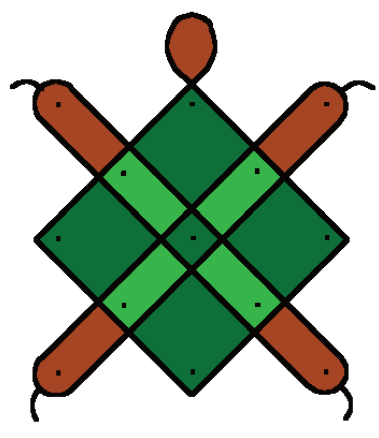
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

USO DO LOGO EM SALA DE AULA, DESEMPENHO EM GEOMETRIA E ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA



AUTORA: CLÉA MENDES DA SILVA
ORIENTADORA: PROFª DRª LUCILA DIEHL TOLAINE FINI

Catalogação na Publicação elaborada pela biblioteca da Faculdade de Educação/UNICAMP
Bibliotecário: Gildenir Carolino Santos - CRB-8ª/5447

Silva, Cléa Mendes da.
Si38u Uso do LOGO em sala de aula, desempenho em geometria e atitudes em relação à matemática / Cléa Mendes da Silva. -- Campinas, SP: [s.n.], 2003.

Orientador : Lucila Diehl Tolaine Fini.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

1. Geometria. 2. Psicologia educacional. 3. Educação matemática. 4. Construtivismo (Educação). 5. Aprendizagem. I. Fini, Lucila Diehl Tolaine. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

03-097-BFE

Toda a honra e toda a glória sejam dadas a Deus que iluminou a minha mente, abriu os meus caminhos e neles colocou seus eleitos para me apoiarem.

> Bem-aventurado o homem que acha sabedoria, e o homem que adquire conhecimento.
> O Senhor com sabedoria fundou a terra: preparou os céus com inteligência.
> Mais preciosa é do que os rubins, e tudo o que podes desejar não se pode comparar a ela.
>
> (Provérbios 3, v. 13-19-15)

> Quanto melhor é adquirir a sabedoria do que o ouro! e quanto mais excelente adquirir a prudência do que a prata!.
>
> (Provérbios 16, v. 16)

Aprende-se a apreciar e respeitar o poder das idéias poderosas; aprende-se que a mais poderosa idéia entre todas é a idéia de idéias poderosas.

Seymour Papert

AGRADECIMENTOS

A todas as pessoas que me apoiaram e colaboraram na realização deste trabalho e sobretudo:

À minha orientadora, Profª. Drª. Lucila Diehl Tolaine Fini, por sua competência, dedicação e sábia orientação.

À Profª. Drª. Márcia Regina Ferreira de Brito, por ter-me concedido a oportunidade de realizar este trabalho.

À Profª. Drª. Rosely Palermo Brenelli, ao Prof. Dr. Dirceu da Silva e ao Prof. Dr. Paulo Sérgio Marchelli, pelo apoio dado para que este trabalho pudesse ter o seu início.

Ao Prof. Dr. Nelson Pirola e à Profª. Drª. Maria Helena Gonçalez, pelas leituras cuidadosas e valiosas sugestões no exame de qualificação.

Aos colegas do Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática e, em especial, às Profªs. Drªs. Clayde Regina Mendes e Miriam Cardoso Utsumi e à Ms. Odaléa Aparecida Viana, por todo o apoio oferecido para que o trabalho pudesse ser executado.

Aos professores Rosana Rodrigues Vieira Fernandes, Orozimbo Antonio Gonçalves, Marines Paiva e Antonio Souza, pela dedicação com que participaram do trabalho com os alunos que compuseram os sujeitos desta pesquisa.

Ao meu pai Jaime (in memorian), à minha mãe Ilka, aos meus irmãos Cleusa, Anésia, Jaime, Márcia, Miriam e Jairo, aos meus cunhados e a todos os meus sobrinhos que muito me incentivaram e contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

Participaram desta pesquisa 219 alunos de 8ª série do Ensino Fundamental, com idades entre 12 e 19 anos, matriculados em duas escolas públicas da cidade de São Paulo. Do total dos 219 alunos, 106 formaram o Grupo A (G.A.), e 113 alunos formaram o Grupo B (G.B.).

O objetivo desta pesquisa foi estudar e comparar as atitudes em relação à Matemática e o desempenho escolar em uma prova de Matemática, de alunos de dois grupos G.A. e G.B. e a utilização do recurso computacional MEGALOGO. Os alunos do G.A. foram submetidos a sessões de intervenção com a utilização do MEGALOGO e apoio de material paradidático, vídeo e mosaico geométrico. Os alunos do G.B. não foram submetidos à mesma intervenção em sala de aula.

Todos os sujeitos foram submetidos a uma Prova de Matemática e a uma Escala de Atitudes, em um Pré-teste, Pós-teste 1 e Pós-teste 2. Depois do Pré-teste, os sujeitos do G.A. participaram de intervenção pedagógica em aulas de Geometria, com uso do MEGALOGO, livros paradidáticos, vídeo e mosaico geométrico. Os alunos do G.B. não participaram desse tipo de intervenção.

Após o conjunto das aulas programadas, todos os sujeitos foram submetidos aos mesmos instrumentos utilizados no Pré-teste, no Pós-teste 1 e, novamente, no Pós-teste 2, depois de aproximadamente um mês.

A análise dos resultados mostrou que o desempenho dos alunos do G.A. na Prova de Matemática, depois da intervenção, foi melhor, quando comparado ao de alunos do G.B., com os quais não se utilizou o MEGALOGO. A análise dos resultados apresentados por alunos do G.A. e G.B. mostrou que houve diferença estatisticamente significativa entre os grupos para o Pós-teste 1 ($F(1,265) = 135{,}35$; $p < 0{,}001$) e para o Pós-teste 2 ($F(1,261) = 165{,}08$; $p < 0{,}001$).

A análise mostrou que os resultados apresentados no Pós-teste 1 pelos sujeitos do G.A. melhoraram em comparação com os apresentados, posteriormente, no Pós-teste 2, sendo a diferença estatisticamente significativa.

A análise dos resultados na Escala de Atitudes mostrou uma diferença estatisticamente significativa entre os grupos, ($F(1,253) = 8{,}676$; $p = 0{,}004$), no Pós-teste 1, e que o G.A. apresentou atitudes mais positivas do que o G.B., no Pós-teste 1, depois da intervenção em sala de aula.

Os resultados indicaram que o uso do MEGALOGO, com apoio de recursos, como: livros paradidáticos, vídeo e mosaico geométrico, pode ter uma influência positiva no desempenho de alunos no ensino da Geometria. Os resultados não mostraram que o uso do MEGALOGO tenha contribuído para a construção de atitudes mais positivas em relação à Matemática nos sujeitos.

Palavras-chave: Geometria, Psicologia da Educação Matemática, Construtivismo, Aprendizagem Significativa.

ABSTRACT

Subjects of this research were 219 students in the 8^{th}. grade of the elementary school. These teenagers, between 12 and 19 years old, were public schools students from São Paulo.

Among these 219 students, 106 were chosen to take part of the "A" group (G.A.), while the other 113 formed the "B" group (G.B.).

This research aimed to investigate and confront the results of G.A. and G.B.. Were considered both groups attitudes related to Mathematics, the students' performance on a Mathematics test and the results of an educational interference using Megalogo SW.

G.B. had conventional Mathematics classes, while G.A. were submitted to non-conventional Mathematics classes supported by teaching methodology books, video tapes, geometric mosaic and Megalogo SW tool.

All subjects were submitted to a pool of tests named Pre-Test, Post-Test 1 and Post-Test 2, that were composed by a Mathematics test and a scale of attitudes.

After Pre-Test, G.A. took part of an educational interference and had Geometry classes supported by teaching methodology books, video tapes, geometric mosaic and Megalogo SW tool. This intervention wasn't applied to G.B..

Once completed the planned classes by G.A. and G.B., the subjects were submitted to a second Pre-Test and a second Post-Test 1. One month after that, the students did a second Post-Test 2.

The results showed that G.A. students' performance that were submitted to the educational interference had better results than G.B., which didn't use Megalogo SW. There was a meaningful statistics performance difference between G.A. e G.B. for Post-Test 1 ($F(1,265)=135{,}35$; $p<0{,}001$) and Post-Test 2 ($F(1,261)=165{,}08$; $p<0{,}001$).

The performance data analysis of G.A. Post-Test 1 showed that the results improved in comparison to G.A. Post-Test 2, with meaningful statistics difference.

The Post-Test 1 scale of attitudes data analysis showed meaningful statistics difference between G.A. and G.B., ($F(1,253)=8{,}676$; $p=0{,}004$). These results indicated that after the educational interference, G.A. attitudes in Post-Test 1 were more positive than G.B. attitudes in the same test.

The results showed that the use of Megalogo SW tool, in addiction of teaching methodology books, video tapes and geometric mosaic, might have a positive influence on the students' performance of Geometry learning. The results didn´t show that only the use of Megalogo SW tool had contributed for the construction of more positive attitudes related to Mathematics in the subjects.

Key words: Geometry, Psychology of Mathematics Education, Constructivism, Meaningful Learning.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO 1

CAPÍTULO 1

O ENSINO DA MATEMÁTICA E A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA . 9

1.1. A Orientação Oficial para o Trabalho na Escola 10
1.2. Aprendizagem Significativa, Desenvolvimento e Atitudes 11
1.2.1. Aprendizagem Significativa na Teoria de Ausubel 15
1.2.2. Atitudes 17

CAPÍTULO 2

A TEORIA DE PIAGET E O TRABALHO COM O LOGO/MEGALOGO 23

2.1. Contribuições da Teoria de Piaget 23
2.1.1. Desenvolvimento dos Conceitos Geométricos na Criança 38
2.1.2. O Possível 42
2.2. A Linguagem Logo/Megalogo e a Geometria 46

CAPÍTULO 3

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 57

CAPÍTULO 4

MÉTODO 71

4.1. O Problema de Pesquisa 71
4.2. Objetivos da Pesquisa 71
4.3. Hipóteses 72
4.4. Sujeitos 73
4.5. Materiais 74
4.6. Procedimentos 75
4.6.1. Seleção dos Sujeitos e Descrição Geral dos Procedimentos 75
4.6.2. Descrição das Etapas de Intervenção 77
4.6.2.1. Atividade de Pesquisa de Alunos sobre Geometria 77

4.6.2.2. Construção de Figuras no Papel e no Computador 78
4.6.2.3. Etapas para a Construção dos Polígonos Regulares 79
4.6.3. Pós-teste 101
4.6.4. Análise dos Resultados 102

CAPÍTULO 5

ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS 103

5.1. Análise Estatística 103
5.1.1. Caracterização dos Sujeitos 103
5.1.2. Desempenho dos Sujeitos na Prova de Matemática 107
5.1.2.1. Resultados 107
5.1.3. Atitudes dos Sujeitos em relação à Matemática 113
5.2. Análise Qualitativa 119

5.2.1. Estudo Qualitativo – Trabalho envolvendo a Construção do Cágado no Megalogo 136
5.2.2. Estudo Qualitativo – Trabalho envolvendo a Construção do Caracol no Megalogo 169
5.2.3. Estudo Qualitativo – Trabalho envolvendo a Construção do Patinho na Lagoa no Megalogo 185
5.2.4. Estudo Qualitativo – Trabalho envolvendo a Construção do Mosaico de Escher (Peixinhos Glub Glub) no Megalogo 199
5.3. Depoimento dos Alunos sobre o uso do Software Computacional Megalogo 211

CONSIDERAÇÕES FINAIS 219

BIBLIOGRAFIA 227

ANEXOS 241

Anexo 1: Prova de Matemática 241
Anexo 2: Escala de Atitudes em relação à Matemática 247
Anexo 3: Outras Figuras realizadas pelos Sujeitos 249

ÍNDICE DE TABELAS

.

Tabela 1. Relação entre o Comprimento e o Diâmetro da Circunferência (Número π) 102

Tabela 2. Reprovação anterior por grupo e as notas médias na prova de Matemática 105

Tabela 3. Notas das provas dos alunos no Pré-teste, Pós-teste 1 e Pós-teste 2 107

Tabela 4. Resultados do Pré-teste, Pós-teste 1 e Pós-teste 2 109

Tabela 5. Comparação duas a duas entre as aplicações da prova de Matemática com relação às notas médias dos sujeitos por Grupo 113

Tabela 6. Estatísticas descritivas da soma de pontos das atitudes por aplicação da prova e grupo 115

Tabela 7. Comparação duas a duas entre as aplicações da prova de Matemática em relação às atitudes dos sujeitos para o grupo B 119

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 4.1. Triângulo Eqüilátero construído com o auxílio de régua e transferidor 81

Figura 4.2. Quadrado construído com o auxílio de régua e transferidor 83

Figura 4.3. Esquema para exemplificar a representação simbólica do Programa Computacional Megalogo 89

Figura 4.4. Triângulo Eqüilátero construído através do Sistema Computacional Megalogo 89

Figura 4.5. Quadrado construído através do Sistema Computacional Megalogo 91

Figura 4.6. Pentágono Regular construído através do Sistema Computacional Megalogo 91

Figura 4.7. Hexágono Regular construído através do Sistema Computacional Megalogo 91

Figura 4.8. Atividade desenvolvida em papel quadriculado e também no Megalogo, buscando melhor compreensão do Teorema de Pitágoras 95

Figura 4.9. Quadrado menor recortado em papel quadriculado para compor a atividade da figura 4.8. 95

Figura 4.10. Quadrado maior recortado em papel quadriculado para compor a atividade da figura 4.8. 95

Figura 4.11. Quadrado obtido através de encaixes do quadrado da figura 4.9. com os recortes do quadrado da figura 4.10. 97

Figura 4.12. Recortes dos quadrados construídos sobre os catetos do triângulo retângulo para compor um quebra-cabeça 97

Figura 4.13. Montagem do quebra-cabeça sobre a hipotenusa do triângulo Retângulo com os recortes dos quadrados construídos sobre os catetos 99

Figura 5.1. Distribuição do Número de Sujeitos de acordo com as idades 103

Figura 5.2. Distribuição do Número de Sujeitos de acordo com as horas dedicadas ao estudo de Matemática por semana 105

Figura 5.3. Box-plots das notas dos sujeitos na prova de Matemática do Pós-teste 1 e Pós-teste 2 por grupo 109

Figura 5.4. Notas médias dos sujeitos na prova de Matemática por grupo e aplicação da prova 111

Figura 5.5. Box-plots da soma de pontos das atitudes dos sujeitos por grupo para o Pré-teste, Pós-teste 1 e Pós-teste 2, respectivamente 115

Figura 5.6. Média dos pontos das atitudes dos sujeitos na prova de Matemática por grupo e aplicação da prova 117

Figura 5.7. Triângulo Eqüilátero 121

Figura 5.8. Quadrado 121

Figura 5.9. Pentágono Regular 123

Figura 5.10. Hexágono Regular 123

Figura 5.11. Polígonos Regulares Encaixados 123

Figura 5.12. Hexágono Regular (peça do Mosaico Geométrico) 129

Figura 5.13. Hexágono Regular obtido através de 6 Triângulos Eqüiláteros (peças do Mosaico Geométrico) 129

Figura 5.14. Hexágono Regular obtido através de 3 Losangos (peças do Mosaico Geométrico) 129

Figura 5.15. Hexágono Regular obtido através de 2 Trapézios (peças do Mosaico Geométrico) 129

Figura 5.16. Hexágono Regular obtido através de 3 Triângulos Eqüiláteros e 1 Trapézio (peças do Mosaico Geométrico) 131

Figura 5.17. Hexágono Regular obtido através de 1 Triângulo Eqüilátero, 1 Losango e 1 Trapézio (peças do Mosaico Geométrico) 131

Figura 5.18. Hexágono Regular obtido através de 4 Triângulos Eqüiláteros e 1 Losango (peças do Mosaico Geométrico) 131

Figura 5.19. Hexágono Regular obtido através de 2 Losangos e 2 Triângulos Eqüiláteros (peças do Mosaico Geométrico) 131

Figura 5.20. Losango (peça do Mosaico Geométrico) 133

Figura 5.21. Losango obtido através de 2 Triângulos Eqüiláteros (peças do Mosaico Geométrico) 133

Figura 5.22. Trapézio (peça do Mosaico Geométrico) 133

Figura 5.23. Trapézio obtido através de. 3 Triângulos Eqüiláteros (peças do Mosaico Geométrico) 133

Figura 5.24. Trapézio obtido através de 1 Losango e 1 Triângulo Eqüilátero (peças do Mosaico Geométrico) 133

Figura 5.25. Cágado construído, no computador, pelos sujeitos Joic, Pris e Tha, através do Software Computacional Megalogo 141

Figura 5.26. Representação seqüencial dos 9 pontos 144

Figura 5.27. Representação dos 9 pontos, do Quadrado e de sua Diagonal 144

Figura 5.28. Triângulo Retângulo obtido pela decomposição do Quadrado através de sua Diagonal 145

Figura 5.29. Membros Locomotores do Cágado: Dianteiro do Lado Esquerdo e Traseiro do Lado Direito 145

Figura 5.30. Membros Locomotores do Cágado: Dianteiro do Lado Esquerdo e Traseiro do Lado Direito, com o percurso de construção assinalado 145

Figura 5.31. Membros Locomotores do Cágado: Dianteiro do Lado Direito e Traseiro do Lado Esquerdo 146

Figura 5.32. Membros Locomotores do Cágado: Dianteiro do Lado Direito e Traseiro do Lado Esquerdo, com o percurso de construção assinalado 146

Figura 5.33. Casco do Cágado 147

Figura 5.34. Casco do Cágado, com o percurso de construção assinalado ... 147

Figura 5.35. Membros Locomotores do Cágado: Dianteiro do Lado Esquerdo e Traseiro do Lado Direito. Desenho assinalado para o detalhamento da construção 148

Figura 5.36. Membros Locomotores do Cágado: Dianteiro do Lado Direito e Traseiro do Lado Esquerdo. Desenho assinalado para o detalhamento da construção 150

Figura 5.37. Pontos restantes da construção do Cágado. Desenho assinalado para o detalhamento da construção 151

Figura 5.38. Casco do Cágado. Desenho assinalado para o detalhamento da construção 152

Figura 5.39. Cabeça do Cágado. Desenho assinalado para o detalhamento da construção 153

Figura 5.40. Garra Dianteira do Lado Esquerdo. Desenho assinalado para o detalhamento da construção 155

Figura 5.41. Garra Traseira do Lado Esquerdo. Desenho assinalado para o detalhamento da construção 156

Figura 5.42. Garra Traseira do Lado Direito. Desenho assinalado para o detalhamento da construção 158

Figura 5.43. Garra Dianteira do Lado Direito. Desenho assinalado para o detalhamento da construção 160

Figura 5.44. Triângulo Retângulo 161

Figura 5.45. Circunferência 163

Figura 5.46. Semicircunferência 163

Figura 5.47. Triângulo Retângulo construído sobre um dos lados do Quadrado situado em diagonal sobre 4 pontos 167

Figura 5.48. Triângulo Retângulo construído sobre um dos lados do Quadrado situado em diagonal, em posição que excede os 4 pontos 167

Figura 5.49. Triângulo Retângulo Isósceles que constitui o início da construção do Caracol 170

Figura 5.50. Triângulo Retângulo Escaleno que constitui a segunda etapa da construção do Caracol 170

Figura 5.51. Triângulo Retângulo Isósceles da figura 5.49. utilizado para a determinação do suplementar do ângulo $\propto_1$ 172

Figura 5.52. Triângulo Retângulo Escaleno da figura 5.50. utilizado para a determinação do suplementar do ângulo $\propto_2$ 172

Figura 5.53. Triângulo Retângulo Escaleno utilizado para a determinação do suplementar do ângulo $\propto_3$ 173

Figura 5.54. Triângulo Retângulo Escaleno utilizado para a determinação do suplementar do ângulo $\propto_4$ 174

Figura 5.55. Triângulo Retângulo Escaleno utilizado para a determinação do suplementar do ângulo $\propto_5$ 174

Figura 5.56. Triângulo Retângulo Escaleno utilizado para a determinação do suplementar do ângulo $\propto_6$ 175

Figura 5.57. Triângulo Retângulo Escaleno utilizado para a determinação do suplementar do ângulo $\propto_7$ 176

Figura 5.58. Triângulo Retângulo Escaleno utilizado para a determinação do suplementar do ângulo $\propto_8$ 176

Figura 5.59. 1º. Triângulo Retângulo construído para a representação do Caracol 178

Figura 5.60. 2º. Triângulo Retângulo construído para a representação do Caracol 178

Figura 5.61. 3º. Triângulo Retângulo construído para a representação do Caracol 179

Figura 5.62. 4º. Triângulo Retângulo construído para a representação do Caracol 179

Figura 5.63. 5º. Triângulo Retângulo construído para a representação do Caracol 179

Figura 5.64. 6º. Triângulo Retângulo construído para a representação do Caracol 179

Figura 5.65. 7º. Triângulo Retângulo construído para a representação do Caracol 179

Figura 5.66. 8º. Triângulo Retângulo construído para a representação do Caracol 179

Figura 5.67. 9º. Triângulo Retângulo construído para a representação do Caracol 181

Figura 5.68. 10º. Triângulo Retângulo construído para a representação do Caracol 181

Figura 5.69. 11º. Triângulo Retângulo construído para a representação do Caracol 181

Figura 5.70. 12º. Triângulo Retângulo construído para a representação do Caracol 181

Figura 5.71. 13º. Triângulo Retângulo construído para a representação do Caracol 183

Figura 5.72. 14º. Triângulo Retângulo construído para a representação do Caracol 183

Figura 5.73. 15º. Triângulo Retângulo construído para a representação do Caracol 183

Figura 5.74. Caracóis construídos no computador, pelos sujeitos Tig, Wel e Mca, através do Software Computacional Megalogo 185

Figura 5.75. Desenho construído mediante dois eixos de simetria representados pelas retas r e s 187

Figura 5.76. Desenho inicial (giro de 0º) 187

Figura 5.77. Desenho com giro de 45º 187

Figura 5.78. Desenho com giro de 90º 189

Figura 5.79. Desenho com giro de 135º 189

Figura 5 80. Desenho com giro de 180º 189

Figura 5.81. Esquema que indica o percurso para a construção do desenho . 197

Figura 5.82. Triângulo Retângulo Isósceles que compõe a figura 5.81. 197

Figura 5.83. Patinho na Lagoa construído no computador, pelo sujeito fel, através do Software Computacional Megalogo 199

Figura 5.84. Retângulo que deu origem à rede retangular para a construção do Mosaico 201

Figura 5.85. Retângulo da figura 5.84. que mostra a compensação de áreas, indicada através das cores 201

Figura 5.86. Peixe obtido através da compensação de áreas, de partes do Retângulo da figura 5.84. 205

Figura 5.87. Triângulo retângulo utilizado para o cálculo do comprimento da guelra do peixinho 207

Figura 5.88. Triângulo retângulo utilizado para o cálculo da medida da cabeça do peixinho 209

Figura 5.89. Mosaico de Escher (peixinhos Glub Glub) construído no computador, pelos sujeitos Lua e Mar, através do Software Computacional Megalogo 209

INTRODUÇÃO

O ensino da geometria tem sido objeto de discussões e controvérsias, merecendo, nos últimos anos, a atenção marcante de matemáticos, educadores, pesquisadores e estudiosos.

Sendo assunto de grande importância na escola, tem ainda sido relegado a segundo plano no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Autores tais como: Usiskin (1994); Lorenzato (1995); Passos (2000); Miskulin (1994 e 1999) e Pirola (1995 e 2000), dentre muitos outros, denunciaram essa situação, enfatizando a necessidade de que sejam empreendidos esforços no sentido de resgatar o espaço da geometria na escola e investir na melhoria do trabalho docente. Dificuldades de professores e de alunos em relação à geometria foram também apontadas em trabalhos de Lorenzato (1995), Passos (2000) e Pirola (1995).

Segundo análise de Passos (2000), apesar de sua reconhecida importância, diferentes estudiosos mostraram dificuldades de alunos e professores e, mais que isso, o abandono do ensino da geometria no Brasil, assim como no exterior. Realizando a revisão de trabalhos na área, a autora citou publicação do National Council of Teachers of Mathematics NCTM (1989), bem como a produção de inúmeros estudiosos e pesquisadores, ressaltando a relevância de pesquisas sobre o ensino de geometria. A autora também assinalou o aumento do número de trabalhos, apresentados em diferentes congressos e encontros nacionais e internacionais, focalizando o assunto em questão.

A importância do ensino da geometria e seu papel fundamental no currículo foram destacados em orientações oficiais para o ensino da Matemática, do Ministério da Educação, em Brasil (1998, p. 122), que dizem:

> "... a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive". (Brasil, 1998, p. 122).

Dentre inúmeras críticas ao ensino de geometria, Pirola (1995) afirmou que um trabalho docente, no qual predomine a memorização em detrimento da compreensão, não incentiva o aluno a buscar uma aprendizagem significativa e pode despertar atitudes negativas em relação à aquisição de conceitos. Brito e Pirola (2000) criticaram escolas que se centram em métodos mais tradicionais de ensino que enfatizam mais a aprendizagem ligada à memorização arbitrária do que a compreensão.

Pirola (1995) destacou a importância do ensino de matemática e a necessidade de aprendizagem significativa de conceitos, envolvendo a resolução de problemas que estejam vinculados à realidade do sujeito. O autor criticou a ênfase no uso dos livros didáticos na escola, comentando que, na maioria deles, o que se observa é que se atêm a apresentar definições, regras e fórmulas (ensino técnico); exigindo, por parte do aluno, apenas uma memorização das mesmas e aplicação em exercícios e provas escolares.

Superar abordagens tradicionais, centradas na natureza axiomática e dedutiva, e buscar abordagens mais abrangentes, dinâmicas e atuais podem tornar o ensino da geometria mais significativo para o aluno.

Apoiado em sua experiência como professor dos Cursos de Magistério e de Licenciatura em Matemática, Pirola (2000) indicou que uma das tarefas que implicava maiores dificuldades para os alunos desses cursos era a de solução de problemas, envolvendo conceitos geométricos. Apontou uma forte resistência ao ensino de Geometria, não só no Ensino Fundamental, como no Ensino Médio e também no Superior; pois, conforme analisado por ele, a grade curricular de um determinado curso de Licenciatura em Matemática apresentava esse conteúdo somente no último ano, atendo-se à geometria de posição e à geometria métrica.

A dificuldade dos professores para o ensino dos conceitos geométricos pode estar associada a vários fatores, inclusive ao não acesso ao estudo de tais conceitos no decorrer de sua formação, ou mesmo, ao fato de não gostarem de geometria, como afirmou Pirola (2000). Não se pode discordar do autor quando defende a necessidade de investimentos na promoção de cursos, para capacitar professores, como uma medida de grande importância, e menciona que alguns cursos têm sido oferecidos para os professores da rede pública do Estado de São Paulo através de programas de Educação Continuada. (Pirola, 2000).

A falta de preparo do professor para o ensino de geometria foi também citada como causa para a negligência do ensino dessa área da Matemática, tanto no Brasil, quanto em outros países, na análise de Pavanello (1989); Lorenzato (1995); Gravina (1996); Usiskin (1994); Hershkowitz e Winner (1984), entre outros, citados por Passos (2000, p. 54). A autora analisou dificuldades de professores em relação à atuação em sala de aula e na organização de atividades mais consistentes no ensino de geometria.

Deve-se levar em consideração que a problemática do ensino, de maneira geral, implica a compreensão de inúmeros aspectos, tais como: deficiência na formação de professores, melhoria de seu nível econômico e participação deles nas definições políticas dos rumos da educação, questões que não serão focalizadas neste trabalho.

A relação entre a formação do professor e os problemas identificados na escola pública, no ensino de Matemática, foi analisada por Passos (2000, p. 42-43-47) que citou dados obtidos pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica, SAEB/97 (Brasil - MEC/SAEB/1997). A autora afirmou que, segundo a análise de pesquisadores do Ministério da Educação (MEC), o baixo desempenho, apresentado por alunos em Matemática, e a formação de professores estariam relacionados. No caso, os dados indicariam a necessidade de maior conhecimento do professor, em especial, no que concerne à matemática, bem como em relação a conteúdos pedagógicos.

A questão do ensino da Matemática e, em decorrência, o da geometria, implicam também a análise de relações entre cognição e afetividade.

Trabalhos desenvolvidos em centros de pesquisa, dentre eles os de Brito e Gonçalez (1996), apontaram a importância de se compreenderem as relações entre atitudes e Matemática. Em artigo referente a atitudes (des) favoráveis com relação à matemática, as pesquisadoras ressaltaram a importância de as escolas desenvolverem programas que tenham como finalidade proporcionar a aquisição de atitudes positivas em relação à matemática, tanto por parte dos professores, quanto dos alunos, tendo-se em vista que as atitudes dos professores podem influenciar as dos alunos.

Pesquisa realizada pelas autoras citadas indicou, ainda, ser provável que um alto nível de desempenho do aluno pode ser relacionado à atitude positiva do mesmo em relação à Matemática. Afirmaram que, ainda que o aluno com atitude positiva não apresente um alto nível de desempenho, este será melhor do que aquele obtido pelo aluno que apresenta atitude negativa.

De acordo com Almeida (1988), e nas palavras do autor, a matemática é uma ciência pura e abstrata, porém sua aplicação tem se dado a objetivos essencialmente práticos, como a medida de terras, contabilidade, instrumentos de precisão. Nas últimas décadas, o estudo matemático tem se voltado para a construção dos processos de buscar suas próprias operações que consistem no aprofundamento de sua parte teórica. Contudo, estudiosos têm defendido um trabalho, no qual estejam presentes a criatividade, o desafio, a invenção, as regras, convívio com vitórias e derrotas, evitando-se um ensino centrado na passividade e na pura repetição.

É importante ter-se em mente que, mesmo em se considerando o extenso corpo de conhecimentos acumulado em matemática, há descobertas a serem feitas a seu respeito, e que os desafios da vida moderna exigem um trabalho que focalize a solução de problemas. Cabe à escola equilibrar o acesso ao conhecimento acumulado, com cargas de informação e conteúdos que permitam novas descobertas e sínteses. Quanto mais bem preparado estiver o aluno, mais poderá interferir para elevar sua qualidade de vida e a dos que o rodeiam, pois maior será o domínio que terá sobre os fenômenos naturais e sociais.

Passos (2000) assinalou a resistência de professores em relação à geometria, apontando dificuldades encontradas, especialmente, por aqueles que atuam no Ensino Fundamental – Ciclos I e II (1ª a 4ª. Séries), dentre elas: quanto à delimitação dos tópicos de geometria a serem abordados e quanto à forma de fazê-la, mostrando a necessidade de preparo desses profissionais, a fim de que também possam levar o aluno a perceber a importância dos conhecimentos geométricos. Deve-se ponderar se o uso de algum recurso especial poderia auxiliar a superação de dificuldades de alunos e professores.

Papert (1985) tem defendido a idéia de que o uso de computadores pode contribuir para desenvolver processos mentais, auxiliar a escola a lidar com dificuldades em relação à Matemática e geometria; enfim, mudar os meios de acesso ao conhecimento. Afirmou que a criança pode e deve programar o computador, desenvolvendo, nesse processo, sentimentos de domínio sobre o equipamento, assim como estabelecendo contato com idéias da Ciência, da Matemática e da Arte, nas quais poderiam apresentar algumas dificuldades.

Trabalhando com um grupo de pesquisa no MIT - Massachusetts Institute of Technology, nos Estados Unidos, Papert desenvolveu pesquisas sobre computadores e educação. Com base no trabalho desenvolvido, o autor afirmou que o uso do computador poderá auxiliar para que as crianças aprendam o que as escolas tentam ensinar, com menos dificuldades, despesas, menos dolorosamente e com maior sucesso. (Papert, 1985).

Outros pesquisadores tais como Abreu Junior (1992) e Miskulin (1994) indicaram vantagens do uso de recursos de informática em aulas de Matemática.

Na busca de desenvolver uma pesquisa sobre o ensino de geometria, foi possível perceber que, em inúmeras escolas da cidade de São Paulo, os professores evitavam o envolvimento na pesquisa, indicando, muitas vezes, que não ministravam e nem pretendiam ministrar aulas de geometria.

Um dos maiores problemas do ensino de matemática, segundo Vergnaud (1990), é conseguir-se, em sala de aula, uma melhor aproximação entre conceitos matemáticos e a solução de problemas, para serem manejados pelos alunos e também se tornarem interessantes.

Conceitos matemáticos, segundo Vergnaud (1990), nasceram da necessidade de respostas a problemas práticos e teóricos. Segundo o autor, considerando-se a história da matemática isso ocorria tanto na comunidade mais limitada dos matemáticos quanto no âmbito de vida de técnicos, cientistas ou comerciantes. Possivelmente, um trabalho organizado em torno de solução de problemas pudesse estimular um melhor efeito no processo ensino-aprendizagem.

Trabalho de Pirola (2000, p.23) acentuou idéias de Chi e Glaser (1992, p.250), as quais apontaram a solução de problemas como objetivo principal do ensino de conceitos matemáticos, enfatizando, portanto, que o ensino não deve ficar restrito ao desenvolvimento do raciocínio lógico do aluno e à resolução de exercícios rotineiros para demonstrar a aquisição dos conceitos.

O uso do Logo na sala de aula pode abrir perspectivas de trabalho que valorizem a solução de problemas e a atividade dos alunos, aproximando as idéias matemáticas de atividades que sejam significativas para eles. Não houve intenção, neste trabalho, de pesquisas a solução de problemas, uma vez que não é o foco dele, mas sim, investigar o uso do LOGO/MEGALOGO no ensino de Geometria; no entanto, todo o trabalho foi desenvolvido com tarefas de solução de problemas.

Papert (1985) afirmou que a utilização do computador, em um ambiente escolar, não apenas como um instrumento, mas com ênfase ao trabalho com a parte conceitual, pode favorecer os processos mentais dos alunos. O emprego dele proporcionaria, segundo o autor, mudanças nos meios de acesso ao conhecimento científico e eliminaria os obstáculos que fazem com que a ciência e a tecnologia sejam rejeitadas pela maioria das pessoas. Ao dissipar os empecilhos, sejam eles de ordem social, política ou econômica, os computadores favoreceriam a transmissão de numerosas idéias e de mudanças culturais, apresentando uma nova relação com o conhecimento, o que poderia interferir no pensamento das pessoas.

Papert (1985) concordou com a tese de Piaget de um sujeito que constrói o conhecimento na interação com o mundo, ao mesmo tempo em que desenvolve estruturas mentais, dando ênfase à atividade do sujeito. Conforme afirmou o autor, Piaget apontou o meio como fonte de materiais para a construção do conhecimento da criança. Papert (1985) comentou que se, em alguns casos, o que é oferecido pelo meio é suficiente para a construção de conhecimentos; em outros, é insuficiente, ficando o sujeito na dependência de atuação de adultos para a organização de situações que estimulem o acesso ao conhecimento.

Segundo Papert (1985), a multiplicidade de material disponível e sua variedade no meio próximo do aluno, sendo viável o seu uso, poderá tornar o acesso ao conceito mais simples e concreto. O autor, tomando como modelo de uma aprendizagem bem-sucedida aquela vivenciada pela criança em seu processo espontâneo de aprendizagem da fala, afirmou que a presença do computador ofereceria um ambiente natural, afastando a artificialidade e ineficiência daquele apresentado pela sala de aula. Como decorrência, o autor defendeu o uso do computador no ensino, o que facilitaria aos alunos a aprendizagem de conteúdos que as escolas encontram grandes dificuldades em ensinar.

Analisando-se as dificuldades de professores para o ensino de geometria e a proposta de Papert, e considerando trabalhos de Piaget, foi delineada esta pesquisa sobre o uso do Logo em sala de aula, com alunos da 8ª. Série do Ensino Fundamental.

O presente trabalho focalizou o uso do Logo no quadro teórico de trabalhos de Piaget e Papert (1985), analisando-se uma intervenção pedagógica na perspectiva construtivista em educação, considerando-se trabalhos sobre o ensino de geometria, apresentados em diferentes congressos e encontros nacionais e internacionais.

O objetivo da pesquisa foi o de investigar, comparativamente, o desempenho de alunos em relação a conceitos de geometria em situação em que se utiliza ou não o Software Computacional Logo/Megalogo na sala de aula. Além disso, outra preocupação foi a de investigar se, quando se utiliza o Software Computacional Logo/Megalogo na sala de aula, os alunos apresentavam atitudes mais positivas em relação à Matemática em comparação com as atitudes de outros alunos, com os quais não se tivesse utilizado o LOGO. O LOGO foi utilizado com o apoio de livros didáticos, paradidáticos, vídeo e mosaico geométrico.

A dissertação foi organizada da seguinte maneira: no capítulo 1, são focalizados a concepção de Educação e princípios relevantes apontados por estudos e pesquisas em Psicologia como contribuição à Educação Matemática, e analisadas relações entre cognição e afetividade. No capítulo 2, apresentam-se a teoria de Piaget e a proposta de Papert. No capítulo 3, o método e procedimentos de pesquisa são apresentados. No capítulo 4, são apresentados os dados coletados, os resultados e a análise. E, finalmente, Considerações finais encerram o trabalho.

Espera-se que os resultados e a discussão dos mesmos possam vir a constituir contribuição relevante para a Psicologia Educacional e, em especial, para a Educação Matemática. Espera-se poder contribuir para a reflexão de professores e estudiosos sobre o ensino de Geometria e as possibilidades do uso da Informática em Educação.

CAPÍTULO 1

O ENSINO DA MATEMÁTICA E A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Para o professor que se preocupa em realizar o melhor trabalho possível, as contribuições das diferentes áreas de fundamentos da Educação são de grande importância. No caso das contribuições da Psicologia, nem sempre, para o professor, é fácil compreender as diferentes perspectivas teóricas em Psicologia, identificar as contribuições relevantes em cada situação que enfrenta e, principalmente, conseguir transpor para a prática as orientações teóricas.

Nesse quadro de análise, verifica-se, segundo Coll (1995), que há os que defendem a opção por uma perspectiva teórica para todas as situações, e outros que defendem a idéia de que, sem se cair em um ecletismo extremado, devem-se valorizar diferentes trabalhos, já que uma teoria nunca esgota todas as dimensões da atividade docente, na opinião do autor citado. O autor destaca as contribuições da psicologia como especialmente importantes para o processo de selecionar objetivos, orientar a aprendizagem e favorecer, ao máximo, a assimilação de conhecimentos.

Defende, também, a idéia de um marco de referências, um conjunto de teorias e de explicações, que possam orientar o trabalho do educador, fugindo do ecletismo fácil e do purismo exagerado.

Preocupações com a superação das dificuldades do ensino de Geometria e com uma aprendizagem significativa remetem a um quadro de análise em que sejam considerados as orientações oficiais e fundamentos que orientem concepções sobre educação, ensino e aprendizagem.

1.1. A ORIENTAÇÃO OFICIAL PARA O TRABALHO NA ESCOLA

Segundo a orientação oficial da Secretaria de Educação Fundamental do Ministério da Educação (MEC) – (Brasil, 1998), deve-se considerar o papel do aluno como sujeito do processo de aprendizagem, sem desconsiderar o papel do professor:

> “Numa perspectiva de trabalho em que se considere o aluno como protagonista da construção de sua aprendizagem, o papel do professor ganha novas dimensões. Uma faceta desse papel é a de organizador da aprendizagem ... Além de organizador o professor é também facilitador nesse processo... Outra de suas funções é como mediador, ao promover a análise das propostas dos alunos e sua comparação ...” (Brasil, 1998, p. 38).

O papel do professor como **organizador** da aprendizagem implica a competência profissional, a qual depende de sua formação, para que possa realizar escolhas e organizar situações-problema que propiciem a construção de conceitos e procedimentos, com base em objetivos claramente definidos, devendo fornecer subsídios e material suficiente para o êxito no processo de aprendizagem. Como ponto de partida do processo de construção de conhecimentos, é necessário que o professor conheça as condições socioculturais, expectativas e competência cognitiva de seus alunos. (Brasil, 1998).

Como **facilitador** da aprendizagem, espera-se que possa fornecer as explicações necessárias, selecionar e fornecer materiais, textos, enfim, todos os elementos de que o aluno necessita para a construção do conhecimento, uma vez que a função do professor, nessa modalidade de ensino, não é mais a de expositor de conteúdos. (Brasil, 1998).

Como **mediador** da aprendizagem, o professor deve centrar a atenção na análise e comparação do material produzido pelos alunos, apresentado segundo critérios por ele estabelecidos, verificando procedimentos empregados, diferenças encontradas, discutindo com os alunos os resultados, os métodos aplicados e as soluções mais interessantes. (Brasil, 1998).

A orientação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998) do Ministério da Educação (MEC) aponta a necessidade de se levarem em conta a aprendizagem significativa e o desenvolvimento de atitudes, de normas e procedimentos.

> "É importante deixar claro que, na escolha dos conteúdos a serem trabalhados, é preciso considerá-los numa perspectiva mais ampla que leve em conta o papel, não somente dos conteúdos de natureza conceitual – que têm sido tradicionalmente predominantes – mas também dos de natureza procedimental e atitudinal ..." (Brasil, 1998, p. 75).

1.2. APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA, DESENVOLVIMENTO E ATITUDES

No presente, concepções que defendem que a escola deve preocupar-se com a promoção do desenvolvimento psicológico dos alunos e aprendizagem significativa têm recebido aprovação de grande parte dos educadores, como afirmam Palacios, Coll e Marchesi (1995). Os autores apontam algumas das orientações que têm sido usualmente aceitas em educação, incluindo a perspectiva construtivista em educação, a idéia de aprendizagem significativa, na teoria de Ausubel e as relações entre a cognição e a afetividade.

Comentam, também, que tem sido difícil para os professores definir o que se entende por desenvolvimento do indivíduo e como realizar o trabalho na escola.

Nessa perspectiva, entende-se que a aquisição de conhecimentos ocorre em um processo de construção, na perspectiva da Psicologia Genética. Espera-se que essa perspectiva contribua para desencadear um melhor resultado, na busca de uma aprendizagem significativa, duradoura e não apenas centrada na memória. Um trabalho centrado apenas em aulas expositivas, o qual desconsidere a atividade do aluno e enfatize a memória arbitrária de um conteúdo que deverá ser reproduzido em uma avaliação, dificilmente, será defendido por educadores.

Como afirma Coll (1991), a educação escolar formal envolve um processo de aprendizagem, de aquisição de saberes os quais são compostos pelos conteúdos específicos das diversas áreas de conhecimento; valores; normas; procedimentos; atitudes e interesses que não podem ser desconsiderados pelos professores.

Coll (1991) afirmou que:

> "a educação designa o conjunto de práticas sociais mediante as quais um grupo assegura que seus membros adquiram a experiência do mesmo historicamente acumulada e culturalmente organizada". (p. 162)

Tomando como fundamento as teorias sobre o caráter construtivo do processo de aquisição do conhecimento decorrente dos enfoques cognitivos, no estudo do desenvolvimento humano, mostra que têm sido destacadas como inoperantes práticas pedagógicas centradas em métodos de ensino expositivo de um conteúdo. A crítica aponta a desconsideração do processo de construção do sujeito, ainda que não se possam desconsiderar as aulas expositivas em momentos oportunos.

É inegável, para a educação, a importância das contribuições da psicologia genética piagetiana e de seus seguidores. Tais contribuições têm permitido a análise mais clara de problemas da educação, uma vez que apresentam informações sobre como o ser humano constrói o seu conhecimento, permitindo que se compreendam os processos e mecanismos cognitivos e as diferentes modificações, que se manifestam no decorrer da existência, como destaca Fini (1996, p.71).

Considerando as contribuições oferecidas pela psicologia genética, tendo em vista o trabalho educacional mais consistente, Fini (1996) mencionou que:

> "Nem sempre a escola leva em conta o processo de construção de conhecimentos, reconhecendo o papel ativo do aluno na elaboração do saber. As exigências da escola aos alunos nem sempre levam em conta a construção do sistema cognitivo e as diferentes formas de raciocínio". (p.71)

Possivelmente, no caso de professores, que ministram aulas de geometria no ensino fundamental, as orientações da psicologia Genética nem estejam sendo consideradas, seja em relação ao processo de desenvolvimento cognitivo, seja em relação ao processo de construção propriamente dito.

Nessa perspectiva, se o professor desempenha o papel de transmissor de conhecimentos, e o aluno, não tendo garantido a assimilação dos conteúdos que lhe permite utilizá-los em outros contextos, atua apenas como um receptor passivo desses conhecimentos, a aprendizagem fica prejudicada. (Brasil, 1998, p.37; Coll, 1991, p.133).

Coll (1991) destaca a necessidade de o professor considerar o desenvolvimento cognitivo, o nível de desenvolvimento operatório dos alunos, como um fator que possibilita o desenvolvimento pessoal deles. Salienta, também, os conhecimentos prévios do aluno, como instrumento de leitura e de interpretação, para iniciar as atividades que podem abranger experiências educacionais escolares ou não escolares, ou mesmo, aprendizagens espontâneas. Tais atividades podem envolver conceitos, concepções, representações e conhecimentos construídos no decorrer das experiências anteriores que possibilitam estabelecer seqüências de aprendizagem. (Coll, 1991).

A descrição de dificuldades de alunos e professores, no caso da Geometria, mostra que as análises dos processos de construção do conhecimento podem auxiliar o professor a compreender melhor como planejar e desenvolver o trabalho na sala de aula.

Moreno et al (1999) apontaram que os conhecimentos prévios, que os alunos trazem, ao ingressarem na escola, estão impregnados das concepções que foram constituídas no seu relacionamento e interpretação do universo. Desse modo, propiciar ao aluno acesso aos saberes humanos implica que se respeitem suas inquietações, orientando-o e, ao mesmo tempo, oferecendo-lhe uma programação curricular que possibilite um ajustamento entre as matérias curriculares e conhecimentos anteriores, interesses, desejos, pensamentos e emoções.

Outro aspecto importante, como acentuou Coll (1991), é o da interação em sala de aula, quando comenta que diversas pesquisas mostram a importância dela no processo ensino-aprendizagem.

A interação aluno – aluno desempenha um papel fundamental, favorecendo o processo de socialização dos alunos em todos os seus aspectos, permitindo-lhes exercerem controle sobre impulsos agressivos e conviverem com normas estabelecidas.

Além disso, facilita aos alunos a apreensão de competências e de destrezas, confrontando e revendo pontos de vista. (Coll, 1991).

Pesquisas descritas por Coll (1991) mostraram, na perspectiva da teoria geral Jean Piaget, que o desenvolvimento do raciocínio lógico e a aquisição de conteúdos escolares se beneficiam da interação social, através de um processo de reorganização cognitiva, decorrente dos conflitos e pela superação deles. Trabalhos, que tomam por fundamento idéias de Vygotsky e outras contribuições da psicologia soviética, afirmaram que o processo de interiorização se desencadeia mediante a interação social, a qual é o determinante e a origem da aprendizagem e do desenvolvimento intelectual.

Brenelli (1998), com base na teoria piagetiana, afirmou que as trocas interindividuais e a vida social constituem elementos indispensáveis para o desenvolvimento cognitivo, pois o mesmo não se estabelece como um processo individual. Mencionou, ainda, a importância da cooperação para o desenvolvimento das operações lógicas.

Macedo (1993), analisando as condições psicológicas para a construção de conhecimentos, acentuou, dentre as características psicológicas ligadas à aprendizagem, os aspectos afetivo e cognitivo, embora tenha destacado questões pedagógicas ou educacionais envolvidas nessas situações.

Afirmou, também, que, no plano estrutural, os dois aspectos têm grande consonância entre si, e compete, ao aspecto afetivo, fornecer as razões e; ao cognitivo, os meios, para se desenvolverem os conteúdos que a criança não "quer" (limitação afetiva) ou não "pode" (limitação cognitiva) trabalhar. Quanto ao ponto de vista funcional, não há implicações na prevalência de um dos aspectos sobre o outro.

Moreno et al (1999) relataram que:

> "Os componentes afetivos estão no núcleo do desenvolvimento intelectual e social das crianças e os afetos são também uma parte importante do meio. O conhecimento do meio deve proporcionar aos alunos um conjunto organizado de

> saberes que lhe permita conhecer-se a si mesmo e conhecer a realidade física e humana do ambiente em que vive." (p. 141-142).

Como afirmou Coll (1991), quando se permitem a discussão e o trabalho em grupo, a existência de pontos de vista moderadamente divergentes, entre os alunos, sobre a tarefa a se realizar, contribui para que surjam conflitos sócio- cognitivos, o que constitui aspecto positivo nas atividades na sala de aula. Tal situação de conflito, bem como a possibilidade de um e outro aluno ser responsável por tentar ensinar algo a outros alunos, e a co-participação na divisão de responsabilidade sobre o trabalho, a ser desenvolvido pelos membros do grupo, contribuem para que se elevem o nível de rendimento e os resultados de aprendizagem dos alunos. (Coll, 1991).

Uma proposta de trabalho docente, que valorize o estabelecimento das modalidades interativas, leve em conta aspectos afetivos e os processos psicológicos quanto ao desenvolvimento, às atitudes, à aprendizagem e à execução das tarefas escolares, poderá vir a ser uma contribuição para que se enfrentem problemas do ensino de Geometria, assim como os demais do ensino fundamental e médio.

É importante lembrar que não cabe ao professor restringir sua atuação, ao relacionar o processo interativo ao nível de eficiência dos alunos ao final de um processo, mas cabe a ele buscar compreender e acompanhar a influência desse processo interativo sobre o processo de construção de conhecimento na busca da aprendizagem significativa, conforme assinalou Coll (1991).

1.2.1. Aprendizagem Significativa na Teoria de Ausubel

David P. Ausubel (1980), na perspectiva da Psicologia Cognitiva, dedicou-se à elaboração de uma teoria da aprendizagem, considerando a aprendizagem escolar. Ausubel (1980) distingue diferentes tipos de aprendizagem: a) a aprendizagem por recepção e aprendizagem por descobrimento, b) a aprendizagem mecânica e a aprendizagem significativa. Tanto a aprendizagem por recepção quanto a aprendizagem por descoberta podem também ser ou do tipo mecânica, ou significativa.

Segundo o autor, é preciso que o aluno apresente uma disposição para relacionar as novas idéias de maneira não arbitrária e substantiva à sua estrutura cognitiva. Se não for estabelecida essa relação, a aprendizagem se dará de forma mecânica, podendo haver apenas uma memorização dos novos conceitos ou idéias, sem incorporação na estrutura cognitiva.

Segundo Ausubel et al (1980),

> "... uma relação não arbitrária e substantiva significa que as idéias são relacionadas a algum aspecto relevante existente na estrutura cognitiva do aluno, como por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição." (Ausubel et al, 1980, p. 34).

Segundo Ausubel e outros (1980), novos conceitos a serem aprendidos pelos alunos devem ser ancorados a outros de grande relevância, os quais se formaram, anteriormente, na estrutura cognitiva dos aprendizes, também denominados de subsunçores. Os subsunçores sofrem sucessivas modificações através das novas informações que se agregam às já existentes, tornando-se cada vez mais elaborados, conforme citaram Jesus e Fini (2001).

