investigam outros professores, 4 pesquisam por meio da atuação de professores em grupos de estudos, 4 investigam por meio de cursos de formação continuada para professores, 1 estuda por meio de narrativas e os outros 2 analisam por meio de entrevistas e questionários dirigidos aos professores dos AIEF.

A seguir, um quadro que apresenta esses dados:

Nº de identificação	Dissertação - mestrado profissional	Dissertação - mestrado acadêmico	Tese de doutorado	Instituição Federal	Instituição Estadual	Instituição Particular	Formação de Professores	Formação Continuada	Concepção de Geometria de professores	Outras Disciplinas diferente da Matemática	Análise a aprendizagem dos alunos	Análise de outros professores que não o pesquisador	Entrevista com outros professores	Grupos de Estudos	Análise da Própria Prática	Curso para professores oferecido pelo pesquisador	Narrativas	Tecnologia da Informação e Comunicação	Ensino a Distância	Currículo
3	x					x			x		x				x					
13	x					x	x	x	x			x	x							
17		x		x			x	x	x			x	x							
21	x			x			x	x	x			x		x						
25			x	x			x	x	x			x							x	
29	x					x	x	x	x			x				x		x		
39		x			x		x		x	x	x	x				x				
47	x			x			x	x	x			x		x						
52			x	x			x	x				x								
56		x			x		x	x	x			x				x				
59		x				x	x	x	x			x		x						x
61		x		x			x	x	x			x					x			
<b>Total</b>	5	5	2	6	2	4	11	10	11	1	2	11	2	3	1	3	1	1	1	1

Tabela 2 – Dados das pesquisas da terceira seleção

Fonte: dados coletados e organizados pelo pesquisador

#### 4ª etapa – Razões para ensinar Geometria

Por fim, foi feita uma leitura crítica na íntegra dessas 12 teses e dissertações, a fim de selecionar 6 pesquisas para análise, visto que os resumos poderiam não corresponder aos objetivos da nossa investigação. Outro fator para a redução do número de pesquisas selecionadas é o fato de que a meta-análise trabalha normalmente com um número reduzido de elementos, pois seu objetivo é “realizar uma análise crítica de um conjunto de estudos já realizados, tentando extrair deles informações adicionais que permitam produzir novos resultados, transcendendo aqueles obtidos.” (FIORENTINI;

LORENZATO, 2006, p. 71). Finalmente, porque também seria inviável para uma pesquisa de mestrado trabalhar com um material de análise muito extenso devido ao tempo para conclusão da dissertação, o qual geralmente limitam-se em até três anos.

Para essa seleção foram feitos fichamentos das 12 pesquisas, pois o “fichamento possibilita a identificação de focos para estudos meta-analíticos.” (PASSOS; *et al.* 2006, p.8); no anexo 1 pode ser encontrado o modelo de fichamento utilizado.

No fichamento foram utilizadas as seguintes características: nome do(a) autor(a) e do(a) orientador(a); quando e onde a pesquisa foi defendida; título da pesquisa; objetivo; metodologia; questão/problema de investigação; principais resultados das pesquisas (PASSOS; *et al.* 2006, p.8); abordagens sobre a importância de ensinar Geometria nos AIEF.

As primeiras características tinham por objetivo mostrar um panorama das fontes selecionadas para análise, enquanto a última característica teve a finalidade de selecionar quais destas fontes seriam utilizadas para realizarmos a meta-análise.

As razões apresentadas pelos autores das 6 pesquisas selecionadas na 4ª etapa foram classificadas em 11 eixos de análise. Consideramos que todos os eixos apresentam razões importantes para o ensino de Geometria no AIEF. Eles foram elaborados depois de várias leituras dos textos, considerando os pressupostos teóricos citados no capítulo 1, acrescidos de outras razões identificadas nas pesquisas que consideramos como justificativas importantes para o ensino de Geometria nos AIEF, como afetividade, pensamento crítico, criatividade e apreciação estética.

Segue uma apresentação de cada eixo:

1. Currículo: considera a presença da Geometria em documentos oficiais, como as orientações contidas nos PCN e os conteúdos geométricos encontrados em livros didáticos. Revelam também a importância dada à Geometria por esses documentos, considerando sua ausência ou sua presença, e de que forma ela é abordada.
2. História: mostra a presença da Geometria na história da humanidade, seja na história do currículo, na história de povos antigos como egípcios e gregos, ou mesmo, na história das produções artísticas presentes no mundo em diversos períodos.

3. Outras áreas do conhecimento: apresenta o desenvolvimento interdisciplinar da Geometria com outras áreas da matemática (Aritmética e Álgebra), bem como para outras áreas do conhecimento (Ciências, Artes, Engenharia). Nesse tópico, a Geometria aparece como apoio a estas outras áreas, destacando suas relações com a Geometria e o desenvolvimento que esta pode proporcionar.
4. Natureza: apresenta onde a Geometria pode ser encontrada na natureza, como nas rochas, nas plantas e nos animais, dentre outros. Nesse tópico são consideradas, por exemplo, as formas dos objetos tridimensionais, proporções que aparecem em diversos objetos e os padrões geométricos contidos em seres vivos ou em seres inanimados.
5. Cotidiano: considera a importância que a Geometria possui no dia a dia dos alunos dos AIEF. Atividades como brincar, se locomover e se comunicar implicam diversas habilidades que envolvem Geometria. Nesse sentido, a Geometria aparece como importante para atividades rotineiras dos alunos, e são essas características que serão consideradas neste eixo.
6. Afetividade: aborda os aspectos emocionais que a Geometria pode favorecer no ensino de Matemática, como características motivacionais e prazerosas.
7. Resolução de problemas: apresenta o auxílio que a Geometria pode oferecer em atividades escolares que necessitem resolver problemas. Alguns autores defendem a resolução de problemas como um ramo da Educação Matemática a ser trabalhado na escola. Nesse aspecto, consideramos também a presença da Geometria para auxiliar na criação e na resolução de atividades envolvendo esse ramo da Educação Matemática.
8. Habilidades cognitivas: considera as habilidades cognitivas que o ensino de Geometria pode desenvolver em suas aulas. Nesse aspecto foram consideradas as habilidades (visuais, de desenho e construção, de comunicação e de lógica) descritas por Hoffer (1981), mas também, outros

termos para designar essas habilidades, como percepção espacial e pensamento geométrico.

9. Pensamento crítico: aborda a importância de a Geometria desenvolver a argumentação dos alunos. Os conteúdos geométricos podem desenvolver o pensamento crítico, quando leva os alunos a justificarem suas respostas. Sob esse aspecto é que esse eixo será pautado.
10. Apreciação estética: os alunos podem elaborar, reproduzir ou analisar produções artísticas nas aulas de Geometria. Nesse sentido, a apreciação estética do aluno pode ser desenvolvida. Esse eixo procura investigar como e por que esse aspecto deve estar presente nas aulas de Geometria.
11. Criatividade: as aulas de geometria podem promover atividades que auxiliam os alunos na capacidade de criar ou de inventar. Nesse sentido, esse eixo procura discutir como o ensino de Geometria pode desenvolver essa capacidade.

Para essa última seleção, foram escolhidas as pesquisas que apresentaram com maior recorrência razões para ensinar Geometria que estavam relacionadas com esses 11 eixos. Em consequência da adoção desse critério, as 6 pesquisas selecionadas foram as de número 3, 13, 17, 21, 39 e 59.

O próximo capítulo apresenta as 6 pesquisas selecionadas de acordo com os eixos apresentados, para então realizar a meta-análise.

## **CAPÍTULO 3 –À PROCURA DOS FIOS**

Como já foi dito, esse capítulo tem por objetivo apresentar as 6 pesquisas selecionadas para análise, no sentido de identificar as razões que justificam a importância de ensinar Geometria, classificando-as em 11 eixos de análise. Contudo, esses eixos apresentam inter-relações, e algumas características foram citadas apenas no eixo onde apresentavam os aspectos mais predominantes, para evitar repetições.

Antes das apresentações dos eixos, consta uma introdução situando cada pesquisa, com base nas características descritas no fichamento (Anexo I), que por sua vez são: nome do(a) autor(a) e do(a) orientador(a), quando e onde a pesquisa foi defendida, formação do(a) autor(a) (quando esta constava no texto) e, por fim título, objetivo, problema/questão de investigação, metodologia e principais resultados da pesquisa.

As referências desse capítulo estão localizadas no anexo II: “relação das fontes bibliográficas utilizadas na pesquisa do capítulo 3”, na página 131. As pesquisas obedeceram a uma ordem aleatória para serem apresentadas, por isso o número de identificação segue no subtítulo de cada etapa.

### **3.1 Primeira Pesquisa: nº 13**

A primeira dissertação analisada foi defendida na Universidade Cruzeiro do Sul, no ano de 2009, pela professora Ana Paula Alves Rodrigues, cuja orientadora foi a professora Dra. Maria de Lourdes Maciel. A autora da pesquisa informa no texto que é professora dos AIEF e graduada no curso de Licenciatura Curta em Ciências Físicas e Biológicas.

Essa pesquisa se intitula “Concepções de Professores sobre a Importância de se Ensinar Geometria nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental”. Por meio de entrevistas parcialmente estruturadas, a autora investiga as concepções dos professores com relação ao ensino de Geometria nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental<sup>8</sup> (SIEF).

---

<sup>8</sup> Nomenclatura para designar Anos Iniciais do Ensino Fundamental por municípios que realizam a divisão do Ensino Fundamental por séries e não por anos.

Essas entrevistas foram realizadas com seis professores das (SIEF) de algumas escolas públicas municipais da Cidade de Piracaia, interior do Estado de São Paulo.

A autora analisa os depoimentos desses seis professores utilizando três categorias: 1) Motivos para ensinar Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental; 2) Relações entre ensino de Geometria e formação de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental; 3) Relações entre ensino de Geometria e prática docente. Essas categorias se dividem em outras subcategorias, das quais, é importante destacar as subcategorias do item “Motivos para ensinar Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental”, as quais são: relações com o currículo, relações com o mundo físico e relações com o desenvolvimento de estruturas que permitam compreender outros conteúdos de Matemática ou de disciplinas de outras áreas do conhecimento.

Além da análise das entrevistas, Rodrigues (2009) faz uma pesquisa documental, na qual analisa os seguintes documentos: Parâmetros Curriculares Nacionais das Séries Iniciais do Ensino Fundamental (PCN); Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Pedagogia (DCNES); Proposta Curricular do Estado de São Paulo para as séries do Ensino Fundamental I e a Proposta Pedagógica do Município de Piracaia.

A autora descreve que os resultados da pesquisa permitiram:

Sugerir que os cursos de formação inicial e continuada para professores do Ensino Fundamental I devam oferecer um ensino crítico de conceitos geométricos a fim de que os professores tenham uma formação mais sólida e adquiram subsídios que os permitam desenvolver uma aprendizagem mais significativa dos conteúdos de Geometria. (RODRIGUES, 2009, p.8).

### **Currículo**

Após a análise dos documentos acima citados, a autora aponta, no primeiro, os PCN, vários aspectos que a Geometria desenvolve, os quais serão apresentados nas outras categorias, e afirma que “os PCN ressaltam a importância de se ensinar Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental e destacam a relação entre ensino e formação.” (RODRIGUES, 2009, p.50)

Com relação ao DCNES, Rodrigues (2009) resalta que

Percebe-se que em todas as referências, o foco está em como ensinar. A ênfase está na didática e na metodologia. Não encontramos indicações com relação ao o que ensinar e porque ensinar em qualquer área do conhecimento. Verificamos, também, que nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática, são considerados os aspectos de códigos e linguagem. Não se percebe um aprofundamento e não se destacam como conhecimentos científicos. (RODRIGUES, 2009, p.45).

Nas DCNES para o curso de Pedagogia, no que se refere à Matemática, bem como a outras disciplinas, o foco está em como ensinar, ou seja, a ênfase é dada na didática e na metodologia de ensino, sem especificar a área de conhecimento. (RODRIGUES, 2009, p.50)

Em contrapartida, na Proposta Curricular do Estado de São Paulo, a autora afirma que “ao contrário do que ocorre nas DCNES, fornece uma relação de conteúdos e estratégias didáticas para o ensino de Matemática, especificando algumas sugestões para o ensino de Geometria, orientando o fazer pedagógico do professor.” (RODRIGUES, 2009, p.50).

Por fim, ela termina a análise dos documentos oficiais com a Proposta Pedagógica do Município de Piracaia. Sobre esse documento, ela concluiu que “apesar de ser um documento bastante rudimentar (apostila), sugere aos professores, em relação a cada série do Ensino Fundamental I (com exceção da 3ª série), conteúdos de Geometria. No entanto, a proposta carece de orientações didáticas.” (RODRIGUES, 2009, p.50).

Além de analisar esses documentos, Rodrigues (2009) cita outros autores, como Almouloud e Mello<sup>9</sup> (2000), que analisam os documentos oficiais:

Percebe-se que o ensino de Geometria não é suficientemente contemplado nos documentos oficiais no que se refere a uma orientação para a prática docente. A ausência de orientações mais detalhadas e a carência de uma formação adequada de professores contribuem para que os alunos não consigam apreender conceitos geométricos a partir dos procedimentos sugeridos, principalmente pelos PCN. (ALMOULOU; MELLO, 2000 *apud* RODRIGUES, 2009, p.50).

Outro ponto que autora ressalta como aspecto positivo é que “os conteúdos de Geometria são contemplados no currículo das séries iniciais do Ensino Fundamental,

---

<sup>9</sup> ALMOULOU; MELLO, E. G. S. Iniciação à demonstração aprendendo conceitos geométricos. Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 23., 2000, Minas Gerais. Anais...

bem como no da Educação Infantil” (RODRIGUES, 2009, p. 80). Ela também ressalta a presença dos conteúdos geométricos no livro didático:

Hoje em dia o ensino de Geometria vem conquistando seu espaço e na maioria das vezes não ocupa mais as páginas finais dos livros. A valorização da construção do conhecimento geométrico em todos os níveis de escolarização partindo do sensível e gradativamente chegar às abstrações mais complexas é um grande avanço no processo de ensino/aprendizagem dessa área do conhecimento. (RODRIGUES, 2009, p.65).

### **História**

A autora considera importante a presença da Geometria na história da humanidade. Isso fica evidente no trecho no qual Rodrigues (2009) cita Ulbricht *et al*<sup>10</sup> (2002, p. 01), que diz que “a Geometria, parte constituinte e essencial da Matemática, vem ocupando a inteligência humana desde a origem da história escrita da humanidade” ou seja, sua importância “é inquestionável, tanto do ponto de vista prático quanto do aspecto instrumental na organização do pensamento lógico.”

Para exemplificar a presença da Geometria na história da educação brasileira, a autora começa a buscar antes mesmo da criação do ensino primário em 1827, e mostra que ela consta no ensino militar desde o século XVIII.

A instituição de aulas de Artilharia e Fortificação, que exploravam os conhecimentos geométricos ocorreu em 1699, mas por falta de recursos, essas aulas só foram iniciadas depois de onze anos. Assim, a partir de 1710, o ensino de Geometria no Brasil começa a encorpar-se e, de 1738 em diante, para todo militar que objetivasse ser um oficial, era obrigatório o curso de Artilharia e Fortificação. Para ministrar as aulas desse curso, José Fernandes Pinto Alpoim, escreveu dois livros: O Exame de Artilheiros (1744) e Exame de Bombeiros (1748). Ambos tinham como intenção desenvolver os conhecimentos matemáticos apoiados pela Geometria objetivando a formação de oficiais competentes para elaborar e aprimorar práticas militares. (RODRIGUES, 2009, p.56).

Em 1767, a Aula do Regimento de Artilharia do Rio de Janeiro, substituiu as de Artilharia e Fortificação, e de acordo com as recomendações da Corte, a obra de Béliador, *Nouveau Cours de Mathématiques* (1757, 2ª ed.), traduzida para o português, em 1764, por Manuel de Sousa, é introduzida no Brasil e sua utilização é de caráter obrigatório. De acordo com Valente (2007, p. 76), a Geometria, foco da obra de Béliador, ora era base para as outras matemáticas, ora as outras matemáticas eram base para a Geometria. (RODRIGUES, 2009, p.56).

---

<sup>10</sup> ULBRICHT, V. R. *et al.* Caminhando no tempo com a geometria. In: CONGRESO INTERNACIONAL DE INGENIERÍA GRÁFICA, 14., 2002, Santander, Espanha. Anais... Espanha, 5-7 jun. 2002.

Ao citar Valente<sup>11</sup> (2007), Rodrigues (2009) afirma a utilidade da Geometria nesse período.

[...] É a geometria que acaba sendo mais útil às necessidades dos artilheiros, construtores de fortificações e engenheiros. A geometria em suas aplicações. [...] A preocupação do autor não é elaborar um tratado de geometria pois não é possível, sempre no nível inicial, ater-se estritamente à geometria para resolver os problemas práticos. Há necessidade de lançar mão da aritmética, da álgebra, do desenho geométrico e da trigonometria. Isso explica ter Béliador escrito um Curso de Matemáticas. (VALENTE, 2007, p. 76 *apud* RODRIGUES, 2009, p.56).

No século XIX, com a criação da Academia Real Militar em 1810, “o Brasil amplia o número de escolas com cursos de Matemática. Os cursos dessa Academia, além de formar oficiais de engenharia e artilharia, formavam também geógrafos e topógrafos” (RODRIGUES, 2009, p. 58) e nesse período o ensino de Geometria tinha especial relevância. Contudo, com o passar do tempo,

A obra de Bézout, que norteava o ensino de Geometria, na Academia Real dos Guardas-Marinha, foi substituída pela do autor brasileiro Vilela Barbosa (1769-1846) e, as obras de Legendre (1752-1833), utilizadas nos cursos da Academia Real Militar, foram substituídas pela obra de Lacroix. Essas substituições implicaram em mudanças das metodologias utilizadas no ensino de Geometria da época. De uma Geometria preocupada com a didática, “Geometria prática”, para uma Geometria com uma preocupação maior com o rigor, “Geometria especulativa” (RODRIGUES, 2009, p.59).

A autora da pesquisa prossegue sua análise entrando no século XIX, enfatizando a importância da Geometria desde a criação da escola primária, em 1827, na qual se encontrava “relacionado com as noções primitivas de Geometria direcionadas para o cálculo de medidas de terrenos e as construções com régua e compasso”. Assim, os conhecimentos geométricos “ampliaram suas aplicações os quais, além de relacionados às necessidades militares, passaram a serem também necessários a todos que pretendessem ingressar em cursos de nível superior.” (RODRIGUES, 2009, p. 58-59).

Com relação à importância da Geometria nos cursos secundários, eles também preparavam os alunos para ingressarem em cursos de nível superior, destacando o fato de que “a Geometria passou a compor o rol dos conhecimentos necessários para o

---

<sup>11</sup> VALENTE, Wagner Rodrigues. Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930). 2. ed. São Paulo: Annablume, 2007. 211 p.

ingresso em Cursos Jurídicos, e a partir de 1832, para os cursos das Academias Médico-Cirúrgicas e nas Escolas Politécnicas”. (RODRIGUES, 2009, p. 59).

Ainda conforme este autor,

Tal fato encaminhou a Geometria a se constituir em disciplina escolar. Gradativamente ela foi perdendo suas características militares e transformando-se em conhecimento necessário para a formação humana. Posteriormente, a criação dos colégios, como o Imperial Colégio de D Pedro II, em 1837, enfatizou a caracterização da Geometria como uma disciplina escolar, o que implicou na necessidade do surgimento de metodologias que dessem conta de propiciarem aos alunos o desenvolvimento dos conhecimentos geométricos em âmbito escolar. (RODRIGUES, 2009, p.59).

No século XX, Rodrigues (2009) menciona as influências do Internationale Mathematische Unterrichtskommission (IMUK), “um movimento iniciado em 1908, na Europa, sob a luz das idéias do alemão Felix Klein, propunha que o ensino de Matemática, deveria propiciar ao aluno a oportunidade de desenvolver a capacidade de compreensão, análise e aplicação prática dos conhecimentos adquiridos”. (RODRIGUES, 2009, p. 60). Um dos objetivos do IMUK era fundir as disciplinas de Álgebra, Aritmética e Geometria em uma única disciplina denominada de Matemática.

