ROSELY PALERMO BRENELLI

Este exemplar corresponde à redação final da Tese defendida por Rosely Palermo Brenelli e aprovada pela Comissão Julgadora em 27 de agosto de 1.993

Data: - 27.08.93

Assinatura: -

INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA, VIA JOGOS QUILLES E CILADA, PARA FAVORECER A CONSTRUÇÃO DE ESTRUTURAS OPERATÓRIAS E NOÇÕES ARITMÉTICAS EM CRIANÇAS COM DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

1993

Tese apresentada como exigência parcial para obtenção do Título de DOUTOR EM EDUCAÇÃO na Área de Concentração: Psicologia Educacional à Comissão Julgadora da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, sob a orientação da **Profª Drª Orly Zucatto Mantovani de Assis.**

Comissão Julgadora

A G R A D E Ç O

- De forma especial, a **Profª Drª Orly Zucatto Mantovani de Assis**, pela competência, entusiasmo, dedicação e carinho com que orientou este trabalho e cuja presença amiga e de mestre vem me acompanhando há tantos anos.

- Ao **Prof. Dr. Lino de Macedo**, por seu trabalho com jogos que motivou e incentivou o presente estudo.

- Aos professores que participaram do exame de qualificação pela valiosa contribuição: **Profª Drª Amélia Americano Domingues de Castro** e **Profª Drª Maria Tereza C. Souza.**

- À querida prima **Ieda Nice Gonçalvez**, pela revisão final do trabalho.

- À querida **Maria Cristina S. Barreto**, pelo trabalho de datilografia.

- Aos **colegas** do Departamento de Psicologia Educacional, pelo incentivo.

- Às **professoras** e aos **alunos** das Escolas: **Adalberto Medaljon** e **Monsenhor Luis Gonzaga de Moura**, sem os quais este trabalho não seria possível.

- À todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

Para

HENRIQUE,

Patrícia,

Fabíola,

Fabrício

Aos meus pais

Ferdinando e Margarida Palermo

"Nenhum homem poderá revelar-vos nada senão o que já está meio adormecido na aurora do vosso entendimento.

O mestre que caminha à sombra do templo, rodeado de discípulos, não dá de sua sabedoria, mas sim de sua fé e de sua ternura.

Se ele for verdadeiramente sábio, não vos convidará a entrar na mansão de seu saber, mas antes vos conduzirá ao limiar de vossa própria mente.

O astrônomo poderá falar-vos de sua compreensão do espaço, mas não vos poderá dar sua compreensão.

O músico poderá cantar para vós o ritmo que existe em todo o universo, mas não vos poderá dar o ouvido que capta a melodia, nem a voz que a repete.

E o versado na ciência dos números poderá falar-vos do mundo dos pesos e das medidas, mas não vos poderá levar até lá.

Porque a visão de um homem não empresta suas asas a outro homem.

E assim como cada um de vós se mantém só no conhecimento de Deus, assim cada um de vós deve ter sua própria compreensão de Deus e sua própria interpretação das coisas da terra."

Gibran

- R E S U M O -

Participaram dessa pesquisa 24 crianças de 8 a 11 anos, matriculadas em escolas estaduais de primeiro grau e que apresentavam dificuldades de aprendizagem.

O objetivo principal foi o de verificar a influência de atividades realizadas com jogos de regras: Cilada e Quilles no desenvolvimento operatório dos sujeitos e na compreensão de noções de aritmética elementar.

Para efeitos deste estudo, procedeu-se à distribuição aleatória dos sujeitos em dois grupos: experimental (N=12) e controle (N=12), os quais foram submetidos ao pré e pós-teste. Para avaliar o desempenho dos sujeitos nessas situações, foram utilizadas provas para diagnóstico do comportamento operatório e de conhecimento aritmético, segundo os princípios do método clínico-crítico, criado por Piaget e empregados nas pesquisas em Psicologia Genética, empreendidas por esse autor e seus seguidores.

Num período de dois meses, os sujeitos do grupo experimental participaram de situações lúdicas que caracterizaram a intervenção pedagógica, ao nível individual.

A análise qualitativa dos resultados baseou-se nos procedimentos apresentados pelos sujeitos nas situações de pré e pós-teste, bem como durante a intervenção. Tais resultados permitem afirmar que os sujeitos do grupo experimental apresentaram nítido progresso, tanto na construção de noções operatórias quanto na compreensão de noções aritméticas, não tendo sido observado o mesmo com relação aos sujeitos do grupo controle.

O progresso alcançado pelos sujeitos do grupo experimental, pode ser atribuído ao fato de que a intervenção pedagógica, por meio dos jogos de regras, criou *"um espaço para pensar"*. Isso porque, nas situações-problema engendradas pelo jogo, o raciocínio desses sujeitos foi desafiado, desencadeando os mecanismos de regulações compensatórias e, conseqüentemente, novos procedimentos. Tais mecanismos intervêm no processo de "equilibração majorante", responsável pela construção das estruturas mentais que possibilitam ao ser humano conhecer e aprender.

- A B S T R A C T -

Twenty-four children from 8 to 11 years of age, students of elementary public schools that presented difficulties of learning participated of this survey.

The main objective was to identify the influence of game-ruled activities; "Cilada" and "Quilles"; in the operatory development of the subjects and in the understanding of elementary arithmetic.

For this study, the subjects were randomly distributed into two groups: experimental (N=12) and control (N=12) which were submitted to the pre and post test. Tests for the diagnosis of operatory behavior and arithmetic apprenticeship were used to evaluate the performance of the subjects in these situations. These tests followed the clinical-critical method created by Piaget and used in the Genetic Psychological research by this author and followers.

In a two-month period, the experimental group subjects participated of ludic situations that characterized individual pedagogical intervention.

The qualitative analysis of the results was based on

the procedures presented by the subjects in the pre and post test situations as well as during intervention. In view of such results it is possible to say that the experimental group subjects presented clear progress, in the construction of operational notions as well as in the acquisition of arithmetic notions. The same was not observed regarding the control group subjects.

The progress achieved by the experimental group subjects may be due to the fact that pedagogical intervention, by the use of games, created *"a space for thinking"*. This happened because the situations created by the game challenged the subject's reasoning which led to new procedures and, as consequence, the mechanisms of compensatory regulations that interfere in the process of "majoring balancing" responsible for the construction of mental structures that make it possible for the human being to know and learn.

- RÉSUMÉ -

Vingt-quatre enfants entre 8 et 11 ans, présentant des difficultés d'apprentissage et inscrits dans le Primaire dans des Écoles Publiques d'Etat ont participé à cette recherche.

L'objectif principal a été celui de vérifier l'influence d'activités réalisées avec des jeux de règles: "Cilada e Quilles" dans le développement opératoire des enfants et dans la compréhension de notions d'arithmétique élémentaire.

A cet effet, on a procédé à la distribution aléatoire des enfants en deux groupes: expérimental (N=12) et contrôle (N=12) et qui ont été soumis au pré et post-test. Pour évaluer le développement des enfants dans ces situations, on a utilisé des épreuves afin de diagnostiquer le comportement opératoire et la connaissance arithmétique, selon les principes de la méthode clinique-critique, créée par Piaget et appliquée dans les recherches de Psychologie Génétique, initiées par cet auteur et ses adeptes.

Pendant une période de deux mois, les enfants du groupe expérimental ont participé à des situations ludiques qui caractérisaient l'intervention pédagogique au niveau individuel.

L'analyse qualificative des résultats s'est basée sur les conduites des enfants dans les situations de pré et post-test, ainsi que pendant l'intervention. Tels résultats permettent d'affirmer que les enfants du groupe expérimental ont présenté un net progrès, autant dans la construction de notions opératoires que dans l'acquisition de notions arithmétiques. La même chose n'a pas été observée en ce qui concerne les enfants du groupe de contrôle.

Le progrès obtenu par les enfants du groupe expérimental, peut être attribué au fait que l'intervention pédagogique, à travers les jeux de règles, a créé *"um espace pour penser"*. Ceci parce que, dans les situations-problème engendrées par le jeu, le raisonnement de ces enfants a été défié, mettant en marche de nouveaux procédés et, par conséquent,les mécanismes de régulations compensatoires qui interviennent dans le processus d'"équilibration et rééquilibration", responsable pour la construction des structures mentales qui donnent la possibilité à l'être humain de connaître et d'apprendre.

- S U M Á R I O -

Páginas

- ÍNDICE DAS TABELAS -

Páginas

- ÍNDICE DAS FIGURAS -

Páginas

- Í N D I C E   D O S   Q U A D R O S -

- Í N D I C E   D O S   A N E X O S -

Páginas

- I N T R O D U Ç Ã O -

O fracasso escolar, as dificuldades de aprendizagem, a ineficiência do ensino e da escola, e a formação precária dos professores compõem um quadro triste, cujos personagens reais, alunos de escolas públicas ou privadas, servem de esboço para representar uma realidade de repetência e evasão.

Constitui este quadro um desafio aos educadores e estudiosos da área que, de várias maneiras, têm procurado compreendê-lo.

No Brasil as pesquisas (Ribeiro; 1990) que buscam determinar o índice de repetência e evasão escolar, estudando o fluxo de alunos nos sistemas formais de ensino, revelam existir uma "pedagogia da repetência".

Os dados destes estudos (ibid) indicam um índice elevado de repetência na 1ª série e os cálculos mostram que a probabilidade de um aluno ingressante na 1ª série ser aprovado é o dobro que a de um repetente. Sugerem que uma repetência tende a provocar outras contrariando, desta maneira, a cultura pedagógica de que repetir *"ajudaria a criança a progredir em seus* *estudos*".

Por outro lado, esta visão não é compartilhada nas zonas urbanas de populações pobres do Nordeste, onde a probabilidade de um aluno ingressante na 1ª série ser promovido é próxima a zero, aumentando para aqueles que já têm uma repetência e diminuindo para aquele reprovado mais de duas vezes.

Supôs-se, (ibid) que nas escolas de classes menos favorecidas existiria, de maneira implícita, uma política de retenção de alunos ingressantes. Tornam-se patentes nesta prática, a tragédia e a perversidade do nosso sistema educacional: cabe aos alunos pobres e carentes fazer a 1ª série pelo menos em dois anos com uma crueldade no meio. Com efeito, é realizada uma avaliação após o 1º ano e é atribuído ao aluno um fracasso que já havia sido definido "a priori" pela cultura do sistema educacional.

A repetência nas quatro primeiras séries é de tal magnitude que os alunos ficam "velhos" em relação à série que cursam e acabam por abandonar a escola.

Segundo Ribeiro (1990), as pesquisas raramente mencionam a ordem de grandeza do percentual de retenção e o fato de também o mesmo ser alto nas camadas de população economicamente privilegiadas.

As explicações para tal situação recaem, entre outras, em análises marxistas a respeito da dominação e poder ou explicam-na por meio de teorias de reprodução social ou de prontidão ou, ainda, de privação cultural.

Diante desse quadro, torna-se imprescindível a investigação da realidade do escolar em seus aspectos: social, intelectual, afetivo e moral. Somente conhecendo as necessidades sociais, biológicas e psicológicas da criança é que se pode intervir na realidade, no sentido de fazer reverter a situação do fracasso escolar.

Uma das disciplinas mais temida pelo aluno e, por outro lado, mais valorizada pelos pais e professores é a matemática. Analisando o desempenho das crianças, via de regra, em relação a essa disciplina, pode-se constatar a dificuldade que encontram para aprendê-la, que se configura, com freqüência, em causa de fracassos.

No presente estudo, é dada uma atenção especial à matemática, uma vez que um de seus objetivos é o de favorecer a aquisição do conhecimento aritmético por alunos que apresentam dificuldades de aprendizagem. Tais dificuldades a princípio podem ser explicadas pela ausência de instrumentos psicológicos, os quais possibilitariam a aprendizagem de tal conteúdo.

Em sua tese de doutorado "A Solicitação do Meio e a Construção das Estruturas Lógicas Elementares na Criança", Mantovani de Assis (1976), chama a atenção para o fato de que: - *para aprender os conceitos matemáticos mais simples como o conceito de número e as operações fundamentais de adição, subtração, multiplicação e divisão, a criança, precisa estar de posse de estruturas adequadas que lhe permitam construir tal conceito e realizar essas operações*. A autora parte da suposição de que os insucessos escolares em matemática poderiam ser explicados pela ausência das estruturas lógicas elementares na criança e ressalta a necessidade da educação formal contribuir para que o aluno alcance mais rapidamente o estágio de desenvolvimento intelectual em que o pensamento se torna reversível, graças à construção de estruturas mentais que possuem um caráter implicativo ou lógico.

Enquanto nessa época no Brasil Mantovani de Assis (1979) procurava alertar os educadores sobre a necessidade da educação pré-escolar favorecer o desenvolvimento intelectual da criança, a fim de que ela, como afirma a autora: "*consiga ser tudo o que poderia ser nesse período de sua vida*" (p.3), Sastre & Moreno iniciavam suas investigações para saber como as crianças que não possuem tais estruturas, aprendem os conteúdos de matemática elementar que a escola ensina.

As pesquisas de Sastre & Moreno (1980), Granell (1983) na Espanha, juntamente com as de Kamii (1985/1986) nos Estados Unidos, põem em evidência como as crianças "aprendem" as noções aritméticas elementares quando não possuem instrumentos intelectuais para assimilá-las na acepção de Jean Piaget.

Para as pesquisadoras espanholas (1980-1983), os ensinamentos transmitidos pela escola são pouco aproveitados,porque raramente, fora do contexto escolar, o aluno é capaz de reconhecer diante de um problema, a similaridade dos dados concretos que o configuram, com os dados teóricos aprendidos na escola. Com base neste pressuposto, realizaram várias pesquisas sobre a aprendizagem de noções aritméticas, chegando a conclusões, dentre as quais destacam-se as seguintes:

- para as crianças, a aritmética não tem nenhuma relação com a vida concreta fora do âmbito escolar;
- a aprendizagem escolar se reduz a assimilar as operações que não têm nenhuma relação com as ações que cotidianamente a criança realiza com objetos concretos;
- as operações são vividas no contexto de aprendizagem, como simples grafismos que devem ser reproduzidos sem

nenhuma outra razão além desta.

Criticando veementemente (Sastre & Moreno; 1980) a instituição escolar, porque a mesma não leva em conta as necessidades e os interesses dos alunos, afirmam:

> "(...) *a escola manifesta-se a nós como uma instituição social que desempenha uma dupla função, a de transmitir conhecimentos e a de limitar o exercício dos mesmos a atividades muito valorizadas por nossa sociedade, porém totalmente distanciadas dos interesses dos escolares.*
> *Se a criança quiser ser aceita pela instituição escolar, deve seguir docilmente as regras que esta lhe propõe, não deve jamais interrogar-se sobre a adequação ou inadequação entre seus próprios interesses e os interesses do programa, e ainda mais, não deve preocupar-se da inteligibilidade ou ininteligibilidade do quanto a ensinam, sua única obrigação consiste, em reproduzir o modelo que a escola lhe propõe*" (p.54-55).

As autoras mostram sua indignação contra a instituição escolar acusando-a de alienadora quando enfatizam: "(...) *a escola é ao mesmo tempo promotora da aquisição de uma série de conhecimentos e forjadora de uma profunda alienação intelectual de cuja seqüela todos padecemos*" (ibid, idem).

Acrescenta-se a esses trabalhos os de Kamii(1985/1986), que vêm demonstrar o quanto a aritmética é ensinada como uma técnica, insistindo no fato de que aprender a somar, a subtrair, multiplicar e dividir, envolve um raciocínio lógico-matemático e este não se desenvolve e nem se aperfeiçoa meramente através de uma prática mecanicista.

As noções aritméticas foram estudadas pelas autoras mencionadas, no sentido de verificar, não a resposta do sujeito, ou a utilização dos algorítmos mas antes, visavam essencialmente o significado que o aluno atribuía a esse conhecimento, às etapas construtivas das noções e a sua compreensão.

Todas essas noções dependem, como concluíram as autoras, da construção já elaborada de estruturas cognitivas prévias, necessárias à aprendizagem das mesmas.

É preciso que as pessoas envolvidas no processo educativo tomem consciência desses dados para que os mesmos sejam utilizados no sentido de produzir uma melhora no ensino da aritmética.

Quando os resultados escolares se mostram insuficientes quer individualmente ou a nível coletivo da classe é porque existem carências no desenrolar do processo pedagógico. Segundo Vinh Bang (1990) é preciso determiná-las e remediá-las. O que ocorre com freqüência é que a constatação de uma insuficiência se faz tardiamente e a busca de soluções cada vez mais se configura em graus de maior complexidade.

As constatações das dificuldades e insuficiências dos alunos deveriam ser feitas a partir da produção destes. Entretanto, de acordo com a análise de Vinh Bang (ibid), tais constatações se centram no sucesso, nas respostas corretas, no êxito daqueles que conseguem aprender. As soluções falsas, os erros, as lacunas não são compreendidos pelos professores como indicadores de que a aprendizagem não ocorreu. Porém, afirma o autor, são estes índices que deveriam ser considerados pois, a partir deles, poder-se-ia chegar à compreensão e explicação de suas causas.

A fonte das dificuldades, das insuficiências, não está unicamente na criança, deve também ser procurada nos conteúdos ensinados e na didática do professor. Esta reflexão (ibid), conduziria a pensar na formação do professor; nas instâncias acadêmicas e pedagógicas responsáveis pela sua formação, trazendo à tona elementos críticos que visariam uma prática escolar de melhor qualidade.

Para o autor (ibid), a reversão desse quadro poderá ser possível a partir de uma intervenção, a qual supõe a tomada de posição, uma intenção de fazer com que o psicopedagogo ou o pedagogo ou mesmo o professor nela desempenhem um papel ativo.

No dizer de Vinh Bang (1990), tal intervenção poderia ocorrer em três níveis distintos:

a) ao nível individual do aluno, tendo por objetivo um efeito corretivo com vistas a preencher lacunas e recuperar atrasos. Nesse nível de intervenção, o aluno desempenha um papel ativo, sendo considerado o agente principal da aquisição do seu saber;

b) ao nível coletivo da classe, a intervenção tem por finalidade evidenciar certos dados, muitas vezes negligenciados pelo professor que, ao tomar consciência dos mesmos, poderá explicá-los a partir de sua prática pedagógica e, conseqüentemente, reajustá-la ou adaptá-la de maneira adequada ao conteúdo de ensino;

c) ao nível de escola, a intervenção se faz necessária para reduzir a inadaptação escolar, buscando descobrir suas causas e explicitar as contingências que a determinam. Em outras palavras, trata-se de descobrir porque a escola e o ensino são inadaptados ao aluno.

O presente estudo, representa uma continuidade da pesquisa realizada pela autora, ao nível de mestrado (Palermo Brenelli; 1986), na qual investigou a possibilidade de utilizar jogos de regras para desencadear os processos cognitivos subjacentes à construção das estruturas do conhecimento. Durante as atividades realizadas com o jogo escolhido, "Quips"*, pôde-se constatar, no comportamento dos sujeitos estudados, a construção de observáveis, as coordenações realizadas, a compreensão das invariâncias contidas no jogo, as operações subjacentes às regras, e, também, cooperação, tomada de consciência das relações lógicas implícitas no jogo, contradições e reações a perturbações.

Esta pesquisa permitiu chegar-se à conclusão de que a maneira como as crianças jogavam e compreendiam as relações envolvidas no jogo eram influenciadas pelo nível operatório em que se encontravam.

Tendo sido constatada a presença desses processos na atividade do sujeito durante o jogo, supôs-se ser possível utilizar jogos num trabalho de intervenção pedagógica ou psicopedagógica, visando possibilitar ao sujeito a construção de instrumentos psicológicos necessários para que a aprendizagem ocorra. Pois, para Piaget, compreender ou conhecer, é necessário que o dado ou objeto exterior seja assimilado às estruturas do sujeito, o que só é possível se tais estruturas já existirem anteriormente.

Muitos têm enfatizado a importância da utilização de jogos, quer em contextos de sala de aula (entre outros: Furth, H.; 1970/1974. Kamii, C.; 1980/1990 e 1982/1984. Santos & Imenes; 1987. Chadwick, M. & Tarky; 1990. Yuste & Sallán 1988.

---

*Fabricado pela Grow.

Penthathlon Institute; 1990), quer em contextos psicopedagógicos (entre outros Gõni & González; 1987. Macedo; 1992. Palermo Brenelli; 1988. Ortega et al.; 1992; 1993a, 1993b), para favorecer o desenvolvimento do raciocínio, a construção de noções lógicas e infralógicas, de noções aritméticas e a elaboração de conceitos matemáticos. Os resultados dos trabalhos mencionados justificam a idéia de se realizar mais uma investigação com jogos.

Consiste o presente estudo numa intervenção pedagógica que não pretende desvelar as causas do fracasso escolar em geral. Trata-se de tentar intervir por meio dos jogos: Cilada e Quilles, no processo de construção do conhecimento de crianças, as quais, conforme o parecer de seus professores, apresentam dificuldades de aprendizagem.