O conteúdo deve ser potencialmente significativo para produzir uma aprendizagem significativa. Quanto à sua estrutura interna – significância lógica – não deve ser arbitrário nem confuso. Quanto à sua possível assimilação – significância psicológica – a estrutura cognoscitiva do aluno deve possuir elementos interligáveis e que sejam relevantes.

Ausubel (1968;1973) destacou a necessidade da predisposição do aluno para adquirir uma aprendizagem significativa. Um dos fatores da aprendizagem, apontados pelo autor, diz respeito à atitude do aluno. Para uma aprendizagem significativa, o aluno deve integrar o conteúdo a ser aprendido aos conhecimentos que já domina, verificando a pertinência deles, combinando-os, reformulando-os, ampliando-os ou diferenciando-os em função do aprendido. O valor, que dará à aprendizagem, dependerá de sua motivação para formar significados corretos em grande extensão, de acordo com a sua estrutura cognoscitiva, não se contentando com uma aprendizagem apenas apoiada na memória arbitrária ou repetitiva. (Coll, 1991).

Deve-se tornar acessível ao aluno o conhecimento acumulado, clássico, erudito, mas a sua aquisição não deve ser feita como algo pronto, estático, de forma que lhe restem apenas a assimilação e memorização.

Coll (1991) ressaltou que o grau de significância de uma aprendizagem é diretamente proporcional à sua funcionalidade. Por essa razão, destaca-se a necessidade de se promoverem situações de aprendizagem escolar onde os fatos; conceitos; habilidades; valores; atitudes e normas sejam realmente utilizados, conquistando, assim, sua funcionalidade. Uma aprendizagem apresentará maior funcionalidade sempre que ocorrer uma assimilação mais intensa dos conhecimentos, em decorrência de relações que envolvem novas situações e novos conteúdos em maior número, quando o novo material, a ser aprendido, possa se relacionar com o que o aluno já sabe através de ligações numerosas e complexas, de forma a atribuir maior significância à aprendizagem. (Coll, 1991).

Aprender a aprender seria, na análise de Coll (1991), um dos aspectos mais atuais das orientações para o trabalho na escola. A capacidade do sujeito, para realizar aprendizagens significativas em situações e circunstâncias diversas e que ultrapassem as da escola, refere-se ao objetivo mais almejado da educação escolar, e evidencia-se como **aprender a aprender**. O alcance desse objetivo está ligado à aquisição de estratégias cognitivas de exploração e de descobrimento, bem como de planejamento e de regulação da atividade por parte do sujeito.

O ajuste da quantidade e da qualidade da ajuda pedagógica deve se adequar às necessidades que o aluno apresenta na realização das atividades de aprendizagem.

As atitudes dos alunos, ainda que não sejam fatores considerados os mais importantes da aprendizagem, segundo Ausubel (1980), podem afetar o rendimento escolar, já que, para que haja a aprendizagem significativa, primeiramente, o aluno deve ter a intenção de aprender significativamente.

1.2.2. Atitudes

Diferentes autores e pesquisas, tais como a desenvolvida por Brito (1996), também apontaram a importância das atitudes na sala de aula. Da mesma forma, para a presente pesquisa, também as atitudes dos alunos são importantes; pois, pelo fato de serem aprendidas, merecem atenção dos professores no sentido de se desenvolver um trabalho eficiente e consistente na sala de aula, uma vez que é provável que, desse modo, obtenham um melhor desempenho por parte do aluno.

A consideração de fatores afetivos, na análise do ensino de Matemática foi destacada por inúmeros estudiosos, dentre eles Brito (1996), Gonçalves (1981) e Neves (2002).

Brito (1996) realizou uma extensa revisão da literatura especializada e mostrou que o tema Atitudes, em Psicologia, é amplo e complexo. A pesquisadora tem desenvolvido estudos que mostram o erro de se considerar que a maioria dos alunos apresenta atitudes negativas em relação à matemática.

A análise da literatura especializada mostrou que são muitos os conceitos de atitudes; mas, neste trabalho, entende-se, como Brito (1996), que, na perspectiva da cognição social, atitude é:

> "uma disposição pessoal, idiossincrática, presente em todos os indivíduos, dirigida a objetos, eventos ou pessoas, que assume diferente direção e intensidade de acordo com as experiências do indivíduo. Além disso, apresenta componentes do domínio afetivo, cognitivo e motor." (Brito, 1996, p. 11).

No trabalho docente, tem sido possível ouvir depoimentos de professores em escolas de São Paulo, os quais mostram a tendência de considerar que seus alunos demonstram ter "receio" e atitudes negativas em relação à Matemática. Pesquisas como as de Brito (1996) mostram que os alunos não apresentam, em princípio, atitudes negativas em relação à Matemática, em oposição à opinião de muitos professores em exercício e em contraposição ao que, com freqüência, é divulgado em meios de comunicação.

Segundo os professores, os alunos acabam desenvolvendo um sentimento de aversão, como assinala Gonçalez (1995):

> "Em um estudo preliminar realizado com os alunos de 2ª, 3ª e 4ª séries de uma Escola Estadual de Campinas, foi verificado que: a matéria de que eles mais gostam é a Matemática. Em oposição, é a que os deixam mais ansiosos pois os alunos revelam ter "medo" frente à realização de provas ou exercícios; a importância da explicação do professor cresce a cada série; a maioria gostaria de saber fazer as lições de Matemática; é crescente o mal estar dos alunos que erram os exercícios, sentem-se rejeitados pelo professor, desenvolvem uma auto-imagem negativa, acham-se "burros" e a alegria, o prazer, a satisfação são muito grandes ao acertarem os exercícios."
> (Gonçalves, 1985, pág. 5) .

O desenvolvimento de atitudes favoráveis em relação à matemática é um dos elementos que deve merecer atenção de professores que pretendem desenvolver um trabalho eficiente e consistente na sala de aula.

Brito e Gonçalez (1996) indicaram a probabilidade de que um alto nível de desempenho por parte do aluno esteja relacionado à sua atitude positiva em relação à matemática, ou ainda, que, embora não se consiga atingir um alto nível de desempenho, o aluno, que tem uma atitude positiva, apresentará desempenho melhor quando comparado àquele que possui atitude negativa.

Como citado no trabalho de Brito e Gonçalez (1996), Klausmeier (1977) mencionou que o conceito de atitudes é composto por cinco atributos definidores: 1) aprendibilidade: que diz respeito à forma de aprender, intencionalmente ou não; a se comportar em relação a um objeto, idéia ou pessoa de maneira favorável ou desfavorável; 2) estabilidade: permanência, modificação ou desaparecimento das atitudes ao longo dos anos; 3) significado pessoal - societário: destaca a importância de predisposição a um relacionamento amigável e amistoso; 4) conteúdo afetivo – cognitivo: relaciona emoções e o componente cognitivo; 5) orientação aproximação – evitamento: aproximação do objeto de estudo ou reação de fuga.

Brito (1996) relatou que:

> " ... as atitudes são adquiridas e não inatas e embora algumas atitudes sejam mais duradouras e persistentes que outras, elas não são estáveis e variam ao longo da vida dos indivíduos, de acordo com as circunstâncias ambientais. As atitudes são altamente

> suscetíveis às influências da cultura na qual o indivíduo está imerso". (Brito, 1996, p.12).

Brito (1996) destacou como causa para o surgimento de atitudes negativas no aluno a falta de relação entre os conhecimentos, que são de domínio dele e o conteúdo formal a ser ensinado pela escola, a influência dos pais e dos amigos nas atitudes, bem como a influência que ele sofre em suas atitudes através das de seus professores.

As atitudes entendidas como um evento interno com componentes cognitivos, afetivos e motor são aprendidas e, segundo Brito (1996), sua compreensão pelos educadores matemáticos proporciona tanto ao professor quanto ao aluno melhor desempenho na disciplina, como também nas atividades a ela relacionadas.

No delineamento da presente pesquisa, foram consideradas de grande relevância as orientações de Brito e Gonçalez (1996) sobre atitudes (des) favoráveis com relação à Matemática. Ressaltaram a necessidade da construção de atitudes positivas por parte dos educadores, visando a favorecer a predisposição de alunos para aprender matemática através do desenvolvimento do autoconceito positivo, autonomia e prazer na resolução de problemas. O artigo das pesquisadoras destaca a importância de as escolas desenvolverem programas que abranjam o desenvolvimento de atitudes favoráveis em relação à matemática não apenas por parte do aluno, mas também dos professores. Cabe lembrar que atitudes de professores podem influenciar as dos alunos.

A manifestação favorável ou contrária a um objeto é uma idéia que se forma e, segundo Papert (1985), se a criança se desenvolver em um ambiente onde o adulto não lhe fale de matemática em diferentes momentos; quando ingressar na escola, manifestará ausência dos elementos básicos para aprender matemática.

Se o trabalho desenvolvido pelo professor não for adequado às necessidades desse aluno, poderá provocar-lhe uma atitude negativa não só em relação à matemática; mas, possivelmente, envolver a aprendizagem em geral. Esse sentimento favorável ou contrário é apontado como o componente afetivo das atitudes, que, de acordo com Brito (1996), refere-se às emoções: o objeto é percebido como agradável ou desagradável.

A proposta de utilização do Logo/Megalogo aponta para a possibilidade de incentivar atitudes positivas do aluno em relação à geometria no ensino de Matemática, apresentando situações de resolução de problemas na tela do computador, considerando-se as concepções de aprendizagem significativa e construção de conhecimentos.

A análise de Coll (1991) sobre contribuições da Psicologia à Educação indicou a relevância de se considerarem, a interação na sala de aula, os fatores da aprendizagem significativa e os trabalhos de Piaget, um dos mais renomados pesquisadores que influenciaram a orientação construtivista em Educação. Considerando-se que se pretendeu investigar o uso do Logo, como contribuição para uma aprendizagem significativa na perspectiva do construtivismo em geometria, que resultasse em melhor desempenho e atitudes mais positivas em relação à Matemática, serão delineados, no capítulo a seguir, elementos básicos da Teoria de Piaget e da proposta de Papert para uso do LOGO em sala de aula.

CAPÍTULO 2

A TEORIA DE PIAGET E O TRABALHO COM O LOGO/MEGALOGO

Para o professor, a Teoria de Piaget constitui uma inegável contribuição, já que o autor e seguidores apresentaram trabalhos que contribuem para que se compreendam o desenvolvimento cognitivo, a teoria dos estágios e, principalmente, processos e mecanismos de acesso ao conhecimento, relações entre mecanismos psicológicos da interação aluno – aluno e processos cognitivos.

Os trabalhos de Papert (1985) apontaram possibilidades de superar dificuldades de crianças no ensino de Matemática e geometria. Segundo Papert (1985), os trabalhos de Piaget apresentam a criança como construtora do próprio conhecimento ao mesmo tempo em que constroem a própria inteligência. A tese defendida pelo autor é que no processo de as crianças representarem suas idéias na tela do computador, esteja sendo criado ambiente e situações favoráveis à construção de conhecimentos e de envolvimento nas tarefas.

2.1. CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DE PIAGET

Como mostrou a teoria piagetiana, a criança não nasce com a inteligência pronta. As estruturas biológica e neurológica dão início à geração das estruturas mentais, através da seqüência de ações motoras que são realizadas pela criança. Essas ações são organizadas em esquemas, os quais se modificam, adaptam-se e constituem unidades estruturais móveis, proporcionando o surgimento de novas estruturas mentais.

Os esquemas iniciais, decorrentes dos órgãos dos sentidos e dos reflexos, ampliam-se, fundem-se, diferenciam-se, interiorizam-se e se organizam como sistemas operacionais concretos ou abstratos.

Na explicação de Flavel (1975):

> "Sendo uma estrutura cognitiva, um esquema é uma forma mais ou menos fluída de uma organização mais ou menos plástica, à qual as ações e os objetos são assimilados durante o funcionamento cognitivo". (p.54).

Piaget (1966) explicou os processos inteligentes, estabelecendo paralelismo entre o biológico e o psicológico, utilizando a idéia de adaptação. A adaptação biológica decorre de um equilíbrio progressivo entre o organismo e o meio ambiente, permeada por uma organização.

Como caso particular da adaptação biológica, a inteligência é uma organização, cuja função é estruturar o universo. Quanto ao grau de extensão das adaptações biológica e intelectual, Piaget afirma que, no começo da evolução mental, a adaptação intelectual se apresenta de forma mais limitada; mas, no decorrer do desenvolvimento, a adaptação intelectual supera de modo infinito a adaptação biológica.

As etapas percorridas pelo ser humano, a partir de seu nascimento até atingir o seu estado final de desenvolvimento cognitivo, são constituídas por quatro grandes períodos, segundo a teoria piagetiana. A transição de um período para outro se processa pela adição de conhecimentos aos já existentes nos períodos anteriores, pelo processo de equilibração, embora também lhe sejam dispensadas, através da reflexão, uma organização e forma de funcionamento cada vez mais elaboradas, através de um processo denominado de abstração reflexiva. (Sisto, 2000).

Esses períodos correspondem: à inteligência sensório-motora, que se estende do nascimento da criança até os seus 2 anos de idade; ao pensamento representacional ou pré-operatório, que atinge aos 6/7 anos; ao pensamento operatório-concreto, que alcança aos 10 anos de idade, todos de forma aproximada, e ao pensamento operatório-formal, que constitui o pensamento do adolescente. (Piaget, 1985).

Para Inhelder e Piaget, o ingresso da criança na sociedade dos adultos, que é marcado pela adolescência, não se realiza sem a passagem do sujeito para o período operatório-formal. Nesse período, o raciocínio predominante é o hipotético-dedutivo que o leva a pensar de modo totalmente autônomo do real e a raciocinar sobre proposições, superando o real e encaminhando para os possíveis. O pensamento formal tem como característica a reflexão da inteligência sobre si mesma, quando, na abstração reflexionante, as formas se transformam em conteúdo do pensamento, visando à construção de novas formas. Tal fato possibilita ultrapassar o real, criando um mundo ideal, assim como a ocorrência da inversão das relações entre o possível e o real, quando o real passa a ser um dos possíveis. Nesse pensamento, apresentam-se elevações no espaço e no tempo. (Becker, 1998; Franco, 1998).

Nos experimentos realizados por Inhelder, Bovet e Sinclair (1977), com crianças pré-operatórias, visando a transvasar água de um copo para outro; inicialmente, foram utilizados dois copos idênticos A e B, com a mesma quantidade de líquido em ambos. Esse experimento mostrou que, nessas circunstâncias, a igualdade de líquido nesses copos, em geral, é aceita pela criança. Prosseguindo os experimentos onde foi mantido o copo (A) como padrão, as pesquisadoras utilizaram também um outro copo (C) fino e alto e realizou-se a passagem do líquido do copo (A) para o copo (C), inquirindo-se as crianças sobre a comparação entre o conteúdo de líquido desses copos (A e C). Outra etapa do experimento consistiu em fazer o transvasamento do líquido do copo (C) para o copo (D) mais largo e mais baixo do que o copo (A) e, novamente, as crianças foram questionadas sobre a quantidade de líquido nos dois copos (A e D).

Os experimentos, que envolveram comparações entre os copos (A e C) ou entre os copos (A e D), indicaram que a igualdade entre as quantidades de líquido, geralmente, não é aceita pelas crianças desse nível operatório; possivelmente, pelo fato de se aterem a um dos atributos das dimensões de um desses copos – altura ou largura, pois não conseguem fazer a compensação entre essas dimensões.

Essa dificuldade decorre de essas crianças não observarem as transformações resultantes das ações executadas para transvasar o líquido de um copo para outro, fixando-se, possivelmente, nas situações estáticas de dois copos iguais (A e B), com a mesma quantidade de líquido, ou do copo padrão (A) com o copo (C) alto e fino, ou do copo padrão (A) com o copo (D) mais baixo e mais largo, considerando-se essas duas últimas situações depois de vertido o líquido.

Pode-se ainda interpretar que essas transformações são assimiladas às próprias ações da criança e, devido à ausência nela de um sistema de operações que sejam reversíveis, impossibilita-a de retornar ao ponto de partida para ligar, de modo coerente, todas as situações ou um sistema de compensação de diferenças – altura e largura, pois não admite a conservação. A reversibilidade operatória que, segundo os experimentos realizados por Inhelder, Bovet e Sinclair (1977), antes era verificada nas ações dos sujeitos; para os sujeitos que se encontram no nível das operações concretas se faz presente nas operações que se coordenam e formam estruturas definidas, as quais permanecerão em atividade e sem alteração durante toda sua existência, permitindo ainda a formação das operações formais. (Sisto, 2000).

A criança, que se encontra no nível das operações concretas, é capaz de utilizar qualquer um dos dois tipos de reversibilidade, os quais consistem da inversão ou negação, que comparecem em um dos experimentos realizados por Piaget sobre as correspondências multiplicativas, envolvendo as combinações possíveis com misturas de líquidos que possibilitam introduzir ou descartar um dos fatores (líquidos), quando eles se apresentam dissociados. Quanto à reciprocidade, somente aparecerá mais tarde, quando o sujeito estiver no nível das operações formais, quando poderá constatar, também, o processo da neutralização, e, em uma determinada atividade, utilizar o isolamento de um dos fatores, uma vez que a negação ou exclusão não poderão ser utilizadas. (Sisto, 2000).

Desse modo, somente no estágio das operações formais, é que o sujeito será capaz de dissociar fatores tanto por exclusão, como por neutralização de seus efeitos, ao passo que a associação de elementos, através das correspondências multiplicativas, ocorre no estágio das operações concretas. Piaget mencionou que, somente no nível das operações formais, é que será possível ao sujeito fazer a coordenação desses dois tipos de reversibilidade, ou seja, entre a inversão e a reciprocidade, uma vez que implica a formação do grupo INRC, composto pelas operações de identidade, negação, recíproca e correlata. (Flavell, 1975).

O processo de desenvolvimento cognitivo no qual, a cada período, as informações contidas nas estruturas do ser humano são complementadas e enriquecidas, sem ocorrer substituição das aquisições menos evoluídas por outras mais evoluídas, envolve também uma outra invariante funcional, denominada de adaptação, e que tem por componentes a assimilação e a acomodação. A assimilação permite ao indivíduo retirar do novo objeto, a ser integrado em suas estruturas cognitivas, apenas as informações que já são conhecidas. O organismo passa, então, por um processo de perturbação por não conseguir retirar as novas informações. Para que se processe a aquisição dessas informações desconhecidas, há necessidade de que o organismo passe por um processo de transformação em suas estruturas cognitivas, de forma a permitir a integração dessa nova informação. A essa reação do organismo, a qual possibilita a integração da novidade, Piaget denomina de acomodação. (Sisto, 2000).

Nesse caso, considerando-se a utilização do software Computacional Megalogo, tem-se, como meta, despertar o interesse do aluno para a tarefa proposta, a construção de conhecimentos em geometria, visando ao rompimento do equilíbrio inicial de seus esquemas mediante sua motivação, para se alcançar uma aprendizagem significativa através de um desequilíbrio ótimo, evitando-se uma aprendizagem puramente repetitiva, no sentido defendido por Coll (1991).

Na pesquisa desenvolvida, previa-se que, ao se proporcionarem situações com uso do LOGO, as atividades permitiriam ao aluno não apenas a tomada de consciência desse desequilíbrio, como também motivação para superar tal desequilíbrio e uma modificação adequada ou a construção de novos esquemas de conhecimento para alcançar uma reequilibração, na perspectiva anunciada por Coll (1991).

O conhecimento obtido pela interação do sujeito com objetos e pessoas, através das passagens sucessivas entre os estágios, mediante a construção de estruturas cada vez mais elaboradas, segundo Piaget (1967), pode ser subdividido, pelo menos, em três aspectos: conteúdos, procedimentos e operações (estruturas).(Macedo, 1993).

1) Esquemas Presentativos ou Conceitos – estão relacionados à construção dos conteúdos através da identificação do que são os objetos, sua composição, suas propriedades, seus nomes. Correspondem à organização imposta pelo sujeito, dentro de sua própria perspectiva, para assimilar conceitos, noções, imagens, características dos objetos e pessoas, ou seja, esquemas presentativos. São esquemas que favorecem a representação, comunicação e nos permitem perceber e expressar de diferentes modos, uma vez que é o olhar que cria o objeto. Segundo Piaget, envolvem não apenas os conceitos, mas também os esquemas sensório-motores e possuem grande capacidade de serem estendidos e abstraídos de seu contexto e de se conservarem.

2) Esquemas Procedimentais – estão relacionados aos modos organizados de produzir resultados sobre objetos e pessoas. Referem-se a como produzir resultados sobre conceitos, noções, imagens, características dos objetos e pessoas. Descrevem o modo de agir sobre o objeto, caracterizando-se em ações que levam a um fim. Em contraposição aos esquemas presentativos, os esquemas procedimentais não são facilmente abstraídos de seu contexto.

3) Esquemas Operatórios – implicam a construção de operações e a discussão sobre o porquê de agir ou de pensar de determinada maneira e, não de outra, sobre os conceitos, noções, imagens, características dos objetos e pessoas. Macedo (1993) se reporta aos esquemas operatórios como:

> "Referem-se a modos organizados de estabelecer relações, correspondências, morfismos, entre ações ou objetos tais que definam um sentido ou lei de composição que os estruturam como algo inteiramente necessário. Por isso, os esquemas operatórios sintetizam os esquemas de procedimentos (enquanto estruturas) e os presentativos (enquanto conceitos ou noções)". (p.126)

Segundo a teoria de Piaget, na elaboração do trabalho, os alunos irão aplicar os seus esquemas de ação que são saberes que se apresentam como órgãos da ação, uma vez que organizam e possibilitam as ações. A organização dessas ações como estruturas está ligada ao fato de as mesmas se entrelaçarem, compreenderem-se, formando o todo. Sua organização como funções faz sentido, pois são dinâmicas, têm uma atividade e uma direção (para que serve) fornecida pelo esquema. O esquema é uma qualidade da ação (organizada, operativa). Para Piaget, o que interessa é a qualidade da ação e aquilo, que é estruturado e estruturante nas nossas ações.

Construir ações espontâneas implica que, em uma determinada etapa do desenvolvimento, o sujeito adquire condições de efetuar trocas com o meio, por si só, utilizando-se dos esquemas presentativos, procedimentais ou operatórios, conectados de forma conveniente. (Macedo, 1993).

De acordo com Piaget, o indivíduo atinge o ápice do desenvolvimento cognitivo com a estrutura operatório-formal (Inhelder e Piaget, 1955/1976), a qual possibilita a interpretação de dados, as deduções a partir de hipóteses.

Piaget afirmou que as formas de equilíbrio, que conduzem ao refinamento e à estabilidade das estruturas, produzem, no decorrer do processo de desenvolvimento, um estado de equilíbrio denominado de equilibração majorante (Sisto, 2000).

A equilibração majorante implica a construção de esquemas cada vez melhores, mais amplos e complexos, nesse processo interativo estabelecido entre o sujeito e o meio, visando, através de sua adaptação ao meio (objetos, pessoas), a assegurar a sobrevivência do indivíduo.

Tais aprendizagens significativas, que ocorrem mediante a revisão, enriquecimento, diferenciação, construção e coordenação progressiva dos esquemas de conhecimento do aluno, atribuindo, dessa forma, um papel central à estrutura cognoscitiva do aluno, realizam-se no ambiente escolar através de um processo que envolve um equilíbrio inicial, um desequilíbrio e um reequilíbrio posterior, de acordo com a teoria piagetiana. (Coll, 1991).

Uma aprendizagem significativa implica eliminar o equilíbrio inicial do aluno. Para tanto, os conhecimentos a serem adquiridos e os esquemas de conhecimento do aluno devem apresentar divergências convenientes, quanto ao nível de interpretação da tarefa, evitando-se, assim, uma aprendizagem bloqueada. Aspectos afetivos não podem ser desconsiderados, a fim de proporcionarem um desequilíbrio ótimo e a tomada de consciência desse desequilíbrio e de suas causas. (Coll, 1991).

O desequilíbrio, a tomada de consciência pelo aluno dessa situação de desequilíbrio e sua motivação, todavia, não são suficientes para removê-lo. Faz-se necessária uma ajuda pedagógica que, de acordo com a qualidade que oferece, poderá promover a devida modificação ou a construção de novos esquemas de conhecimento do aluno, permitindo-lhe, dessa forma, realizar uma reequilibração posterior de seus esquemas de conhecimento, como afirma Coll (1991).

No trabalho com geometria na escola, a análise da proposta de Papert sobre o uso do Logo mostra possibilidade de que possa facilitar a construção, modificação, diversificação, coordenação e enriquecimento progressivo dos esquemas de conhecimento dos alunos, considerando-se as contribuições de Piaget e da aprendizagem significativa. Pesquisas analisadas por Coll (1991) destacam a importância do conflito e da resolução do mesmo como um dos fatores que intervém, muitas vezes, na modificação de tais esquemas, a importância da confrontação de pontos de vista divergentes, seja entre os esquemas iniciais do aluno e a nova situação de aprendizagem, seja entre esquemas apresentados alternativamente, seja entre os esquemas de diferentes alunos a respeito da mesma situação ou tarefa; a importância dos erros e da análise de seu próprio conhecimento para uma tomada de consciência sobre a necessidade de modificar os esquemas, visando a uma aprendizagem significativa.

Macedo (1997) ressaltou que:

> "analisar erros, numa perspectiva construtivista consiste em tomar consciência daquilo que deve ser corrigido ou mantido, na tentativa de melhorar os procedimentos. Isso promove a regulação, ou seja, a modificação da ação de acordo com o resultado". (p. 39)

De acordo com Macedo (1997), o erro decorrente de uma atividade pode se situar tanto no plano do fazer, quanto no do compreender. Manifesta-se no plano do fazer quando o sujeito não consegue chegar a um resultado favorável e, no plano do compreender, quando o sujeito não é capaz de descrever a ação, explicar e justificar sua escolha.

Em virtude de o enfoque cognitivo se estabelecer como uma concepção que dá ênfase à atividade do sujeito, que confere ao indivíduo a capacidade de selecionar, assimilar, processar e interpretar, tal perspectiva teórica tem conduzido, de uma maneira imprópria, a instaurar propostas pedagógicas que se centram na atividade auto-estruturante do aluno, constituindo a atividade auto-iniciada e autodirigida como os únicos elementos-chave para a produção de uma verdadeira aprendizagem. Esse fato tem levado a interpretações errôneas, as quais concebem a influência do professor e a intervenção pedagógica como desnecessárias ao processo de construção do conhecimento, considerando-se tal construção como um processo decorrente de uma produção individual obtida através da interação do sujeito com o objeto de conhecimento. (Coll, 1991).

Coll (1991) afirmou que, embora o processo de construção do conhecimento esteja ancorado na atividade auto-estruturante do aluno, segundo a teoria genética de Jean Piaget, essa idéia não deve restringir a intervenção pedagógica, não se desconsiderando que a influência do professor é de extrema importância no processo e pode favorecer a atividade auto-estruturante do aluno. (Coll, 1991).

A implantação e a difusão das práticas pedagógicas com enfoques construtivistas têm sido dificultadas pelo desconhecimento das condições favoráveis para um trabalho mais eficiente e das ações a serem executadas pelo professor em sua atuação como facilitador dessa aprendizagem (Coll, 1991).

Na visão piagetiana, construir significados indica integrar ou assimilar o novo material de aprendizagem aos esquemas de percepção da realidade adquiridos anteriormente pelo aluno. Dessa assimilação decorre uma modificação dos seus esquemas de ação e de conhecimento, através da acomodação, diversificação, enriquecimento e maior interconexão dos esquemas precedentes, tornando-os mais capazes de produzir significados. A significância do material de aprendizagem está relacionada à capacidade de se integrar esse novo material aos esquemas prévios do aluno. (Coll, 1991)

A abstração empírica se apresenta quando as informações são retiradas

> "dos objetos como tais ou das ações do sujeito em suas características materiais". (Piaget, 1995: 247; Franco, 1998, p.16).

A abstração reflexionante ("réfléchissante") se manifesta quando as informações são retiradas

> "das coordenações das ações do sujeito, podendo ter havido ou não uma tomada de consciência destas coordenações e ou do processo de reflexionamento". (Piaget, op. cit.: 274, in: Franco, 1998, p.16-17).

Por meio do processo de abstração, o sujeito observa a forma, tamanho, cor, isto é, extrai as características da figura, que é objeto de sua escolha para reprodução na tela do computador. Nesse processo de observação, valendo-se da abstração reflexionante, o sujeito retira das coordenações de suas ações as informações que lhe possibilitam fazer a decomposição da figura em estudo em figuras mais simples, permitindo-lhe identificar os conceitos geométricos envolvidos.

Exemplificando, através da Figura 5.25., neste trabalho, que corresponde ao cágado construído no computador mediante o Software Computacional Megalogo, a forma dessa figura, o tamanho e a cor foram extraídos pelos sujeitos através de processos de abstração. Nesse processo de observação, valendo-se da abstração reflexionante, ou seja, da coordenação de suas ações, os sujeitos retiraram as informações que lhes possibilitaram fazer a decomposição da Figura 5.25. em figuras mais simples, constituídas por seqüências de pontos, por um triângulo retângulo obtido através da decomposição do quadrado por sua diagonal, por quatro semicircunferências, por um quadrado, nas quais estão envolvidos os conceitos geométricos, e puderam elaborar esse conhecimento geométrico, utilizando-se de seus esquemas presentativos, procedimentais e operatórios.

A coordenação de ações dá origem ao processo de abstração reflexionante. A partir dessa abstração, é que se explica o processo de desenvolvimento. O êxito obtido pelo sujeito em suas ações, mediante a aplicação de seus esquemas (resultados exógenos), deve levá-lo a apreender desse resultado suas conexões (produto endógeno). Por outro lado, essas conexões sofrem uma reorganização, tornando-se mais competentes, mais abrangentes, isto é, uma reestrutura ou uma nova estrutura quando são elevadas para um outro patamar. (Becker, 1998, p. 38).

Para Piaget, o processo de reflexionamento se apresenta sob dois aspectos inseparáveis, assim constituídos:

> ‘O “reflexionamento” (réfléchissemente), que seria a projeção para um patamar superior daquilo que fora retirado de um inferior; e a “reflexão” (réflexion), que é a reconstrução mental daquilo que fora transportado do patamar inferior, no patamar superior’. (Piaget, op. cit.: 274-5, Franco, 1998, p. 17).

Esse processo de reflexionamento se relaciona à possibilidade de criação de novidades, a qual está vinculada não apenas aos conteúdos obtidos, uma vez que os mesmos provêm por abstrações empíricas; mas, em especial, às formas, isto é, às estruturas (formalização) obtidas por abstração reflexionante através das relações entre esses conteúdos. (Franco, 1998).

Pulaski (1983) ressalta que o processo de desenvolvimento cognitivo, segundo a teoria piagetiana, necessita da maturação, da experiência, da influência social e, sobretudo, da equilibração que, por meio de processos de auto-regulação, coordena os primeiros, mantendo a interdependência entre os mesmos.

Becker (1998), ao se referir às emoções, sentimentos e amores, mencionou que Piaget os considerou matematizáveis, pois podem ser classificados, seriados, embora, muitas vezes, de maneira inconsciente. Dessa forma, o ser humano pode vivenciar sua atuação como: ser matemático, sem se destituir de seus sentimentos, desejos e amores, sem abdicar de sua dimensão matemática. Na relação professor-aluno, é que a potencialidade máxima alcançada pela dimensão cognitiva implica a potencialidade máxima da dimensão afetiva, sendo a recíproca verdadeira, para que o ato pedagógico possa ser bem sucedido. (Becker, 1998).

Piaget afirmou que a aprendizagem resultante de conflitos cognitivos, gerados por situações vividas pelo ser humano, o qual procura solucioná-los, criando alternativas e instrumentos intelectuais, leva ao desenvolvimento. Segundo a teoria piagetiana (1976a; 1977), tal contexto exige que o sistema cognitivo, durante a aquisição do conhecimento, passe a interpretar a realidade de maneiras diferentes, ligando, desse modo, a aprendizagem ao desenvolvimento. (Sisto, 1996, p.60).

Segundo Inhelder e Piaget (1976), o adolescente sofre transformação de suas estruturas lógicas pela associação de certos esquemas operatórios ao seu pensamento hipotético-dedutivo e experimental, através de formas de equilíbrio que se estabelecem de forma gradual, decorrentes da interação entre os indivíduos e entre estes e o seu meio físico, visando à sua adaptação aos ambientes físico e social. Por outro lado, o pensamento da criança não ultrapassa o nível dos “agrupamentos” lógicos elementares ou dos agrupamentos aditivos e multiplicativos.

Essas transformações das estruturas lógicas do adolescente, ao lado de sua integração na sociedade dos adultos, a qual lhe possibilita os seus desenvolvimentos intelectual e afetivo, constituem-se como ponto de partida para a geração de outras modificações em seu pensamento.

O desenvolvimento das estruturas formais não depende apenas do desenvolvimento das estruturas cerebrais (nervosas), mas também do meio social do qual a educação e a cultura fazem parte, podendo acelerar ou retardar a aquisição dos possíveis. (Inhelder e Piaget, 1976)

O adolescente passa por uma modificação estrutural profunda, devendo-se, em grande parte, às variações que ocorrem no espaço e no tempo e que têm um caráter lógico-matemático, em virtude de decorrerem da ação e da coordenação de suas ações. (Becker, 1998).

Uma característica importante do pensamento operatório-formal é a de que a inteligência já não necessita mais das ações sobre o real, como ocorre com a criança no operatório-concreto. O pensamento do adolescente se pauta sobre proposições que conduzem a uma superação do real na busca dos possíveis, sendo o real um dos possíveis, criando um mundo ideal. (Becker, 1998).

O pensamento do adolescente não se restringe mais ao tempo passado e ao presente, mas estende-se para o tempo futuro. (Becker, 1998).

O sujeito, ao nascer, já traz consigo uma "lógica" que corresponde à sua organização hereditária. É a interação do sujeito com o objeto de conhecimento que o leva à construção de sua inteligência (subjetividade e objetividade), passando, de forma gradual, de um processo de grande indiferenciação para outro de diferenciação, obtido mediante a assimilação e a acomodação do objeto aos seus esquemas ou estruturas. Esses esquemas ou estruturas, ao assimilarem o objeto de conhecimento, transformando-o, também sofrem mudanças, levando o objeto a se transformar, ou seja, a uma acomodação. (Becker, 1998; Becker, 1999).

Segundo Becker (1999), no decorrer do processo de construção do conhecimento, ocorrem, simultaneamente, através da ação, transformações tanto no sujeito quanto no objeto, permitindo que, através dos resultados da ação, sejam adquiridos os mecanismos íntimos da mesma, criando dois mundos correlativos: o do sujeito e o do objeto. Esse trajeto percorrido é denominado de tomada de consciência, através do qual, o sujeito vai-se dando conta, uma vez que consegue refazer suas ações, avaliando os melhores meios para atingir os seus objetivos.

Tomada de consciência significa que o sujeito toma posse das coordenações de suas ações, toma consciência de suas ações. (Becker, 1998).

A tomada de consciência também é um processo de construção de conhecimento, pois possibilita ao sujeito tanto a construção da subjetividade quanto da objetividade através de sua ação, mediante a apropriação dos mecanismos íntimos da ação própria. (Becker, 1999).

A tomada de consciência está relacionada à capacidade cognitiva do sujeito, uma vez que sua construção se dá mediante a progressão do processo de abstração de um nível de menor para outro de maior grau, através da coordenação das ações práticas de 1º grau que têm, como meta, simplesmente o êxito, com aquelas de 2º grau. Estas últimas dependem do reflexionamento das anteriores, para, através da abstração de suas coordenações, que implica a realização de uma nova reorganização (das estruturas), para restabelecer a ordem que foi rompida por essa nova inserção de informações, possibilitar a passagem para um nível superior, através da abstração empírica ou reflexionante, quando as ações serão reorganizadas por reflexão, levando o sujeito à compreensão. (Becker, 1999).

A elaboração das ações de 2º grau se deve à passagem do reflexionamento à reflexão, através da abstração das coordenações das ações de 1º grau, por reflexionamento, que, dessa forma, ficam modificadas. Tal processo implica que a entrada de um elemento novo nas estruturas, o qual causou uma certa desorganização, exige agora uma reorganização, por reflexão, para restabelecer a ordem anterior. (Becker, 1999).

Becker (1999, p. 19) assinalou que:

> "A tomada de consciência parte, em cada caso, dos resultados exteriores da ação, para, somente em seguida, engajar-se na análise dos meios empregados e, por fim, na direção das coordenações gerais (reciprocidade, transitividade, etc.), isto é, dos mecanismos centrais, mas, antes de tudo, inconscientes da ação". (Piaget, FC, p. 173; in: Becker, 1999, p. 19).

Sempre haverá essas ações de 1º grau que sofrerão modificações pela combinação do processo de reflexionamento e de reflexão.

A abstração reflexionante, que se origina da coordenação das ações, desdobra-se em uma abstração denominada pseudo-empírica, que tem como ponto de partida os não-observáveis, isto é, a coordenação das ações de onde retira as informações, mas que, por outro lado, envolve observáveis, pois utiliza o quadro sensorial, que possibilita ao sujeito retirar das coordenações de suas ações a compreensão do fato que ele imagina, através de sua observação ativa sobre o objeto. (Becker, 1999).

A abstração refletida constitui um outro ramo da abstração reflexionante e tem na mesma sua origem, porém ela se estabelece somente após o processo de tomada de consciência, mediante o qual o sujeito “dá-se conta”, ou seja, é capaz de retirar as qualidades das coordenações de suas ações. (Becker, 1999).

A criança, que se encontra no período sensório-motor, possui um tipo de abstração denominada de empírica, enquanto que aquela, que se encontra no período simbólico ou pré-operatório tem sua abstração mais evoluída e abrangendo a do período anterior, é chamada de pseudo-empírica. Por outro lado, o pensamento da criança, que se encontra no período operatório-concreto, estendendo-se ao do adolescente no operatório-formal, é assinalado por uma abstração mais elaborada, caracterizada por abstração refletida e que envolve as anteriores, que, todavia, persiste no decorrer da idade adulta, sendo responsável pela reflexão científica, lógico-matemática e filosófica. (Becker, 1999).

A ação precede a conceituação. Pode-se alcançar o êxito sem ainda se ter adquirido o conceito. São os avanços obtidos nas sucessivas tomadas de consciência da ação que geram a conceituação e, a partir de um determinado nível de desenvolvimento, a conceituação prepondera sobre a ação, pois possibilita sua correção e aprimoramento.(Becker, 1999).

O ponto de partida para a tomada de consciência está na ação do sujeito, através de sua adaptação ao objeto de conhecimento, partindo da periferia P, isto é, da zona de adaptação ao objeto, e encaminhando-se para os centros C e C’, que estão nas direções denominadas de implicação e causalidade, respectivamente, as quais possibilitam ao sujeito alcançar as coordenações internas de suas ações (reciprocidade, transitividade, etc.), através dos processos de assimilação e acomodação. (Becker, 1999).

São as sucessivas tomadas de consciência da ação que partem do êxito obtido pela adaptação do sujeito ao objeto e têm como ponto de chegada a compreensão desse êxito, através das coordenações internas da ação – construções do objeto e das conexões lógico-matemáticas, que o levam a formar a conceituação. (Becker, 1999).

A conceituação possibilita ao sujeito, que se encontra em um nível mais elevado, uma reflexão sobre sua ação, conferindo à mesma um melhor aprimoramento. (Becker, 1999).

A conceituação se dirige tanto à construção do objeto quanto à construção das conexões lógico-matemáticas. Quando se refere às construções do objeto, através da noção de objeto, espaço, tempo e relação causal, partindo de P, a conceituação é identificada como causalidade C'. Quando se trata de construções realizadas, envolvendo as conexões lógico-matemáticas (significados), ou seja, das operações pelo sujeito, tendo também P como ponto de partida, recebe o nome de implicação C. Sua construção é realizada através da ação do sujeito sobre o objeto (causalidade), que provoca transformações nesse objeto (assimilação), ao mesmo tempo em que se produz uma ação de retorno (feedback) a qual leva a uma transformação do sujeito sobre si mesmo (implicação significante), que provoca transformações no sujeito (acomodação), embora tais direções (C e C') não possuam a mesma intensidade. (Becker, 1999).

Piaget (1979: 330) afirmou que

> "A inteligência não principia, pois, pelo conhecimento do eu nem pelo das coisas como tais, mas pelo da sua interação; e é orientando-se simultaneamente para os dois pólos dessa interação que a inteligência organiza o mundo, organizando-se a si própria". (in: Becker, 1998, p. 23).

É pelo processo de abstração, resultante da coordenação das ações de 1º grau, as quais levam ao êxito, com as ações de 2º grau, que levam à compreensão, mediante uma tomada de consciência quando o sujeito toma consciência de suas ações, que se constrói a capacidade cognitiva do sujeito. (Becker, 1999).

As abstrações empíricas ou reflexionantes, feitas mediante a coordenação das ações – não-observáveis – surgem da abstração das coordenações (razões das coisas) das ações de 1º grau (levam ao êxito), por reflexionamento, com o fim de colocá-las em um nível mais elevado, no qual serão organizadas por reflexão. Tais abstrações dependem da interação, assim como da qualidade dela, que, por sua vez, nesse meio desafiador, necessita de um sujeito ativo (Becker, 1999).

Becker (1999) assinalou que:

> ‘O sentido pedagógico que a epistemologia e a psicologia genéticas nos trazem constitui o professor como um organizador de ações: isto é, o professor tem por função, segundo Piaget, “inventar situações experimentais para facilitar a invenção de seu aluno” (Piaget, 1969). Como se vê, organizador de ações de segundo grau em que a fala desempenha um papel de primeira grandeza’ (in: Becker, 1999, p. 21).

2.1.1. Desenvolvimento dos Conceitos Geométricos na Criança

Piaget e Inhelder (1993) estudaram a construção do espaço na criança e verificaram que se inicia no plano perceptivo e se estende para o plano da representação. Entende-se por percepção, segundo a teoria piagetiana, o conhecimento que se tem dos objetos adquirido através de um contato direto com os mesmos. Quanto à representação, afirmaram os autores:

> “A representação consiste, ao contrário -, seja ao evocar objetos em sua ausência, seja quando duplica a percepção em sua presença -, em completar seu conhecimento perceptivo referindo-se a outros objetos não atualmente percebidos (por exemplo quando, reconhecemos um “triângulo”, assimilamos a figura dada perceptivamente a toda classe das formas comparáveis não percebidas simultaneamente).” (Piaget e Inhelder, 1993, p. 32).

Para conhecer a passagem do plano perceptivo para o plano representativo, esses autores, em experimentos realizados com crianças, investigaram os processos de exploração de objetos pelas mesmas, visando a encontrar, em primeiro lugar, uma distinção entre a percepção e a atividade perceptiva ou sensório-motora. Utilizaram uma experiência conhecida como "percepção estereognóstica" na qual são empregados objetos compostos por sólidos familiares (bala, tesoura), formas geométricas em madeira (quadrado, círculo), e a criança, ao apalpá-los sem ver, deve nomeá-los, ou desenhá-los, ou reconhecê-los a partir de outros conjuntos visíveis ou desenhos que lhe são apresentados.

Constataram que, de posse de uma figura a ser conhecida, pela impossibilidade de agrupar o conjunto da figura em apenas uma "centração" tátil, o reconhecimento perceptivo de tal figura ocorre através da coordenação de todas as centrações sucessivas, mediante o deslocamento de suas mãos sobre o objeto ou pelo deslocamento do próprio objeto.

Para que esse reconhecimento perceptivo se realize, há necessidade de uma ação conjunta da percepção e da atividade perceptiva ou sensório-motora. A percepção, como primeiro componente desses dois processos, manifesta-se mediante cada centração da mão sobre o objeto ou sobre uma de suas partes. A atividade perceptiva ou sensório-motora, sendo o segundo componente desses dois processos, ocorre mediante o deslocamento das centrações (descentralização) e pelos "transportes" dos resultados de uma centração para outra.

Piaget e Inhelder (1993) tomaram como exemplo de figura a ser conhecida aquela dada por um cartão triangular. Mencionaram que a criança, ao centrar a mão sobre um dos ângulos desse cartão triangular, através da percepção que essa superfície lhe oferece, uma vez que é fechada do lado da ponta e aberta do lado remanescente da figura, será provocada a um movimento na direção aberta constituída pelas demais partes da figura, levando-a à exploração dos outros ângulos do triângulo. Esse movimento que leva o sujeito à exploração dos demais ângulos do triângulo possibilita o "transporte" dos resultados da percepção anterior (do ângulo, nesse caso), que irá incidir sobre as percepções posteriores e, desse modo, efetuar a coordenação das percepções sucessivas entre si.

Quanto à percepção visual, a única diferença que apresenta, quando comparada à percepção tátil, reside na obtenção de mais elementos simultâneos pela centração do olhar do que pela centração tátil. Essa vantagem da centração do olhar sobre a centração tátil se verifica no reconhecimento de figuras simples, como, por exemplo, um círculo ou um triângulo, onde, através de uma primeira centração do olhar, a criança consegue obter o conjunto dos elementos, assim como das relações. Porém, o mesmo não ocorre no caso das figuras complexas as quais exigem que a criança percorra o mesmo caminho que é feito pela mão, através do seu olhar, mediante uma atividade perceptiva ou sensório-motora que tem, como finalidade, coordenar as centrações.

O reconhecimento das figuras geométricas pelas crianças não se estabelece da mesma forma para todas elas, dependendo do nível de desenvolvimento em que as mesmas se encontram. As formas de figuras apreendidas pelas crianças pequenas são as topológicas, que lhes permitem fazer o reconhecimento das figuras através de atributos tais como: abertas ou fechadas, enlaçadas, separadas. A geometria euclidiana, que se relaciona a figuras, ângulos, permanece indiferenciada para essas crianças, exceto para o círculo onde ocorre um início de diferenciação. Essas formas são abstraídas das ações que a criança aplica ao objeto por meio de um processo que se caracteriza em seguir, pouco a pouco, a rodear, a percorrer, a separar.

Piaget e Inhelder (1993) mencionaram que, no decorrer do 1º estádio (até mais ou menos 4 anos), a criança não consegue abstrair as formas do objeto, pois sua passividade, diante do mesmo, não lhe permite explorá-lo suficientemente. A exploração constitui um requisito para a determinação das formas geométricas. O contato da criança com o objeto consiste em segurá-lo com as duas mãos, apalpá-lo ou girá-lo, atendo-se às primeiras centrações (tocar um elemento qualquer do objeto) fortuitas, sem conseguir explorá-lo, ou seja, descentralizar.

Os autores citados, ao se referirem às atividades para essas crianças do 1º estádio, envolvendo formas geométricas, relataram que, ao tocar uma figura com limite curvo ou reto ou uma ponta, a forma dessa parte apalpada é assimilada a uma forma visual com a mesma característica parcial, sendo que as formas das demais partes da figura não são levadas em consideração, isto é, a sua estrutura total.

Para que se processe, na criança, o reconhecimento das formas geométricas, é necessário que a mesma faça uma exploração de todo o contorno do objeto, identificando as retas, as curvas, assim como avaliando o número e o valor dos ângulos, reconhecendo linhas paralelas ou divergentes.

Piaget e Inhelder (1993) relataram que, durante o estádio II (de 4 a 7 anos), ocorre um progresso na atividade perceptiva da criança que coordena as centrações táteis entre si, levando à formação de imagens gráficas e mentais. Nesse nível, as formas euclidianas são gradativamente reconhecidas e ocorre também desenvolvimento no desenho, pois a exploração do contorno da figura é necessária para que a criança consiga desenhá-la, assim como reconhecê-la entre outras.

Segundo esses autores, a análise dos ângulos, feita pela criança, é o que diferencia a passagem das relações topológicas para o início de distinção das relações euclidianas, através do complexo de retas que constitui o ângulo. A compreensão do ângulo como duas retas que se cortam, sendo a conseqüência dos movimentos (do olhar ou das mãos) que se juntem ou do afastamento entre um movimento de ida e o movimento de volta e a sua introdução no conjunto de uma figura fechada exigem da criança uma reconstituição desse ângulo, que implica uma abstração que se pauta, não mais unicamente do objeto, mas a partir da ação.

Esses autores relataram que, no transcorrer do estágio II, mediante o início das formas euclidianas, ocorre, na criança, um aumento gradual de diferenciação das formas com ângulos, embora não se alcance ainda um sucesso geral. Através da exploração dos ângulos, a criança consegue verificar se são retos ou agudos, embora, nas formas mais complexas, não alcance êxito; pois seu raciocínio não lhe possibilita coordenar os dados percebidos. Todavia, consegue fazer a distinção das retas e das encurvações, dos ângulos de valores diferenciados, dos paralelismos , das relações de igualdade ou desigualdade entre os lados das figuras.

Piaget e Inhelder (1993) afirmaram que:

> "tanto as formas euclidianas como as precedentes são abstraídas de certas ações, ao menos tanto quanto do objeto ao qual elas se aplicam, e é esse papel da coordenação das ações próprias que confere de imediato a tais estruturas um caráter geométrico e não somente físico." (Piaget e Inhelder, 1993, p. 46).

A coordenação reversível dos procedimentos de exploração, de acordo com Piaget e Inhelder (1993), processa-se somente por volta de 7 - 8 anos (estádio III), com o aparecimento das operações concretas, pois é essa coordenação reversível que permite ao sujeito dirigir-se ao ponto de origem e agrupar todos os elementos de uma figura em torno de um ou muitos pontos estáveis de referência. Segundo esses autores:

> “uma operação é uma ação suscetível de voltar ao seu ponto de partida e de fazer composição com outras segundo esse duplo modo direto e inverso” (Piaget e Inhelder, 1993, p. 51).

Ainda, conforme Piaget e Inhelder (1993), a coordenação reversível constitui a forma de equilíbrio que a criança atinge através dos movimentos de exploração e de acomodação imitativa. Nesse estádio, o sujeito é capaz de distinguir as formas complexas, assim como levar em consideração a ordem e as distâncias ao mesmo tempo.

Na pesquisa, previa-se que esse conhecimento permitisse aos sujeitos desenvolverem a construção dos polígonos encaixados, tanto no papel através de régua e transferidor, quanto no computador com o uso do Sistema Computacional Megalogo. Considerou-se, de início e sem uma avaliação por meio de instrumentos, que poderiam apresentar o nível das operações formais, analisando-se a faixa de idade dos alunos. Previa-se que os alunos dominassem as formas geométricas, assim como a ordem e as distâncias, uma vez que tal aquisição se estabelece no nível das operações concretas.

2.1.2. O Possível

Na análise de mecanismos de construção da novidade, ou sobre criatividade, como é comumente citado na literatura, lembra Sisto (1996), a teoria de Piaget (1985) apresenta elementos que podem ser importantes para a atuação pedagógica e psicopedagógica. O autor analisa experimentos sobre os possíveis e apresenta processos que mostram a criação de alternativas pelo indivíduo.