No Brasil, os ideais do IMUK foram propagados por Euclides de Medeiros Roxo, e por meio da Reforma Educacional Francisco Campos, ocorrida em 1931, houve mudanças consideráveis no ensino de Matemática. A autora diz que no livro de Euclides Roxo, ele disse que “o rigor lógico do ensino de Geometria, que era a base para a construção do conhecimento matemático, foi substituído por um método que levaria o aluno a desenvolver o conhecimento através da intuição, da experimentação e da indução.” (RODRIGUES, 2009, p. 60-61).

O novo paradigma passou a ser fortemente difundido, o que intensificou as críticas por parte de alguns matemáticos contrários ao novo modelo. Autores, tais como: Agrícola Bethem, Algacyr Munhoz Maeder, Jacomo Stávale, Mello e Souza e Cecil Thiré, com a intenção de atender as novas recomendações nacionais para o ensino de Matemática, advindas da Reforma Francisco Campos, fizeram adequações às suas metodologias, porém essas não contemplavam a intersecção entre os ramos da Matemática existentes na época, bem como o caráter heurístico nos moldes propostos por Roxo.

A situação exposta acima comprometeu seriamente, a modernização do ensino de Matemática no Brasil e, apesar da roupagem moderna dessas obras, retomou gradativamente, se senão por completo, mas de maneira expressiva, a desarticulação entre os ramos da Matemática e a Geometria, considerada na proposta de Roxo, como primordial e facilitadora para o ensino de Álgebra e

Aritmética, é estudada desarticulada dos outros ramos da Matemática, e através de uma metodologia que contemplava a dedução e não a intuição. (RODRIGUES, 2009, p. 61).

Depois de onze anos da Reforma Campos, Rodrigues (2009) relata que houve outra reforma denominada Gustavo Capanema, na qual fez “alterações na estrutura do programa de Matemática para o curso ginásial. Assim, na 1ª e 2ª séries, os conteúdos abordados eram de Geometria Intuitiva e Aritmética Prática e, para a 3ª e 4ª séries, de Álgebra e Geometria Dedutiva.” (RODRIGUES, 2009, p. 61-62) Essa reforma evidenciou a desarticulação entre as áreas da Matemática.

Ao analisarmos o fato da Geometria Intuitiva ter sido contemplada juntamente com Aritmética Prática, nas duas primeiras séries, e da Geométrica Dedutiva com a Álgebra, nas duas últimas séries, deixa implícito que o enfoque do ensino de Geometria, no primeiro caso, era a intuição enquanto que no segundo caso a abstração. Entendemos que não havia uma interligação entre os dois casos. (RODRIGUES, 2009, p. 62).

Em 1951, ocorreram modificações nos programas de ensino para o curso Secundário, Ginásial e Colegial. Essas mudanças foram feitas pelo então Ministro da Educação Simões Filho. Rodrigues (2009) ressalta, citando Marques<sup>12</sup> (2005), que os conteúdos de Geometria estavam presentes no currículo, embora eles “passassem a ser contemplados somente na 3ª e 4ª séries, ‘todo o conteúdo de Geometria Intuitiva previstos para a 1ª e 2ª séries da Reforma Capanema’ era contemplado ‘no item Sistema Legal de Unidades da 1ª série da Portaria de 1951.’” (MARQUES, 2005, p. 58 *apud* RODRIGUES, 2009, p.62).

Em 1957, as influências do Movimento da Matemática Moderna (MMM), cujas propostas enfatizavam as estruturas algébricas, culminaram no uso excessivo de simbologias e de abstrações. Para o ensino de Geometria, Sangiorgi propôs o estudo das transformações geométricas.

Os cursos ministrados pelo Grupo de Estudos de Educação Matemática (GEEM), no período de 1960 a 1970, relatados no trabalho pioneiro de Beatriz D’Ambrósio (1967) sobre o MMM, Silva (2005, p. 75) observou que a geometria não foi uma

---

<sup>12</sup> MARQUES, A. S. Tempos pré-modernos: a matemática escolar dos anos 1950. 2005. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

área muito discutida, apresentando um número bastante reduzido de cursos com enfoque na Geometria, se comparado aos demais.

Assim, a proposta do MMM referente ao ensino de Geometria não atingiu seus objetivos. Pelo contrário, estudos sugerem que as interpretações e os encaminhamentos dessas propostas através do MMM implicaram no abandono do ensino dessa área da Matemática. (RODRIGUES, 2009, p. 63-64).

A autora encerra esse contexto histórico relatando que apesar do fracasso do MMM na década 1980, “o ensino de Geometria continuou sendo realizado sob as influências desse movimento.” Contudo, ela afirma que “com a publicação dos PCN em 1996 e com a avaliação dos livros didáticos feita pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), o ensino de Geometria começou a se delinear nos moldes que o conhecemos hoje.” (RODRIGUES, 2009, p. 64).

### **Outras áreas do conhecimento**

A autora apresenta a importância da Geometria para o ensino e aprendizagem de outras áreas do conhecimento a partir de suas experiências como professora, ao afirmar que “o ensino de Geometria é um possível facilitador da aprendizagem das outras áreas da Matemática e tão pouco das outras áreas do conhecimento.” (RODRIGUES, 2009, p. 66)

Às vezes penso que a Geometria ampliou e desvendou meu raciocínio, facilitando o entendimento de outros campos da Matemática. Outras vezes, penso que o entrelaçamento dos meus conhecimentos de todas as áreas da Matemática, possibilitou e facilitou a construção dos meus conhecimentos no campo da Geometria. (RODRIGUES, 2009, p.18).

[...] verifiquei que os alunos conseguiram fazer a intersecção entre a Geometria e a Aritmética. Diante disso, fiquei convencida de que os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental possuem desenvolvimento cognitivo apropriado para desenvolver a aprendizagem dos conceitos de Geometria, bem como para inter-relacionar a Geometria com outras áreas da Matemática. (RODRIGUES, 2009, p. 28).

A autora da dissertação analisada se baseia também na importância que outros autores apresentam para relacionar Geometria com outras áreas do conhecimento; como exemplo, Rodrigues (2009) cita diversas vezes o autor Lorenzato<sup>13</sup> (1995) para ressaltar

---

<sup>13</sup> LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? SBEM/SP - Educação Matemática em Revista, v. 4, p. 3-13, 1995.

que “o ensino de Geometria é considerado, por outras áreas do conhecimento, como facilitador para o desenvolvimento humano.” (RODRIGUES, 2009, p.53).

Pesquisas psicológicas indicam que a aprendizagem geométrica é necessária ao desenvolvimento da criança, pois inúmeras situações escolares requerem percepção espacial, tanto em Matemática (por exemplo: algoritmos, medições, valor posicional, séries, sequências...) como na Leitura e Escrita [...] A Geometria pode ser, ainda, um excelente meio para a criança indicar seu nível de compreensão, seu raciocínio, suas dificuldades ou soluções [...] A Geometria pode esclarecer situações abstratas, facilitando a comunicação da idéia matemática. (LORENZATO, 1995, p. 05-06 *apud* RODRIGUES, 2009, p.53)

A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificados pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz. (LORENZATO, 1995, p. 6-7 *apud* RODRIGUES, 2009, p.53).

Lorenzato (1995) também afirma que se uma pessoa não tiver a possibilidade de aprender Geometria, ela não poderá utilizá-la para facilitar a compreensão e resolução de outras áreas do conhecimento, pois “sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida.” (LORENZATO, 1995, p. 05 *apud* RODRIGUES, 2009, p.53).

Por fim, Rodrigues (2009) afirma, ainda citando Lorenzato (1995, p. 06), que Albert Einstein<sup>14</sup> (1921) atribuiu uma importância significativa à Geometria, pois ele afirmou que “sem ela eu não teria sido capaz de formular a teoria da relatividade”.

### **Cotidiano**

Na dissertação, podemos encontrar trechos que mostram como a autora concebe a importância de o ensino de Geometria se relacionar com o cotidiano dos alunos, uma vez que “o aluno traz consigo muitas experiências do ambiente em que está inserido (com relação à Geometria) que não é muito diferente do que ele vai encontrar na escola, ou deve encontrar” (RODRIGUES, 2009, p.26). Ela também afirma que vivemos num mundo

---

<sup>14</sup> Conferência "Geometria e Experiência", proferida aos 27/01/1921 na Academia Prussiana de Ciências.

de formas e cita outros autores que exemplificam onde a Geometria pode ser encontrada no cotidiano:

Está presente no dia-a-dia como nas embalagens dos produtos, na arquitetura das casas e edifícios, na planta de terrenos, no artesanato e na tecelagem, nos campos de futebol e quadras de esportes, nas coreografias das danças e até na grafia das letras. Em inúmeras ocasiões, precisamos observar o espaço tridimensional como, por exemplo, na localização e na trajetória de objetos e na melhor ocupação dos espaços (FILLOS<sup>15</sup>, 2006, p. 02 *apud* RODRIGUES, 2009, p.51).

A Geometria está presente em diversas situações da vida cotidiana: na natureza, nos objetos que usamos, nas brincadeiras infantis, nas construções, nas artes. Ela faz parte da nossa vida. À nossa volta podemos observar as mais diferentes formas geométricas. Muitas dessas formas fazem parte da natureza, outras já são resultados das ações do homem. É freqüente, ainda, nos depararmos com relações e conceitos da Geometria incorporados à nossa linguagem, à organização que damos a objetos e idéias e valores estéticos. (FONSECA *et al.*<sup>16</sup>, 2005, p.72-73 *apud* RODRIGUES, 2009, p.81).

Rodrigues (2009) adverte que devemos relacionar os saberes geométricos com outras áreas da Matemática e outras áreas do conhecimento, pois, caso contrário, isso pode dificultar para a criança a identificação da “inter-relação do conhecimento matemático científico com o conhecimento matemático do cotidiano, impossibilitando que se compreenda através da Geometria, que a Matemática é viva.” (RODRIGUES, 2009, p. 66).

### **Afetividade**

No que diz respeito à relação entre afetividade e Geometria, Rodrigues (2009) afirma que

o homem é capaz de absorver idéias, sentimentos e significações de suas criações e construções. Então, na busca por mecanismos para construir o conhecimento matemático de forma mais efetiva e prazerosa, acreditamos que

---

<sup>15</sup> FILLOS, L. M. O. Ensino da geometria: depoimentos de professores que fizeram história. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2006, Curitiba. Anais...

<sup>16</sup> FONSECA, M. C. F. R. *et al.* O ensino de Geometria na Escola Fundamental – Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

podemos recorrer a Geometria, pois vivemos num mundo de formas. (RODRIGUES, 2009, p. 52).

Nesse sentido, ela cita Freudenthal<sup>17</sup> (1973, p. 407) *apud* Fonseca *et al* (2005, p. 92), que diz que “as descobertas feitas pelos próprios olhos e mãos são mais surpreendentes e convincentes”.

### **Resolução de problemas**

Sobre esse aspecto, notamos apenas duas citações que destacam a importância da Geometria para Resolução de problemas.

No primeiro, ela afirma, citando os PCN, que “a Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente” (BRASIL<sup>18</sup>, 1997, p. 55-56 *apud* RODRIGUES, 2009, p.41).

O segundo excerto corresponde a um trecho da citação de Fillos (2008), que afirma que a Geometria é o “corpo de conhecimento fundamental para a compreensão do mundo e participação ativa do homem na sociedade, pois facilita a resolução de problemas de diversas áreas do conhecimento e desenvolve o raciocínio visual” (Fillos, 2008, p. 02 *apud* RODRIGUES, 2009, p.51).

### **Habilidades Cognitivas**

A autora enfatiza principalmente duas habilidades cognitivas que a Geometria pode desenvolver: habilidades de desenho e de lógica. Com relação à primeira, Rodrigues (2009) afirma, citando Duval<sup>19</sup> (1995, p. 173), *apud* Maioli<sup>20</sup> (2002, p. 29), que

[...] a atividade matemática exigida em geometria faz uso de dois registros: o das figuras e o da língua natural. No entanto, não se trata de simplesmente executar uma troca de registro como em outras situações da matemática, em que os

---

<sup>17</sup> FREUDENTHAL, Hans. Mathematics as na Educational Task. Dordrecht: Reidel, 1973

<sup>18</sup> BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacional matemática: ensino de primeira à quarta série. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142 p. v. 2

<sup>19</sup> DUVAL, Raimund. Sémiosis et pensée humaine: registres ssémiotiques et apprentissages intellectuels. Paris: Peter Lang, 1995. MAIOLI, M. Uma oficina para formação de professores com enfoque em quadriláteros. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática.) - Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

<sup>20</sup> MAIOLI, M. Uma oficina para formação de professores com enfoque em quadriláteros. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002

tratamentos são efetuados somente em um dos registros. A atividade cognitiva pedida em geometria exige mais. Os tratamentos efetuados separada e alternadamente em cada um dos registros não são suficientes: é necessário que os tratamentos figurais e discursivos sejam efetuados simultaneamente e de forma interativa. (DUVAL, 1995, p. 173, *apud* MAIOLI 2002, p. 29 *apud* RODRIGUES, 2009, p.18-19).

Ela também afirma que para Thon<sup>21</sup> (1971, p. 698), *apud* Pavanello<sup>22</sup> (1989, p. 183), a Matemática só pode ser entendida por meio da Geometria, pois ela é essencial para o desenvolvimento da racionalidade do ser humano.

[...] a geometria é um intermediário natural e possivelmente insubstituível entre a língua e o formalismo matemático, no qual cada objeto é reduzido a um símbolo e o grupo de equivalências é reduzido à identidade do símbolo escrito consigo mesmo. Deste ponto de vista, o estágio do pensamento geométrico pode ser um estágio impossível de omitir no desenvolvimento normal da atividade racional do homem. (THON, 1971, *apud* PAVANELLO, 1989, p. 183 *apud* RODRIGUES, 2009, p. 53).

Ainda sobre as habilidades de desenho e construção, ela cita Lorenzato (1995), e afirma que “a Geometria pode ser, ainda, um excelente meio para a criança indicar seu nível de compreensão, seu raciocínio, suas dificuldades ou soluções” (Lorenzato,1995, p. 5-6 *apud* RODRIGUES, 2009, p.53).

Com relação às habilidades de lógica, ela prioriza a importância de desenvolver a passagem do concreto para o abstrato; Rodrigues (2009, p. 51) também afirma que a “Geometria é uma área da Matemática que possibilita de forma mais efetiva, a transição do sensível para o abstrato e vice-versa”.

Ao citar Pavanello<sup>23</sup> (2004, p. 03-04), ela diz que:

A Geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da “capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível” – que é um dos objetivos do ensino da matemática – oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. Partindo de um nível inferior, no qual reconhece as figuras geométricas, embora percebendo-as como todos indivisíveis, o aluno passa, no nível posterior, a distinguir as propriedades dessas figuras; estabelece, num terceiro momento, relações entre as figuras e suas propriedades, para organizar, no nível seguinte,

---

<sup>21</sup> THON, R. “Modern” Mathematics: an educational and philosophic error? *American Scientist* (59): 695-699; nov./dec. 1971

<sup>22</sup> PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica. 1989. 201 f. Dissertação (Mestrado em Educação).Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1989.

<sup>23</sup> PAVANELLO, R. M Por que ensinar /aprender geometria? In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2004, São Paulo. Anais...

seqüências parciais de afirmações, deduzindo cada afirmação de uma outra, até que, finalmente atinge um nível de abstração tal que lhe permite desconsiderar a natureza concreta dos objetos e do significado concreto das relações existentes entre eles. Delineia-se, desta forma, um caminho que, partindo de um pensamento sobre objetos, leva a um pensamento sobre relações, as quais se tornam, progressivamente, mais e mais abstratas. (PAVANELLO, 2004, p. 03-04 *apud* RODRIGUES, 2009, p.54).

Ainda sobre esse aspecto, Rodrigues (2009) afirma que “a passagem de uma fase concreta para a abstração é longa e o caminho trilhado é determinante no desenvolvimento do conhecimento matemático” (RODRIGUES, 2009, p. 27) e que para isso a criança deve ser

educada de modo que possa apropriar-se dos conhecimentos que ela mesma desenvolve, passa a agir com mais segurança e, quando adulto, poderá ter maior facilidade em compreender e interagir com o mundo como um ser atuante e transformador.

Diante do exposto, acredito que a forma como a aprendizagem dos conhecimentos geométricos é desenvolvida, na fase inicial da educação básica institucionalizada, é determinante para a constituição das estruturas matemáticas que alicerçarão todo o processo de sistematização dos conceitos dessa área do conhecimento. (RODRIGUES, 2009, p. 28).

Com relação ao pensamento geométrico, ela também afirma, com um trecho de Lorenzato (1995, p. 5), que “sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações da vida que forem geometrizadas”.

Embora a ênfase da dissertação seja nas habilidades de lógica e representação, a autora apresenta outras habilidades que a Geometria pode desenvolver. Por exemplo, ao citar Morelatti e Souza<sup>24</sup> (2006, p. 263-274), ela afirma que “a geometria estimula a criança a observar, perceber semelhanças, diferenças e a identificar regularidades”.

Os PCN também sugerem que

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (BRASIL, 1997, p. 55-56 *apud* RODRIGUES, 2009, p.41).

---

<sup>24</sup> MORELATTI, M. R. M.; SOUZA, L. H. G. Aprendizagem de conceitos geométricos pelo futuro professor das séries iniciais do ensino fundamental e as novas tecnologias. Educar, Curitiba, n. 28, p. 263-275, 2006.

Outra habilidade geométrica que Rodrigues (2009) introduz como importante é a passagem do nível pré-reflexivo para o reflexivo. Segue o trecho que ela comenta sobre esse aspecto e, abaixo, o que significa cada um destes termos para ela.

Outro objetivo foi trabalhar o conhecimento geométrico do aluno no nível pré-reflexivo a partir de movimentos corpóreos, visando o pensamento reflexivo em relação à comparação métrica (segmentos, perímetro e área) e seqüências numéricas (números pares, números ímpares, números quadrados), de modo a iniciar a criança na linguagem Matemática (Geometria e Aritmética). Também contemplava a noção de número como medida, no que diz respeito à distância e à área. (RODRIGUES, 2009, p. 20).

Pré-reflexivo – chamamos de pré-reflexivo aquele momento ou situação inicial em que o sujeito age sem refletir sobre o que se está realizando. Nesse momento existe um fio muito tênue entre aquilo que o sujeito faz e a tomada de consciência do próprio ato. O sujeito faz por fazer, para conhecer ou simplesmente para participar daquilo que é proposto.

Reflexivo – chamamos de reflexivo aquele momento ou situação em que os atos do sujeito são controlados por ele próprio. O sujeito faz algo com um determinado objetivo ou direcionamento. O sujeito sabe o que faz, realiza o que foi proposto e reflete sobre o próprio ato visando um novo conhecimento. (RODRIGUES, 2009, p. 20).

### **Pensamento crítico**

Com relação a este aspecto, Rodrigues (2009) apenas mostra, citando Morelatti e Souza (2006, p. 263-274), que “o professor que não conhece geometria não consegue perceber a beleza e a importância que a mesma possui para a formação do cidadão”.

### **Apreciação Estética**

A autora também explora pouco esse tema, apresentando-o apenas em dois trechos. No primeiro, ela cita Cifuentes<sup>25</sup> (2003, p. 74) que diz que “o primeiro desafio da estética da Matemática, do ponto de vista pedagógico, é transformar habilidade em sensibilidade, para poder aceder ao conhecimento matemático através de sua apreciação estética”. No segundo, Rodrigues (2009) mostra o desenvolvimento da apreciação estética com base em sua experiência docente.

A Geometria permite aos alunos, através da exploração de seus sentidos, uma visão intuitiva, pois é uma área que está próxima das formas que constituem o

---

<sup>25</sup> CIFUENTES, José Carlos. Fundamentos estéticos da matemática: da habilidade a sensibilidade. In: BICUDO, M. A. V. Filosofia da educação matemática: concepção & movimento. Brasília: Plano Editora, 2003, 131 p.

mundo real. Tal movimento favorece a realização de relações entre a Geometria e as outras áreas da Matemática, possibilitando que se contemple a estética e a beleza do desenvolvimento do raciocínio matemático, facilitando a aprendizagem. (RODRIGUES, 2009, p. 53).