Com os jogos escolhidos, o propósito é desencadear o funcionamento de instrumentos psicológicos que permitem a estruturação cognitiva das crianças e também favorecer a construção ou reconstrução de certas noções lógicas e aritméticas num contexto lúdico.

Os princípios que guiam a intervenção pedagógica, por meio dos jogos mencionados e as interpretações dos resultados obtidos se fundamentam na epistemologia e psicologia genética de Piaget.

Em toda sua obra, Piaget demonstra que as operações lógicas, necessárias para a apreensão dos conteúdos escolares, somente são adquiridas a partir da ação sobre os objetos, da experimentação e não da transmissão verbal. Por outro lado, a construção de tais operações supõe também a interação social entre indivíduos. Neste sentido, procurou-se garantir, durante o processo de intervenção, a ação sobre os objetos e a interação da criança com o experimentador.

Considerando os processos de pensamento subjacentes ao ato de aprender (abstração reflexiva, generalização, contradição, tomada de consciência, coordenação de observáveis, possíveis e necessários, o fazer e o compreender), os jogos Cilada e Quilles foram escolhidos pelo fato de constituírem uma rica fonte para desencadear esses processos implícitos.

Além das pesquisas de Piaget, a de seus colaboradores: Inhelder, Sinclair e Bovet (1974/1977), subsidiam a proposta do presente trabalho, no que concerne à influência da intervenção pedagógica na aquisição de noções operatórias. Esses autores constataram que, em certas condições, uma aceleração do desenvolvimento é possível, principalmente nas situações em que os conflitos são gerados pelas confrontações dos diversos esquemas do sujeito.

Sendo o jogo, no dizer de Piaget, "*uma forma de atividade particularmente poderosa para estimular a vida social e a atividade construtiva da criança*" (apud Kamii; 1980/1990), decidiu-se utilizá-lo na situação de intervenção.

- O jogo na pedagogia e na psicopedagogia -

Tratando-se de uma intervenção pedagógica por meio de jogos, é importante destacar seu valor na aplicação à educação escolar bem como na psicopedagogia.

A importância de a criança aprender divertindo-se é muito antiga na história*, surge com os gregos e romanos, mas é

*Os autores Rosamilha; 1979 e Kishimoto; 1992 dedicam-se a estudar o jogo na história da educação de crianças.

com Fröebel que os jogos passam a fazer parte central da educação, constituindo o ponto mais importante de sua teoria.

Com o movimento da escola nova e os novos ideais de ensino, o jogo é cada vez mais utilizado com a finalidade de facilitar as tarefas de escolares.

Educadores como Dewey, Decroly, Claparède, Montessori, consideram o jogo importante para o desenvolvimento físico, intelectual e social da criança, divulgando a importância do mesmo nas escolas (Palermo Brenelli; 1986).

Reconhecendo a importância do jogo na educação Chateau (1954/1987) sublinha que, se sua aplicação na escola for reduzida a um simples divertimento, rebaixa-se a educação e a criança porque *"despreza-se essa parte de orgulho e de grandeza que dá seu caráter próprio ao jogo humano"* (p.124).

Adverte ainda o autor (ibid) que, durante muito tempo, ficou obscura a idéia de que o jogo pudesse conduzir ao trabalho. Com o advento da escola nova, os pedagogos passaram a adotá-la. Contudo, é necessário cuidado nessa utilização pedagógica. Torna-se imprescindível esclarecer as relações mútuas entre jogo e trabalho. Afirma Chateau: *"a escola deveria apoiar-se no jogo, tomar o comportamento lúdico como modelo para conformar, segundo ele, o comportamento escolar... mas a educação tem em certos pontos de se separar do comportamento lúdico... uma educação que se limitasse ao jogo isolaria o homem da vida, fazendo-o viver num mundo ilusório"* (ibid p.133-135).

Torna-se evidente a necessidade de compreender o jogo no contexto educativo em seu devido lugar sem reduzí-lo a trabalho e também sem dicotomizá-lo; entendendo-o, como quer Chateau: ...*"uma preparação para o trabalho, exercício, propedêutica. Se a* *criança brinca é porque ainda é incapaz de trabalhar; o jogo é apenas um substitutivo do trabalho. Não convém que esse substituto venha tomar o lugar da realidade. É pelo trabalho que a escola deve desembocar na vida"* (1954/1987, p.135).

Para esse autor (ibid) o jogo na escola deve ser visto como um encaminhamento ao trabalho, uma ponte entre a infância e a vida adulta.

Por outro lado, enfatiza seu uso na escola pelas possibilidades que o contexto lúdico favorece: o domínio de si, a criatividade, a afirmação da personalidade,o imprevisível. Considera o jogo como uma atividade séria que nasce da vontade em que há esforço e uma tarefa a cumprir uma prova. Por meio dele a criança aprende o que é uma tarefa, organiza-se, porque há um programa imperativo que a si mesmo se impõe com um caráter de obrigação moral. Ao jogar, a criança aceita um código lúdico com um contrato social implícito.

O que agrada a criança no jogo é a dificuldade e o desafio, possíveis de serem livremente superados (ibid).

O jogo na escola, para Piaget, tem importância quando revestido de seu significado funcional (1969/1970). Por isso, muitas vezes seu uso na escola foi negligenciado por ser visto como uma atividade de descanso ou desgaste de um excesso de energia. Ressalta Piaget (ibid), a importância da teoria de Groos que concebe o jogo como um exercício preparatório,desenvolvendo na criança suas percepções, sua inteligência,suas experimentações, instintos sociais etc. Afirma, entretanto, que esta descrição funcional do jogo, realizada por Groos, adquire plena significação se apoiada na noção de assimilação.

Para Piaget, por meio da atividade lúdica a criança assimila a realidade a si própria atribuindo ao jogo um valor educacional muito grande. Neste sentido, propõe-se que a escola ofereça materiais à criança para que, por meio de jogos, assimilem as realidades intelectuais, a fim de que estas não permaneçam exteriores à sua inteligência.

Para uma adaptação à realidade, no dizer de Piaget, é preciso uma síntese entre assimilação e acomodação. O jogo no qual prevalece a assimilação, pela própria evolução interna, pouco a pouco se transforma em construções adaptadas, exigindo sempre mais de trabalho efetivo. Concluindo, afirma: "*numa escola ativa, todas as transições espontâneas ocorrem entre o jogo e o trabalho*"(1969/1970; p.158).

Por ser o jogo, desde há muito tempo, considerado como uma atividade importante a ser empregada na educação de crianças, as considerações de Chateau e Piaget convergem para uma utilização adequada deste poderoso meio tanto em contextos escolares como em situações psicopedagógicas.

Em contextos escolares, os trabalhos de Kamii vêm ilustrar significativamente o uso de jogos de regras, baseando-se em um quadro de referência piagetiano, refletindo também o emprego da teoria de Piaget em sala de aula.

Ao tecer considerações sobre o jogo, como componente metodológico nas escolas, Kamii (1985/1986) afirma que os adultos fazem uma grande diferença entre jogo e trabalho, defendendo do ponto de vista de que as escolas têm a função de preparar as crianças para aprenderem a viver e trabalhar no mundo dos adultos. Na introdução de seu livro "Jogos de Grupo" ressalta: "*é preciso que os pais reconheçam o valor educacional dos jogos e apoiem os professores que os usarem na sala de aula... Muitos* *professores têm medo de usar jogos por receio de que os pais venham a reclamar que as crianças não levam lições para casa... As crianças aprendem bem mais em jogos de grupo do que em muitas lições mimeografadas"* (1980/1990; p.XV).

No livro "A criança e o número" (Kamii; 1982/1984) propõe jogos de regras como meio para o aluno estabelecer relações, quantificar objetos. Menciona, ainda, uma série de atividades lúdicas, com o objetivo de permitir a construção da estrutura numérica pela própria criança.

A proposta de seu trabalho explicitada no livro "Jogos em Grupo" (Kamii; 1980/1990) consiste num programa que apresenta os jogos de regras analisados de acordo com os princípios piagetianos, executados em grupos, os quais favorecem o pensamento em geral, o desenvolvimento da cooperação e da autonomia. Procura mostrar que as crianças aprendem por meio deles e que o professor pode intervir de modo a maximizar a aprendizagem das mesmas.

Furth (1970/1974), em seu livro "Piaget na Prática Escolar", apresenta um programa destinado a promover o desenvolvimento do pensamento da criança; utiliza jogos e brinquedos ligados ao corpo, aos sentidos, à lógica e às representações, enfatizando mais o ato de pensar que o desempenho.

Chadwick, M. & Tarky, I. (1990) apresentam um conjunto de jogos lógicos, cuja finalidade é a de estimular a construção das estruturas lógicas, necessárias para a aprendizagem inicial da matemática e da leitura, nos quais as noções de seriação, conservação e classificação estão envolvidas. Acreditam esses autores, fundamentados em Piaget, que há melhora na motivação e na qualidade da aprendizagem da matemática, quando se favorece a construção de noções lógico-matemáticas. Para eles, o progresso cognitivo propicia também a construção de esquemas mentais que permitem assimilar melhor a leitura.

Uma área de ensino que tem se voltado para a questão do jogo é a matemática. No entanto, ainda é comum a ênfase nos materiais concretos e material estruturado como recursos didáticos. Esta referência, no dizer de Moura (1990), talvez se deva à oposição entre brincar e aprender.

Pouco a pouco, porém, foi-se tomando consciência de que ensinar matemática envolvia variáveis que transcendiam do simples ato de transmitir conhecimentos. Deve-se esta conscientização aos teóricos como Piaget, Bruner, Dienes, Vigotsky (ibid), que contribuíram para uma perspectiva nova do trabalho pedagógico, lançando bases teóricas para uma nova visão de escola e particularmente do jogo, como um possível elemento pedagógico.

As concepções epistemológicas e psicológicas voltadas a uma aprendizagem real orientam uma definição mais precisa do que é jogar e aprender em matemática (ibid) e o lugar do jogo neste contexto valorizando, na educação matemática, a concepção de que o conhecimento se constrói.

O jogo se insere, assim, neste tipo de projeto pedagógico (ibid) à medida que se compreende os pressupostos de Piaget sobre o papel da interação social no conhecimento lógico-matemático e o quanto o mesmo contribui para isto.

A perspectiva do jogo na educação matemática não significa ser (Moura; 1990) a "*matemática transmitida de brincadeira*" mas a "*brincadeira que evolui até o conteúdo sistematizado*". Ganhar o jogo deve consistir na apreensão do conceito na sua totalidade. O jogo é um caminho que conduz a criança a este conhecimento, fazendo parte, ao se educar em matemática, de outros objetivos: a construção de estratégias na solução de problemas, as relações lógicas, a aquisição de conceitos científicos para produzir novos conhecimentos. Deste modo, tal estratégia contempla dois objetivos: o conteúdo onde se fornece elementos da matemática e, outro, a formação da criança no geral (autonomia, valores culturais e de princípios de trabalho coletivo).

Nesta mesma linha de pensamento, os trabalhos de Yuste & Sallán (1988) também utilizam jogos como um dos recursos didáticos para o ensino de matemática, "Pescacartas", consistindo em jogos de cartas, que se destinam a favorecer o cálculo mental das diferentes formas de decompor os números menores que 10; "Las pandilhas", jogo de cartas com representação de frações; "Escoba fraccionada", jogo de escopa enfatizando a soma de frações.

Concluem os autores que os resultados obtidos com estes jogos têm sido bastante positivos, introduzindo nas salas de aula uma nova dinâmica, ocasionando muita motivação por parte dos alunos e, para o professor, uma experiência gratificante.

Um outro tipo de jogo utilizado nas aulas de matemática é o TANGRAM, discutido por Santos & Imenes (1987). Trata-se de um antigo jogo chinês, utilizado com os objetivos de identificação de formas geométricas, composição e decomposição de figuras, relações entre os elementos de uma figura, exploração do conceito de área e problemas envolvendo o teorema de Pitágoras.

Uma outra experiência a respeito do uso de jogos na aprendizagem de matemática se refere aos Centros Pentathlon(1990), nos Estados Unidos criados por John del Regato em 1979,em hon ra ao Ano Internacional da Criança e que reúnem uma série de jogos matemáticos envolvendo resolução de problemas, com vistas a desenvolver conceitos aritméticos, raciocínio lógico e espacial. Estes centros contam com a participação dos pais, professores e profissionais da comunidade onde se localiza. Consiste num programa de jogos aplicados a estudantes de níveis diferentes, organizados em grupos cooperativos com quatro participantes. Os grupos favorecem a cooperação aos estudantes, a troca de idéias das possíveis alternativas de resolução de problema em questão, possibilitam o desenvolvimento da crítica, voltados para a flexibilidade e a persistência. Um dos objetivos do programa é dar oportunidade de vivenciar a cooperação com uma construtiva competição. Dentre os diversos jogos, encontram-se o Mancala e o Dominó.

Em contextos psicopedagógicos ou de reeducação, os jogos se revestem de importância à medida que permitem investigar, diagnosticar e remediar as dificuldades, seja de ordem afetiva, cognitiva ou psicomotora. Servem a estes objetivos os jogos de exercício, os simbólicos, os de regras e de construção.

Embora esta classificação tenha sido proposta por Piaget (1966/1974), é preciso considerar que os diferentes tipos de jogos se vinculam às estruturas de exercício, símbolo e regra, as quais se manifestam predominando durante toda atividade lúdica. Assim, uma criança poderá estar numa atividade com jogos de regra e, no entanto, compreendê-lo segundo a estrutura do jogo simbólico. Este fato não é difícil de ser observado: quantos se divertem com jogos de regras, ignorando-as total ou parcialmente.

Embora os jogos em geral interessem à psicopedagogia,os de regra merecem aqui atenção especial considerados como meios de compreender e intervir nos processos cognitivos de crianças.

Nesta perspectiva, Macedo (1992), adotando a perspectiva construtivista, defende a hipótese de que os jogos de regras e de construção são férteis, criando um contexto de observação e diálogo sobre processos de pensar e construir conhecimento de acordo com os limites da criança. Interessa-se em analisar vários jogos nesta perspectiva junto ao "Laboratório de Psicopedagogia" da Universidade de São Paulo.

Os jogos de regra são caracterizados (ibid) por uma atividade que propõe ao sujeito uma situação-problema (objetivo do jogo) um resultado em função desse objetivo e um conjunto de regras. Sua execução, individualmente ou em grupo, impele o jogador a encontrar ou produzir meios em direção a um resultado favorável, inserindo-o num contexto de luta contra o adversário com as suas táticas e estratégias, encantando-o ou atemorizando-o.

A importância desta atividade no contexto psicopedagógico é a de permitir, ainda que indiretamente, uma aproximação do mundo mental da criança, pela análise dos meios, dos procedimentos utilizados ou construídos durante o jogo.

Para alcançar estes objetivos (ibid) é proposta à criança uma conversa sobre suas ações com a finalidade de orientá-la a analisar suas jogadas, compará-las entre si e justificá-las, constituindo para o autor, a *"razão de ser do trabalho psicopedagógico"* (p.628).

A análise das ações, neste contexto, permite que o sujeito enriqueça suas estruturas mentais e rompa com o sistema cognitivo que determinou os meios inadequados ou insuficientes para a produção de determinado resultado. Pressupõe Macedo (1992) que esta situação, dita artificial, possa servir de modelo ou quadro referencial para o sujeito possibilitando transferir as estratégias utilizadas no contexto do jogo para outras situações. Uma má jogada constitui uma excelente oportunidade de intervenção do psicopedagogo, voltando-se para analisar os erros, ou seja, as ações da criança que prejudicam o resultado almejado e as estratégias, isto é, no modo como são armadas as jogadas visando o objetivo final.

Junto à equipe que compõe o LAP-USP, Macedo, L. organizou uma série de jogos, que foram analisados a partir desta perspectiva e são hoje utilizados em contextos clínicos, escolares e mesmo em pesquisas. Dentre eles: Dominó, Ta-te-ti, Pega Varetas, Jogo de 4 cores, Senha.

Baseada na proposta de Macedo, o jogo da Senha de maneira adaptada (utilizado com 3 sinais e 4 sinais), foi utilizado em duas pesquisas realizadas por Ortega et al. (1992;1993a; 1993b) com o objetivo de avaliar os processos cognitivos utilizados durante os jogos de regras. A avaliação do desempenho cognitivo, caractrizado pela relação entre possíveis e necessários, foi realizada por meio dos números médios de jogadas e erros, em 5 partidas com o Senha. Quanto menor o número médio de jogadas e de erros, melhor o desempenho cognitivo.

Na primeira destas pesquisas (ibid, 1992), cujo objetivo foi o de investigar a construção do possível e necessário em crianças de pré a 4ª série do 1º grau, num contexto evolutivo, chegou-se à conclusão de que à medida que a idade média dos sujeitos aumenta, os números médios de jogadas e erros tendem a diminuir. Na segunda (ibid, 1993a) investigando em contextos escolares construtivistas e não construtivistas, o raciocínio lógico de crianças, concluiu que, na escola, com proposta educacional construtivista, o desempenho cognitivo das crianças foi superior no jogo da Senha, favorecendo esta proposta pedagógica, a formação do raciocínio lógico das crianças estudadas.

Completando estas pesquisas, o jogo Senha foi utilizado para avaliar e intervir na aprendizagem de crianças de 1ª e 2ª séries que apresentavam rendimento escolar insatisfatório. Comparando os dois grupos constituídos (crianças com bom desempenho e crianças com desempenho insatisfatório), o segundo grupo apresentou melhoras significativas na maneira de raciocinar no jogo. De acordo com o depoimento apresentado pelas professoras, a maioria das crianças submetidas à intervenção apresentou progresso na forma de abordar questões que envolviam raciocínio lógico, concluindo que o progresso constatado no jogo pareceu ter se generalizado para situações de aprendizagem escolar (Ortega et al., 1993b).

Nesta perspectiva psicopedagógica, também se encontram os trabalhos de Gõni & Gonzáles (1987) que, segundo o referencial teórico de Piaget, analisam as operações infralógicas espaciais em alguns jogos de regras. Explicitam que o conteúdo dos jogos em questão poderia constituir meios favoráveis à construção de tais operações. E procuram explicar os subsistemas topológico, projetivo e euclidiano que sustentam o êxito na realização dos jogos, assim como os níveis de compreensão de leitura ou explicação das regras, caracterizando as respos tas nos diferentes níveis de estruturação cognitiva.

Os jogos analisados são: "a) jogos de letras: Dilema, Buscanero, Topwords, Debate, Boggle, Rapigrama, Poker de letras; b) jogos espaciais: Variantta, Cinco em fila, Reversi, Ta-te-top, Molino, Assalto ao Castelo, Combate Espacial, Bloqueio (ibid, p.74)".

A autora do presente trabalho (Palermo Brenelli; 1988), a partir de uma análise psicológica do jogo de regras Quips, baseada na teoria de Piaget, apresenta uma proposta psicopedagógica com tal jogo. Explora a invenção de regras pelas crianças e noções implícitas que possibilitam a construção do conhecimento lógico matemático.

Ao construir ou inventar regras, observa-se (ibid) a organização da partida e a prática das mesmas. Ao jogar segundo as regras, analisa-se as coordenações do jogo e como a criança as compreende para obter melhor desempenho. São sugeridas situações ao psicopedagogo, no sentido de explorar em ação e em compreensão: as correspondências, as diferentes relações quantitativas, as invariâncias, as classificações e seriações e a propriedade comutativa da adição. Por ser o Quips um jogo com dados, explora-se também a noção da idéia do acaso.

Os trabalhos anteriormente apresentados ilustram algumas propostas pedagógicas ou psicopedagógicas com jogos de regras.

Ainda que enfatizem objetivos direcionados aos aspectos cognitivos decorrentes de sua aplicação, quer na aprendizagem de noções, quer como meio de favorecer os processos que intervêm no ato de aprender, não se ignora o aspecto afetivo que, por sua vez se encontra implícito no próprio ato de jogar. Co mo ensina Piaget (1966/1974), em toda conduta humana o aspecto cognitivo é inseparável do aspecto afetivo, compreendido como a energética da ação que permeia a motivação, o interesse e o desejo.

Pode-se dizer, a partir das características que definem o jogo de regras, que o aspecto afetivo se manifesta na liberdade de sua prática, inserida num sistema que a regula regras, porém aceito espontaneamente. Impõe um desafio, uma tarefa, uma dúvida, entretanto, é o próprio sujeito quem impõe a si mesmo resolvê-la.

Assim, jogar é estar interessado, não pode ser uma imposição, é um desejo. O sujeito quer participar do desafio, da tarefa. Perder ou ganhar no jogo é mais importante para ele mesmo do que socialmente. Isto porque é o próprio jogador que se lança desafios, desejando provar seu poder e sua força mais para si mesmo que para outros.