É o que pode ser. É o que dá liberdade. Vincula-se à escolha, à disponibilidade, a alternativas. O possível é tirado da impossibilidade, do necessário ou contingente.

Os possíveis se constituem, conforme a teoria piagetiana, antes das estruturas operatórias e, por meio deles, podem-se formular hipóteses.

A multiplicação das combinações possíveis, que leva à atualização das possibilidades, torna-se cada vez mais rica à medida que os alunos atingem o nível das operações formais, de acordo com Piaget (1987).

Piaget (1987) afirmou que, embora os sujeitos se encontrem no nível das operações formais, o qual se caracteriza pela existência das estruturas hipotético-dedutivas, tais estruturas não são suficientes para favorecer a invenção, embora sejam responsáveis pela coerência de seus pensamentos.

Os alunos, que se situam no nível das operações formais, estão aptos a operar a partir de simples hipóteses, independentemente, da verdade ou falsidade das mesmas, de acordo com Piaget (1987). Esse ato constitui um dos fatores que proporciona a invenção. Outro fator está relacionado à combinatória que fornece a lista de possíveis, cuja construção é favorecida pelas operações formais. As verificações, que tornam possível a melhor escolha, a partir da relação dos possíveis, constituem um terceiro fator a possibilitar a invenção – o aumento dos possíveis. Nas palavras de Piaget, quando o sujeito atinge o nível formal

> "desde o início, mergulha o real em um mundo de possíveis ao invés de extraí-los do real". (Piaget, 1987, p. 56).

Os alunos, que se encontram no nível das operações formais, não precisam se apoiar sobre verdades concretas e objetos materiais; podem raciocinar, dedutivamente, mediante hipóteses consideradas como possíveis, segundo Piaget.

Porém, o desenvolvimento das estruturas operatórias constitui condição necessária, mas não suficiente para o processo de formação de possibilidades. Outras formas de organizações, que constituem dois grandes sistemas complementares, embora possuam significações distintas, são necessárias.

O primeiro desses sistemas – Sistema I (Compreender) – que possui uma característica organizadora e estruturante, abrangendo os esquemas presentativos e os esquemas operatórios enquanto estruturas e envolve uma compreensão presentificada (atualizada), tem, como meta, levar o aluno a compreender as circunstâncias que envolvem operações físicas e lógico-matemáticas. É um sistema que possui uma auto-organização, favorecendo a abertura para novos possíveis. Busca o Rèussir (fazer com êxito, é preciso funcionar).

O outro sistema – Sistema II – que tem como componentes os esquemas procedimentais e os esquemas operatórios enquanto operações transformantes, sendo que uma de suas funções essenciais é de ordem heurística, tem como objetivo levar ao êxito na solução de um problema (busca o Réussir – fazer com êxito). (Macedo, 1993).

O real é constituído pelo Sistema I, isto é, pelo conjunto dos esquemas presentativos e operatórios. O processo de formação de possibilidades depende, principalmente, do Sistema dos Procedimentos II, sendo este fonte de seleção endógena, que tem como meta a busca pelo êxito e onde as regulações, que corrigem ou completam o método, levam a atualizações das ações, mediante seu aperfeiçoamento. A abertura para novos possíveis segue as seguintes etapas que consistem de livres combinações entre os dados do problema e os procedimentos que serão aplicados visando à sua solução. A seguir, deverá ser efetuada uma seleção entre essas combinações a qual poderá envolver os resultados obtidos pelos procedimentos aplicados (seleção exógena) ou ser o fruto dos esquemas presentativos e operatórios já organizados (Sistema I), ou das práticas resultantes dos esquemas procedimentais (Sistema II, fonte de seleção endógena).

No Sistema II, o erro constitui um dos possíveis. No Sistema I, apresenta-se apenas como um descuido no decorrer do processo, devendo ser evitado. O Sistema II nunca está em equilíbrio. Essa busca pelo novo é que possibilita as reequilibrações (nesse caso, o melhor caminho para se reproduzir a figura no computador, na solução do problema) quando o equilíbrio é alcançado e o problema se soluciona.

A formação dos procedimentos operatórios deve-se aos progressos obtidos mediante a coordenação dos procedimentos (por transferências, regulações simples, regulações de regulações, etc.).

O Sistema II favorece o enriquecimento do Sistema I e, em particular, do conjunto das estruturas lógico-matemáticas.

Piaget (1987) descreveu a existência de 4 formas de possíveis:

1) possível hipotético: que conduz a êxitos, valendo-se da composição de erros com idéias fecundas, permitindo formular hipóteses sobre o que não vemos;
2) possíveis atualizáveis: cujo resultado são as realizações efetivas ou uma idéia correta de sua amplitude decorrente após seleções;
3) possíveis dedutíveis: são as variações que ocorrem internamente e que, por intermédio de uma estrutura operatória, podem ser deduzidas;
4) possíveis exigíveis: – nessa forma de possível, ainda não estão definidos os procedimentos mediante os quais o sujeito acredita que pode e deve generalizar uma estrutura.

O trabalho na escola, dificilmente, tem levado em conta o processo de construção de possíveis. A construção de figuras pelos sujeitos da presente pesquisa, mediante o Software Computacional Megalogo, pode permitir aos alunos que se deparem com situações onde esses possíveis estariam presentes. No caso, a análise da produção dos alunos pôde indicar a presença da reversibilidade, a maneira como reagem aos próprios erros e como lidam com possíveis.

O quadro analisado das contribuições da Psicologia mostra a diversidade de assuntos e perspectivas teóricas e de pesquisa, destacando-se a proposta epistemológica construtivista e, também, a importância da atuação do professor em sala de aula, mesmo em se tratando de uma proposta construtivista.

Destacam-se a compreensão e consideração pelo professor dos processos de desenvolvimento cognitivo, das características dos estágios e do processo de interação que favorece a socialização dos alunos e possibilita-lhes a apreensão de competências e de destrezas, a importância das atitudes para a aprendizagem. O nível de desenvolvimento operatório é destacado, não como o mais importante, mas como um dos principais fatores que possibilitam o desenvolvimento pessoal do aluno através de suas experiências educacionais escolares, e que deve ser considerado pelo professor na sua atuação, não sendo, no entanto, foco desta pesquisa.

2.2. A LINGUAGEM LOGO/MEGALOGO E A GEOMETRIA

Dentre as linguagens computacionais utilizadas na educação, a linguagem Logo constitui uma das principais para a educação, pois poderá contribuir não apenas como um instrumento, mas de forma conceitual para os processos mentais dos alunos. Pesquisas como as de Calani (1981); Meira (1987); Neves (1988); Abreu Jr (1992); Miskulin (1994; 1995; 1999); Zillig (1995); Cabral (1995); Almeida, F.B. (1995); Almeida (1995); Garcia (1995) e Marchelli (1996), dentre muitos outros, apontam a utilização do Logo na educação. Segundo Papert (1985), esse recurso computacional exerce influência sobre o pensamento das pessoas, mesmo quando, fisicamente, não estão em contato com ele. A linguagem Logo foi criada por uma equipe de cientistas americanos, tendo, à sua frente, o professor e matemático sul-africano Seymour Papert.

Papert (1985), quando colocou em prática o recurso computacional, utilizava um robô parecido com uma tartaruga e que era comandado por controle remoto, tendo, na parte inferior de seu corpo, uma caneta que, ao movimento da tartaruga, desenhava sobre a superfície o que se passava. Esse empreendimento teve como finalidade a criação de um sistema computacional que visasse à transformação da concepção de ensino-aprendizagem tendo como meta obter um aluno ativo, crítico, que conhecesse o seu potencial intelectual e o utilizasse no desenvolvimento de suas habilidades e na aquisição de novos conhecimentos.

A idéia de criar uma ferramenta que utilizasse uma linguagem de programação interativa, isto é, que permitisse um diálogo entre o usuário e o computador; ao mesmo tempo em que o usuário ensinasse o computador também aprenderia com ele, permitiu que, por volta de 1965, em Cambridge (Massachusets USA), no departamento de Tecnologia Educacional de Bolt, Beranek e Newman, uma empresa de pesquisa em informática, constituísse a primeira equipe Logo, nome este dado por Wallace Feurzeig, diretor do departamento da BBN, como referência ao termo grego pensamento, raciocínio, discurso. Seymour Papert, juntamente com Marvin Minsky do Laboratório de Inteligência Artificial

(AIL), dirigiu o grupo Logo que, nos fins da década de 60, constituiu-se no Massachusets Institute of Technology, em Cambridge.

Partindo do pressuposto de que a Geometria Euclidiana foi construída com base em um conjunto de conceitos fundamentais; sendo um deles, o ponto, o qual se caracteriza por possuir uma posição e nenhuma outra propriedade, a geometria da Tartaruga foi concebida através de uma entidade fundamental, chamada por Papert de “Tartaruga”, similar ao ponto de Euclides, mas que, em contraposição a ele, é dinâmica e possui outras propriedades, podendo ser relacionada a coisas que as pessoas conhecem e que, além da posição, tem uma propriedade muito importante, que é a orientação.

Neste trabalho, pretendem-se estudar os conceitos da geometria Euclidiana através da linguagem de Programação Logo, procurando investigar se há melhor desempenho de alunos em geometria e atitudes mais positivas em relação à Matemática, quando se utiliza o Logo na sala de aula, em comparação com alunos que não o utilizam.

Segundo Papert (1985), a geometria da Tartaruga envolve as geometrias diferenciais desenvolvidas desde a época de Newton, as quais tornaram viável a maior parte da física moderna, pertencendo a uma família de geometrias com propriedades não encontradas nos sistemas euclidianos ou cartesianos.

Na geometria da Tartaruga, segundo Papert (1985), o círculo tem sintonicidade corporal, pois sua construção, que consiste em encorajar a criança para que proceda com o seu corpo da mesma forma que a tartaruga se move na tela para fazer o desenho escolhido, consistindo em seguir alguns passos para frente, virar um pouquinho e continuar a repetir esse mesmo procedimento, tem fortes relações sobre a percepção e o conhecimento que a criança tem sobre o seu próprio corpo.

A construção do círculo permite à criança o acesso a um conjunto de idéias que estão na base do cálculo diferencial, que implica não o formalismo do cálculo, mas seu uso e seu significado, conforme Papert (1985):

> ‘Em nossas instruções à Tartaruga, PARAFRENTE 1 e PARADIREITA 1, nós nos referimos somente à diferença entre onde ela se encontra agora e para onde ela deverá ir momentaneamente. Isso é o que torna as instruções diferenciais. Nisso não há nenhuma referência a qualquer parte que esteja além do rastro deixado pela Tartaruga. Ela enxerga

> o círculo à medida que vai sendo construído e é cega a tudo o que estiver muito além do círculo. Essa propriedade é tão importante que os matemáticos têm um nome especial para ela: a geometria da Tartaruga é "intrínseca" '. (Papert, 1985, p. 91).

Na geometria euclidiana, um círculo é definido pela distância constante entre pontos desse círculo, em relação a um outro ponto que não pertence a esse círculo e que constitui o centro desse círculo.

De acordo com Papert (1985), o trabalho com a geometria da Tartaruga produz dois tipos de conhecimento. O primeiro deles é o matemático em que a geometria da Tartaruga constitui um tipo de geometria de fácil aprendizado sendo um portador eficiente de idéias matemáticas gerais. O segundo tipo é o matético que significa conhecimento sobre aprendizagem, abrangendo a abordagem a qual consiste em fazer com que algo, a ser aprendido, tenha sentido. Pela estratégia matética:

> "para aprender algo, primeiramente faça com que isto tenha algum sentido para você" (Papert, 1985, p. 87).

O segundo tipo, que também aparece na obra A Máquina das Crianças, seria o traduzido como "matética". Com essa palavra, o autor e a tradução indicam conhecimento sobre a aprendizagem.

Matética designa, para Papert, um curso sobre a arte de aprender. Sobre essa escolha, o autor lembrou que a palavra Matemática se originou de uma família de palavras gregas relacionadas à aprendizagem, onde Mathematikos significava "disposto a aprender", mathema era "uma lição" e manthanein era o verbo "aprender", devido à apropriação dessa palavra pelos matemáticos como se a sua aprendizagem fosse a única aprendizagem verdadeira.

Dessa forma, sobre o substantivo matética, Papert fez a seguinte afirmação:

> "A Matética (ou qualquer outro nome pelo qual ela venha a ser conhecida) é até mesmo mais importante do que a Matemática como uma área de estudo para as crianças" (Papert, 1994, p. 79).

A geometria da Tartaruga, de acordo com Papert (1985), presta-se muito bem aos princípios argumentados pelo matemático George Polya de que métodos gerais, para resolver problemas, deveriam ser ministrados para os alunos. Polya (1954;1969), como citado em Papert (1985, p.88), sugere que, ao depararmos com um problema, deveríamos explorar uma lista mental de perguntas heurísticas (ou processo), tais como:

> "Esse problema pode ser subdividido em problemas mais simples? Pode ser relacionado a outro problema que já sei como resolver?" (Papert, 1985, p. 88).

A influência de Polya tem sugerido, constantemente, que professores de matemática dêem atenção explícita à heurística ou "processo", que estabelecerá conexão entre a atividade pessoal e a criação do conhecimento formal, assim como ao conteúdo, sendo que, para Papert, a geometria da Tartaruga é excelente para o aprendizado do pensamento heurístico. (Papert, 1985).

O uso do computador na Educação Matemática, através da utilização da geometria da Tartaruga, é feito como um meio de se expressar matematicamente, permitindo introduzir conteúdos, de modo que os alunos aprendam de forma mais fácil e significativa, indo de encontro ao interesse pessoal deles.

O uso do sistema Logo/Megalogo tem como objetivo dar meios aos educandos de serem condutores da própria aprendizagem, de modo mais livre e espontâneo, de forma que programem o computador.

Segundo Papert (1985, p.76), a geometria da Tartaruga teve como critério fundamental ser apropriável e ter conteúdo matemático sólido. Como conceito de matemática "apropriável", observou:

> 'Primeiro, havia o princípio de continuidade: a matemática deve ter relação de continuidade com o conhecimento pessoal estabelecido de cada um, de onde possa herdar um sentido de afeição e valor bem como competência "cognitiva". Depois, havia o princípio de poder: ela deve dar poder ao estudante de desenvolver projetos pessoalmente significativos que não poderiam ser feitos

> sem ela. Finalmente, havia o princípio de ressonância cultural: o tópico deve fazer sentido em termos de um contexto social mais amplo'. (p. 76)

O computador, como parte integrante do processo de ensino/aprendizagem, deve permitir a manipulação dos conceitos matemáticos e o desenvolvimento de habilidades necessárias para a sobrevivência do conhecimento na sociedade.

O aluno, ao representar suas idéias na tela do computador, cria um ambiente favorável à introdução dos conteúdos matemáticos, devido à necessidade de tais conteúdos para a elaboração de seu trabalho. Segundo trabalhos de Papert (1985), espera-se que tal realização permita que participe, com maior envolvimento, na aprendizagem dos conceitos matemáticos.

No caso da construção de mosaicos geométricos, a tarefa realizada pelos alunos nas atividades no computador também exige do professor uma ajuda diferenciada, já que cada aluno se encontra em um determinado nível, da mesma forma que as atividades efetuadas pelas crianças das pesquisas realizadas por Wood e seus colaboradores (Wood, Bruner e Ross, 1976; Wood, Wood e Middleton, 1978; Wood, 1980) e Wertsch e Hickman (Wertsch, 1979; Hickman e Wertsch, 1978; Hickman, 1978) exigiam das mães um auxílio, de acordo com as dificuldades encontradas na realização da tarefa. A intervenção do professor estará em função inversa à competência do aluno, o que implica que, para os alunos com maior dificuldade, isto é, com menor competência, será oferecida maior ajuda, e aos alunos mais capazes, ou seja, mais competentes, menor ajuda. (Coll, 1991).

Acredita-se que a abordagem sugerida da utilização do Sistema Computacional Logo produza ainda maior integração entre os alunos e entre professor – aluno, favorecendo a troca de experiência, e propiciando um ambiente onde o aluno possa resgatar sua auto-estima e passe a apreciar e a perceber o valor da matemática.

O computador pode ser utilizado com diferentes objetivos na educação. Os estudos de Valente (1993), Oliveira (1998) e Miskulin (1999) classificaram os softwares de acordo com os objetivos a que eles se destinariam, a saber:

a) softwares educativos tutoriais: onde o computador assume a função de máquina de ensinar, sendo a abordagem pedagógica o Instrucionismo, baseada em métodos tradicionais de ensino;

b) softwares educativos tutorados:onde o aluno ensina o computador, construindo, dessa forma, o seu conhecimento, sendo a abordagem pedagógica o Construcionismo, tendo como principal representante Seymour Papert e sua linguagem computacional LOGO, teoria esta baseada nos princípios construtivistas de Jean Piaget;
c) software educacional ferramenta: onde o aluno manipula a informação, compreendendo processadores de texto, banco de dados, planilha de cálculo, programas gráficos, etc., podendo ser utilizados em diversas disciplinas.

Neste estudo, tem-se como meta a produção do conhecimento que se adquire pela relação com o já conhecido, levando-se em conta o desenvolvimento de estruturas organizadas (como se aprende algo), que, segundo Pozo, não se atém apenas à identificação dos conceitos; mas, principalmente, à sua aquisição ou formação. (1998)

Crenças das pessoas sobre sua incapacidade em aprender levam-nas a não se empenharem de modo deliberado. O uso do computador pode conduzi-las a sentirem prazer em aprender, ao dissipar suas supertições; pois, segundo Papert:

> "Num ambiente de aprendizagem com o adequado apoio intelectual e emocional, o "descoordenado" pode aprender habilidades circenses como malabarismo, e aqueles "sem cabeça para contas" aprendem não só que podem fazer matemática como também gostar disso". (Papert, 1985, p. 63).

Papert (1985) citou que as crianças que se desenvolveram em um ambiente, o qual não lhes proporcionou o contato com adultos que lhes "falassem" matemática; em seu contato com a escola, manifestam ausência dos elementos básicos para aprender os conceitos matemáticos escolares. Por outro lado, se o trabalho pedagógico não for desenvolvido adequadamente, poderá provocar, nessas crianças, fortes sentimentos negativos, não só em relação à matemática, como, possivelmente, abranger a aprendizagem em geral.

De acordo com Piaget, o fato mais importante é que o sujeito cria o conhecimento graças a um processo de interação, e o essencial da aprendizagem é o uso que o sujeito faz desse conhecimento, elaborando conceitos cada vez mais apropriados às suas interações com o mundo (Marchelli, 1996).

O uso do Logo nas aulas de geometria foi escolhido visando a desencadear os mecanismos psicológicos que ocorrem nas relações interpessoais, em especial, na interação professor-aluno. A utilização dele tem, como finalidade, conduzir as intervenções, para que sejam contingentes aos progressos e dificuldades que surgem no desenrolar da tarefa de aprendizagem, de tal forma que a uma maior dificuldade do aluno deve ser oferecida uma maior ajuda, mediante atividade prática planejada antecipada e continuamente como ensino.

Neste trabalho, espera-se possibilitar ao aluno construir significados no transcorrer do processo educativo, em atividades em que se utiliza o Logo. O professor, nesse caso, será, ao mesmo tempo, guia e mediador do processo de construção do conhecimento, pois compete a ele fazer com que o aluno participe das tarefas e atividades que lhe possibilitem construir significados.

O computador é um meio de permitir a aprendizagem quando essas interações com o mundo nem sempre forem possíveis, por exemplo, no estudo do Teorema de Pitágoras, quando a atividade prazerosa permite que as noções matemáticas possam adquirir muita importância para o sujeito (Marchelli, 1996).

O ensino/aprendizagem da geometria euclidiana através da descoberta, associando-se a geometria dos mosaicos à micro - informática é bastante desejável, uma vez que induz à valorização desse ensino/aprendizagem. Considerando-se que o homem, desde as mais remotas civilizações, como, por exemplo, os romanos os quais costumavam utilizar figuras humanas e cenários naturais para a construção de mosaicos decorativos e os mouros, que construíram mosaicos através de padrões e ornamentos geométricos, inspirando algumas das famosas criações de Maurits Cornelis Escher, sempre teve como parte de seus costumes a experiência com mosaicos e padrões.

De acordo com Brasil (1997), nos Parâmetros Curriculares Nacionais, a escola visa a formar um indivíduo atento e sensível às mudanças da sociedade, com uma visão transdisciplinar que compartilhe e atualize o conhecimento continuamente.

Busca-se o preparo do aluno através de um ensino no qual haja harmonia para o desenvolvimento do seu potencial, ou seja, da capacidade de pensar; de aprender; de trabalhar em equipes; de se conhecer; de comunicação; de adaptabilidade; de imaginação; de criatividade e de inovação, pois

> "em toda revolução tecnológica, começamos a formar a tecnologia de informação – multi/mega mídia – e agora ela está nos formando". (Levine, 1995, citado em Oliveira, 1998, p. 32).

Visa-se a produzir uma aprendizagem onde os conteúdos estejam relacionados entre si de uma maneira não arbitrária ou simplesmente associativa entre suas partes; devem-se estabelecer relações significativas entre as partes, onde a matéria, a ser aprendida, possua um significado em si mesma para o aluno, ou seja, uma aprendizagem significativa, segundo Ausubel.

O ensino da geometria no Ensino Fundamental acaba sempre em defasagem por várias razões, dentre as quais, podem ser citadas a escolha da abordagem e a justificativa concreta dos conteúdos as quais demandam um tempo maior de preparação do professor. Tal fato está evidenciado nos Parâmetros Curriculares Nacionais, mediante dados obtidos pela Avaliação do SAEB/1995 (p.28). Os dados da Avaliação do SAEB/2001 mostraram que a situação não melhorou. Esses dados nos indicam rendimento geral insatisfatório em matemática e o campo de geometria se apresenta com o pior índice. Esses resultados confirmam a necessidade de maior investimento para a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem. É destacada, ainda, a necessidade de se vincular o ensino da matemática à prática cotidiana, tornando-a significativa para o aluno.

Tal procedimento pode estar causando prejuízos à formação dos alunos, por impedir o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo, em virtude de vários motivos apontados por Pirola (2000) com relação à preparação do professor, tais como: o não acesso ao estudo dos conceitos geométricos no decorrer de sua formação, ou mesmo, por não gostar de geometria e o baixo desempenho apresentado por alunos dos Cursos de Licenciatura em Matemática e de Magistério, envolvendo tais conceitos.

A utilização da informática na escola deve ser um dos componentes de um projeto educacional e, não, o seu fim. Os processos cognitivos deverão ser levados em conta em conjunto com processos de socialização e de hábitos de trabalho voltados à cidadania.

A utilização do recurso computacional pode possibilitar a proposição de problemas que integrem diferentes soluções e contribuam para que não se acredite que todo problema tem uma só solução, daí surgindo a necessidade de uma linguagem que favoreça a comunicação.

No ambiente computacional, a situação - problema proposta conduz a uma forma menos formal para se introduzirem os conceitos matemáticos, possibilitando a observação do nível de conhecimento e de imaginação de cada aluno, uma vez que os alunos têm capacidades e conceitos adquiridos diferentemente. Pode criar condições para que todos os alunos aprendam conceitos de forma significativa e oferecer oportunidade para que aqueles mais habilidosos e criativos encontrem o ambiente propício para "dar asas" à sua imaginação através da utilização da matemática.

Este estudo pretendeu pesquisar o uso do Software Computacional Logo/Megalogo para o ensino da matemática, tendo como prioridade a geometria, com o apoio de livros didáticos, paradidáticos, vídeo e mosaico geométrico. O Software Computacional Logo/Megalogo constitui um excelente recurso computacional; pois, segundo Papert, as crianças poderão utilizá-lo para desenvolver projetos que apresentem complexidade maior do que aquela que é possível no mundo físico.

A análise da contribuição de Papert indica que o trabalho desse autor pode ser um quadro de referência importante para o estudo do ensino de geometria.

O presente trabalho foi apoiado na Teoria de Piaget e na proposta de Papert (1985) sobre o uso do Logo em sala de aula, considerando-se fundamentos para um trabalho de cunho construtivista para aprendizagem significativa no ensino de geometria. O objetivo foi comparar as atitudes em relação à Matemática e o desempenho em prova de Matemática de alunos com os quais, em sala de aula, havia-se utilizado o Logo, com o apoio de outros recursos paradidáticos, com ênfase na aprendizagem significativa.

No próximo capítulo, encontram-se dados sobre investigações realizadas por diversos pesquisadores e que se relacionam a este trabalho.

CAPÍTULO 3

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A análise da bibliografia especializada mostra um crescente interesse de pesquisadores e estudiosos em relação ao ensino de geometria.. Trabalhos publicados mostram a atenção de autores em relação à identificação de problemas, bem como a preocupação de indicar sugestões para a superação de dificuldades.

Lorenzato (1995) apontou o crescente abandono do ensino de Geometria e identificou como causas, dentre outras, problemas na formação de professores e a exagerada importância atribuída por eles ao livro didático, como único recurso em sala de aula. Pesquisa do autor, realizada com 225 professores, com cerca de dez anos de experiência docente, nas quatro séries iniciais do ensino Fundamental, mostrou que apenas 8% dos sujeitos admitiram que ensinavam Geometria a seus alunos. Além disso, o autor constatou, analisando respostas dos sujeitos sobre conceitos de Geometria Plana Euclidiana, duas mil e quarenta respostas erradas dos professores pesquisados.

Pirola (1995) realizou pesquisa com 35 alunos de 5ª série do Ensino Fundamental e investigou o conceito que os alunos possuíam a respeito de triângulo e paralelogramo, apresentando-lhes figuras planas e solicitando-lhes denominar e definir verbalmente cada figura presente nos blocos lógicos. Constatou que os alunos mostraram-se incapazes de perceber que duas ou mais formas de triângulos pertencem à mesma classe.

Brito e Pirola (1997) descreveram pesquisa realizada com 35 sujeitos, alunos de 5ª série do Ensino Fundamental do Estado de São Paulo, investigando o conceito que esses sujeitos possuíam a respeito de triângulo. Os autores apresentaram figuras planas, em blocos lógicos, e solicitaram aos alunos que denominassem e definissem verbalmente cada figura. Verificaram, dentre outros problemas, que os alunos mostraram-se incapazes de perceber que duas ou mais formas de triângulos pertenciam à mesma classe (dos Triângulos), identificando como triângulos apenas os acutângulos isósceles.

Brito e Pirola (1997) também descreveram pesquisa realizada com 33 alunos de uma classe de 8ª série do Ensino Fundamental e 32 alunos de uma classe do 1º colegial de escolas públicas (1ª série do Ensino Médio) do Estado de São Paulo, sobre o conceito de triângulo. Os autores solicitavam aos sujeitos o desenho de um triângulo e também que respondessem a uma pergunta: "O que é um triângulo"? Verificaram, no caso da 8ª série, que 90% dos sujeitos do ensino fundamental e 90,6% do colegial apresentaram uma única representação para o triângulo - o triângulo eqüilátero. Considerando os resultados gerais, os autores identificaram dificuldades dos sujeitos em discriminar, desenhar e definir figuras geométricas.

Pirola (1995) realizou uma pesquisa sobre a geometria no ensino médio em escolas da rede pública de ensino de São Paulo, identificando dificuldades de alunos em relação a conceitos de geometria. Depois de realizar um estudo exploratório com alunos da rede oficial de ensino (30 alunos do 1º colegial - 1ª série do Ensino Médio- 30 alunos do 3º colegial - 3ª série do Ensino Médio - e 30 alunos da 7ª série do Ensino Fundamental), indagando-lhes sobre os conceitos de quadriláteros, o significado da figura e solicitando-lhes o desenho da mesma, o autor verificou: que os sujeitos consideraram apenas um tipo de retângulo; que o quadrado parecia não estar incluído na classe dos retângulos e que os sujeitos não relacionaram o ângulo reto com o retângulo. Quanto ao losango, muitos alunos demonstraram desconhecê-lo, confundindo-o com pentágonos e hexágonos. Muitos alunos demonstraram desconhecimento do paralelogramo, não conseguindo relacioná-lo com o quadrilátero, que possui lados opostos paralelos, onde 46,7% dos alunos do 3º colegial se situaram.

Além disso, Pirola (2000) realizou uma pesquisa com 124 estudantes da 4ª. Série do Curso de Magistério de cinco escolas de ensino médio do interior de São Paulo e com 90 estudantes do 1º, 2º e 3º anos de um Curso de Licenciatura em Ciências com Habilitação em Matemática de uma faculdade do interior de São Paulo sobre a solução de problemas como metodologia de ensino. Usou uma prova específica para cada público, como teste, em dois momentos, a título de testagem prévia e de coleta de dados. A análise de resultados mostrou o baixo desempenho desses futuros professores com relação aos conteúdos de geometria.

Fini e Lujan (1997) descreveram resultados de pesquisa mostrando que, nas séries iniciais, é possível desenvolver, com resultados positivos, um trabalho sobre conceitos geométricos de simetria, intersecção de figuras planas, percepção de figuras inteiras e partes, dentre outros, usando material simples e manipulação, e que venha a constituir base para o desenvolvimento de conceitos geométricos importantes.

Viana (2000) investigou o conhecimento geométrico de alunos de Cursos de Formação para o Magistério (CEFAM – Centro Específico de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério) de uma cidade do interior de São Paulo. Os 377 sujeitos, alunos de quatro séries do CEFAM, foram avaliados com a utilização de um questionário sobre o desempenho organizado, de acordo com os níveis propostos por Van Hiele. Também foi avaliado o desempenho dos sujeitos em relação às habilidades visual/gráfica e verbal. Considerando os resultados e a análise estatística, concluiu que o desempenho desses sujeitos sofreu influência do gosto por geometria e matemática, a série na qual estavam matriculados, a procedência e a avaliação do ensino de geometria.

Passos (2000) realizou pesquisa sobre a problemática do ensino de geometria, a forma como os alunos representavam e interpretavam representações geométricas, analisando, ainda a maneira como o professor percebia e explorava essas representações. Procurou identificar, analisando ocorrências manifestadas durante o ensino na sala de aula, as noções geométricas apresentadas pelos alunos e a reação das professoras diante de cada situação identificada. Identificou dificuldades de professores na atividade docente no ensino de geometria . Mostrou, também, que os sujeitos não trabalhavam nem mesmo com conceitos considerados os mais elementares de Geometria, apresentando dificuldades tanto de ordem teórica quanto metodológica, que poderiam comprometer a aprendizagem dos alunos. A revisão realizada pela autora mostrou que inúmeros pesquisadores têm apontado, no Brasil e fora do país, o abandono do ensino de geometria e dificuldades de professores em relação à geometria.

O trabalho com uso de computador na escola e, no caso, com geometria, tem merecido atenção entre os pesquisadores. Trabalhos como os de Pappert (1985) vêm influenciando o trabalho na escola e o de pesquisadores em geral. Outros trabalhos como os de Calani (1981); Neves (1988); Miskulin (1994) e Oliveira (1998) são alguns, dentre muitos, que analisam o uso do computador e do Logo em sala de aula.

Calani (1981), fazendo uso do terminal gráfico GT-40 sobre a linguagem de programação Logo, realizou pesquisa, envolvendo 15 sujeitos, compreendidos em uma faixa etária de 8 a 12 anos, os quais participaram de um experimento organizado, segundo o grau de escolaridade equivalente de cada um e agrupados em duplas. O objetivo do trabalho foi apresentar um estudo e proposta de metodologia sobre a utilização da linguagem de programação Logo na transmissão de conceitos geométricos para crianças. No desenvolvimento do trabalho computacional, foram utilizados, como ferramentas, os conceitos de primitivas; procedimentos; procedimentos recursivos; depuração de procedimentos e heurísticas para resolução de problemas.

Meira (1987), em pesquisa realizada com trinta e dois sujeitos, 16 (dezesseis) de 7ª . Série do Ensino Fundamental e 16 (dezesseis) do 2º Ano do Ensino Médio, sobre o desenvolvimento da competência no uso da linguagem de programação Logo, frente aos 52 colegas de classe sem treino na linguagem, verificou que: "a) embora capazes de produzir complexos resultados gráficos, os estilos de programação em Logo foram fortemente marcados pelo uso de rotinas pouco sofisticadas"; "b) há três níveis de desenvolvimento no uso dos comandos de giro: 1-rotulação de linhas e ângulos; 2-tipos intermediários; 3-coordenação Aditiva de ângulos. Teoremas de Giro nesses níveis causam transformações na "Geometria da Tartaruga" (Abelson & diSessa, 1985) através de "Geometrias em Ação", que atuam, semelhantemente, a "Teoremas-em-ação".(Vergnaud, 1982, 1983, 1984)"; "c) contradições dos Teoremas de Giro, durante a depuração de programas, não estimulam os sujeitos a usarem estratégias mais sofisticadas que a de Rotulação (Nível 1), sugerindo que o conflito não é condição suficiente do progresso"; "d) o conceito de ângulo experienciado em Logo é generalizável para outras situações, possivelmente, pelo fato de ser um instrumento de desenho, e não, um objeto de estudo como no currículo escolar".

Pesquisa de Neves (1988) investigou alunos do 9º. ano em recuperação em Geometria com o objetivo de estudar processos de aquisição de conceitos matemáticos, capacidades de cálculo e de resolução de problemas. A pesquisa teve como propósito investigar a relação entre a recuperação dos sujeitos, em Geometria, em situação de insucesso e a utilização do computador de duas formas diferentes: usando-o como ferramenta, um utilitário de desenho (graphics utility) para comunicação visual e através da linguagem de programação Logo, apontada por Papert (1980).

Abreu Jr. (1992) realizou um estudo de caso sobre o uso da informática como um recurso para atender a crianças com dificuldades de aprendizagem, visando ao atendimento clínico e crítico a uma criança multirepetente, com idade de 12 anos, interagindo com o computador através do Sistema Computacional Logo. Tal pesquisa fundamentou-se na Epistemologia Genética de Piaget. O autor concluiu que foi possível verificar progresso gradativo não só no desenvolvimento das atividades escolares do sujeito, como também daquelas relativas ao ambiente familiar, embora fossem identificadas dificuldades de aprendizagem. Concluiu, ainda, que há vantagens na construção de propostas de atendimento a dificuldades de aprendizagem com a utilização do computador.

Miskulin (1994) realizou pesquisa através de um Estudo de Caso, ressaltando os processos mentais e computacionais de dois usuários de Logo. A autora teve, como objetivo, a análise das Geometrias Plana (Bidimensional) e Espacial (Tridimensional), inseridas na Educação Matemática, em uma abordagem histórico – crítica. Procurou analisar o desenvolvimento histórico da Matemática, mais especificamente da Geometria, ao longo das civilizações em relação à Geometria da Tartaruga, subjacente ao Sistema Computacional Logo. A pesquisa teve como objetivo buscar estratégias de soluções viáveis para o processo ensino/aprendizagem da Matemática e, conseqüentemente, da Geometria, através da construção e elaboração de uma metodologia alternativa baseada em Logo e em Resolução de Problemas, tendo, como base teórica, a História da Matemática, mais especificamente, na História da Geometria e, também, a Teoria do Desenvolvimento Cognitivo de Jean Piaget.

Miskulin (1995), em seu trabalho sobre Logo e Educação Matemática, teve como finalidade refletir e fazer considerações sobre sua dissertação de Mestrado, na qual apresentou uma análise da Geometria Plana e Espacial, inseridas na Educação Matemática. A autora adotou um enfoque histórico – crítico de análise, utilizando-o da perspectiva do desenvolvimento histórico da matemática, especialmente da geometria, ao longo das civilizações, inter - relacionando-a com a geometria da Tartaruga no Sistema

Computacional Logo (Papert, 1985), visando a resgatar a importância que a geometria teve no princípio das civilizações na história da matemática.

Zillig (1995), utilizando-se de modelos de programas educacionais e pedagógicos, desenvolveu um projeto que teve por objetivo estudar como auxiliar o aluno no aperfeiçoamento de suas técnicas matemáticas e no conhecimento de técnicas computacionais, com o uso do Sistema Computacional Logo, escolhendo o tema "Sólidos de Revolução". O autor teve como meta estudar o aprendizado da matemática computacional por alunos de 1º . e 2º Graus (do Ensino Fundamental e Médio). No projeto, o autor pretendia levar os sujeitos a perceberem que, ao observar um modelo espacial, inicia-se, imediatamente, um pensamento de como implementar o mesmo modelo em uma linguagem de programação, sendo que a importância da tentativa de montar o modelo é tão necessária quanto as técnicas de programação. Inicialmente, foi construído o cilindro de revolução onde, segundo o autor, o maior obstáculo encontrado, para se obter o efeito tridimensional, foi a construção da base elíptica e, a seguir, foi usado o comando de cores para realçar essa tridimensionalidade. A construção do cone de revolução, proposta na seqüência, foi de fácil realização, pois foi fundamentada nos conceitos do cilindro. Na elaboração do tronco de cone de revolução, foram identificadas dificuldades, sendo necessário desenvolver técnicas de ligação dos pontos da elipse superior com os da inferior. Foi proposto, a seguir, o programa de anéis, que consiste na sobreposição de vários troncos de cones, que, com o apoio do comando de cores, realçou ainda mais o efeito tridimensional.

Cabral (1995), em seu projeto Vivenciando a Matemática através da Física, propôs a utilização da linguagem Logo, destacando que a mesma permite a concretização dos conceitos da matemática pela realização de experiências, partindo-se do concreto para o abstrato, permitindo ao aluno assimilar e compreender um determinado assunto, ao invés de apenas memorizá-lo. Apontou a utilização da física para o aprendizado da matemática, defendendo o caminho inverso daquele habitualmente adotado, ou seja, a física utilizando a matemática como ferramenta para descrever os fenômenos que estuda. Os assuntos envolvidos, nesse projeto, foram: a) os movimentos próximos às superfícies de planetas e satélites, através dos chamados lançamentos oblíquos para o estudo das funções do 2º

Grau ; b) eletricidade, com o estudo da chamada "Lei de Ohm", chegando-se ao conceito de função do 1^{o} .Grau; c) Movimento Retilíneo e Uniforme (MRU); d) choques frontais perfeitamente elásticos, quando o aluno chegará a um sistema de duas equações, tornando significativo o seu estudo.

Almeida, F.B. (1995) propôs atividade quando a recursão foi aplicada para a resolução de problemas computacionais. Segundo o autor, entende-se por recursão um procedimento chamando a si mesmo infinitas vezes ou finitas, sendo este último caso uma condição de parada. O uso da metodologia Logo de aprendizagem e de programação tem como proposta a relação entre o concreto e o abstrato, respeitando aquilo que o aluno é capaz de construir e compreender. O autor apontou a idéia de Dicheva (1991) sobre o conceito de recursão e de programação recursiva, considerada como uma das mais difíceis concepções de serem entendidas em programação. Afirma que, embora a literatura Logo apresente várias formas de como introduzir a recursão, os alunos têm dificuldade em adquirir esse conceito. O projeto em questão foi realizado no Centro de Informática Educativa da Universidade Católica de Petrópolis, utilizando o programa Berkeley Logo 3.2., partindo de uma recursão considerada relativamente fácil, ou seja, a construção do polígono recursivo e da espiral recursiva, chegando-se a níveis mais complexos de recursão central, como no caso do procedimento árvore, cuja análise envolve recursões dentro de recursões, sendo de difícil compreensão e uso até para estudantes universitários.

Almeida (1995), em trabalho desenvolvido com o uso dos dispositivos LEGO – Logo, em uma experiência interdisciplinar com a equipe de professores/pesquisadores do Núcleo de Informática na Educação Superior – NIES, da Universidade Federal de Alagoas, teve como meta estabelecer diálogo entre teorias e prática, traçando um movimento o qual parte da compreensão da ação já realizada visando a uma possível construção teórica, tendo como objetivo alcançar um patamar superior da ação. Para tanto, descreveu o LEGO-Logo como um ambiente que une os dispositivos Lego, formados por blocos; tijolos vazados; motores; polias; sensores; correias; engrenagens; eixos e correntes ao microcomputador, através de uma interface, permitindo a montagem de objetos que poderiam ser controlados por comandos da linguagem de programação

Logo. Assumindo que a utilização do Lego - Logo permite a exploração de conceitos de distintas áreas de conhecimento, foi empregado, tendo em vista um projeto interdisciplinar. O projeto foi desenvolvido tendo como objetivo descobrir como professores de diferentes áreas e níveis de formação se apropriavam dessa ferramenta e como a empregavam em sua prática pedagógica. Foram realizadas duas Oficinas LEGO - Logo para professores de vários graus de ensino, diferentes áreas e níveis de formação. Dois dos membros da equipe de pesquisa atuaram como mediadores do processo e outros dois como observadores. Inicialmente, os professores, como aprendizes, exploraram a montagem e utilização dos dispositivos LEGO-Logo, sempre em grupo, discutindo e analisando os conteúdos que poderiam ser trabalhados. Essas discussões eram apresentadas ao grupo durante os momentos de reflexão, com a utilização de textos de Papert e Valente. De acordo com a pesquisadora, o trabalho mostrou que a interdisciplinaridade vai muito além da integração entre conteúdos, passando, principalmente, pelo diálogo. Na segunda etapa do projeto, a autora descreve a realização de duas Oficinas em que alguns professores passaram a atuar como mediadores, e outros, como observadores. Os sujeitos dessas oficinas eram crianças e adolescentes provenientes de diferentes escolas públicas ou privadas de 1º. e 2º. Graus de Alagoas. Em comparação com a reação dos professores, as crianças mostraram-se mais livres para explorar o LEGO - Logo e para propor projetos mais criativos e originais, a partir da realidade de cada uma.

Garcia (1995) desenvolveu um projeto que teve como objetivo uma melhor compreensão das questões relacionadas à interdisciplinariedade no ambiente Logo, procurando resgatar a visão de totalidade nos conhecimentos produzidos na escola. Participaram como sujeitos dessa pesquisa professores da rede pública municipal de Campinas, de um Programa especial da Secretaria Municipal de Educação, os quais contavam com a assessoria de professores da Unicamp, do Laboratório de Informática Aplicada. O autor concluiu que os erros que o aluno comete, ao trabalhar com o programa Logo, constituem um meio que lhe possibilita tomar consciência; buscar outros caminhos; a reflexão; pensar sobre seu próprio pensamento; seu envolvimento; constituindo desequilíbrios imprescindíveis para alcançar um resultado satisfatório, ou seja, para se chegar a um fim. Relatou que a interdisciplinariedade conduz à reflexão; ao diálogo; à cooperação; ao envolvimento; à significação e à intencionalidade e, em conjunto, repercutirão na atitude do sujeito diante da vida, das pessoas e do conhecimento.

Marchelli (1996), em seu estudo onde participaram, inicialmente, vinte alunos de 8ª. série, sendo esse número, no período seguinte, reduzido a dez, dos quais dois já eram participantes do período anterior, buscou analisar as aquisições envolvidas com a aprendizagem da programação Logo, quanto ao princípio da parametrização ou definição das variáveis de um procedimento e a aquisição da estrutura de funcionamento das recursões. O autor procurou verificar como os sujeitos desenvolviam esquemas mentais para resolver os problemas apresentados sob a forma de atividades de programação. O autor fundamentou o trabalho na Epistemologia Genética Piagetiana e também utilizou procedimentos experimentais dessa perspectiva teórica, fundamentando-se nas estruturas da lógica de classes e do grupo das quatro transformações do INCR, definidos pela lógica operatória. Apontou pressupostos de pesquisadores neopiagetianos para o estudo do problema e para definição de hipóteses de investigação, concluindo ser muito promissor o desenvolvimento de trabalhos que relacionem o uso de computadores na escola e a Epistemologia Genética Piagetiana.

Oliveira (1998) investigou a percepção espacial de alunos de 6ª . Série do Ensino Fundamental, distribuídos em três grupos, cada qual utilizando diferentes instrumentos, assim estruturados: apenas as peças do Tangram em papel cartão; apenas o Sistema Computacional Tegram ou ambos os instrumentos. Procurou identificar e analisar a percepção espacial, envolvida nos procedimentos utilizados para a solução de problemas de discriminação e composição de figuras geométricas, avaliando as habilidades espaciais que são requisitadas e/ou desenvolvidas.

Dentre inúmeros importantes trabalhos sobre o Sistema Computacional Logo em educação, Marchelli (1990) destacou a Epistemologia Genética que deu subsídios para Papert construir, utilizando os instrumentos da ciência computacional, uma linguagem de programação para a educação. O trabalho reporta-se à questão da gênese das estruturas geométricas elementares relacionadas com a programação da Tartaruga, envolvendo operações que dizem respeito à geometrização do espaço, segundo as propriedades dos deslocamentos formados pelas translações de pontos e pelas rotações de segmentos no plano, com fundamento nos pressupostos de Papert e considerando a contribuição da Epistemologia Genética.

Lüders (1998) investigou efeitos de um jogo computadorizado sobre a capacidade de raciocínio indutivo de alunos, que apresentavam dificuldades de aprendizagem, estudando 7 (sete) sujeitos com idades entre 9(7) anos e 12(5) anos, alunos de escola Municipal de cidade do interior de São Paulo. Os sujeitos foram submetidos a pré e pós teste e a um procedimento com uso de um jogo informatizado. Os sujeitos foram submetidos a instrumentos padronizados (Matrizes progressivas de Raven, Teste de desempenho escolar e Desenho de Silver), além de instrumentos qualitativos, observação de campo, entrevistas e avaliação da professora. Segundo a autora, os resultados e a análise estatística dos dados sugerem uma influência positiva do jogo sobre o desenvolvimento do raciocínio dos sujeitos.

Miskulin (1999), em pesquisa desenvolvida com alguns professores de escolas da rede de ensino público de Albuquerque, Novo México – USA, investigou a incorporação de tecnologias renovadas, enfatizando o enfoque de professores da Universidade de Novo México (UNM), considerando-se o uso da informática no ensino. Analisou tendências da Educação Matemática e novas tecnologias, bem como pressupostos teóricos – metodológicos da Linguagem Computacional Logo (Bidimensional e Tridimensional). Apresentou Estudo de Caso envolvendo dois sujeitos, cursando a 8ª.
Série do Ensino Fundamental, em situações de resolução de problemas, concebidas como atividades de "design", identificando possibilidades didático – cognitivas do Logo Tridimensional na exploração pedagógica de conceitos geométricos.

A análise da literatura mostra que as atitudes são um elemento importante quando se estuda o ensino da Matemática.

Gonçalez (1995) realizou uma pesquisa com o objetivo de comparar as atitudes de alunos de 5ª a 8ª series do ensino fundamental, quando se utiliza a linguagem computacional Logo como ferramenta de auxílio e sem o emprego de tal ferramenta (ensino tradicional), em uma escola municipal do interior de São Paulo. Procurou também investigar diferenças nas atitudes dos meninos em relação às atitudes das meninas no ambiente Logo, bem como se as atitudes dos alunos não se alteram em função do tempo de estudo no ambiente Logo. Investigou 237 alunos de 5ª a 8ª séries do primeiro grau de ensino (Ensino Fundamental), sendo 112 do sexo masculino e 125 do sexo feminino, utilizando questionários e Escala de Atitudes face ao Estudo da Matemática no Ambiente Logo e Escala de Atitudes face ao Estudo da Matemática sem o Logo. Verificou que o sucesso ou fracasso do estudo da matemática não está atrelado ao seu nível de dificuldade, nem à necessidade de nível elevado de inteligência dos alunos e que estes acreditam ser mais útil a forma tradicional do estudo da matemática em comparação àquela realizada através do uso do computador e da linguagem Logo. Verificou ainda que as atitudes positivas do gênero masculino prevalecem sobre as atitudes positivas do gênero feminino, embora se apresente de forma amena.

Gonçalez (1995) pesquisou 205 alunos do Curso de Formação de Professores (Magistério) e 203 professores das séries iniciais do Ensino Fundamental da rede pública. Segundo a autora, os professores, com mais tempo de serviço, apresentaram atitudes mais positivas em relação à Matemática e os alunos do Curso de Magistério, atitudes mais negativas. Já os alunos de séries iniciais apresentaram atitudes mais negativas que os do final do Ensino Fundamental.

Feijóo (1991) estudou opiniões e atitudes em relação à Matemática e Estatística, e quais variáveis influenciariam tais atitudes em 229 alunos da Universidade de Buenos Aires, Argentina. Verificou que os alunos com orientação matemática apresentavam atitudes mais positivas em relação à Matemática e Estatística do que os demais. O mesmo resultado foi observado no caso dos alunos com um maior "background" matemático. Foram apontados, como fatores determinantes das atitudes, as condições didáticas dos professores e a alta motivação pela Estatística.

Shiomi (1992), em pesquisa realizada com 983 alunos das 1ª., 2ª. e 3ª. séries da escola média, no Japão, analisou as possíveis relações entre a auto-eficácia do estudante e sua performance em matemática. Obteve como resposta que, independente da série freqüentada, a atitude com relação à matemática tem resultados expressivos sobre o desempenho do aluno, permitindo-lhe persistir em seus esforços para que possa alcançar um bom desempenho nas atividades matemáticas. A medida da atitude foi obtida através de um questionário, abrangendo os seguintes itens: habilidade; empenho; disposição para as tarefas; sucesso e insegurança.

Brito (1996) pesquisou as atitudes de 2007 alunos do Ensino Fundamental (3ª a 8ª séries) e das três séries do Ensino Médio em relação à Matemática. Foram levantadas várias questões sobre atitudes, sendo usada uma escala de atitudes com relação à Matemática. A pesquisadora analisou relações entre as atitudes e algumas variáveis selecionadas previamente, bem como a influência de fatores como idade; sexo; grau; horas de estudo; auxílio nos estudos; reprovação; notas; profissão e escolaridade dos pais; compreensão dos conteúdos; atenção nas aulas de Matemática e a preferência por disciplina nas atitudes dos alunos. Comentou que identificou atitudes positivas em crianças, durante conversas informais no pátio da escola e no acompanhamento de algumas atividades extra classe. Afirmou que há uma tendência de se considerar, sem o apoio de um modo geral, que as pessoas não gostam da matemática e das atividades que a envolvem o que é um engano. Os resultados mostraram que as atitudes mais positivas foram apresentadas por alunos da 3ª e 4ª séries, enquanto que as mais negativas se referiram às 7ª e 8ª séries.

A análise de estudos e pesquisas mostra problemas e dificuldades de alunos e professores em relação à geometria. Também mostra possibilidades do uso do computador em sala de aula e que outros trabalhos serão necessários para que seja possível compreenderem-se, com maior clareza, as vantagens e problemas do uso do LOGO, em especial, no ensino de geometria e quanto a desencadear o interesse de alunos e ao desenvolvimento de atitudes . Os trabalhos identificados abrem perspectivas de pesquisa de grande interesse e mostram que essa é uma área atual e relevante para ser focalizada.

Pesquisadores indicam que o uso do LOGO, em sala de aula, pode tornar mais interessante e menos difícil para os alunos o acesso a conceitos de geometria. Alguns trabalhos indicam que erros cometidos pelo aluno, ao trabalhar com o programa Logo, mostram-se elementos positivos no sentido de possibilitar-lhe que tome consciência dos próprios procedimentos, buscar outros caminhos e desencadear a reflexão. A interdisciplinaridade também foi apontada como uma possibilidade facilitada pelo trabalho com o computador em sala de aula, conduzindo à reflexão; ao diálogo; à cooperação; ao envolvimento e à aprendizagem significativa.