### **Criatividade**

Com relação a esse aspecto, na pesquisa aparece apenas um trecho no qual a autora da dissertação analisada cita Freudenthal (1973), *apud* Fonseca *et al* (2005, p. 48), que considera que: “o espaço com seus sólidos é mais concreto que o plano com suas figuras, que o espaço é mais intuitivo e favorece atividades mais criativas. E ainda, que as figuras planas são desenhadas enquanto os sólidos são construídos.”

Não foi possível identificar a concepção de Rodrigues (2009) sobre a importância da Geometria na natureza.

### **3.2 Segunda Pesquisa: nº 59**

A segunda dissertação selecionada para esta análise foi defendida pela professora Teresa Cristina Etcheverria, sob a orientação do professor Dr. Roque Moraes, em 2008 na Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. A autora da pesquisa é formada em licenciatura plena em Matemática e também possui especialização em Matemática. Ela informa em sua dissertação que tem experiência como professora dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio, Curso Normal e cursos de graduação em Matemática e Pedagogia. Nesse último, já atuou como Orientadora de Estágio, Coordenadora Pedagógica e lecionou as disciplinas de Metodologia do Ensino da Matemática e Prática de Ensino.

O título da pesquisa é: “Educação continuada em grupos de estudos: possibilidades com foco no ensino da Geometria”. Por meio de questionários, diário de campo, depoimentos escritos e entrevistas com professoras que trabalhavam em uma escola em Uruguaiana, estado do Rio Grande do Sul, a autora investigou como a formação de um grupo de estudos se constitui numa possibilidade de formação continuada de professoras dos anos iniciais na área do ensino da Geometria. A pesquisa

teve também como objetivo investigar quais as compreensões das professoras sobre os conteúdos de Geometria que consideram importantes para trabalhar nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A metodologia da pesquisa foi caracterizada como pesquisa ação, e para análise a autora utilizou duas categorias: Grupos de Estudo e Ensino da Geometria. Com os resultados da pesquisa, ela afirma que:

[...] o grupo de estudos é uma modalidade de formação continuada de professores que oportuniza mudanças na prática educativa a partir da reflexão dessa prática e da construção de aprendizagens. Também se conclui que para ressignificar o ensino da Geometria se faz necessário ampliar e valorar o conhecimento geométrico construído pelos professores; voltado para o desenvolvimento da habilidade do pensar geométrico; numa proposta interdisciplinar que estimule o estabelecimento de relações. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 6).

### **Currículo**

A autora não enfatiza a questão do currículo em sua pesquisa; apenas dois trechos abordam esse tema. O primeiro é um excerto dos PCN que fala que a Geometria deve estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento; no segundo Etcheverria (2008) relata que a Geometria consta nos currículos de Matemática de todos os países.

### **História**

No texto, Etcheverria (2008) faz duas citações referentes à relação entre Geometria e história da humanidade; no primeiro, ela afirma que o ser humano sempre demonstrou envolvimento com os aspectos geométricos da realidade que o cerca, citando como exemplo que:

[...] na Pré-história, o homem Neolítico criava utensílios e instrumentos para o dia-a-dia e representava, através de desenhos, as cenas do cotidiano e os egípcios faziam uso de conhecimentos geométricos construídos a partir de suas necessidades básicas relacionadas à medição de terras, construções arquitetônicas e cálculo de áreas e volumes. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 15).

Em outro momento, ela escreve que o homem já possuía conhecimentos geométricos para produzir utensílios do seu cotidiano.

A partir do momento que o ser humano deu-se conta de que poderia produzir seu próprio alimento e, assim, não precisaria mais depender apenas do que o meio lhe oferecia, foram obtidos muitos progressos na compreensão do plano e das relações espaciais, pois se tornou necessária a construção de utensílios domésticos e casas.[...]Os potes, cestos e tecidos de antigamente nos revelam o quanto o homem já compreendia de simetria, semelhança e congruência. Embora não possuíssem instrumentos adequados, suas casas eram construídas segundo linhas retas e ângulos retos. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 31).

### **Outras áreas do conhecimento**

A autora considera importante o ensino interdisciplinar nas escolas. Primeiro, por relacionar a importância de ensinar Geometria junta com outras áreas da Matemática, e segundo por relacionar os conhecimentos geométricos com outras áreas do conhecimento.

Com referência à primeira relação, ela afirma que

Dentro da Matemática, cabe à Geometria interligar a Aritmética e a Álgebra, esclarecendo conceitos e regras e facilitando na interpretação das situações problema e isso só será possível se o aluno tiver uma percepção visual desenvolvida pelo raciocínio geométrico. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 36).

Afirma também que a Geometria serve de apoio a outras áreas do conhecimento, como disciplinas de Estatística, História e Geografia, “porque a imagem tem um papel importante na aprendizagem, pois facilita a interpretação, situações essas evidenciadas no estudo de tabelas, gráficos e mapas.” (ETCHEVERRIA, 2008, p. 36).

Estudar a Geometria e construir o conhecimento geométrico é um fator relevante para a resolução de situações-problema de diferentes áreas de conhecimento que necessitam das habilidades do pensar geométrico. Mesmo considerando-se a Geometria um ramo importante da Matemática por estar ligada às situações do cotidiano e, por isso, servir de instrumento para outras áreas do conhecimento, ela é pouco estudada nos diferentes níveis de ensino. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 35).

Para reafirmar a relação entre a importância da geometria e outras áreas de conhecimentos, Etcheverria (2008) faz duas citações: a relevância da

interdisciplinaridade presente nos PCN e o posicionamento de Lorenzato (1995)<sup>26</sup>, que diz que as pessoas que não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual: “não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano.” (LORENZATO, 1995, p. 5 *apud* ETCHEVERRIA, 2008, p.35).

Além disso, em sua dissertação, a pesquisadora afirma que a geometria:

Por lidar com as relações entre objetos, tanto reais como teóricos, e ter sua origem nas situações do cotidiano, tem um entrelaçamento com as outras áreas do conhecimento e, como consequência, facilita que o professor se afaste da fragmentação e linearidade, tão comuns na Matemática, e realize uma proposta interdisciplinar voltada para a compreensão da complexidade das situações do cotidiano. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 31).

### **Cotidiano**

A dissertação aborda vários trechos apresentando a importância da Geometria para o cotidiano dos alunos, ou seja, é no estudo das situações do cotidiano que “o aluno constrói os conceitos geométricos de forma a estabelecer um elo entre a Geometria e as atividades humanas” (ETCHEVERRIA, 2008, p. 31), fundamental para que as crianças compreendam o contexto em que vivem e o relacionem com saberes geométricos:

Esses conhecimentos geométricos são necessários, em maior ou menor intensidade para todas as pessoas, por conseguinte, são relevantes na aprendizagem das crianças, pois contribuem para que elas compreendam o mundo que as rodeia.

Além disso, a Geometria é um assunto que desperta o interesse dos alunos porque é baseada na exploração de situações do dia-a-dia de natureza exploratória e investigativa, dessa forma possibilita ao professor a proposição de situações problema contextualizadas, favorece a realização de atividades práticas e contribui na aprendizagem e uso das unidades de medida, conhecimentos necessários na vida em sociedade. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 15).

A autora também apresenta algumas situações do cotidiano para exemplificar a relação entre o cotidiano e a Geometria:

---

<sup>26</sup> LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? SBEM/SP - Educação Matemática em Revista, v. 4, p. 3-13, 1995.

Além disso, o trabalho de tecelagem baseia-se num fio ou poderíamos dizer “numa linha”, e as linhas abertas e fechadas são elementos básicos da Geometria. A partir delas se formam os polígonos, figuras geométricas que estão presentes nos objetos do nosso cotidiano. Observando um relógio lembramo-nos de uma circunferência, uma fotografia lembra um retângulo, a vela de um barco lembra um triângulo.

[...] Sendo assim, buscando identificar as figuras geométricas nos objetos que estão na nossa volta, o aluno aprende a reconhecer e nomear triângulos, quadrados, retângulos e círculos, pois os compara com os objetos dos ambientes que frequenta: escola, casa e arredores. Além disso, percebe suas utilidades e estabelece relações entre eles e, também, entre suas variadas maneiras de representação nos diferentes contextos. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 32).

Contudo, Etcheverria (2008) adverte que apesar de a Geometria estar presente no cotidiano, “se não soubermos enxergá-la nas situações que envolvem noções de espaço, de medição, área, perímetro, semelhança, congruência, paralelismo” e perpendicularidade “será como se ela não existisse.” (ETCHEVERRIA, 2008, p. 37).

Para enfatizar esse argumento, ela cita Lorenzato (1995) que afirma que:

Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. (LORENZATO, 1995, p. 5 *apud* ETCHEVERRIA, 2008, p.35)

### **Afetividade**

A autora, apesar de não abordar especificamente um tópico sobre afetividade, menciona acreditar que a Geometria desperta um interesse maior dos alunos para as aulas de Matemática, “porque é baseada na exploração de situações do dia-a-dia de natureza exploratória e investigativa” (ETCHEVERRIA, 2008, p.17).

Isso também pode ser identificado em um excerto da dissertação em que a autora analisa os depoimentos das professoras do grupo de estudo.

Os depoimentos feitos nos encontros, relacionados à criatividade, envolvimento, interesse e descobertas feitas pelas crianças na realização das atividades serviram para que as professoras percebessem o quanto é importante a construção dos conceitos geométricos e se sentissem estimuladas para continuar esse trabalho, priorizando-o em certos momentos e dedicando um bom tempo das aulas para atividades geométricas.

Ficou claro, a partir desse momento, que, para as professoras participantes da pesquisa, o instrumento que causava maior motivação era o interesse e o prazer evidenciados pelos alunos durante a realização das atividades. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 61).

### **Resolução de problemas**

A autora não enfatiza esse tema, mas afirma que a Geometria possibilita ao professor a proposição de situações problema contextualizadas, favorece a realização de atividades práticas e contribui na aprendizagem e uso das unidades de medida - conhecimentos necessários à vida em sociedade.

### **Habilidades Cognitivas**

A pesquisadora considerou o ensino da Geometria muito importante para o desenvolvimento das habilidades cognitivas. Etcheverria (2008) ressalta “a importância das diferentes habilidades que esse conhecimento desenvolve nas crianças” (ETCHEVERRIA, 2008, p. 20), ao relatar as atividades que desenvolveu com o grupo de estudos de professoras.

Nesse contexto, justifico minha escolha por atividades que desenvolvem as habilidades de percepção, linguagem e representação geométricas, por acreditar que as pessoas precisam estudar Geometria para desenvolverem a habilidade do pensar geométrico, muito necessário e facilitador para a compreensão e resolução de situações de diferentes áreas de conhecimento humano. (ETCHEVERRIA, 2008, p.15).

A autora enfatiza ainda, em vários trechos do texto, a importância das habilidades de percepção, representação e linguagem, que segundo ela estão relacionadas com o pensar geométrico.

Pretendo com esse estudo colaborar para que, através desta modalidade de formação continuada – grupo de estudos –, os professores ressignifiquem o ensino da Geometria, qualifiquem sua proposta de trabalho e oportunizem o desenvolvimento do pensar geométrico necessário para a resolução de situações nas diferentes áreas de conhecimento. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 82).

A autora trabalha com outras habilidades geométricas, como a percepção espacial das crianças, mostrando como as crianças desenvolvem essas habilidades em seu cotidiano.

É vivenciando situações com os objetos do espaço em que vive que a criança constrói conhecimentos e estabelece relações, apropriando-se das características do objeto, aprendendo a se orientar e a se localizar. A partir da abstração construída, representa os objetos e, assim, não sente mais necessidade de utilizar a percepção sensorial ou física.

A partir da observação do seu próprio corpo e do seu deslocamento, a criança toma consciência das diferentes maneiras de ver os objetos: de lado, de cima, inclinado, de perfil. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 28).

Ressalto os conhecimentos que esclarecem como a criança constrói as noções de espaço e forma, partindo de percepções adquiridas através dos sentidos e avançando para as estruturas geométricas; quando e como explorar a linguagem e representação geométrica, começando pelo conhecimento empírico para compreender e organizar o sistematizado; como perceber a presença da Geometria no cotidiano, com vistas na interdisciplinaridade e, dessa forma, se afastando do linear para buscar o complexo e o reconhecimento do conhecimento geométrico voltado para as habilidades do pensar geométrico. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 27).

Nesse último excerto, é possível perceber um interesse da autora, o qual aparece diversas vezes na dissertação, sobre a importância da passagem da fase empírica para a de sistematização; para ela cabe ao professor propor atividades que possibilitem ao aluno “transitar do objeto para a representação plana, fazendo construções e construindo concepções, possibilitando, assim, a passagem da fase empírica para a sistematização”. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 30-31).

Etcheverria (2008) cita também outros autores para fortalecer a importância das habilidades geométricas, seja para desenvolver a criatividade, ou mesmo para desenvolver o raciocínio visual.

A mesma professora ainda ressalta desenvolver a habilidade de percepção visual tão necessária para que ocorra, segundo Lorenzato (1995), o desenvolvimento do “raciocínio visual”, fator facilitador na compreensão e resolução de problemas tanto da Matemática como de outras áreas do conhecimento. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 30-31).

## **Criatividade**

A autora, em dois trechos, cita o desenvolvimento da criatividade nas aulas de Geometria. No primeiro, ela relata o interesse dos alunos - apresentados nos depoimentos das professoras participantes do grupo de estudo.

Os depoimentos feitos nos encontros, relacionados à criatividade, envolvimento, interesse e descobertas feitas pelas crianças na realização das atividades serviram para que as professoras percebessem o quanto é importante a construção dos conceitos geométricos e se sentissem estimuladas para continuar

esse trabalho, priorizando-o em certos momentos e dedicando um bom tempo das aulas para atividades geométricas. (ETCHEVERRIA, 2008, p. 61).

No segundo, citando Pavanello e Andrade<sup>27</sup> (2002), Etcheverria (2008) enfatiza que “a Geometria, mais do que qualquer outro ramo da Matemática, possibilita ao aluno exercitar sua criatividade e, especialmente no caso desses alunos, a utilização da mesma de forma integrada à Educação Artística.” (ETCHEVERRIA, 2008, p.73).

Não foi possível identificar a concepção de Etcheverria (2008) sobre a importância da Geometria na natureza e no desenvolvimento do pensamento crítico da apreciação estética dos alunos.

### **3.3 Terceira Pesquisa: nº 21**

A terceira dissertação analisada foi defendida na Universidade do Rio Grande do Sul, pela professora Denise Vieira Kazanowski, cujo orientador foi o professor Dr. Francisco Egger Moellwald, no ano de 2010. A autora da pesquisa informa no texto que é professora dos anos finais do Ensino Fundamental.

Essa pesquisa tem como título: “Ensino de geometria nas séries iniciais em Minas do Leão: algumas reflexões”; a autora informa que seu objetivo é “contribuir com a ampliação do ensino de geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental, em especial no município de Minas do Leão, bem como fomentar a discussão sobre o tema.

Para alcançar seus objetivos, a autora organizou um Grupo de Estudos formado por 21 professoras, todas envolvidas com o ensino nas séries iniciais do município Minas do Leão, estado do Rio Grande do Sul. Neste Grupo, foram desenvolvidos: atividades de natureza geométrica dirigidas aos anos iniciais; estudos e análise e discussões das orientações contidas nos PCN, com o objetivo de buscar suporte teórico para o desenvolvimento, com maior qualidade, da geometria nas séries iniciais.

A pesquisa é caracterizada como qualitativa e a autora utiliza-se como fonte de dados os relatórios dos 11 encontros do grupo de estudo, filmagem de alguns encontros,

---

<sup>27</sup> PAVANELLO, R.M.; ANDRADE, R. N. Grave de. Formar professores para ensinar Geometria: um desafio para as licenciaturas em Matemática. Educação Matemática em Revista, São Paulo, v. 9, n. 11A – Edição Especial, p.78-87, abr. 2002.

entrevistas semiestruturadas com as professoras envolvidas, além de observações do cotidiano escolar das professoras.

Por fim, Kazanowski (2010) constata a ausência do ensino de geometria nas escolas do município de Minas de Leão, porém, por meio do grupo de estudos, ressignifica as práticas pedagógicas das participantes e suas formas de conceber a importância de ensinar geometria.

### **Currículo**

A autora considera importante a presença da Geometria no currículo; para isso ela utiliza os PCN para subsidiar as principais discussões de sua pesquisa, até mesmo para enfatizar a importância da disciplina no currículo escolar.

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL<sup>28</sup>, 1997, p. 55 *apud* KAZANOWSKI, 2010, p.14).

A pesquisadora também cita outros educadores que consideram a importância dos conhecimentos geométricos. Ela afirma que “não é apenas minha a posição de que a geometria deve ser abordada nas séries iniciais, gerada a partir das minhas experiências em sala de aula, mas de muitos educadores e acadêmicos, estando inclusive nas recomendações do MEC” (KAZANOWSKI, 2010, p.14), como percebemos nas citações seguintes:

Não me detive apenas nas orientações do MEC relativas ao ensino de geometria nas séries iniciais, consultei outras fontes, diferentes autores, professores, pesquisadores da área de educação matemática tais como, Fainguelemt (1999), D'Ambrosio (1999), Dante (1996) e Lorenzato (1995), e todos são unânimes em afirmar que o estudo da geometria escolar deve iniciar cedo. (KAZANOWSKI, 2010, p.15)

A geometria vem sendo deixada de lado, é pouco estudada e muitas vezes relegada ao segundo plano nas escolas. Contudo, é voz corrente entre os educadores matemáticos de todo o mundo que ela deve ser encarada com

---

<sup>28</sup> BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacional matemática: ensino de primeira à quarta série. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142 p. v. 2

prioridade nos programas escolares. (D' AMBROSIO<sup>29</sup>, 1999, p. 7 *apud* KAZANOWSKI, 2010, p.15).

Além dos PCN, Kazanowski (2010) comenta que os conteúdos geométricos estão contidos em questões da Prova Brasil realizada em 2007, e também nos livros didáticos analisados em sua pesquisa.

[...] o livro didático não se apresentava mais como um contribuinte à preterição da geometria, mas como um incentivo ao seu ensino. Percebemos essa contribuição analisando o livro didático adotado pelas escolas das professoras envolvidas no Grupo de Estudos no referido ano letivo e outros livros disponíveis em suas bibliotecas (a listagem de alguns livros disponíveis estão nos anexos B e C). A geometria estava presente em praticamente todos os capítulos, que apresentavam atividades interessantes, traziam situações problema, explorando objetos do mundo físico e integrando a geometria com outras áreas do conhecimento. Enfim, um livro didático diferente dos referidos por Lorenzato (1995) há mais de uma década. Esta mudança deve-se especialmente aos cerca de 20 anos do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e aos PCN. (KAZANOWSKI, 2010, p.19).

### **Natureza**

Sobre este aspecto, a autora apenas cita a necessidade de se estudar conhecimentos geométricos “para uma melhor compreensão e apreciação das obras do homem e da natureza”. (KAZANOWSKI, 2010, p.16).

### **Cotidiano**

Uma das conclusões a que o grupo de estudo chegou foi que “a geometria é necessária para a ampliação da compreensão do mundo que nos cerca”. (KAZANOWSKI, 2010, p.16), ou seja, Kazanowski (2010) considera importante a relação entre Geometria e o cotidiano e para contribuir com esse argumento ela também cita que “há consenso entre os educadores matemáticos que a geometria deve ser trabalhada desde a pré-escola, pois a criança vive rodeada de formas e dimensões. Enquanto

---

<sup>29</sup> D'AMBROSIO, U. Prefácio. In. FAINGUELERNET, E. K. Educação matemática: representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999. p. 7-9.

observa, compara e manipula objetos, está fazendo geometria” (DANTE<sup>30</sup>, 1996, p. 202 *apud* KAZANOWSKI, 2010, p.15).

Além disso, ela exemplifica algumas situações nas quais a Geometria se apresenta no cotidiano das pessoas:

Para essas professoras geometria limita-se ao reconhecimento de formas geométricas, não percebem sua existência no cotidiano, não relacionam, por exemplo, geometria e localização, mapas, ou geometria e construção civil, artes; ou outros exemplos em que a geometria se faz presente no cotidiano. Mas, além disso, essas professoras não percebem a necessidade de conhecimento de conceitos geométricos para a compreensão do mundo que nos cerca. (KAZANOWSKI, 2010, p.18) "Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da matemática toma-se distorcida". (Lorenzato<sup>31</sup>, 1995, p. 5 *apud* KAZANOWSKI, 2010, p.18).