Utilizar jogos em contextos educacionais com crianças que apresentam dificuldades de aprendizagem poderia ser eficaz em dois sentidos: garantir-lhes-ia, de um lado, o interesse, a motivação, há tanto reclamada pelos seus professores; por outro, estaria atuando a fim de possibilitar-lhes construir ou aprimorar seus instrumentos cognitivos e favorecer a aprendizagem de conteúdos, que, muitas vezes, pela pobreza de oportunidades, lhes é imputado um fracasso que lhes traça um caminho de desesperança, evasão e repetência.

- Fundamentos para uma intervenção com jogos -

O uso de jogos como uma estratégia de intervenção pedagógica nos processos de desenvolvimento e aprendizagem de crianças com dificuldade para aprender, segundo pretende o presente estudo, encontra seus fundamentos na teoria de Piaget, que descreve e explica o funcionamento de estruturas que possibilitam o conhecimento e também explicita os processos envolvidos na construção de estruturas cada vez mais elaboradas.

A própria concepção a respeito do conhecimento como resultante das trocas entre sujeito e meio constitui a principal razão para se propor um trabalho desta natureza. É, portanto, o principal objetivo da intervenção possibilitar estas trocas que desafiam o raciocínio de um sujeito que é construtor de seu próprio saber. Entretanto, para que se possa compreender a natureza dessa intervenção faz-se necessário compreender os processos subjacentes a essas trocas.

As estruturas mentais que constituem condição para o conhecer não se encontram pré-formadas no sujeito, nem são adquiridas pela experiência ou influência social. Ao contrário, resultam de um processo de construção lento e gradual. Essa construção se faz a partir das interações entre o sujeito e o meio (Piaget; 1964/1978).

Hierarquicamente, as estruturas se constróem num processo temporal, desde as organizações práticas, sensório-motoras, até as hipotéticas dedutivas, dependendo da solicitação do meio.

Afirma Piaget (1979/1983): *"a criança, em alguns anos, reconstrói espontaneamente as operações e estruturas básicas, de natureza lógico-matemática fora das quais ela não compreenderia nada do que se lhe en-*

sinará na escola" (p.41). Considerando que a aprendizagem implica na existência prévia de estruturas lógicas, a intervenção consiste em criar situações-problema que desencadeiam a atividade espontânea do sujeito, a partir da qual tais estruturas se desenvolvem, constituindo estas últimas em instrumentos eficazes e adequados para caracterizar o que há de universal nos conhecimentos dos sujeitos.

Para falar de estrutura, Piaget (1977) se baseia não naquilo que a criança diz sobre o problema que lhe é proposto, mas sim sobre aquilo que ela sabe fazer. O que a criança sabe fazer é o observável e torna-se consistente quando o êxito não é esporádico: *"a estrutura não é um produto do pensamento do observador, é a descrição dos atos que o sujeito é capaz de fazer, de executar, independentemente daquilo que ele pensa e daquilo que ele diz"* (p. 73).

Inhelder e Caprona (1992) ressaltam que, no sistema piagetiano, estrutura não é utilizada para a predição da conduta, mas para colocar em evidência as condições de um possível progresso.

Este aspecto é particularmente importante a ser considerado numa intervenção com jogos porque, por um lado a compreensão de seus objetivos depende do nível estrutural da criança e, por outro, este último constitui o conjunto de possibilidades que permitirão o desenvolvimento dos procedimentos.

A construção das estruturas que possibilitam o conhecimento é explicada em Piaget por um processo de equilibração (1975/1976), no qual intervêm os mecanismos de regulação que conduzem às reequilibrações e, conseqüentemente, ao aprimoramento das estruturas anteriores. A equilibração é compreendida como um processo "majorante" na medida em que corrige e completa as formas precedentes de equilíbrio, ao mesmo tempo que conserva o equilíbrio anteriormente alcançado.

Como um dos processos do funcionamento cognitivo,a equilibração descreve um sujeito ativo, que compensa as perturbações resultantes de sua interação com o meio, integrando-a em seu sistema cognitivo, de modo a ultrapassá-lo. Assim, o termo "majorante" (ibid) significa uma adaptação do sujeito ao meio físico e social, que implica em construção de estruturas cada vez melhores, mais aperfeiçoadas, mais complexas, para realizar as trocas com o meio.

Uma das fontes de progresso no desenvolvimento do conhecimento deve ser procurada, como admite Piaget (ibid),nos desequilíbrios e, principalmente reequilibrações. Por si, os desequilíbrios têm uma função motivacional, obrigando o sujeito, por meio de compensações, a ultrapassar o estado atual do conhecimento e procurar novas direções. No dizer de Piaget: "*representam um papel de desencadeamento e sua fecundidade se mede pela possibilidade de superá-lo*"(ibid, p.19).

Na vida cognitiva da criança, os desequilíbrios estariam no fato de as afirmações prevalecerem sobre as negações. Esta assimetria entre afirmações e negações comprometem o equilíbrio em todas as suas formas: entre sujeito e objeto; entre os subsistemas e entre esses últimos e o sistema total(Piaget; 1975/1976).

No início, a criança só percebe o positivo. "o que é", não, "o que não é". Com a aquisição da linguagem, as negações aparecem sob forma de constatação ou comparação dos objetos. A negação, como forma de juízo, progride de acordo com a construção das operações; e, só de posse das estruturas operatórias é que a criança compreenderá que, para chegar a uma conclusão necessária, deverá excluir todas as demais possibilidades, admitindo um único possível (apud, Ramozzi-Chiarottino ; 1988).

As reequilibrações por reconstruções ultrapassam o nível anterior, graças a uma reorganização com combinações novas de elementos que foram retirados do nível anterior. Este mecanismo que assegura as construções novas, é designado por Piaget (1979/1983) de abstração reflexiva.

A abstração reflexiva (procede a partir das ações e operações do indivíduo) envolve dois processos solidários: um "réfléchissement", como uma projeção do plano anterior ao novo (por exemplo: a interiorização de uma ação numa representação conceptualizada) e constitui o estabelecimento de uma correspondência, fonte de abertura de outras correspondências e um "réfléchie" que reorganiza os elementos retirados do plano anterior, compondo-os com os que já se encontravam neste novo plano, resultando em novas combinações, que podem direcionar à construção de operações sobre as operações. *"O "réfléchie" ou reflexão, mesmo antes de sua tematização de conjunto, entra em ação, mediante um jogo de assimilações e coordenações ainda instrumentais, sem tomada de consciência da estrutura como tal"*(Piaget; ibid, p.43).

A conseqüência deste processo (equilibração majorante) se reflete na construção de estruturas que alcançam a reversibilidade final das operações lógico-matemáticas (inversão e reciprocidade). Esta reversibilidade é preparada pelos mecanismos das regulações compensatórias que a ela se dirigem, etapa por etapa, fazendo da reversibilidade um resultado necessá rio de toda construção cognitiva. É então a reversibilidade preparada por sistemas de compensação e estes não se dissociam das construções uma vez que toda construção nova é orientada e dirigida no sentido das exigências de compensações.

O sujeito reage às perturbações (Piaget; 1975/1976) que se impõem durante a construção do conhecimento, compensando-a graças aos mecanismos de regulação que consistem em uma correção, feedback negativo, ou em um reforço, feedback positivo.

As perturbações que se impõem ao sujeito correspondem a duas classes: podem se referir às resistências do objeto, ou obstáculos às assimilações recíprocas dos esquemas,sendo causa dos erros ou contradições. Quando o sujeito toma consciência do erro, ocorrem regulações por feedback negativo que conduzem a correções.

Cabe ressaltar,a importância do erro neste contexto de intervenção pedagógica, visto que, na maioria das vezes, não é uma tarefa fácil o sujeito tomar consciência dele.

A este respeito afirma Piaget (1987),"*do ponto de vista da invenção, um erro corrigido pode ser mais fecundo que um êxito imediato, porque a comparação da hipótese falsa e suas conseqüências proporciona novos conhecimentos e a comparação entre erros dá lugar a novas idéias*" (p.61).

Outra classe de perturbações caracteriza-se por lacunas, devido à ausência de condições necessárias para que uma ação seja concluída ou então, devido à falta de um conhecimento necessário para que um problema seja resolvido. A regulação,que intervém neste caso, é por feedback positivo, por reforço,que prolonga a atividade assimiladora do esquema já ativado,ou então pode reforçar o erro.

No quadro das regulações, Piaget distingue-lhes duas espécies: as automáticas e as ativas (ibid).

As regulações automáticas ocorrem, principalmente, no nível sensório-motor, nos casos das acomodações, implicando em pouca variação dos meios. Já as regulações ativas conduzem o sujeito a mudar os meios ou escolhê-los, no caso de existirem outros. As primeiras não acarretam tomada de consciência, entretanto, as regulações ativas a provocam, originando representações ou conceituações das ações materiais (ibid).

Ainda Piaget (apud Mantovani de Assis; 1976), classifica as regulações de acordo com sua hierarquia: regulações simples, regulações de regulações até as auto-regulações com auto-organização, que podem modificar ou enriquecer seu programa inicial pela diferenciação, multiplicação e coordenação dos fins a atingir, e integração dos subsistemas num sistema total.

Segundo seus conteúdos, são também classificadas as regulações de observáveis, de coordenações. Regular o registro dos observáveis consiste em adaptar uma forma a um conteúdo material, ou assimilá-lo a um conceito. Durante o progresso do desenvolvimento, novas formas (estruturas) se constroem sobre as de primeiro grau. Isso implica em regulações de regulações e, posteriormente, na auto-organização com equilíbrio das diferenciações e das integrações (ibid).

Todavia, não é sempre que a reação a uma perturbação engendra uma regulação. Portanto, como explica Piaget (1975/1976), nem todas as reações constituem regulações, quando uma perturbação provoca apenas a repetição de uma ação, sem qualquer modificação desta, ou quando um obstáculo determina que cesse a ação, fazendo o sujeito desviar-se da finalidade estabelecida anteriormente. Em casos como esses, não há regulações, nem equilibrações; para que ocorra regulação, a ação repetida deve ser modificada em função do resultado da ação inicial.

Para explicar a natureza das regulações Piaget (apud Mantovani de Assis; 1976) recorre a um regulador interno. Embora esse regulador atue no nível endógeno, sua programação não é hereditária. Desta forma, ele só pode ser explicado pelas conservações estruturais que são inerentes ao processo de assimilação. Neste sentido, as trocas entre o sujeito e o meio resultam das regulações ao mesmo tempo que constituem sua causa.

Tanto nos sistemas biológicos como nos sistemas cognitivos, explica Piaget, o todo permanece primordial e não procede do conjunto das partes; estas é que são resultantes de diferenciações a partir do todo. Assim, as totalidades orgânicas e entre elas as estruturas mentais se conservam no decorrer das assimilações e acomodações e não são modificadas pelos elementos assimilados, mas sim pela sua atividade própria (ibid).

Segundo Piaget (1975/1976), as regulações têm um caráter construtivo, pelo fato de engendrarem compensações que são responsáveis pela construção das estruturas. As compensações se originam diretamente das regulações, tanto que, se uma perturbação não produz uma regulação, conseqüentemente não haverá compensação.

Compreendendo a compensação como uma ação no sentido contrário que tende a anular ou neutralizar um efeito, as regulações por feedbacks negativos desempenham o papel de instrumentos de correções. Essas regulações conduzem sempre a compensações distintas: compensação por "inversão", que consiste em anular a perturbação negligenciado-a e compensação por "reciprocidade", que diferencia o esquema para acomodá-lo ao elemento perturbador, a fim de que o objetivo possa ser atingido.

No caso das regulações por feedback positivo, ocorrem compensações, salvo quando há reforço do erro. Neste caso, a compensação não é imediata mas, no terreno cognitivo, mais cedo ou mais tarde, o erro leva à contradição engendrada por compensações incompletas.

Todavia, na aquisição de uma conduta intervêm reforços (feedback positivo) e correções (feedback negativo) estando ambos ligados; o recurso ao reforço implica presença de dificuldades e, por conseguinte, em correções. A compensação que estas regulações comportam consistem em regulações ativas, à medida que a mudança de meios depende de reforço e correção. Além do reforço estar destinado a preencher lacunas, também está ligado ao valor que o sujeito atribui ao fim que persegue, ao objetivo que pretende alcançar (ibid).

Quando uma regulação é insuficiente para compensar todas as perturbações ou preencher lacunas, subordina-se a outras; é o caso de regulação de regulação.

Nesse processo, as formas construídas anteriormente se integram nas que as sucedem, a título de conteúdo. Isto acontece tanto em relação às formas ou operações que são aplicadas na leitura dos observáveis quanto nos sistemas de coordenações ou composições operatórias que são atribuídas aos objetos.

Estes aspectos teóricos foram tratados porque uma intervenção com jogos de regras que pretende favorecer o pensamento e a aprendizagem de crianças, como no caso do presente estudo, deve considerar os meios que favorecem tais conquistas.

O jogo supõe um sujeito ativo e seu conteúdo não é, em geral, difícil de ser apreendido, uma vez que seus objetivos e resultados devem ser claros ao sujeito. Resta então que, para alcançar um resultado favorável, é preciso que o sujeito compense os desafios ou as perturbações que lhe são impostos pela situação-problema que o jogo engendra.

Para isso, faz-se necessário a utilização de meios que serão considerados eficazes ou não em função dos resultados que se pretende alcançar. No caso dos meios serem ineficientes impedindo a realização de ação à tomada de consciência, torna-se imprescindível.

No processo de intervenção por meio de jogos, o sujeito tem oportunidade de constatar os erros ou lacunas, favorecendo a tomada de consciência que é necessária para a construção de novas estratégias. Com efeito, na medida em que o sujeito se propõe alcançar um objetivo e seus meios se mostram insuficientes ou ineficazes, é graças a uma regulação ativa que ele tenta encontrar novos meios ou estratégias. Essa regulação ativa supõe escolhas deliberadas e, portanto, conscientes, baseadas nos observáveis do objeto e nos observáveis do sujeito.

Para Piaget (1974/1977) a tomada de consciência não ocorre por uma "iluminação" mas é regida por mecanismos funcionais, por meio de regulações ativas que implicam em reconstruções sucessivas. Tais reconstruções ocorrem no plano do compreender a partir daquilo que domina no plano do "fazer" por descentrações progressivas, transformando os esquemas de ação em conceitos.

A tese de Piaget (ibid) é a de que a ação constitui um conhecimento autônomo e a respectiva conceituação só ocorre, gradativamente, num processo que implica na interiorização das ações, devido às tomadas de consciência sucessivas. Essas envolvem sempre níveis diferentes de conceituação, mesmo nos níveis iniciais. Sendo assim, conhecer os meios empregados para alcançar um objetivo, tal como conhecer a razão desta escolha ou de sua modificação durante a experiência, implica sempre numa reconstrução que só se elabora no plano da representação.

Conforme já se mencionou, o conhecimento procede da interação sujeito e objeto e não do sujeito nem do objeto. Seu ponto de partida deve ser procurado na interação.

A tomada de consciência parte do resultado da ação, portanto da periferia para as regiões centrais. Partindo da periferia das ações, ou seja, do resultado (P) para as regiões centrais do objeto (C'), resulta-se na compreensão dos objetos, caracterizando os processos de exteriorização. No sentido da conceituação das ações, o movimento que leva do resultado (P) às regiões centrais da ação (C) caracteriza os processos de interiorização. Este último conduz à construção das estruturas lógico-matemáticas e o primeiro a explicações causais. Em linhas gerais, o progresso de um leva ao progresso do outro.

As questões que envolvem a tomada de consciência da própria ação dizem respeito, então, à passagem desta forma prática de conhecimento para o pensamento, consistindo, como foi visto, numa conceituação, isto é, numa transformação dos esquemas de ação em noções e em operações. Esses aspectos são importantes de serem considerados na intervenção pedagógica, à medida que se propõe, por meio de jogos, tentar superar um atraso. Favorecer as "tomadas de consciência" em crianças com dificuldades de aprendizagem parece ser fundamental já que nem sempre o meio em que vivem favorece as trocas simbólicas, por ausência de desafios no plano representativo. O que se busca com o processo de intervenção é facilitar a passagem da ação à compreensão.

Procurando estabelecer a relação entre ação e compreensão da ação, Piaget (1974/1978) conclui que há autonomia ou interdependência entre ambos.

Indica Piaget (apud Macedo; 1980) três níveis de conhecimento: a) o da própria ação, em que estas não dependem da compreensão, constituindo um saber autônomo, um "fazer" que não depende do compreender; b) o da ação dependente da compreensão, se assim não for, as ações são casuais,inconseqüentes, correspondendo a fracassos; c) o da compreensão por si mesma que caracterizam conceituações de conceituações,correspondendo às operações no nível da reflexão.

Distinguindo estes níveis de conhecimento, é importante se reportar ao que significa, para Piaget (1974/1978),"fazer" com êxito e compreender:"*fazer é compreender em ação uma dada situação em grau suficiente para atingir os fins propostos. E* ***"compreender"*** *é conseguir dominar, em pensamento, as mesmas situações até poder resolver os problemas por elas levantados, em relação ao porquê e ao como das ligações constatadas e, por outro lado, utilizadas na ação"* (p.176).

Dito de outra maneira o "fazer" (réussir) é compreender na ação, é um saber que não depende da compreensão no sentido conceitual, cuja finalidade é o êxito. O fazer implica em construir procedimentos.

Por outro lado, o "compreender" significa, pois, penetrar nas razões que levam ao êxito ou ao fracasso das ações reconstituindo-as em pensamento.

As atividades lúdicas propostas na intervenção pedagógica se relacionam ao "fazer" e "compreender" visto que o jogo de regras implica na construção de procedimentos e na compreensão das relações que favorecem os êxitos ou fracassos.

Desta feita, inventar novos procedimentos visando o êxito no jogo, implica na possibilidade de o sujeito atualizá-los ou não. Este fato se relaciona à construção de possíveis e necessários estudados por Piaget, que afirma: *"a atualização de uma ação ou de uma idéia pressupõe que, antes de tudo, elas tenham sido tornadas possíveis"* (1981/1985; p.7).

As possibilidades intervêm nos mecanismos das reequilibrações, constituem fontes de aberturas para novos possíveis. Um novo possível é assim considerado, pelo fato de engendrar uma novidade positiva e uma lacuna a ser preenchida,neste sentido, uma limitação perturbadora a ser compensada (ibid).

Como os jogos permitem à criança inventar novos procedimentos, constituem contextos excelentes para a construção de possíveis e necessários. Os possíveis dizem respeito aos diferentes meios de se alcançar o resultado, e a necessidade, a coerência e integração dos meios em função dos resultados.

Para Piaget (1981/1985), a formação dos possíveis são autênticas criações e invenções que resultam de construções. Desse modo, cada novo procedimento empregado no jogo é uma criação, ou seja, possibilidades que se atualizam.

O sujeito, quando interage com o objeto, abstrai suas propriedades segundo suas possibilidades de interpretação. Esta atividade condiciona a abertura de novas possibilidades cada vez mais numerosas e seguidas de interpretações mais ricas.

Finalmente, os possíveis são limitados para o sujeito devido a uma indiferenciação entre o real, o possível e o necessário. A realidade, o objeto é aquilo que é, sem variações ou mudanças, daí as pseudo-necessidades ou pseudo-impossibilidades.

Cada novo possível se constitui, portanto, quando a perturbação causada pela resistência do real for compensada. As pseudo-necessidades correspondem às falsas necessidades criadas pela criança e, por assim serem, impõem limitações à abertura de novos possíveis.

Piaget (ibid) tem como hipótese, que a construção dos possíveis, a elaboração do necessário e uma coordenação progressiva dessas duas modalidades, constituem as condições prévias das construções operatórias. Estas últimas resultam, segundo ele, de uma evolução mais geral e exigem a síntese de ambos, sendo que o possível corresponde à liberdade de procedimento, fonte de abertura e de diferenciações e o necessário à auto-regulagem, à integração, e, por conseguinte, ao fechamento de suas composições.

As pesquisas apresentadas por Piaget (1981/1985 e 1983 e 1986) demonstram a existência de um paralelismo e um parentesco entre as etapas de evolução do possível e necessário e as etapas de evolução das operações. Não são estas últimas que determinam as primeiras mas, ao contrário, a construção das possibilidades e necessidades é que dirige o movimento da cons trução das operações.

Em suma, os possíveis engendram diferenciações e as necessidades as integrações; conseqüentemente, a gênese das operações, como ensina Piaget (1983/1986), deve ser procurada na coordenação de ambos.

Assim, o possível refere-se aos diversos modos de procedimento, gerando "esquemas de procedimento" para alcançar certos objetivos e o necessário refere-se àquilo que não poderia ser de outra maneira e, caso contrário, traz contradições ao sistema.

As diferentes composições de possíveis são fontes do necessário. Desta feita, diz Piaget (1987): *"um fato por si só nunca é necessário, e as relações de necessidade entre possíveis só podem resultar de composições"* (p.67). O possível é fonte de transformações e o necessário as compõe. As transformações são características de ambos, este fato é que explica o paralelismo dessas construções.