Considerando as dificuldades de professores em relação ao ensino de Geometria e as possibilidades descortinadas em relação aos trabalhos com o Logo, levando-se em conta os pressupostos da Teoria de Piaget, pretende-se desenvolver este projeto de pesquisa, investigando o uso do Logo no ensino de Geometria, em relação ao desempenho de alunos e a suas atitudes em relação à Matemática.

CAPÍTULO 4

MÉTODO

O presente trabalho versa sobre o uso do Sistema Computacional Logo, em sala de aula, no processo de ensino/aprendizagem de conceitos de geometria.

Considerou-se que a utilização do Logo, na perspectiva de um trabalho de fundamento na Psicologia Genética Piagetiana, pudesse contribuir para a criação de um ambiente de aprendizagem e de descoberta, com a valorização de relações entre professor – aluno e aluno – aluno, com o incentivo à colaboração mútua, criação, construção e invenção, no qual fosse enfatizado o processo de elaboração do conhecimento e, não apenas, o produto da aprendizagem.

4.1. O Problema de Pesquisa

Partindo das idéias expostas até esta parte do trabalho, o seguinte problema de pesquisa foi formulado:

Há melhor desempenho de alunos em geometria e atitudes mais positivas em relação à Matemática, quando se utiliza o Logo na sala de aula, em comparação com alunos que não se utilizam desse recurso?

4.2. Objetivos da Pesquisa

1) Verificar se alunos apresentam desempenho escolar superior em Matemática, quando submetidos a sessões de intervenção com o uso do Logo (grupo A) para o

estudo de alguns conceitos geométricos, quando comparado ao desempenho apresentado por alunos de um outro grupo (grupo B), não submetidos à mesma intervenção.

2) Verificar se alunos (submetidos às intervenções com o uso do Programa Computacional Logo) do grupo A apresentam atitudes mais positivas em relação à Matemática, quando comparadas com as atitudes apresentadas pelos alunos de um outro grupo (grupo B), não submetidos a essa intervenção.
3) Verificar se alunos do grupo A, após a intervenção mediante o Programa Computacional Logo, apresentam atitudes mais positivas em relação à Matemática, quando comparadas com as atitudes apresentadas antes dessa intervenção.
4) Verificar se alunos do grupo A, após a intervenção por intermédio do Programa Computacional Logo, apresentam desempenho superior, quando comparado ao desempenho apresentado antes dessa intervenção.

4.3. Hipóteses

1) Alunos que utilizam o Programa Computacional Logo para o estudo de alguns conceitos geométricos apresentam, em uma prova de Matemática, desempenho superior ao obtido por alunos que não participaram de aulas com o uso desse recurso para a aprendizagem do mesmo conteúdo.

2) Alunos que utilizam o Programa Computacional Logo, na aprendizagem da Matemática, apresentam atitudes mais positivas depois do Logo, quando comparados aos alunos que não utilizam esse instrumento computacional.

4.4. Sujeitos

Fizeram parte deste estudo 113 alunos da 8ª. Série do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Ensino de São Paulo e 106 alunos do 4º ano do Ciclo II do Ensino Fundamental, o qual corresponde à 8ª série da Rede Estadual, de uma escola da Rede Municipal de São Paulo. A denominação na Rede Municipal é diferente da utilizada na Estadual, mas os alunos cursavam a mesma série, a 8ª série. Na Rede Municipal de Ensino de São Paulo, o Ensino Fundamental é composto pelas classes do 1º ao 4º anos do Ciclo I e pelas classes do 1º ao 4º anos do Ciclo II, sendo que estas últimas correspondem às classes de 5ª a 8ª séries.

As duas escolas constituem uma amostra de conveniência. Foram escolhidas, considerando-se que é difícil encontrar professores que concordem em participar de uma pesquisa que implique uma intervenção especial em sala de aula, em especial, que concordem em ministrar aulas de geometria. Na escolha das escolas, foi possível verificar que os professores apresentavam resistências a ministrar aulas de geometria e argumentavam que não podiam ou não conseguiam fazer esse trabalho. Além disso, a escolha foi realizada considerando-se que, na escola B, com certeza, não era utilizado o Logo.

Ao final, identificou-se uma escola A, como Grupo que utilizaria o Logo em sala de aula, e uma escola B, onde este recurso não seria utilizado.

O descaso pelo ensino de geometria, relatado em várias pesquisas, também foi presenciado pela pesquisadora, uma vez que, para que sua pesquisa pudesse realizar-se, foram necessários muitos contatos com professores de matemática, até que se pudesse conseguir a adesão de alguns para que os alunos compusessem o grupo de pesquisa sobre o ensino de geometria, o qual não utilizaria o Logo.

A adesão à proposta de pesquisa foi, após exigência aceita de compromisso profissional, que os professores do Grupo B assumiram de desenvolver, com seus alunos, os mesmos tópicos de geometria, que seriam ministrados pelos professores do grupo A, em um mesmo período. Tal exigência trouxe dificuldades, retardando o início da pesquisa, pois aqueles professores que aceitaram trabalhar os conteúdos de geometria solicitados impuseram a condição de somente o fazerem no decorrer do 4º. Bimestre.

Como se necessitasse, para a pesquisa, de um período maior envolvendo os quatros bimestres, com aulas de geometria intercaladas com conteúdos de álgebra e aritmética, foi muito grande a dificuldade para encontrar professores de matemática para o grupo B, que pudessem estar desenvolvendo os conteúdos de geometria, pelo menos, nos dois primeiros bimestres, com duas aulas semanais, o que finalmente ficou acertado.

O quadro, em que se desenvolveu a pesquisa, implicava a idéia de que a utilização do programa computacional Logo deveria criar um ambiente favorável à funcionalidade dos conhecimentos anteriormente aprendidos pelos alunos, na perspectiva de Papert (1985), uma vez que poderia permitir ao aluno relacionar e aplicar os conceitos aprendidos sobre vários conteúdos de geometria, ao elaborar seu trabalho criativo na tela do computador. No trabalho, previa-se que o professor atuasse como mediador e as relações interpessoais aluno – aluno contribuíssem para uma aprendizagem significativa, na perspectiva de trabalho defendida por Coll (1991).

4.5. Materiais

a) Uma prova do tipo escolar, de lápis e papel, contendo 8 questões relacionadas à geometria, aplicada em três momentos, sob a forma de pré-teste e pós-testes 1 e 2, tanto para o grupo A como para o B. Com a aplicação do pós-teste 2, buscaram-se confirmar os dados de desempenho. A prova abordou conceitos de:
   . ângulos: internos, externos, complementares, suplementares, etc.;
   . polígonos e polígonos regulares;
   . Teorema de Pitágoras
   (Anexo 1)
b) Livros paradidáticos, dentre eles: Geometria dos Mosaicos e Descobrindo o Teorema de Pitágoras de Luiz Márcio Imenes, pela Editora Scipione; Os Poliedros

de Platão e os Dedos da Mão de Nilson José Machado, pela Editora Scipione e Desenhos da África de Paulus Gerdes, pela Editora Scipione. Fita de vídeo sobre o Teorema de Pitágoras elaborada pelo Prof. Ernesto Rosa Neto e gravada pela 2ª. Delegacia de Ensino de Santo André.

c) Mosaicos geométricos envolvendo alguns polígonos: triângulos eqüiláteros; quadrados (retângulos); losangos (paralelogramos); trapézios; hexágonos, assim como régua e transferidor foram utilizados para auxiliar o preparo das atividades, as quais foram desenvolvidas, em sala de aula, através do Programa Computacional Logo/Megalogo.

d) Escala de atitudes desenvolvida por Aiken (1961), revista por Aiken e Dregen (1963), traduzida, adaptada e validada por Brito (1996) e aplicada na forma de pré-teste e pós-testes 1 e 2, tanto para o grupo A como para o B.
(Anexo 2)

4.6. Procedimentos

4.6.1. Seleção dos Sujeitos e Descrição Geral dos Procedimentos

Inicialmente, foram selecionadas as escolas para participar da pesquisa. A questão chave foi encontrar a escola que exerceria a função de grupo B para a comparação de resultados, pois o objetivo traçado era de que os professores deveriam trabalhar os mesmos conteúdos, no mesmo período. Tal seleção demandou muitos contatos com escolas e professores, tendo em vista que o ensino de geometria na 8ª. Série do Ensino Fundamental é planejado, para o último bimestre letivo, pela maior parte de professores que o pratica com os alunos. Todavia, para a presente proposta, tal ensino deveria realizar-se ao longo do ano letivo, sendo intercaladas as aulas de geometria com as de outros conteúdos do currículo.

Na escola A, que participou da pesquisa, os professores deveriam realizar as atividades com materiais – os mosaicos geométricos, os quais deveriam ser manipulados pelos alunos, fita de vídeo e livros paradidáticos e o Sistema Computacional Logo/Megalogo. Nas escolas escolhidas, os professores aprovaram a pesquisa e se comprometeram a desenvolver o trabalho nos moldes propostos pela pesquisadora.

O desenvolvimento dos conteúdos em ambos os grupos transcorreu no período de abril a junho, sendo destinadas para tal finalidade 2 aulas semanais. Os professores do grupo B desenvolveram o ensino_dos conteúdos pré-determinados em sala de aula e sem o uso do Logo, e também sem outra interferência da pesquisadora quanto à metodologia a ser empregada. A professora do grupo A realizou o ensino dos mesmos conteúdos mediante a orientação da pesquisadora, adotando a intervenção proposta neste trabalho.

O total de aulas empregado nos grupos A e B foi idêntico, todavia o grupo A substituiu parte das aulas convencionais por aulas nas quais a interação professor aluno e aluno - aluno foram valorizadas e enfatizadas. As aulas envolveram a utilização de livros paradidáticos, fita de vídeo, mosaico geométrico e o Software Computacional Megalogo, como descrito no item 4.6.2. deste capítulo. No caso do grupo B, as aulas foram as convencionais, não envolvendo o emprego de tais recursos, como combinado com os professores. Os conteúdos propostos foram: ângulos; polígonos; polígonos regulares; perímetros; áreas e teorema de Pitágoras.

O desempenho foi avaliado por meio de prova escrita de Matemática com questões sobre geometria.

Pré-teste e Pós-teste

Antes do início do trabalho, foram aplicados, nos grupos A e B, os mesmos instrumentos: prova escolar e escala de atitudes em sala de aula e coletivamente, como pré-testes para uma avaliação preliminar do conhecimento de geometria e atitudes.

Precedendo o ensino dos conteúdos propostos de geometria, os quais abrangeram ângulos; polígonos; polígonos regulares; perímetros; áreas e teorema de Pitágoras, foi aplicada a prova para os dois grupos com o objetivo de avaliar o desempenho do aluno, atribuindo-se notas de 0 a 10.

Ao final do 2º. bimestre, foram aplicados os mesmos instrumentos e procedimentos utilizados no pré-teste tanto para o grupo A, quanto para o grupo B, a título de pós-teste 1. No início do 3º. bimestre, foram aplicados novamente os mesmos instrumentos e procedimentos utilizados, como pós-teste 2.

4.6.2. Descrição das Etapas de Intervenção

Após a aplicação do pré-teste, a professora do grupo A teve ciência dos resultados apresentados pelos alunos, e foi orientada a solicitar-lhes uma pesquisa, partindo dos elementos básicos da geometria, uma vez que o pré-teste demonstrou a ausência de conhecimentos fundamentais de geometria. Os professores do grupo B também tomaram conhecimento dessa situação e foram instruídos a desenvolver também os mesmos conteúdos.

4. 6. 2.1. Atividade de Pesquisa de Alunos sobre Geometria

A professora do grupo A arrolou os tópicos a serem pesquisados pelos alunos, indicando a cada grupo a pesquisa que deveria ser realizada para posterior apresentação para toda a classe. Foram destinadas algumas aulas para tal pesquisa, com a orientação da professora e com o fornecimento do material necessário que incluiu livros didáticos e paradidáticos. Depois da pesquisa, os alunos apresentaram os resultados em sala de aula. Os tópicos relacionados abrangeram os seguintes conteúdos:

a) ângulos: internos, externos, complementares, suplementares, etc.;
b) polígonos: elementos, classificação e nomenclatura;
c) polígonos regulares;
d) tipos de triângulos – classificação quanto aos lados e quanto aos ângulos;
e) tipos de quadriláteros;
f) soma dos ângulos internos de um polígono;
g) soma dos ângulos externos de um polígono;
h) área de polígonos: triângulos e quadriláteros (retângulo; quadrado; paralelogramo; losango e trapézio);
i) perímetros de polígonos.

4. 6. 2.2. Construção de Figuras no Papel e no Computador

Terminada a etapa de apresentação e discussão dos trabalhos por grupo, com a entrega do material pesquisado pelos grupos para todos os participantes, a professora do grupo A iniciou com os alunos a construção dos polígonos regulares com a utilização de régua e transferidor, considerando a soma dos ângulos externos de um polígono. Ela procurou destacar a diferença entre as unidades empregadas para as medidas de comprimento e de ângulos.

Paralelamente a esse trabalho de construção dos polígonos com régua e transferidor, os alunos iniciaram também a construção dos mesmos na tela do computador, através do Software Computacional Megalogo. Na construção, deveria ser observado que a cada "giro dado ao transferidor", após cada segmento de reta construído sobre o papel, para se elaborar o segmento de reta consecutivo (lado do polígono), correspondia o "giro dado pela tartaruga" (gd ou ge), após cada segmento de reta construído na tela do computador através do comando pf (para frente), para se realizar o segmento de reta consecutivo. Quanto à medida do segmento de reta construído no papel, utilizando-se a unidade dada por centímetros, o seu correspondente na tela do computador era dado por uma outra unidade "passos da tartaruga".

Ao traçar os segmentos de reta para a construção dos polígonos regulares através do Software Computacional Megalogo, a professora orientou os alunos a conservarem a mesma medida de comprimento desses segmentos na elaboração de todos os polígonos propostos. Tal solicitação teve como objetivo avaliar o perímetro e a área dos polígonos envolvidos nessa construção, à medida que o número de seus lados aumentava de maneira gradativa. Outra meta foi comparar qual o efeito produzido, ao se relacionar a medida do ângulo externo à medida do ângulo interno de um mesmo polígono, à proporção que o número de lados dos polígonos progredia, assim como a forma que iam adquirindo.

Foi também solicitado aos alunos a construção, na tela do computador, de muitos polígonos regulares encaixados, a partir de uma mesma origem, com o objetivo de que sua visualização pudesse facilitar esse estudo comparativo.

Esse processo de construção dos polígonos regulares se iniciou com a construção do triângulo eqüilátero, e teve continuidade seqüencial com o encaixe do quadrado; do pentágono regular; do hexágono regular; do heptágono regular; do octógono regular; do eneágono regular; do decágono regular; do undecágono regular; do dodecágono regular e assim, sucessivamente, até um polígono de n lados que se comportasse, na tela do computador, com vistas às metas descritas no projeto.

4.6.2.3 Etapas para a Construção dos Polígonos Regulares

1ª Etapa: Uso de régua e transferidor

A professora do grupo A iniciou o trabalho com os seus alunos através de uma atividade individual, utilizando-se do seguinte material: papel, lápis, régua e transferidor. Essa elaboração teve como fim construir polígonos regulares a partir do triângulo eqüilátero (3 lados de mesma medida), observando-se sempre a soma dos seus ângulos externos

(360º), passando, gradualmente, para construções de polígonos, envolvendo maior número de lados. Nesse caso, seu ângulo externo é dado pelo quociente de 360º por 3, que corresponde a 120º.

Essa atividade iniciou-se com a construção do segmento de reta $\overline{AB}$, com o emprego de uma régua e de uma unidade de medida, a qual a professora definiu em conjunto com os sujeitos, que correspondeu à medida do lado do polígono. A seguir, com o uso de um transferidor, posicionado na extremidade B sobre o segmento de reta $\overline{AB}$, cada sujeito marcou o ângulo externo de 120º e, a partir dessa abertura, construiu o segmento de reta $\overline{BC}$ de idêntica medida ao segmento de reta $\overline{AB}$. Na seqüência, cada sujeito deu um giro no transferidor de 120º à direita e deslocou-o do ponto B até o ponto C e, nessa nova posição, obteve a confirmação de que o outro ângulo externo restante também correspondia a 120º. A seguir, ligando o ponto C ao ponto A, cada sujeito obteve o segmento de reta $\overline{AC}$ de mesma medida que os segmentos já construídos.

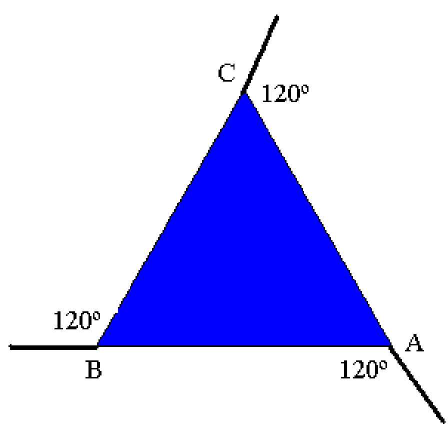


Figura 4.1. Triângulo Eqüilátero construído com o auxílio de régua e transferidor

A construção do quadrado também teve sua origem a partir do traçado do segmento de reta $\overline{AB}$, cuja medida foi escolhida pelos sujeitos, em função do espaço disponível no

papel, sendo que após sua realização, cada sujeito posicionou o transferidor sobre o ponto B tendo como base o segmento de reta $\overline{AB}$. Como se trata de um polígono regular com 4 lados, a medida do ângulo externo ficou determinada pelo quociente de 360º por 4, resultando em 90º. Na seqüência, cada sujeito determinou essa abertura para o ângulo externo e, utilizando-se de um transferidor, construiu com a régua o segmento de reta $\overline{BC}$ idêntico ao segmento de reta $\overline{AB}$. Para o transferidor, que estava posicionado em B, cada sujeito deu um giro de 90º à direita e deslocou-o do ponto B ao ponto C. Com o transferidor nessa posição, cada sujeito demarcou a abertura de 90º para o ângulo externo e construiu o segmento de reta $\overline{CD}$ utilizando-se de uma régua e de uma unidade de medida idêntica aos anteriores. Ainda com o transferidor posicionado em C, cada sujeito girou o transferidor 90º à direita e deslocou-o do ponto C ao ponto D e, nessa última colocação, pôde confirmar que o último ângulo externo também correspondia a 90º e que bastaria apenas ligar os pontos D e A para a construção do segmento de reta $\overline{AD}$, cuja medida seria a mesma utilizada para os segmentos de reta já construídos.

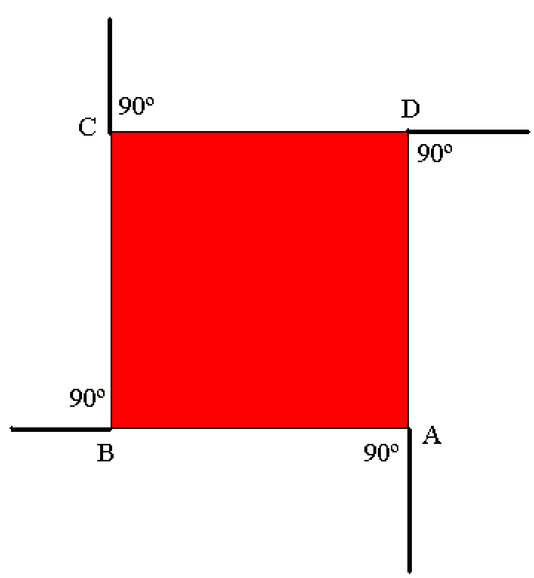


Figura 4.2. Quadrado construído com o auxílio de régua e transferidor

A construção do pentágono regular (5 lados); do hexágono regular (6 lados); do heptágono regular (7 lados); do octógono regular (8 lados); do eneágono regular (9 lados); do decágono regular (10 lados); do undecágono regular (11 lados); do dodecágono regular (12 lados) e, de forma sucessiva, dos demais polígonos, processou-se nos moldes dos dois anteriores, levando-se sempre em conta a soma dos ângulos externos de um polígono e o número de lados do mesmo.

A professora, no grupo A, acompanhou o trabalho individual dos alunos, percorrendo a sala de aula, conversando com cada um, orientando o uso dos instrumentos e os procedimentos, bem como discutindo as questões de geometria.

Conforme a proposta da intervenção, o professor preocupou-se em estabelecer diálogo com cada aluno e com as duplas ou trios no computador, apresentando perguntas que desencadeassem o pensar e a tomada de consciência. Também procurou incentivar a troca de idéias entre alunos, a comparação, as justificativas e o confronto de opiniões.

2ª Etapa: Uso do Programa Computacional Logo/Megalogo

Paralelamente a esse trabalho de construção dos polígonos regulares com régua e transferidor, os sujeitos, com a orientação da professora, iniciaram também a construção de tais polígonos na tela do computador através do Software Computacional Megalogo. A professora fez a observação aos sujeitos de que, para a construção de segmentos de retas consecutivos no papel, mediante um processo de que a cada "giro dado ao transferidor", após cada segmento de reta traçado (lado do polígono) com o auxílio de régua numa dada unidade, haveria um processo correspondente na tela do computador, através do Sistema Computacional Megalogo.

Desse modo, o "giro dado pela tartaruga" (gd ou ge), após cada segmento de reta construído na tela do computador pela "tartaruga", através do comando pf (para frente) para se realizar o segmento de reta consecutivo, seria o correspondente ao "giro dado pelo transferidor" e o segmento de reta feito no papel com a régua, no computador, corresponderia ao comando para frente (pf) dado à tartaruga. Quanto à medida do segmento de reta, construído no papel, utilizando-se a unidade dada em centímetros, o seu correspondente na tela do computador era dado em uma outra unidade "passos da tartaruga".

Foi também solicitado aos alunos a construção, na tela do computador, de muitos polígonos regulares encaixados a partir de uma mesma origem – um dos lados do polígono – com a finalidade de que pudessem, através de sua visualização, fazer um estudo comparativo envolvendo seu perímetro e sua área à medida que o número de lados de tais polígonos aumentava de modo sucessivo.

Na construção dos polígonos regulares com o uso do Sistema Computacional Logo/Megalogo, os alunos mantiveram sempre a mesma medida de lado (pf) para todos os polígonos regulares construídos. Tal procedimento visa à descoberta das regulações onde algumas coisas se conservam; nesse caso, a repetição da medida do segmento de reta (lado do polígono) e outras se transformam, sendo que, mediante o aumento do número de lados dos polígonos onde sua medida é mantida constante, a área e o perímetro dos mesmos aumentam de forma gradativa, seu ângulo externo diminui acarretando, em decorrência, o aumento de seu ângulo interno, pois são suplementares e sua forma fica cada vez mais "arredondada".

Essa etapa, que envolve atividades realizadas no computador por duplas de alunos, tendo o professor como mediador do processo, é o ponto de partida para o desenvolvimento de um estudo que tem como objetivo utilizar os conceitos básicos da geometria e estratégias, combinando esses conteúdos e estratégias para a resolução de problemas, onde os pensamentos algébricos e geométricos interajam com a estética (Papert, 1985).

Busca-se o preparo do aluno através de um ensino no qual haja harmonia para o desenvolvimento do seu potencial, ou seja, da capacidade de: pensar; aprender; trabalhar em equipes; conhecer-se; imaginar; criar e inovar.

O jogo de exercício, embora sendo a primeira estrutura construída pelo lactente nos dois primeiros anos de sua vida, estende-se, também, na fase adulta, sendo que as aprendizagens obtidas constituem um fim, que é o simples prazer funcional de um fazer pelo fazer. Segundo Macedo (1997), em um sentido mais filosófico, produz uma experiência de aprendizagem distinta daquela constante nas ciências, ou seja, mais utilitária. Fará também com que a criança herde o prazer funcional em sua visão com relação ao trabalho.

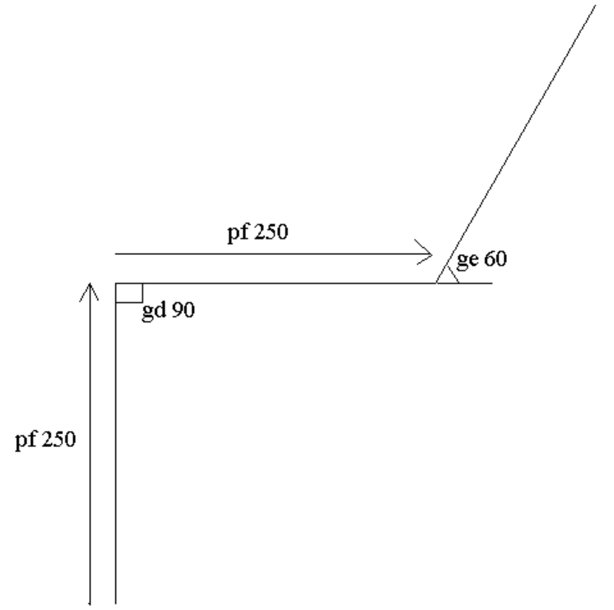
O trabalho tem como meta chegar ao jogo de construção mediante uma situação – problema, onde o aluno, através de sua criatividade e imaginação, usando o prazer estético, possa produzir situações que se identificam à reconstrução do real, seja ele ligado a um objeto do seu convívio, à sua cultura, onde a ênfase é dada ao processo e onde estejam envolvidos raciocínios e assimilação de conteúdos.

Representação Simbólica do Programa Computacional Megalogo

A seguir, está representado um esquema que indica a forma como a tartaruga se move na tela do computador, através de uma linguagem chamada "linguagem da Tartaruga". Através do comando para frente (pf) e para trás (pt), a tartaruga se move em linha reta, na direção da sua orientação. Os comandos gire à direita (gd) e gire à esquerda (ge) indicam que a tartaruga executa um movimento de giro no próprio local em que se encontra, ou seja, um giro sobre si mesma, mudando sua orientação.

Pf 250
Gd 90
Pf 250
Ge 60
Pf 250

Pf = para frente
Gd = gire à direita
Ge = gire à esquerda



Escala: Unidade Megalogo

Figura 4.3. Esquema para exemplificar a representação simbólica do Programa Computacional Megalogo

Construção do triângulo eqüilátero por meio de régua e transferidor ou utilizando o Sistema Computacional Megalogo através dos seguintes comandos:

Ge 90
Pf 250
Gd 120
Pf 250
Gd 120
Pf 250
Gd 120

Ou

Ge 90
Repita 3 [pf 250 gd 120]

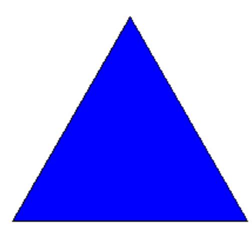


Figura 4.4. Triângulo Eqüilátero construído através do Sistema Computacional Megalogo

Construção do quadrado por meio de régua e transferidor ou utilizando o Sistema Computacional Megalogo, através dos seguintes comandos:

Pf 250
Gd 90
Pf 250
Gd 90
Pf 250
Gd 90
Pf 250
Gd 90

Ou

Repita 4 [pf 250 gd 90]

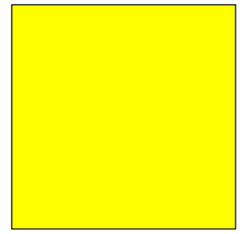


Figura 4.5. Quadrado construído através do Sistema Computacional Megalogo

Construção do pentágono regular por meio de régua e transferidor ou utilizando o Sistema Computacional Megalogo, através do seguinte comando:

Repita 5 [pf 250 gd 72]

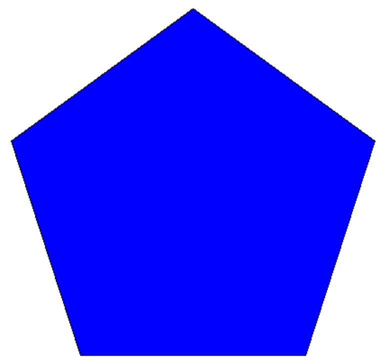


Figura 4.6. Pentágono Regular construído através do Sistema Computacional Megalogo

Construção do hexágono regular por meio de régua e transferidor ou utilizando o Sistema Computacional Megalogo, através do seguinte comando:

Repita 6 [pf 250 gd 60]

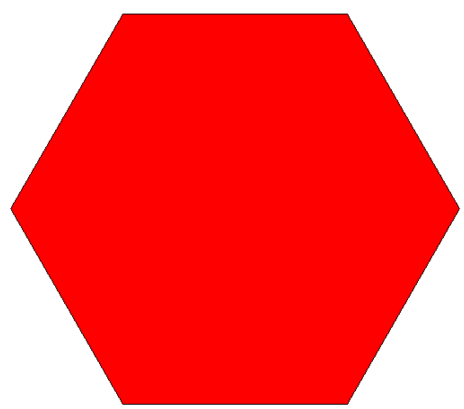


Figura 4.7. Hexágono Regular construído através do Sistema Computacional Megalogo

Paralelamente, o estudo envolveu também a utilização de um material manipulável chamado Mosaico Geométrico. Tal emprego teve como um de seus objetivos não só permitir ao aluno o reconhecimento das formas geométricas, bem como diferenciar os conceitos de perímetro e área. Ao manipular as peças, constituídas por formas geométricas diferentes: triângulos eqüiláteros; quadrados (retângulos); losangos (paralelogramos); trapézios e hexágonos, o aluno pode, não apenas, realizar medições das dimensões de cada peça, calculando seu perímetro e seus ângulos; mas também, aplicando a equivalência de áreas a partir das áreas de figuras mais simples, como, por exemplo do quadrado e do triângulo, obter a área dos outros polígonos.

Tal atividade proporcionou aos sujeitos verificarem, por sobreposição das peças, que a área do hexágono equivale à de 6 triângulos eqüiláteros, ligados por um de seus vértices; ou à de 2 trapézios, unidos por suas bases maiores; ou por 3 losangos, unidos por um de seus vértices; ou por 3 triângulos eqüiláteros, unidos por um de seus lados, sendo que o que ocupa a posição central deve estar invertido em relação aos demais e um trapézio ligado a eles por sua base maior; ou por 1 triângulo eqüilátero e 1 losango, unidos por suas bases à base maior de 1 trapézio; ou por 2 losangos e 2 triângulos eqüiláteros, unidos em posições simétricas; ou por 1 losango e 4 triângulos eqüiláteros, unidos por um de seus vértices e, assim, sucessivamente, verificando todas as disposições e combinações possíveis.

Após a construção dos polígonos encaixados e da atividade com os mosaicos geométricos, foi iniciada a pesquisa nos livros didáticos e também no livro paradidático "Descobrindo o Teorema de Pitágoras", visando a desenvolver o estudo do Teorema de Pitágoras. Ao término da pesquisa, a professora discutiu os conceitos com os alunos, os quais desenvolveram atividades em papel quadriculado com o objetivo de relacionar as áreas dos quadrados construídos sobre os catetos com a área do quadrado construído sobre a hipotenusa, bem como elaboraram um quebra-cabeça para provar a relação entre essas áreas.

Atividade em Papel Quadriculado

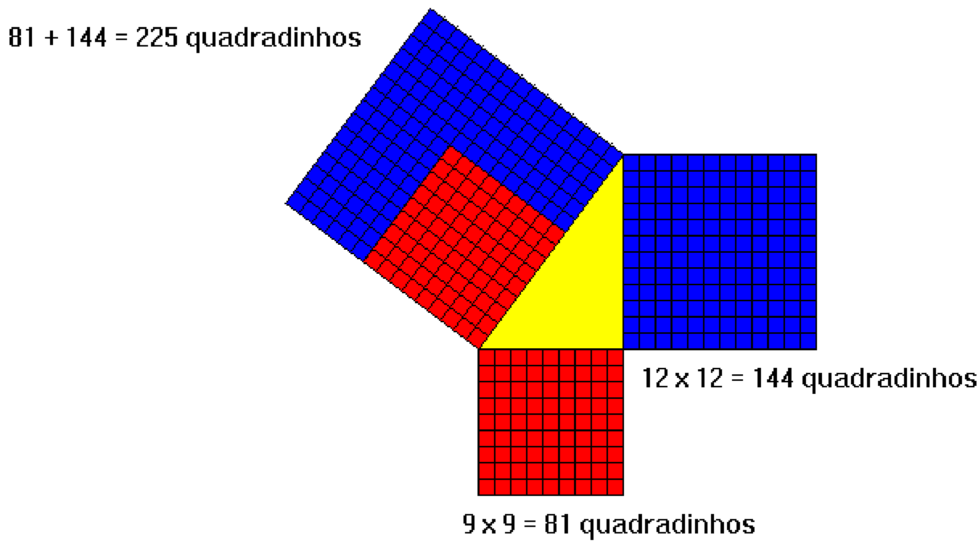


Figura 4.8. Atividade desenvolvida em papel quadriculado e também no Megalogo, buscando melhor compreensão do Teorema de Pitágoras

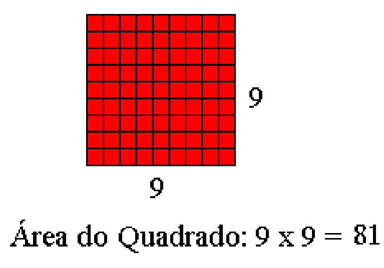


Figura 4.9. Quadrado menor recortado em papel quadriculado para compor a atividade da Figura 4.8.

+

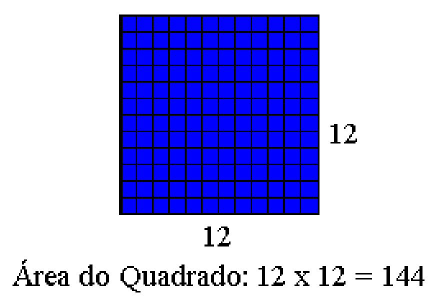


Figura 4.10. Quadrado maior recortado em papel quadriculado para compor a atividade da Figura 4.8.

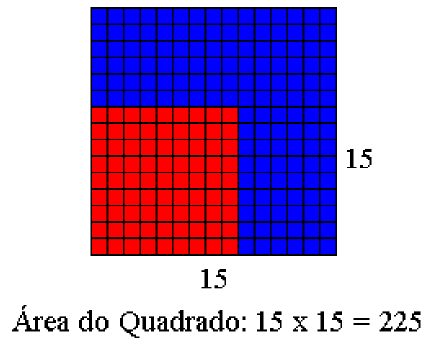


Figura 4.11. Quadrado obtido através de encaixes do quadrado da Figura 4.9.
com os recortes do quadrado da Figura 4.10.

Passos (2000, p.38) destaca a importância que deve ser dada ao emprego de materiais diferenciados, tais como, papel, tesoura e cola na construção de objetos geométricos, procedimento que, muitas vezes, é negligenciado pelos autores de livros didáticos.

Atividade envolvendo Quebra-Cabeça com os recortes dos
Quadrados construídos sobre os Catetos

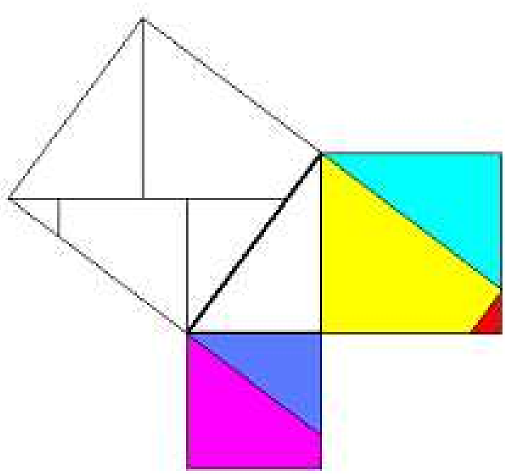


Figura 4.12. Recortes dos quadrados construídos sobre os catetos do triângulo
retângulo para compor um quebra-cabeça

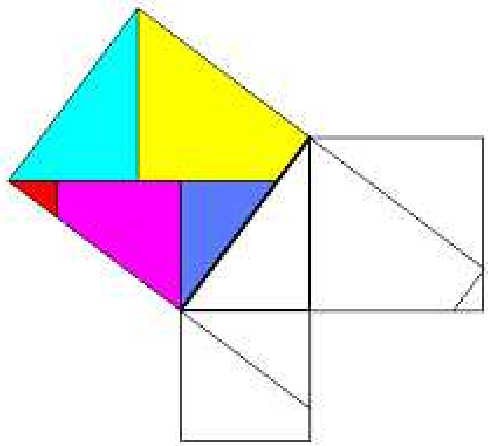


Figura 4.13. Montagem do quebra-cabeça sobre a hipotenusa do triângulo retângulo com os recortes dos quadrados construídos sobre os catetos

Observa-se que as cinco peças obtidas, mediante o recorte dos quadrados menores construídos sobre os catetos, recobriram o quadrado maior, construído sobre a hipotenusa, de onde se pode concluir, experimentalmente, que a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos é igual à área do quadrado construído sobre a hipotenusa.

Todavia, como a área de cada um dos quadrados construídos sobre os catetos é igual à medida de seu lado elevada ao quadrado, ou seja, ao quadrado da medida desse cateto, e a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é, da mesma forma, igual à medida de seu lado elevada ao quadrado, isto é, ao quadrado da medida da hipotenusa, o Teorema de Pitágoras, sendo também denominado de propriedade fundamental dos triângulos retângulos, diz-nos que:

> "O quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos, quaisquer que sejam os triângulos retângulos construídos".

Foi apresentada e discutida com os alunos uma fita de vídeo sobre o Teorema de Pitágoras e, após essas etapas que envolveram o trabalho simultâneo em sala de aula e no laboratório de informática com o Software Computacional Megalogo, foi aplicado o Pós-teste 1 para os alunos do grupo A e também para os alunos do grupo B, os quais não se beneficiaram desses recursos.

4.6.3. Pós-teste

Após aproximadamente um mês, foram aplicados novamente os mesmos instrumentos a título de pós-teste 2, tanto para o grupo A quanto para o grupo B.

Após a obtenção dos dados para a pesquisa quantitativa, o grupo A continuou o estudo de geometria que contemplou também tópicos relacionados à Trigonometria no Triângulo Retângulo e à relação entre o Comprimento e o Diâmetro da Circunferência (Número π), visando a, nesse momento, além da compreensão dos conceitos de uma forma significativa, mediante a aplicação dos mesmos na construção de mosaicos geométricos, através do Software Computacional Megalogo, fornecer subsídios para uma análise qualitativa.

Nesse momento, encerrou-se a pesquisa com o grupo B e houve o prosseguimento no estudo dos conteúdos envolvendo os tópicos de Trigonometria no Triângulo Retângulo. Com a realização concomitante de atividades no computador através do Software Computacional Megalogo, as duplas ou trios de alunos puderam empregar também esse conceito para a elaboração de seus trabalhos criativos, obtendo, assim, uma aplicação imediata dos conceitos aprendidos.

Um dos grupos constituídos se interessou em elaborar, no computador, um trabalho que, além dos conteúdos já aprendidos, necessitou também da relação entre o comprimento e o diâmetro da circunferência (número π). Para esse grupo, foi desenvolvido tal conteúdo à parte, e direcionada a sua atividade no laboratório de informática e, posteriormente, o grupo apresentou aos demais alunos o trabalho realizado por seus integrantes. Para iniciar sua atividade, o grupo fez a medição do comprimento e do diâmetro de objetos circulares e elaborou a tabela. Como exemplo, temos a seguinte:

Tabela 1. Relação entre o Comprimento e o Diâmetro da Circunferência (Número π)

Comprimento (C)	Diâmetro (D)	C:D ou C/D
1,17 m = 117 cm	37,2 cm	117 cm / 37,2 cm = 3,14516
14,3 cm	4,6 cm	14,3 cm / 4,6 cm = 3,10869

Através dos dados obtidos na coluna C:D, onde C representa a medida do comprimento da circunferência (seu contorno) e D representa a medida do diâmetro dessa circunferência, os alunos puderam chegar ao número π e, dessa forma, à relação que nos fornece o comprimento da circunferência, onde R indica a medida de seu raio:

$$C:D = \pi \Rightarrow C:2R = \pi \Rightarrow C = 2\pi R$$

4.6.4. Análise de resultados

Depois de coletados os dados, os mesmos foram analisados, considerando-se a proposta de Papert, a teoria de Piaget e os objetivos da pesquisa, definidos neste capítulo.

Na prova, foram comparados os desempenhos de alunos que foram submetidos a sessões de intervenção com o uso do Logo, (grupo A), para o estudo de alguns conceitos geométricos, em relação ao desempenho apresentado por alunos de um outro grupo (grupo B), não submetidos à mesma intervenção.

Também foram comparados os resultados, na escala de atitudes utilizada, apresentados por alunos submetidos ao uso do Programa Computacional Logo e de alunos não submetidos ao uso desse recurso.

Os resultados apresentados em três momentos: pré-teste, pós-teste 1 e pós-teste 2, em relação ao desempenho em provas e na escala de atitudes, foram comparados. Os resultados quantitativos foram analisados com a assessoria de um especialista em Estatística.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

5.1. ANÁLISE ESTATÍSTICA

Os dados coletados foram analisados, considerando-se a proposta do Capítulo 2 e a perspectiva teórica do Construtivismo e de Papert. Inicialmente, foi realizado um pré-teste para todos os sujeitos do G.A. e do G.B..

5.1.1. Caracterização dos sujeitos

Os sujeitos, que participaram desse estudo, foram 308 estudantes de duas escolas de São Paulo, Escola A (que utilizou o Software Computacional Megalogo) e Escola B (que não utilizou esse recurso computacional), sendo que 56% deles estudam na Escola B. As idades dos sujeitos variaram de 12 a 19 anos, com média igual a 14,1 anos e desvio padrão de um ano, (6 deles não informaram a idade.), sendo 157 do gênero feminino e 145 do gênero masculino.

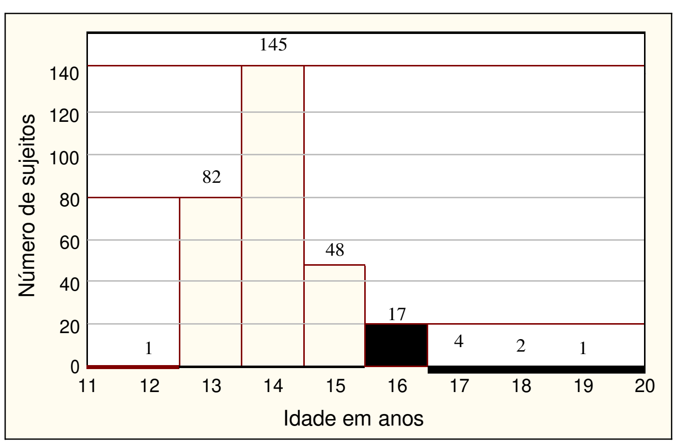


Figura 5.1. Distribuição do Número de Sujeitos de acordo com as idades

Do total de 308 alunos, 233 nunca foram reprovados na escola, o que corresponde a 75,6%. A porcentagem de alunos que haviam sido reprovados é, praticamente, a mesma para os dois grupos, como se pode observar na tabela a seguir. Os alunos do grupo A alcançaram notas médias superiores na prova de Matemática, então, já se percebe alguma influência positiva do trabalho com aprendizagem significativa, do uso do Logo no ensino da matemática, com apoio do uso de material e também do material paradidático. Do total de alunos, apenas seis não informaram se já haviam sido reprovados.

Tabela 2. Reprovação anterior por grupo e as notas médias na prova de Matemática

	Reprovação Anterior				Notas em Matemática		
Grupo	Não	%	Sim	%	Pré	Pós1	Pós2
A	100	73,5	31	23,8	0,04	2,94	3,73
B	133	77,3	38	22,1	0,04	0,34	0,39

Os dados coletados mostraram que uma grande parte dos estudantes (35%) não dedicava nenhum tempo por semana para o estudo de Matemática fora da sala de aula, sendo que 153 sujeitos dedicavam até uma hora por semana e apenas três dedicavam mais de três horas.

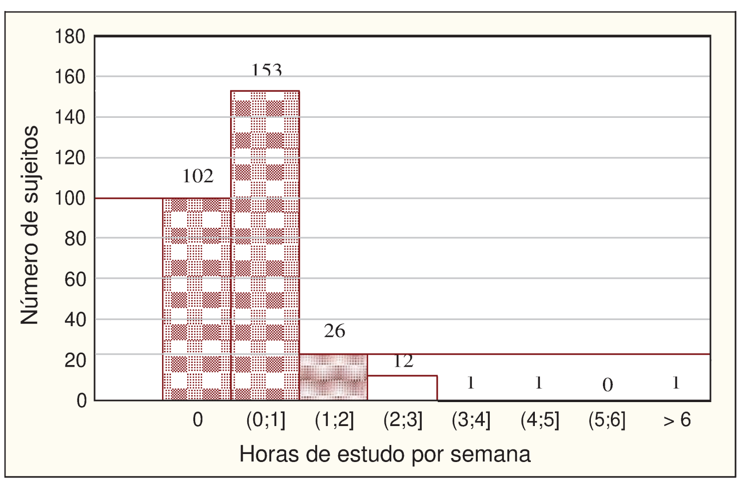


Figura 5.2. Distribuição do Número de Sujeitos de acordo com as horas dedicadas ao estudo de Matemática por semana

5.1.2. Desempenho dos Sujeitos na Prova de Matemática

Tabela 3. Notas das provas dos alunos no Pré-teste, Pós-teste 1 e Pós-teste 2

		Notas médias da prova			
Questionário	Número de alunos	Mínimo	Máximo	Média	Desvio Padrão
Pré-teste	276	0,00	1,25	0,0371	0,1367
Pós-teste1	267	0,00	10,00	1,5668	2,2385
Pós-teste2	263	0,00	10,00	1,9140	2,6777

Na tabela anterior, nota-se que os valores da média e do desvio padrão das notas dos alunos no pré-teste são muito baixos. Nenhum dos sujeitos conseguiu resolver qualquer das tarefas da prova de Matemática. Logo após as aulas programadas sobre o conteúdo matemático previsto sobre geometria, no Pós-teste1, há uma evolução nas médias dos alunos, assim como no pós-teste 2. Apesar da evolução e de alunos que conseguiram alcançar a nota máxima, a média geral permaneceu baixa.

Para a análise estatística dos dados foram utilizados a *ANOVA* para verificar se há diferença significativa entre as médias dos dois grupos. Os dados referentes às aplicações da mesma prova, em três momentos diferentes (dados relacionados), foram analisados pelo teste não-paramétrico de Friedman. Na comparação das aplicações duas a duas, utilizou-se o teste de Wilcoxon.

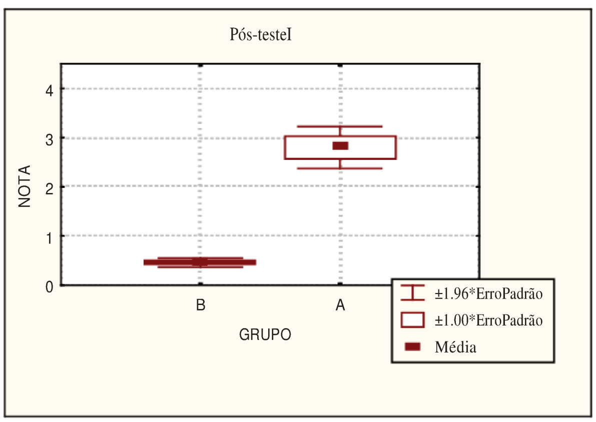
5.1.2.1. Resultados

Na comparação entre os resultados dos grupos, antes da utilização do Software Computacional Megalogo no ensino da Matemática (pré-teste), não houve diferença significativa de notas médias ($F[1,274] = 0,052$; $p = 0,820$), quando se comparam dados dos Grupos A e B. Depois do uso do recurso do Logo no ensino, o teste de F indicou uma diferença estatisticamente significativa entre os grupos para o pós-teste 1 ($F[1,265] = 135,35$; $p<0,001$) e para o pós-teste 2 ($F[1,261] = 165,08$; $p<0,001$), portanto, o uso do computador no ensino da Matemática, na proposta de aprendizagem

significativa com o suporte de livros paradidáticos, vídeo e do uso do mosaico geométrico, teve uma influência significativamente positiva na nota de prova que os alunos realizaram. Esses resultados podem ser claramente visualizados na Tabela 4 e Figuras 5.3., a seguir.

Tabela 4. Resultados do Pré-teste, Pós-teste 1 e Pós-teste 2

Aplicação	Grupo	Número de sujeitos	Nota Média	Desvio Padrão	Erro Padrão	Mínimo	Máximo
Pré-teste	B	156	0,0388	0,1461	0,0117	0,00	1,25
	A	120	0,0350	0,1241	0,0113	0,00	0,60
Pós-teste1	B	141	0,3387	0,6029	0,0508	0,00	3,40
	A	126	2,9411	2,5789	0,2297	0,00	10,00
Pós-teste2	B	143	0,3901	0,8212	0,0687	0,00	4,70
	A	120	3,7300	2,9775	0,2718	0,00	10,00



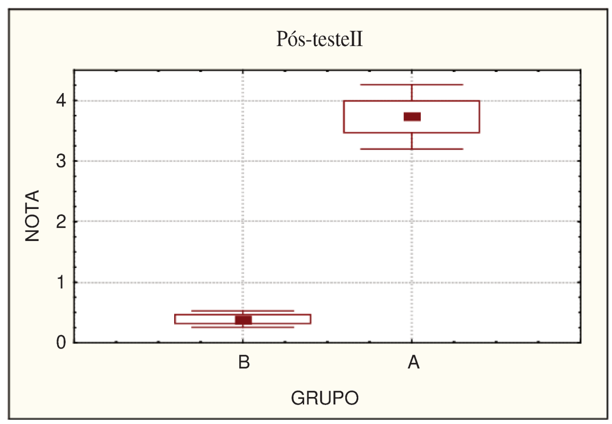


Figura 5.3. *Box-plots* das notas dos sujeitos na prova de Matemática do Pós-teste1 e Pós-teste 2 por grupo

Observa-se, também, que as notas dos alunos do grupo A apresentaram um pequeno aumento com relação ao tempo de aplicação da prova (Pós-teste 1 e Pós-teste 2), possivelmente, porque aqueles alunos, que já haviam assimilado os conteúdos, puderam refletir sobre os seus erros, melhorando os seus desempenhos.