### **Afetividade**

A autora utiliza uma citação de Lorenzato (1995), que diz que o aluno que não conhecer Geometria, também não conhecerá a beleza que esta disciplina possui. Ela relata também a motivação das professoras do Grupo de Estudos após aplicarem atividades de conteúdos geométricos para com seus alunos. As professoras participantes “ficaram satisfeitas com o envolvimento da turma, tanto que comentaram que desejavam continuar a desenvolver noções de orientação espacial em suas classes” (KAZANOWSKI, 2010, p.27).

### **Resolução de problemas**

A autora não dá muita ênfase a esse tópico, contudo ela considera, ao citar Fonseca *et al*<sup>32</sup>(2005), que a Geometria desenvolve a resolução de problemas (escolares ou não), pois possibilita ao aluno oportunidades de olhar, comparar, medir, adivinhar, generalizar e abstrair.

---

<sup>30</sup> DANTE, Luiz Roberto. Vivência e construção: Matemática 1" série. 2 ed. São Paulo: Ática, 2006.

<sup>31</sup> LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? SBEM/SP - Educação Matemática em Revista, v. 4, p. 3-13, 1995.

<sup>32</sup> FONSECA, M. C. F. R. *et al.* O ensino de Geometria na Escola Fundamental – Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

## Habilidades Cognitivas

Kazanowski (2010) apresenta a importância das habilidades cognitivas que podem ser desenvolvidas nas aulas de Geometria. Primeiro, ela ressalta o desenvolvimento da passagem da experimentação e intuição de dados concretos para abstração e generalização. E afirma que a criança utiliza-se das habilidades de visualização e representação para que essa passagem seja possível:

Estudos sobre a construção do espaço pela criança destacam que a estruturação espacial se inicia muito cedo [...] É multiplicando suas experiências sobre os objetos do espaço em que vive que a criança aprenderá a construir uma rede de conhecimentos relativos à localização, à orientação, que lhe permitirá penetrar no domínio da representação dos objetos e, assim distanciar-se do espaço sensorial ou físico. E o aspecto experimental que colocará em relação esses dois espaços: o sensível e o geométrico. De um lado, a experimentação permite agir, antecipar, ver, explicar o que se passa no espaço sensível, e, de outro, possibilita o trabalho sobre as representações dos objetos do espaço geométrico e, assim, desprender-se da manipulação dos objetos reais para raciocinar sobre representações mentais. (BRASIL, 1997, p. 125-126 *apud* KAZANOWSKI, 2010, p.26).

Ela complementa essa importância ao citar Faiguelernt<sup>33</sup> (1999), que faz a seguinte afirmação sobre a Geometria: “oferece um vasto campo de ideias e métodos de muito valor, quando se trata do desenvolvimento intelectual do aluno, do seu raciocínio lógico e da passagem da intuição de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização” (FAINGUELERNT, 1999, p. 22 *apud* KAZANOWSKI, 2010, p. 15).

No texto também são citadas as habilidades que os PCN recomendam para ser ensinadas nos 1º e 2º ciclos dos AIEF. Entre elas, destacam-se as habilidades de representação e percepção espacial. A pesquisadora relata que no grupo de estudos foram desenvolvidas várias atividades, através das quais “o aluno era instigado a se localizar e a orientar colegas, percebendo a necessidade de referenciais e da utilização de termos como esquerda, direita, para cima, para baixo, giro e outros” (KAZANOWSKI, 2010, p. 27).

---

<sup>33</sup> FAINGUELERNET, E. K.. Educação matemática: representação e construçãoem geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

Iniciamos nosso estudo de geometria com o tema Orientação Espacial. Segundo os PCN (BRASIL, 1997), a estruturação espacial se inicia, desde muito cedo, pela constituição de um sistema de coordenadas relativo ao próprio corpo da criança. Gradualmente, ela toma consciência de seu deslocamento. (KAZANOWSKI, 2010, p. 26).

Num primeiro momento, o espaço se apresenta para a criança de forma essencialmente prática: ela constrói suas primeiras noções espaciais por meio dos sentidos e dos movimentos. As capacidades de deslocar-se mentalmente e de perceber o espaço de diferentes pontos de vista são condições necessárias à coordenação espacial e nesse processo está a origem das noções de direção, sentido, distância, ângulo e muitas outras essenciais à construção do pensamento geométrico. (BRASIL, 1997, p. 126 *apud* KAZANOWSKI, 2010, p.25).

### **Pensamento Crítico**

A autora considera não apenas a importância utilitária da Geometria, mas também alguns aspectos formativos, no sentido de que a Geometria também contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico do aluno. Para defender esse argumento, ela utiliza Fonseca *et al.* (2005), a qual afirma que o

papel da Geometria como veículo para o desenvolvimento de habilidades e competências tais como a percepção espacial e a resolução de problemas (escolares ou não), uma vez que ela oferece aos alunos as oportunidades de olhar, comparar, medir, adivinhar, generalizar e abstrair [...], favorecendo o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo nos alunos. (FONSECA *et al.*, 2005, p. 92 *apud* KAZANOWSKI, 2010, p. 16).

Ela também adverte, citando Lorenzato (1995), que se os professores não conhecem a geometria, eles “também não conhecem o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação de um futuro cidadão crítico, um cidadão que compreenda o mundo que o cerca” (KAZANOWSKI, 2010, p.17).

Não foi possível identificar a concepção de Kazanowski (2010) sobre a importância da Geometria na história da humanidade e outras áreas do conhecimento e no desenvolvimento da apreciação estética, do pensamento crítico e da criatividade dos alunos.

### **3.4 Quarta Pesquisa: nº 3**

A quarta dissertação selecionada para esta análise foi defendida pela professora Rosibel Kunz Radaelli, sob a orientação da professora Dra. Marlise Heemman Grassi, em 2010, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro

Universitário UNIVATES, em Lajeado, Rio Grande do Sul. Ela informa em sua dissertação que tem experiência como professora dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e que participa junto a um grupo de pesquisa referente a Laboratório de Ensino de Matemática, coordenado por uma equipe de docentes do Curso de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, o qual oportuniza, desde 1995, formação continuada para professores do Ensino Fundamental e Médio da Região do Vale do Taquari – RS.

O título da pesquisa é: “A investigação e a ação docente no ensino de geometria em Anos Iniciais do Ensino Fundamental” e tem como objetivo investigar processos de evolução conceitual evidenciados pelos alunos, diante de uma proposta desafiadora e contextualizada, envolvendo a Geometria e seus conceitos.

A autora investiga o seguinte problema de pesquisa: como alunos de quarta série do Ensino Fundamental evidenciam evolução conceitual e capacidade de estabelecer relações com outras áreas e contextos do conhecimento, a partir de intervenções pedagógicas voltadas à aprendizagem da Geometria?

A pesquisadora se utilizou de observações e registros sistemáticos das resoluções apresentadas pelos alunos, dos depoimentos pessoais e das decisões tomadas coletivamente nas aulas, para desenvolver a pesquisa que ela denomina como empírica de cunho qualitativo.

A análise da pesquisa é descritiva, a qual apresenta uma série de atividades realizadas com alunos dos AIEF; ao final, Radaelli (2010) realiza uma conclusão geral a partir de todas as atividades realizadas, afirmando que:

A presente dissertação procurou mostrar como alunos de quarta série do Ensino Fundamental evidenciam evolução conceitual e capacidade de estabelecer relações com outras áreas e contextos do conhecimento, a partir de intervenções pedagógicas, voltadas à aprendizagem da Geometria. Impregnar-se com o conhecimento matemático e em especial com os desafios da Geometria, proporcionados pelas ações desenvolvidas no contexto escolar é um caminho de interação com pessoas e materiais, de construção da noção de espaço e de desenvolvimento da criança como ser pensante e questionador. O caminho trilhado pela proposta pedagógica aqui detalhada mostrou suas possibilidades, suas dimensões e seus resultados, evidenciados durante o processo e nos desdobramentos que proporcionou.  
(RADAELLI, 2010, p. 74).

## **Currículo**

A autora revela a importância da Geometria, ao destacar que ela está presente em pesquisas da área da Educação Matemática (FONSECA *et al.*, 2002<sup>34</sup>; SMOLE<sup>35</sup>, 2000) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais, que dão destaque aos conteúdos do eixo relativo ao Espaço e Forma, baseando-se no pressuposto de que a Geometria "desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive" (BRASIL<sup>36</sup>, 1997, p. 122 *apud* RADAELLI, 2010, p.21).

A pesquisadora também investiga a presença da Geometria em livros didáticos presentes em sua escola e conclui que

pode-se observar que a amostra de livros das décadas de sessenta distribuíam o tema, passando por todo o ano letivo. Posteriormente vê-se uma centralização dos conteúdos, em capítulos exclusivos destinados ao estudo da Geometria. Somente na década atual (ano 2000 até hoje), é que se percebe uma diferenciação quanto à apresentação dos assuntos, desmembrando-se de forma a incluírem-se nos demais assuntos trabalhados na Matemática. (RADAELLI, 2010, p. 26).

Por fim, a pesquisadora conclui a respeito dos conteúdos geométrico que "faz-se necessário destacar a importância de ampliar a demanda inicial de conteúdos conceituais já estabelecidos e explicitados em muitos currículos escolares e outros elementos que contextualizem e melhor signifiquem o assunto estudado." (RADAELLI, 2010, p.15)

## **História**

Pode-se notar a importância que Radaelli (2010) dá para a relação história e geometria no trecho onde ela afirma, citando Silva<sup>37</sup> (2007, texto digital), que: "a

---

<sup>34</sup> FONSECA, M. C. F. R. *et al.* O ensino de Geometria na Escola Fundamental – Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

<sup>35</sup> SMOLE, K. C. S. A Matemática na Educação Infantil: A teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

<sup>36</sup> BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacional matemática: ensino de primeira à quarta série. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142 p. v. 2

<sup>37</sup> SILVA, L. R. A importância da Geometria no ensino da matemática. Disponível em: <[http://www.faenquil.br/copg/Resumos%20Lato\\_Sensu/Resumos\\_matematica/MA021.htm](http://www.faenquil.br/copg/Resumos%20Lato_Sensu/Resumos_matematica/MA021.htm)> Acesso em: 4 de abril de 2007.

Geometria é fundamental no ensino da Matemática. Trata-se de um conhecimento universal que faz parte das grandes construções de nossa História”. Na dissertação a autora apresenta a Geometria do homem primitivo:

é muito natural ao ser humano desenhar aquilo que vê, aquilo que sente, as coisas simples do dia-a-dia. A retratação da vida cotidiana era registrada através de desenhos, nas cavernas. Foi dessa forma, em especial, que o homem primitivo, desde a antiguidade, contou a construção de sua história, preservando (RADAELLI, 2010, p.19) "registros de suas caçadas em pinturas murais elegantes e detalhadas". (EVES<sup>38</sup>, 2002, p. 22 *apud* RADAELLI, 2010, p.19).

A autora apresenta um sub capítulo da dissertação para a história da Geometria. Seguem os principais trechos que relatam a importância da geometria para a humanidade, destacando a presença da Geometria na organização do espaço de sociedades antigas:

Ao abandonar a vida nômade, antes mesmo de deixar as cavernas e iniciar a construção de habitações, o homem novamente necessitou de conhecimentos geométricos intuitivos para a produção de alimentos e a criação de animais. A capacidade e a necessidade do homem em transformar a natureza buscando aumentar o seu conforto, contribuíram para a evolução e aperfeiçoamento das noções geométricas como formas e medidas. (RADAELLI, 2010, p.19).

O cultivo da terra significou irrigação dos vales do norte da África e do Oriente Médio onde a chuva era muito escassa; as periódicas cheias do Amarelo, do Nilo, do Tigre e do Eufrates significaram construção de barragens - atividade que requeria não só cooperação e a arte da engenharia como também, igualmente, um sistema de preservação de registros. Os agricultores precisavam saber quando as enchentes ou a estação das chuvas chegariam, e isso significava calendário e almanaques. Os proprietários de terra mantinham anotações escritas sobre a produção agrícola e traçavam mapas que especificavam as valas de irrigação. (EVES, 2002, p. 53 *apud* RADAELLI, 2010, p.20).

A pesquisadora da dissertação analisada continua, afirmando que

A necessidade constante de uma organização do espaço da terra destinada ao plantio, devido a incessantes conflitos e inundações frequentes, deu origem à palavra Geometria, que do grego desmembra-se em geo = terra + metria = medida, ou seja, medir terra. (RADAELLI, 2010, p. 20).

A geometria foi descoberta pelos egípcios como resultado das medidas de suas terras, e estas medidas eram necessárias devido às inundações do Nilo, que constantemente apagavam as fronteiras. Não existe nada notável no fato de que esta ciência, da mesma forma que as outras, tenha surgido das necessidades práticas do homem. Todo o conhecimento que surge de circunstâncias

---

<sup>38</sup> EVES, Howard. Introdução à história da matemática. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2002.

imperfeitas tende por si mesmo aperfeiçoar-se. Surge das impressões dos sentidos, porém gradativamente converte em objeto de nossa contemplação e finalmente entra no campo do intelecto. (LYUDMIL<sup>39</sup>, 2007, p. 39 *apud* RADAELLI, 2010, p.20-21).

A autora ainda afirma que o homem continua desenvolvendo seu pensamento geométrico, buscando não apenas a organização do espaço, mas também:

Buscando aperfeiçoar seu trabalho manual. Desenvolve a noção abstrata de forma, vendo que o mundo é inerentemente geométrico e passando a dominar as relações geométricas, conforme podemos comprovar nas construções do mundo antigo. O indivíduo pode pensar melhor sobre o uso diferenciado do espaço, construindo objetos de maneira mais eficiente, se localizando com mais facilidade, pensando a organizar-se melhor, facilitando, assim, a melhor compreensão das formas e seus usos, consumindo de forma mais consciente e vivendo com uma qualidade maior. (RADAELLI, 2010, p. 20).

### **Outras áreas do Conhecimento**

Na dissertação existe apenas um trecho no qual o autor, citando os PCN, afirma que o “exercício de diversas profissões, como a engenharia, a bioquímica, a coreografia, a arquitetura, a mecânica, etc., demandam do indivíduo a capacidade de pensar geometricamente” (BRASIL, 1997, p.122 *apud* RADAELLI, 2010, p. 21).

### **Natureza**

A autora apresenta apenas um trecho da pesquisa que fala sobre a relação da Geometria com a natureza, no qual ela apresenta aos alunos atividades envolvendo simetria de reflexão, uma vez que, segundo a pesquisadora, esse tipo de simetria “é a mais identificada pelas crianças e com facilidade encontrada na natureza, presente nas asas das borboletas, flores e alguns animais” (RADAELLI, 2010, p. 60).

---

<sup>39</sup>LYUDMIL, Aleksandrov. O mundo das formas. Disponível em <[www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/cursos/epl55\\_2002/epl55/gl/Site/resenhas.html](http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/cursos/epl55_2002/epl55/gl/Site/resenhas.html)> Acesso em 25 de fevereiro de 2007.

## Cotidiano

Na pesquisa constam vários trechos e citações em que Radaelli (2010) mostra que a Geometria está presente no cotidiano dos alunos. Enfatizando a importância dessa justificativa, a autora afirma que

Fornecer a oportunidade de o aluno vivenciar situações da área da Geometria em sala de aula é proporcionar condições de amadurecimento do conhecimento geométrico intuitivo que a criança possui de perceber e interpretar o mundo. É fato o reconhecimento da importância do estudo da Geometria, contudo, ainda encontra-se resistência quanto à inclusão de uma abordagem mais efetiva de seus conceitos. Relegar a Geometria ao esquecimento ou permitir uma possível exclusão desta dos currículos escolares, implicaria na perda de valiosas oportunidades de o aluno melhorar a organização lógica de seu pensamento, bem como sua organização espacial. (RADAELLI, 2010, p. 23).

A pesquisadora também cita outros autores, Fonseca *et al.* (2002) e Fainguelernt<sup>40</sup> (1999), que apresentam a relação Geometria e cotidiano, desde muito cedo na vida dos alunos, principalmente em sua percepção espacial do mundo que os cerca,

As primeiras experiências das crianças são geométricas e espaciais, ao tentarem compreender o mundo que as rodeia, ao distinguirem um objeto do outro, (...). Aprendendo a movimentar-se de um lugar para outro, estão a usar ideias espaciais e geométricas para resolver problemas. Esta relação com a Geometria prossegue ao longo da vida (ABRANTES<sup>41</sup>, 1999 *apud* FONSECA, 2002, p. 73 *apud* RADAELLI, 2010, p. 21).

Acreditando que, sendo a Geometria considerada "uma ferramenta para a compreensão, descrição e interrelação com o espaço em que vivemos" e que, se "por um lado, é, talvez, a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada à realidade." (FAINGUELERNT, 1999, p. 20), parte-se do conhecimento que a criança tem acerca da percepção dos objetos tridimensionais. (RADAELLI, 2010, p. 22).

Radaelli (2010) utiliza também a ideia de outras fontes, como BRASIL (1997) e também Fonseca *et al.* (2002), para exemplificar situações nas quais a Geometria está presente no cotidiano das pessoas. Por exemplo, em diversas situações habituais na vida das pessoas, ou mesmo no

exercício de diversas profissões, como a engenharia, a bioquímica, a coreografia, a arquitetura, a mecânica, etc., demandam do indivíduo a capacidade de pensar geometricamente. Também é cada vez mais indispensável que as pessoas

---

<sup>40</sup> FAINGUELERNET, E. K.. Educação matemática: representação e construçãoem geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

<sup>41</sup> ABRANTES, P. SERRAZINA, L., OLIVEIRA, I. A Matemática na Educação Básica. Lisboa: Ministério da Educação, 1999.

desenvolvam a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno (BRASIL, 1997, p.122 *apud* RADAELLI, 2010, p. 21).

presente em diversas situações da vida cotidiana: na natureza, nos objetos que usamos, nas brincadeiras infantis, nas construções, nas artes. Ela faz parte da nossa vida. A nossa volta podemos observar as mais diferentes formas geométricas. Muitas dessas formas fazem parte da natureza, outras já são resultado da ação do homem. E frequente, ainda, nos depararmos com relações e conceitos de Geometria incorporados à nossa linguagem, à organização que damos a objetos e ideias e a valores estéticos. (FONSECA *et al.*, 2002, p. 72 *apud* RADAELLI, 2010, p. 30).

A autora prossegue comentando essa última citação dos PCN (BRASIL, 1997), e afirma que pela relevância da Geometria para a vida cotidiana e também “por estar imbricada nas outras dimensões do conhecimento matemático, torna-se imprescindível que seus conteúdos sejam incluídos como componente curricular” (RADAELLI, 2010, p. 21). Nesse sentido, o estudo da Geometria de forma contextualizada e significada poderá proporcionar uma aprendizagem mais efetiva sobre os conceitos matemáticos e suas aplicações no cotidiano, por ser

parte essencial na formação do cidadão, pois permite resolver problemas do dia-a-dia, tendo muitas aplicações no mundo do trabalho. Conceitos matemáticos se transformam em instrumentos de compreensão, intervenção, mudança e previsão da realidade. (...) A aprendizagem da Geometria deve ser um ato social, exercido entre o professor e os seus alunos, entre alunos e entre os alunos e a comunidade envolvente da escola para se chegar à democratização do ensino. (SILVA, 2007, texto digital *apud* RADAELLI, 2010, p. 22).

### **Afetividade**

A pesquisadora expressa as características afetivas que a Geometria desenvolve, principalmente ao relatar suas experiências nas aulas que foram analisadas em suas pesquisa.

A cada proposta desenvolvida na turma, percebia-se o crescimento da curiosidade da atividade que viria em seguida. O interesse observado pelos alunos ao comentarem oralmente suas produções, até mesmo justificando aos colegas suas escolhas para a melhor representação, demonstrava claramente o aprimoramento que estava acontecendo frente aos conceitos de Geometria que estavam sendo trabalhados. (RADAELLI, 2010, p. 64).

Ainda nesse aspecto, ela afirma a mudança de comportamento dos alunos perante essa disciplina e as contribuições desse desenvolvimento na área afetiva.