O desenvolvimento dos possíveis e necessários (Piaget; 1983/1986) ocorre a partir dos possíveis analógicos,pobres em variações, os quais se prendem a atualizações que podem ser constatadas. As necessidades constituem-se, inicialmente, em pseudo-necessidades, locais e incompletas. Os possíveis analógicos e as pseudo-necessidades correspondem ao nível pré-operatório.

Os co-possíveis concretos e co-necessidades se constituem, no nível operatório concreto, limitados ainda, mas existindo já composições de possíveis ou necessidades entre si.

No nível das operações formais, aparecem os co-possíveis quaisquer em compreensão e em extensão, o ilimitado. As co-necessidades tornam-se ilimitadas, intervindo estas últimas em quaisquer deduções formais (ibid).

Quanto ao real, este torna-se cada vez mais objetivo, à medida que ocorrem evoluções na construção dos possíveis e necessários. Cada vez mais, os objetos são inseridos em novas relações, que os tornam mais analisáveis e,por conseguinte, a realidade melhor compreendida.

Reconhecendo a importância dos procedimentos, Piaget(1987) faz a distinção de três tipos de esquemas. Ele denomina "presentativos" os esquemas que estão ligados às propriedades permanentes e simultâneas de objetos comparáveis. Assim são designados porque englobam tanto os esquemas representativos ou conceitos como também os esquemas sensório-motores. Além de exprimirem permanência e simultaneidade, os "esquemas presentativos" são facilmente generalizados e podem ser abstraídos de seu contexto. Tais esquemas, também se conservam mesmo se forem incluídos como parte de sistemas mais amplos.

Diferentemente, os "esquemas procedurais" são seqüências de ações servindo de meios para alcançar um fim, por precursividade, isto é, as ações iniciais são planejadas em função de um objetivo. É difícil esses esquemas serem abstraídos de seus contextos, uma vez que suas particularidades são relativas a cada situação. Além disso, sua conservação é limitada, pois um meio para atingir um objetivo é abandonado quando o sujeito pode recorrer ao meio seguinte. Entretanto, quando o sujeito evoca esses esquemas, significa que foram conservados. Isto ocorre porque houve reconstrução presentativa.

Uma síntese dos esquemas presentativos e procedurais consiste em "esquemas operatórios", que são ao mesmo tempo proce durais e presentativos. Isto significa que uma operação, enquanto ato temporal e momentâneo, constitui um procedimento mas, a atemporalidade das leis de composição entre as operações caracteriza os esquemas presentativos.

Essas diferenças permitem discernir, no dizer de Piaget (1987), dois sistemas complementares no domínio cognitivo. O primeiro **"visa compreender"** a realidade física e lógico-matemática, reúne esquemas presentativos e esquemas operatórios enquanto estrutura. O segundo **"visa ter êxito"** em todos os domínios, desde as ações mais elementares e até a solução de problemas abstratos, reúne os esquemas procedurais e esquemas operatórios, estes últimos enquanto meios.

Piaget explica a ocorrência das reequilibrações por meio de mecanismos dentre os quais foram mencionados até aqui: regulações e compensações; tomada de consciência; abstração reflexiva; bem como a construção de possíveis e necessários. Esses mecanismos, que são desencadeados pelas sucessivas e múltiplas trocas entre o sujeito e o meio são responsáveis pelas construções e reconstruções tanto ao nível endógeno (estruturas) como exógeno, observáveis no processo de adaptação. Desses processos resulta a construção de esquemas presentativos, procedurais e operatórios os quais compõem dois grandes sistemas já mencionados: o que visa o êxito na realidade e o que visa compreendê-la em seus múltiplos aspectos.

Resta localizar a intervenção nos dois grandes sistemas. Os jogos de regras põem em evidência, por um lado, o sistema que visa ter êxito. Caracteriza uma situação-problema com um resultado a ser atingido e, por precursividade, as ações são orientadas, constituindo os procedimentos nos quais intervêm os esquemas presentativos.

Pretende-se analisar os procedimentos dos sujeitos no jogo, suas heurísticas e também propor-lhes outras situações-problema advindas do próprio contexto lúdico, com a finalidade de possibilitar a passagem do "fazer" (réussir) para o "compreender" tanto das noções lógicas oriundas desse contexto quanto das noções aritméticas que delas provêm.

Concluindo, as atividades com os jogos: Cilada e Quilles na intervenção pedagógica, devem servir a dois propósitos: aprender conteúdos relativos ao conhecimento aritmético e construir instrumentos de pensamento necessários ao ato de aprender.

Esta proposta de trabalho vem encontrar respaldo nas pesquisas de Inhelder, Bovet e Sinclair (1974/1977) que comprovaram ser possível, em certas condições, acelerar a construção das estruturas do conhecimento.

Procuraram as autoras (ibid), nas pesquisas sobre as relações entre aprendizagem e estruturas do conhecimento, estudar os processos funcionais próprios da dinâmica do desenvolvimento, guiadas pela hipótese de que: *"os progressos do conhecimento resultam de processos dinâmicos que requerem modelos de regulação"* (p.235). Partiram da suposição de que a confrontação entre esquemas de diferentes níveis de elaboração gera desequilíbrios, originando conflitos e contradições, os quais mobilizam, no sujeito, processos que conduzem a novas soluções (1987).

As análises recaíram principalmente nas transições de um nível a outro das noções estudadas e nas conexões entre diversos sistemas de esquemas operatórios cujo ritmo de formação é variável.

A observação de todo desenrolar deste processo foi realizada durante sessões de aprendizagem, em que a atividade estruturante do sujeito foi privilegiada, e as intervenções se faziam de maneira a mobilizar os esquemas anteriores do sujeito, possibilitando as atualizações das conexões entre esses e o confronto de tais esquemas com os observáveis da experiência (ibid).

Três princípios, oriundos da teoria de Piaget, foram considerados em todo trabalho de aprendizagem: a) garantir a atividade do sujeito, através de encontros adequados, em função do nível dos esquemas do sujeito, com a realidade física e com o interlocutor; b) admitir que o progresso do conhecimento se faz através da coordenação de esquemas, considerando o erro dos sujeitos, nas situações, como oriundos de esquemas assimiladores insuficientes; c) conhecer as etapas necessárias da evolução do pensamento da criança e ligá-las à estruturação dos sistemas de conjunto.

Concluíram, então, ser possível acelerar a construção de noções operatórias por meio de aprendizagem inserindo-as nos mecanismos gerais do desenvolvimento, uma vez que este último a domina. Isto porque qualquer processo de aprendizagem como afirma Piaget, vai depender do desenvolvimento em seu conjunto, ou seja, da seqüência estrutural e dos mecanismos de equilibração (apud Castorina; 1984/1988).

Somando-se a estas pesquisas as de Mantovani de Assis (1976) corroboram a possibilidade de acelerar estes processos ou então possibilitar suas construções a termo. É importante esclarecer que "acelerar" os processos de construção das estruturas cognitivas para essa autora significa evitar atrasos.

Trabalhou Mantovani de Assis (1976) com crianças de pré escola, investigando se seria possível favorecer o desenvolvimento intelectual das mesmas quando submetidas ao processo de "solicitação do meio".

Os resultados obtidos mostraram que dos 183 sujeitos que constituíam o grupo experimental, 80,87% atingiram o estágio operatório concreto, enquanto que, dos 188 sujeitos do grupo controle, nenhum atingiu tal estágio.

Tais resultados demonstram ser possível acelerar a construção das estruturas lógicas elementares, evitando o atraso constatado em crianças de 7 a 9 anos, matriculadas nas séries iniciais das escolas de Campinas.

Esta pesquisa deu origem ao "Programa de Educação Pré-Escolar" (PROEPRE), cuja grande inovação, dentre outras, foi a de introduzir na pré-escola, situações que desencadeiam regulações e compensações de perturbações que são responsáveis pelos desequilíbrios e, conseqüentemente, pela construção de estruturas do pensamento lógico-matemático ao nível da consciência.

Todos estes aspectos enfocados orientam o presente estudo, cujos objetivos serão indicados, a seguir.

- OBJETIVOS -

1. Verificar os efeitos de uma intervenção pedagógica, realizada por meio de jogos, no comportamento operatório e na compreensão do conhecimento aritmético de crianças de 3ª série do 1º grau que apresentam dificuldades de aprendizagem.

2. Verificar se, por meio dos jogos Cilada e Quilles,é possível favorecer a construção de noções operatórias,de possíveis e necessários bem como do conhecimento aritmético elementar.

3. Analisar os procedimentos utilizados pelos sujeitos no contexto da intervenção pedagógica, com vistas a compreender os caminhos percorridos pelos mesmos em direção à solução dos problemas.

4. Analisar os progressos alcançados pelos sujeitos, mediante a intervenção com os jogos.

5. Inferir as implicações pedagógicas decorrentes do estudo realizado.

- HIPÓTESE E JUSTIFICATIVAS -

Hipótese:

Crianças de 3ª série do primeiro grau de 9 a 11 anos de idade, que têm dificuldades de aprendizagem, apresentam progressos no desempenho nas provas operatórias e de conhecimento aritmético quando participam de um processo de intervenção pedagógica com os jogos de regras: Cilada e Quilles.

Encontra-se esta hipótese fundamentada na teoria de Piaget à medida que subordina a aprendizagem ao desenvolvimento e, ao estudar os processos do desenvolvimento, explica-o como um processo de "equilibração majorante", no qual intervêm compensações contínuas,por parte do sujeito, como forma de reações às perturbações.

Valendo-se desta perspectiva teórica, partiu-se da suposição de que por meio dos jogos Cilada e Quilles poder-se-ia intervir nos processos cognitivos, uma vez que permitem aos sujeitos: criação de estratégias, trabalhar processos heurísticos, lidar com contradições, leitura de observáveis e coordenações, antecipações e retroações, construção de possíveis e necessários, e favorecem tomadas de consciência e abstrações reflexivas. Por outro lado, com os mesmos jogos, poder-se-ia criar situações-problema envolvendo o conhecimento aritmético.

Assim sendo, pode-se supor que um trabalho sistemático por meio de jogos, com sujeitos que apresentam dificuldades de aprendizagem, desencadearia o processo de equilibração responsável pela estruturação cognitiva. Isso porque uma situação-problema engendrada por jogo, que o sujeito quer vencer, constitui um desafio ao pensamento, isto é, uma perturbação que, ao ser compensada, resulta em progresso no desenvolvimento do pensamento.

Devido ao interesse que as crianças apresentam com rela ção aos jogos, pode-se também supor que a necessidade de realizar operações aritméticas desencadeada pelo contexto lúdico, constitui uma excelente oportunidade para aprendizagem de tais noções.

Cabe ressaltar que, com esta intervenção, se pretende favorecer o desenvolvimento do raciocínio dos sujeitos a fim de que possam superar algumas das dificuldades que apresentam na compreensão de conceitos aritméticos elementares.

- M É T O D O -

A - Sujeitos

Foram estudados nesta pesquisa 24 sujeitos, alunos que freqüentavam a 3ª série do 1º grau de duas escolas públicas de Campinas: E.E.P.G.Alberto Medaljon e E.E.P.G. Monsenhor Luis Gonzaga de Moura.

A amostra foi constituída por escolha intencional. As professoras previamente informadas sobre a natureza do trabalho a ser realizado, indicaram ao experimentador os respectivos alunos, que apresentavam dificuldades de aprendizagem.

Do ponto de vista das professoras, estas dificuldades caracterizavam-se, principalmente, por desatenção, incompreensão dos conteúdos programáticos e de retenção. Nenhum dos sujeitos era portador de lesões neurológicas ou de qualquer outra deficiência orgânica.

Convém assinalar, para melhor caracterização da amostra (N=24) que 13 sujeitos indicados freqüentavam a mesma classe da E.E.P.G.Alberto Medaljon. Esta classe, homogênea, reunia repetentes de 3ª série e alunos egressos do ciclo básico sem condições reais conforme afirmaram a professora responsável e a diretora da escola. Os 11 sujeitos restantes, foram indicados por duas outras professoras das respectivas classes de 3ª série da E.E.P.G.Monsenhor Luis Gonzaga de Moura. Diferentemente, estas classes não reuniam só alunos com dificuldades, eram classes heterogêneas.

Uma vez organizada a amostra (N=24) as referidas professoras foram solicitadas a efetuar o sorteio dos sujeitos, diante do experimentador, para compor os grupos: experimental e controle, contando 12 sujeitos para cada um.

No Quadro I, a seguir, estão registrados os dados relativos aos sujeitos: nome, idade, sexo, repetentes(R) ou não (NR) e procedência escolar, organizados nos grupos experimental (N=12) e controle (N=12).

QUADRO I - Descrição dos Sujeitos da Amostra

Escola	Sujeitos: Grupo Experimental				Sujeitos: Grupo Controle			
	Nome	Idade	Sexo	Repetentes (R) Não repetentes (NR)	Nome	Idade	Sexo	Reptentes (R) Não repetentes (NR)
E.E.P.G. MONSENHOR LUIS GONZAGA DE MOURA	PAL	9;0	F	NR	GUI	8;11	M	NR
	MAR	9;3	M	NR	RIC	9;3	M	NR
	PRI	9;3	F	NR	RIT	10;3	F	R
	FAB	9;7	M	NR	REN	10;10	M	R
	ANA	10;6	F	R	LAU	11;8	M	R
	JUL	10;6	F	R				
E.E.P.G. ALBERTO MEDALJON	NAN	9;6	M	NR	CAR	9;2	M	NR
	EDI	9;7	M	NR	AND	10;2	M	R
	LUI	9;8	M	NR	ROB	10;5	M	R
	ELO	10;6	F	R	ALE	11;3	M	R
	TEL	10;11	F	R	SID	11;6	M	R
	RON	11;2	M	R	WIL	11;8	M	R
					LEN	11;10	F	R

Obs.: R = Repetentes; NR = Não repetentes

As características dos sujeitos da presente pesquisa podem ser resumidas:

- procedência escolar: 11 sujeitos da E.E.P.G.Monsenhor Luis Gonzaga de Moura;

  14 sujeitos da E.E.P.G. Alberto Medaljon;
- idade: entre 8 anos e 11 meses a 11 anos e 10 meses;
- sexo: masculino (M) = 16; feminino (F) = 8;
- repetentes (R) = 14 sujeitos;
  não repetentes (NR) = 10 sujeitos.

B - Materiais

I - Provas Operatórias

1. Para a prova de conservação de Quantidades Discretas, foram utilizadas 12 fichas de plástico vermelhas e 10 azuis.

2. Para a prova de Inclusão de Classes - Frutas - foram utilizadas 7 frutas de plástico: 5 maçãs e 2 bananas.

3. Para a prova de Seriação de Bastonetes, foram utilizados 10 bastonetes de 10;6 a 16 cm para construção da série e para a intercalação uma prancha colados 10 bastonetes de 10;3 a 15;7 cm.

II - Provas de Conhecimento Aritmético

1. Um roteiro onde se encontram organizadas as seguintes provas:

I - Noção de soma;

II - Problemas de subtração e formalização de equações;

III - Multiplicação de divisão aritméticas;

IV - Valor posicional da numeração.

2. Folhas de papel, lápis, conjuntos de mini-brinquedos de plástico, 81 fichas de plástico, 9 cartões desenhados numerais (de 1 a 9) e 18 bolinhas de gude.

III - Jogo Cilada*

1. Foram utilizados os quebra-cabeças: nº 1 e nº 30, escolhidos dentre os 50 que compõem o Cilada.

2. Material do Cilada utilizado nas atividades de intervenção, constituído de uma matriz de plástico desenhada em alto relevo, 28 figuras de cruz, quadrado e círculo e 24 peças de plástico que reproduzem diferentes combinações de duas ou três destas figuras.

3. Roteiro de Intervenção com o Jogo Cilada que enseja uma série de atividades que foram propostas aos sujeitos.

4. Folhas de papel reproduzindo a matriz do jogo com 28 figuras: cruz, círculo e quadrado para a atividade: "inventando quebra-cabeças" (Anexo III, f.1).

5. Folhas de papel reproduzindo o lugar das figuras por meio de 28 pontos, para a atividade: "inventando matrizes" -

*Fabricado pela Estrela.

(Anexo III, f.2).

6. Folhas de papel das quais constam desenhos de matrizes de dupla entrada com as respectivas figuras que compõem o jogo: cruz, quadrado e círculo para a atividade: "multiplicação de classes" (Anexo III, f.3).

IV - Jogo Quilles*

O jogo é composto por 9 pinos de madeira, um tabuleiro e uma bola suspensa por um barbante preso em uma haste.

1. Roteiro de Intervenção com o jogo Quilles que orienta as atividades que foram propostas aos sujeitos.

2. Folhas de papel e lápis.

V - Gravador

C - Procedimento de Coleta de Dados

A coleta de dados do presente estudo foi realizada pelo próprio experimentador nas escolas, durante o período de aula dos sujeitos; pela manhã na E.E.P.G.Monsenhor Luis Gonzaga de Moura, num local cedido pela direção, a sala de vídeo e, à tarde, na biblioteca, da E.E.P.G.Alberto Medaljon.

---

*Fabricado pela Athena.

Estas escolas encontram-se situadas em bairros residenciais. Porém, a E.E.P.G.Alberto Medaljon atende principalmente a alunos moradores de uma favela urbanizada,localizada dentro de um bairro residencial de Campinas.

Os entendimentos com a direção e as professoras das escolas, no sentido de otimizar a pesquisa, foram realizados em junho de 1991. Neste período, as professoras ficaram encarregadas de indicar os alunos que apresentavam dificuldades de aprendizagem.

Por essa ocasião, combinou-se também o período de afastamento de cada aluno da sala de aula, principalmente daqueles que iriam compor o grupo experimental, a fim de que não sofressem qualquer prejuízo. O tempo ficou determinado em 2 (duas) sessões de 45 minutos por semana.

A pesquisa teve início em agosto de 1991 e foi concluída em dezembro do mesmo ano.

O procedimento de coleta seguiu três fases:

- A primeira consistiu em:

a) composição do grupo experimental e controle;

b) aplicação do pré-teste nos sujeitos do grupo experimental (N=12) e do grupo controle (N=12) individualmente.

Constituíam o pré-teste as provas operatórias e as provas de conhecimento aritmético.

- A segunda fase consistiu em uma intervenção pedagógica com os jogos: Cilada e Quilles, da qual participaram os sujeitos do grupo experimental (N=12) individualmente.

- A terceira fase do procedimento de coleta de dados consistiu na aplicação do pós-teste, do qual constam as mesmas provas do pré-teste, em cada um dos sujeitos dos dois grupos: experimental e controle.

O modelo experimental da pesquisa pode ser assim esquematizado:

GE	0_1	x	0_2
GC	0_1		0_2

01 = pré-teste
x = intervenção pedagógica
02 = pós-teste

- 1ª fase do procedimento de coleta dos dados -

a) Composição do grupo experimental e do grupo controle

Mediante as indicações dos sujeitos pelas respectivas professoras das três classes de 3ª série do 1º grau, para compor a amostra (N=24) do presente estudo, os grupos experimental e controle foram constituídos por sorteio.

Como totalizavam treze sujeitos da E.E.P.G.Alberto Medaljon e onze da E.E.P.G.Monsenhor Luis Gonzaga de Moura, procurou-se assegurar um número o mais equilibrado possível de sujeitos oriundos da mesma escola, nos respectivos grupos. Assim se fez porque os sujeitos se diferenciavam em relação ao nível sócio-econômico, segundo o critério de renda familiar : baixa, na primeira escola e de média para média baixa na segunda.

Solicitou-se que a professora da E.E.P.G.Alberto Medaljon sorteasse seis dentre os treze sujeitos indicados para compor o grupo experimental e sete para o grupo controle. O mesmo foi solicitado às duas professoras da E.E.P.G. Monsenhor Luis Gonzaga de Moura; dentre os onze sujeitos indicados, seis foram sorteados para fazer parte do grupo experimental e cinco para o grupo controle. Assim procedendo, foram constituídos os grupos experimental e controle, contendo doze sujeitos cada um.

b) Aplicação do Pré-teste

A aplicação do pré-teste ocorreu durante o mês de agosto de 1991.

Os sujeitos dos grupos experimental (N=12) e controle (N=12) foram individualmente submetidos às provas operatórias e as provas de conhecimento aritmético. Em média, 4 sessões de 45 minutos foram necessárias para cada sujeito.

- Provas Operatórias -

Para determinar o comportamento operatório dos sujeitos do presente estudo, foram utilizadas três provas operatórias elaboradas por Piaget e colaboradores (Piaget e Szeminska, 1941/1981 e Piaget e Inhelder, 1959/1975). São elas: conservação de quantidades discretas, inclusão de classes e seriação de bastonetes.

O roteiro de aplicação e diagnóstico das referidas provas é aquele adotado por Mantovani de Assis, no texto "Provas para diagnóstico do comportamento operatório", que compõe o instrumento de Avaliação do Desenvolvimento da Criança do PROEPRE - Programa de Educação Pré-Escolar e que se encontra no

Anexo I deste trabalho.