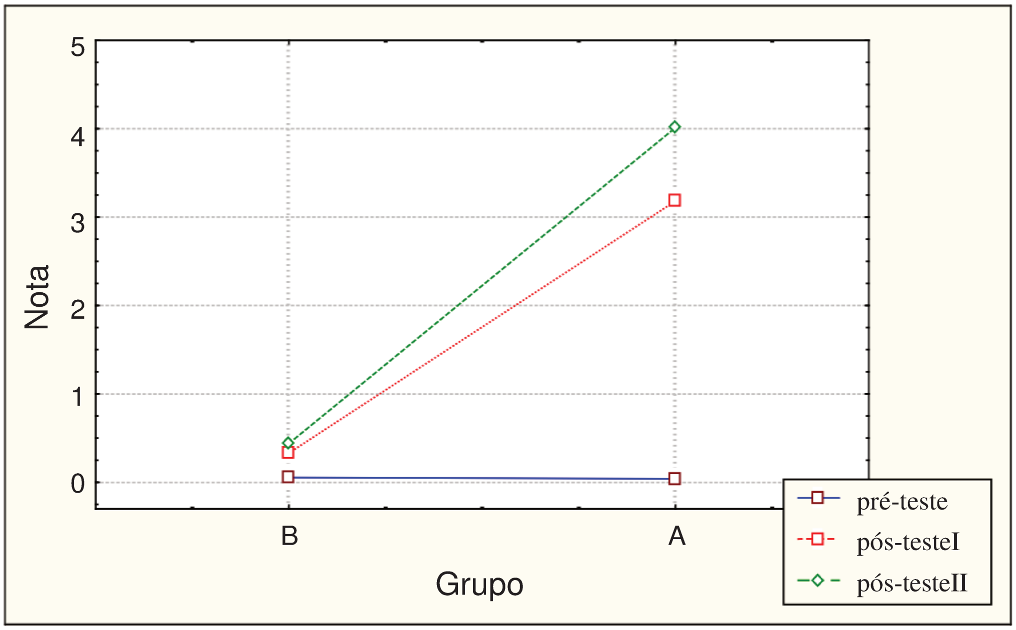


Figura 5.4. Notas médias dos sujeitos na prova de Matemática por grupo e aplicação da prova

O teste não-paramétrico de Friedman revela que, tanto para o grupo B [$\chi^2(2)=35{,}56$; n=113; p=0,000] quanto para o grupo A [$\chi^2(2)=149{,}37$; n=106; p=0,000], rejeita-se a hipótese nula de igualdade entre as aplicações, ou seja, há uma diferença estatisticamente significativa entre os resultados no Pré-teste, Pós-teste 1 e Pós-teste 2 de aplicação da prova de Matemática.

Na tabela 4, nota-se que, para todas as comparações entre as aplicações da prova de Matemática, os resultados foram significativos, ou seja, há uma diferença estatisticamente significativa entre todas as comparações para os dois grupos. Apenas quando se compararam os resultados do Pós-teste 1 e Pós-teste 2 para o grupo B, a diferença não foi estatisticamente significativa.

Já era de se esperar que as diferenças fossem significativas nas comparações entre o Pós-teste, depois de aulas de geometria, e os resultados apresentados pelos alunos no Pré-teste; pois, para os dois grupos, as notas médias foram praticamente zero, de início. As notas médias dos sujeitos do grupo B não foram muito diferentes de zero, contudo o teste também foi significativo ao nível de 95% para essa comparação.

Pensando no grupo A, verifica-se que há uma diferença significativa entre o Pós-teste 1 e o Pós-teste 2, e como os valores das notas médias do Pós-teste 2 são maiores, como podemos ver na figura 5.4., conclui-se que os sujeitos do Grupo A apresentaram na prova de Matemática, no Pós-teste 2, um desempenho superior ao que haviam apresentado no Pós-teste 1.

Tabela 5. Comparação duas a duas entre as aplicações da prova de Matemática com relação às notas médias dos sujeitos por grupo

	Grupo B		Grupo A	
Aplicação	Wilcoxon (Z)	*p* valor	Wilcoxon (Z)	*p* valor
Pré – Pós 1	-5,764	0,000	-8,685	0,000
Pré – Pós 2	-5,008	0,000	-8,509	0,000
Pós 1 – Pós 2	-0,670	0,503	-5,570	0,000

5.1.3. Atitudes dos Sujeitos em relação à Matemática

Para a análise das atitudes dos sujeitos em relação à Matemática foram excluídos aqueles que responderam menos de noventa por cento das questões, ou seja, os que deixaram de responder mais de três das vinte e uma questões em cada uma das aplicações da prova. A seguinte pontuação foi dada às respostas das atitudes dos sujeitos: discordo totalmente = 1, discordo = 2, concordo = 3 e concordo totalmente = 4, lembrando que, para as questões com sentido negativo, os valores foram invertidos.

Na comparação entre os grupos, antes da utilização do recurso do Logo no ensino da Matemática (pré-teste), não houve diferença significativa nas atitudes dos sujeitos em relação à matemática ($F(1,274)=2,788$; $p=0,096$). Depois do uso desse recurso computacional no ensino, o teste de F indicou uma diferença estatisticamente significativa entre os grupos no pós-teste 1 ($F(1,253)=8,676$; $p=0,004$) e no pós-teste 2 ($F(1,256)=7,874$; $p=0,005$), portanto o uso do computador, no ensino da Matemática, teve uma influência significativamente positiva nas atitudes dos sujeitos em relação a essa matéria. Esses resultados podem ser visualizados na Tabela 6 e Figuras 5.5., a seguir.

Tabela 6. Estatísticas descritivas da soma de pontos das atitudes por aplicação da prova e grupo

Aplicação	Grupo	Número de sujeitos	Média dos pontos	Desvio Padrão	Erro Padrão	Mínimo	Máximo
Pré-teste	B	156	55,5	10,87	0,87	21,0	80,0
	A	120	57,8	11,60	1,06	27,0	83,0
Pós-teste 1	B	137	53,3	11,48	0,99	21,0	81,0
	A	118	57,6	12,21	1,12	22,0	83,0
Pós-teste 2	B	140	52,1	11,36	0,96	27,0	83,0
	A	118	56,5	13,94	1,29	21,0	83,0

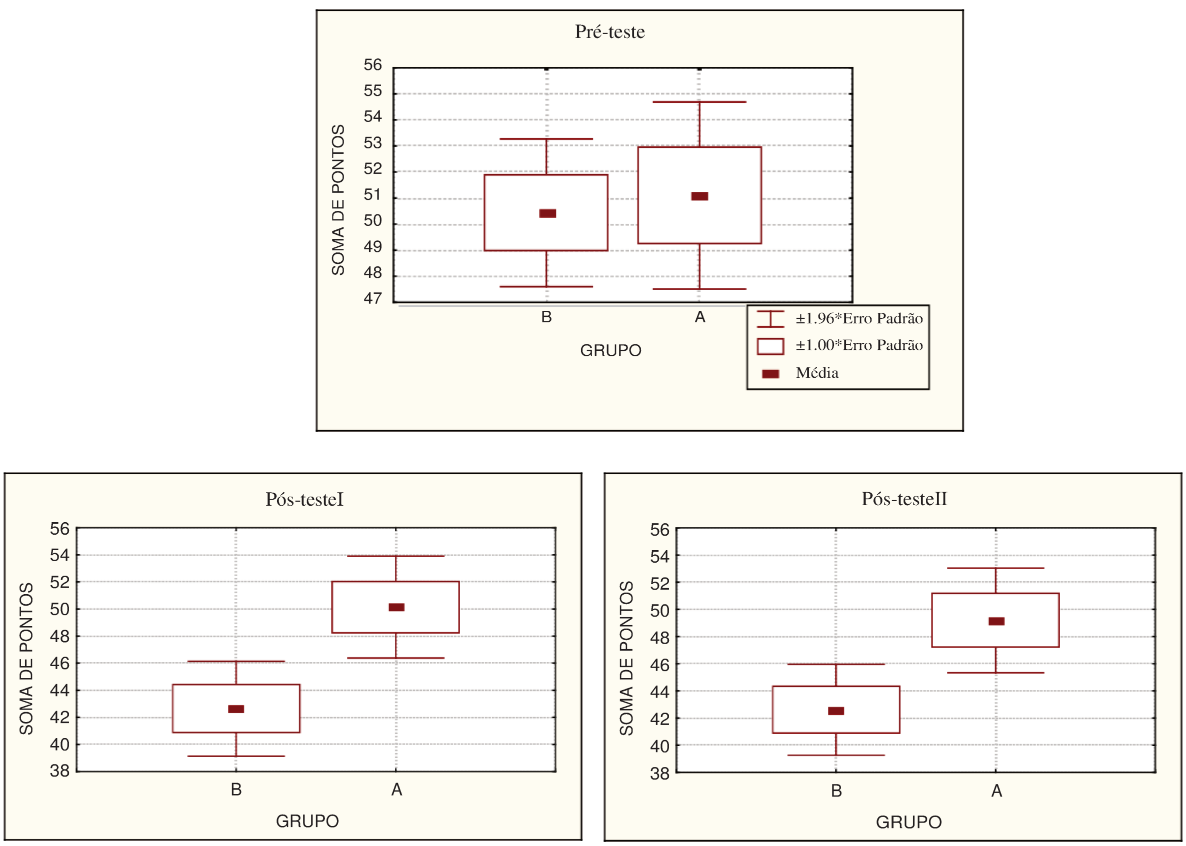


Figura 5.5. Box plots da soma de pontos das atitudes dos sujeitos por grupo

para o Pré-teste, Pós-teste 1 Pós-teste 2, respectivamente

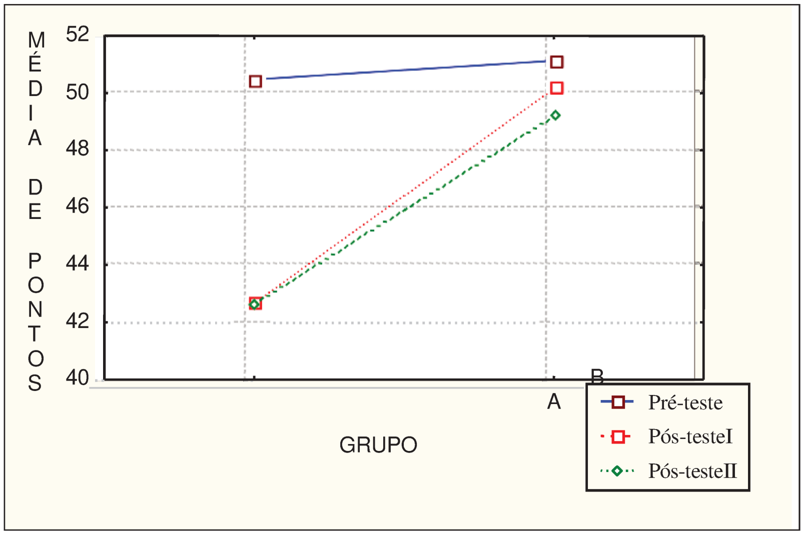


Figura 5.6. Média dos pontos das atitudes dos sujeitos na prova de Matemática por grupo e aplicação da prova

O teste não-paramétrico de Friedman revela que, para o grupo B, o qual não foi submetido à intervenção com o recurso do Logo, com o apoio de livros paradidáticos, vídeo e mosaico geométrico [$\chi^2(2)=35{,}56$; n=112; p=0,003], rejeita-se a hipótese nula de igualdade entre as aplicações, ou seja, há uma diferença estatisticamente significativa entre o tempo de aplicação da prova de Matemática e escala, em relação às atitudes dos sujeitos, que se mostraram mais negativas nos Pós-teste 1 e Pós-teste 2, quando comparadas às atitudes obtidas no Pré-teste. Para o grupo A, que utilizou o Software Computacional Megalogo [$\chi^2(2)=3{,}33$; n=99; p=0,189], a hipótese nula não é rejeitada, o que quer dizer que as atitudes dos alunos desse grupo não apresentaram alteração em relação à aplicação da prova.

Na tabela seguinte, conclui-se que apenas na comparação entre Pós-teste1 e Pós-teste 2 do grupo B o resultado não foi significativo, ou seja, não há diferença nas atitudes dos sujeitos nesse caso, resultado já esperado, analisando-se a figura anterior.

Tabela 7. Comparação duas a duas entre as aplicações da prova de Matemática em relação às atitudes dos sujeitos para o grupo B

	Grupo B	
Aplicação	Wilcoxon (Z)	*p* valor
Pré – Pós 1	-2,553	0,011
Pré – Pós 2	-3,584	0,000
Pós 1 – Pós 2	-1,202	0,229

5.2. Análise Qualitativa

Na construção dos polígonos regulares, os sujeitos devem constatar, e esse fato foi relatado pelos mesmos; que, à proporção em que o número de lados desses polígonos aumenta de maneira gradativa, seu perímetro e sua área também aumentam gradualmente. Por outro lado, as medidas de seus ângulos internos e externos variam em relação inversa e os polígonos adquirem cada vez mais a forma “arredondada”.

Essa elaboração pode ser caracterizada como jogos de exercício, onde a forma de assimilação é funcional ou repetitiva, caracterizada pelo prazer da função, semelhante ao que ocorre com os lactentes no período sensório-motor, que fará com que o sujeito realize as atividades com prazer, uma vez que elas agora fazem parte desse processo que, de uma forma gradativa, repete-se, quando a aprendizagem terá um fim em si mesma. Macedo cita que sua ocorrência no processo de aquisição da leitura pode ser vista quando leva à formação de hábitos, por uma necessidade lúdica. (Macedo, 1997).

Nesse processo de construção de polígonos, há também uma formação de hábitos em virtude de uma necessidade lúdica, quando o sujeito aplicará os seus esquemas de ação, trabalhando o tempo todo em uma operação que envolve a soma dos ângulos externos do polígono e o número de lados desse polígono, levando em consideração que a quantidade de lados do polígono e a medida de seus lados deverão estar em função do espaço disponível no papel.

Nessa realização, observará que quanto maior for o número de lados do polígono, menor deverá ser o tamanho do segmento de reta para que o polígono possa se comportar nesse espaço estabelecido pelo próprio sujeito. Nesse processo de medir segmentos (com a régua) e medir ângulos (com o transferidor), o sujeito diferenciará não só as unidades, mas também a finalidade de cada instrumento.

Espera-se que, nesse processo de elaboração, o sujeito construa o triângulo eqüilátero (3 lados); o quadrado (4 lados); o pentágono regular (5 lados); o hexágono regular (6 lados); . . . ; o icoságono regular (20 lados), e assim por diante, observando que, nessas construções sucessivas, há variações nas formas desses polígonos, sendo que os mesmos, de uma maneira gradual, ficam mais arredondados. Assim, pela observação, o sujeito chega a uma generalização quando passa a considerar a circunferência como sendo um polígono de muitos lados (n lados).

Na construção dos polígonos regulares com o uso do Sistema Computacional Logo/Megalogo, os alunos mantiveram sempre a mesma medida de lado (pf) para todos os polígonos regulares construídos. Tal procedimento visa à descoberta das regulações quando algumas coisas se conservam; nesse caso, a repetição da medida do segmento de reta (lado do polígono) e outras se transformam, sendo que neste último caso, mediante o aumento do número de lados dos polígonos, quando sua medida é mantida constante, a área e o perímetro dos mesmos aumentam de forma gradativa, seu ângulo externo diminui, acarretando, em decorrência, o aumento de seu ângulo interno, pois são suplementares e sua forma fica cada vez mais "arredondada".

O material apresentado a seguir ilustra alguns dos polígonos regulares construídos no computador através do Software Computacional Megalogo, onde é mantida a medida do segmento de reta que corresponde ao seu lado, quando ocorre o aumento gradual do número de lados:

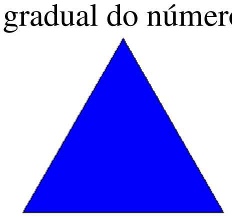


Figura 5.7. Triângulo Eqüilátero

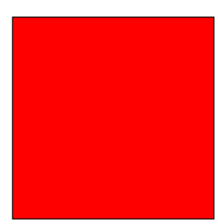


Figura 5.8. Quadrado

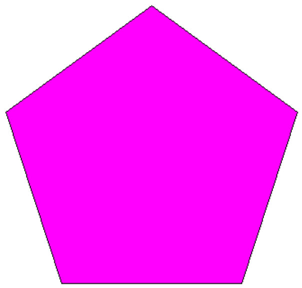


Figura 5.9. Pentágono Regular

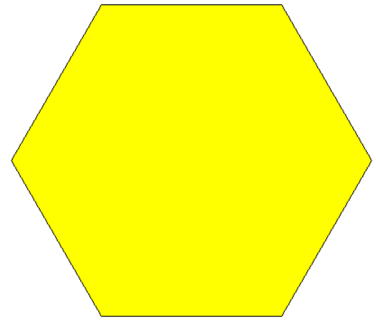


Figura 5.10. Hexágono Regular

A figura a seguir nos fornece a representação simultânea desses polígonos, a qual favorece a análise do comportamento dos polígonos à proporção que ocorre o aumento sucessivo do número de lados dos polígonos, mantendo-se constante a medida dos mesmos.

Polígonos Regulares Encaixados

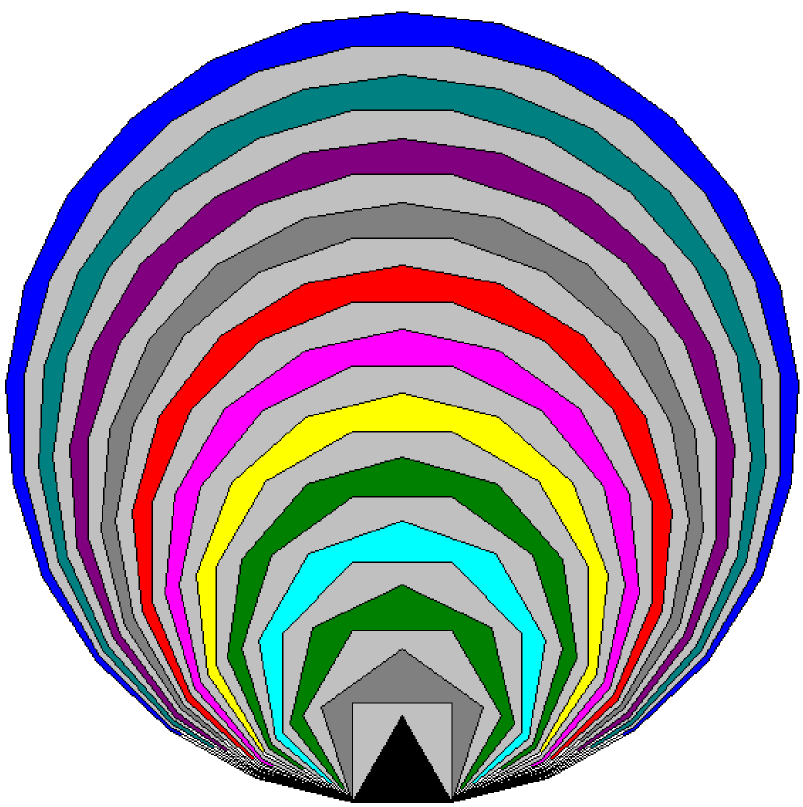


Figura 5.11. Polígonos Regulares Encaixados

Para que pudesse ser melhor compreendido o comportamento desses polígonos, à proporção que ocorre o aumento sucessivo do número de lados dos mesmos, mantendo-se constantes suas medidas, os alunos procuraram fazer a representação simultânea desses polígonos na tela do computador – polígonos encaixados.

Na tentativa de solucionar a tarefa, os alunos defrontaram-se com desafios que possibilitaram a criação de novos e diferentes meios para alcançar o objetivo. O conflito desencadeou a ampliação de possíveis.

Analisando as descobertas feitas pelos alunos nesse processo de aprendizagem, que envolveu a assimilação e acomodação dos conceitos decorrentes da construção dos polígonos regulares, através do software computacional Megalogo, as colocações de Sisto (1996) nos indicam que, na perspectiva da teoria de Piaget, as novas situações vivenciadas provocaram perturbações nos sujeitos e a forma encontrada por eles, para eliminá-las, foi incorporar os novos conteúdos em suas estruturas cognitivas, levando-os a um novo equilíbrio denominado majorante.

Uma incorporação como essa pode ser possível graças ao elo existente entre os novos conceitos a serem assimilados com aqueles que já foram incorporados às estruturas cognitivas do sujeito anteriormente, e que abriram tais possibilidades, constituindo novos vínculos para outras incorporações, como se pode deduzir com o apoio em colocações de Sisto (1996) e da teoria de Piaget.

É surpreendente constatar que o trabalho com a construção dos polígonos regulares, que teve como ponto de partida o triângulo eqüilátero, vindo a seguir o quadrado e, na ordem seqüencial, com o aumento do número de lados, finalizou-se com a construção da circunferência, tenha envolvido, de modo não intencional, as formas triangular, quadrada e circular, utilizadas por Piaget, como suportes para a colocação de 3 dados de faces coloridas na pesquisa dele, que teve como objetivo constatar o que ocorre com o sistema cognitivo da criança no decorrer do processo de construção da novidade.

Na pesquisa sobre a construção da novidade, Piaget (1985), de acordo com Sisto (1996), era solicitado às crianças que dispusessem os 3 dados sobre um dos suportes escolhidos, de todas as formas possíveis, mediante as quais se pode concluir que tais colocações para crianças, que possuem um menor desenvolvimento cognitivo, pertencentes a um estágio classificado como possíveis analógicos, ocorrem sempre dentro de uma família (das retas, dos triângulos, na vertical, na horizontal, por exemplo), sendo as configurações das figuras construídas por elas caracterizadas por pequenas variações e grandes semelhanças.

Já as construções das configurações realizadas pelas crianças, que fizeram parte de um estágio intermediário, chamado de co-possíveis, apresentaram a busca pelas mudanças de famílias, não se atendo, como no estágio anterior, a um só tipo de configuração, por exemplo, das formas triangulares em diferentes disposições. As crianças, que se encontraram no terceiro estágio, denominado de co-possíveis quaisquer, já admitiram a existência de infinitos modos de colocações dos 3 dados sobre os suportes.

Vê-se, desse modo, que a admissão das infinitas possibilidades só é possível para os sujeitos que alcançaram um estágio superior em seu desenvolvimento cognitivo, estando tal desenvolvimento atrelado, de acordo com a teoria piagetiana, à construção histórico-cultural do sujeito (Sisto, 1996).

Com o avanço, em seu raciocínio hipotético, os sujeitos da presente pesquisa sobre o Logo e o ensino de geometria perceberam maior número de possibilidades quanto ao aumento da quantidade de lados, perímetro e área dos polígonos que tendem ao infinito: sua irredutibilidade, pois cada um tem sua própria característica (singularidade); sua complementaridade, sendo que cada polígono complementa seu subseqüente até chegar na circunferência e sua indissociabilidade, pois sendo interdependentes, não dá para se ter um conseqüente se não existir um antecedente.

Verificou-se que o trabalho com o Software Computacional Megalogo permite comprovação, experimentação de possibilidades, manejo com números irracionais que, na prática, com lápis e papel seriam muito complexos, proporcionando uma situação favorável para as múltiplas tentativas de ensaio e erro sem se tornar desgastante.

O Logo permite ao sujeito agir sobre o objeto na busca de soluções e a estabelecer relações. Pode-se verificar a flexibilidade de pensamento, permitindo considerar diferentes aspectos na construção de figuras, simultaneamente, e realizar movimentos em diferentes direções.

O professor, nessa proposta, respeita a iniciativa e movimentos do sujeito, não se apressando a ensinar procedimentos ou apresentar respostas e soluções. É importante, porém, que se consigam explorar as situações, desencadeando conflitos, apresentando contradições, incentivando a reflexão e a tomada de consciência, na perspectiva de um trabalho de fundamento piagetiano.

Ao sugerir ao sujeito que explique o que fez e o resultado, coloca-o no caminho da tomada de consciência, incentivando que realize coordenações e retroações.

O processo de construção de polígonos regulares, realizado através de manipulações efetivas, permitiu experiências reais onde o aluno, em contato com o computador, utilizando-se do Programa Computacional Logo/Megalogo e trabalhando em duplas ou trios, construiu a mesma seqüência de polígonos regulares mediante atividade que não envolvia, simplesmente, manejo de símbolos.

Na interação do aluno com o computador, usando os comandos do Programa Logo, ele associou o giro do transferidor ocorrido na 1ª Etapa com o giro da "tartaruga", a medida do segmento de reta na 1ª Etapa com a medida obtida através do comando "para frente" desse programa computacional.

Por meio desse procedimento, o aluno pode conseguir, em etapas posteriores, estabelecer relações entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência no trabalho com o computador.

Desse modo, não estará trabalhando de uma forma mecânica na manipulação desses comandos do programa computacional, obtendo, assim, base para a formação do conhecimento escolar em que Piaget valoriza a curiosidade intelectual e a criatividade.

Mosaico Geométrico

Os trabalhos realizados com os alunos do grupo experimental na utilização do material de manipulação Mosaico Geométrico, envolvendo diferentes formas

geométricas, bem como o uso do programa computacional Megalogo, envolveram intervenções educativas em níveis diferenciados aos grupos de alunos, dado à atividade auto – estruturante dos mesmos.

A atividade desenvolvida com o uso dos mosaicos geométricos proporcionou aos sujeitos verificar, por sobreposição das peças, que a área do hexágono equivale à de 6 triângulos eqüiláteros ligados por um de seus vértices; ou à de 2 trapézios unidos por suas bases maiores; ou por 3 losangos unidos por um de seus vértices; ou por 3 triângulos eqüiláteros unidos por um de seus lados, sendo que o que ocupa a posição central deve estar invertido em relação aos demais e um trapézio ligado a eles por sua base maior; ou por 1 triângulo eqüilátero e 1 losango unidos por suas bases à base maior de 1 trapézio; ou por 2 losangos e 2 triângulos eqüiláteros unidos em posições simétricas; ou por 1 losango e 4 triângulos eqüiláteros unidos por um de seus vértices e, assim, sucessivamente, verificando todas as disposições e combinações possíveis, sendo que alguns dos resultados estão ilustrados a seguir:

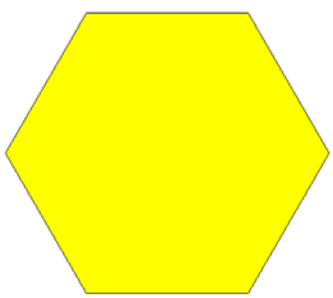


Figura 5.12. Hexágono Regular (peça do Mosaico Geométrico

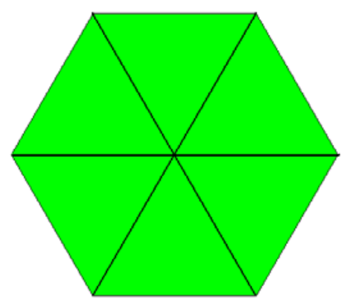


Figura 5.13. Hexágono Regular obtido através de 6 Triângulos Eqüiláteros (peças do Mosaico Geométrico

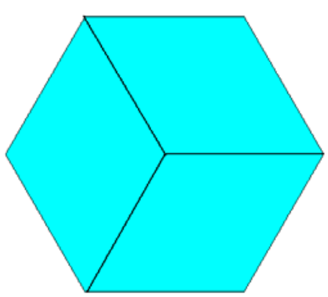


Figura 5.14. Hexágono Regular obtido através de 3 Losangos (peças do Mosaico Geométrico)

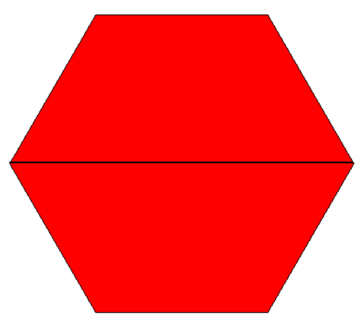


Figura 5.15. Hexágono Regular obtido através de 2 Trapézios (peças do Mosaico Geométrico)

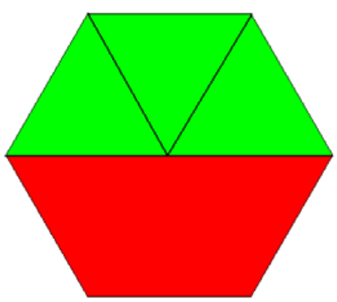


Figura 5.16. Hexágono Regular obtido através de 3 Triângulos Eqüiláteros e 1 Trapézio (peças do Mosaico Geométrico)

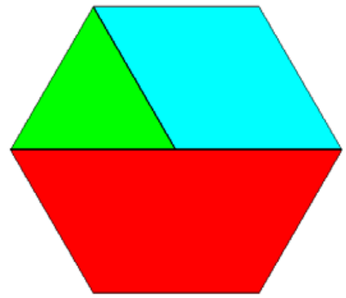


Figura 5.17. Hexágono Regular obtido através de 1 Triângulo Eqüilátero, 1 Losango e 1 Trapézio (peças do Mosaico Geométrico)

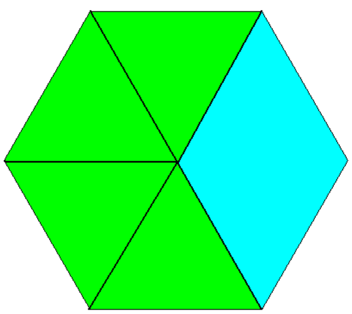


Figura 5.18. Hexágono Regular obtido através de 4 Triângulos Eqüiláteros e 1 Losango (peças do Mosaico Geométrico)

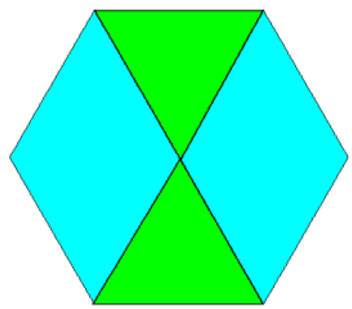


Figura 5.19. Hexágono Regular obtido através de de 2 Losangos e 2 Triângulos Eqüiláteros (peças do Mosaico Geométrico)

O mesmo procedimento adotado em relação ao hexágono também foi utilizado com o losango e com o trapézio, visando-se assim a identificar suas áreas através de outras áreas conhecidas, onde, por composição das peças, o losango pode ser obtido por 2 triângulos eqüiláteros invertidos e unidos por um dos seus lados

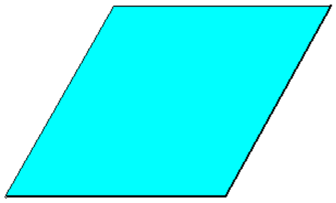


Figura 5.20. Losango (peça do Mosaico Geométrico

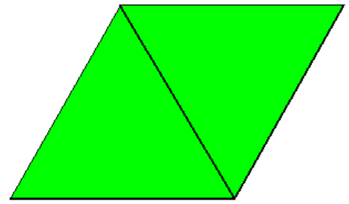


Figura 5.21. Losango obtido através de 2 Triângulos Eqüiláteros (peças do Mosaico Geométrico)

e o trapézio por 3 triângulos eqüiláteros unidos por um de seus lados, sendo que o que ocupa a posição central deve estar invertido em relação aos demais ou por 1 losango unido a 1 triângulo eqüilátero por um de seus lados, estando ambos com sua base na direção horizontal.

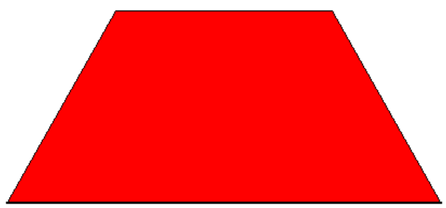


Figura 5.22. Trapézio (peça do Mosaico Geométrico)

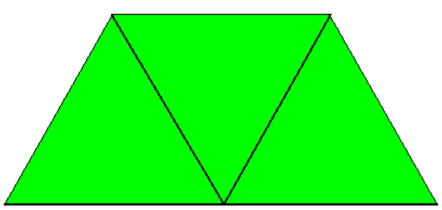


Figura 5.23. Trapézio obtido através de 3 Triângulos Eqüiláteros (peças do Mosaico Geométrico)

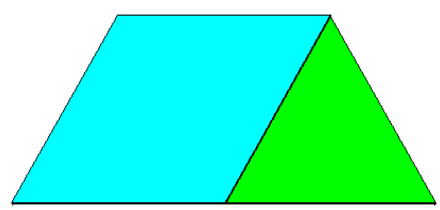


Figura 5.24. Trapézio obtido através de 1 Losango e 1 Triângulo Eqüilátero (peças) do Mosaico Geométrico)

Além disso, puderam constatar que a formação de um mosaico geométrico (ladrilhamento) exige que a soma dos ângulos das peças encaixadas corresponda a 360º.

A realização dessa atividade com mosaicos geométricos, cuja manipulação implicou não apenas o reconhecimento das formas geométricas, mas também medições, cálculo de perímetros e de áreas, equivalência de áreas, construção de mosaicos, está de acordo com a Proposta Curricular de Matemática para o ensino de 1º.Grau do Estado de São Paulo (1988, p.11), que afirma ser esse o caminho a se percorrer para se alcançar a sistematização. (Passos, 2000, p.58).

Após a construção dos polígonos encaixados, foi iniciada a pesquisa nos livros didáticos e também no livro paradidático "Descobrindo o Teorema de Pitágoras", visando a desenvolver o estudo do Teorema de Pitágoras. Ao término da pesquisa, a professora discutiu os conceitos com os alunos, os quais desenvolveram atividades em papel quadriculado, com o objetivo de relacionar as áreas dos quadrados construídos sobre os catetos com a área do quadrado construído sobre a hipotenusa, bem como elaboraram um quebra-cabeça para provar a relação entre essas áreas.

Nesse processo de o sujeito procurar solucionar a situação nova por meio das estruturas cognitivas existentes poderá haver insucesso, pelo fato de essas estruturas não serem adequadas e suficientes.

Segundo a teoria de Piaget, a construção do conhecimento é explicada pelo processo de equilibração, implicando desequilíbrios quando o sujeito se defronta com desafios e não consegue, de início, dar conta deles. O processo de acomodação, implica modificações das estruturas pré-existentes, permitindo a assimilação.

Segundo Piaget (1987), a assimilação é:

> "... conceber a assimilação como incorporação de uma realidade externa qualquer a uma ou outra parte do ciclo de organização". (p. 380).
>
> "... a assimilação não se reduz, pois, a uma simples identificação; é, ao mesmo tempo, construção de estruturas e incorporação das coisas a essas estruturas". (p. 387).

Na tarefa de o sujeito tentar solucionar uma situação nova, utilizando-se de uma estrutura mental já formada, ocorrerá o processo de assimilação.

5.2.1. Estudo Qualitativo - Trabalho envolvendo a Construção do Cágado no Megalogo

De acordo com Papert (1985), o Sistema Computacional Logo se presta a favorecer ao aluno a aquisição de um sentimento de prazer na aprendizagem de matemática. Esse programa computacional se utiliza de objetos abstratos, os quais se apresentam nas telas dos computadores, denominados "tartarugas", e o termo Logo se refere à linguagem computacional mediante a qual o usuário se comunica com a tartaruga.

Um dado geral, constatado na presente pesquisa em depoimento de alunos e resultado de observação em sala de aula, foi mesmo a satisfação dos sujeitos no trabalho com o Logo. Mostraram interesse, alegria e disponibilidade ampla para executar as tarefas, enfrentar os desafios apresentados. Em nenhum momento, mostraram apatia, cansaço ou interesse em terminar antes o trabalho. Ao contrário, envolvidos na tarefa, mostraram entusiasmo e vontade de continuar trabalhando. Como um indicativo do interesse, pode-se citar, como exemplo, o fato de alunos que, em aula vaga, procuravam a professora de matemática para verificar a possibilidade de utilizar o computador para dar continuidade ao trabalho que estavam realizando, assim como aqueles que chegavam à escola horas antes do início das aulas para participarem do horário coletivo dos professores no laboratório de informática.

O Sistema Computacional Logo, conforme proposto por Papert, foi pesquisado e aplicado durante o processo que envolveu o estudo dos conceitos geométricos.

Para representar as figuras de sua escolha na tela do computador, através do Software Computacional Megalogo, o qual é uma das versões do Logo, os sujeitos tiveram como apoio os conceitos aprendidos durante a construção dos polígonos regulares no papel, com régua e transferidor, assim como mediante a elaboração dos mesmos na tela do computador, utilizando o Sistema Computacional Megalogo.

Os conteúdos estudados através de livros didáticos, assim como dos livros paradidáticos Descobrindo o Teorema de Pitágoras; Desenhos da África; Os Poliedros de Platão e os Dedos da Mão e A Geometria dos Mosaicos, dentre outros, e sua aplicação na reprodução de figuras, também por meio do Software Computacional Megalogo, proporcionaram a aquisição dos conceitos e habilidades básicas para a realização de desenhos e mosaicos através do Software Computacional Megalogo.

Ao efetuar a leitura de alguns livros paradidáticos de Matemática, alguns sujeitos se interessaram em reproduzir, na tela do computador, o desenho de um cágado, que é uma das figuras representadas no paradidático Desenhos da África.

Os sujeitos, que realizaram esse trabalho de construção do cágado por meio do Sistema Computacional Megalogo, já haviam passado pelas etapas de aprendizagem descritas nos Procedimentos. Porém, a execução do trabalho escolhido pelos sujeitos tornou indispensável para sua elaboração na tela do computador, quanto ao emprego do número Π, que relaciona o comprimento de uma circunferência com o seu diâmetro, uma adequação entre as geometrias da tartaruga e a euclidiana, através da qual foi possível estabelecer, mediante o número de segmentos de reta escolhido para a construção da circunferência e, conseqüentemente, da semicircunferência, o tamanho de cada segmento de reta a ser utilizado.

Macedo (1997) cita que o domínio das relações espaço-temporais deve se firmar como o alvo a ser assegurado aos alunos pelos professores, no decorrer das atividades escolares, pois tais relações são essenciais à constituição das ações que irão favorecer a aprendizagem escolar, assim como o desenvolvimento do raciocínio.

Macedo (1997) mostra como o uso de jogos pode facilitar a aquisição do domínio das relações espaço-temporais. No caso do ensino de geometria, em sala de aula, com o Logo, também se pode facilitar esse domínio. Nesse trabalho, com o uso do Logo, as relações espaciais estão atreladas ao planejamento utilizado, através da identificação das medidas ideais a serem utilizadas pelo aluno, para reproduzir todo o trabalho na tela do computador, de forma a manter uma boa estética em função do espaço disponível na tela. Esse planejamento envolveria, de certa forma, uma estimativa da área a ser utilizada, através da representação de parte dessa figura. O sujeito lida com antecipações e retroações no uso da tela.

Quanto às relações temporais (duração ou sucessão), que se relacionam às antecipações, no presente trabalho com o uso do Logo, correspondem ao modo como os sujeitos "enxergam" a figura, decompondo-a mentalmente em outras figuras mais simples e averiguando quais os conteúdos que estarão sendo aplicados na realização plena do trabalho na tela do computador.

Macedo (1997) destaca a importância da atuação cooperativa no trabalho em grupo realizado pelas crianças nos jogos, em uma perspectiva construtivista e psicopedagógica. Para os sujeitos envolvidos nesta pesquisa sobre o Logo e a geometria, a atuação cooperativa se apresenta quando as duplas ou trios de alunos buscam, em conjunto, a escolha da figura e a solução do problema decorrente de tal escolha, com a descoberta dos meios mais adequados, através da discussão, análise, troca de idéias, tomada de decisões e aprendizagem com seu igual, visando a viabilizar sua execução na tela do computador.

A interação social é valorizada na perspectiva piagetiana de trabalho pedagógico, destacando-se as vantagens de os alunos construírem o conhecimento, desenvolvendo a autonomia. Quando discutem com os colegas, os alunos obrigam-se a organizar argumentos que sustentem suas respostas a cada desafio, ouvem argumentos diferentes e os comparam, sem que apenas os argumentos de autoridade do professor interfiram no processo de análise.

O trabalho no computador permite ao aluno encontrar e identificar seu erro, já que ele se torna visível na tela, o que, na educação, de acordo com Macedo (1997), é um grande desafio. Sua ocorrência pode ser decorrente de distração ou não domínio dos conteúdos ou procedimentos, requerendo a construção ou aperfeiçoamento de esquemas para a sua correção. Como essa proposta pedagógica tem cunho construtivista, o aluno não participa como um receptor passivo, quando o erro se apresenta apenas como algo indesejável, mas procura valorizar o processo de construção do conhecimento e não apenas o resultado final. Desse modo, o erro é construtivo pelas informações que fornece sobre as dificuldades dos alunos, visando a sua superação.

Depois da atividade inicial de pesquisa em livros e textos sobre elementos básicos de geometria, descrita no Capítulo 4 – Método, pág. 71, os alunos iniciaram o trabalho no computador.

Para a representação dos desenhos na tela do computador, os sujeitos tiveram várias possibilidades de escolha para o ponto de partida dessa construção. Poderiam iniciar, no caso do cágado, por qualquer um dos pontos, por qualquer um dos segmentos de reta ou por qualquer uma das curvas. O caminho escolhido por esses sujeitos foi o que determinou os conceitos matemáticos que foram utilizados na realização da tarefa.

A definição do ponto de partida para a construção da figura por parte dos sujeitos favoreceu o estabelecimento dos conteúdos necessários para a execução da mesma.

A sucessão escolhida pelos sujeitos para a construção do cágado partiu da representação seqüencial de 9 pontos por intermédio de uma rede retangular 3 por 3, na tela do computador através do Software Computacional Megalogo, seguindo a forma original em que o desenho é feito na areia, como passatempo favorito dos quiocos, população que vive no Nordeste da Angola.

Para os quiocos, esses desenhos têm um significado especial, pois representam sua escrita a qual não se utiliza de letras nem de alfabeto, mas se apresenta mediante uma linguagem que harmoniza pontos e linhas.

Obedecendo à forma como os quiocos desenham o cágado na areia, após ter representado os nove pontos na tela do computador através do Software Computacional Megalogo, os sujeitos da pesquisa construíram uma linha fechada, significando os membros locomotores dianteiro do lado esquerdo e traseiro do lado direito do cágado.

Em continuidade, com uma segunda linha fechada em posição simétrica à primeira, os sujeitos construíram, na tela do computador, os membros locomotores dianteiro do lado direito e traseiro do lado esquerdo. Na seqüência, colocaram os pontos restantes e com uma terceira linha fechada, na forma de um quadrado, os sujeitos

formaram, na tela do computador, o casco do cágado. As etapas seguintes envolveram a representação da cabeça e das garras.

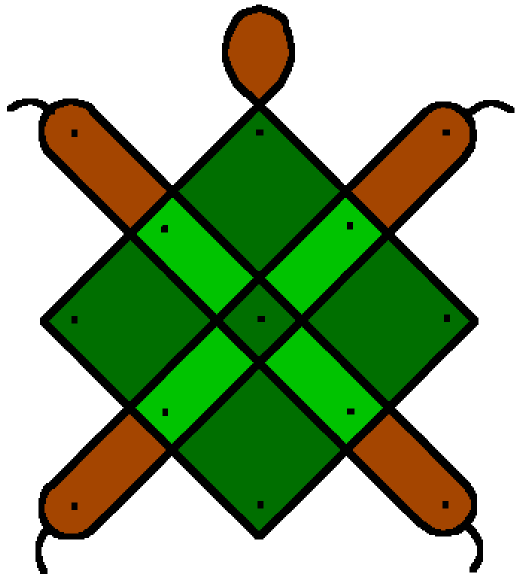


Figura 5.25. Cágado construído, no computador , pelos sujeitos Joic, Pris e Tha, através do Software Computacional Megalogo

A observação do trabalho das alunas e o acompanhamento da discussão e tomada de decisões para realizar a tarefa indicaram que concebiam uma diversidade de possibilidades, variadas combinações possíveis de escolha. A atuação das alunas indica uma abertura crescente para novos possíveis, como explica Piaget (1987), compreendendo combinações convenientes para a construção da figura, possíveis caminhos e mostraram fazer a escolha do melhor "caminho", isto é, aquele que a "tartaruga" deveria percorrer de forma a eliminar os erros que poderiam surgir em decorrência de cálculos, envolvendo números irracionais, antes de iniciar o trabalho, para poder realizá-lo com sucesso.

Na representação do trabalho na tela do computador, verificou-se que os sujeitos levaram em conta não apenas a diversificação de caminhos que poderiam ser seguidos, mas também a parte estética da figura, uma vez que, para haver harmonia entre as partes e o todo, suas medidas devem se coordenar entre si, embora sejam autônomas umas em relação às outras.

Esse trabalho foi desenvolvido por alunas que, considerando-se a teoria de Piaget, podem se encontrar no nível das operações formais, e foi o fato de pertencerem a esse nível de desenvolvimento que lhes possibilitou aplicar os seus esquemas presentativos, procedimentais e operatórios. Piaget intitula o processo de formação de possibilidades como abertura para novos possíveis. De acordo com Piaget (1987), a multiplicação das combinações possíveis que leva à atualização das possibilidades se torna cada vez mais rica, à medida que os alunos atingem o nível das operações formais.

Na reprodução do trabalho pelos sujeitos na tela do computador, as alunas identificaram, na figura, nesse caso, o cágado, que foi da preferência delas para a elaboração do trabalho, seqüências de pontos, segmentos de reta que, embora não estivessem visíveis na percepção das pessoas, são essenciais para a formação da mesma, segmentos de reta perceptíveis a todas as pessoas e semicírculos.

Para a realização do trabalho, o grupo principiou, destacando os pontos; depois, mediante a distância que determinaram entre os pontos, visualizaram o triângulo retângulo que estava implícito na figura, calculando sua hipotenusa, mediante o teorema de Pitágoras, prosseguindo, posteriormente, para a construção da semicircunferência, mediante a determinação de seu diâmetro. Observa-se que, não necessariamente, deveria ser seguido esse caminho, pois teriam outras possibilidades para iniciar a construção do desenho. Essa construção obedeceu às etapas descritas abaixo.

A aplicação dos esquemas presentativos confere ao aluno a capacidade de representar e perceber as relações existentes ao se observar o objeto (figura), isto é, o todo e a sua decomposição em partes.

1ª. Etapa:

Envolveu a representação seqüencial pelos sujeitos de 9 pontos na tela do computador, que se distribuíram à mesma distância e paralelamente 3 a 3. Visando a construir os membros locomotores do cágado, os sujeitos, com a mediação da professora, perceberam que, para atingir tal fim, seria necessário primeiro esquematizar esses 9 pontos no papel e, através dos 8 pontos situados nas laterais, construir um quadrado, pois a medida de sua diagonal seria um elemento indispensável para a construção desses membros. Com esse procedimento e tendo como base a distância entre os pontos, os sujeitos obtiveram a medida da diagonal, através da qual, foi feita a decomposição do quadrado em dois triângulos retângulos.

Desse modo, o trabalho foi elaborado a partir do cálculo da medida do segmento de reta $\overline{XZ}$, que corresponde à hipotenusa do triângulo retângulo XYZ. A medida dos catetos $\overline{XY}$ e $\overline{YZ}$ foi determinada pela escolha, por parte das alunas, da distância entre os pontos.

Representação seqüencial dos 9 pontos, através do Software Computacional Megalogo, na tela do computador

Figura 5.26. Representação Seqüencial dos 9 Pontos

Representação dos 9 pontos, do Quadrado e de sua Diagonal, no papel, como etapa intermediária ao trabalho no computador

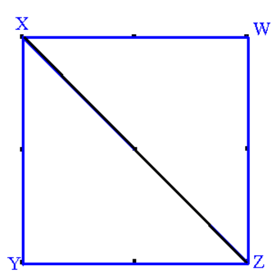


Figura 5.27. Representação dos 9 Pontos, do Quadrado e de sua Diagonal

Triângulo Retângulo obtido pela Decomposição do Quadrado ilustrado na Figura 5.27, através de sua Diagonal, representado no papel

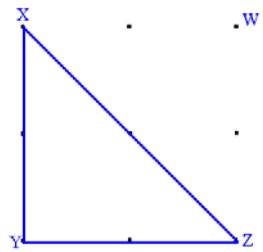


Figura 5.28. Triângulo Retângulo obtido pela Decomposição do Quadrado através de sua Diagonal

2ª. Etapa:

Envolveu a construção dos membros locomotores: dianteiro do lado esquerdo e traseiro do lado direito, na tela do computador, através do Software Computacional Megalogo.

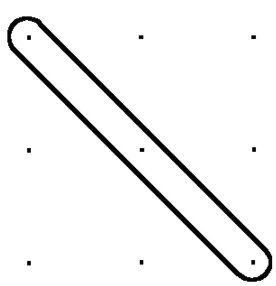


Figura 5.29. Membros Locomotores do Cágado: Dianteiro do Lado Esquerdo e Traseiro do Lado Direito

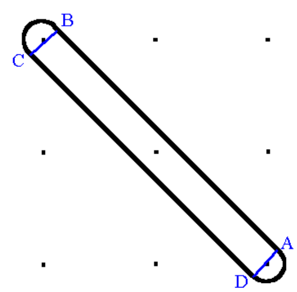


Figura 5.30. Membros Locomotores do Cágado: Dianteiro do Lado Esquerdo e Traseiro do Lado Direito, com o percurso de construção assinalado

Para essa etapa, os sujeitos identificaram as medidas dos segmentos de reta $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ como sendo iguais à medida do segmento de reta $\overline{XZ}$, isto é, iguais à medida da hipotenusa do triângulo retângulo XYZ.

Os sujeitos identificaram a curva, através dos esboços e cálculos efetuados antes de sua reprodução na tela do computador, como sendo uma semicircunferência cujo diâmetro ficou estabelecido, mediante o deslocamento do segmento de reta $\overline{XZ}$ que corresponde à hipotenusa do triângulo retângulo XYZ, até às posições acima e abaixo da hipotenusa, recebendo, a seguir, os nomes de segmentos de reta $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$.

Os sujeitos notaram a necessidade de se estabelecer a medida do diâmetro da circunferência como referência para se obter o comprimento da circunferência e, em conseqüência, o da semicircunferência. Através dos estudos realizados com o Logo, os sujeitos tiveram a oportunidade de não apenas aplicar os conceitos estudados sobre geometria, mas também de comprovar os resultados dos cálculos efetuados, sempre com a ajuda do professor, como mediador do processo de aprendizagem.

3ª. Etapa:

Envolveu a construção dos membros locomotores: dianteiro do lado direito e traseiro do lado esquerdo, na tela do computador, por meio do Software Computacional Megalogo.

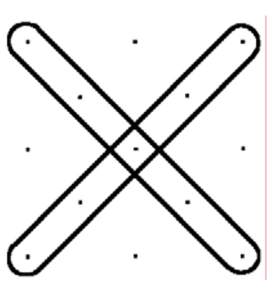


Figura 5.31. Membros Locomotores do Cágado: Dianteiro do Lado Direito e Traseiro do Lado Esquerdo

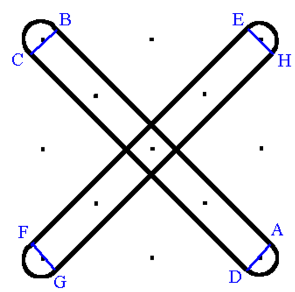


Figura 5.32. Membros Locomotores do Cágado: Dianteiro do Lado Direito e Traseiro do Lado Esquerdo, com o percurso de construção assinalado

As alunas perceberam a simetria existente na figura para a construção desses membros, e que os elementos identificados para a construção dos membros locomotores: dianteiro do lado esquerdo e traseiro do lado direito seriam os mesmos a serem empregados para essa etapa.

4ª. Etapa:

Envolveu a construção do casco na tela do computador, através do Software Computacional Megalogo.