A maneira como o trabalho encaminhou-se, propiciou um posicionamento diferenciado diante de situações desafiadoras e proporcionou a reconstrução de conceitos. O processo de intervenção/ação no estudo da Geometria procurou "respeitar esse momento importante e garantir aprendizagens marcadas pela alegria de vencer desafios, pela confiança em suas formas de pensar e pela apreciação do que consegue fazer e criar" (SMOLE, p. 196, 2002).

Trabalhar a Geometria através da resolução de problemas, permitindo reflexões e aprimoramento de percepções tomou-se o meio de encorajar o aluno a se engajar ativamente em situações novas, acreditando no seu potencial explorador, reformulador, que é capaz de conduzir sua imaginação muito além do pensado a fim de sentir que é possível aprender com ações e ideias diversificadas, nas quais oportunidades para o crescimento são fornecidas. (RADAELLI, 2010, p.72-73).

Essas capacidades poderão criar oportunidades de encontrar em nossas salas de aula alunos encorajados a se engajarem ativamente em situações novas, capazes de encontrar estratégias criativas para a resolução dos problemas propostos, sem medos ou receios. (RADAELLI, 2010, p.17).

Dessa forma, ao citar Smole<sup>42</sup> (2002), Radaelli (2010) concorda que o ensino de Geometria pode "garantir aprendizagens marcadas pela alegria de vencer desafios, pela confiança em suas formas de pensar e pela apreciação do que consegue fazer e criar" (SMOLE, 2002, p.196 *apud* RADAELLI, 2010, p.72-73).

### **Resolução de problemas**

Na dissertação, destacam-se dois trechos que enfatizam a relação da Geometria com a resolução de problemas. O primeiro, no qual Fonseca *et al.* (2002, p. 92), referendando Sherard III (1981), considera que o ensino de Geometria deve constituir-se em um "veículo para o desenvolvimento de habilidades e competências tais como a percepção espacial e a resolução de problemas (escolares ou não), uma vez que ela oferece aos alunos 'as oportunidades de olhar, comparar, medir, adivinhar, generalizar e abstrair'."

Em outro momento, a autora, ao relacionar a percepção da Geometria com o cotidiano dos alunos, afirma que

A construção, a manipulação e a exploração de situações-problemas que favorecessem o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir

---

<sup>42</sup> A autora não faz referência desta obra.

relações, foi a motivação para a aplicação de atividades que contemplassem, usando as palavras de Larossa Bondía (2002), a experiência. (RADAELLI, 2010, p. 32).

## **Habilidades Cognitivas**

A autora considera importante desenvolver habilidades cognitivas nos alunos dos AIEF. Para defender esse argumento, ela convoca autores que apresentam as diversas habilidades que os conteúdos geométricos podem favorecer na aprendizagem do aluno. Por exemplo, ao citar Sherard III (1981), *apud* Fonseca (2002, p. 92), ela afirma que a Geometria “oferece aos alunos 'as oportunidades de olhar, comparar, medir, adivinhar, generalizar e abstrair'." A autora também afirma que:

Acredita-se que trabalhar a Geometria numa nova perspectiva, procurando desenvolver o pensamento geométrico e, com isso, facilitar outros processos de aprendizagem, como leitura, escrita, percepção visual e raciocínio lógico, pode ser uma grande contribuição para o desenvolvimento de capacidades relacionais, comunicativas e de visão crítica sobre os fatos e fenômenos presentes no cotidiano. Essas capacidades poderão criar oportunidades de encontrar em nossas salas de aula alunos encorajados a se engajarem ativamente em situações novas, capazes de encontrar estratégias criativas para a resolução dos problemas propostos, sem medos ou receios. (RADAELLI, 2010, p.17).

Ainda referente às habilidades que a Geometria pode desenvolver, a dissertação apresenta algumas daquelas presentes nos PCN; ela (a Geometria) “possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (BRASIL, 1997, p. 122 *apud* RADAELLI, 2010, p. 21).

Com relação ao pensamento Geométrico, a pesquisadora afirma que:

Desenvolvendo o pensamento geométrico através da visualização do meio no qual a criança está inserida, estarão sendo elaboradas estruturas relacionais importantes para a elaboração de um sistema de propriedades geométricas. Tal capacidade fará com que o aluno reconheça formas, identificando as características e propriedades de uma figura a fim de conceituá-la. Dessa forma, a criança estará evoluindo e apropriando-se do segundo campo de problemas do eixo Espaço e Forma, que em termos usados por Smole (2000), amplia sua "linguagem do espaço" e adquire uma "linguagem geométrica".

Acreditando que, sendo a Geometria considerada "uma ferramenta para a compreensão, descrição e interrelação com o espaço em que vivemos" e que, se "por um lado, é, talvez, a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada à realidade." (FAINGUELERNT, 1999, p. 20), parte-se do conhecimento que a

criança tem acerca da percepção dos objetos tridimensionais, e atinge-se o terceiro campo do eixo. A composição e decomposição de figuras espaciais através da planificação e exploração de propriedades farão com que o aluno também passe a raciocinar geometricamente, aliando noções e conceitos, alicerçados em uma maior significação da representação geométrica. (RADAELLI, 2010, p. 22).

Nesse sentido, Radaelli (2010) adverte que excluir a Geometria no espaço escolar, “implicaria na perda de valiosas oportunidades de o aluno melhorar a organização lógica de seu pensamento, bem como sua organização espacial.” (RADAELLI, 2010, p. 23). A autora também relaciona algumas habilidades, como a abstração com a habilidade de representação e comunicação.

Durante a realização das atividades sugeridas pela prática pedagógica pôde-se perceber que os alunos identificavam e oralizavam as características concretas do objeto ou do fenômeno estudado, baseados na observação, e posteriormente evidenciavam capacidade de abstração. O raciocínio passava a ser aplicado a outras situações. Esse processo aproxima-se do pensamento de Vygotsky sobre as transições das estruturas de generalização proporcionadas pelas palavras e seus significados. (RADAELLI, 2010, p.76).

Com relação às habilidades de representação, a pesquisadora também analisa as concepções dos alunos por meio da representação dos conceitos expressos em diferentes formas, como desenho, gráficos, gráficos ou esquemas. Com isso ela afirma em sua pesquisa que:

O pensamento geométrico de um indivíduo inicia-se pela construção da noção de espaço pela criança, que se dá gradativamente, iniciando-se pela percepção de si mesma, e permeando pela percepção dela no mundo e no espaço ao seu redor para, posteriormente, abstrair para a sua representação. (RADAELLI, 2010, p.19).

A respeito da importância do aluno em buscar regularidades, Radaelli (2010), com base em Fonseca *et al.* (2002), afirma que esse é um dos objetivos do ensino de Geometria, juntamente com o desenvolvimento da capacidade de medir.

Tendo a Geometria inclusive caráter social, pode-se, ainda, refletir sobre outros objetivos de seu ensino nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Segundo Fonseca (2002), há dois objetivos básicos desse estudo na escola fundamental: o desenvolvimento da capacidade de medir e o desenvolvimento da capacidade de pesquisar regularidades. O primeiro, ligado à dimensão instrumental da Geometria, e o segundo à sua dimensão formativa, reportando a habilidades

básicas de percepção e classificação, alicerçando o exercício de quaisquer atividades que demande competências geométricas. (RADAELLI, 2010, p. 22-23).

Considerando a importância das habilidades visuais, a autora destaca como fundamental desenvolver a orientação espacial do aluno. Ao analisar a atividades dos seus alunos e com base e Fonseca *et al.* (2002), Radaelli (2010) afirma que

Dentre as diversas competências envolvidas no aprendizado da Geometria, é fundamental destacar o trabalho de orientação espacial. Um ponto relevante foi a forma como alguns alunos melhoraram a sua representação através do desenho, conseguindo ampliar muito satisfatoriamente a sua capacidade de passar da situação ou objeto para a representação plana. Fonseca (2002, p. 78) afirma "que é no exercício de observação das formas geométricas que constituem o espaço, e na descrição e comparação de suas diferenças, que as crianças vão construindo uma imagem mental, o que lhes possibilitará pensar no objeto na sua ausência" (RADAELLI, 2010, p. 76).

Para desenvolver as habilidades visuais a autora também propõe o trabalho com simetria, pois segundo ela a simetria propicia ao aluno a oportunidade de desenvolver a "observação, percepção de semelhanças e diferenças entre figuras, auxiliando o aperfeiçoamento em habilidades espaciais como a discriminação visual, a percepção de posição, constância da forma e tamanho." (RADAELLI, 2010, p. 60).

### **Pensamento Crítico**

A autora dessa pesquisa apresenta que a Geometria, segundo Pavanello<sup>43</sup> (1993, p. 17), pode "favorecer o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo dos alunos", uma vez que a Matemática, em particular a Geometria, "é mais do que somente ensinar técnicas, números e operações, faz-se necessário que nosso aluno seja estimulado a formular justificativas, argumentar, convencer e ser convencido." (RADAELLI, 2010, p.73).

Nesse sentido, Radaelli (2010) descreve a importância de trabalhar o pensamento crítico nas atividades que aplicou e analisou nos alunos de sua pesquisa.

---

<sup>43</sup> PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e conseqüências. Zetetiké, Campinas, São Paulo, ano 1, nº 1, p. 7-17, 1993.

Optar por trabalhar uma diversidade de situações gera angústia, inquietação e um sério trabalho de pesquisa. Contudo, a satisfação em ver um aluno mais crítico, investigativo, que procura questionar, observar e analisar com maior atenção e autonomia, é compensatório e motiva a continuar o trabalho de pesquisa, perseverando na busca de caminhos para um crescimento e possíveis soluções, com criatividade e raciocínio. (RADAELLI, 2010, p. 73).

### **Apreciação Estética**

A autora apenas descreve que os valores estéticos podem ser desenvolvidos nas aulas de Geometria, citando Fonseca *et al.* (2002).

Faz-se mister focalizar não apenas os conhecimentos de Geometria, estabelecidos por outrem, para que sejam ensinados a crianças e adultos que cursam a escola elementar, mas também aqueles conhecimentos de que dispomos incorporados à nossa cultura e que informam nossa percepção geométrica, os critérios com que estabelecemos categorias ou selecionamos procedimentos, nossa apreciação estética. (FONSECA *et al.*, 2002, p. 15 *apud* RADAELLI, 2010, p. 15-16).

Nota-se, também, que nas atividades aplicadas aos alunos a professora-pesquisadora procurou desenvolver essas habilidades:

A observação de obras de artes, que tiveram a Geometria usada como propósito dos artistas para expressar o máximo abstracionismo, rompendo com uma tradição da arte figurativa, deu origem a mais uma atividade em nossa sala de aula: a construção de mosaicos com a utilização de figuras geométricas planas. (RADAELLI, 2010, p. 63).

### **Criatividade**

Na pesquisa, a autora comenta que a Geometria pode desenvolver a criatividade. Segue o principal trecho no qual ela apresenta esse argumento: “o trabalho com a Geometria fez com que os alunos passassem a perceber a Matemática com uma sensibilidade maior, com um olhar mais suscetível a respostas particularmente criativas e originais”. (RADAELLI, 2010, p.72).

Não foi possível identificar a concepção de Radaelli (2010) sobre a importância da Geometria em outras áreas do conhecimento.

### 3.5 Quinta Pesquisa nº 17

A pesquisa de mestrado a seguir foi apresentada no Programa de Pós-Graduação em Educação Agrícola, no Instituto de Agronomia da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, no ano de 2008, pelo professor Armando Horta Dumont, cujo orientador foi o professor Dr. Marcelo Almeida Bairral. O autor da pesquisa informa no texto que é professor dos AIEF e graduado no curso de Licenciatura Curta em Ciências Físicas e Biológicas.

O título da dissertação é “Um estudo de caso sobre aspectos do conhecimento profissional de professoras que ensinam geometria em turmas de quarta série”. Os procedimentos de coleta de dados foram: diário de campo e questionários; observação e entrevistas com duas professoras do Ensino Fundamental, que trabalham em Escolas Municipais da cidade de São João Evangelista, Minas Gerais.

Para análise, Dumont (2008) utilizou os dados e as informações contidas nas anotações referentes às suas observações, nos questionários respondidos pelos sujeitos da pesquisa, nos documentos (planejamento de ensino, planos de aula e livro didático) e no diário de campo, onde foram evidenciados os temas geométricos organizando as informações nas seguintes categorias: 1) O ensino de Geometria; 2) Seleção, organização e desenvolvimento dos conteúdos geométricos; 3) Recursos utilizados pelas professoras para trabalhar o conteúdo Geometria.

A pesquisa teve como propósito investigar o seguinte problema: que aspectos (concepções curriculares e conceituais) do conhecimento profissional de duas professoras da Escola Municipal “Prefeito Alberto Pimenta” podem ser identificados e analisados em sua atuação com a Geometria?

Segundo o autor, o objetivo da dissertação foi identificar e analisar aspectos do conhecimento profissional, bem como as concepções das professoras quando ensinam Geometria em turmas de quarta série. Por meio da investigação, o autor ressalta que

a aprendizagem da geometria nas séries iniciais acontece com maior dinâmica tendo como suporte a observação e a manipulação de objetos. Outro ponto a ser destacado é que o conhecimento profissional das professoras em Geometria é oriundo das práticas pedagógicas desenvolvidas no dia-a-dia e, que mesmo com pouca experiência nessa área da matemática, as docentes, tendo o livro didático

como suporte didático principal, ousaram a implementar práticas mais inovadoras em geometria. (DUMONT, 2008, resumo<sup>44</sup>)

## **Currículo**

O autor apresenta a importância de ensinar Geometria no currículo, dando maior ênfase aos PCN e em como esses parâmetros argumentam em favor dessa importância. Dentre esses argumentos, destaca alguns aspectos: a relação do aluno com a geometria no cotidiano; as aplicações e avanços na própria Ciência Matemática; as habilidades que a geometria pode desenvolver, com o objetivo de levar “o aluno a falar e a escrever sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados”, e também “a importância da escola desenvolver um trabalho voltado para o favorecimento da percepção e da valorização da Geometria em consonância com as formas presentes na natureza e nas criações do homem.” (DUMONT, 2008, p. 30)

Contudo, Dumont (2008, p. 25) ressalta que apenas “nos últimos anos, observa-se uma tendência geral no sentido da revalorização da geometria nos programas de Matemática” e para isso ela destaca grupos e encontros internacionais organizados para discutir o ensino de Geometria

Desde a publicação dos Standards (NCTM,1995) para o currículo de matemática e, mais recentemente, dos (PCN) Brasil (1996), a geometria surge como um dos termos relevantes, depois de ter sido praticamente abandonada durante muito tempo, por influência do movimento da matemática moderna. (DUMONT, 2008, p.18).

Considerando a importância da Geometria, tanto por ela própria quanto pelo seu papel na pesquisa científica e nas relações sociais, além do declínio de seu papel no currículo escolar, o International Commission on Mathematical Instruction (ICMI, Itália, apud FAINGUELERNT, 1995, p. 23) considera que existe uma necessidade urgente de um estudo internacional. (DUMONT, 2008, p.10).

## **História**

O autor não apresenta muitos argumentos sobre a importância da história da Geometria na humanidade; baseado em Miguel e Miorim<sup>45</sup> (1986), Dumont (2008), afirma que:

---

<sup>44</sup> A página do resumo não apresenta numeração

<sup>45</sup> MIGUEL, A & MIORIM, M. A. O ensino de Matemática no 1º grau. São Paulo: Atual, 1986.

O mundo em que vivemos é quase espontaneamente geométrico e não foi por acaso que a Geometria se tornou o primeiro corpo de conhecimento a se organizar historicamente num sistema ordenado e coerente de idéias a respeito do mundo (DUMONT, 2008, p. 7).

Ainda no sentido da Geometria estar presente no mundo físico, Dumont (2008) continua argumentando, desta vez de acordo com Kaleff<sup>46</sup> (1994), que a Geometria influenciou a forma de pensar em diversas áreas das Ciências:

A Geometria Euclidiana tornou-se o modelo descritivo do Universo físico da Antiguidade e sua forma de apresentação e encaminhamento lógicos, a qual denominamos método axiomático dedutivo e se tornou o modelo lógico-filosófico da cultura ocidental.

Apesar de alguns questionamentos, estes modelos perduraram até o século XX, influenciando a longa história evolutiva do conhecimento ocidental, levando ao aparecimento das Geometrias não-Euclidianas, que embasaram os conhecimentos da Física Relativista e revolucionaram as Ciências. (DUMONT, 2008, p. 8).

### **Outras áreas do conhecimento**

O autor estabelece a importância da Geometria para outras áreas do conhecimento; ainda com base em Kalleff (1994), ele diz que:

Durante séculos, a Geometria foi ensinada na sua forma lógico-dedutiva, quando os alunos quase sempre recorriam à memorização para enfrentar as dificuldades lógicas apresentadas pelo método dedutivo. Mesmo assim, a Geometria formava a base das Ciências Exatas, da Engenharia, da Arquitetura e do desenvolvimento tecnológico. (DUMONT, 2008, p. 8).

Ainda citando a mesma autora, Dumont (2008) afirma que um dos objetivos de ensinar geometria, segundo Kaleff (1994, p. 20- 21) é:

Desenvolver no aluno a capacidade de ler e interpretar argumentos matemáticos, utilizando a Geometria como meio para representar conceitos e as relações matemáticas;

Proporcionar ao aluno meio de estabelecer o conhecimento necessário para auxiliá-lo no estudo de outros ramos da Matemática e de outras disciplinas, visando uma interdisciplinaridade dinâmica e efetiva. (DUMONT, 2008, p.10).

---

<sup>46</sup> KALEFF, Ana Maria. Tomando o ensino da Geometria em nossas mãos. A Educação Matemática em Revista – O ensino da matemática no 1º grau – SBEM, Blumenau-SC, nº 2, p.19-25, 1º sem. 1994.

O autor adverte também, citando Lorenzato<sup>47</sup> (1995, p. 5), que caso não se desenvolva o pensamento geométrico dos alunos, estes “não poderão se utilizar da Geometria como fator facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento humano”.

### **Natureza**

O autor mostra apenas que os PCN estabelecem a importância de relacionar a Geometria com a natureza, e também em um parágrafo ressalta essa importância citando Miguel e Miorim (1986). “É notável a variedade de formas geométricas que os organismos vivos nos apresentam” (MIGUEL e MIORIM, 1986, p. 66).

E continua estabelecendo essa importância afirmando que

Pode-se constatar a presença da Geometria no domínio da natureza. Assim, a natureza que nos rodeia é uma ótima alternativa para trabalhar conteúdos matemáticos de forma prática, pois podemos encontrar nela uma grande variedade de padrões geométricos. (DUMONT, 2008, p. 7).

### **Cotidiano**

O autor considera a importância da relação geometria e cotidiano. Para isso, ele utiliza Fainguelert<sup>48</sup> (1999) para afirmar que a Geometria deve ser considerada como “uma ferramenta para compreender, descrever e interagir com o espaço em que vivemos; é, talvez, a parte da matemática mais intuitiva, concreta e real.” (DUMONT, 2008, p.25)

O pesquisador continua estabelecendo essa importância, destacando a importância que os PCN dão para a presença da Geometria no cotidiano do aluno

A Geometria é um campo da matemática que visa a criar uma abstração de um mundo que faz parte de nossa realidade. Os parâmetros Curriculares Nacionais sinalizam a importância de se trabalhar com a Matemática, em sala de aula, sob dois aspectos: 1- as aplicações no cotidiano; 2- as aplicações e avanços na própria Ciência Matemática.

Outras razões justificam tal decisão: existem algumas tendências pedagógicas e ou orientações como a dos PCN (1996) que sinalizam a importância de se trabalhar o ensino de Geometria a partir das figuras tridimensionais e que se

---

<sup>47</sup> LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? SBEM/SP - Educação Matemática em Revista, v. 4, p. 3-13, 1995.

<sup>48</sup> FAINGUELERNET, E. K.. Educação matemática: representação e construçãoem geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

introduzam a partir delas o estudo das figuras geométricas planas. Esta tendência se justifica pelo fato de os sólidos geométricos comuns estarem presentes e mais próximos, compondo o ambiente da vida cotidiana como: na natureza, nas construções e nos objetos que usamos. (DUMONT, 2008, p. 34).