- Provas de Conhecimento Aritmético -

Foi elaborado, para avaliar o conhecimento aritmético dos sujeitos desta pesquisa, um roteiro de provas baseadas nas pesquisas apresentadas por Kamii, C. e Kamii, M.(1985/1986); Sastre, G. (1980) e Granell (1983).

As provas aplicadas e seus respectivos objetivos serão descritos, a seguir:

PROVA I - Noção de soma - inspirada nos trabalhos de Sastre, G. (1980) para avaliar a compreensão dos sujeitos a respeito da operação aritmética da adição.

PROVA II - Problemas de subtração e formalização de equações - fundamentadas em Kamii, C. (1985/1986) para verificar se os sujeitos estabelecem relações corretas entre parte e todo nos problemas de subtração que envolvem idéias de separar, comparar e igualar e como formalizam as equações dos mesmos.

PROVA III - Multiplicação e divisão aritmética - baseados em Granell (1983), visando verificar as estratégias utilizadas pelos sujeitos nas situações que envolvem noções de multiplicação e divisão, respectivamente, uma vez que os procedimentos empregados durante a prova revelam o processo de construção conceptual das noções em questão.

PROVA IV - Valor posicional da numeração - elaborada por

Kamii, C. e Kamii, M. (1985/1986) com o objetivo de verificar como os sujeitos compreendem o significado do valor posicional da numeração.

Os procedimentos de aplicação destas provas encontram-se no Anexo II.

Para avaliação do desempenho dos sujeitos nas quatro provas de conhecimento aritmético, foram construídas 24 categorias de análise, a partir das respostas apresentadas pelos sujeitos.

Para cada uma das oito situações, foram estabelecidas três categorias designadas pelas letras A, B e C, a partir das quais foram classificados os procedimentos ou respostas apresentadas pelos sujeitos.

Vale ressaltar que estas categorias de análise fundamentam-se nos trabalhos dos respectivos autores (Kamii,Granell e Sastre). Entretanto, sofreram modificações e adaptações em função dos dados obtidos no presente estudo.

A descrição destas categorias referente a cada uma das provas localiza-se na análise dos resultados do pré e do pós-teste (p.168). As mesmas apresentam-se também nos Quadros III a X.

- 2ª fase do procedimento de coleta dos dados -

Intervenção pedagógica com os jogos Cilada e Quilles

A intervenção pedagógica foi realizada pelo experimentador com os sujeitos que participaram do grupo experimental

(N=12), individualmente, em duas sessões semanais, em média, durando 45 minutos cada uma. Esta fase ocorreu durante os meses de setembro e outubro de 1991.

O número de sessões variou entre 13 no mínimo e 16 no máximo, tendo em vista o êxito em cada uma das atividades propostas.

A seguir, na Tabela 1, será indicado o número de sessões realizadas a cada sujeito.

TABELA 1 - NÚMERO DE SESSÕES DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA DE CADA SUJEITO DO GRUPO EXPERIMENTAL

Sujeitos/Idade	Nº de sessões
FAB 9;7	13
EDI 9;7	13
ANA 10;6	13
LUI 9;8	13
PAL 9;0	14
MAR 9;3	14
PRI 9;3	14
NAN 9;6	16
ELO 10;6	16
JUL 10;6	16
TEL 10;11	16
RON 11;2	16

Durante a intervenção, as atividades propostas com os jogos foram intercaladas. Iniciou-se com o Cilada,e o Quilles foi introduzido no momento que se considerou mais oportuno, procurando garantir o interesse dos sujeitos.

- Intervenção com o jogo Cilada -

Descrição do Cilada

Cilada consiste num jogo que propõe a montagem de diferentes quebra-cabeças.

Conforme pode ser observado na Figura 1, a seguir, o Cilada é constituído por 24 peças plásticas a serem encaixadas numa matriz formada por 28 figuras (quadrado, círculo e cruz) em alto relevo. As peças reproduzem diferentes combinações de duas ou de três destas figuras. A designação de cada peça é feita por uma letra marcada no verso. Tem-se,então,por exemplo: 4 peças A com as formas círculo e cruz; 3 peças B com quadrado e cruz; 1 peça C com círculo e quadrado, e assim por diante. As peças que combinam duas figuras se repetem totalizando 16; as que combinam 3 figuras são em número de 8 e não se repetem.

Relacionadas no estojo, existem 50 propostas de quebra-cabeças formados pela combinação destas peças. Eis alguns exemplos: Quebra-cabeça nº 1 - AABCDDEFGIKN; nº 2: ABCDDEFFGJKM; nº 50: AAABCCDEEFFHJ.

Regra: Caberá ao jogador escolher um dentre os 50 quebra-cabeças, retirar as respectivas peças que o compõem e encaixá-las na matriz sem sobrar uma. Caso contrário cairá em cilada.

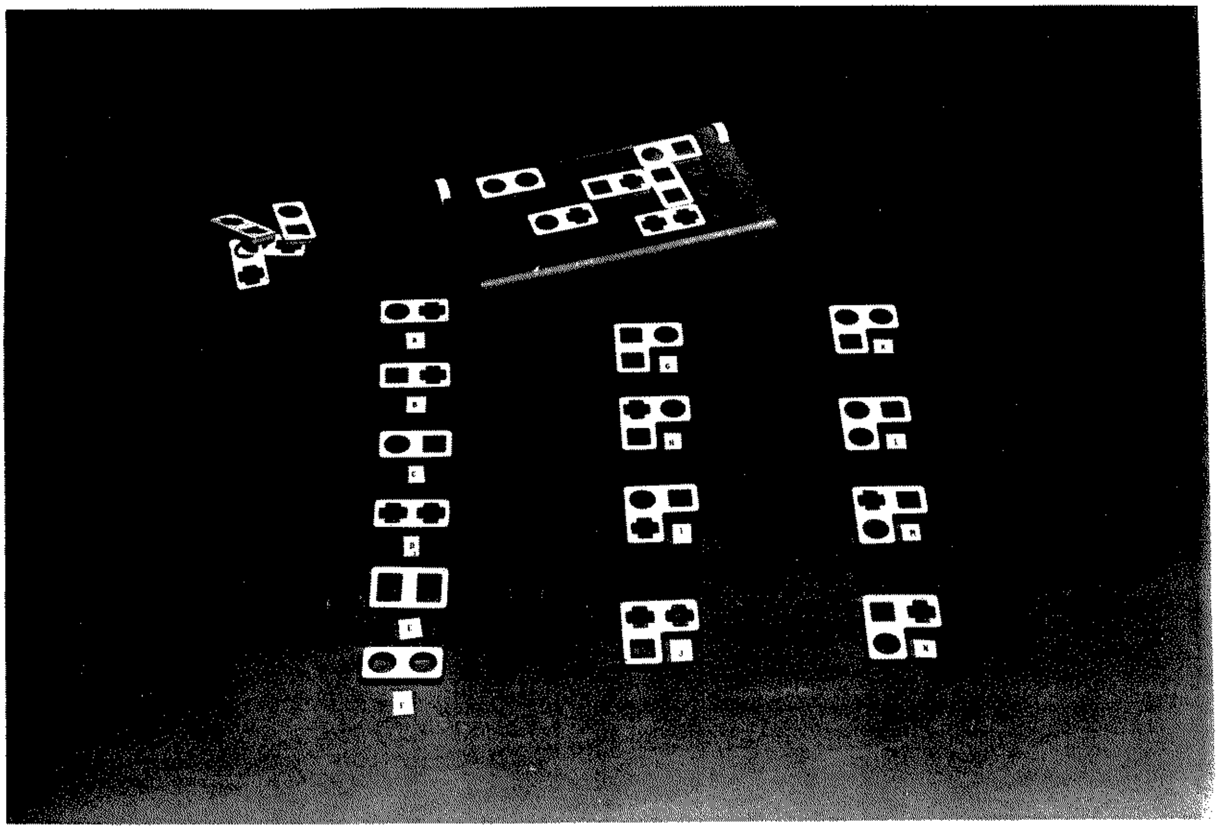


Figura 1 - Fotografia dos materiais que compõem o Cilada.

- Roteiro de intervenção com o jogo Cilada -

Este roteiro foi aplicado individualmente a todos os sujeitos do grupo experimental (N=12), conforme as atividades e procedimentos explicados a seguir, lembrando que a seqüência não foi rigorosamente seguida, em virtude de salvaguardar o interesse dos sujeitos, tanto pelo jogo em si, como pelas situações-problema propostas, decorrentes do contexto lúdico.

- Atividades propostas com o Cilada -

A - Aprendizagem do jogo: Jogo 1

Nesta etapa, o experimentador explica as regras do

Cilada ao sujeito, entregando-lhe as peças correspondentes ao quebra-cabeça nº 1 dizendo-lhe:

> *"Com estas peças você poderá montar este quebra-cabeça, tente fazer de um jeito para que nenhuma peça sobre, senão cairá em Cilada".*

Solicitar ao sujeito que, por duas vezes, pelo menos, monte o jogo.

O objetivo desta etapa é o de proporcionar a oportunidade para o sujeito aprender a jogar.

Cabe ao experimentador observar como os sujeitos, por meio de seus recursos atuais, procedem para montar o quebra-cabeça nº 1, designado por jogo 1.

B - Intervenção pedagógica com o jogo Cilada

Jogo Cilada

Constitui-se, esta etapa na utilização do material do Cilada (matrizes e peças), abordando em primeiro lugar o conhecimento das peças que compõem o jogo e suas relações (envolvendo semelhanças e diferenças). Este contexto permite explorar mais especificamente a construção da noção de classes, a construção de possíveis e necessários e, também, a compreensão de certos conteúdos matemáticos, como o significado do valor posicional da numeração. Após todas essas atividades, o sujeito deverá representar graficamente o que fez.

I - Conhecimento das peças que compõem o jogo

Com todas as peças sobre a mesa, o sujeito é solicitado a:

a) diferenciar as formas geométricas;

b) comparar as semelhanças e diferenças entre as peças e explicá-las.

A seguir apresenta-se questões do tipo: *"O que tem de igual?". "O que tem de diferente?"*, quando o sujeito compara duas peças do jogo, por exemplo: A (círculo e cruz) e I (cruz, círculo e quadrado).

c) E por último, a classificar segundo os itens:

c_1 - **Classificação livre**

Apresentando ao sujeito todas as peças do jogo, o experimentador solicita-lhe que reúna as que são parecidas, dizendo: - *"Como você pode arrumar estas peças de modo que fiquem juntas as que combinam?* Depois que o sujeito executa o que lhe foi proposto, perguntar: - *Por que você arrumou assim?* e depois: - *Há outro jeito de arrumá-las?*

Esta última questão tem o objetivo de incentivar o sujeito a explorar as diferentes maneiras de construir coleções.

A seguir, solicita-se ao sujeito que dê um nome a cada coleção e coloque as etiquetas com esses nomes em seus respectivos lugares.

Após ter concluído a atividade, o experimentador aponta para cada uma das coleções feitas, perguntando: - *"Haverá outro jeito de você arrumar ainda mais este monte para que os mais parecidos ficassem juntos?*

A resposta a esta questão implica na construção de coleções maiores, pelo método ascendente.

c_2 - **Dicotomias**

Apresentando todas as peças ao sujeito, lhe é solicitado que construa duas coleções e explique o que fez. Em seguida, ele deve escrever os nomes sobre as etiquetas e colocá-las nas respectivas coleções.

Estimulando o sujeito para que chegue à dicotomia, o experimentador propõe: - *"Como você poderia fazer dois montes com todas as peças de modo que as que ficarem juntas sejam parecidas ou combinem?*

Nestas situações, explora-se as diferentes possibilidades de fazer diferentes dicotomias, segundo os atributos que se referem ao número de figuras em cada peça e por meio da negação lógica.

c_3 - **Inclusão operatória de classes**

Apresentando 2 peças de três figuras (triplas) e 5 peças com duas figuras (duplas), ou outras, o experimentador pergunta: - *"Aqui há mais peças ou mais peças com duas figuras, ou peças duplas?*

É importante ressaltar que as questões sobre quantificação da inclusão devem ser colocadas em outras situações, além destas. Por exemplo, quando um sujetio inventa um quebra-cabeça, pode-se perguntar: - *"No jogo que você inventou tem mais peças ou mais peças duplas?* Estas questões sempre devem ser contextualizadas, isto é, devem ser ensejadas pela situação da atividade que está sendo realizada.

c_4 - Multiplicação biunívoca de classes

Numa folha de papel, com o desenho de uma matriz de dupla entrada (cf.Anexo III, folha 3), o sujeito é solicitado a encontrar as peças que resultam da combinação das figuras que se encontram desenhadas na linha e na coluna da matriz. Deve colocá-las nos espaços correspondentes e, em seguida, desenhá-las a partir das perguntas do experimentador: - *"Que peças você colocaria nestes espaços combinando as figuras desta linha (horizontal) com esta linha vertical)?"* Depois das peças serem colocadas nos espaços vazios, acrescentar: - *"Como você fez para encontrá-las?"*

II - Jogo 2

Nesta etapa, o sujeito é solicitado a construir novamente o quebra-cabeça nº 1, designado por Jogo 2.

O experimentador propõe-lhe que inicie com as peças triplas. Depois, lhe sugere que comece com as peças duplas. Após as duas tentativas, pergunta-lhe: - *"Qual é o melhor jeito de começar, para não cair em cilada?"*

Apresenta-se esta questão para dar oportunidade ao sujeito a fim de que possa constatar as conseqüências de começar o jogo com peças duplas ou triplas. Esta situação poderá ser propícia para que o sujeito perceba que as peças triplas são as necessárias de menor número de possíveis, enquanto que as duplas são necessárias de maior número de possíveis.

III - Construindo Possíveis e Necessários com o Cilada

1. Possibilidades de encaixes com uma só peça

O sujeito é solicitado a escolher e depois explorar as diferentes possibilidades de encaixar as peças do Cilada.

O experimentador encoraja-o a tentar, perguntando-lhe: - *"De quantos modos você pode encaixar esta peça?* A seguir, serão feitas perguntas que levem o sujeito a "tomar consciência" do número de vezes em que cada peça escolhida foi encaixada.

Prosseguindo, o experimentador solicita-lhe que represente graficamente o que fez, dizendo-lhe: - *"Como você mostraria o que fez, usando lápis e papel"?* Esta questão é formulada sem que haja qualquer sugestão sobre o tipo de representação a ser empregado.

2. Inventando novos quebra-cabeças

Utilizando todas as peças do cilada, o sujeito é solicitado a inventar e montar diversos quebra-cabeças, a partir das seguintes questões colocadas pelo experimentador: - *"Quantos quebra-cabeças diferentes você poderá inventar: 2, 5, 10, 20, 50 ou 100?. Você poderia fazê-los todos?"*

- Representação gráfica dos diferentes quebra-cabeças

O sujeito é solicitado a registrar, sobre uma folha de papel onde está desenhada a matriz do Cilada, as diferentes peças utilizadas e suas respectivas posições (cf.folha nº 1 do Anexo III).

Após o registro dos diversos quebra-cabeças, o experimentador pede ao sujeito que os compare dizendo: - *"Os quebra-cabeças que você inventou são diferentes uns dos outros? Em que são diferentes, como você explicaria? Esta diferença pode ser encontrada em todos os quebra-cabeças que você inventou ou só em alguns?"*

- Compreensão do significado do valor posicional da numeração por meio dos jogos

À medida que o sujeito apresenta os novos quebra-cabeças que conseguiu inventar, questões sobre o significado do valor posicional são-lhe colocadas: - *"Quantas peças você usou para inventar este quebra-cabeça?" "Escreva no papel o número que corresponde a todas estas peças":*

Se, por exemplo, foram 13 peças, o experimentador circunda o número "3" do 13 (exemplo 13) e diz: - *"Gostaria que você me entregasse a parte de peças que corresponde ao "3" das 13 peças do seu jogo".*

Em seguida, o experimentador circunda o número "1" do 13 (exemplo 13), dizendo: - *"Gostaria que me entregasse a parte de peças que corresponde ao "1" do 13"*. E, colocando na mesa as peças que lhe foram entregues pelo sujeito, o experimentador pergunta novamente: - *"Com as peças que você me entregou, posso agora montar o quebra-cabeça que você inventou?". "Você me deu todas as 13?"*

Se o sujeito entregar apenas "uma peça" como sendo a correspondente à parte do algarismo "1" do 13, repete-se o procedimento.

Caso o sujeito continue considerando o "1" como unidade, o experimentador lhe devolve a peça para que verifique a quantidade de peças que restam com ele (considerando que a parte correspondente ao algarismo "3" já se encontra com o experimentador).

No caso de o sujeito chegar a compreender, quantas peças correspondem ao algarismo "1" do número 13 e entregar, portanto, 10 unidades ao experimentador, perguntar: - "*Agora, com todas essas peças eu poderei montar o quebra-cabeça como você fez?*"

3. Inventando matrizes de quebra-cabeças

Entregar aos sujeitos folhas de papel (cf.Anexo III, folha nº 2) contendo, cada uma delas, 28 pontos marcando os respectivos lugares das figuras na matriz do Cilada.

A tarefa consiste em inventar novas matrizes, desenhando as figuras das peças escolhidas sobre os pontos,a partir da questão: - "*Quantas matrizes são possíveis de serem inventadas: 2, 5, 10, 20, 50 ou 100?*" Após a resposta do sujeito, perguntar: - "*Você poderia fazê-las todas?*"

Depois de construídas as matrizes, ou seja, quando os pontos forem substituídos por desenhos (cruz, círculo e quadrado), o sujeito é solicitado a comparar suas construções. O experimentador intervém, perguntando: - "*Estas matrizes são diferentes?*" "*Em que elas se diferem?*" "*Esta diferença é igual em todas as matrizes que você inventou ou só o é para algumas?*"

C - Construção do quebra-cabeça nº 30

O objetivo desta última etapa é o de verificar, por meio da montagem do quebra-cabeça nº 30, se ocorreram diferenças nos procedimentos empregados pelos sujeitos para atender a finalidade do jogo: construir sem ciladas, a partir da intervenção realizada na etapa B.

O sujeito é solicitado a montar o quebra-cabeça nº 30 e o experimentador observa os procedimentos utilizados,comparando-os com os do jogo 1, da situação: A - "Aprendizagem do jogo".

- Roteiro de intervenção com o Quilles -

O jogo Quilles foi utilizado na intervenção,de acordo com os procedimentos a seguir, sem que tivesse sido considerada, a rigor, a seqüência que se apresenta neste roteiro.

Descrição do jogo

O Quilles é o primeiro boliche que o homem inventou há 600 anos. É formado, conforme indica a Figura 2, a seguir, por um tabuleiro em madeira, onde se encontram marcados os lugares em que 9 pinos de madeira sejam colocados. Em uma haste, presa por um barbante, encontra-se uma bola.

Regra: O jogador deve lançar a bola, mirando os objetivos (pinos) e derrubá-los. Quanto mais pinos forem derrubados, maior será o número de pontos.

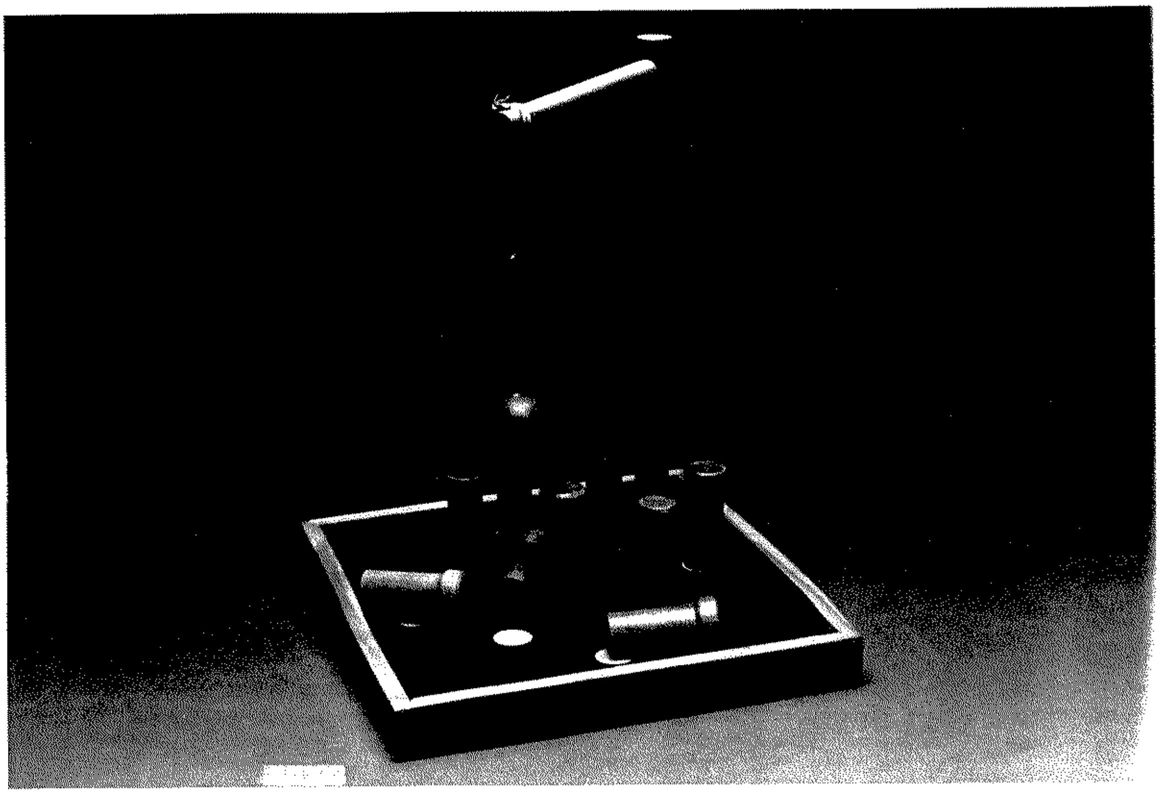


Figura 2 - Fotografia dos materiais que compõem o jogo Quilles.