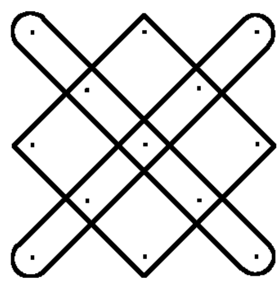


Figura 5.33. Casco do Cágado

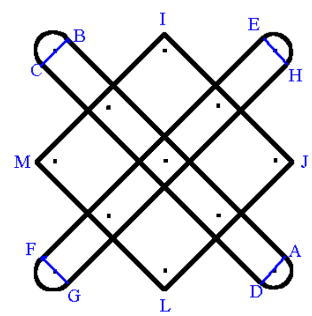


Figura 5.34. Casco do Cágado, com o percurso de construção assinalado

As alunas notaram que a medida do segmento de reta para a construção do quadrado, que representa o corpo do cágado, deveria estar em relação com a distância entre os 3 pontos, considerada em sua direção diagonal e excedendo-a de forma a oferecer uma boa condição de estética.

A aplicação de esquemas procedimentais permite ao aluno elaborar os trabalhos com êxito na tela do computador, aplicando os comandos necessários para cada etapa do processo de construção. Abaixo estão detalhadas as construções das partes da figura através do Software Computacional Megalogo.

Analisando os procedimentos utilizados pelos sujeitos na elaboração desse trabalho com o computador para a execução da parte simétrica da figura, bem como de outros detalhes, sem precisar trabalhar muito com a alteração de ângulos e medidas de comprimento que, em muitos casos, envolveram números irracionais; os sujeitos procuraram, na maior parte das vezes, voltar ao ponto de partida das etapas; utilizando, para tal, a inversão.

Construção dos Membros Locomotores: Dianteiro do Lado Esquerdo e Traseiro do Lado Direito

Observando a elaboração dessa etapa – construção dos membros locomotores: dianteiro do lado esquerdo e traseiro do lado direito - em sua forma seqüencial de construção, verificamos que os sujeitos optaram por principiar pelo ponto A, mediante a construção do segmento de reta $\overline{AB}$. Na sucessão, construíram a semicircunferência, passando pelos pontos B e C; a seguir, traçaram o segmento de reta $\overline{CD}$ e, finalmente, a semicircunferência, passando pelos pontos D e A . Como as medidas dos segmentos de reta e arcos de circunferência envolveram números irracionais, para minimizar os erros de posição que poderiam, a partir daí, ir se acumulando, preferiram retornar ao ponto inicial A. Nos procedimentos registrados com os comandos do Sistema Computacional Megalogo, pode-se acompanhar a expressão do pensamento das alunas e, de acordo com Piaget (1987), um procedimento tem como meta alcançar um objetivo.

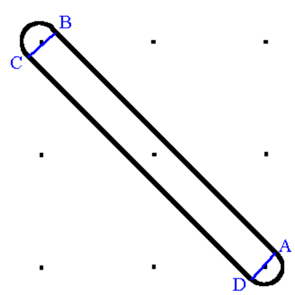


Figura 5.35. Membros Locomotores do Cágado: Dianteiro do Lado Esquerdo e Traseiro do Lado Direito. Desenho assinalado para o detalhamento da Construção

Para tanto, os sujeitos, com a orientação da professora, utilizaram-se dos seguintes comandos para a realização do trabalho, conforme a linguagem de programação Logo:

```
ul
pf 353,5533  (deslocamento de A até B)
repita 18 [pf 3,48888888 ge 10] (rotação de B a C)
pf 353,5533  (deslocamento de C até D)
repita 18 [pf 3,48888888 ge 10]  (rotação de D a A)
```

O trabalho exigiu cálculos que envolveram números irracionais, tanto para se obter a medida da hipotenusa, quanto a medida do comprimento da circunferência. Almejando eliminar erros ou dificuldades no deslocamento (medida), assim como, no posicionamento (ângulo), na passagem da tartaruga de um ponto para outro, em virtude dos valores obtidos com números irracionais, e, visando a construir os membros locomotores: dianteiro do lado direito e traseiro do lado esquerdo, os sujeitos concluíram que a melhor forma seria o retorno da tartaruga ao ponto de partida, pelo mesmo caminho, isto é, voltando sobre si mesma. Para tanto, a tartaruga teria de fazer o caminho inverso, e os sujeitos valeram-se, portanto, das operações inversas, mostrando, desse modo, a reversibilidade de seu pensamento. Segundo Piaget (p. 59), o erro, que pode surgir, constitui, no Sistema II, um possível entre os demais. Os comandos aplicados para essa situação estão descritos abaixo:

```
un
repita 18 [gd 10 pt 3,48888888] (rotação de A a D)
pt 353,5533  (deslocamento de D a C)
repita 18 [gd 10 pt 3,48888888] (rotação de C a B)
pt 353,5533   (deslocamento de B a A)
```

Construção dos Membros Locomotores, Dianteiro do Lado Direito e Traseiro do Lado Esquerdo

No ponto A, a tartaruga dá um giro de 90º para a direita (gd 90), recua 20 passos (pt 20), chegando ao ponto Z. No ponto Z, dá um giro de 45º à esquerda (ge 45) e se desloca (avança) do ponto Z ao ponto W (pf 250). No ponto W, dá um giro de 45º à esquerda (ge 45) e avança 20 passos (pf 20), deslocando-se do ponto W ao ponto E. No ponto E, dá um giro de 90º à esquerda (ge 90) e faz a construção dos membros locomotores: dianteiro do lado direito e traseiro do lado esquerdo, partindo do ponto E e chegando ao mesmo ponto de partida. Todos os comandos empregados pelos sujeitos, nessa fase do processo, estão relacionados a seguir:

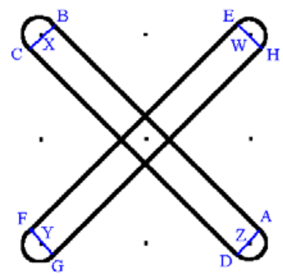


Figura 5.36. Membros Locomotores do Cágado: Dianteiro do Lado Direito e Traseiro do Lado Esquerdo. Desenho assinalado para o detalhamento da construção

gd 90 ; pt 20 ; ge 45 ; pf 250 ; un ; ge 45 ; pf 20 ; ge 90 ; ul ;

pf 353,5533 (deslocamento da tartaruga do ponto E ao ponto F)

repita 18 [pf 3,4888888 ge 10] (construção da semicircunferência passando pelos pontos F e G).

pf 353,5533 (deslocamento da tartaruga do ponto G ao ponto H)

repita 18 [pf 3,48888888 ge 10] (construção da semicircunferência passando pelos pontos H e E)

Construção dos pontos restantes

Dando seqüência à construção do cágado, os sujeitos fazem com que a tartaruga retorne sobre a semicircunferência, deslocando-se do ponto E ao ponto H, dê um giro de 90º à esquerda e avance 20 passos (pf 20) até o ponto W, aplicando os seguintes comandos:

un
repita 18 [gd 10 pt 3,48888888] (retorno da tartaruga do ponto E ao ponto H)
ge 90
pf 20

Os sujeitos direcionam a tartaruga para que dê um giro de 45º à esquerda (ge 45) e coloque os pontos restantes, utilizando-se dos seguintes comandos:

pf 125 ; pt 1 ; ge 45 ; pf 88,388325 ; ul ; pt 1 ; un ; pt 1 ; ge 45 ; pf 124; ul ; pf 1 ; un ; pt 1; ge 90 ; pf 124 ; ul ; pf 1 ; un ; pt 1 ; ge 90 ; pf 124 ; ul ; pf 1 ; un ; ge 45; pf 88,388325.

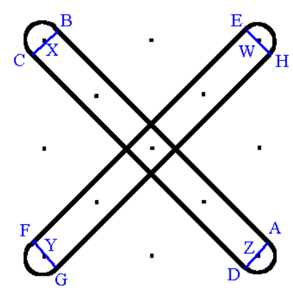


Figura 5.37. Pontos restantes da construção do Cágado. Desenho assinalado para o detalhamento da construção

Construção do casco

Com as fases anteriores vencidas, os sujeitos fazem com que a tartaruga chegue ao ponto I. Nesse ponto, sob o comando dos sujeitos, a tartaruga recua 1 passo sobre o ponto I (pt 1), dá um giro à direita de 45º (gd 45), avança 20 passos, dá um giro à direita de 135º (gd 135) e constrói o quadrado com o comando:

repita 4 [pf 205,01096 gd 90]

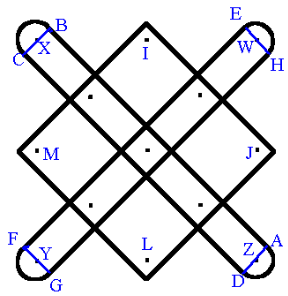


Figura 5.38. Casco do Cágado. Desenho assinalado para o detalhamento da construção

Construção da cabeça

Parte lateral direita:

Posicionada sobre o vértice do quadrado, localizado na direção acima do ponto I, a tartaruga dá um giro à esquerda de 90º (ge 90), dá novamente um giro à esquerda de 45º (ge 45) e esse giro é desfeito pelo comando gd 45, que faz com que ela gire 45º à direita. Desse modo, a tartaruga constrói a parte lateral direita da figura mediante os seguintes comandos:

ul ; pf 20 ; un ; ge 10 ; ul ; pf 10 ; un ; ge 20 ; ul ; pf 10 ; un ; ge 10 ; ul ; pf 5 ; un; ge 20 ; ul ; pf 10 ; un ; ge 10 ; ul ; pf 5

Pela reversibilidade de seu pensamento, os sujeitos fazem com que a tartaruga retorne (recue sobre si mesma), utilizando-se dos seguintes comandos:

un ; pt 5 ; gd 10 ; pt 10 ; gd 20 ; pt 5 ; gd 10 ; pt 10 ; gd 20 ; pt 10 ; gd 10 ; pt 20 ; ge 45 ; gd 45 ; ge 90

Parte lateral esquerda e topo da cabeça:

A tartaruga constrói a parte lateral esquerda da cabeça, sob o direcionamento dos sujeitos, também a partir do vértice do quadrado localizado na direção acima do ponto I, utilizando-se dos seguintes comandos:

ul ; pf 20 ; un ; gd 10 ; ul ; pf 10 ; un ; gd 20 ; ul ; pf 10 ; un ; gd 10 ; ul ; pf 5 ; un; gd 20; ul ; pf 10 ; un ; gd 10 ; ul ; pf 5 ; ul

O seguinte comando foi utilizado pelos sujeitos para que a tartaruga desenhasse o topo da cabeça:

repita 13 [pf 3,48888888 gd 10]

Em prosseguimento à realização do trabalho, a tartaruga retorna sobre si mesma (recua) até o ponto de partida descrito acima, mostrando a reversibilidade de pensamento dos sujeitos que se encontram no estágio de operações formais, valendo-se dos seguintes comandos:

un
repita 13 [ge 10 pt 3,48888888]
pt 5 ; ge 10 ; pt 10 ; ge 20 ; pt 5 ; ge 10 ; pt 10 ; ge 20 ; pt 10 ; ge 10 ; pt 20

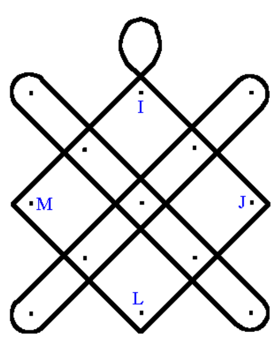


Figura 5.39. Cabeça do Cágado. Desenho assinalado para o detalhamento da construção

Construção da Garra Dianteira do Lado Esquerdo

Os sujeitos se comunicam com a tartaruga mediante os comandos abaixo, instruindo-a a girar à esquerda 90º (ge 90), a partir do vértice do quadrado situado sobre o ponto I, recuar 5 passos (pt 5) e avançar sobre o lado dianteiro superior esquerdo do casco do cágado com o comando pf 88,388325. Dar um giro à direita de 90º (gd 90), avançar sobre seu membro locomotor dianteiro do lado esquerdo, percorrendo o segmento de reta e a metade da semicircunferência.

ge 90 ; pt 5 ; pf 88,388325 ; gd 90 ; pf 71,11066 ; pf 1;
repita 9 [pf 3,48888888 ge 10] (1/2 da semicircunferência)

Na seqüência, dar um giro à direita de 90º (gd 90) e desenhar a garra do membro locomotor dianteiro do lado esquerdo. Após várias tentativas de ensaio e erro, para que a tartaruga desenhasse a curva, os sujeitos chegaram à conclusão de que ½ da semicircunferência seria o melhor traçado para representar a garra. Desse modo, os sujeitos utilizaram, para tal fim, os seguintes comandos:

ul
repita 9 [pf 3,48888888 ge 10] (1/2 da semicircunferência)

Com a volta da tartaruga sobre a referida garra, o que pode ser comprovado através dos comandos abaixo executados pelos sujeitos, fica indicada a reversibilidade de pensamento dos mesmos:

un
repita 9 [gd 10 pt 3,48888888]

Na seqüência, ainda posicionada sobre o ponto de origem da garra, a tartaruga dá um giro de 90º à esquerda (ge 90), desfazendo o giro dado anteriormente para desenhar a garra, utilizando, novamente, a reversibilidade de pensamento dos sujeitos. Completa a semicircunferência, chegando ao ponto C através do comando:

repita 9 [pf 3,48888888 ge 10]

A tartaruga retorna sobre a semicircunferência, partindo do ponto C e chegando ao ponto onde se originou a garra, através do comando

repita 9 [gd 10 pt 3,48888888],

mostrando a reversibilidade de pensamento dos sujeitos.

Como o objetivo dos sujeitos é fazer com que a tartaruga se posicione sobre o ponto X, imprimem à mesma um giro à direita de 90º (gd 90), um recuo de 20 passos (pt 20), outro giro à direita de 45º (gd 45), outro recuo de 250 passos (pt 250), posicionando-a sobre o ponto Y e tendo como meta a construção da garra traseira esquerda.

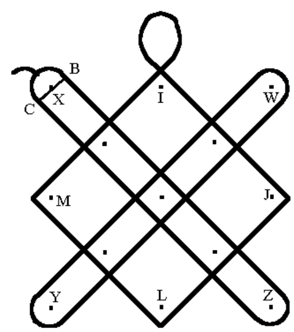


Figura 5.40. Garra Dianteira do Lado Esquerdo. Desenho assinalado para o detalhamento da construção

Construção da Garra Traseira do Lado Esquerdo

Posicionada sobre o ponto Y, a tartaruga recua 1 passo (pt 1), dá um giro à esquerda de 45º (ge 45), avança 20 passos (pf 20) até chegar ao ponto F, gira novamente à esquerda 90º (ge 90) e se desloca até a metade da semicircunferência, através do comando:

repita 9 [pf 3,348888888 ge 10]

em virtude do interesse dos sujeitos em construir a garra traseira do lado esquerdo. Em continuidade, a tartaruga dá um giro à direita de 90º (gd 90) e constrói a garra agora já com a ciência dos sujeitos do melhor modo para realizá-la, através dos comandos:

ul
repita 9 [pf 3,348888888 ge 10] (1/2 da semicircunferência)

A tartaruga volta sobre si mesma em cima da garra por intermédio dos seguintes comandos:

un
repita 9 [gd 10 pt 3,348888888]

que, comparados àqueles situados acima, indicam a reversibilidade de pensamento dos sujeitos.

A seguir, a tartaruga desfaz a operação feita, para iniciar a construção da garra através do comando o qual indica a operação inversa (ge 90), gire à esquerda 90º e retorna ao ponto F através do comando:

repita 9 [gd 10 pt 3,48888888]

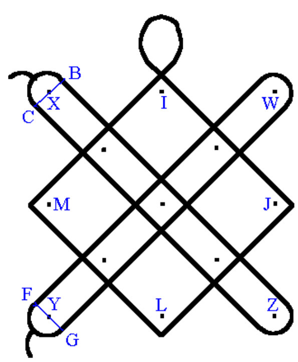


Figura 5.41. Garra Traseira do Lado Esquerdo. Desenho assinalado para o detalhamento da construção

Os comandos aplicados nesse processo estão descritos abaixo:

pt 1 ; ge 45 ; pf 20 ; ge 90;
repita 9 [pf 3,48888888 ge 10] (deslocamento até a l/2 da semicircunferência partindo de F)
gd 90
ul
repita 9 [pf 3,48888888 ge 10] (construção da garra)
un
repita 9 [gd 10 pt 3,48888888] (retorno sobre a garra)
ge 90
repita 9 [gd 10 pt 3,48888888] (retorno sobre a l/2 da semicircunferência até o ponto F)

Situada sobre o ponto F, a tartaruga dá um giro de 90º à direita (gd 90) e recua 20 passos (pt 20), posicionando-se sobre o ponto Y. Com o objetivo de construir a garra traseira do lado direito, as alunas fazem com que a tartaruga dê um giro à direita de 45º (gd 45), recue 1 passo (pt 1), gire novamente à direita 90º e avance 250 passos (pf 250). Tal procedimento possibilita o seu deslocamento até o ponto Z. Desse modo, são empregados os seguintes comandos:

gd 90 ; pt 20 ; gd 45 ; pt 1 ; gd 90 ; pf 250

Construção da Garra Traseira do Lado Direito

Com a tartaruga localizada sobre o ponto Z, os sujeitos fazem com que a mesma gire à esquerda 45º (ge 45), avance 20 passos (pf 20), chegando ao ponto A. Sobre o ponto A, gire à direita 90º (gd 90) e percorra l/2 da semicircunferência através do comando:

repita 9 [pf 3.48888888 gd 10]

Nessa nova posição, gire 90º à esquerda (ge 90), recue 2 passos (pt 2) e construa a garra traseira do lado direito através dos comandos:

ul
repita 9 [pf 3.48888888 gd 10] (construção da garra)

A seguir, volte sobre si mesma através da operação inversa com os comandos:

un
repita 9 [ge 10 pt 3.48888888],

avance 2 passos (pf 2) e gire à esquerda 90º (ge 90),volte ao ponto A, percorrendo o caminho inverso através do comando:

repita 9 [pf 3.48888888 ge 10]

No ponto A, gire à direita 90º (gd 90), recue 22 passos (pt 22), e gire 45º à esquerda (ge 45). Nessa nova posição, desloque-se do ponto Z ao ponto W, avançando 250 passos, através do comando pf 250.

A seguir, encontram-se relacionados os comandos aplicados nessa construção:

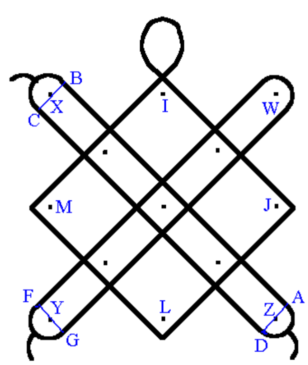


Figura 5.42. Garra Traseira do Lado Direito. Desenho assinalado para o detalhamento da construção

ge 45 ;
pf 20 ;
gd 90 ;
repita 9 [pf 3,48888888 gd 10] (deslocamento sobre l/2 da semicircunferência a partir do ponto A)
ge 90
pt 2
ul
repita 9 [pf 3,48888888 gd 10] (construção da garra)
un
repita 9 [ge 10 pt 3,48888888] (retorno sobre a garra)
pf 2
ge 90
repita 9 [pf 3,48888888 ge 10] (retorno ao ponto A)
gd 90 ; pt 22 ; ge 45 ; pf 250

Construção da Garra Dianteira do Lado Direito

Visando a construir a garra dianteira do lado direito do cágado, os sujeitos posicionam a tartaruga sobre o ponto W. A seguir, giram a tartaruga 45º à esquerda, através do comando ge 45 e fazem com que ela avance 22 passos com o comando pf 22, deslocando-se do ponto W ao ponto E e, nesse ponto, dê um giro à direita de 90º com o comando gd 90. Na seqüência, afaste-se do ponto E, percorrendo o caminho de 1/2 da semicircunferência com o comando:

repita 9 [pf 3,48888888 gd 10] (deslocamento sobre l/2 da semicircunferência a partir do ponto E)

A seguir, dê um giro à esquerda de 90º (ge 90), recue 2 passos (pt 2) e construa a garra dianteira do lado direito com o comando:

ul
repita 9 [pf 3,48888888 gd 10] (construção da garra)

Como a tartaruga deve voltar para o mesmo ponto de início da garra, então, os sujeitos, valendo-se dos comandos a seguir, os quais indicam sua reversibilidade de pensamento, fazem com que ela volte sobre si mesma, completando, dessa forma, a garra e deixando a figura preparada para a pintura.

un
repita 9 [ge 10 pt 3,48888888] (retorno sobre a garra)

No processo, foram utilizados os seguintes comandos:

ge 45 ;   pf 22 ;   gd 90 ;
repita 9 [pf 3,48888888 gd 10] (deslocamento sobre l/2 da semicircunferência a partir do ponto E)
ge 90 ;   pt 2 ;   ul ;
repita 9 [pf 3,48888888 gd 10] (construção da garra)
un
repita 9 [ge 10 pt 3,48888888] (retorno sobre a garra)

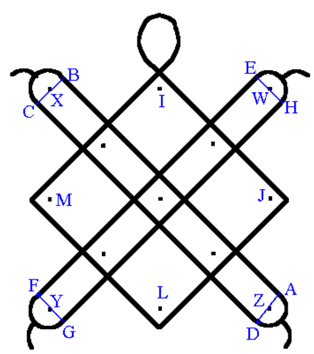


Figura 5.43. Garra Dianteira do Lado Direito. Desenho assinalado para o detalhamento da construção

A aplicação dos esquemas operatórios permite ao aluno compreender quais os conteúdos necessários para se resolver a situação-problema e efetuar os cálculos necessários, pois esses esquemas implicam a construção de operações e a decisão da forma escolhida para o estudo dos conceitos.

Cálculo da Medida do Segmento de Reta $\overline{XZ}$

Como suporte para essa etapa do trabalho, que envolveu o estudo do teorema de Pitágoras, os sujeitos se valeram também do paradidático Descobrindo o Teorema de Pitágoras. Sua utilização envolveu não só leitura e discussão, mas também a elaboração de algumas atividades nele propostas, uma das quais compreendeu o uso de papel quadriculado onde os sujeitos puderam fazer a correspondência entre a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos do triângulo retângulo e a área do quadrado construído sobre sua hipotenusa, conforme está explicitado nos procedimentos.

O computador, através do Software Computacional Megalogo, também propiciou, nesse momento de aprendizagem, meios de aplicação e comprovação do teorema de Pitágoras, pois os sujeitos tiveram a oportunidade de reproduzir a mesma atividade na tela do computador.

Na elaboração do cágado na tela do computador, visando a determinar a medida do segmento de reta $\overline{XZ}$, que corresponde à medida da hipotenusa do triângulo retângulo, os sujeitos aplicaram o Teorema de Pitágoras, cujo conceito já haviam construído nas etapas precedentes e que assim se anuncia:

$$\text{Hipotenusa}^2 = \text{Cateto}^2 + \text{Cateto}^2$$
$$(\overline{XZ})^2 = 250^2 + 250^2$$
$$(\overline{XZ})^2 = 62500 + 62500$$
$$\overline{XZ} = \sqrt{125000}$$
$$\overline{XZ} = 353{,}5533$$

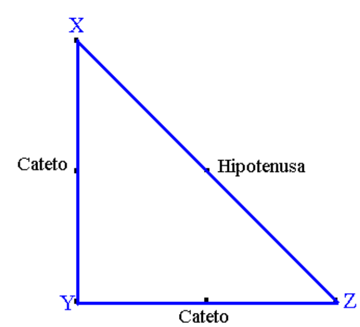


Figura 5.44. Triângulo Retângulo

Cálculo do Comprimento da Semicircunferência

Para a determinação do comprimento da semicircunferência, pretendendo calcular, em primeiro lugar, o comprimento da circunferência, e considerando a mesma como um polígono regular com n lados, os sujeitos definiram, inicialmente, o número de lados que iriam utilizar para construí-la. Essa escolha recaiu sobre o polígono de 36 lados, isto é, uma construção, envolvendo 36 segmentos de reta.

O comando utilizado para tal fim foi

repita 36 [pf x gd 10]

onde x designa o comprimento do segmento de reta.

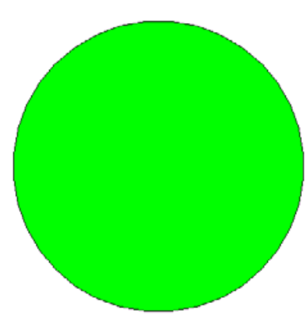


Figura 5.45. Circunferência

Conseqüentemente, o comando aplicado para a construção da semicircunferência foi:

repita 18 [pf x gd 10]

pois, nesse caso, seriam envolvidos apenas 18 segmentos de reta.

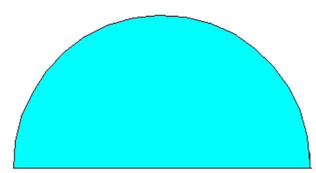


Figura 5.46. Semicircunferência

Na construção de uma mesma circunferência com o software computacional Megalogo, pode-se observar que o número de lados ou número de segmentos de reta dados pelo comando repita e a medida do ângulo externo (gd ou ge) são grandezas inversamente proporcionais, isto é, aumentando-se o número de lados, conseqüentemente, deve-se diminuir a medida do ângulo externo.

Por exemplo, na construção de uma circunferência, através de um polígono de 36 lados, o ângulo externo envolvido deverá ser de 10º, aplicando-se o seguinte comando:

repita 36 [pf x gd 360/36] ou repita 36 [pf x gd 10]

Se o número de lados for igual a 60, o ângulo externo deverá ser de 6º, aplicando-se o seguinte comando:

repita 60 [pf x gd 360/60] ou repita 60 [pf x gd 6]

Raciocínio análogo se aplica ao número de lados, ou seja, ao número de segmentos de reta e sua medida.

Por exemplo, se para a construção de uma das circunferências for empregado um polígono de 36 lados (36 segmentos de reta), e o tamanho de cada lado for 20 passos de tartaruga, obtêm-se nesse caso o comprimento da circunferência mediante o produto do número de lados (36) e o seu comprimento (20), correspondendo a 720 passos de tartaruga, usando-se o comando:

repita 36 [pf 20 gd 360/36] ou repita 36 [pf 20 gd 10]

Para uma outra circunferência, construída por um polígono de 60 lados (60 segmentos de reta), o tamanho de cada lado deverá ser de 12 passos de tartaruga para que as duas sejam iguais, isto é, tenham o mesmo comprimento, o qual será obtido através do produto do número de lados (60) pelo seu comprimento (12), perfazendo o total de 720 passos de tartaruga e aplicando-se o seguinte comando:

repita 60 [pf 12 gd 360/60] ou repita 60 [pf 12 gd 6]

Medida do Segmento de Reta (pf)
Aplicada na Construção da Semicircunferência

O tamanho do diâmetro já foi determinado através do segmento de reta $\overline{CB}$, que, no caso, corresponde a 40 passos da tartaruga (pf 40).

Considerando os seguintes dados:

C = Comprimento da circunferência
π = 3,14
D= Diâmetro (40 passos da tartaruga)

e sabendo-se que o comprimento de uma circunferência pode ser obtido mediante a fórmula $C = \pi.D$, temos os seguintes resultados:

$C = \pi.D$
$C = 3{,}14 \times 40$
$C = 125{,}6$ (comprimento da circunferência)
$C/2 = 62{,}8$ (comprimento da semicircunferência)

Como a circunferência escolhida foi a de 36 lados; para o cálculo do tamanho do segmento de reta (pf), a ser utilizado em sua construção, basta dividir o comprimento dessa circunferência pelo número de segmentos de reta (lados). Representando por x a medida do segmento de reta dada pelo (pf) para esse caso, temos: sendo C o comprimento da circunferência, n o número de lados do polígono regular, que constitui essa circunferência, e x, o tamanho do segmento de reta correspondente ao lado desse polígono regular, temos:

$x = C : n$
$x = 125{,}6 : 36$
$x = 3{,}48888888$

Aplicando o comprimento da semicircunferência: C/2

$x = C/2 : 18$

$x = 62{,}8 : 18 = 3{,}48888888$

Medida de Segmento de Reta que Corresponde ao Lado do quadrado

Se não houvesse o deslocamento do quadrado sobre os pontos, a medida dos catetos do triângulo retângulo, construído sobre o lado desse quadrado, que, nesse caso, representa a hipotenusa, seria de 125 passos de tartaruga. Tal medida corresponde à distância escolhida pelos sujeitos entre os pontos.

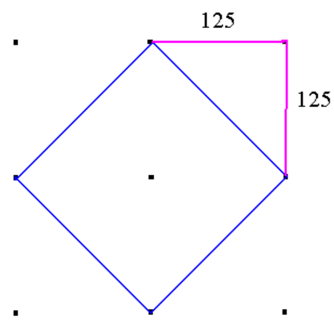


Figura 5.47. Triângulo Retângulo construído sobre um dos lados do Quadrado situado em diagonal sobre 4 pontos

Como houve um deslocamento, as medidas dos catetos, que antes eram de 125 passos de tartaruga, passaram a ser de 145 passos. Desse modo, para obter a medida do lado do quadrado, ou seja, da hipotenusa do triângulo retângulo, representado na figura abaixo, os sujeitos empregaram os seguintes cálculos através do Teorema de Pitágoras:

$\text{Hipotenusa}^2 = \text{Cateto}^2 + \text{Cateto}^2$

$L^2 = 145^2 + 145^2$

$L^2 = 21025 + 21025$

$L^2 = 42050$

$L = \sqrt{42050}$

$L = 205{,}0609665$

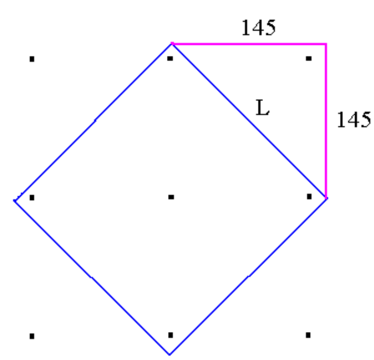


Figura 5.48. Triângulo Retângulo construído sobre um dos lados do Quadrado situado em diagonal, em posição que excede os 4 pontos

5.2.2. Estudo Qualitativo – Trabalho envolvendo a Construção do Caracol no Megalogo

Por ocasião dos estudos realizados com o livro paradidático Descobrindo o Teorema de Pitágoras, alguns sujeitos, ao realizarem investigações sobre as raízes quadradas em espiral, tratadas no mesmo, interessaram-se em representar, na tela do computador, um caracol elaborado pela junção de triângulos retângulos.

Tal iniciativa, tendo grande apoio por parte da professora, que atuou como mediadora dessa investigação, permitiu que conteúdos de grande relevância na geometria, tais como: Teorema de Pitágoras, Trigonometria no Triângulo Retângulo e Ângulos Suplementares fossem apresentados aos alunos de forma significativa, uma vez que, para a realização da figura, houve necessidade da apresentação e aplicação desses conceitos e o computador propiciou aos sujeitos a oportunidade de comprovação dos valores obtidos. Merece destaque especial o fato de que, na construção de cada triângulo retângulo, a medida de um dos catetos é fixa, e, a partir do segundo triângulo retângulo, a medida do outro cateto corresponde à medida da hipotenusa do triângulo retângulo precedente. Podemos observar que esses triângulos retângulos se conservam, mesmo estando incluídos em outras classes mais amplas; pois, por exemplo, o conceito de triângulo retângulo está incluído no de triângulos, daí as propriedades permanentes e simultâneas de objetos comparáveis, segundo Piaget. (esquemas presentativos).

Quanto às ações sucessivas empregadas para reproduzir esses triângulos retângulos, seqüencialmente, na tela do computador, verifica-se que, em sua realização, os valores obtidos nos primeiros cálculos não são mais utilizados para se efetuarem os demais, dependendo apenas, para a construção de um triângulo retângulo, do valor da hipotenusa obtido no triângulo retângulo antecedente. Pode-se, então, aceitar que a sua conservação é limitada; pois, para representar o caracol, os primeiros valores obtidos não são mais aplicados quando comparecem os seguintes. (esquemas procedimentais).

Na construção desse caracol, os sujeitos principiaram pela representação do primeiro triângulo retângulo, que também é isósceles, escolhendo 60 passos de tartaruga como medida de cada cateto.

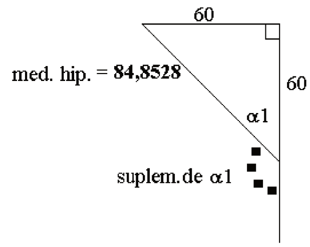


Figura 5.49. Triângulo Retângulo Isósceles que constitui o início da construção do caracol

Para fazer tal representação na tela do computador, os sujeitos necessitaram efetuar o cálculo da hipotenusa, uma vez que as medidas dos catetos já haviam sido determinadas por eles. Essa foi uma grande oportunidade de se aplicar, de forma significativa, o Teorema de Pitágoras, para se calcular a medida dessa hipotenusa, bem como da Trigonometria no Triângulo Retângulo, para se determinar o ângulo α_1, interno ao triângulo retângulo; para, a seguir, calcular o seu suplementar que corresponde ao giro dado pela tartaruga, tendo como finalidade traçar a hipotenusa.

Como a construção do Caracol envolveu a representação seqüencial dos triângulos retângulos, o valor encontrado, no cálculo da hipotenusa do primeiro triângulo retângulo, correspondeu ao outro cateto do segundo triângulo retângulo, sabendo-se que um deles é mantido sempre constante (invariante). Novamente, foram aplicados o Teorema de Pitágoras, para se determinar a hipotenusa do segundo triângulo retângulo, assim como a Trigonometria no Triângulo Retângulo para se encontrar o ângulo α_2, para, na seqüência, calcular o seu suplementar que corresponde ao giro dado pela tartaruga para traçar a hipotenusa.

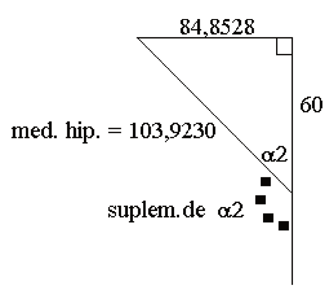


Figura 5.50. Triângulo Retângulo Escaleno que constitui a segunda etapa da construção do caracol

Obedecendo a essa ordem, foram traçados os demais triângulos retângulos, levando-se sempre em conta que o valor correspondente à hipotenusa do triângulo retângulo precedente é idêntico ao valor de um dos catetos do triângulo retângulo que o sucede.

Os sujeitos da pesquisa se envolveram de forma surpreendente na elaboração do trabalho, o que pode ser constatado pela grande quantidade de triângulos retângulos que utilizaram para a construção do Caracol, bem como a iniciativa de fazê-lo em duplicidade.

Os procedimentos que os sujeitos utilizaram para a construção da figura no computador mostram que, muitas vezes, a fim de facilitar a atividade e aumentar a precisão das medidas, por estarem trabalhando o tempo todo com números irracionais, aplicaram comandos que fizeram com que a tartaruga retornasse sobre si mesma, o que nos leva a acreditar que possuem reversibilidade de pensamento.

Esse fato pode ser constatado mediante os comandos abaixo, aplicados para a construção desses dois triângulos retângulos relatados acima, cujo procedimento também se estendeu aos demais triângulos retângulos construídos:

1º. Triângulo Retângulo:

pf 60 pt 60 ge 90 pf 60 gd 135 pf 84,8528

2º. Triângulo Retângulo:

pt 84,8528 ge 90 pf 60 gd 125,2644 pf 103,9230

Alguns cálculos envolvidos nessas construções estão representados a seguir:

Construção do Primeiro Triângulo Retângulo (Menor)

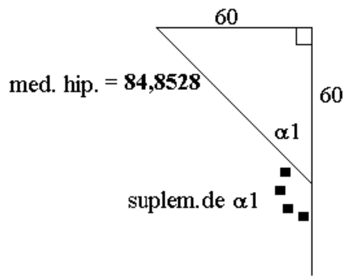


Figura 5.51. Triângulo Retângulo Isósceles da figura 5.49. utilizado para a determinação do suplementar do ângulo α_1

Cálculo da Hipotenusa:

$\text{hipotenusa}^2 = \text{cateto}^2 + \text{cateto}^2$

$\text{hip.}^2 = 60^2 + 60^2$

$\text{hip.}^2 = 3600 + 3600$

$\text{hip.}^2 = 7200$

$\text{hip} = \sqrt{7200}$

$\text{hip.} = 84{,}8528$

Cálculo do Ângulo α_1:

$$\text{tg}\ \alpha_1 = \frac{\text{cat. oposto}}{\text{cat. adjacente}} = \frac{60}{60} = 1$$

$\alpha_1 = 45^\circ$

O ângulo externo é o suplementar de α_1:

$180^\circ - \alpha_1 = 135^\circ$

Construção do Segundo Triângulo Retângulo

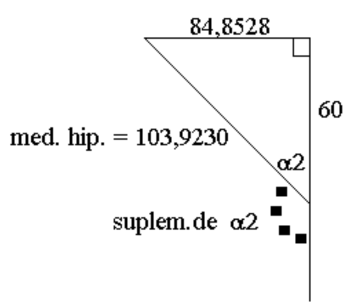


Figura 5.52. Triângulo Retângulo Escaleno da figura 5.50. utilizado para a determinação do suplementar do ângulo α_2

Hipotenusa^2 = cateto^2+ cateto^2

hip.^{2} = 84,8528^2 + 60^2

hip.^{2} = 7199,9976 + 3600

hip.^{2} = 10799,9976

hip. = $\sqrt{10799,9976}$

hip. = 103,9230

Cálculo do Ângulo α_2:

$$tg\ \alpha_2 = \frac{\text{cat. oposto}}{\text{cat. adjacente}} = \frac{84,8528}{60} =$$

= 1,4142133333

α_2 = 54,73560º

O ângulo externo é o suplementar de α_2:

180º - α_2 = 125,2644º

Construção do Terceiro Triângulo Retângulo

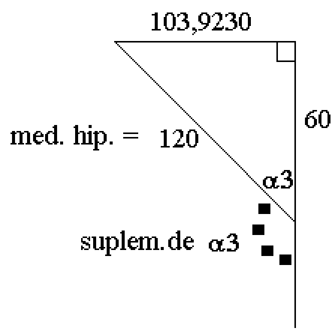


Figura 5.53. Triângulo Retângulo Escaleno utilizado para a determinação do suplementar do ângulo α_3

Cálculo da Hipotenusa

hipotenusa^2 = cateto^2+ cateto^2

hip.^{2} = 103,9230^2 + 60^2

hip.^{2} = 107,999976 + 3600

hip.^{2} = 14399,9976

hip. = $\sqrt{14399,9976}$

hip. = 119,9999 ≅ 120

Cálculo do Ângulo α_3:

$$tg\ \alpha_3 = \frac{\text{cat. oposto}}{\text{cat. adjacente}} = \frac{103,9230}{60} =$$

= 1,73205

α_3 = 60º

O ângulo externo é o suplementar de α_3:

180º - α_3 = 120º

Construção do Quarto Triângulo Retângulo

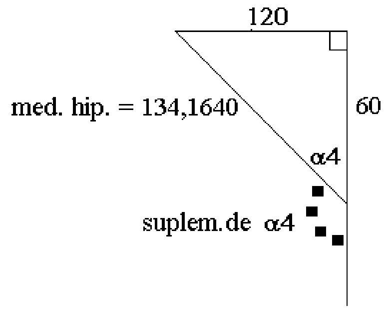


Figura 5.54. Triângulo Retângulo Escaleno utilizado para a determinação do suplementar do ângulo $\propto_4$

Cálculo da Hipotenusa:

$hipotenusa^2 = cateto^2 + cateto^2$

$hip.^2 = 120^2 + 60^2$

$hip.^2 = 14400 + 3600$

$hip.^2 = 18000$

$hip. = \sqrt{18000}$

$hip. = 134,1640$

Cálculo do Ângulo α_4:

$$tg\ \alpha_4 = \frac{cat.\ oposto}{cat.\ adjacente} = \frac{120}{60} = 2$$

$\alpha_4 = 63,434948º$

O ângulo externo é o suplementar de α_4:

$180º - \alpha_4 = 116,5651º$

Construção do Quinto Triângulo Retângulo

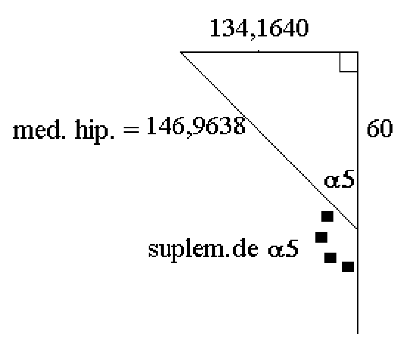


Figura 5.55. Triângulo Retângulo Escaleno utilizado para a determinação do suplementar do ângulo $\propto_5$

Cálculo da Hipotenusa:

$$\text{hipotenusa}^2 = \text{cateto}^2 + \text{cateto}^2$$

$$\text{hip.}^2 = 134{,}1640^2 + 60^2$$

$$\text{hip.}^2 = 17999{,}9788 + 3600$$

$$\text{hip.}^2 = 21599{,}9788$$

$$\text{hip.} = \sqrt{21599{,}9788}$$

$$\text{hip.} = 146{,}96$$

Cálculo do Ângulo α_5:

$$\text{tg}\ \alpha_5 = \frac{\text{cat. oposto}}{\text{cat. adjacente}} = \frac{134{,}1640}{60} =$$

$$= 2{,}23606666$$

$$\alpha_5 = 65{,}9051°$$

O ângulo externo é o suplementar de α_5:

$$180° - \alpha_5 = 114{,}0948°$$

Construção do Sexto Triângulo Retângulo

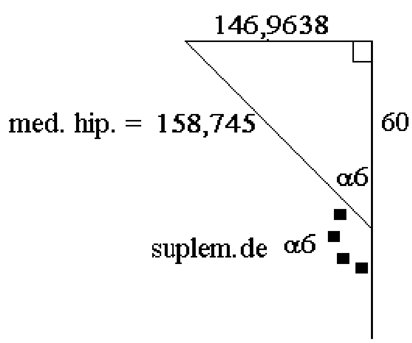


Figura 5.56. Triângulo Retângulo Escaleno utilizado para a determinação do suplementar do ângulo α_6

Cálculo da Hipotenusa:

$$\text{hipotenusa}^2 = \text{cateto}^2 + \text{cateto}^2$$

$$\text{hip.}^2 = 146{,}9638^2 + 60^2$$

$$\text{hip.}^2 = 21599{,}9751 + 3600$$

$$\text{hip.}^2 = 25199{,}9751$$

$$\text{hip.} = \sqrt{25199{,}9751}$$

$$\text{hip.} = 158{,}7450$$

Cálculo do Ângulo α_6:

$$\text{tg}\ \alpha_6 = \frac{\text{cat. oposto}}{\text{cat. Adjacente}} = \frac{146{,}9638}{60} =$$

$$= 2{,}44939$$

$$\alpha_6 = 67{,}7915°$$

O ângulo externo é o suplementar de α_6:

$$180° - \alpha_6 = 112{,}20°$$

Construção do Sétimo Triângulo Retângulo

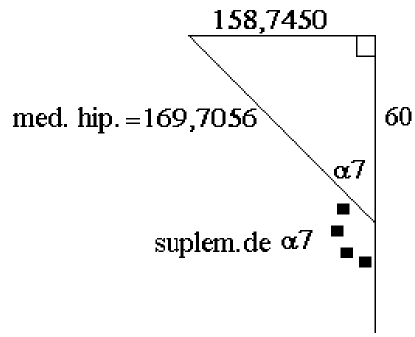


Figura 5.57. Triângulo Retângulo Escaleno utilizado para a determinação do suplementar do ângulo $\propto_7$

Cálculo da Hipotenusa:

$$hipotenusa^2 = cateto^2 + cateto^2$$
$$hip.^2 = 158{,}7450^2 + 60^2$$
$$hip.^2 = 25199{,}9750 + 3600$$
$$hip.^2 = 28799{,}9750$$
$$hip. = \sqrt{28799{,}9750}$$
$$hip. = 169{,}7056$$

Cálculo do Ângulo α_7:

$$tg\ \alpha_7 = \frac{\text{cat. oposto}}{\text{cat. adjacente}} = \frac{158{,}7450}{60} =$$
$$= 2{,}64575$$
$$\alpha_7 = 69{,}2951795º$$

O ângulo externo é o suplementar de α_7:

$$180º - \alpha_7 = 110{,}7049º$$

Construção do Oitavo Triângulo Retângulo

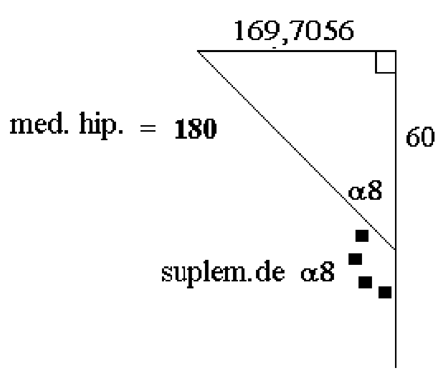


Figura 5.58. Triângulo Retângulo Escaleno utilizado para a determinação do suplementar do ângulo $\propto_8$

Cálculo da Hipotenusa:

$hipotenusa^2 = cateto^2 + cateto^2$

$hip.^2 = 169{,}7056^2 + 60^2$

$hip.^2 = 28799{,}9906 + 3600$

$hip.^2 = 32399{,}9906$

$hip. = \sqrt{32399{,}9906}$

$hip. = 179{,}9999 \cong 180$

Cálculo do Ângulo α_8:

$$tg\ \alpha_8 = \frac{cat.\ oposto}{cat.\ adjacente} = \frac{169{,}7056}{60} =$$

$$= 2{,}828426666$$

$$\alpha_8 = 70{,}528776º$$

O ângulo externo é o suplementar de α_8:

$180º - \alpha_8 = 109{,}471º$

Segundo Macedo (1997), a reversibilidade é vista como qualidade de um pensamento operatório e é, devido a ela, que todos os elementos, os quais compõem um determinado problema, devem ser considerados simultaneamente. Sua ação pode ocorrer em um nível mental, corporal ou social, possibilitando tanto a relação entre as partes como entre as partes e o todo de modo concomitante.

Macedo (1997) destaca que a interdependência, sendo um dos elementos fundamentais da inteligência, conduzindo a se levar em consideração as regras do jogo, incompatibilidades e compatibilidades, favorece a qualidade da relação entre as partes e o todo, uma vez que conduz a se considerar o conjunto de situações que envolvem um problema, de modo a impedir uma ação errada para uma correção posterior.

A construção do Caracol exigiu dos sujeitos esses dois elementos fundamentais da inteligência, mediante uma antecipação, em seu pensamento, de prever o caminho a ser seguido nessa elaboração, a relação entre cada triângulo retângulo e a figura toda, o respeito às seqüências de operações a serem realizadas, de forma não arbitrária, bem como a qualidade da interação entre aluno-aluno e professor-aluno mediante a ordenação das ações, organizando-as no espaço e tempo de sua execução.

Piaget afirma que um objeto pode ser representado por uma imitação real, mediante um desenho ou de modo puramente mental, através de uma imagem construída interiormente ou "intuição" do que significa esse objeto; havendo, simultaneamente, correspondência entre essas três formas.

Acredita-se que, por ocasião da construção dos primeiros triângulos retângulos justapostos para a composição da figura, os sujeitos já haviam dominado os conceitos geométricos aplicados, bem como adquirido as habilidades necessárias para a elaboração do trabalho na tela do computador, demonstrando, assim, que já havia ocorrido uma adaptação mediante um equilíbrio entre a assimilação e a acomodação de seu pensamento à atividade apresentada.

Todavia, por um simples prazer funcional, pois não necessitariam mais desse equilíbrio, e predominando a assimilação sobre a acomodação em seu pensamento, pois não implicaria mais a necessidade de descoberta ou de aprendizagem, continuaram a efetuar os cálculos necessários para as demais etapas do processo de construção, bem como a representá-las na tela do computador. Puderam, assim, conciliar a alegria de já haverem dominado suas dificuldades, num processo envolvendo a assimilação pela assimilação, que não exigia acomodação nova, e o caráter útil de se adquirirem conhecimentos escolares.

As etapas finais desse processo se assemelham à situação vivenciada pelas crianças em seu primeiro ano de vida, quando a assimilação e a acomodação são indiferenciadas, mediante uma assimilação funcional ou reprodutiva, envolvendo a repetição ativa e com a incorporação de objetos exteriores a essa atividade, caracterizando-se, desse modo, como lúdica.

A assimilação e a acomodação estão presentes em todas as fases do desenvolvimento da inteligência e, gradativamente, diferenciam-se e se complementam em equilíbrio constante.