Por fim, Dumont (2008) cita alguns exemplos nos quais a Geometria está presente no cotidiano das pessoas e ressalta assim sua importância:

Pesquisas no campo da geometria ressaltam que o estudo das formas geométricas espaciais é de extrema importância, pois vivemos em um mundo onde as fontes de informações utilizam predominantemente as imagens (cinema, televisão, painéis e outdoor). Como a maioria dos objetos que fazem parte de nosso mundo físico é tridimensional não podemos limitar o estudo de Geometria ao contexto das figuras geométricas planas. (DUMONT, 2008, p. 34).

### **Afetividade**

O autor apresenta apenas dois trechos sobre este aspecto. O primeiro, citando Lorenzato (1995), mostra que se o aluno não tiver a oportunidade de conhecer a Geometria, ele não conhecerá a beleza que essa disciplina possui.

No segundo trecho, Dumont (2008) mostra como as atividades geométricas envolvem e motivam os alunos a aprender Geometria.

Nesta rápida reflexão, a professora fala um pouco de suas estratégias para trabalhar o conteúdo de Geometria. Ela busca a todo o momento levar em consideração o conhecimento do aluno. Procura também envolver os alunos através de brincadeiras, jogos, desenhos, construções com dobraduras, recortes e colagem. Utilizando estas estratégias observa que os alunos demonstram um envolvimento, uma alegria e um ótimo relacionamento com os colegas, algo que devemos levar em consideração, pois a interação, a troca de idéias entre os colegas dentro do processo de ensino-aprendizagem é fundamental para o enriquecimento do trabalho do professor e ao mesmo tempo dos alunos. (DUMONT, 2008, p. 29)

### **Resolução de Problemas**

Na dissertação existe apenas um trecho no qual o autor, citando Pavanello<sup>49</sup> (1993), afirma que a Geometria

---

<sup>49</sup> PAVANELLO, R.M.; ANDRADE, R. N. Grave de. Formar professores para ensinar Geometria: um desafio para as licenciaturas em Matemática. Educação Matemática em Revista, São Paulo, v. 9, n. 11A – Edição Especial, p.78-87, abr. 2002.

oferece um vasto campo de idéias e métodos de muito valor quando se trata do desenvolvimento de habilidades e competências tais como a percepção espacial e a resolução de problemas, uma vez que ela oferece aos alunos oportunidade de compreender o mundo onde esta inserido. (PAVANELLO, 1993, p.17 *apud* DUMONT, 2008, p.7).

## **Habilidades Cognitivas**

Sobre esse aspecto, o pesquisador menciona várias habilidades que a Geometria pode desenvolver, destacando primeiro as habilidades de visualização. Ao relacionar essas habilidades com o cotidiano, Dumont (2008) afirma que:

a Geometria nasceu das necessidades e da observação de aspectos do cotidiano do homem. Ensiná-la é proporcionar ao aluno descobrir relações e adquirir um sentido espacial ao construir, desenhar, medir, visualizar, comparar e classificar figuras geométricas. Estas são habilidades que adquirimos fazendo uso de nossa imaginação para compor as imagens visuais e mentais dos objetos que nos rodeiam (DUMONT, 2008, p.1).

A importância de desenvolvê-la na escola é ressaltada por várias causas. Uma delas, segundo Lorenzato (1995, p. 5), é que, “sem estudar Geometria, os alunos acabam por não desenvolver bem o pensamento geométrico e o raciocínio visual e, sem essa habilidade, eles terão dificuldades para resolver situações de vida que forem geometrizadas”. (DUMONT, 2008, p. 7).

O autor também apresenta a importância das habilidades visuais citando os objetivos para ensinar Geometria segundo Kaleff (1994, p.20-21), que diz que o ensino de Geometria deve “induzir no aluno o entendimento de aspectos espaciais do mundo físico e desenvolver sua intuição e seu raciocínio espacial”. Dumont (2008) também cita Kallef (1994) para se referir às habilidades de lógica. “Desenvolver no aluno habilidades que favoreçam a construção do seu pensamento lógico, preparando-o para os estudos mais avançados em outros níveis de escolaridade.” (DUMONT, 2008, p.10).

Ainda nas habilidades de visualização, Dumont (2008) continua argumentando sobre a importância dessas habilidades, citando outros autores

Para alguns autores como Alsina, Burguês e Fortuny (*apud* NACARATO e PASSOS, 2003, p. 78) “o estímulo visual (modelos concretos, desenhos, dobraduras, imagens na tela do computador) é o meio que faz avançar o processo de construção de imagens mentais”. Com relação às habilidades de visualização, Gutiérrez (*apud* NACARATO e PASSOS, 2003, p. 79) julga essenciais para desenvolver os processos necessários para resolver problemas

de natureza geométrica tais como problemas de simetria, de congruência e de semelhança. (DUMONT, 2008, p. 44).

Apresenta também a importância que os PCN atribuem à coordenação visual motora, orientando que, desde o início da escolarização, o ensino de Geometria deve oportunizar à criança construir um sistema de coordenadas relativas ao seu próprio corpo. Na dissertação aparecem ainda outras habilidades que esse documento considera como relevantes, como as de representação e comunicação.

No bloco Espaço e Forma, o estudo dos conceitos geométricos constitui parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, visto que através dele o aluno desenvolve a compreensão do mundo em que vive, aprendendo a descrevê-lo, representá-lo e a se localizar nele, contribuindo também para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças e a identificar regularidades. (DUMONT, 2008, p. 42).

Utilizando esses parâmetros (BRASIL<sup>50</sup>, 1997, p. 19), o autor da pesquisa analisada afirma que “nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a falar e a escrever sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados”. (DUMONT, 2008, p. 7).

### **Pensamento Crítico**

Com relação a esse aspecto, Dumont (2008) apenas cita Pavanello (1993, p.17), que diz que a Geometria oferece “a oportunidade de compreender o mundo onde está inserido. Tais oportunidades podem, ainda, favorecer o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo nos alunos”

Não foi possível identificar a concepção de Dumont (2008) sobre a importância da Geometria no desenvolvimento da apreciação estética e da criatividade do aluno.

---

<sup>50</sup> BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacional matemática: ensino de primeira à quarta série. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142 p. v. 2

### 3.6 Sexta Pesquisa: nº 39

A sexta pesquisa selecionada para esta análise foi uma dissertação defendida pela professora Patrícia Terezinha Cândido, sob a orientação da professora Dra. Luiza Helena da Silva Christov, em 2011, no Programa de Pós-Graduação em Artes da Universidade Estadual Paulista - “Júlio de Mesquita Filho”. A autora da pesquisa é formada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) e também cursou o Centro Específico de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério (CEFAM).

O título da pesquisa é: “Olhares que pensam e sentem: arte e mediação cultural na aula de geometria”. Por defender sua dissertação em um programa de Pós-Graduação em Artes, Cândido (2011) apresenta um enfoque diferenciado daquele das pesquisas até aqui analisadas, uma vez que seu olhar para a Geometria possui diversas concepções referentes ao ensino de artes. Esse olhar diferente sobre Geometria evidencia-se no seguinte trecho.

Para mim, fica cada vez mais claro que aprender e ensinar geometria, não é simplesmente buscar o ensino das formas e suas propriedades. Vejo com mais clareza a geometria como o estudo do espaço no qual o sujeito da aprendizagem vive, respira e se move e que deve aprender a conhecer, explorar, conquistar e ordenar cada vez mais e melhor. (CÂNDIDO, 2011, p. 228).

A pesquisa se caracteriza como qualitativa e os dados foram obtidos por meio de três instrumentos: a observação das aulas dadas pelos professores envolvidos na pesquisa; a análise de documentos por meio dos relatórios das aulas elaborados pelos mesmos professores e os diários produzidos para os encontros de formação em arte.

Com isso, a autora procurou investigar: como a didática do professor no ensino da geometria dá sinais de aproximação com o ensino da arte? Nesse sentido, o objetivo da pesquisa foi buscar reflexões acerca da complexidade do olhar, da natureza do objeto e das possibilidades e limites não só destes alunos fruidores, mas também do mediador.

Por meio de questionários, diário de campo, depoimentos escritos e entrevistas com professoras que trabalhavam em uma escola em Uruguaiana, estado do Rio Grande do Sul, Cândido (2011) investigou como a formação de um grupo de estudos se constitui numa possibilidade de formação continuada de professoras dos anos iniciais na área do ensino da Geometria. A pesquisa teve também como objetivo investigar quais as

compreensões das professoras sobre os conteúdos de Geometria que consideram importantes para trabalhar nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Ao final, a pesquisadora apresenta alguns pontos necessários ao trabalho do professor para que haja aproximação entre as disciplinas de Geometria e Artes:

Reconhecer que a mediação cultural faz parte do processo de ensinar e aprender arte; - a forma para alcançar a aprendizagem da arte e da geometria em todas as suas concepções baseia-se problematização constante, incentivando o aluno a refletir, pensar por si mesmo, persistir; - a concepção de ensino e aprendizagem; - o conhecimento dos pressupostos de ensino de arte e de geometria, assim como conhecer arte e geometria. (CÂNDIDO, 2011, p. 221).

### **História**

A autora aborda a presença da Geometria na história da humanidade, considerando principalmente a relação Geometria e Arte. Nesse aspecto, ela se baseia em Eco<sup>51</sup> (2004, p. 61) para afirmar que ao

olhar para a geometria no contexto histórico, podemos lembrar que o estudo integrado entre arte e matemática é muito antigo; Pitágoras, por exemplo, no ambiente de sua escola, por volta do século VI aC., já investigava a visão estético-matemática do universo: “todas as coisas existem porque refletem uma ordem e são ordenadas porque nelas se realizam leis matemáticas que são ao mesmo tempo condição de existência e de beleza.” (CÂNDIDO, 2011, p. 54).

Cândido (2011) prossegue, agora citando que o “Renascimento, movimento que surgiu na Itália, criou uma renovação cultural e artística que enfatizou ainda mais as ligações entre a arte e a matemática”. Ela destaca o alemão Albrecht Durer (1471 – 1528) e sua obra “Melancolia”, na qual nota-se “explicitamente a presença de elementos geométricos (poliedros e esferas), aritméticos (o quadrado mágico de quatro células) e elementos de caráter espacial (concepção e representação de um espaço).” (CÂNDIDO, 2011, p. 54).

Ainda em relação a esse período, Cândido (2011) destaca a presença das formas geométricas espaciais nas obras de Piero della Francesca, Luca Pacioli e de Leonardo da Vinci.

---

<sup>51</sup> ECO, U. História da Beleza. Rio de Janeiro: Record, 2004.

Diversos artistas e matemáticos se interessaram pelo estudo e representação dos poliedros. Segundo Veloso: Cerca do ano 1480, Piero della Francesca, um dos mais famosos pintores desse período e criador da teoria da perspectiva, escreveu um tratado sobre os cinco sólidos regulares, chamado *Libellus de cinque corporibus regularibus*. [...] Num outro livro de Pacioli, *De divina proportione*, editado em Florença em 1509, aparecem desenhos de poliedros, em particular arquimedianos, da autoria de Leonardo da Vinci. (VELOSO<sup>52</sup>, 1998, p. 239 *apud* CÂNDIDO, 2011, p.54-55).

Dos desenhos de Leonardo da Vinci (1452 -1519) para Luca Pacioli (frade franciscano, 1445-1509), um que ficou notável é o chamado de Politédrico. O termo *Ycocedron Abscisus* na placa título significa Icosaedro truncado; os desenhos salientam a estrutura dos poliedros, representando apenas as suas arestas e vértices. (CÂNDIDO, 2011, p. 55).

A autora também mostra a presença dos sólidos espaciais nas obras do pintor francês Paul Cézanne (1839 – 1906), o qual considerava que as formas geométricas mais frequentes na natureza eram o cilindro, a esfera e o cone. Ela também relata a importância desse pintor para as obras do espanhol Pablo Picasso (1881 – 1973) e do francês Georges Braque (1882–1963).

O espanhol Pablo Picasso (1881-1973) dizia que Cézanne era seu único mestre, o pai de todos. Picasso e o francês Georges Braque (1882–1963) expandindo ideias de Cézanne desenvolvem uma arte abstrata, isto é, uma arte não figurativa usando planos e volumes – nascia o cubismo. O Cubismo deixava de lado a questão do ponto de vista único, buscando novas maneiras de representação de objetos vistos sob diferentes ângulos em uma mesma superfície plana. A sua proposta centrava-se na liberdade que o artista deveria ter para decompor e recompor a realidade a partir de elementos geométricos. (CÂNDIDO, 2011, p. 58-59).

Outro autor que usa entes geométricos em suas obras é o holandês Piet Mondrian (1872 - 1944), que em 1918 deu início a uma série de trabalhos conhecidos pelos seus “quadrados coloridos, agrupados assimetricamente, os blocos segmentados de linhas retas (verticais e horizontais) e cores primárias, feitos com traços firmes e precisos”. (CÂNDIDO, 2011, p. 59-60).

Cândido (2011) destaca, ainda, o conceito de Suprematismo, “nome dado pelo pintor russo Malevitch à abstração geométrica, em 1913, em manifesto assinado por ele

---

<sup>52</sup> VELOSO, E. Geometria: temas actuais - materiais para professores. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998.

e pelo poeta Maiakovski em 1915, o qual defendia a supremacia da sensibilidade sobre o objeto e sobre os elementos da natureza.” (CÂNDIDO, 2011, p. 61).

As obras suprematistas “eram elaboradas a partir das figuras geométricas: quadrado, retângulo, triângulo e círculo e, ainda, a partir da forma da cruz. Foi Kazimir Malevitch (1878-1935), pintor russo, fundador da corrente suprematista, que levou o abstracionismo geométrico à simplicidade extrema.” (CÂNDIDO, 2011, p.61).

Para a autora, Kazimir foi:

o primeiro artista a usar elementos geométricos abstratos. Procurou sempre elaborar composições puras e cerebrais, destituídas de toda sensualidade. O "Quadrado negro sobre fundo branco" constituiu uma ruptura radical com a arte da época. Pintado entre 1913 e 1915, compõe-se apenas de dois quadrados, um dentro do outro, com os lados paralelos aos da tela. A problemática dessa composição seria novamente abordada no "Quadro branco sobre fundo branco" (1918), hoje no Museu de Arte Moderna de Nova York. Afirmava que as aparências exteriores da natureza não tinham para ele nenhum interesse, o essencial era a sensibilidade, livre das impurezas que envolviam a representação do objeto, mais do que isso, que envolviam a própria percepção do objeto. (CÂNDIDO, 2011, p. 61).

Ainda referente uma arte geométrica abstrata, Cândido (2011) cita Victor Vasarely (1908-1997), cujos trabalhos são “essencialmente geométricos, policromáticos, multidimensionais, totalmente abstratos e intimamente ligados às ciências”, e Arcangelo Ianelli (1922-2009). Arcangelo foi pintor, escultor, ilustrador e desenhista. Por volta dos anos 1970, este artista empregou “retângulos e quadrados, que em suas obras se apresentam como planos superpostos e interpenetrados.” (CÂNDIDO, 2011, p. 63).

Por fim, ela destaca alguns autores do século XX, como Maurits Cornelius Escher (1898- 1972), e artistas brasileiros como César Romero, Franz Weissman, Amílcar de Castro, os quais expressam em suas obras

notável combinação de sensibilidades e precisão técnica; a chave para os surpreendentes efeitos nessas produções foi a geometria. Em seus trabalhos, eles demonstram um grande domínio dos princípios fundamentais dessa área e uma poderosa intuição na compreensão das relações espaciais. (CÂNDIDO, 2011, p. 63).

Diante desse panorama que relaciona arte, história e Geometria, Cândido (2011, p.115 - 116) afirma que “a geometria e a arte se vinculam ao longo da história de seu

desenvolvimento, processam-se e se completam, uma influência, interage e determina a outra”.

### **Outras áreas do conhecimento**

Como a dissertação aborda a aproximação entre Arte e Geometria, a autora enfatiza principalmente esse aspecto, considerando que arte e geometria têm “muito mais em comum do que pontos de divergência, podendo se auxiliar mutuamente em questões educacionais de ensino e aprendizagem, levantando questões e não necessariamente respondendo perguntas”. (CÂNDIDO, 2011, p. 24).

Ela continua afirmando que “a geometria e a arte se complementam neste sentido, apreciar uma obra de arte possibilita uma infinidade de interpretações, assim como uma situação problema pode ter mais de uma resolução.” (CÂNDIDO, 2011, p.117).

Ela faz críticas com relação à forma como está sendo utilizada a arte nas aulas de Geometria e afirma: “minha hipótese, nesse caso, é a de que a arte tem sido utilizada como pretexto para se ensinar geometria e não como recurso que favorece conexões e auxilia a aprendizagem de conceitos de forma menos estanque”. (CÂNDIDO, 2011, p. 24).

Nesse sentido, com base em Smole<sup>53</sup> (2000), a pesquisadora afirmar que se o ensino da geometria fosse além do reconhecimento e nomeação das formas básicas, esta forma de trabalho na matemática poderia ser “uma porta de entrada para o ensino da arte, ou seja, a geometria auxiliando em tarefas relacionadas a essa outra área do conhecimento.” (CÂNDIDO, 2011, p.78)

### **Cotidiano**

Na dissertação aparecem apenas alguns trechos nos quais Cândido (2011) mostra a Geometria presente no cotidiano e sua importância. Em um deles, cita Hans Freudenthal (1980), que diz que

Geometria é compreender o espaço em que a criança vive, respira e se move. O espaço que a criança deve aprender a conhecer, explorar e conquistar, de modo

---

<sup>53</sup> SMOLE, K. C. S. A Matemática na Educação Infantil: A teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

a poder aí viver, respirar e mover-se melhor. (Hans Freudenthal, 1980, *apud* Veloso, E., 1998, p. 15 *apud* CÂNDIDO, 2011, p. 75).

Ela exemplifica isso em um trecho da análise de um dos professores investigados na pesquisa.

As explorações envolvendo o corpo para percepção das propriedades geométricas do círculo deram indícios de um olhar para o conhecimento que o aluno traz ao escrever que quando o aluno chega à escola ele traz muitas noções de espaço, porque suas primeiras vivências no mundo são, em grande parte, de caráter espacial. Esse registro do professor H desvela que ela considera o processo de aprendizagem de geometria pelo aluno, sabendo que este primeiro se encontra com o mundo e dele faz explorações para, posterior e progressivamente, ir criando formas de representação desse mundo: imagens, desenhos, linguagem verbal. (CÂNDIDO, 2011, p. 224).

### **Afetividade**

Sobre esse aspecto, Cândido (2011) apenas relata, ao citar Machado<sup>54</sup> (1990), que o ensino de Geometria deve permitir “a apreciação da beleza e o encantamento de construir, representar e criar formas geométricas” por meio de “uma proposta que irá envolver os alunos em um ambiente desafiador, repleto de imagens e objetos, reproduções de obras de arte e, até mesmo, de ilustrações dos livros de literatura infantil”. (MACHADO, 1990, p. 48 *apud* CÂNDIDO, 2011, p.91).

### **Resolução de problemas**

Em relação a esse eixo, a pesquisadora apenas cita que o conhecimento do espaço onde a criança vive, a capacidade de lê-lo pode “servir ao indivíduo para uma variedade de finalidades e constituir-se em uma ferramenta útil ao pensamento tanto para captar informações quanto para formular e resolver problemas.” (CÂNDIDO, 2011, p. 76).

---

<sup>54</sup> MACHADO, N. J. Matemática e língua materna: uma impregnação essencial. São Paulo: Cortez, 1990.

## Habilidades Cognitivas

A autora também utiliza as cinco habilidades geométricas: visuais, verbais, de desenho, lógicas e aplicadas, descritas por Allan Hoffer<sup>55</sup> (1981), para demonstrar a importância das habilidades cognitivas que o ensino de geometria pode desenvolver, como também as classificações descritas por Van Hiele<sup>56</sup> (1957), as quais são divididas em três estruturas: perceptiva, linguística e lógica,

Primeiro se produz uma estruturação do campo perceptivo; - em segundo, a estruturação do campo perceptivo se une a distintas palavras; - em terceiro, o processo mental em relação às figuras se desenvolve cada vez mais no terreno verbal, ou seja, a estruturação perceptiva se converte paulatinamente em estruturação linguística; - no quarto e último momento, assume-se determinada autonomia na estruturação linguística. (CÂNDIDO, 2011, p. 79).