O objetivo da intervenção é o de possibilitar a realização de operações aritméticas a partir de situações-problema que surgem durante o jogo. No decorrer das jogadas, a partir da intervenção do experimentador, o sujeito poderá chegar a compreender certos conhecimentos aritméticos, tais como: significado da soma, operações de adição e subtração e representações por meio de algoritmos, formulando equações.

Duas situações de jogo são propostas:

Primeira situação: combina-se com o sujeito, quem começa a jogar. O experimentador deverá observar os procedimentos dos quais se vale o sujeito para determinar a ordem dos jogadores (aleatório ou intencional).

Propõe-se uma partida com 5 jogadas de um só lance, conforme as regras do Quilles.

O experimentador observa os procedimentos empregados pelos sujeitos para determinar o número de pinos que caem em cada lance, perguntando: - *"Quantos pinos você derrubou?" "Como você fez para saber?"*. Se o sujeito enumerar os pinos, perguntar-lhe: - *"Tem um outro jeito para saber quantos caíram?" "Quantos pinos havia no início?" "E agora?" "Quantos sobraram em pé?"*

A intervenção do experimentador se faz no sentido de propiciar a oportunidade de o sujeito utilizar procedimentos aditivos ou subtrativos e chegar a deduzir o resultado das jogadas, pelo mecanismo de abstração reflexiva, a partir da coordenação de suas ações.

- Criando um código de registro -

O sujeito é solicitado a marcar os pontos e encontrar uma forma adequada para que o vencedor possa ser determinado no final da partida. Este momento é propício para que o mesmo realize somas e compreenda o significado das mesmas. Isso porque, para responder a pergunta: - *"Como a gente pode saber quem ganhou?"*, o sujeito terá que, necessariamente, realizar adições.

Quanto ao significado da soma, à medida que os sujeitos lançam a bola e os pinos são derrubados, poderão ser formuladas as seguintes perguntas: - *"O que a gente tem que fazer para saber quantos caíram?" "O que a gente faz quando soma?" "Em matemática, que sinal se usa para mostrar que você juntou?" "Como se chama esta operação?"*

Questões relativas à determinação do vencedor, tais como: - *"Quem ganhou, por quê?" "Como você fez para saber?"*, podem ter resultados semelhantes.

Segunda situação: o jogo é semelhante ao anterior, incluindo dois lances em cada jogada.

Combina-se uma nova partida, na qual, em cada jogada, o sujeito lança duas vezes a bola, sem erguer os pinos. Depois de ter feito os dois lances, ele deverá inferir o número de pinos derrubados por último. O experimentador propõe-lhe algumas questões, como se seguem, visando facilitar a "tomada de consciência": - *"Quantos pinos você derrubou no segundo lance?" "Quantos pontos fez, ao todo?" "Como você sabe?"*

Observar os procedimentos empregados pelo sujeito para fazer tal inferência, propondo-lhe, a seguir: - *"Há um outro jeito para saber?"* A intervenção do experimentador tem, por objetivo, verificar se o sujeito se vale da subtração.

- Construindo um código de registro

Nesta situação, solicita-se, também, ao sujeito que marque os pontos, a partir das mesmas questões da primeira situação.

Observar os procedimentos do sujeito empregados para representar as equações, a fim de decidir quem ganhou.

Durante este jogo, também surgem ótimas oportunidades para que o experimentador intervenha propondo ao sujeito problemas de enredo. Tais problemas são similares àqueles que fazem parte da prova II - "Problemas de Subtração", relativa ao conhecimento aritmético.

O Quilles se apresenta como um contexto lúdico, bastante favorável à realização de problemas de subtração, bem como à formalização de equações.

Dependendo das situações que surgem durante o jogo, podem ser colocados problemas de separar, comparar e igualar, tais como os que se seguem:

separar	*"No jogo tinha 9 pinos em pé. Você derrubou... Quantos ficaram em pé?"*
comparar	*"Você fez... pontos. Eu só fiz... Quantos pontos a mais do que eu você fez?" ou - "Você derrubou... pinos. Eu derrubei... pinos. Quantos a mais você derrubou?"*
igualar	*"Você derrubou... pinos. Para uma excelente jogada, você precisaria derrubar 9. Quanto mais você precisaria derrubar?" ou - "Eu fiz .... pontos. Precisaria ter feito... pontos para empatar com você. Quantos mais eu precisaria fazer?"*

- Formalização de equações -

À medida que o sujeito responde aos problemas de enredo, o experimentador solicita-lhe: - *"Como você mostraria, no papel, o que aconteceu?"*

Caso a formalização seja inadequada, cria-se uma situação para que o sujeito realize empiricamente a equação, tal como a representou.

Se, por exemplo, o sujeito representar graficamente a seguinte operação: 7-9=2, pede-se-lhe que ergua 7 pinos e dele retire 9, tal como indicara graficamente.

Esta situação pode permitir tomada de consciência dos erros na formalização das equações nos problemas de subtração.

- 3ª Fase do Procedimento de Coleta de Dados -

Aplicação do pós-teste

O pós-teste foi aplicado pelo experimentador durante o mês de novembro e início de dezembro de 1991.

Os sujeitos do grupo experimental (N=12) e os do grupo controle (N=12) foram submetidos individualmente às provas operatórias e às provas de conhecimento aritmético, cujos roteiros encontram-se nos Anexos I e II respectivamente.

Os procedimentos de aplicação e avaliação correspondem aos mesmos utilizados no pré-teste.

- ANÁLISE DA INTERVENÇÃO -

- Análise da Intervenção com o Jogo Cilada -

A - Aprendizagem do jogo - Jogo 1

Esta situação consistiu em entregar as peças do quebra-cabeça nº 1 do jogo Cilada aos sujeitos, previamente separadas pelo experimentador e explicar-lhe as regras (cf.pág. 57). Compõem o quebra-cabeça nº 1 (cf.fig.1,pág. 56), 8 peças com duas figuras e 4 com três, dentre as quais K e F apresentam duas figuras iguais e I e N todas diferentes.

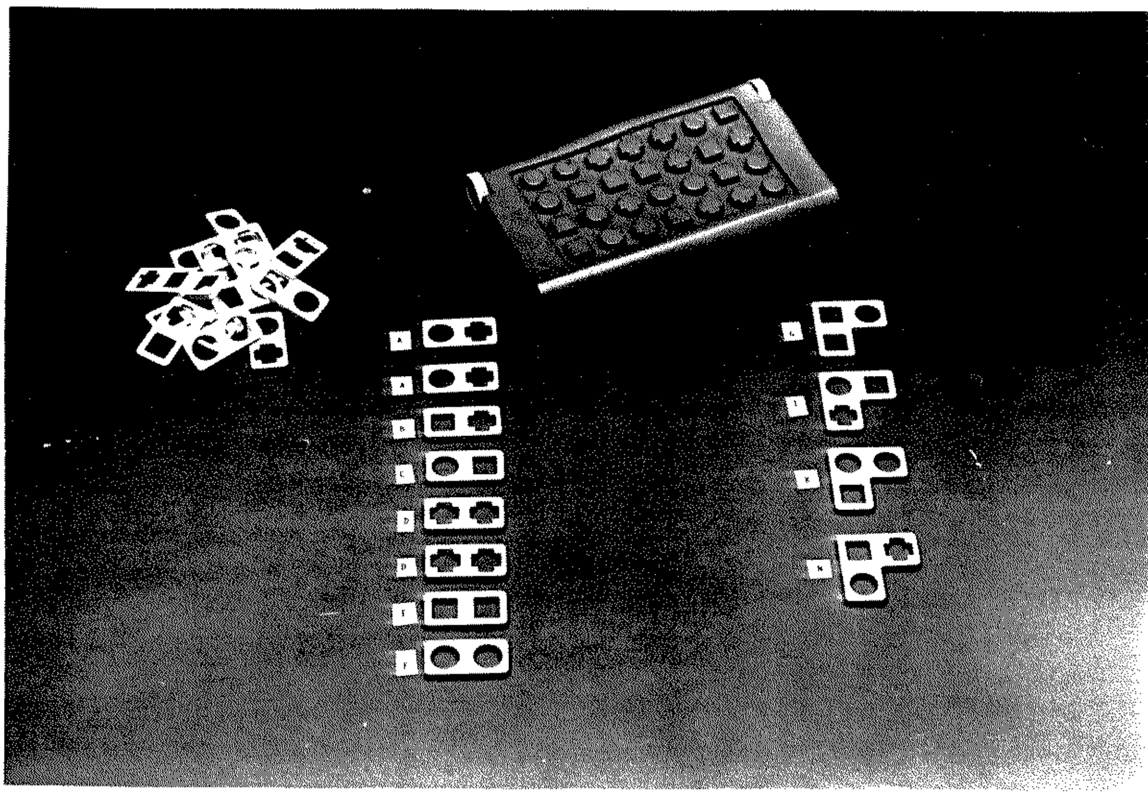


Figura 3 - Cilada: Quebra-cabeça nº 1.

Durante a "aprendizagem do jogo", o experimentador se limitou a observar e registrar o jogar de cada sujeito, de acordo com seus recursos atuais, evidenciando, sobretudo, os procedimentos empregados.

Três vezes o quebra-cabeça foi construído, principalmente pelos sujeitos que consideraram existir um final para o jogo. Para aqueles que não admitiram isso, o número de construções não pôde ser determinado. A razão é que, quando sobravam três ou quatro peças sem mais possibilidades de encaixes, os sujeitos desmontavam todo o jogo ou parte dele, buscando encaixar as restantes, sem o considerar concluído.

O problema do cilada consiste na descoberta do lugar on de cada uma das peças deve ser encaixada. No conjunto, as peças correspondem a lugares determinados, condição para que as demais sejam encaixadas sem ciladas.

Com efeito, cada uma das peças corresponde também a diferentes lugares da matriz. O desafio proposto ao jogador será o de encontrar, entre as possíveis correspondências, uma delas de tal modo a garantir, simultaneamente, as correspondências das peças restantes sem ciladas; assim, sucessivamente, até que se complete todo o encaixe.

A análise da situação "aprendizagem do jogo" recairá sobre os procedimentos que os sujeitos usaram para resolver o desafio proposto pelo Cilada: quebra-cabeça nº 1.

Consultando todos os protocolos, pode-se dizer que as condutas, no geral, apresentaram-se análogas no que concerne à necessidade de verificar as possibilidades ou impossibilidades dos encaixes. No entanto, se diferenciaram quanto à constatação das ciladas, durante a construção, na determinação do final do jogo e na maneira de considerar os encaixes de peças duplas e triplas na matriz. E também em relação à sistematização dos procedimentos, mais aleatórios ou mais intencionais, segundo as possibilidades que cada sujeito apresentou de constatar o erro.

Desse modo, a análise dos jogos individuais se centrará nos procedimentos de cada sujeito. Considerando a natureza da situação de aprendizagem, procurar-se-á destacar o papel do erro na variação dos procedimentos e suas conseqüências no caso de atribuição de outra significação do problema que envolve o jogo.

A seguir, serão apresentados os exemplos de jogos julgados mais ilustrativos.

PRI (9;3) iniciou a construção do quebra-cabeça com as peças duplas, definindo o encaixe em função daquela que tinha nas mãos. Rapidamente concluiu os encaixes das peças du-

plas, já em cilada, pois restavam figuras na matriz isoladas. Faltavam encaixes de todas as triplas. Começou a sobrepô-las, retirando as duplas e experimentava encaixar, verificando a impossibilidade, voltava a encaixar as duplas no lugar. Passou, então, a substituir as duplas pelas triplas até que, depois de muitas trocas, conseguiu encaixar todas as peças, concluindo o jogo sem cilada.

Na reconstrução seguinte, PRI dirigiu-se, sistematicamente, ao encaixe das duplas, caía em cilada ao deixar uma só figura contígua na matriz, sem encaixar. Novamente começou a substituir as peças quando sobravam as triplas, deixando de lado o procedimento de sobrepor.

Sem concluir o jogo, continuou apresentando os mesmos procedimentos, experimentando, sempre, encaixar peças que não correspondiam às figuras da matriz, procurando, então, substituí-las. Após estas tentativas, PRI começou a girar a peça que tinha nas mãos, procurando encaixá-la na horizontal ou na vertical. Com este procedimento generalizado às outras peças, passou a mudar a posição do encaixe, demonstrando maior mobilidade. Incluiu este novo jeito aos demais, prosseguiu, silenciosamente, até o término da sessão sem obter êxito na construção do quebra-cabeça 1.

Interpretando o significado do jogo para PRI, baseado em seus procedimentos, pode-se dizer que este consistia em encaixar primeiramente as peças duplas, uma vez que concebia a matriz como continente exclusivo dessas peças, mais fáceis de serem coordenadas com as figuras. A reorganização do jogo só era possível no momento em que constatava a existência de peças triplas que deveriam ser encaixadas. Somente então a matriz passava a ser compreendida como um continente de peças duplas e triplas.

Embora tivesse introduzido o procedimento de sobrepor as peças nas figuras da matriz já preenchidas, este parecia não o informar das impossibilidades. Tão cedo o abandonou, em favor das tentativas de substituições, a partir das quais poderia verificar as possibilidades ou não das correspondências.

Quanto às ciladas, por não serem constatadas durante o jogo, nem explicitadas no final, poder-se-ia inferir que estavam relacionadas, de maneira implícita, às sobras das peças.

O êxito casual da primeira construção não lhe trouxe vantagens no sentido de permitir outros procedimentos. Ao contrário, veio confirmar ainda mais os meios já conhecidos. Entretanto, o êxito lhe foi útil na preservação do interesse pelo jogo. Tinha presente a certeza de poder construir o quebra-cabeça, mesmo sem ter ainda consciência dos meios mais adequados.

Insistia nas correções e os erros observados, durante as substituições impossíveis desencadearam um novo procedimento: o de girar a peça, tentando encaixá-la na horizontal ou vertical, tornando os encaixes mais móveis que nas construções precedentes.

Este fato alterou a representação inicial que tinha do jogo porque passou a experimentar, também, o encaixe das duplas nas posições atualmente consideradas.

Em relação a essa nova maneira de compreender o jogo, desencadeada pelos erros tornados observáveis, mais que o jogo de PRI, o de PAL, a seguir, constitui um bom exemplo.

> *PAL (9,0) começou encaixando peças duplas e triplas, sem preencher os espaços contíguos das figuras da matriz, caiu em cilada, sem constatá-la. Ao encaixar as triplas verificava a correspondência. Quando não era possível, buscava outro lugar. Sobrou uma peça e tentou encaixá-la numa das figuras exclamando -* ***"sobrou a mesma coisa que está aqui na peça: um círculo, um quadrado e uma cruz igual da minha peça, se fosse só uma, seria bom".***
>
> *Recomeçou a construção com duplas e triplas negligenciando as ciladas. Após alguns ensaios e de correspondência sem êxito, passou a "comparar atentamente a peça tripla que tinha nas mãos com as figuras da matriz disponíveis. Tentou encaixar, sem êxito, mudou de lugar substituindo as peças já colocadas, modificando o jogo em função daquela peça. Sobraram três peças, começou a sobrepô-las, realizando algumas substituições exitosas. Terminou em cilada com duas peças dizendo: -* ***"Tiro uma e não consigo arrumar, estou sem saída, vou começar de novo de outro jeito, mas não sobra nenhuma peça, não é?"***
>
> *Reinicia agora, com figuras duplas, preenchendo as bordas da matriz sem deixar figuras contíguas isoladas, mas também não deu certo -* ***"Deus me ajude!"*** *exclamou. Passou a mudar a posição do encaixe horizontal para vertical mas não percebeu as ciladas durante o jogo. Prosseguiu com os mesmos procedimentos: encaixes impossíveis, sobreposição, substituições, restando duas peças concluiu: -* ***"Não consigo"*** *encerran*

do a construção.

O jogo de PAL foi mais divertido para ela, brincara mais, tecendo comentários, às vezes fantasiosos, do tipo faz-de-conta, tais como: - *"se fosse só uma seria bom"*, *"Deus me ajude"*. Por outro lado, concebia a matriz, logo de início, como um continente de peças duplas e triplas sem nenhuma determinação de quais deveriam ser encaixadas em primeiro lugar. Apesar de negligenciar as ciladas durante o jogo, no final as considerava.

A constatação dos erros, no sentido da impossibilidade das correspondências, levou PAL a observar as peças coordenando-as mais precisamente com as três figuras de matriz, buscando outros encaixes por substituições.

O procedimento de sobrepor passou a ser adotado, informando-lhe das possibilidades ou não dos encaixes. Tal procedimento pode ser interpretado como um prenúncio, ainda empírico, de antecipação, uma vez que o encaixe efetivamente não se realizava.

Como o êxito não foi obtido, PAL ensaiou introduzir um procedimento mais sistemático, aquele de começar preenchendo pelas bordas da matriz. De maneira fugaz, se ateve por momentos em considerar as figuras contíguas. Sem dar continuidade a esta inovação introduziu uma outra: a mudança de posições das peças à medida que constatou os erros nas tentativas dos encaixes contíguos.

Estas variações nos procedimentos demonstram uma reinterpretação do jogo, embora ainda parcial, no sentido da compreensão dos meios adequados para obter o êxito.

Nos exemplos seguintes, as formas de jogar apresentam-se cada vez mais estruturadas, devido às constatações dos erros e a introdução de procedimentos que pretendia ultrapassá-los.

MAR (9,3) com as duplas, encaixava imediatamente usando todo o espaço da matriz. Sem considerar a contiguidade das figuras, caía em cilada e não as observava. Deixou todas as triplas para o final quando, em uma das tentativas experimentou a impossibilidade. Daí em diante começou a substituí-las, com muita rapidez, ora acertando, ora errando os encaixes. Restavam duas e anunciou o final do jogo em cilada.

Na segunda construção passou a considerar as peças triplas mas logo as deixou para o final. Ao observar uma figura isolada que havia deixado num dos encaixes, retirou a peça que causava a cilada. A partir daí, começou a corrigir por substituições as ciladas durante o jogo. Como nem sempre encontrava a correspondência quando tentava substituir as peças, passou a olhar as figuras da matriz e as peças disponíveis antes de efetuar a escolha. Faltavam as triplas. Estudou-as, escolheu uma delas, sobrepôs no lado esquerdo já preenchido com as duplas. Tendo verificado a correspondência, fez a substituição, retirando duas duplas para colocar "a difícil", como dizia, repetidas vezes. Prosseguiu desta maneira, até sobrar uma peça que não conseguiu colocar e exclamou: - **"Por uma eu não consigo".**

Na terceira tentativa, observa-se os mesmos procedimentos. Entretanto, com uma maior consideração das peças triplas, cuidando para que nenhuma ficasse para o final. Porém, não obteve êxito.

EDI (9,7) considerou desde o início as duplas e triplas. Ao deixar uma figura sem encaixe, corrigia imediatamente trocando a peça, eliminando a cilada. Restavam duas peças que, após algumas tentativas de substituições, não conseguiu encaixar, concluindo: - **"Acabei em cilada, sobraram estas".**

Na segunda reconstrução, começou a "estudar" as peças, olhando as figuras da matriz e a que tinha nas mãos. Tentou encaixar sem êxito (peças triplas), depois passou a sobrepor eliminando os encaixes impossíveis sem realizar substituições. Explorava insistentemente todos os encaixes possíveis, realizando as correções, reorganizando parcialmente o jogo até que, finalmente, conseguiu encaixar com êxito todas as peças.

Desmanchou o jogo e reconstruiu novamente, utilizando com êxito os mesmos procedimentos.

ANA (10;6) iniciou, encaixando as peças pelas bordas da matriz, como se fosse um "puzzle". Corrigia as ciladas imediatamente. Depois alterou e começou pelo lado direito. Persistia em usar as duplas e não mais modificou o jogo. Restaram todas as triplas. Terminou, assim, admitindo a cilada.