Abaixo estão representadas as etapas mencionadas acima para a construção do Caracol:

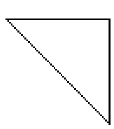


Figura 5.59. 1º.Triângulo Retângulo construído para a representação do caracol

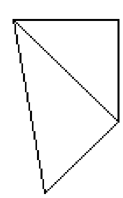


Figura 5.60. 2º.Triângulo Retângulo construído para a representação do caracol

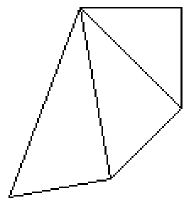


Figura 5.61. 3º.Triângulo Retângulo construído para a representação do caracol

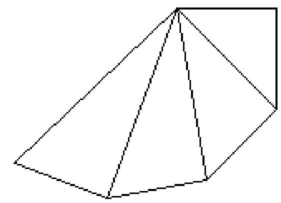


Figura 5.62. 4º.Triângulo Retângulo construído para a representação do caracol

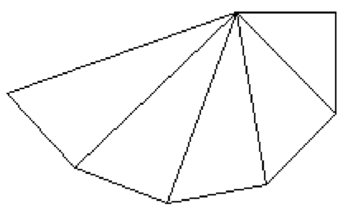


Figura 5.63. 5º.Triângulo Retângulo construído para a representação do caracol

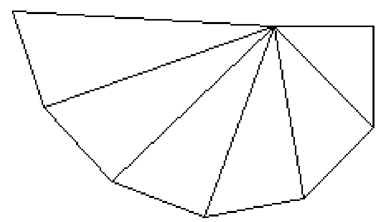


Figura 5.64. 6º.Triângulo Retângulo construído para a representação do caracol

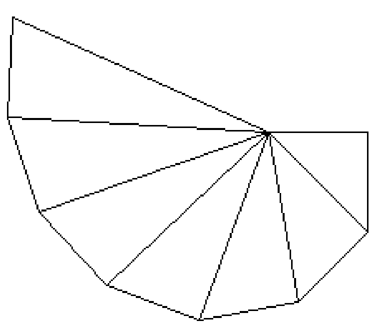


Figura 5.65. 7º.Triângulo Retângulo construído para a representação do caracol

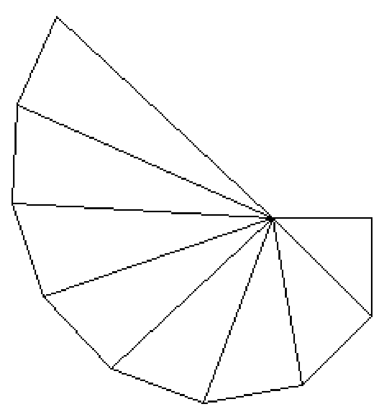


Figura 5.66. 8º.Triângulo Retângulo construído para a representação do caracol

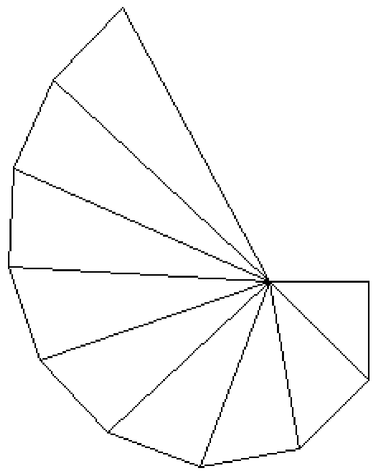


Figura 5.67. 9º.Triângulo Retângulo construído para a representação do caracol

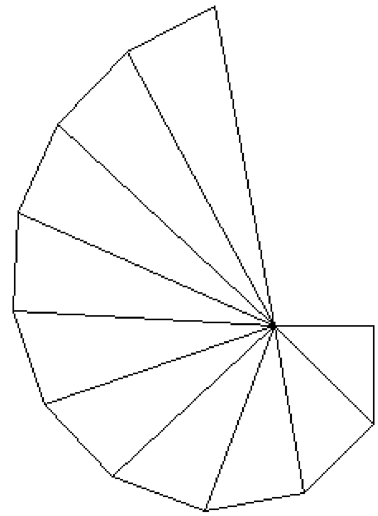


Figura 5.68. 10º.Triângulo Retângulo construído para a representação do caracol

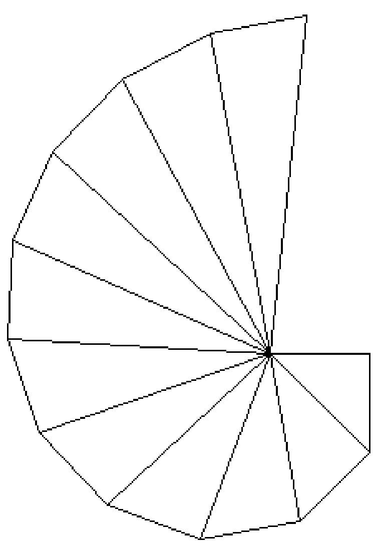


Figura 5.69.11º.Triângulo Retângulo construído para a representação do caracol

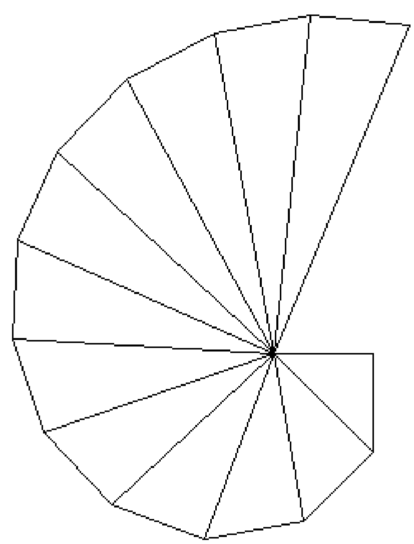


Figura 5.70.12º.Triângulo Retângulo construído para a representação do caracol

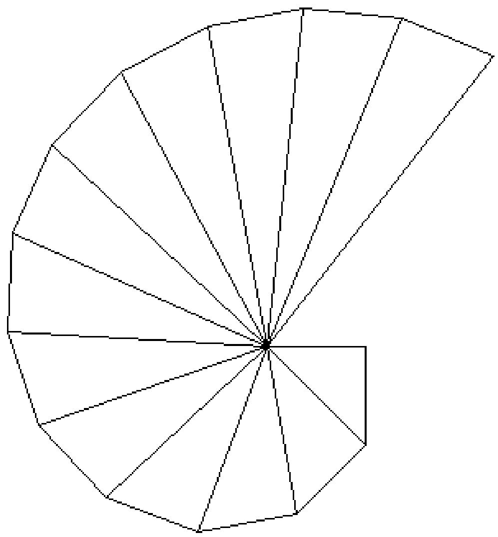


Figura 5.71. 13º. Triângulo Retângulo construído para a representação do caracol

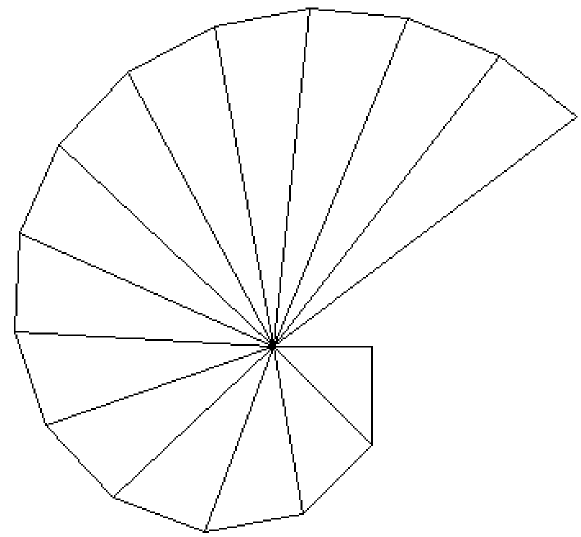


Figura 5.72. 14º. Triângulo Retângulo construído para a representação do caracol

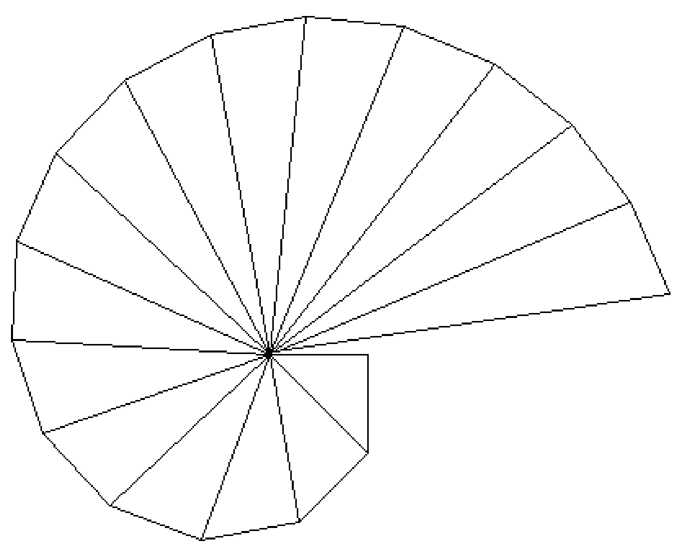


Figura 5.73. 15º. Triângulo Retângulo construído para a representação do caracol

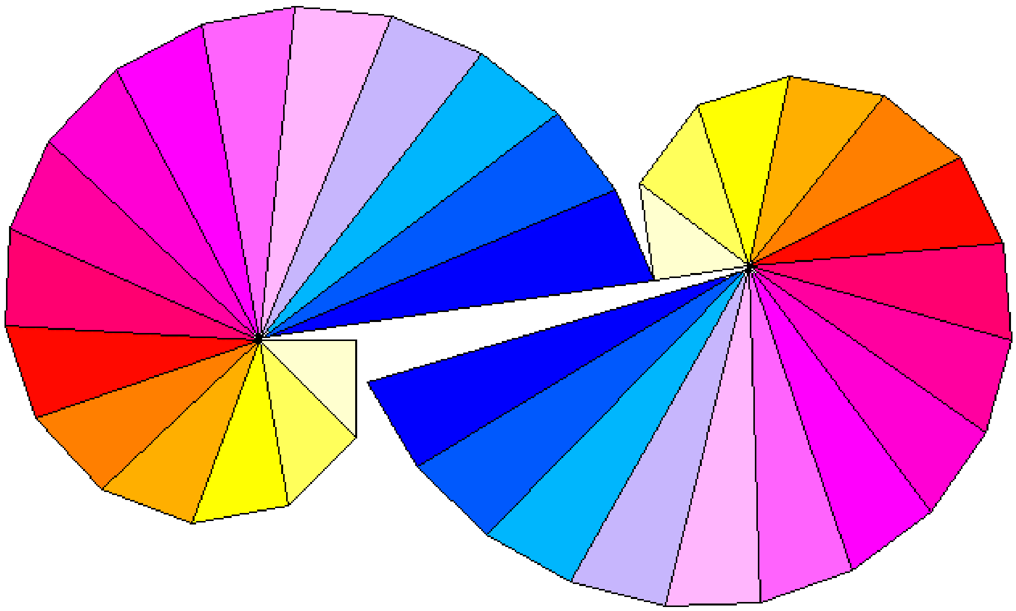


Figura 5.74. Caracóis construídos no computador, pelos sujeitos Tig, Wel e Mca, através do Software Computacional Megalogo

5.2.3. Estudo Qualitativo – Trabalho envolvendo a construção do Patinho na Lagoa no Megalogo

A reta r, que divide a figura em duas partes, onde há coincidência dos desenhos, se forem sobrepostos, quando se efetuar uma dobra no papel através da mesma, é chamada de eixo de simetria da figura. O mesmo pode ser dito em relação à reta s, pois apresenta as mesmas características. Logo, essa figura apresenta dois eixos de simetria.

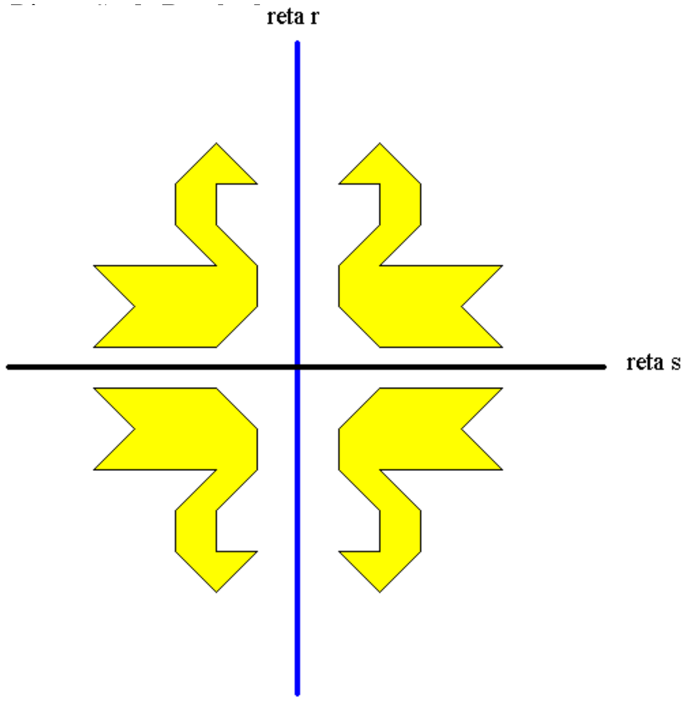


Figura 5.75. Desenho construído mediante dois eixos de simetria representados pelas retas r e s

A figura representada pelo patinho na lagoa possui uma simetria rotacional de 180º; pois, ao girá-la na tela do computador para a direita, com um ângulo de 180º, mantém a mesma aparência daquela apresentada no início do procedimento. Pode-se constatar que outros giros nos fornecem uma outra impressão do desenho, como, por exemplo, os giros de 45º, 90º e 135º, destacados abaixo:

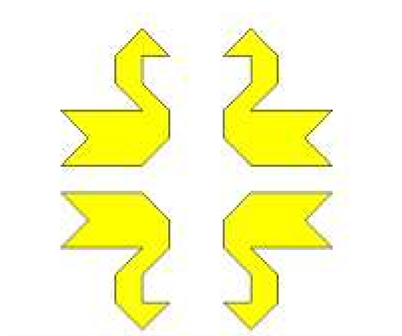


Figura 5.76. Desenho inicial (giro de 0º)

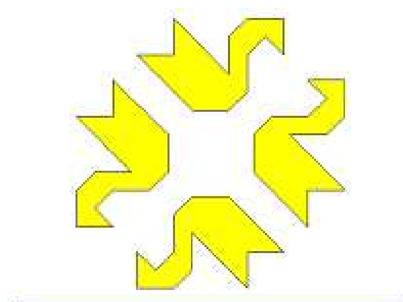


Figura 5.77. Desenho com giro de 45º

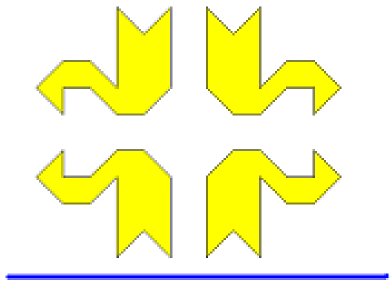


Figura 5.78. Desenho com giro de 90º

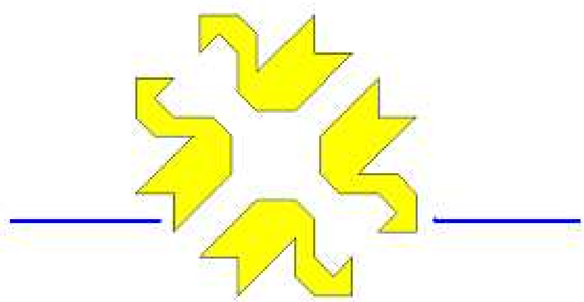


Figura 5.79. Desenho com giro de 135º

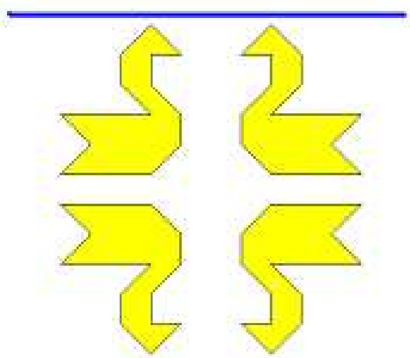


Figura 5.80. Desenho com giro de 180º

A figura do patinho na lagoa apresenta, ao mesmo tempo, dois eixos de simetria representados pelas retas r e s na figura 5.75., e uma simetria rotacional de 180º indicada na figura 5.80. que é, conforme Gerdes (1993), uma característica de todos os desenhos que possuem dois eixos de simetria.

Os sujeitos que construíram esse desenho no computador, utilizando o Software Computacional Logo, como tinham por meta trabalhar com as simetrias apontadas acima, tiveram necessidade de utilizar os procedimentos adequados para fazer tal representação

na tela do computador. A representação dos patinhos, que se encontram em posições opostas em relação aos eixos de simetria, exigiu dos mesmos a utilização de comandos adequados para o percurso da tartaruga ao longo da figura, com giros indicando direções contrárias, ou seja, enquanto que, para a construção do patinho, que se encontra à esquerda da reta r, foram dados giros à direita; para a construção correspondente do patinho à direita da reta r foram dados giros à esquerda e vice-versa. Tal diferenciação somente é possível para alunos que se encontram no nível das operações formais, segundo Piaget.

Comandos utilizados para a construção do patinho localizado à esquerda da reta r:

Pf 90 gd 135 pf 42,42 ge 90 pf 42,42 gd 135 pf 90 ge 135 pf 42,42
gd 45 pf 30 gd 45 pf 42,42 gd 90 pf 42,42 gd 135 pf 30 ge 90 pf 30
ge 45 pf 42,42 gd 45 pf 30 gd 45 pf 42,42

Comandos utilizados para a construção do patinho localizado à direita da reta r:

Pf 90 ge 135 pf 42,42 gd 90 pf 42,42 ge 135 pf 90 gd 135 pf 42,42
ge 45 pf 30 ge 45 pf 42,42 ge 90 pf 42,42 ge 135 pf 30 gd 90 pf 30
gd 45 pf 42,42 ge 45 pf 30 ge 45 pf 42,42

Piaget & Inhelder (1993), em estudos realizados com crianças em diferentes níveis de desenvolvimento, procurando identificar como realizam a estimativa de verticais e horizontais, verificaram que as crianças pequenas malogram, pois não conseguem "situar" ainda os objetos de sua percepção em um espaço estruturado, segundo coordenadas verticais e horizontais, de modo a poderem estimar as inclinações.

A elaboração das coordenadas, envolvendo as noções físicas da horizontalidade e da verticalidade, é realizada na criança por volta de 7-8 anos, em decorrência da apropriação das noções operatórias.

Piaget & Inhelder (1993), observaram que:

> "Os conceitos de verticalidade e de horizontalidade são de natureza física e não matemática, já que exprimem simplesmente a direção segundo a qual os corpos pesados são atraídos pela Terra e orientados para o seu centro ou segundo a perpendicular a essa direção" (p. 398).

Por outro lado, Piaget & Inhelder (1993) afirmaram que a construção das noções de horizontal e vertical independe da física, pois está associada à elaboração de um sistema de coordenadas que corresponde a um simples sistema de referência geométrico.

Em virtude da dualidade existente no tocante aos aspectos físico e geométrico, as noções de horizontalidade e de verticalidade foram investigadas psicologicamente, visando a determinar como a criança faz a leitura das mesmas.

Essas investigações envolveram estudos sobre a lei da constância da forma através do nível dos líquidos, usando um sistema (geométrico) de referência exterior ou de coordenadas, através da variação da inclinação dos recipientes, assim como estudos sobre a constância da direção de um fio de prumo, qualquer que seja a orientação dos objetos vizinhos.

Nessa investigação, Piaget & Inhelder (1993) concluíram que, para a descoberta da horizontalidade e da verticalidade, o sujeito precisa ser capaz de fazer uma leitura geométrica da experiência no sentido de coordenar elementos móveis (superfície dos líquidos) com os elementos externos e imóveis (mesa ou suporte), isto é, realizar operações geométricas que são geradoras do sistema de coordenadas.

A noção de horizontalidade é construída por meio de certas ações que possibilitam a coordenação entre os objetos móveis (controles exercidos por meio do olhar), variando-se a posição do vidro que contém a água, com os objetos imóveis (régua aplicada sobre o vidro na altura do nível da água). Tal relação leva a uma determinada abstração, através da qual se extraem do objeto as informações que serão assimiladas pelo sujeito.

Segundo Piaget & Inhelder (1993):

> “Toda coordenação de ações consiste, com efeito, ou em ordená-las umas em relação às outras seriando seus resultados ou em encaixar seus esquemas uns nos outros” (p. 423).

Piaget & Inhelder (1993) ainda afirmaram que:

> “a coordenação das ações chega, portanto, a um relacionamento dos objetos sobre os quais elas se apóiam, mas tal relacionamento não consiste mais, como no caso da ação isolada ou especializada, em abstrair dos objetos alguns de seus caracteres: ao contrário, ela acrescenta aos objetos caracteres novos, não extraídos de sua natureza física, mas conciliando-se simplesmente com ela”. (p. 423).

A aparição das operações concretas na criança é fundamental para o processo inicial da descoberta das noções de horizontalidade e de verticalidade, sendo que esse processo só se completa em decorrência da superação dos erros durante os níveis I e II, os quais precedem essa aquisição, mediante a possibilidade de uma leitura da experiência, prolongando-se até o início das operações formais.

Os fatos físicos da constância de orientação do nível da água ou da direção do fio de prumo estão na origem da descoberta da horizontalidade e da verticalidade, embora segundo Piaget & Inhelder (1993)

> “esses fatos experimentais não são suscetíveis de constatação e de indução generalizadora senão sob condições de serem assimiladas a um conjunto de esquemas coordenadores, cuja sistematização acaba na construção de um sistema de coordenadas”. (p. 427-428)

As direções horizontal e vertical são consideradas sistemas de referência naturais. Para o reconhecimento da horizontalidade permanente da superfície da água e da verticalidade constante dos mastros ou dos fios de prumo, faz-se necessário o sistema de coordenadas, através da relação estabelecida entre os objetos móveis e internos ao vidro com um conjunto de objetos imóveis exteriores ao mesmo. (p. 428).

Os sujeitos sentem a necessidade de um ponto de referência exterior, ou seja, de um sistema de coordenadas que constitui um problema geométrico e, não, físico, ligado ao relacionamento das diversas direções segundo os ângulos, o paralelismo, a ordem e as distâncias. Os sujeitos, que se encontram próximos ao estágio das operações formais, utilizam-se de um sistema de coordenadas que se aproxima do convencional ou hipotético dedutivo. (p. 428-430).

Segundo Piaget & Inhelder (1993):

> "é a lei física que permanece no centro de suas afirmações, mas, se olharmos isso de perto, constataremos que ela está simplesmente na origem de sua tomada de consciência, pois a tomada de consciência parte do ponto de aplicação das ações ao objeto exterior antes de remontar ao mecanismo de tais ações". (p. 430).

Piaget & Inhelder (1993) mencionaram que a construção dos verdadeiros sistemas convencionais de referência, com o discernimento sobre posições e distâncias, processa-se, no sujeito, somente, no decorrer do estágio das operações-formais.

Para a realização desse trabalho, que requereu dos sujeitos discernimentos sobre posições e distâncias para que pudessem fazer as projeções da figura, bem como a aquisição do sistema de coordenadas, tal necessidade não constituiu um problema, tendo em vista que os mesmos se encontram no período das operações-formais, o que, segundo Piaget & Inhelder, possibilita essa construção.

Os sujeitos iniciaram a construção da figura a partir do segmento de reta $\overline{AB}$, cuja medida foi determinada por eles, correspondendo a 90 passos de tartaruga. A seguir, para a construção dos segmentos de reta $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$, estipularam as medidas de 30 passos de tartaruga para os segmentos de reta $\overline{BO}$ e $\overline{CO}$, sendo o segmento $\overline{CO}$ perpendicular ao segmento de reta $\overline{AB}$. Dessa forma, obtiveram o triângulo retângulo isósceles BÔC e puderam calcular a medida do segmento de reta $\overline{BC}$ através do Teorema de Pitágoras:

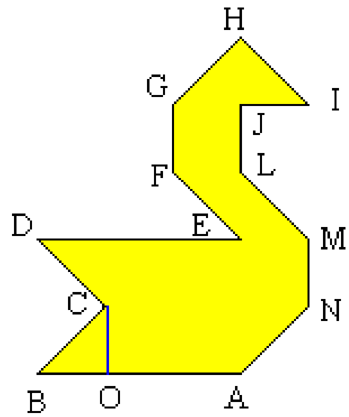


Figura 5.81. Esquema que indica o percurso para a construção do desenho

Aplicando o Teorema de Pitágoras para calcular a
Hipotenusa do Triângulo Retângulo BÔC, temos:

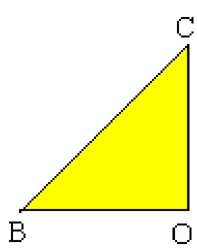


Figura 5.82. Triângulo Retângulo
Isósceles que compõe a figura 5.81.

$$\text{hip.}^2 = \text{cat.}^2 + \text{cat.}^2$$
$$\text{hip.}^2 = 30^2 + 30^2$$
$$\text{hip.}^2 = 900 + 900$$
$$\text{hip.}^2 = 1800$$
$$\text{hip.} = \sqrt{1800}$$
$$\text{hip.} = 42{,}42$$

Através dos cálculos realizados acima, os sujeitos obtiveram 42,42 passos de tartaruga como medida para o segmento de reta $\overline{BC}$. Dessa medida encontrada decorrem os comprimentos dos segmentos de reta $\overline{CD}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$, $\overline{HI}$, $\overline{LM}$ e $\overline{NA}$.

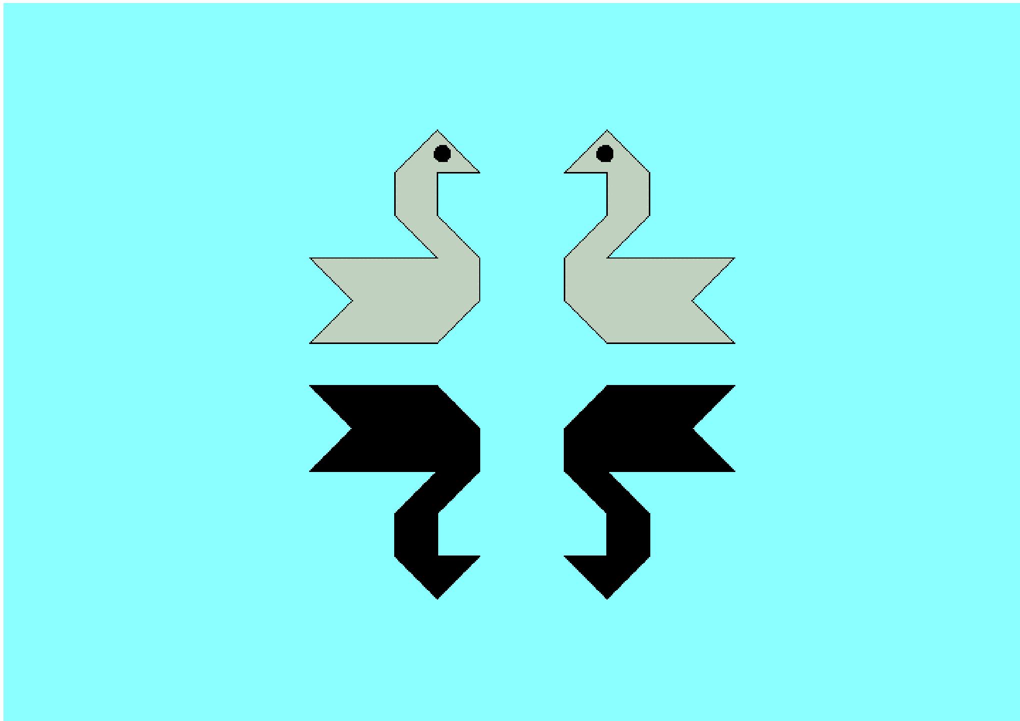


Figura 5.83. Patinho na Lagoa construído no computador, pelo sujeito fel, através do Software Computacional Megalogo

5.2.4. Estudo Qualitativo – Trabalho envolvendo a construção dos Mosaicos de Escher (Peixinhos Glub Glub) no Megalogo

Os sujeitos da pesquisa tiveram como base para a construção do mosaico de Escher, composto por uma sucessão de peixinhos, uma rede retangular. Em primeiro plano, tal rede foi construída em papel quadriculado e, após estudo e discussão em grupo, tendo o professor como mediador, concluíram sobre os procedimentos a serem utilizados, os cálculos matemáticos envolvidos, bem como sobre a aplicação do Teorema de Pitágoras. O mosaico foi elaborado na tela do computador através do Software Computacional Megalogo.

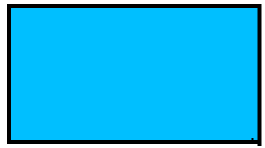


Figura 5.84. Retângulo que deu origem à rede retangular
para a construção do mosaico

Para a elaboração de cada peixinho, os sujeitos decidiram retirar uma parte, representada por uma figura de forma triangular, de dois lados consecutivos do retângulo, acrescentando-as ao lado oposto, conforme indicado através das cores idênticas na figura 5.85. Visualizaram o recorte do retângulo como um quebra-cabeça onde a parte, que foi retirada (triângulo amarelo) para dar origem ao rabinho do peixe, foi acrescentada ao lado oposto para dar origem à cabeça. Por outro lado, a parte que foi retirada (triângulo vermelho) do lado superior do retângulo, foi acrescentada ao lado oposto para dar origem às guelras.

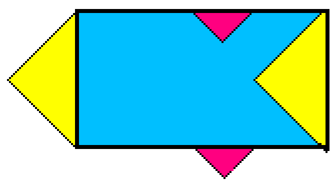


Figura 5.85. Retângulo da figura 5.84. que mostra a compensação de
áreas, indicada através das cores

Mediante tal procedimento, concluíram que a área do retângulo que deu origem à rede retangular é idêntica à área de cada peixinho, pois houve uma compensação entre as partes retiradas e acrescentadas, havendo apenas uma alteração nas formas, mas não nas áreas, uma vez que estas últimas se conservaram.

A operação reversível permite que se volte ao ponto de partida e está relacionada a um sistema de compensação de diferenças. No trabalho de construção dos mosaicos de Escher, elaborado com o encaixe do desenho de peixes, o desenho foi construído a partir de uma rede retangular. Cada retângulo dessa rede deu origem a um peixinho. Percebe-se que a construção de cada peixe envolveu compensação de áreas, onde a parte retirada de um lado do retângulo foi acrescentada ao lado oposto.

Os sujeitos, que elaboraram essa atividade, perceberam a transformação de uma situação (retângulo) para outras (passagens percorridas até obter como produto final o peixe), onde, nessas situações interligadas, só houve alteração na forma, mas não, nas áreas em cada etapa do processo, pois as mesmas se conservaram; logo, esses sujeitos admitem a conservação. (Sisto, 2000).

Quanto às áreas, tudo transcorreu para os sujeitos como o descrito, segundo a teoria de Piaget, por Sisto (2000), sobre a argumentação por reciprocidade ou compensação onde

> "um elemento se contrabalançando com outro se neutraliza e o estado volta a ser como se não houvesse sido transformado". (p.78).

Essa operação é caracterizada por Piaget como reversibilidade operatória pois possibilita

> "a neutralização dum efeito produzido em dada situação por outra circunstância presente nessa mesma situação ou operação recíproca". (Sisto, 2000, p.79).

Becker (1998) destaca que, segundo a teoria piagetiana, no período operatório-formal, a reversibilidade não se atém às ações, mas a um domínio restrito de conteúdo, o que aumenta sua amplitude, ocorrendo de uma forma completa e sem restrições. Tal realização difere daquela apresentada no período operatório-concreto, onde há necessidade de uma tomada de consciência pelo sujeito das coordenações gerais de suas ações, com a apropriação de suas características mais gerais, uma vez que suas ações, sendo realizadas ao nível do real, ainda não alcançaram uma interiorização total.

Piaget (1968) destaca que:

> "a tomada de consciência inverte a ordem da gênese"

pois, antes era a ação que causava a conceituação; porém, a situação agora se inverte e a conceituação passa a ocasionar as ações. (Becker, 1998, p. 42).

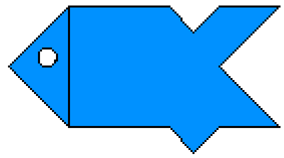


Figura 5.86. Peixe obtido através da compensação de áreas, de partes do retângulo da figura 5.84.

Para a determinação da área, a operação reversível permite que se volte ao ponto de partida e está relacionada a um sistema de compensação de diferenças. No trabalho de construção dos mosaicos de Escher, elaborado com o encaixe do desenho de peixes, o desenho foi construído a partir de uma rede retangular. Cada retângulo dessa rede deu origem a um peixinho. Percebe-se que a construção de cada peixe envolveu compensação de áreas, onde a parte retirada de um lado do retângulo foi acrescentada ao lado oposto.

A determinação da área de cada peixinho requereu dos sujeitos cálculos muito simples, tendo em vista a mesma ser equivalente à área do retângulo. Logo, como escolheram para o retângulo, como medida de comprimento (base) 100 unidades (passos de tartaruga) e 60 unidades (passos de tartaruga) para a largura (altura), a área de cada um perfaz um total de 6000 unidades^2.

Dessa forma, como o mosaico foi formado mediante 6 fileiras compostas por 7 peixes cada uma, ou seja, o conjunto corresponde a um retângulo maior, a área total pode ser obtida, conforme os sujeitos concluíram, da seguinte forma:

Valor da Base: 7 x 100 = 700 unidades

Valor da Altura: 6 x 60 = 360 unidades

Calculando a área do conjunto (retângulo):

Área = base x altura

Área = 700 x 360 = 252000 unidades^2

Ou de outro modo:

6 fileiras x 7 peixes (em cada fileira) = 42 peixes

Como a área de cada peixe corresponde a 6000 unidades^2, temos para a área do conjunto:

42 peixes x 6000 unidades^2 = 252000 unidades^2

Os cálculos envolvidos, para se obterem as medidas das guelras e da cabeça, envolveram a aplicação do Teorema de Pitágoras, conforme demonstrado abaixo:

Medida das guelras:

Para o comprimento das guelras, que, nesse caso, correspondem à hipotenusa do triângulo retângulo, os sujeitos fixaram as distâncias representadas pelos catetos do referido triângulo e aplicaram o Teorema de Pitágoras, conforme os cálculos indicados abaixo:

Cálculos:

$\text{Hipotenusa}^2 = \text{Cateto}^2 + \text{Cateto}^2$

$\text{Hipotenusa}^2 = 10^2 + 15^2$

$\text{Hipotenusa}^2 = 100 + 225$

$\text{Hipotenusa}^2 = 325$

$\text{Hipotenusa} = \sqrt{325}$

$\text{Hipotenusa} = 18{,}0277$

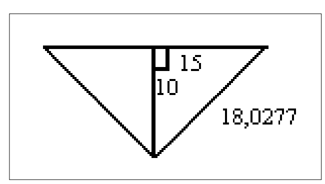


Figura 5.87. Triângulo Retângulo utilizado para o cálculo do comprimento da guelra do peixinho

Medida da cabeça:

Para a construção da cabeça do peixinho, os sujeitos fixaram as medidas dos catetos do triângulo retângulo, que, nesse caso, correspondem a 30 unidades, e aplicaram o Teorema de Pitágoras, conforme representado abaixo:

Cálculos:

$\text{Hipotenusa}^2 = \text{Cateto}^2 + \text{Cateto}^2$

$\text{Hipotenusa}^2 = 30^2 + 30^2$

$\text{Hipotenusa}^2 = 900 + 900$

$\text{Hipotenusa}^2 = 1800$

$\text{Hipotenusa} = \sqrt{1800}$

$\text{Hipotenusa} = 42{,}4264$

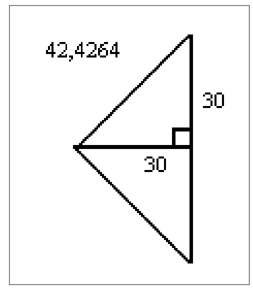


Figura 5.88. Triângulo retângulo utilizado para o cálculo da medida da cabeça do peixinho

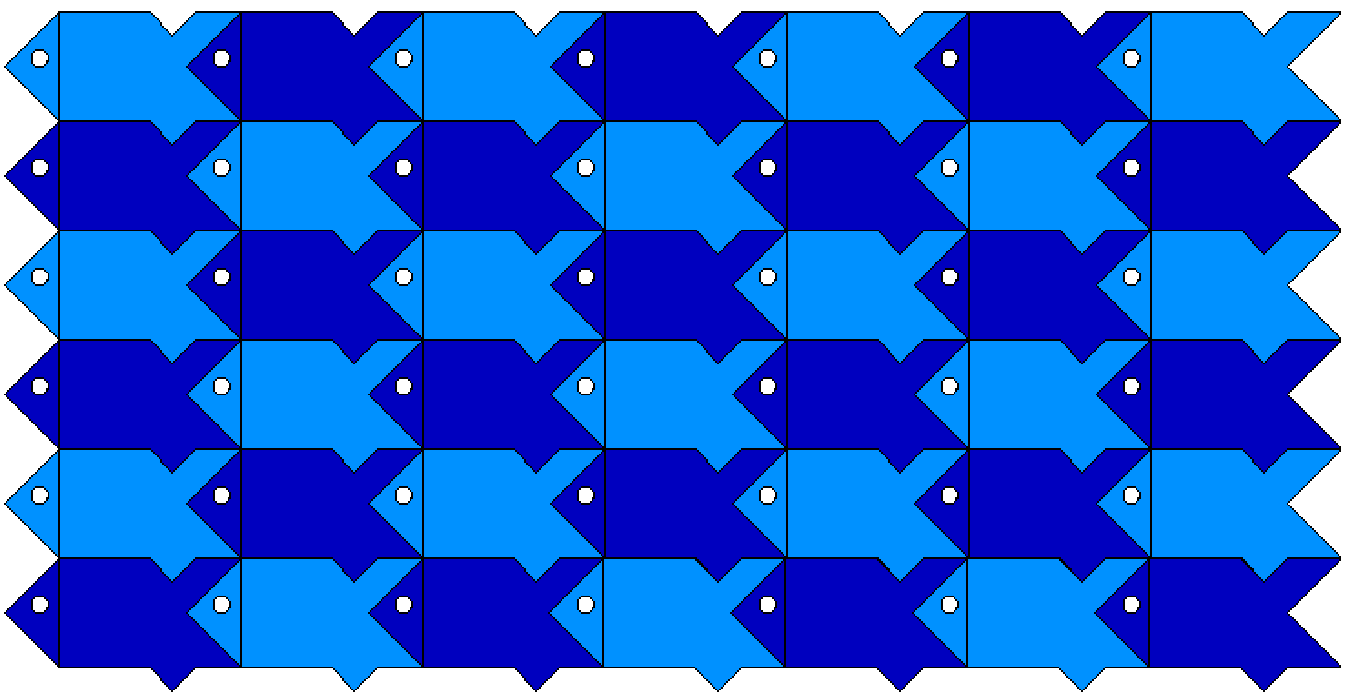


Figura 5.89. Mosaico de Escher (peixinhos Glub Glub) construído no computador, pelos sujeitos Lua e Mar, através do Software Computacional Megalogo

Observação: Outras produções dos alunos se encontram no Anexo 3.

5.3. Depoimento dos Alunos sobre o uso do Software Computacional Megalogo

Após a construção das figuras no computador, os sujeitos apresentaram alguns relatos escritos sobre o trabalho, indicando dificuldades encontradas e reações. Diversos deles estão transcritos abaixo.

Alguns relatos de alunos mostram que consideraram as atividades interessantes e tiveram prazer em realizá-las:

- Foi muito interessante e lucrativo fazermos o cágado. Claro que não foi fácil, pois pedia conhecimentos que não tínhamos; mas, com dedicação e meta de alcançar um objetivo, aprendemos tudo e deu certo.
- Bastante trabalhoso, porém gostoso de ser feito. Apesar de ter sido muito demorado, gostamos muito do resultado. Neste trabalho, usamos o Teorema de Pitágoras e diversos comandos do Megalogo. Foi uma experiência diferente que aprovamos. Muito bom!
- Gostei muito de trabalhar com essa figura.
- O nosso trabalho ficou um trabalho muito interessante, porque depois que nós fizemos o primeiro, logo se percebia que os outros catetos iam aumentando, tomando um formato de caracol, os ângulos de dentro iam aumentando e os de fora diminuindo e, ao final, formando um caracol perfeito com medidas e cálculos precisos.
- Achamos muito bom este trabalho, apesar de complicado. Primeiramente, não sabíamos o que iríamos fazer, daí, deu a idéia de fazer um hexágono. Resolvemos, então, fazer linhas maiores para fechar os triângulos, daí, veio a dificuldade. Primeiro, nem passou pelas nossas cabeças que era para ser fechado com Teorema

de Pitágoras. Segundo, nós erramos no cálculo de Pitágoras. Foi só no final que descobrimos o erro.

- ❖ Gostamos muito de fazer esse trabalho. É claro que tivemos dificuldades, mas a ajuda da nossa professora foi essencial.
- ❖ O projeto de Matemática foi mais um lindo trabalho que conseguimos realizar. Tirando as dificuldades que tivemos, durante todo o trabalho, foi muito bom, pois aprendemos mais e conhecemos novas coisas, enfim nos divertimos muito.
- ❖ Achamos que o trabalho foi bastante criativo, interessante e, através deste trabalho, conseguimos assimilar com mais clareza a matéria "Teorema de Pitágoras".

Os alunos também afirmaram terem aprendido com as atividades no uso do Logo:

- ❖ O cágado nos ensinou muito, a única coisa ruim que aconteceu é que o projeto acabou. "A dificuldade transformou-se para nós em conhecimento". "Não saber não foi dificuldade, foi uma vitória".
- ❖ Confesso que aprendi mais sobre geometria com esse trabalho.
- ❖ O trabalho nos deu muito conhecimento para fazermos um bom trabalho. Cada um com o seu desenho gastou mais tempo ou menos tempo para terminar o trabalho. O meu desenho demorou mais tempo do que alguns trabalhos, ele não ficou um dos melhores, mas ficou bom. O meu desenho eu fiz sem querer. Eu estava desenhando no caderno e ele me agradou. O cálculo eu fiz por último porque o trabalho eu tinha feito sem cálculo algum.
- ❖ Com esse trabalho, aprendemos que a matemática não é somente usada em contas, mas sim, também em desenhos e em figuras geométricas. No nosso projeto, usamos "Teorema de Pitágoras" para fazermos cálculos que, às vezes, são impossíveis de se achar, se não fosse o teorema. Foram várias aulas de explicação e depois trabalho, até que, finalmente, com a ajuda da professora, acabamos o nosso projeto e assim concluímos que, para construir uma determinada coisa, precisamos de muita inteligência.

- Foi muito bom, pois aprendemos muito com esse trabalho, principalmente, o Teorema de Pitágoras.
- Com esse trabalho aprendemos que a Matemática não é somente usada em contas, mas sim, em desenho e figuras geométricas. Mas com todo esse trabalho foi bom, pois aprendemos muito e conseguimos fazer.

Dificuldades também foram apontadas e mesmo o que foi mais facilitado pelo Logo:

- Eu achei que foi um trabalho fácil, pois eu trabalhei muito com ângulo de triângulo e de quadrado.
- Foi fácil, pois nós já tínhamos feito esse mesmo trabalho no caderno de geometria. A única coisa, mais ou menos, foi o último quadrado (deu um pouco de trabalho, mas saiu).
- Não foi muito difícil a realização do "catavento". Ele teve apenas um cálculo de hipotenusa, por isso não foi complicado. O "catavento" é formado por 5 quadrados e 8 triângulos retângulos. Não demoramos muito tempo para terminá-lo. O consideramos fácil demais.
- "No começo, era tudo difícil, porque eu não sabia nem mexer direito no computador, mas foi passando o tempo e eu fui acostumando. Assim foi ficando mais fácil fazer todos os cálculos, todas técnicas para realizar o trabalho. Eu posso dizer que eu tive uma boa experiência na manutenção do computador".
- No trabalho que fizemos, que foi "Teorema de Pitágoras", não tivemos tanta dificuldade em fazer o desenho, mas foi um pouco difícil para achar o ângulo α. Tivemos que quadricular os quadrados e foi um pouco trabalhoso.
- Tivemos algumas dificuldades para fazer o trabalho.
- Olha, professora, se esses cálculos deixassem as pessoas loucas, eu e a An já estávamos loucas.
- Um trabalho de muito raciocínio que exigiu dos componentes do grupo muita paciência e concentração. O trabalho teve de ser refeito algumas vezes pelo

motivo de ser muito complicado e trabalhoso. Era muito difícil manter a concentração com tantos cálculos, vírgulas, retas e comandos para serem realizados. Mas, felizmente, depois de várias tentativas, conseguimos completar o trabalho cujo nome é Op Art (Optical-Art).

- ❖ A realização deste trabalho foi muito complicada porque tivemos que ser pacientes, pois qualquer erro teríamos que repetir todo o projeto, mas, nem por isso, desistimos, pois fomos até o final e, com muito esforço, conseguimos, apesar da dificuldade.
- ❖ Estrela Guia é um projeto médio, ou seja, não é muito difícil, mas se tornou difícil porque tivemos erros na memória e no dígito dos cálculos. Na minha opinião, já era para ter terminado e pintado o desenho por completo. O problema é que demoramos muito na primeira ponta de baixo da estrela que não estávamos conseguindo girar a parte de baixo, mas conseguimos.
- ❖ No início do projeto, tínhamos muitas dificuldades com a matéria, mas à medida que fomos fazendo, começamos a nos acostumar a mexer no computador e esperamos que, com este conhecimento, possamos obter uma boa nota e também que o mesmo nos ajude a fazer um ótimo 2º grau e facilite a nossa entrada no mercado de trabalho.
- ❖ A única dificuldade que tivemos para fazer o trabalho foi achar a tangente; o restante foi fácil, porque os comandos eram repetitivos.
- ❖ Foi difícil, pois tínhamos que fazer vários cálculos. Mas foi legal porque aprendemos um pouco e o resultado foi um bom projeto.
- ❖ No trabalho que fizemos teve as horas boas e as ruins.

  Ruins:

  Achamos difícil, pois foi muito trabalhoso. Na hora de passar a limpo, foi a parte pior, pois cada vez que errávamos, tínhamos que verificar onde estava o erro.

  Boas:

  Foi legal, aprendemos a fazer as contas que nos ajudaram muito; pois, sem elas, nós não conseguiríamos terminar o projeto.

- A realização deste trabalho foi muito complicada, porque temos que ser pacientes pois, qualquer erro, teremos que repetir todo o projeto, mas, nem por isso, desistimos.
- No começo foi difícil, mas depois nós fomos pegando o jeito e aí saiu a Pirâmide da Felicidade. Alguns erros, tivemos que começar tudo de novo, mas acabou saindo. Algumas risadas, pois saiu tanta besteira, mas conseguimos realizar esse projeto.
- Nós achamos que, para realizar esse trabalho, foi um pouco complicado, pois exigia cálculos sobre o Teorema de Pitágoras e, para achar o ângulo, foi preciso usar tangente. Foi preciso muita paciência da parte dos dois; era preciso muita atenção, pois não poderia ter sinais e comandos errados; pois, caso contrário, modificaria o procedimento do trabalho.

  Tivemos algumas dificuldades para realizar a pintura, porque, às vezes, errávamos os números e os sinais do fixapós, gastamos muitas aulas para realizar esse trabalho, mas conseguimos encerrar o trabalho sem nenhum erro, apesar de todas as dificuldades. Para nós foi muito bom realizar este trabalho.
- Nós achamos muito difícil no começo. Tivemos que fazer três vezes para dar certo. Mas, enfim, conseguimos.
- No começo, foi muito difícil, pois não sabíamos o que fazer, mas depois de algumas aulas, nos adaptamos bem no que íamos fazer. Nós achamos que o trabalho saiu melhor do que pensávamos e saiu muito bom.

O Teorema de Pitágoras que os alunos costumam enfrentar com dificuldades foi objeto de relatos:

- Neste trabalho, que realizamos na informática, utilizamos bastante o Teorema de Pitágoras e as fórmulas de seno, cosseno e tangente. Em relação ao Teorema de Pitágoras, não tivemos muitas dificuldades, pois trabalhamos bastante em sala de aula. Mas em relação aos ângulos das figuras, tivemos um pouco de dificuldade.

Mas, com o passar das aulas, superamos as dificuldades e conseguimos realizar nosso projeto.

- ❖ Com o Teorema de Pitágoras, aprendemos muito, porque nos ajudou muito em nosso trabalho. Com o teorema, o nosso trabalho ficou prático.
- ❖ Pensando no Natal, resolvemos fazer uma árvore de natal. Não foi difícil, tínhamos só que calcular apenas uma hipotenusa, fizemos rapidinho.
- ❖ Nós do grupo concluímos que o Teorema de Pitágoras, além de divertido, é mais fácil. Com ele podemos aprender mais os cálculos e, ao mesmo tempo, nos divertirmos, usando o computador. Nosso trabalho foi inspirado na Bandeira do nosso Brasil. Tudo o que nós aprendemos hoje vai ser utilizado amanhã.
- ❖ Nós achamos muito interessante o trabalho porque aprendemos muito sobre o Teorema de Pitágoras. Isso facilitou nosso desenvolvimento em relação ao nosso trabalho.
- ❖ Neste trabalho, usamos o Teorema de Pitágoras e tangente para achar o ângulo.

Os alunos também afirmaram que o uso de Logo fez com que se sentissem capazes:

- ❖ Espero que com todo esse trabalho que tivemos que a gente possa mostrar que somos capazes de realizar trabalhos mais difíceis.
- ❖ Essas aulas de informática mostraram que somos capazes de realizar um trabalho. E também aprendemos a usar o Megalogo e, como ele é importante, ajuda com que se aprenda a fazer desenhos de várias formas. É um trabalho que poderá ajudar muito no colegial.

Outros comentários dos alunos mostraram:

- ❖ 1º. Fizemos uns quatro projetos, mais ou menos, e mesmo assim não conseguimos, sempre alguns erros aconteciam; às vezes, porque esquecemos o projeto e fizemos de cabeça, ou, então, por falta de atenção.

2º. Até chegar a uma única conclusão das opiniões, já passou mais uma aula até que decidimos fazer esse projeto.

3º. Levamos mais ou menos 4 aulas para concluir esse trabalho. Entre erros e acertos, chegamos ao fim.

Bom, talvez se, no começo, já tivéssemos decidido o projeto, talvez teria sido mais fácil e mais rápido, mas enfim terminamos. Esperamos que, se tiver outra oportunidade de fazer um trabalho como esse, que tenhamos mais organização.

❖ Nós colocamos o nome "Montagem Maluca" porque começamos com um hexágono comum, depois quisemos aumentar as linhas, logo em seguida, resolvemos fechar os triângulos. E daí, surgiu o nome.

❖ E com tudo isso que nós duas passamos a An até sonhou com 155,88, gd 90, gd 90, etc. ...

❖ Tivemos várias opiniões de projeto mas, por falta de tempo e não sabendo mexer direito no programa (Megalogo), escolhemos um mais fácil. Terminamos o trabalho, mas com um problema: não conseguimos encontrar um cálculo (pf 148), mas fora isso o trabalho foi bom.

❖ No começo, não tínhamos projeto definido; tentamos fazer várias coisas, mas todas as coisas nunca tinham cálculos, ou nunca tinham fim.

❖ Para eu poder realizar este trabalho, foi preciso muita paciência, pois eu pensava sozinha. No começo, foi difícil, até eu pegar o jeito, mas com a ajuda da professora de Matemática e também do professor de Informática foi até fácil. O que precisava ter para fazer este trabalho era um pouco de paciência, atenção, porque com um passo errado, tudo iria para os ares, e muita concentração na hora de pintar.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os relatos de vários pesquisadores, assim como as investigações feitas pela pesquisadora indicaram que o ensino da geometria tem sido relegado a um segundo plano.

Em contato com vários professores de Matemática de 8ª série, visando a encontrar sujeitos para realizar a presente investigação, a pesquisadora teve a oportunidade de verificar que os professores tendem a deixar o trabalho com os conteúdos sobre geometria, quando constam do planejamento escolar, para o último bimestre do ano letivo. Desse modo, o ensino fica dificultado e nem sempre os professores conseguem cumprir o que propuseram no planejamento.

O objetivo da pesquisa foi o de investigar, comparativamente, o desempenho de alunos em relação a conceitos de geometria em situação em que se utiliza e não se utiliza o Software Computacional Logo/Megalogo na sala de aula, com apoio de recursos didáticos e livros paradidáticos. Além disso, outra preocupação foi a de investigar se, quando se utiliza o Software Computacional Logo/Megalogo na sala de aula, os alunos apresentam atitudes mais positivas em relação à Matemática em comparação com as atitudes daqueles com os quais não foi utilizado.

Foram estudados 308 alunos de 8ª série do Ensino Fundamental, com idades entre 12 e 19 anos. Foram avaliados com a aplicação dos instrumentos em 3 etapas. Numa primeira etapa, houve a aplicação de um Pré-teste para avaliação do desempenho em Geometria, concomitantemente, para os alunos dos dois grupos. A seguir, foram desenvolvidos os conteúdos de Geometria para o Grupo A, com a intervenção do Software Computacional Logo/Megalogo, como descrito no Capítulo 2 e para o Grupo B foram trabalhados os mesmos conteúdos sem o emprego de tal recurso. Numa segunda etapa, foi aplicado o Pós-teste 1, que compreendia as mesmas questões sobre Geometria, simultaneamente, para os dois grupos (G.A. e G.B.). Numa terceira etapa, que ocorreu após aproximadamente um mês depois do Pós-teste 1, foram aplicados, novamente, os mesmos instrumentos a título de Pós-teste 2 para ambos os grupos.