Com respeito à estruturação perceptiva, mais relacionada com a percepção espacial, com base em Smole (2000), Cândido (2011) afirma que

As crianças estão naturalmente envolvidas em tarefas de exploração do espaço e enquanto se movem nele e interagem com objetos, adquirem muitas noções intuitivas que constituirão as bases da sua competência espacial.

Para Smole (2000), a competência espacial focaliza a capacidade de o indivíduo transformar objetos dentro do seu meio e orientar-se em meio a um mundo de objetos no espaço. Ligadas a essa competência de ser, ler e estar no espaço, há as capacidades de perceber o mundo visual com precisão, efetuar transformações e modificações acerca das percepções iniciais e ser capaz de recriar aspectos da experiência visual mesmo na ausência de estímulos físicos relevantes.

O conhecimento do seu próprio espaço e a capacidade de ler esse espaço pode servir a um indivíduo para uma variedade de finalidades em especial e constituir-se em uma ferramenta útil ao pensamento tanto para captar informações quanto para formular e resolver problemas.

Assim, a geometria, como o estudo de figuras, formas e de relações espaciais oferece uma das melhores oportunidades para relacionar a matemática ao desenvolvimento da competência espacial nos alunos. Diante dessas considerações a respeito da abordagem da geometria na escola, acredito que seria interessante buscar orientações teóricas acerca do tipo de geometria que pode ser explorada na escola, a fim de desenvolver a competência espacial das crianças. (CÂNDIDO, 2011, p. 76-77).

---

<sup>55</sup> HOFFER, A. Geometria é mais que prova. Tradução de Antonio Carlos Brolezzi. *Mathematics Teacher*, NCTM, v.74, p.11-18, jan. 1981.

<sup>56</sup> VAN HIELE, P.M. El problema de La comprensión: en conexión com La comprensión de los escolares em el aprendizaje de La geometria. Tese apresentada para obtenção do grau de Doutor em Matemática e Ciências Naturais na Universidade Real de Utrecht em 4 de julho de 1957.

Ainda referenciando Smole (2000), Cândido (2011) afirma que o ensino de geometria deve desenvolver a organização do esquema corporal, a orientação e percepção espacial e o desenvolvimento de noções geométricas. E a união desses três componentes “levaria a um processo cognitivo pelo qual a representação mental dos objetos espaciais, as relações entre eles e as transformações por eles sofridas seriam construídas e manipuladas.” (CÂNDIDO, 2011, p.77).

Esse pensamento desenvolveria habilidades tais como discriminação visual, memória visual, percepção de relações espaciais que são importantes não apenas para desenvolver as capacidades espaciais e geométricas das crianças, mas também para auxiliá-las em tarefas relacionadas à arte, à música, à matemática mesmo, à leitura de mapas e ao desenvolvimento da leitura e da escrita. (SMOLE, 2000, p.107 *apud* CÂNDIDO, 2011, p.77).

Por outro lado, Cândido (2011, p. 78) afirma que aprender geometria e sua linguagem envolve também habilidades geométricas de representação e comunicação, “como a leitura, interpretação e produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características desse aspecto do conhecimento matemático.”

Com relação às habilidades de comunicação, ela também ressalta que:

A tarefa do ensino da geometria é ampliar tanto quanto possível essa linguagem, usando situações de aprendizagem que permitam ao aluno tanto relacionar cada palavra a seus significados, quanto perceber e descrever seus deslocamentos no espaço. Por meio de atividades de deslocamentos, orientações e localização espacial que as crianças vão adquirindo noções espaciais e desenvolvendo um vocabulário correspondente a elas: entre, direita, esquerda, em frente, acima, abaixo, ao lado, entre outros. (CÂNDIDO, 2011, p. 88).

Ainda sobre a importância da linguagem geométrica, a autora cita Crowley<sup>57</sup> (1994) e afirma que “a verbalização exige que os alunos articulem conscientemente ideias que, de outro modo, poderiam ser vagas e incompletas. Ela serve também para revelar ideias imaturas ou concebidas erroneamente (Crowley 1994, p.17), sugerindo que:

De início, as crianças deveriam ser estimuladas a expressar o que entendem de geometria com termos próprios – “canto” ou “esquina” para ângulo, “inclinação” para os lados de um paralelogramo, “reto” para retas paralelas. Porém, gradualmente, elas deveriam ser iniciadas na terminologia padronizada e

---

<sup>57</sup> CROWLEY, M.L. “O modelo van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico”. In: LINDQUIST, N. M.; SHULTE, A P. (orgs.). *Aprendendo e ensinando Geometria*. São Paulo: Atual Editora, 1994.

estimuladas a usá-las com rigor. O fato de uma criança usar determinada palavra não significa que ela atribua a essa palavra o mesmo significado que seu ouvinte (Crowley 1994, p.17 *apud* CÂNDIDO, 2011, p.88-89).

A tarefa do ensino de geometria nesse caso é fazer a criança ter acesso a sua linguagem específica, o que se consegue não pela supressão dos termos criados e utilizados pela criança, mas por meio de um falar correto do professor enquanto discute, ou expõe, uma proposta para os alunos. Assim, a criança diz bolinha ou redondinho, quando se refere ao círculo; o professor respeita esse dizer, mas, ao referir-se à figura, diz círculo. (CÂNDIDO, 2011, p. 89).

Por fim, Cândido (2011) menciona as orientações de Pierre van Hiele, as quais indicam que as aulas de geometria devem conter exposição, inquirição e debate, pois a linguagem é mediadora e reveladora do pensamento.

Com relação ao pensamento geométrico, ou habilidades de lógica, a autora também utiliza os níveis de van Hiele (visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor)

Esses níveis auxiliam na organização do ensino e planejamento de estratégias didáticas que viabilizam a aprendizagem. Isto não significa testar os alunos a fim de classificá-los, mas de organizar o ensino de maneira mais eficiente e objetiva, pois dessa maneira o planejamento parte dos conhecimentos adquiridos pelas crianças em vivências geométricas anteriores, sem correr o risco de estagnar o desenvolvimento do conhecimento delas.

Desse modo, a tarefa da escola é fazer o aluno progredir dentro dos níveis van Hiele e, portanto, aliado a um trabalho de investigar, explorar, comparar e manipular situações corporais e geométricas, é preciso que haja um constante processo de discussão e registro das observações feitas, das conclusões tiradas e das formas que são transformadas, imaginadas e construídas. Assim, os alunos poderão avançar em seu conhecimento geométrico, visto que esse é o papel da mediação. (CÂNDIDO, 2011, p. 82).

Ao final, a pesquisadora relaciona os níveis de van Hiele com as habilidades de comunicação, ao afirmar que “a linguagem acompanha os níveis de pensamento, ela é reveladora, pois os sujeitos da aprendizagem se expressam no nível no qual se encontram, quando avançam no nível, avançam na linguagem”. (CÂNDIDO, 2011, p. 88).

### **Apreciação Estética**

A autora, com relação a esse aspecto, sugere que as aulas de Geometria “prevendo situações que levam o sujeito a ter experiências estéticas possa ser uma porta

de entrada em parceria com a arte para que os alunos não fiquem indiferentes ao propósito.” (CÂNDIDO, 2011, p. 83); nesse sentido, ela afirma que

Mais do que falar de conteúdo, as aulas de arte e geometria podem fazer com que o aluno estabeleça relações entre o mundo e a maneira como o homem o percebe ao longo do tempo. Por isso é interessante mostrar obras produzidas em diferentes períodos, mas que tratem do mesmo assunto. Lidar com arte é construir um olhar cada vez mais sensível e crítico para perceber como os elementos estéticos trazem significados diversos. Trazer à tona o imaginário, a ousadia, sair pelo mundo atrás de coisas diferentes e respeitar o tempo do aluno: Basta observar historicamente a utilização de números, proporções, simetria, ilusão de óptica, geometria projetiva, perspectiva linear e razão áurea em expressões artísticas de diferentes linguagens como exemplos que evidenciam o uso intuitivo ou intencional de conceitos matemáticos por artesãos e artistas, na busca do equilíbrio e da harmonia estética, ao produzirem suas obras. (CÂNDIDO, 2011, p.115)

Ela também aborda a estética do raciocínio em seu trabalho, ao fazer uma “reflexão sobre a presença da matemática em linguagens artísticas, como nas poesias, por exemplo, ou nas pinturas dos concretistas brasileiros e na produção artística contemporânea que utiliza novas tecnologias.” (CÂNDIDO, 2011, p.158).

Não foi possível identificar a concepção de Cândido (2011) sobre a importância da Geometria na natureza e no desenvolvimento pensamento crítico e da criatividade do aluno.

## CAPÍTULO 4 – A TESSITURA DAS RAZÕES PARA ENSINAR GEOMETRIA

Após a análise das 6 pesquisas com o tema Geometria nos AIEF, neste capítulo nos propomos a fazer a meta-análise do material selecionado e apresentado no capítulo anterior, bem como apresentar nossas conclusões obtidas por meio do confronto entre as razões que os autores apresentam das importância de ensinar Geometria, de modo a produzirmos novos resultados. Foram utilizados os onze eixos para auxiliar a meta-análise, com objetivo de classificar a importância de ensinar Geometria nos AIEF dentro de cada aspecto. Contudo, os eixos se relacionam, produzindo também outras conclusões. Segue um quadro que identifica os eixos apresentados em cada pesquisa.

<b>Eixos</b>	<b>1ª</b>	<b>2ª</b>	<b>3ª</b>	<b>4ª</b>	<b>5ª</b>	<b>6ª</b>
Currículo	X	X	X	X	X	
História	X	X		X	X	X
Outras Áreas do Conhecimento	X	X		X	X	X
Natureza			X	X	X	
Cotidiano	X	X	X	X	X	X
Afetividade	X	X	X	X	X	X
Resolução de Problemas	X	X	X	X	X	X
Habilidade Cognitivas	X	X	X	X	X	X
Pensamento Crítico	X		X	X	X	
Apreciação Estética	X			X		X
Criatividade	X	X		X		

Por meio dessa tabela, é possível identificar que cinco eixos (cotidiano, habilidades cognitivas, afetividade e resolução de problemas) aparecem em todas as pesquisas. Contudo, apesar do eixo “resolução de problemas” constar em todas as pesquisas analisadas, sua importância para o ensino da Geometria não é abordada profundamente.

Os eixos que menos aparecem são a presença da Geometria na natureza e o desenvolvimento da criatividade e da apreciação estética. Além de aparecer em apenas três pesquisas, esses eixos foram pouco explorados, exceto o eixo apreciação estética, que na sexta pesquisa recebe uma análise interessante.

Para melhor analisar esses dados, fizemos uma síntese do material levantado, mostrando o que os autores apresentam em cada um dos onze eixos.

Iniciando com o eixo **currículo**, nas pesquisas analisadas, dentre os documentos oficiais existentes, merece destaque especial o fato dos PCN estarem presentes em todas as pesquisas. Nesse sentido, verificamos sua importância para o direcionamento do currículo no Ensino Básico nas pesquisas analisadas. O trecho mais citado com relação a esse documento revela a valorização que os PCN apresentam sobre a Geometria e o porquê ela deve ser ensinada.

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 1997, p. 55).

Além dos PCN, apenas a autora da primeira pesquisa analisada, Rodrigues (2009), cita outros documentos oficiais para o currículo (DCNES, Proposta Curricular do Estado de São Paulo para as séries do Ensino Fundamental I e a Proposta Pedagógica do Município de Piracaia). Nesse sentido, com relação ao eixo currículo, vimos a importância da análise de outros documentos além dos PCN, por dois motivos.

Primeiro porque a Proposta Curricular do Estado de São Paulo apresenta, uma “relação de conteúdos e estratégias didáticas para o ensino de Matemática, especificando algumas sugestões para o ensino de Geometria, orientando o fazer pedagógico do professor” (RODRIGUES, 2009, p.50); assim, outros aspectos podem ser analisados nesses documentos para direcionar o ensino dos conteúdos geométricos nos primeiros anos de escolaridade.

Com relação ao segundo motivo, podemos concluir, com base em Rodrigues (2009), que os DCNES e a Proposta Pedagógica do Município de Piracaia pouco contribuem para orientar os futuros educadores e professores para ensinar Geometria, seja pela ênfase que é dada “na didática e na metodologia de ensino, sem especificar a área de conhecimento” (RODRIGUES, 2009, p.45), ou mesmo por ser um documento rudimentar, e que carece de orientações didáticas para o professor, respectivamente.

Diante dessas constatações, notamos que pesquisas, como a de Rodrigues (2009), que analisam documentos diferentes dos PCN, contribuem para uma melhor análise do currículo de Geometria, pois, esses outros documentos apresentam influências tanto para o ensino dessa disciplina, quanto para a formação de professores que ensinarão esta disciplina.

Com referência ao livro didático, as pesquisas apontam para uma mudança de direcionamento da presença da Geometria. Se Lorenzato (1995) afirmava que não existia conteúdos geométricos, ou que eles se apresentavam apenas nas últimas páginas dos livros didáticos, hoje pesquisas como a de Rodrigues (2009) e de Kazanowski (2010) afirmam que “o livro didático não se apresentava mais como um contribuinte à preterição da geometria, mas como um incentivo ao seu ensino” (KAZANOWSKI, 2010).

Com relação à importância da Geometria na **história** da humanidade, os autores das pesquisas analisadas apresentaram diversos aspectos, contudo classificamos tais aspectos em 3 tópicos (currículo, história antiga e artes) para melhor analisá-los.

No primeiro, Rodrigues (2009) apresenta um panorama mostrando a presença do ensino de Geometria no Brasil do século XIII, passando pelas academias militares, pelo currículo das primeiras escolas primárias e, posteriormente, pelas Reformas Campos e Gustavo Capanema, até chegar às influências do MMM e dos PCN para a situação do ensino atual.

Esse recorte histórico mostra que a presença da Geometria sofreu várias influências até chegar à forma que está atualmente, principalmente pela influência da MMM, na década de 1960 e 1970, o que implicou em praticamente um abandono do ensino dessa área da Matemática (RODRIGUES, 2009). Nesse movimento a Geometria, exceto a Geometria das transformações, esteve ausente no currículo e na formação dos professores, se comparado a outras áreas da matemática.

Hoje as orientações dos PCN e a reformulação nos livros didáticos apresentam uma proposta de uma Geometria mais intuitiva, baseada também na indução e na experimentação, relacionadas com outras áreas da matemática, ou seja, possuem características semelhantes às da Reforma Educacional Francisco Campos, ocorrida em 1931.

Diante disso, concluímos sobre a importância de pesquisas, como a de Rodrigues (2009), apresentarem um panorama histórico do currículo de Matemática, pois para compreender alguns aspectos do currículo de Geometria hoje, é necessário realizar uma análise histórica para determinar as influências que os diferentes períodos de nossa história têm sobre ele.

O estudo da história antiga também tem grande valor para determinar a importância do ensino de Geometria. Pesquisadores que apresentam a geometria desenvolvida neste período histórico, como a organização do espaço, dos egípcios, e a construção de um conhecimento sistematizado, dos gregos, afirmam que os saberes geométricos se constituem como saber histórico-cultural da humanidade, que são de fundamental importância para a formação do aluno, conforme apresentamos anteriormente no primeiro capítulo citando Broitman e Itzcovich (2008).

A Geometria também se encontra na história das artes, como mostra Cândido (2011). Também mencionamos anteriormente que ela está presente em diversas atividades artísticas, por meio das proporções e simetrias utilizadas em obras de arte por exemplo. Contudo, Cândido (2011) complementa que a Geometria está presente em diversos períodos da história da arte, desde a visão pitagórica, passando pelo Renascimento, Cubismo, Suprematismo, até chegar aos autores contemporâneos. Ao fazer essa análise histórica, a autora mostra que o estudo de Geometria auxilia a compreender a forma como artistas de diversos períodos a utilizaram para expressar sua arte, e da mesma forma que a história antiga, os saberes geométricos fazem parte da formação histórico-cultural do aluno.

Ao relacionar a Geometria com **outras áreas da Matemática**, as pesquisas apontaram, principalmente, o apoio que esta área do conhecimento pode apresentar para o ensino de álgebra e de aritmética, por facilitar a compreensão das ideias matemáticas e também por tornar o ensino de matemática menos linear e fragmentado.

A respeito das **outras áreas do conhecimento**, os autores citaram a importância dos conteúdos geométricos nas áreas de exatas: engenharias, física, estatística e arquitetura, mas também em outras áreas do conhecimento como história, geografia, artes e língua portuguesa, uma vez que para eles a Geometria auxilia por meio do estudo

de tabelas, gráficos, mapas, na leitura e na escrita. Essas importâncias também foram mencionadas em nosso referencial teórico.

No entanto, as pesquisas citam o que pode ser desenvolvido em uma área do conhecimento, porém não relatam como, ou seja, quase não apresentam atividades e nem situações de sala de aula para exemplificar seu ponto de vista.

Um eixo que foi pouco explorado pelas pesquisas foi sobre a presença da Geometria na **natureza**. Das seis pesquisas analisadas, apenas três citam essa importância, e a quarta pesquisa é a única que exemplifica essa presença. Radaelli (2010) afirma que a Geometria, ou melhor, que a simetria pode ser encontrada nas asas das borboletas, flores e alguns animais. Porém, isso é muito pouco comparado à presença da Geometria encontrada na natureza.

Relacionar seres vivos a proporções como a razão áurea, identificar a presença da constante  $\pi$  em objetos e movimentos circulares, ou mesmo visualizar cristais como sólidos geométricos e identificar fractais em um floco de neve são exemplos que poderiam ser explorados no ensino de Geometria.

Com relação à presença da Geometria no **cotidiano** dos alunos, todas as pesquisas analisadas concordam que ela existe e que é importante. Com isso, concluímos que esse aspecto foi o mais valorizado nas pesquisas analisadas. Todas elas afirmam que vivemos em um mundo tridimensional, repleto de diferentes formas, nas quais interagimos para realizar atividades comuns, como brincar, se locomover e se comunicar. Essas atividades foram mencionadas no capítulo 1 ao citarmos Fonseca *et. al* (2002) sobre a importância do aspectos utilitários da Geometria. Relacionando esse aspecto e o eixo de outras áreas do conhecimento, fica evidente a influência de Lorenzato (1995), principalmente por aparecer em quase todas as pesquisas analisadas, com destaque para o seguinte trecho:

Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. (LORENZATO, 1995, p. 5).

A respeito do eixo **resolução de problemas**, as pesquisas analisadas apenas citaram a importância que a Geometria pode apresentar na resolução de problemas escolares. Os autores dessas dissertações não propuseram muitas atividades geométricas que promovem questões referentes a esse ramo da Educação Matemática.

Segundo as pesquisas analisadas, a Geometria também pode desenvolver o **pensamento crítico**, uma vez que leva o aluno a questionar, argumentar, conjecturar, exemplificar e algumas vezes até a demonstrar alguns resultados. Nesse sentido, as pesquisas analisadas citaram essas características, porém, como no eixo apresentado anteriormente, não exemplificaram com atividades ou situações de sala de aula. O trecho que mais apareceu com relação a esse aspecto foi de Pavanello, publicado em 1993, no qual a autora apenas cita que a Geometria pode “favorecer o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo dos alunos” (PAVANELLO, 1993, p.17).

Com relação à **apreciação estética**, foi por meio da análise da sexta pesquisa, Cândido (2011), que foi possível conhecer um ponto de vista diferente de como desenvolver a apreciação estética do aluno nas aulas de geometria. Para isso, a autora utiliza o conceito de nutrição estética, a qual pode ser entendida como a “ampliação de referências, permitindo ao indivíduo ter outros modelos de imagens, diferentes formas de pensar e maneiras de fazer. A obra de arte sugere infinitas leituras, as quais auxiliam a desencadear uma rede de significações” (Cândido, 2011, p. 71 - 72).

Nesse sentido, as aulas de arte e Geometria devem ultrapassar apenas a questão do conteúdo e “podem fazer com que o aluno estabeleça relações entre o mundo e a maneira como o homem o percebe ao longo do tempo”. (CANDIDO, 2011, p.190). A autora apresenta em sua dissertação diversas atividades aplicadas a um grupo de estudos de professores. Além de reproduzir obras de arte, essas atividades visam também desenvolver a nutrição estética, por meio de reflexões que levaram, nesse caso, os professores e seus alunos a desenvolverem várias leituras sobre as obras de artes.