Na segunda construção passou a usar as triplas. Preen-

cheu parte da matriz, se não substituísse não poderia mais encaixar. Ficou parada. Neste momento, o experimentador interferiu, no sentido de alertá-la, que podia modificar o lugar das peças. Passou, então, a fazer substituições preenchendo sempre um dos lados. Corrigia, cada vez que caía em cilada. Terminou com duas peças sem poder colocá-las, admitindo o final.

Na terceira construção passou a explorar as peças e as figuras da matriz, olhando atenciosamente a ambas. Fazia uma escolha intencional da peça, depois deste "estudo". Antes de colocar, sobrepunha para ter certeza de correspondência e encaixava. Após estes procedimentos é que fazia substituições. Sua preocupação era manter sempre um dos lados inteiramente preenchidos, impedindo, com isto, que seu jogo tivesse uma mobilidade maior. Terminou admitindo a cilada, com uma peça a colocar.

Por serem as mudanças de procedimentos de EDI e ANA mais ou menos similares às de MAR, no que se refere à tomada de consciência dos erros, a análise recairá de maneira mais detalhada no jogo de MAR, considerando que este último passou por várias etapas de re-interpretação pelas quais os restantes também passaram, como pode ser observado nos respectivos protocolos descritos dos jogos.

Percebe-se em MAR, logo no início, uma compreensão do jogo de forma mais restrita: peças duplas como conteúdo inicial. A cilada provavelmente seria constatada no sentido de sobrar peças. A tomada de consciência da impossibilidade de encaixar as triplas, conduziu-o a fazer substituições.

O insucesso (final da 1ª construção) o fez também considerar inicialmente as triplas, porém, não ainda o suficiente para agüentar o desafio de encaixá-las. Retoma à significação anterior: peças duplas como se este procedimento pudesse ser suficiente para garantir o êxito naquela outra construção.

O retorno de MAR à forma inicial de jogo, apesar de aparentemente igual, o levou a observar o erro ao deixar uma das figuras da matriz isolada. A partir deste momento, substituiu a peça que causou a cilada. As substituições que anteriormente fazia eram de outra natureza. Tratava apenas de encaixar as peças e de não corrigir as ciladas durante a construção. Esta constatação, recentemente adquirida, o conduz a dar ao jogo uma nova significação.

Novamente a tomada de consciência do erro nas substituições o faz coordenar as peças disponíveis com as figuras da matriz, conferindo à escolha um caráter mais intencional. Por último, para não cair no erro da "falsa correspondência", fez sobreposições, que, de certa forma, não deixam de ser um prenúncio de antecipação.

Observa-se paulatinamente em MAR uma reorganização do significado do jogo a partir dos procedimentos postos em ação, por meio da constatação dos erros e das tentativas de ultrapassá-los.

Os graus de variações e de reinterpretações (como pôde ser observado) foram diferentes nos sujeitos, porém os tipos de procedimentos utilizados são bastante similares (substituições, sobreposições). A marcante e mais significativa variação foi no tratamento do erro. Este dirigia as construções em direção a uma maior intencionalidade nas escolhas das peças e nas explorações das diferentes possibilidades de encaixes, em busca do arranjo necessário das peças na matriz.

Assiste-se, com estas reinterpretações, a uma evolução gradual em direção a uma melhor estruturação das regras do jogo, que se traduz pela coordenação de todos os observáveis, término do jogo e correções das ciladas.

B - Intervenção Pedagógica com o Jogo Cilada

Esta situação teve como objetivo um trabalho que permitisse a invenção ou a descoberta de melhores meios a fim de compreender o problema inerente ao Cilada e alcançar o êxito no jogo.

Como o material do jogo permitisse, foi realizada, também, uma intervenção pedagógica. Este contexto tornou possível explorar mais especificamente: a construção da noção de classificação; a construção dos possíveis e necessários e aspectos do conhecimento aritmético.

I - Conhecimento das peças que compõem o jogo

O objetivo inicial desta intervenção foi o de proporcionar situações em que o sujeito pudesse realizar abstrações empíricas das propriedades das peças constituintes do material do jogo. Como,por exemplo,as formas:

> PAL (9;0) - *"é uma bola, dois quadrados e um mais"* (*cruz*).
>
> NAN (9;6) - *"é uma bolinha ou redondo.*

Dada a freqüência com que as formas não recebiam a designação correta, os sujeitos foram solicitados a observar e nomear as diferentes formas existentes na sala em que trabalhavam, no sentido de compreenderem também que as formas aparecem em outros lugares comuns (janelas, porta, lápis).

Após as observações e designações corretas, NAN, quando solicitado a descrever uma peça,assim explicou:

> *NAN (9;6) são desenhos geométricos, este chama quadrado, círculo e este cruz.*

A partir do momento em que se constatou que, ao descrever as peças, o sujeito se referia ao número das figuras, aproveitou-se a oportunidade para verificar qual o significado que os sujeitos atribuíam ao mesmo.

> *NAN (9;6) o que estas peças tem de parecido? - **"círculo e quadrado"**. O que elas tem de diferente? - **"são diferentes as pecinhas porque um tem três e a outra tem duas formas"**. Qual a diferença? - **"o formato"**. Mas você falou três e dois, o que é três? - **"número"**. Para que serve o número? - **para indicar**. O que indica? - **"nada"**. Quantos anos você tem? - **"nove"**. O que é o nove? - **"um número"**. Quando dizemos "quantos" o que você se lembra? - **"do quanto que tem"**. Seria a quantidade? - **"é"**. Então, em que estas peças são diferentes? - **"em quantidade"**. O número significa o que? - **"a quantidade das coisas"**.*

Não se pode afirmar que NAN não tivesse a noção de que o número serve para indicar a quantidade das coisas. O que se pode afirmar é que o encadeamento das perguntas proporcionou a oportunidade da tomada de consciência do significado do número.

Diferentemente, FAB soube explicar o significado do número assim que explicitou a relação de igualdade entre duas peças.

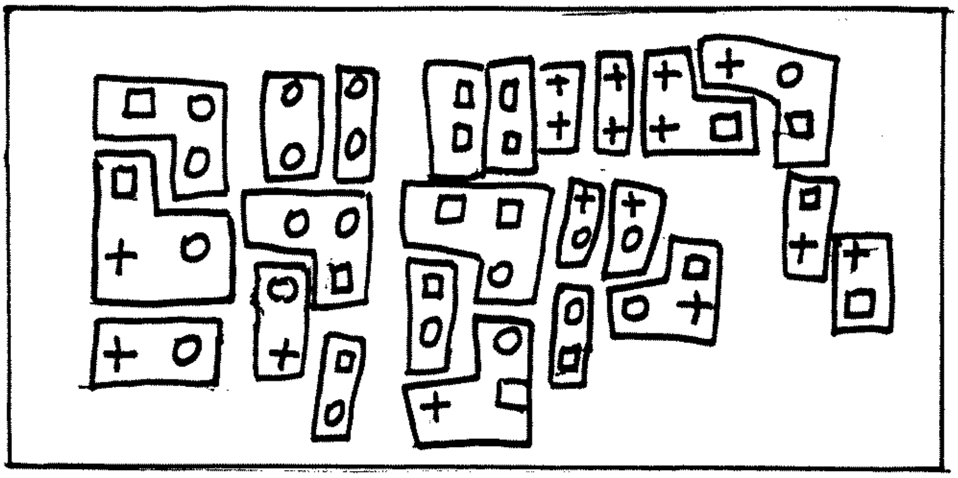
> *FAB (9;7) ... o número representa o quê? - **"duas figuras"**. Para que a gente usa o número? - **"para ver a quantidade"**.*

- Classificação: livre e dicotomias -

Em seguida,os sujeitos realizaram classificações.Em primeiro lugar,classificações livres. A partir destas, foram solicitados a reduzir o número de suas coleções,realizando classificações pelo método ascendente, reunindo progressivamente as subcoleções, segundo o critério da forma, por eles mesmos determinado. Quando terminaram,escreveram em etiquetas os nomes dados às coleções,de acordo com os atributos considerados.

Observou-se,nas construções livres, coleções de nível figural (Piaget, 1959-1975) como,por exemplo,TEL que correspondia as peças de acordo com as figuras iguais como um jogo de dominó; as que não combinavam,deixava-as de lado, sem esgotá-las.

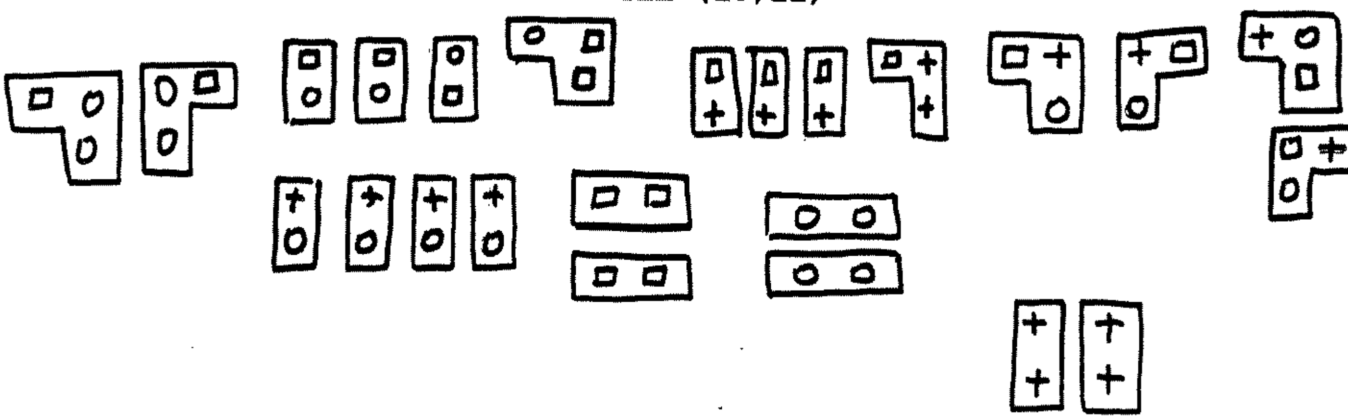
TEL (10;11) - Classificação livre



TEL (10;11). Como você arrumou as peças que combinam ? - **"encaixando em pé, combina bola com bola"**. *Há um outro jeito de pôr juntas as que se parecem? (Dividiu a coleção inicial ao meio, voltando a correspondência das figuras). Podem ficar juntos círculo e quadrado?* - **"Podem tem dois"**. *Como você arrumou?* - **"Na forma"**. *(Observa-se que TEL utilizou dois critérios diferentes para uma mesma coleção). Combinam todos?* - **"Não"**.

Em uma nova tentativa, TEL reorganizou as peças agrupando pela forma, já num nível de coleções não-figurais (Piaget, 1959/1975). Sobraram peças, reagrupou novamente até conseguir incluir todas as peças, conforme o desenho, a seguir.

TEL (10;11)

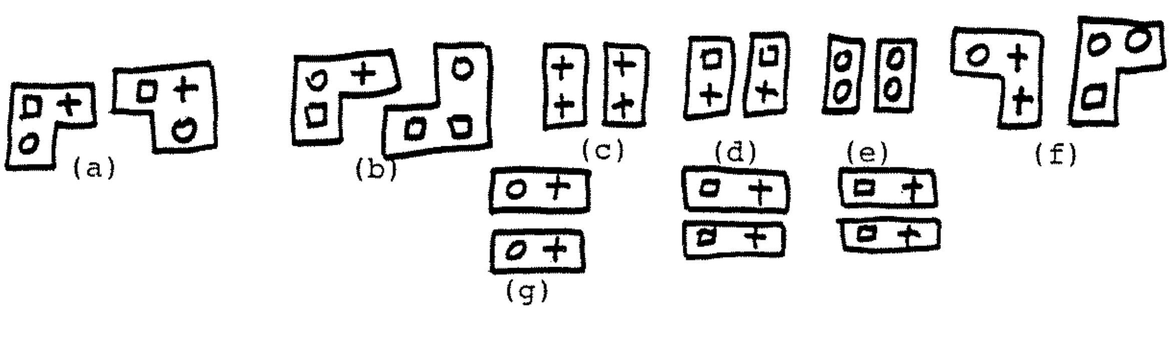


Um outro procedimento de classificação pode ser observado em LUI (9;8), a seguir, que adotou dois critérios ao mesmo tempo (forma e quantidade) para explicar os atributos comuns das diferentes coleções que fizera.

> *LUI (9;8) (para c) ...* ***"é igual porque tem cruzinha"*** *. (e para outra coleção 'd') -* ***"se parecem em duas e duas"*** *(para a seguinte (g) -* ***"são iguais porque tem bolinha e cruzinha"*** *(deixando peças sem agrupá-las).*

Trata-se de uma coleção figural porque ora o sujeito se vale de um critério (forma) ora de outro (número de figuras).

LUI (9;8)



Outros sujeitos, como, por exemplo, RON (11;2), inicialmente deixaram também peças sem agrupar. Após a pergunta feita pelo experimentador a respeito das peças que haviam sobrado, o sujeito procurou reorganizá-las até que conseguiu arrumá-las pela forma.

Diferentemente, MAR (9;3), logo de início, foi compondo as peças de acordo com as semelhanças, esgotando-as e explicitando o critério utilizado: a forma.

A partir destas coleções, os sujeitos foram solicitados a reduzir o número de coleções. Pelo método ascendente chegaram a fazer sete coleções cujo atributo era a forma.

O procedimento de intervenção do experimentador, nesta situação, consistiu em perguntar aos sujeitos, em cada ensaio, como se compunham as coleções. Ao ver a resposta contraditória em relação à coleção apresentada (por exemplo: "coleções dos círculos" explicitava o sujeito para uma coleção em que havia colocado outras formas) o experimentador apontava as peças que não correspondiam à designação dada à classe e colocava a questão sobre a pertinência da referida peça.

As constatações destes erros conduziram os sujeitos a fazer reuniões progressivas em suas coleções de maneira a formar o menor número possível de subcoleções (procedimento ascendente).

A seguir, podem ser observadas, como exemplo, as coleções de nível não-figural realizadas por MAR por meio das etiquetas que designavam o atributo de cada subcoleção de peças.

circulo cruz quadrado

quadrado circulo quadrado cruz

cruz circulo quadrado circulo

Quando solicitadas as dicotomias, os sujeitos realizaram classificações, considerando, como critério, o número de figuras nas peças. Todavia, as dicotomias que implicavam no emprego da negação lógica não se manifestaram espontaneamente.

Para tal fim, a intervenção consistiu em solicitar aos sujeitos que entregassem as peças que continham uma só determinada figura. Por exemplo: "todas as peças que têm círculos", em seguida a negação, por exemplo: todas as peças que não têm círculo. Ou, todas as peças que não têm círculo, nem quadrado.

Sem dúvida, no início, quando da classificação espontânea, prevaleceu o primado do positivo. Somente após a intervenção é que a negação foi se constituindo e os sujeitos passaram a considerar tanto as características positivas como negativas dos objetos que deveriam ser classificados.

O exemplo de TEL (10;11) ilustra os procedimentos utilizados na construção das dicotomias por negação, após já ter sido realizada a intervenção, como foi explicada anteriormente.

> *TEL (10,11) construiu duas coleções, explicando ao experimentador:* - **"Estas combinam em cruz e estas em círculos".** *Todas estas têm círculo?* - **"É..."** *(reticente). Onde estão os círculos nestas peças? (para duas peças com figuras de quadrado)* - **"combinam em quadrado".** *Você disse que combinavam porque tinham círculos. Podem ficar aí?* - **"Não".** *Como você faria duas coleções? (voltou a reorganizar as coleções)*-**"tem todas quadrados e estas têm todas círculos".** *E esta? (peça com cruz)* - **"não é quadrado".** *Elas têm círculo?* - **"Não".** *Como ficaram em duas coleções?* - **"Ah!** *(reorganizou novamente)*... **estas são peças que têm cruz e estas peças que não são iguais em cruz".** *Em seguida, a dicotomia por negação lógica foi generalizada para outras situações.*

Abaixo,encontram-se as designações dadas às dicotomias através das etiquetas que TEL colocou ao lado de cada uma de suas coleções. Iniciando pela dicotomia,cujo atributo se referia à quantidade de figuras nas peças: duplas e triplas e, em seguida pela negação (atributos negativos dos objetos).

É importante ressaltar que tais critérios de dicotomia persistiram em outras ocasiões, quando o sujeito foi solicitado a realizá-las com o mesmo material.

TEL (10;11) - Dicotomias

pecas que não tem circulo

peças que tem círculo

peças que não tem cruz

peças que tem cruz

peças que tem quadrado

peças que não tem quadrado

Observa-se que o uso da negação, mesmo após a intervenção, não foi imediatamente admitida tanto por TEL como por outros sujeitos.

Os aspectos positivos ainda prevaleceram nos procedimentos usados para construir inicialmente as duas coleções, tanto que eram revelados no momento de explicitar a razão da dicotomia realizada. As questões colocadas pelo experimentador provavelmente desencadearam a descentração do critério inicial e se dirigiam à centração em outro critério, porém também positivo. (Por exemplo: TEL: ***estas peças combinam em círculo***, para depois afirmar: ***combinam em quadrado***). Entretanto, estes movimentos de descentração, por constatação do erro, não foram suficientes para compensar a contradição entre aquilo que pressupunha ter feito e aquilo que efetivamente realizara.

À medida que admitiu a não existência dos quadrados e da não existência de círculos, em uma peça dupla de cruz, TEL toma consciência da negação como constituinte da classe complementar, passando a explicitá-la nas dicotomias. Reorganizou as duas coleções, justificando o critério utilizado: "***peças que têm cruz e peças que não são iguais em cruz***". A partir de então, observou-se a extensão da negação para as outras dicotomias.

Assim como TEL, outros sujeitos apresentaram o mesmo procedimento, e com as tomadas de consciência parciais dos erros passaram a fazer uso da negação, ampliando as possibilidades de fazer as dicotomias.

> *NAN (9;6) ...* ***"combinam porque têm quadrado".*** *E estas? -* ***"não têm quadrado".*** *Combinam então em que? -* ***"Nas formas".*** *As formas são iguais nesta e naquela coleção? -* ***"Não, tem formato diferente, estas daqui não têm quadradinhos e estas daqui têm".*** *Em outra sessão explicitou: -* ***"combinam porque todos têm círculos e combinam porque todas estas não têm círculos".***

- Inclusão de classes -

Durante as atividades de classificação, o experimentador também interferiu no sentido de permitir aos sujeitos comparar o todo (todas as peças) com as partes (segundo os atributos particulares: círculo, quadrado e cruz) do jogo, a fim de proporcionar-lhes condições de compreenderem a inclusão hierárquica de classes.

Esta intervenção consistiu em pedir aos sujeitos que entregassem ao experimentador todas as peças do jogo. Em seguida, todas as peças que têm cruz ou todas as peças que têm quadrado. Assim, com todas as formas, quantidade de figuras e, também, usando a negação, como já havia sido feito na ocasião das dicotomias: por exemplo: todas as peças não quadradas, possibilitando ao sujeito, em cada situação, pensar sobre a relação parte-todo.

A partir de então, questões sobre a inclusão foram colocadas, durante as dicotomias ou durante as classificações livres.

Dois níveis de respostas predominaram. Numa delas, as de transição, os sujeitos apresentavam contradições tanto nas respostas da questão quanto nas contra-argumentações. Em outras situações, ao longo da intervenção, passaram a dar respostas operatórias.

Outros sujeitos, já durante as primeiras dicotonomias apresentavam respostas operatórias.

As respostas de ANA (10;6) exemplificam o nível de transição inicial e operatoriedade nas situações seguintes.

> ANA (10;6), *diante de duas coleções que havia feito com as peças, afirmou quanto à quantificação da inclusão:* - **"tem mais peças que tem círculo, porque o montinho de peças que tem círculo está mais cheio que o montinho de peças que não tem círculo"**. *Na contra-argumentação respondeu:* - **"a menina estava certa, porque as duas coleções são de peças"**. *Em outras situações:* - **"... tem mais pecinhas, porque as pecinhas de três também são pecinhas do jogo, as duas são feitas de pecinhas"**.

Outros exemplos:

MAR (9;3) - ..."*mais peças que tem cruz, tem mais cruzinhas que aqui*". *Contra-argumentação:* - "*O menino está errado, não, está certo, porque, tem mais peças do jogo do que pecinhas que tem cruz*".

FAB (9;7) - ... "*tem mais peças do jogo que tem cruzinha, não, todas são pecinhas estas também, lá tem mais, pensando em tudo isto, é claro, tem mais pecinhas do jogo*".

PAL (9;0) *sem hesitar depois de toda intervenção:* - "*tem mais peças do jogo, senão o jogo não fica completo, estes fazem parte*" (*se referindo as peças não-quadradas*).

Como se pode observar os sujeitos apresentaram progressos tanto nos procedimentos de classificação quanto na compreensão da noção em jogo.

- Matrizes de dupla entrada -

A finalidade desta atividade é dupla. A primeira consistiu em propiciar aos sujeitos a tomada de consciência sobre todas as possíveis combinações das figuras nas peças duplas. A segunda centrou-se na operação multiplicativa de classes propriamente dita.