Esta pesquisa previa que a utilização do Software Computacional Logo/Megalogo exerceria influências no desempenho dos alunos em uma prova de matemática, envolvendo questões sobre geometria, e também nas atitudes desses alunos que foram avaliadas por meio de uma escala de atitudes.

Quanto ao desempenho, os resultados da pesquisa mostraram que os valores da média e do desvio padrão das notas dos alunos no Pré-teste foram muito baixos: praticamente nenhum dos sujeitos dos dois grupos conseguiu resolver as questões da prova de Matemática que foi aplicada. Logo após as aulas com o uso do Logo/Megalogo no Grupo A, e sem ele no Grupo B, no Pós-teste 1, verificou-se uma evolução na média das notas dos alunos, assim como no Pós-teste 2. Apesar da evolução e de alunos que conseguiram alcançar a nota máxima, a média geral permaneceu baixa.

Na comparação entre os resultados dos grupos, antes da utilização do Logo/Megalogo no ensino da Matemática (Pré-teste), não houve diferença significativa na média das notas dos grupos. Depois do uso do recurso do Logo/Megalogo no ensino, a análise estatística mostrou uma diferença estatisticamente significativa entre os grupos para os resultados do Pós-teste 1 e do Pós-teste 2.

O resultado de alunos do G.A., que participaram de aulas com o uso do Logo/Megalogo, mostrou que as notas foram melhores do que as dos alunos do G.B., quando não se usou o Logo/Megalogo. A análise dos resultados indica que o uso do Logo/Megalogo no ensino da Matemática pode ter uma influência positiva em resultados da prova que os alunos realizaram. A análise estatística mostrou que foi significativa a diferença de resultados entre o G.A. e o G.B.

Quando se compararam os resultados apresentados nas provas de Matemática, verificou-se que a diferença foi significativa entre todas as comparações (Pré-teste, Pós-teste 1 e Pós-teste 2), para cada um dos dois grupos, exceto para o Grupo B, quando se compararam o Pós-teste 1 e o Pós-teste 2.

Na comparação entre os resultados dos grupos, antes da utilização do Software Computacional Megalogo no ensino da Matemática (pré-teste), não houve diferença significativa de notas médias ($F(1,274)=0,052$; $p=0,820$), quando se compararam dados dos Grupos A e B. Depois do uso do recurso do Logo no ensino, o teste de F indicou uma diferença estatisticamente significativa entre os grupos para o pós-teste 1 ($F(1,265)=135,35$; $p<0,001$) e para o pós-teste 2 ($F(1,261)=165,08$; $p<0,001$). O uso do computador no ensino da Matemática, portanto, na proposta de aprendizagem significativa com o suporte de livros paradidáticos, vídeo e do uso do mosaico geométrico, teve uma influência significativamente positiva na nota de prova que os alunos realizaram.

No caso do G.A., houve uma diferença significativa entre o Pós-teste 1 e o Pós-teste 2 e, como os valores da média das notas do Pós-teste 2 são maiores, concluiu-se que os sujeitos tiveram um desempenho melhor na prova nesse caso, o que pode estar associado à reflexão de alunos sobre os seus erros.

Já era de se esperar que as diferenças fossem significativas na comparação entre resultados do Pré-teste com resultados do Pós-teste 1; pois, para os dois grupos, a média das notas do Pré-teste foi praticamente zero, e os alunos assistiram às aulas sobre Geometria entre o Pré-teste e os dois Pós-testes. A média das notas dos sujeitos do G.B., no Pós-teste 1, não foi muito diferente de zero, contudo, a análise mostrou que o aumento foi significativo.

Os resultados da pesquisa mostraram que, na comparação entre os grupos, antes da utilização do recurso do Logo na sala de aula (Pré-teste), não houve diferença significativa nas atitudes dos sujeitos do G.A. e do G.B. em relação à Matemática. Depois do uso do Logo/Megalogo no ensino, ocorreu uma diferença estatisticamente significativa quando se compararam as atitudes dos alunos desses dois grupos.

Comparando-se as atitudes em relação à Matemática no Pré-teste e nos Pós-testes 1 e 2, verificou-se que as atitudes dos alunos do Grupo B foram mais positivas no Pré-teste do que nos Pós-testes 1 e 2. Para o Grupo B, embora o resultado obtido na comparação das atitudes entre os Pós-testes 1 e 2 não tenha sido significativo, ou seja, não tenha apresentado diferença nas atitudes dos sujeitos, a comparação, envolvendo as três etapas (Pré-teste, Pós-teste 1 e Pós-teste 2), mostrou que há uma diferença estatisticamente significativa entre o tempo de aplicação da prova de Matemática com relação às atitudes dos sujeitos [$\chi^2(2)=35,56$; $n=112$; $p=0,003$]. Os alunos do Grupo B no Pós-teste 1 e no Pós-teste 2, depois de aulas de geometria sem o uso do Logo, apresentaram atitudes menos positivas do que as do Pré-teste.

Para o Grupo A, cujos alunos utilizaram o Logo nas aulas de Geometria, a análise estatística, empregada para a comparação, envolvendo as três etapas (Pré-teste, Pós-teste 1 e Pós-teste 2) mostra que as atitudes dos alunos desse grupo não apresentaram alteração quanto à aplicação da prova [$\chi^2(2)=3{,}33$; n=99; p=0,189]. Os resultados não mostraram atitudes mais positivas dos sujeitos do G.A., na escala de atitudes, depois do uso do Logo. Comparando resultados do Pré-teste com os apresentados nos Pós-testes 1 e 2, verifica-se que as atitudes dos alunos foram mais positivas no Pré-teste do que no Pós-teste 1, seguindo-se os resultados do Pós-teste 2. Assim, as atitudes mostraram-se, gradualmente menos positivas, desde o Pré-teste até o Pós-teste 2. Ainda que essas diferenças não tenham sido estatisticamente significativas, não se pode dizer que o uso do Logo tenha tido influência positiva nas atitudes dos alunos, em relação à Matemática, no Grupo A.

Através dos resultados obtidos na presente pesquisa, observou-se que, no decorrer do processo de aprendizagem, houve elevação no nível de desempenho dos sujeitos, exceto quando se compararam os resultados do Pós-teste 1 e Pós-teste 2 para o G.B., que não utilizou o recurso do Logo/Megalogo.

As atitudes dos sujeitos, avaliadas pela escala de atitudes, mostraram diferenças significativas quando se compararam resultados do G.A. e do G.B para o Pós-teste 1 ($F(1,253)=8{,}676$; p=0,004) e para o Pós-teste 2 ($F(1,256)=7{,}874$; p=0,005). O teste de F indicou que as atitudes de alunos do G.A., que usaram o Logo na sala de aula, foram mais positivas do que as dos alunos do G.B., que não o utilizaram. Porém, as atitudes de alunos do G.A. foram mais positivas do que as do G.B. no Pós-teste 1 e no Pós-teste 2. No entanto, foram menos positivas quando comparadas com as apresentadas no Pré-teste. Os resultados, apresentados na escala de atitudes dos alunos do G.A., que usaram o Logo/Megalogo, foram menos positivos, depois do uso desse recurso, quando comparados com resultados obtidos no Pré-teste. Cabe ressaltar que, nessa diferença de resultados, o decréscimo não foi estatisticamente significativo, mas não se pode afirmar que o uso do Logo tenha influenciado, positivamente, as atitudes no caso dos sujeitos da pesquisa.

Os resultados da pesquisa mostraram que houve diferença significativa de desempenho entre G.A. e G.B. e também mostraram diferença significativa na escala de atitudes em relação à Matemática entre G.A. e G.B., o que não é indicativo de que as atitudes tenham sido influenciadas, positivamente, pelo Logo.

A análise qualitativa do processo de construção dos alunos e das produções realizadas por eles mostrou o interesse dos alunos, o envolvimento nas tarefas com o Logo/Megalogo, o empenho em realizar um trabalho bem feito. As produções na tela e no papel indicaram possibilidades importantes do uso do Logo/Megalogo na construção do conhecimento geométrico.

Em seus depoimentos, os alunos do G.A. mostraram aspectos positivos, assim como aspectos negativos, quanto ao uso no Logo/Megalogo na sala de aula. Como agentes facilitadores, na execução dos trabalhos na tela do computador, através do Software Computacional Megalogo, os depoimentos dos alunos destacaram: intermediação do professor junto às duplas ou aos trios de alunos; bom humor e persistência dos alunos para vencer as dificuldades; descentração do próprio ponto de vista, ao comparar o trabalho do seu grupo com aqueles realizados pelos demais grupos quanto aos cálculos envolvidos e ocasião oportuna para a aprendizagem dos conceitos. Os alunos afirmaram que aprenderam a fazer as contas. Também apontaram mudança de concepção dos alunos com relação à matemática, pois, muitas vezes, "enxergavam" o envolvimento dessa disciplina somente nos cálculos e mostraram admiração ao constatar a sua presença em desenhos e figuras geométricas. Outro destaque foi a inquietação do aluno para encontrar uma figura que envolvesse cálculos matemáticos em sua construção.

Como dificuldades os alunos indicaram: complexidade da figura escolhida pelos componentes do grupo e organização inicial do grupo. Erros na digitação também implicaram dificuldades para os alunos, pois apontaram erros na "memória" (computador), a qual corresponde à "janela" onde é feita a digitação dos comandos para o projeto. Alguns sujeitos também relataram dificuldades para efetuar os cálculos.

É interessante observar que o tempo despendido para a realização do projeto não foi considerado pelos alunos como uma dificuldade e que a falta de criatividade, na escolha da figura, constituiu uma dificuldade. A pesquisadora constatou, ainda, em um dos relatos, que nem sempre o aluno efetua os cálculos para depois construir a figura, podendo ocorrer o contrário. Nesse caso, o resultado obtido seria apenas uma comprovação da estimativa feita pelo aluno.

Os resultados da análise estatística e a análise dos trabalhos realizados pelos alunos através do Software Computacional Megalogo, com o apoio do uso de livros paradidáticos, vídeo e de mosaico geométrico, considerando-se a ênfase na aprendizagem significativa, aliados aos depoimentos de vários alunos, mostraram que o uso do Logo/Megalogo para o ensino de alguns conceitos geométricos pode ter efeitos positivos. Tal fato foi verificado tanto em relação ao desempenho quanto em relação às atitudes; pois, embora tenham sido apontadas algumas dificuldades na realização de alguns trabalhos, esses alunos, em nenhum momento, demonstraram desânimo; pelo contrário, esforçaram-se, cada vez mais, para atingir os seus objetivos.

Apesar dos resultados positivos na prova escrita de Matemática, apresentados pelo Grupo A em comparação aos do Grupo B, os dados mostraram resultados ainda baixos no caso do grupo que sofreu a intervenção. Pode-se considerar que a experiência vivida, nos anos escolares anteriores, não tenha contribuído para o desenvolvimento de atitudes positivas e nem para a aprendizagem de geometria ou hábitos de estudos. O resultado dessas experiências não pôde ser superado pela intervenção realizada e dado o tempo restrito da pesquisa. Os resultados indicam que os problemas do ensino de Matemática são bastante complexos e que é necessário que se dê uma atenção especial a investimentos voltados para a melhoria do ensino, em grande escala e a longo prazo.

Analisando os depoimentos dos alunos, foi possível constatar que os aspectos positivos sobrepujaram os aspectos negativos. Associando a esses depoimentos os demais resultados obtidos, acredita-se poder apresentar esta pesquisa como mais uma proposta de trabalho aos professores que atuam nessa área. Espera-se que o uso do Logo possa contribuir para a melhoria e valorização do ensino da Geometria e facilitar a superação das dificuldades dos professores nas aulas de Geometria, ainda que não seja um recurso mágico que solucione todos os problemas no ensino da Matemática.

Espera-se que os resultados e a discussão deles possam vir a constituir contribuição relevante para a Psicologia Educacional e, em especial, para a Educação Matemática.

Espera-se poder contribuir para a reflexão de professores e estudiosos sobre o ensino de Geometria e as possibilidades do uso da Informática em Educação.

BIBLIOGRAFIA

Abreu, L. M., Jr. (1992). A Construção de uma Proposta de Atendimento a Dificuldade de Aprendizagem Fundamentada na Epistemologia Genética e utilizando Computador na Linguagem Logo. Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Católica de Petrópolis, Rio de Janeiro, RJ.

Almeida, F. B. (1995). Análise e Dificuldades na Recursão Simples e na Recursão Avançada. Anais do VII Congresso Internacional Logo – I Congresso de Informática Educativa do Mercosul, Porto Alegre, 423-429.

Almeida, F. J. (1988). Educação e Informática. Os Computadores na Escola. São Paulo: Cortez Editora. Autores Associados.

Almeida, M. E. B. T. M. P. (1995). Lego-Logo e Interdisciplinaridade. Anais do VII Congresso Internacional Logo – I Congresso de Informática Educativa do Mercosul, Porto Alegre, 15-24.

Ausubel, D. P. (1968). Educational Psychology: A Cognitive View. Nueva York: Holt. (Versión Castellana: Psicología Educativa: Um Ponto de Vista Cognoscitivo. México, Trillas).

Ausubel, D. P. (1973). Algunos Aspectos Psicológicos de la Estructura del Conocimiento. In S. Elam (Comp..), Education and the Structure of Knowledge. Nueva York: Rand McNally, 1973. (Versión Castellana: La Educación y la Estructura del Conocimiento. Buenos Aires: El Ateneo).

Ausubel, D. P., Novak, J. D. & Hanesian, H. (1980). Psicologia Educacional. (E. Nick., trad.). Rio de Janeiro: Editora Interamericana Ltda. (Edição Original: 1968).

Becker, F. (1999). Tomada de Consciência: O Caminho do Fazer ao Compreender. Anais do XVI Encontro Nacional de Professores do PROEPRE: Educação, Escola e Autonomia, Campinas, 17-22.

Becker, F. & Franco, S. R. K. (Orgs.) (1998). Revisitando Piaget. Porto Alegre: Editora Mediação.

Brasil (1997). Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais (Vol. 1). Brasília.

Brasil (1998). Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental. Matemática. Brasília.

Brasil (1998). Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental. Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília.

Brenelli, R. P. (1998). Uma Proposta Psicopedagógica com Jogo de Regras. In F. F. Sisto et al (Orgs.), Atuação Psicopedagógica e Aprendizagem Escolar (2ª. Edição) (pp. 140-162). Petrópolis: Editora Vozes.

Brenelli, R. P. (2000). Piaget e a Afetividade. In F. F. Sisto, G. C. Oliveira & L. D. T. Fini (Orgs.), Leituras de Psicologia para Formações de Professores (pp. 105-116). Petrópolis: Editora Vozes.

Brito, M. R. F. (1996). Um Estudo sobre as Atitudes em relação à Matemática em Estudantes de Primeiro e Segundo Graus. Tese de Livre Docência, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

Brito, M. R. F. (1998). Adaptação e Validação de uma Escala de Atitudes em relação à Matemática. Zetetiké, 9 (6), 109-162.

Brito, M. R. F. (Org.) (2001). Psicologia da Educação Matemática – Teoria e Pesquisa. Florianópolis: Editora Insular.

Brito, M. R. F. & Pirola, N. A. (1997). Os Níveis Cognitivos e a Aquisição de Conceitos Matemáticos em Crianças de Quarta e Quinta Séries do Primeiro Grau. Actas Del V Congreso Nacional de Psicologia, Santiago, Chile, 71.

Brito, M. R. F. & Pirola, N. A. (2001). A Formação dos Conceitos de Triângulo e de Paralelogramo em Alunos da Escola Elementar. In M. R. F. de Brito (Org.), Psicologia da Educação Matemática - Teoria e Pesquisa (pp. 85-106). Florianópolis: Insular.

Cabral, F. L. (1995). Vivenciando a Matemática através da Física. Anais do VII Congresso Internacional Logo – I Congresso de Informática Educativa do Mercosul, Porto Alegre, 365-378.

Calani, M. C. (1981). Conceitos Geométricos através da Linguagem Logo. Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

Chi, M. T. H. & Glaser, R. (1992). A Capacidade para a Solução de Problemas. In Sternberg, R. As Capacidades Intelectuais Humanas. Uma Abordagem em Processamento de Informação. (D. Batista, trad.). (pp. 250-275). Porto Alegre: Artes Médicas.

Coll, C. S. (1991). Aprendizaje Escolar y Construcción del Conocimiento. Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica S.A.

Coll, C. S., Palacios & Marchesi, A. (Orgs.). (1995). Desenvolvimento Psicológico e Educação: Psicologia Evolutiva. Porto Alegre: Artes Médicas.

Feijóo, N.R. (1991). Estudio de las atictudes de los Estudiantes Universitarios Hacia la Matematica y la Estatistica. Revista Intercontinental de Psicología y Educación, 4(2), 69-83.

Fini, L. D. T. (1996). Rendimento Escolar e Psicopedagogía. In F. F. Sisto et al (Orgs), Atuação Psicopedagógica e Aprendizagem Escolar (2ª. Edição) (pp. 64-76). Petrópolis: Editora Vozes.

Fini, L. D. T. (2000). Relações entre Pais e Adolescentes. . In F. F. Sisto, G. C. Oliveira & L. D. T. Fini (Orgs.), Leituras de Psicologia para Formações de Professores (pp. 163-176). Petrópolis: Editora Vozes.

Flavell, J. H. (1975). A Psicologia do Desenvolvimento de Jean Piaget. São Paulo: Livraria Pioneira Editora.

Garcia, M. F. (1995). Ambiente Logo e Interdisciplinaridade: A Concepção dos Professores. Anais do VII Congresso Internacional Logo – I Congresso de Informática Educativa do Mercosul , Porto Alegre, 489-495.

Gerdes, P. (1989). Desenhos Tradicionais na Areia em Angola e seus Possíveis Usos na Aula de Matemática. Bolema - Boletim de Educação Matemática - Especial 1, 51-77. NATO ASI em Educational Studies in Mathematics, 19 (1) (fevereiro de 1988), 3-22.

Gerdes, P. (1993). Desenhos da África (2ª edição). Série Vivendo a Matemática. São Paulo: Editora Scipione Ltda.

Gonçalez, M. H. C. C. (1996). Atitudes (Des) favoráveis com relação à Matemática. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

Gonçalez, M. H. C. C. & Brito, M. R. F. (1996). Atitudes (Des) favoráveis com relação à Matemática. Zetetiké, 4 (6), jul.dez. 1996, 45-63.

Gonçalez, N. (1995). Atitudes com relação à Matemática no Ambiente Logo. Dissertação do Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.

Gonçalves, T. O . (1981). Ensino para a Independência Intelectual do Aluno: Subsídios Metodológicos para o Ensino da Matemática no 1º Grau. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

Gravina, M. A. (1996). Geometria Dinâmica: Uma Abordagem para o Aprendizado da Geometria. Anais do VIII Simpósio Brasileiro de Informática da Educação, nov./1996. Dados [on line]. Disponível na Internet via WWW. http://athena.mat.ufrgs.br/~portosil/malice/artigo.htm. Arquivo capturado em 26 de Janeiro de 1998.

Hershkowitz, R. & Vinner, S. (1984). The Role of Critical and Non Critical Attributes in the Concept Image of Geometrical Concepts. In R. Hershkowitz (Ed.), Proceedings of the Seventh International Conference for the Psychology of Mathematics Education, (pp. 223-228). Rehovot, Israel: Weizmann Institute of Science.

Imenes, L. M. (1994). Geometria dos Mosaicos (7ª edição). Série Vivendo a Matemática. São Paulo: Editora Scipione Ltda.

Imenes, L. M. . (1997). Descobrindo o Teorema de Pitágoras (13ª edição). Série Vivendo a Matemática. São Paulo: Editora Scipione Ltda.

Inhelder, B., Bovet, M. & Sinclair, H. (1977). Aprendizagem e Estruturas do Conhecimento. São Paulo: Edição Saraiva.

Inhelder, B. & Piaget, J. (1955). De la Logique de l'enfant a la Logique de l'adolescent: Essai sur la construction des Structures Operatoires Formelles. Paris: Presses Univ. de France.

Inhelder, B. & Piaget, J. (1976). Da Lógica da Criança à Lógica do Adolescente. São Paulo: Livraria Pioneira Editora.

Jesus, M. H. S. & Fini, L. D. T. (2001). Uma Proposta de Aprendizagem Significativa de Matemática através de Jogos. In M. R. F. de Brito (Org.), Psicologia da Educação Matemática - Teoria e Pesquisa (pp. 129-145). Florianópolis: Insular.

Klausmeier, H.J. (1977). Manual de Psicologia Educacional. Aprendizagem e Capacidades Humanas. (M.C.T.Abreu, trad.). São Paulo: Harper e Row do Brasil.

Leite, L. B. (Org.) & Medeiros, A. A . (Col.) (1987). Piaget e a Escola de Genebra. São Paulo: Cortez.

Lorenzato, S. (1995). Por que não Ensinar Geometria? A Educação Matemática em Revista-SBEM, 1, 3-13.

Lorenzato, S. (1998). Cacos Geométricos são suficientes para começar. Revista Nova Escola, 113 ,11, (1998, junho) – ano XIII.

Lorenzato, S. & Rabelo, E. H. (1994). Ensino da Matemática: Reflexões para uma Aprendizagem Significativa. Zetetiké, 2 (2), 37-46, (1994, março).

Lüders, V. (1998). Jogo Informatizado em Situação de Intervenção: Estudo de Possíveis Efeitos sobre a Capacidade de Raciocínio Indutivo em Crianças com Dificuldades de Aprendizagem. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

Lujan, M. L. & Fini, L. D. T. (1997). Trabalhando a Geometria na Pré-Escola. Anais do XIV Encontro Nacional de Professores do PROEPRE: Piaget e a Educação. Campinas, 214.

Macedo, L. (1993). Para uma Psicopedagogia Construtivista. In E. S. Alencar (Org.). Novas Contribuições da Psicologia aos Processos de Ensino e Aprendizagem (pp. 121-140). São Paulo: Cortez Editora.

Macedo, L. (1994). Ensaios Construtivistas. São Paulo: Casa do Psicólogo.

Macedo, L. (1997). Piaget e nossa Inteligência. São Paulo: Universidade de São Paulo. (texto não publicado).

Macedo, L., Petty, A .L. S. & Passos, N. C. (1997). Quatro Cores, Senha e Dominó. São Paulo: Casa do Psicólogo.

Machado, N. J. (1995). Os Poliedros de Platão e os Dedos da Mão (5ª edição). Série Vivendo a Matemática. São Paulo: Editora Scipione Ltda.

Marchelli, P. S. (1990). Logo e a Gênese das Estruturas Elementares da Programação do Computador. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.

Marchelli, P. S. (1996). A Geometria Logo e a Regulação das Estruturas Operatórias (Estudo sobre a Estrutura de Classes e do Grupo INRC das Quatro Transformações da Lógica Operatória Piagetiana no Sistema Geométrico da Linguagem Logo de Programação de Computadores). Tese de Doutorado, Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.

Meira, L. L. (1987). Geometrias em Ação na Programação em Logo. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, PE.

Meyer, D. K., Turner, J. C. & Spencer, C. A. (1997). Challenge in a Mathematics Classroom: Students' Motivation and Strategies in Project Based Learning. In The Elementary School Journal, 97 (5). Chicago: The University of Chicago Press.

Miskulin, R. G. S. (1994). Concepções Teórico-Metodológicas baseadas em Logo e em Resolução de Problemas para o Processo Ensino/Aprendizagem da Geometria. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

Miskulin, R. G. S. (1995). Logo e Educação Matemática – Uma Dimensão Microgenética do Desenvolvimento Cognitivo. Anais do VII Congresso Internacional Logo – I Congresso de Informática Educativa do Mercosul, Porto Alegre, 393-401.

Miskulin, R. G. S. (1999). Concepções Teórico-Metodológicas sobre a Introdução e a Utilização de Computadores no Processo Ensino/Aprendizagem da Geometria. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

Moreno, M., Sastre, G., Leal, A. & Busquets, M. D. (1999). Falemos de Sentimentos: a Afetividade como um Tema Transversal. São Paulo: Editora Moderna Ltda.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. (Tradução Portuguesa). Portugal: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.

Neves, L. F. (2002). Um Estudo sobre as relações entre a Percepção e as Expectativas dos Professores e dos Alunos e o Desempenho em Matemática. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

Neves, M. A . F. (1988). O Computador na Recuperação em Geometria de Alunos do 9º. Ano. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal.

Oliveira, L. T. F. (1998). Habilidades Espaciais Subjacentes às Atividades de Discriminação e Composição de Figuras Planas utilizando o Tangram e o Tegram. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

Papert, S. (1985). Logo: Computadores e Educação (J. A . Valente, B. Bitelman & A. V. Ripper, trad.). São Paulo: Brasiliense.(Edição Original: 1980).

Papert, S. (1994a). A Máquina das Crianças: Repensando a Escola na Era da Informática. (S. Costa, trad.). Porto Alegre: Artes Médicas. (Tradução de: Mindstorms – Children, Computers and Powerful Ideas).

Passos, C. L. B. (2000). Representações, Interpretações e Prática Pedagógica: A Geometria na Sala de Aula. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

Pavanello, R. M. (1989). O Abandono do Ensino da Geometria: uma Visão Histórica. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

Piaget, J. (1966). O Nascimento da Inteligência na Criança. (A. Cabral, trad.). Rio de Janeiro: Editora Guanabara S.A (Traduzido da 5ª Edição publicada em 1966 por Delachaux et Niestle, de Neuchâtel, Suíça. Título Original: La Naissance de l'inteligence chez l'Enfant).

Piaget, J. (1967). Psicologia da Inteligência. Rio de Janeiro: Zahar.

Piaget, J. (1976a). A Equilibração das Estruturas Cognitivas: Problema Central do Desenvolvimento. Rio de Janeiro: Zahar.

Piaget, J. (1977). Tomada de Consciência. São Paulo: Ed. Melhoramentos.

Piaget, J. (1979). A Construção do Real na Criança. Rio de Janeiro: Zahar.

Piaget, J. (1985). Seis Estudos de Psicologia. (M. A. M. D'Amorim & P. S. L. Silva, trad.). Rio de Janeiro: Editora Forense Universitária Ltda. (Edição Original: 1964).

Piaget, J. (1987). O Possível, o Impossível e o Necessário. (L. B. Leite & A. A. Medeiros, trad.). In L. B. Leite (Org.). Piaget e a Escola de Genebra (pp. 51-71). São Paulo: Cortez. (Edição original: 1976).

Piaget, J. & Inhelder, B. (1993). A Representação do Espaço na Criança. Porto Alegre: Artes Médicas.

Pirola, N. A. (1995). Um Estudo sobre a Formação dos Conceitos de Triângulo e Paralelogramo em alunos de 1º Grau. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

Pirola, N. A . (2000). Solução de Problemas Geométricos: Dificuldades e Perspectivas. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

Pirola, N. A. (2001). A Formação dos Conceitos de Triângulo e de Paralelogramo em Alunos da Escola Elementar. In M. R. F. de Brito (Org.), Psicologia da Educação Matemática - Teoria e Pesquisa (pp. 85-106). Florianópolis: Insular.

Polya, G. (1954). How to Solve it. Garden City, Nova Iorque, Doubleday-Anchor.

Polya, G. (1954). Introduction and Analogy in Mathematics. Princeton: Princeton University Press.

Polya, G. (1969). Patterns of Plausible Inference. Princeton, Princeton.

Polya, G. (1978) . A Arte de Resolver Problemas. Rio de Janeiro: Interciência.

Pozo, J. I. (1998). Teorias Cognitivas da Aprendizagem. (J. A. Llorens, trad.). Porto Alegre: Artes Médicas. (Tradução de: Teorías Cognitivas del Aprendizaje).

Pulaski, M. A. S. (1983). Compreendendo Piaget. (Zahar Editores S.A., trad.). Rio de Janeiro: Zahar Editores S.A. (Edição Original: 1971).

Rappaport, C. R., Fiori & Davis (1981). Modelo Piagetiano. In Teorias do Desenvolvimento. Conceitos Fundamentais (pp. 51-75). São Paulo: E.P.U.

Shiomi, K. (1992). Association of Attitudes Toward Mathematics with self-efficacy, causal Atribution and Personality Traits. In Gonçalez, M.H.C.C. e Brito, M.R.F. Atitudes (Des)favoráveis com relação à Matemática. Zetetiké, 4 (6), 45-6,(1996, jul./dez.).

Silva, C. B. (2000). Atitudes em relação à Estatística: Um Estudo com Alunos de Graduação. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

Silva, C. M. (1998). Construções Lógico-Matemáticas e a Linguagem Logo. Anais do XV Encontro Nacional de Professores do PROEPRE: A Criança e a Escola, Campinas, 231-232.

Sisto, F. F. (1996). Contribuições do Construtivismo à Psicopedagogia. In F. F. Sisto et al (Orgs), Atuação Psicopedagógica e Aprendizagem Escolar (pp. 34-63). Petrópolis: Editora Vozes.

Sisto, F. F. (2000). O Raciocínio do Adolescente. As Operações Formais ou a Aquisição do Raciocínio Experimental. In F. F. Sisto, G. C. Oliveira & L. D. T. Fini (Orgs.), Leituras de Psicologia para Formações de Professores (pp. 85-104). Petrópolis: Editora Vozes.

Usiskin, Z. (1994). Resolvendo os Dilemas Permanentes da Geometria Escolar. (H. H. Domingues, trad.). In Lindquist, M. M. & Shulte, A. P., Aprendendo e Pensando Geometria. São Paulo: Atual.

Valente, J.A. (1993) (Org.). Computador e Conhecimento: Repensando a Educação. Diferentes Usos do Computador na Educação. Campinas: Universidade Estadual de Campinas.

Vergnaud, G. (1990). Problem Solving and Concept-Formation in the Learning of Mathematics. Mandl, H. DeCorte e outros. Learning and Instruction (Vol. 2). Exceter, G. Bretain, Pergamon Press.

Viana, O. A. (2000). O Conhecimento Geométrico de Alunos do Cefam sobre Figuras Espaciais: Um Estudo das Habilidades e dos Níveis de Conceito. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

Zillig, R. C. (1995). Sólidos de Revolução em Geometria de Superfícies. Anais do VII Congresso Internacional Logo – I Congresso de Informática Educativa do Mercosul, Porto Alegre, 357-364.

ANEXOS

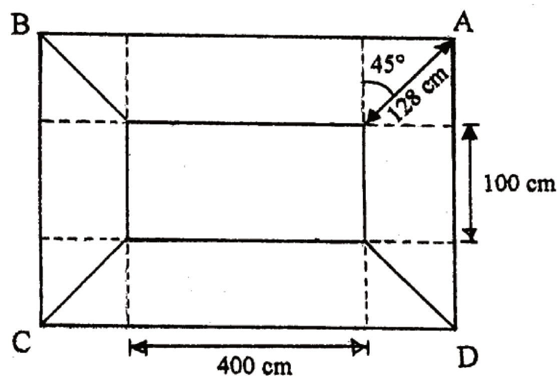
ANEXO 1: PROVA DE MATEMÁTICA

Identificação

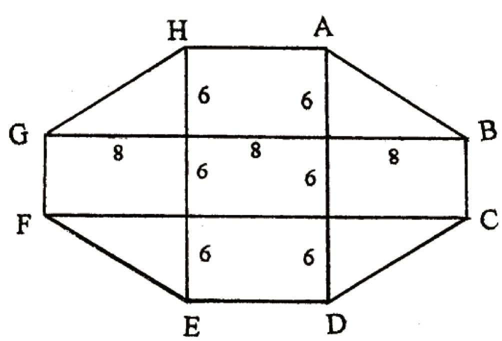
1. Escola:
2. Nome:
3. Sexo: 1.( ) masculino 2.( ) feminino
4. Idade:
5. Já foi reprovado alguma vez? 1.( ) sim 2.( ) não
6. Quantas horas por semana, fora da sala de aula, você estuda Matemática? _______

Problemas

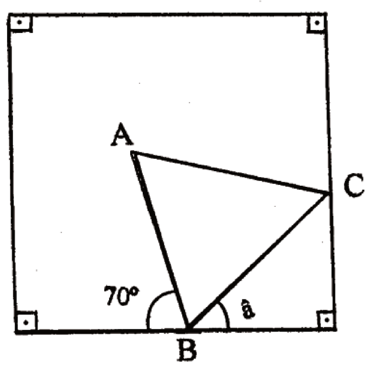
1. Dado o retângulo ABCD indicado na figura abaixo, determine o seu perímetro.



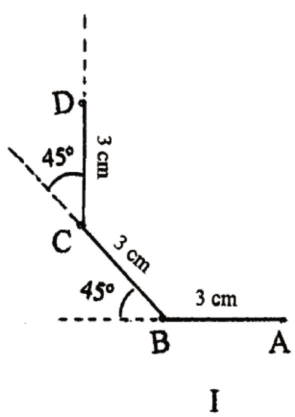
2. Sabendo-se que a figura abaixo é constituída de 5 retângulos e 4 triângulos retângulos, determine:
   a) A medida do segmento de reta $\overline{AB}$
   b) O perímetro do polígono ABCDEFGH.

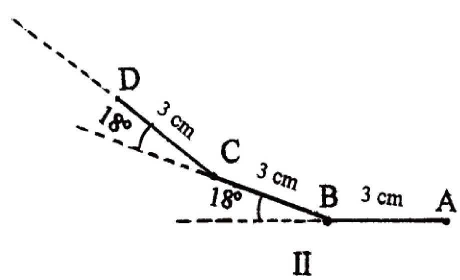


3. Na figura abaixo, o triângulo ABC é eqüilátero. Determine a medida do ângulo â.

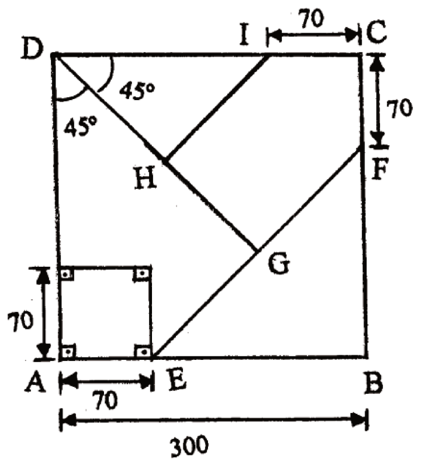


4. Os esquemas I e II abaixo representam parte de polígonos regulares. Sabendo-se que os segmentos de reta que representam os lados desses polígonos são congruentes e medem 3 cm, indique:
   a) Qual dos polígonos representados pelos esquemas I e II possui maior perímetro? Justifique sua afirmação.
   b) Qual dos polígonos representados pelos esquemas I e II possui maior área? Justifique sua afirmação.
   c) Indique o número de lados e dê o nome de cada um dos polígonos representados pelos esquemas I e II.

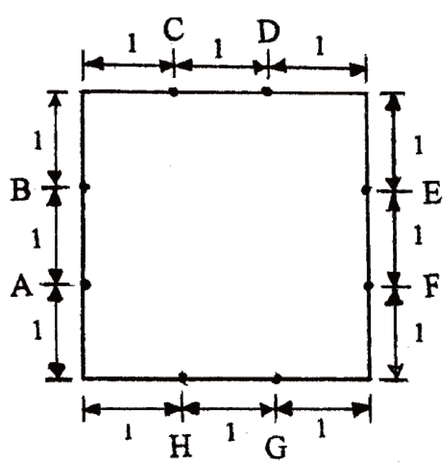




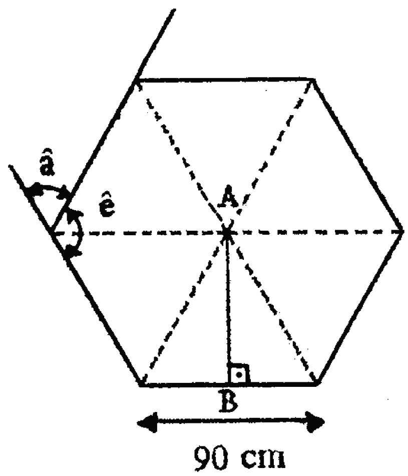
5. A figura ilustrada abaixo é um jogo de quebra-cabeça, formado a partir do quadrado ABCD. Determine:
   a) A medida do segmento de reta $\overline{EF}$.
   b) A medida do segmento de reta $\overline{DG}$.
   c) A medida do segmento de reta $\overline{HI}$ paralelo ao segmento de reta $\overline{FG}$.



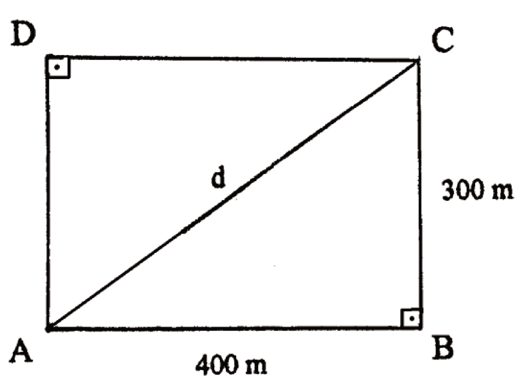
6. Na figura abaixo, ligando os pontos ABCDEFGH você obtém um octógono. Ele é regular? Justifique.



7. A figura abaixo representa um hexágono regular. Determine:
   a) As medidas dos ângulos â e ê.
   b) A medida do segmento de reta $\overline{AB}$.



8. A figura abaixo representa uma área retangular de um parque público que foi reservada para uma atividade musical. O segmento de reta $\overline{AC}$ indica um cordão de isolamento que foi passado sobre a diagonal, dividindo a região em duas partes, para dar maior segurança aos participantes desse evento. Calcule:
   a) A medida desse cordão de isolamento.
   b) A área do triângulo ABC.



ANEXO 2: ESCALA DE ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA

Escala de atitudes desenvolvida por Aiken (1961), revista por Aiken e Dregen (1963), traduzida, adaptada e validada por Brito (1996).

Instruções: Cada uma das frases abaixo expressa o sentimento que as pessoas apresentam com relação à Matemática. Você deve comparar o seu sentimento pessoal com aquele expresso em cada frase, assinalando um dentre os quatro pontos colocados abaixo de cada uma delas, de modo a indicar com a maior exatidão possível, o sentimento que você experimenta com relação à Matemática.

1. Eu fico sempre sob uma terrível tensão na aula de Matemática.
   ( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

2. Eu não gosto de Matemática e me assusta ter que fazer essa matéria.
   ( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

3. Eu acho a Matemática muito interessante e gosto das aulas de Matemática.
   ( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

4. A Matemática é fascinante e divertida.
   ( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

5. A Matemática me faz sentir seguro(a) e é, ao mesmo tempo, estimulante.
   ( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

6. ‘Dá um branco’ na minha cabeça e não consigo pensar claramente quando estudo Matemática.
   ( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

7. Eu tenho sensação de insegurança quando me esforço em Matemática.
   ( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

8. A Matemática me deixa inquieto(a), descontente, irritado(a) e impaciente.
   ( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

9. O sentimento que tenho com relação à Matemática é bom.
   ( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

10. A Matemática me faz sentir como se estivesse perdido(a) em uma selva de números e sem encontrar a saída.
( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

11. A Matemática é algo que eu aprecio grandemente.
( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

12. Quando eu ouço a palavra Matemática, eu tenho um sentimento de aversão.
( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

13. Eu encaro a Matemática com um sentimento de indecisão, que é resultado do medo de não ser capaz em Matemática.
( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

14. Eu gosto realmente de Matemática.
( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

15. A Matemática é uma das matérias que eu realmente gosto de estudar na escola.
( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

16. Pensar sobre a obrigação de resolver um problema matemático me deixa nervoso(a).
( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

17. Eu nunca gostei de Matemática e é a matéria que me dá mais medo.
( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

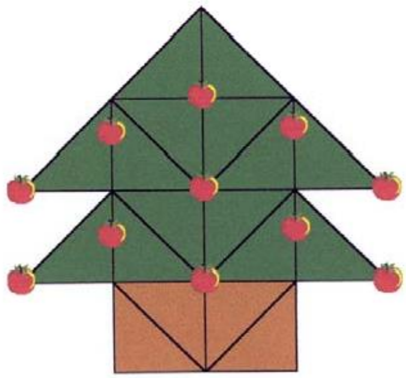
18. Eu fico mais feliz na aula de Matemática que na aula de qualquer outra matéria.
( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

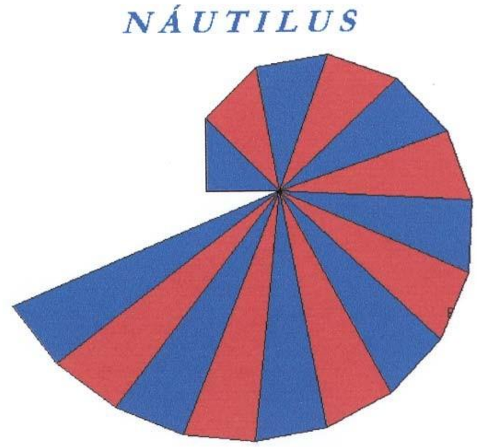
19. Eu me sinto tranqüilo(a) em Matemática e gosto muito dessa matéria.
( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

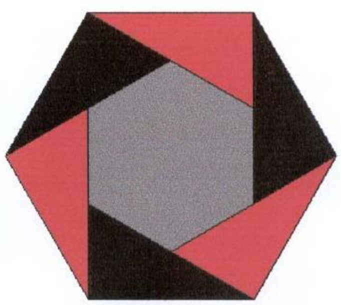
20. Eu tenho uma reação definitivamente positiva com relação à Matemática: Eu gosto e aprecio essa matéria.
( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

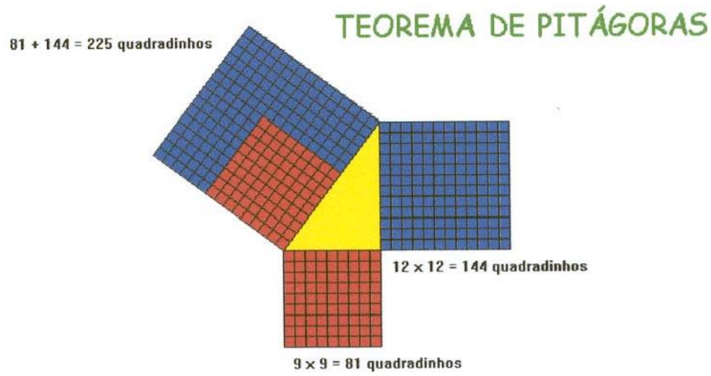
21. Não tenho um bom desempenho em Matemática.
( ) Discordo Totalmente ( ) Discordo ( ) Concordo ( ) Concordo Totalmente

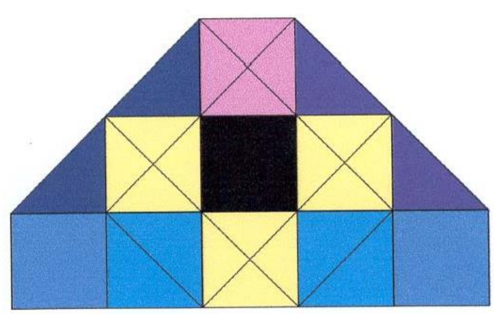
ANEXO 3: OUTRAS FIGURAS REALIZADAS PELOS SUJEITOS

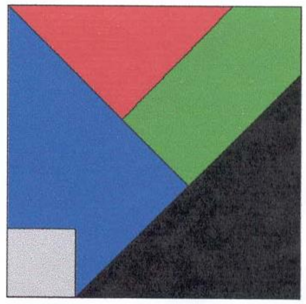


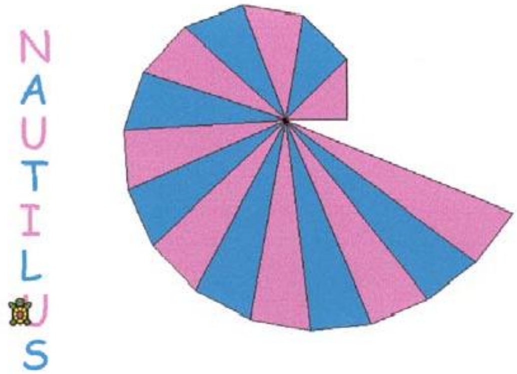


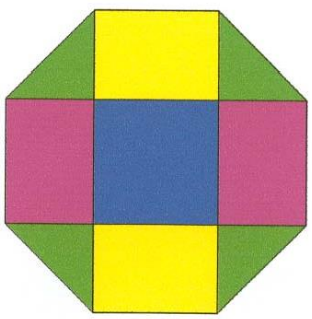


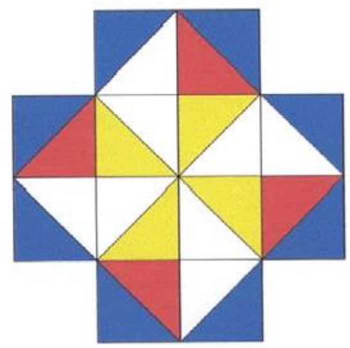


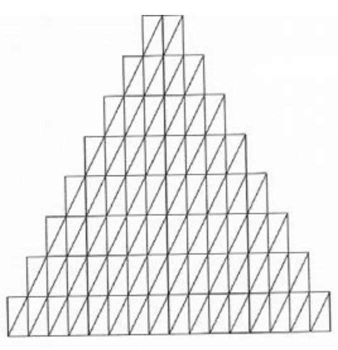


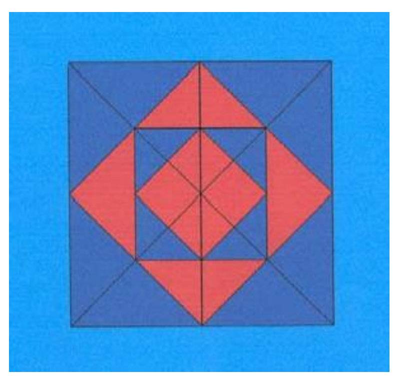


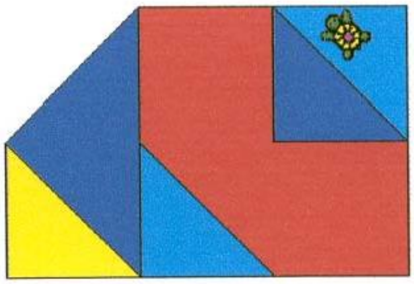

NAUTILUS

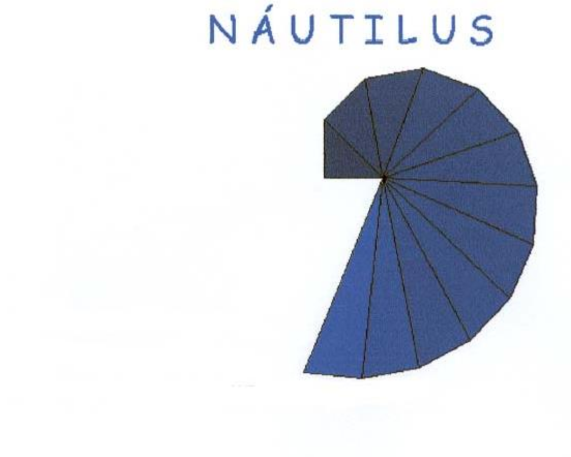


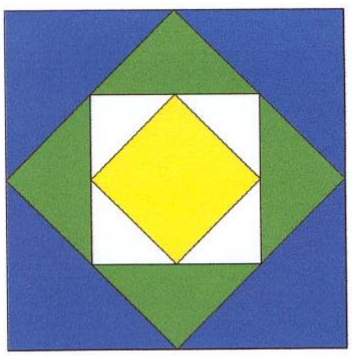


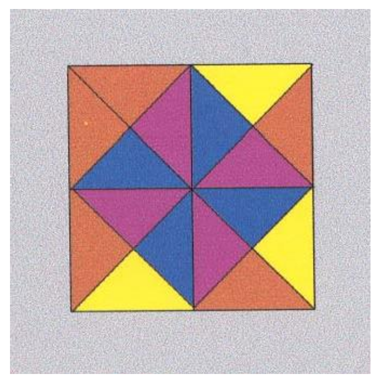


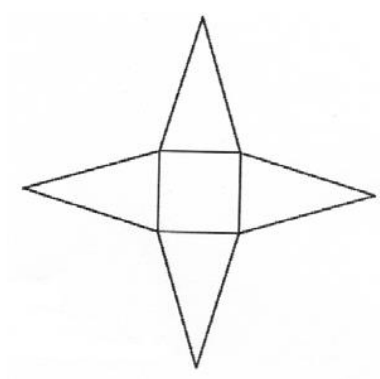


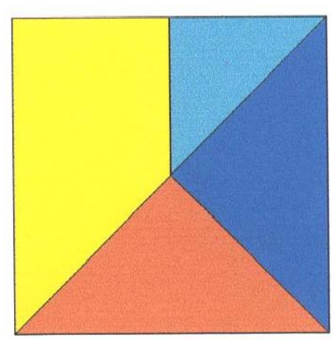


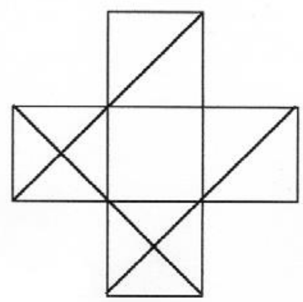

NÁUTILUS

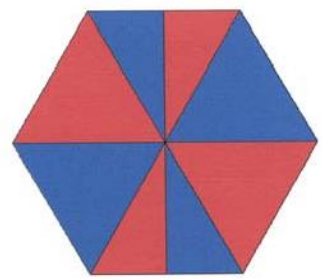


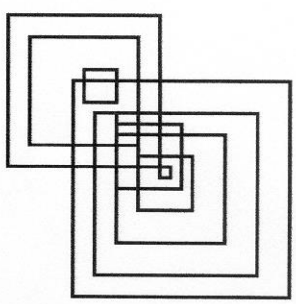


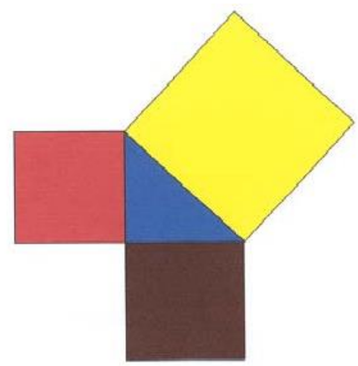


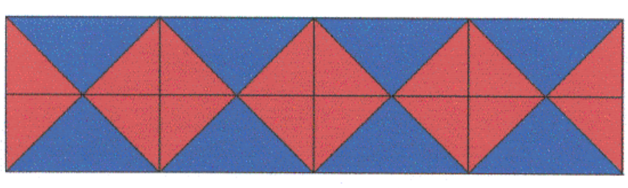


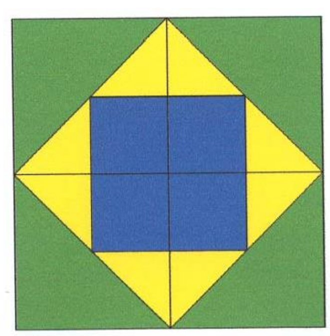













Catavento