Além do contexto histórico onde o artista se encontra, a pesquisadora buscou em suas atividades levar os professores a interpretar, sentir e expressar esses sentimentos por meio de produções artísticas de diversas formas: desenhos, poemas, movimentos do corpo etc. Por ser a única pesquisa a apresentar a apreciação estética dessa forma,

acreditamos que esse tema pode ser melhor explorado nas aulas de Geometria e artes, bem como em outras pesquisas para o ensino de Geometria.

Apenas três das seis pesquisas citaram que a Geometria pode desenvolver a **criatividade**. Merece destaque o fato de que nenhuma delas mostra porque a Geometria desenvolve a criatividade. Estas pesquisas apenas citam outros autores que afirmam que a Geometria pode desenvolver a capacidade de criar dos alunos.

Com relação à **afetividade**, todos os autores citaram que a Geometria motiva os alunos a aprender conteúdos matemáticos, seja pela natureza das atividades propostas ou mesmo porque a Geometria é o meio pelo qual os alunos podem experienciar a Matemática. As pesquisas também revelam que por meio da Geometria os alunos podem ver relações matemáticas, encontrar exemplos contextualizados de questões abstratas e utilizar os sentidos para identificar propriedades dos objetos, como analisar as propriedades de um dadinho, vendo e tocando nesse objeto. Nesse sentido, podemos constatar que as pesquisas analisadas consideram essas características como fatores importantes para tornar o ensino de Matemática mais prazeroso e agradável.

O último eixo a ser analisado foi o das **habilidades cognitivas**. Todos os autores apresentaram diversas habilidades que os alunos podem desenvolver com o ensino de Geometria. Porém, para melhor analisá-las, as relacionamos com as quatro habilidades utilizadas em nosso referencial teórico, ou seja, aquelas descritas por Hoffer (1981): visuais, de desenho e construção, de comunicação e de lógica. As habilidades de aplicação foram relacionadas com o eixo “Outras áreas do conhecimento”. A percepção espacial e o pensamento geométrico foram relacionados com habilidades visuais e de lógica, respectivamente.

Com relação às habilidades visuais, as pesquisas revelam a importância de desenvolvê-las para auxiliar os alunos em sua localização, auxiliando nas noções de direção e sentido; facilitando o processo de leitura e escrita, por meio do desenvolvimento da percepção espacial; identificando propriedades e regularidades dos objetos e, por fim, possibilitando a visualização de um objeto, mesmo na ausência deste.

Referente às habilidades de lógica, foram relacionadas nas dissertações analisadas principalmente a passagem do concreto para o abstrato. Os autores afirmam

que o ensino de Geometria também pode desenvolver o raciocínio lógico e a capacidade de generalizar, abstrair, projetar e transcender o que é imediatamente sensível.

Com relação ao pensamento geométrico, quase todas as pesquisas analisadas descrevem que ao desenvolvê-lo nas aulas de Geometria, ele permite ao aluno compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Algumas pesquisas afirmam que o pensamento geométrico também facilita a compreensão e a resolução de situações de diferentes áreas do conhecimento humano, e que por meio dele, as crianças são capazes de encontrar estratégias criativas para a resolução de problemas, escolares ou não.

As habilidades de desenho e construção, segundo os autores das pesquisas, indicam o nível de compreensão e raciocínio dos alunos, mostrando suas dificuldades ou soluções. Elas também dão suporte ao pensamento do aluno, pois segundo o material analisado, a Geometria é um intermediário natural entre a língua e o formalismo matemático.

As dissertações analisadas afirmam que as habilidades de comunicação também auxiliam os professores a identificar os conhecimentos dos alunos, além de oferecer a eles um vocabulário a ser utilizado em seu cotidiano.

Embora apresentada em todas as pesquisas como um dos principais argumentos para ensinar Geometria, os autores não apresentaram situações com seus grupos de estudos ou com seus alunos, que indicassem o desenvolvimento dessas habilidades cognitivas. Ou seja, eles não mostraram de que forma desenvolver essas habilidades que auxiliam a vida dos alunos, apenas citaram outros autores que defendem esta tese.

Por fim, concluímos que os autores das seis pesquisas analisadas têm razões diferentes sobre a importância de ensinar Geometria, contudo os 11 eixos apresentados em nossa pesquisa mostraram que existem pontos que apresentam características comuns (a relação da Geometria com o currículo, história, natureza etc.); essas características devem ser consideradas nas pesquisas e no Ensino de Geometria nos AIEF, uma vez que todos os eixos apresentaram argumentos importantes para estarem presentes nas aulas de Geometria nesse segmento do Ensino Fundamental.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A questão central que norteou nossas discussões e análises durante toda a pesquisa foi a importância do ensino da Geometria nos AIEF. Nosso objetivo foi confrontar as concepções sobre o ensino de Geometria encontradas na literatura com as pesquisas selecionadas para análise, no sentido de identificar as razões apresentadas pelos autores em defesa do ensino da Geometria nos AIEF, bem como produzir novas interpretações e resultados. Desta questão principal, surgiram outras: quais as habilidades que aulas de Geometria podem desenvolver nos alunos dos primeiros anos de escolaridade? Em que isso pode favorecer sua formação dentro e fora do ambiente escolar? A Geometria possui aplicação apenas nos conteúdos de Matemática ou também em outras áreas do conhecimento?

Para tentar responder às questões, fizemos uma pesquisa bibliográfica do tipo meta-análise qualitativa, analisamos rigorosamente seis pesquisas, entre teses e dissertações, delineamos 11 eixos de análise entre os elementos presentes nas pesquisas, confrontamos os argumentos que apontam para a importância do ensino de Geometria. Fizemos, ainda, a síntese do material analisado, mostrando o que os autores apresentam em cada um dos onze eixos.

É importante ressaltar que nossas concepções estão presentes tanto na criação dos 11 eixos, como na classificação e na análise das razões identificadas nas seis pesquisas. Por isso, caso outro pesquisador realizasse essa investigação, ele poderia encontrar outros resultados e interpretações. Nossa dissertação também não tem por objetivo por ser conclusiva, uma vez que, por meio das sínteses e das análises apresentadas, ela pode dar possibilidades para o início de outras investigações.

Consideramos que nossa dissertação pode ser dividida em três etapas: 1) a construção do referencial teórico, obtido pela leitura de autores que abordam o tema Geometria nos AIEF; 2) a metodologia adotada e a seleção do material de análise; 3) a sistematização do material analisado e a meta-análise do mesmo.

Como abordamos no capítulo 1 – pressupostos teóricos – defendemos a importância da Geometria e argumentamos em favor de seu ensino desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Recorremos a vários autores para identificar as diferentes

razões pelas quais a Geometria deve ser ensinada: a Geometria é parte do patrimônio cultural historicamente construído pela humanidade; a Geometria está presente na natureza, nos objetos e no cotidiano das pessoas; a Geometria contribui para o desenvolvimento das habilidades cognitivas (visuais, de desenho e construção, de aplicação ou transferência, de comunicação e de lógica); só a Geometria desenvolve o pensamento geométrico, que não pode ser desenvolvido pelas outras áreas da Matemática. Todas estas razões justificam porque a Geometria é um campo do conhecimento matemático de fundamental importância e porque deve ser ensinada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Em relação à segunda etapa, optamos pela meta-análise qualitativa. Encontramos poucas pesquisas que utilizam essa metodologia em Educação Matemática. Por isso, não havia parâmetros para comparar e identificar as características dessa metodologia de pesquisa. Teríamos, então, um desafio a ser enfrentado. Certamente encontramos muitas dificuldades, mas acreditamos que tivemos muitos ganhos para a nossa formação como pesquisador tais como aprofundar conhecimentos epistemológicos e metodológicos de pesquisas em Educação e evidenciar a importância da pesquisa bibliográfica.

Como já foi dito, esse trabalho procurou identificar quais as razões apresentadas nas pesquisas brasileiras entre 2006 e 2011 que justificam a importância do ensino de Geometria. Das 62 pesquisas encontradas com o tema Geometria nos AIEF, apenas seis delas foram analisadas. A limitação temporal deve-se ao fato de que foi apenas em 2006 que a CAPES instituiu a divulgação digital das teses e dissertações produzidas pelos programas de doutorado e mestrado e essa seleção do material se deve ao fato de que apenas estas seis pesquisas traziam elementos com maiores condições de análise dentro da questão a que nos propusemos responder.

Na terceira etapa, por meio da análise feita, foi possível encontrar indícios de como as pesquisas justificam a importância do ensino de Geometria nos AIEF e quais as razões para ensiná-la.

Os 11 eixos apresentados (currículo, história, outras áreas do conhecimento, natureza, cotidiano, afetividade, resolução de problemas, habilidade cognitivas, pensamento crítico, apreciação estética e criatividade) em nossa pesquisa podem indicar

quais as razões apresentadas pelos autores das pesquisas brasileiras no período de 2006 a 2011 para ensinar Geometria nos AIEF. É importante ressaltar que apenas depois da análise das pesquisas foi possível identificar todas essas razões que tornam a Geometria fundamental para estar presente nos AIEF. Os eixos de análises antes da leitura das pesquisas (categorias prévias) focalizavam nas habilidades cognitivas. Contudo, após a análise do material selecionado, as pesquisas mostraram que o currículo, a história, a presença da Geometria em outras áreas do conhecimento e até mesmo outras habilidades, como a apreciação estética e a criatividade, também apresentam justificativas importantes para essa disciplina estar nos primeiros anos do EF.

De acordo com a nossa análise, cada eixo apresenta razões que justificam a importância do ensino de Geometria. Por isso, uma de nossas conclusões é que pesquisas em Educação Matemática podem se utilizar destes eixos para justificar as razões para ensinar Geometria.

Identificar e argumentar em favor da importância do ensino da Geometria pode auxiliar a prática dos professores em sala de aula, o que incidirá principalmente na aprendizagem dos alunos do primeiro segmento do Ensino Fundamental, mas também sobre discentes de outros segmentos do Ensino Básico e Superior.

Esses eixos também podem nortear a atividade profissional do professor, no sentido de realizar atividades que apresentam o maior número possível de eixos, contribuindo para que o aluno desenvolva habilidades geométricas, podendo identificar a importância da Geometria na história, na natureza, em outras áreas do conhecimento etc. Nesse sentido, acredito que as razões para ensinar Geometria apresentadas nesse trabalho podem auxiliar também na formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática.

Nossa pesquisa mostra, ainda, que alguns eixos como natureza, criatividade e apreciação estética foram os menos explorados nas pesquisas referentes à Geometria nos AIEF. Das seis pesquisas selecionadas para análise, apenas três apresentaram esses eixos como justificativa para ensinar Geometria. Isso poderia significar que estejam sendo igualmente menos explorados em sala de aula?

Outra característica que identificamos nas pesquisas analisadas e que também pode ser objeto de futuras pesquisas com esse tema é a falta de situações de aprendizagens que justifiquem a importância de ensinar Geometria. De todos os eixos analisados, poucos autores exemplificaram com suas experiências como docentes e/ou formadores de professores os motivos por que ensinar Geometria para seus alunos. Para subsidiar seus argumentos, eles recorreram a outros autores que justificam a importância de ensinar Geometria.

Nesse sentido, a partir da nossa análise, propomos mais pesquisas que mostrem situações de aprendizagens ligadas aos eixos de análise para justificar a importância do ensino da Geometria já encontrada na literatura, ou mesmo, identificar outras que ainda não foram descobertas. Esse tipo de pesquisa proposto colabora com o argumento segundo o qual a Geometria desempenha papel fundamental para os AIEF, pois apresenta situações reais, em diversos locais e condições, nos quais ela se apresenta como importante para a formação do aluno.

Concluindo, afirmamos que as razões apresentadas nas pesquisas analisadas colaboram para justificar a importância de ensinar Geometria nos AIEF, ainda que alguns eixos tenham sido mais explorados que outros. Propomos que novas pesquisas sejam feitas apresentando também situações de aprendizagem para exemplificar melhor seus argumentos.

Por fim, esperamos contribuir com as pesquisas de forma a fortalecer a concepção que defende a importância do ensino e da aprendizagem da Geometria desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Ensino fundamental de nove anos: orientações para a inclusão da criança de 6 anos de idade**. Mais um ano é fundamental. Brasília: MEC/SEF. 2006. Disponível em: <[https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_Ato2004-2006/2006/Lei/L11274.htm](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2004-2006/2006/Lei/L11274.htm)>. Acesso em: 10jan.2014.

BRESSAN, A. M.; BOGISIC, B. Y CREGO K. **Razones para enseñar geometría en la educación básica**. Mirar, construir, decir y pensar...Novedades Educativas. Buenos Aires. 2010

BROITMAN, C.; ITZCOVICH, H. – Geometria nas séries iniciais do ensino fundamental: problemas de seu ensino, problema para seu ensino In: PANIZZA, Mabel (org.). **Ensinar Matemática na educação infantil e nas series iniciais** – Análises e propostas. Porto Alegre: Artmed, 2008

CARVALHO, J.P.B. As propostas curriculares de Matemática. In: Sá Barreto, E. S. (org.). **Os currículos do ensino fundamental para as escolas brasileiras**. Campinas (SP): Autores Associados/FCC (Coleção Formação de Professores), 2000, p. 91-124.

Cazorla, I. M.; Santana, E. R. dos S. **Concepções, atitudes e crenças em relação à Matemática na formação do professor da Educação Básica**. Publicação da 28<sup>a</sup> Reunião Anual da ANPED, 2005 Disponível em: <[http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo\\_producoes/docs\\_28/concepcoes.pdf](http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_28/concepcoes.pdf)> Acesso em: 10jan.2014.

CROWLEY, M. L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST M. M. & SHULTE, A. A. (org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. Tradução de Higyno H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

CURI, E. **A Matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa Editora, 2005.

DEL GRANDE. Percepção espacial e geometria primária. In: LINDQUIST M. M. & SHULTE, A. A. (org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. Tradução de Higyno H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. **Anais...** Campinas: Unicamp, 2009

DICKSON, L., BROWN, M., GIBSON, O., El aprendizaje de las Matemáticas, Barcelona, MEC – Labor, 1991 *apud* BRESSAN, A. M.; BOGISIC, B. Y CREGO K. **Razones para enseñar geometría em La educación básica**. Mirar, construir, decir y pensar... .Novedades Educativas. Buenos Aires. 2010

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2002.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FIORENTINI, D. ; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3.ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

FONSECA, M. C. F. R. *et al.* **O ensino de Geometria na Escola Fundamental – Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

FREUDENTHAL, H. Mathematics as an educational task. Dordrecht: D. Reidel Publishing Co., 1973. *apud* FONSECA, M. C. F. R. *et al.* **O ensino de Geometria na Escola Fundamental – Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

HERSHKOWITZ, R. Atividades com professores baseadas em pesquisas cognitivas. Boletim GEPEM. Rio de Janeiro: GEPEM, Ano XVIII, n. 32, p. 62 – 76, 1994 *apud* FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria**. Porto Alegre: ArtesMedicasSul, 1999.

HOFFER, A. **Geometry is more than proof**. The Mathematics Teachers, vol 74, nº1, USA, Janeiro 1981.

HOFFER, A. Mathematics Resource Project: Geometry and Visualization. Palo Alto, Calif.:CreativePublications, 1977 *apud* DEL GRANDE. Percepção espacial e geometria primária. In: LINDQUIST M. M. & SHULTE, A. A. (org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. Tradução de Higyno H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

KALEFF, A. M. M. R.; REI, D. M.; HENRIQUES, A. S.; FIGUEIREDO, L. G. Desenvolvimento do pensamento geométrico: Modelo de van Hiele. **Bolema** (Rio Claro), Rio Claro-SP, v. 10, p. 21-30, 1994.

KALEFF, A. M. Vendo e Entendendo Poliedros. Niterói: EDUFF, 1998 *apud* RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M.; VIEIRA, K. M. **Laboratório de ensino de Geometria**. 1. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** SBEM/SP - Educação Matemática em Revista, v. 4, p. 3-13, 1995.

LORENZATO, S. CONGRESSO DE LEITURA DO BRASIL. 17º. 2009, Campinas. **Anais do 17º Congresso de Leitura do Brasil**, Campinas: Unicamp/FE;ALB, 2009. CD-ROM. Disponível em: <<http://www.alb.com.br/porta.html>>. Acesso em: 10jan. 2014. ISSN: 2175-0939

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Metodologia científica. 5.ed.** São Paulo: Atlas, 2003.

MOACYR, P. A. **Instrução e o Império:** Subsídios para a História da Educação no Brasil, 1823 – 1853. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1932.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A Geometria nas séries iniciais:** Uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: Edufscar, 2003. v. 1. 151p

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

PASSOS, C. L. B. **Representações, Interpretações e Prática Pedagógica:** A Geometria na Sala de Aula; Tese (Doutorado em Educação), Universidade de Campinas, Campinas. 2000.

PASSOS, C.L.B.; NACARATO, A.M.; FIORENTINI, D.; MISKULIN, R.G.S; GRANDO, R.C.; GAMA, R.P.; MEGID, M.A.B.A.; FREITAS, M.T.M.; MELO, M.V. Desenvolvimento profissional do professor que ensina Matemática: Uma meta-análise de estudos brasileiros. **Quadrante:** Revista teórica e de investigação. Lisboa: APM, v. 15, n. 1-2, p.193-219, 2006. [ISSN: 0872-3915]

RÊGO, R. G. ; RÊGO, R. M. ; VIEIRA, K. M. **Laboratório de ensino de Geometria.** 1. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

RIZZINI, I; CASTRO, M. R.; SARTOR, C. D. Pesquisando...:guia de metodologia de pesquisa para programas sociais. Rio de Janeiro: USU Ed. Universitária/CESPI/USU, 1999. 147p. *apud* FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

PELES, P. R. H. **A alfabetizadora bem-sucedida: meta-análise de pesquisa sobre práticas de alfabetização no Brasil, entre os anos de 1980 a 1990.** Dissertação. Mestrado em Educação da UFMG, Belo Horizonte, 2004.

PIAGET, J; GARCIA, R. Psicogênese e história das Ciências. Lisboa. Publicações Dom Quixote, 1987 *apud* NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A Geometria nas séries iniciais:** Uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: Edufscar, 2003. v. 1. 151p

RODRIGUES, A. P. A. **Concepções de professores sobre a importância de se ensinar geometria nas séries iniciais do ensino fundamental;** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2009.

Sá Barreto, E. S. (org.). **Os currículos do ensino fundamental para as escolas brasileiras**. Campinas: Autores Associados (Coleção Formação de Professores), 2000.

VALENTE, W. . **Uma história da Matemática escolar no Brasil (1730-1930)**. 2. ed. São Paulo: Annablume, 2002

VILLELLA, J. **Uno, dos, tres... geometría otra vez: de la intuición al conocimiento formal em La enseñanza primária**. 2.ed – Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2008.

## ANEXO I - FICHAS

<b>Identificação</b> (Título, autor(es) e instituição, ano de defesa) e Nível (mestrado, doutorado, outros)	<b>Problema / Questão</b> <b>investigã</b> <b>o</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Metodologi</b> <b>a de</b> <b>pesquisa</b>	<b>Principais</b> <b>Resultados</b>	<b>As</b> <b>importâncias</b> <b>de Ensinar</b> <b>Geometria nos</b> <b>AIEF</b>

## **ANEXO II – RELAÇÃO DAS FONTES BIBLIOGRÁFICAS UTILIZADAS NA PESQUISA DO CAPÍTULO 3**

CÂNDIDO, P. T. **Olhares que pensam e sentem: arte e mediação cultural na aula de geometria** Dissertação (Mestrado em Artes) Universidade Estadual Paulista - UNESP, Campus Barra Funda, São Paulo, 2011.

DUMONT, A. H. **Um estudo de caso sobre aspectos do conhecimento profissional de professoras que ensinam geometria em turmas de quarta série.** Dissertação (Mestrado em Ciências) Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

ETCHEVERRIA, T. C. **Educação continuada em grupos de estudos: possibilidades com foco no ensino da Geometria.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2009.

KAZANOWSKI, D. V. **Ensino de geometria nas series iniciais em Minas do Leão: algumas reflexões** Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Católica, Porto Alegre, 2010.

RADAELLI, R. K. **A investigação e a ação docente no ensino de geometria em Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), UNIVATES, Lajeado -RS, 2010.

RODRIGUES, A. P. A. **Concepções de professores sobre a importância de se ensinar geometria nas séries iniciais do ensino fundamental;** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2009.