Como o material permitisse, foi construída, em papel sulfite, uma matriz de dupla entrada com as figuras do jogo: círculo, quadrado e cruz, respectivamente, na horizontal e na vertical.

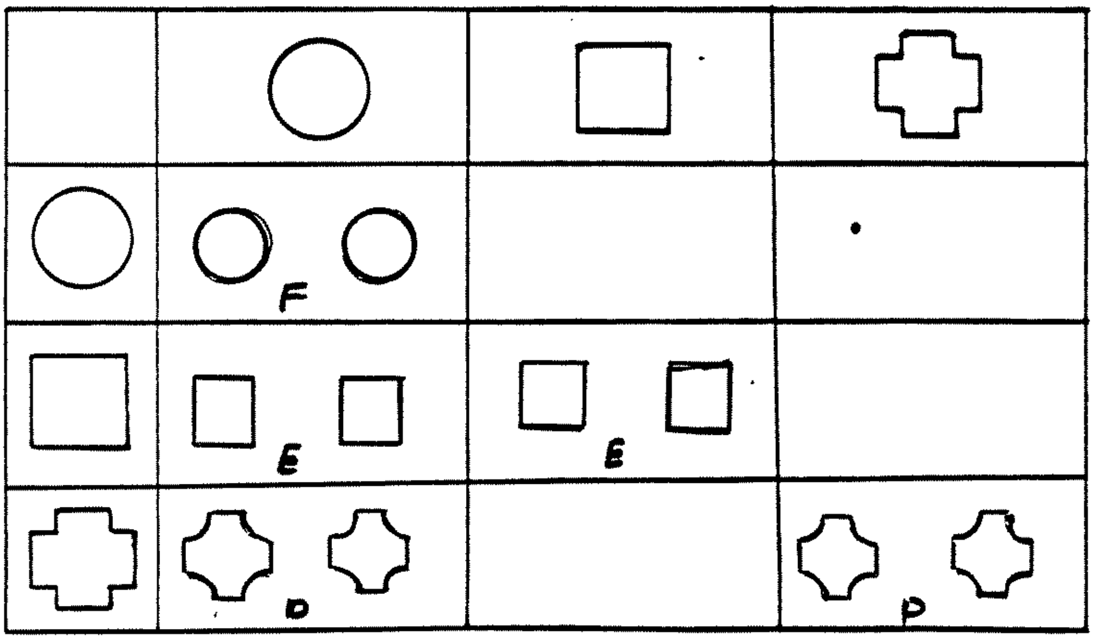
A tarefa consistia em escolher, dentre as peças duplas, aquelas que correspondiam à combinação multiplicativa das figuras (classes) isoladas. Uma vez completando com as peças os espaços vazios da matriz, o sujeito deveria justificar a sua escolha e depois desenhá-las nos respectivos espaços.

O experimentador entregou a matriz aos sujeitos, propondo-lhes a seguinte questão: *"Quais peças vocês escolheriam para completar estes espaços, combinando as figuras desta linha (apontando a vertical) com as desta linha (apontando a horizontal) de maneira a encontrar todas as peças que podem ser colocadas aí"?*

Analisando os procedimentos dos sujeitos diante da tarefa proposta, observou-se modificações nos procedimentos anteriores. Convém ressaltar que as mesmas ocorriam em função das justificativas dadas pelo próprio sujeito, quando tiveram que explicar a razão de suas escolhas.

O exemplo de EDI é bastante ilustrativo destas variações.

1ª construção da matriz - EDI (9;7)



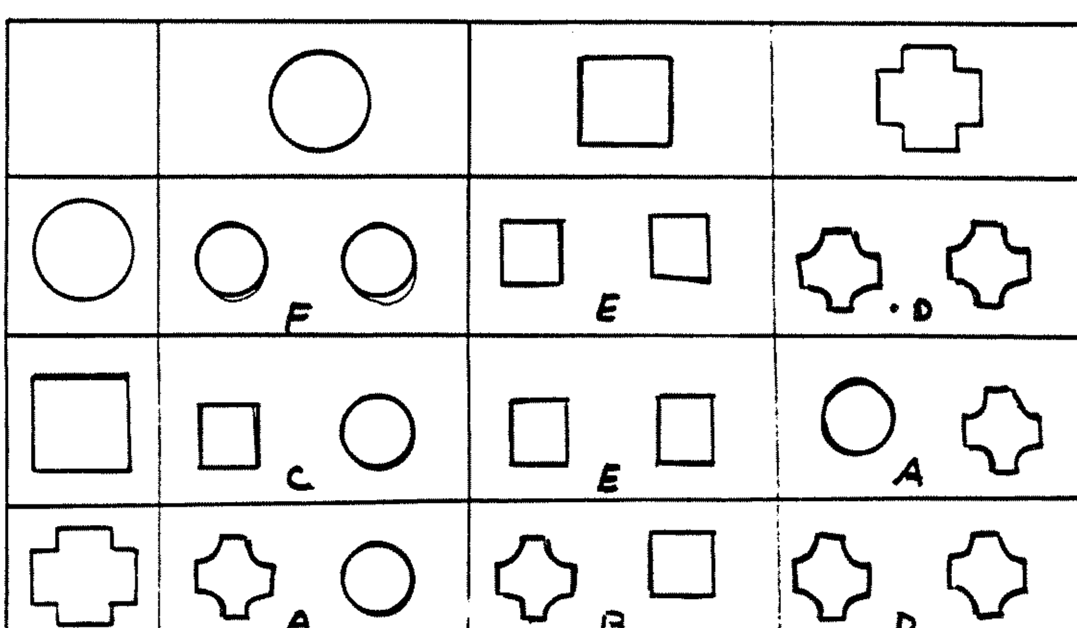
> *EDI, em sua primeira construção, colocou as peças com figuras iguais justificando: - **"Encontrei todas as iguais desta daqui"**, indicando as formas da linha horizontal. - **Não tem mais nada para pôr".***

Analisando o procedimento utilizado por EDI, observa-se que as escolhas das peças foram feitas a partir de uma só coleção, determinada provavelmente pelas semelhanças perceptivas das peças com as figuras. Apresenta como solução coleções não-figurais (Piaget, 1959-1975), devido à incapacidade de multiplicar os atributos das peças.

Intervindo, o experimentador, após dar atenção às justificativas de EDI, perguntou-lhe:

> *... no jogo só tem estas peças? - **"Não, tem bastante".** Quais por exemplo? EDI entregou uma peça com quadrado e círculo. Quais as figuras desta peça? - **"quadrado e círculo".** Que figuras você combinaria de uma só vez, pensando nesta linha (vertical) e nesta (horizontal) que deveriam estar numa só peça? Ou onde você colocaria esta peça (mostrando-lhe uma em que se encontravam as duas figuras em questão). EDI indicou a figura quadrada da vertical e o círculo da horizontal. Você gostaria de escolher de novo as peças para completar o quadro? - **"Quero".***

2ª construção da matriz - EDI (9;7)



*EDI... Como você escolheu "F"? - **"Eu fiz esta com esta** (círculo vertical e círculo horizontal). E esta(E)? - **"quadrado com bola"**. E esta(A)? - **"cruz e bola"**. (Como se pode constatar a escolha foi correta). E esta(E)? - **"são dois quadradinhos como esta"** (indicando somente o quadrado horizontal). Pode pôr outra? - **"Não"**. E esta (E) abaixo? - **" da coluninha do quadrado"**. E esta (B)? **"Só pode ser esta, não tem mais quadrado e quadrado, só tem com um"**. E esta (D)? Mostrando-se seriamente perturbado, justificou. - **"Não dá para colocar mais cruz e cruz desta daqui** (indicando a cruz da linha horizontal) **falta outra peça, só pode ser esta"** (A). - **"Fica cruz e cruz** (D em cima), **outra cruz e cruz** (D embaixo) **e esta com uma, não tem mais"** (A no meio) (Isto porque a peça A continha uma cruz).*

Observa-se em EDI a idéia já presente da escolha de peças, considerando simultaneamente as duas coleções, razão do sucesso da primeira coluna. Parece que a questão do experimentador "combinar de uma só vez" foi levada em consideração por EDI, não o suficiente, porém, para prosseguir com esta simultaneidade mais distante, como na segunda e terceira colunas, fazendo-o retornar aos procedimentos anteriores: escolhas em função de uma só coleção.

Olhando a matriz de EDI, aparentemente os erros foram três (conforme foi assinalado). Entretanto, segundo suas justificativas, constata-se que, ao escolher as peças colocadas na segunda e terceira colunas, não considerou a multiplicação de atributos, embora a solução apresentada fosse correta.

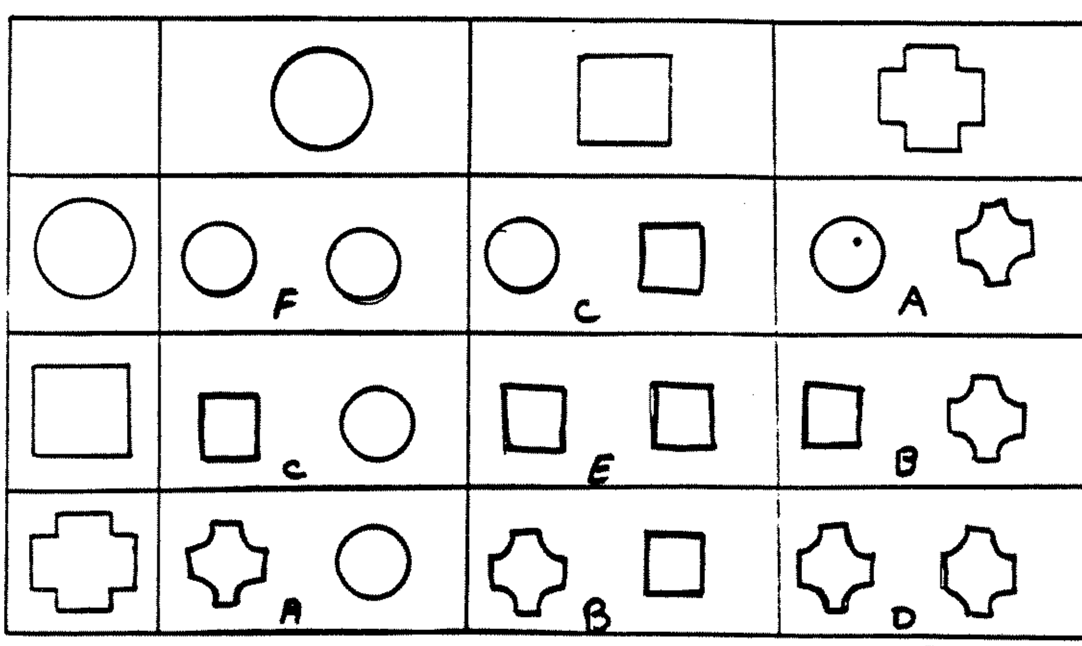
Estes procedimentos apresentam características de transição em direção à correspondência simultânea de classes.

Foi solicitado a EDI que refizesse a matriz, colocando novamente as peças mas, desta vez, sobre os desenhos. E, a cada colocação, EDI era solicitado a justificar sua escolha. Nenhuma dificuldade foi verificada em relação à primeira coluna. Aplicou o procedimento usado, o da multiplicação de atributos, passou à segunda coluna, logo constatando seu erro. - *"Aqui não*

pode *(para E)* ***é esta*** *(C)* ***com círculo e quadrado"***. As perguntas do experimentador permitiram que EDI percebesse os seus erros e os corrigisse. Só que em "E", da segunda coluna, considerou correto porque naquele momento fez a multiplicação de atributos deixando de lado a escolha centrada em uma só coleção. O mesmo ocorreu em "D" da terceira coluna.

Em sessões posteriores esta atividade foi novamente realizada por EDI, e este, preencheu a matriz com as respectivas peças, apresentando uma solução operatória, com a multiplicação de dois atributos.

3ª construção de matriz - EDI (9;7)



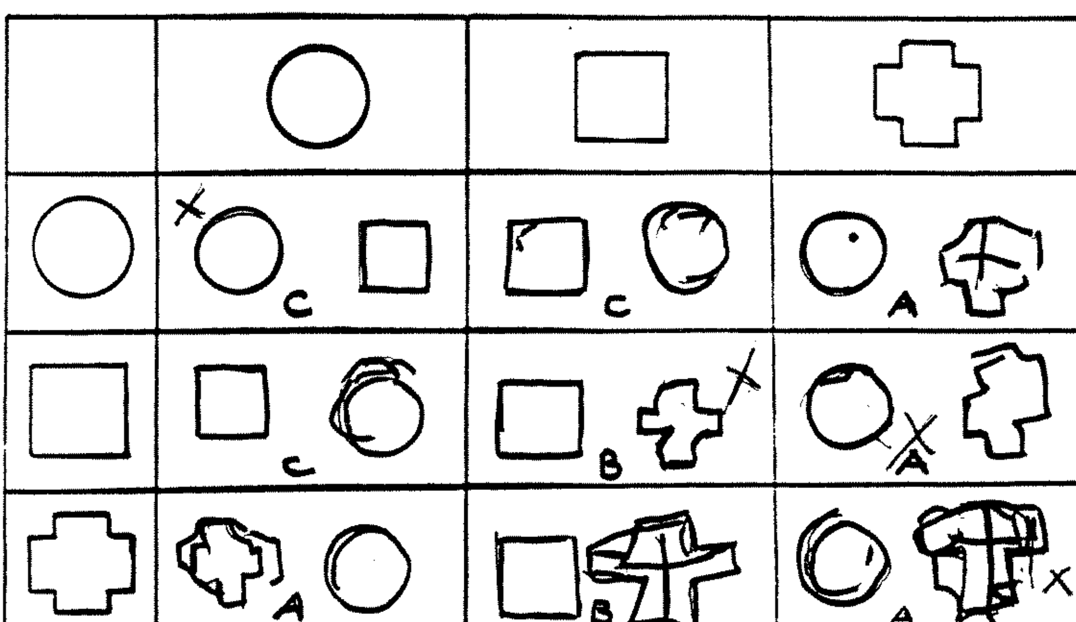
EDI ... como você fez para encontrar esta (B)? - ***"eu pensei nesta*** *(mostrando a cruz vertical)* ***com esta*** *(quadrado horizontal). Tem alguma peça diferente destas que restaram ? Olhou atentamente as peças da mesa e as colocadas na matriz. -* ***"Não, tem mais, mas são repetidas"***, *sobrepondo-as sobre aquelas colocadas na matriz.*

Como se pode observar no início EDI apresentou procedimentos característicos das coleções não-figurais. Porém, à medida que começa a compreender as relações em jogo, que consistem em combinar de um só vez dois atributos, seu procedimento se altera.

Realiza retroações que lhe permitem constatar os erros e ultrapassá-los.

O caso de ELO é interessante porque apresentou um procedimento diferente daqueles de EDI. Embora tenha alcançado o êxito na 4ª construção da matriz, vale a pena descrever este processo, mesmo que resumidamente.

1ª construção da matriz - ELO (10;6)

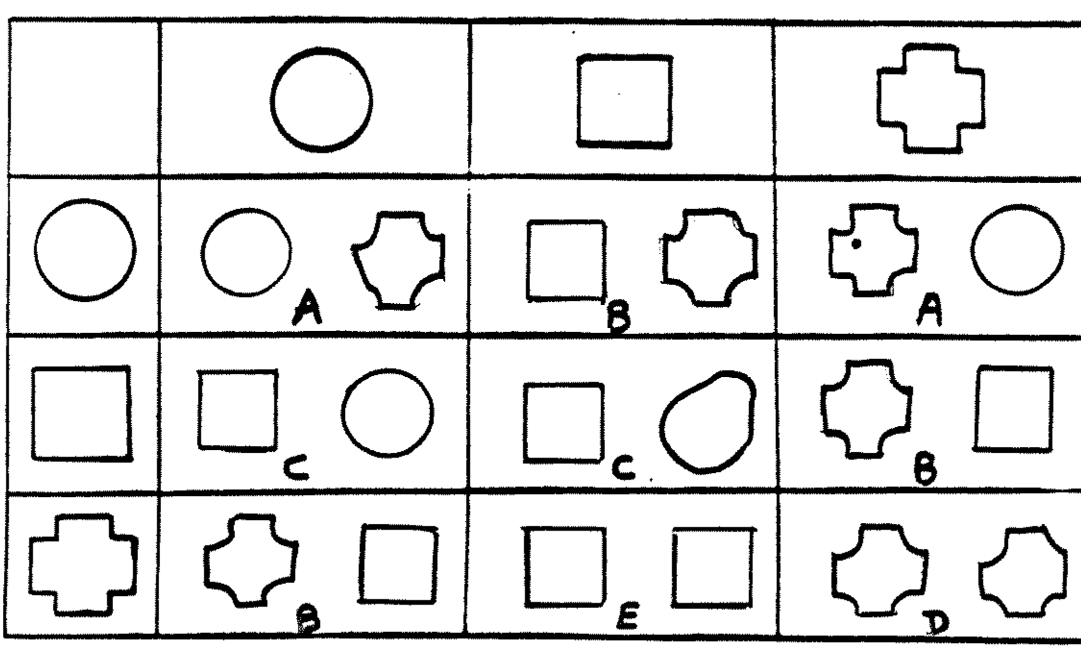


*ELO (10;6) ... Como você escolheu este (C) (1ª coluna)? - **"Eu fiz o círculo com o quadradinho"**. Indicando a linha horizontal... E esta (C 2ª coluna)? - **"O quadrado com o círculo"**, e "A"? - **"a cruzinha com o círculo"**. Sempre indicando a linha horizontal.*

Observa-se, nos procedimentos de ELO, uma combinação que sugere uma certa multiplicação, n ã o entre os atributos e sim por justaposição de figuras que pertencem à mesma coleção. O que não deixa de ser uma solução não-figural, tanto que repetiu a combinação em "B" e em "A". A diferença deste procedimento com o apresentado por EDI na primeira matriz, parece ser mais complexo por não se prender essencialmente às semelhanças perceptivas de figuras iguais. Já se percebe uma mobilidade maior no que se refere às composições.

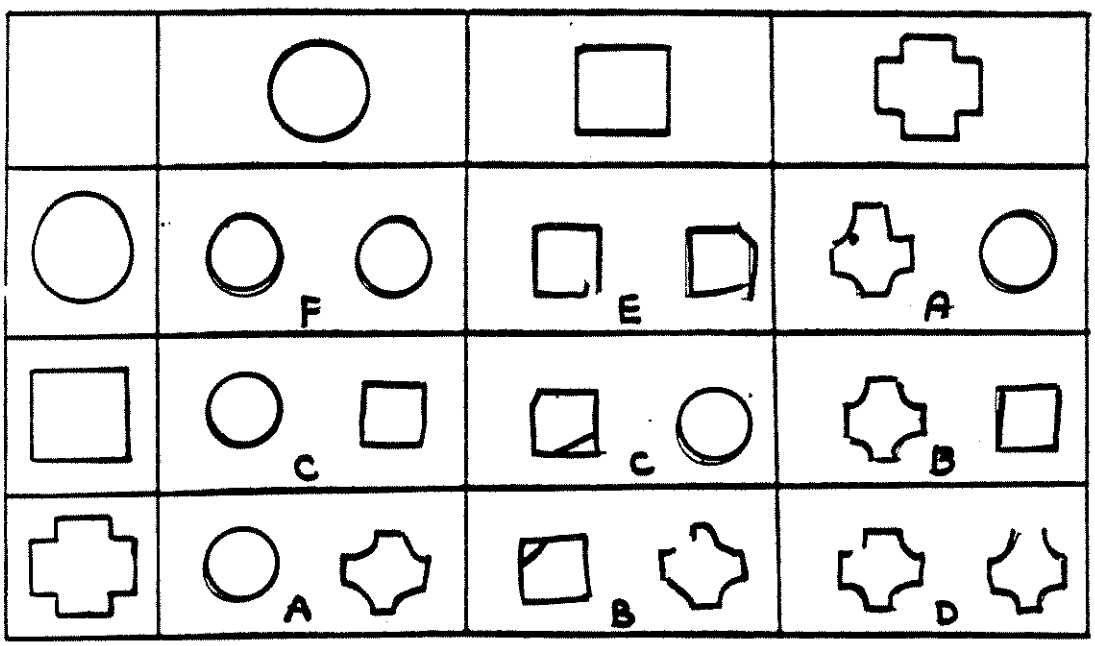
Na segunda matriz, ELO explicitou a multiplicação, só para a terceira coluna. Nas duas primeiras, justapôs os elementos, com uma novidade porém: ora se centrou na combinação das figuras verticais, ora na das figuras horizontais.

2ª construção de matriz - ELO (10;6)



Na terceira matriz, passa a considerar as duas coleções simultaneamente mas com dois erros. Convidada a rever o que fizera, com a proposta já parecendo-lhe clara: "combinar de uma só vez as figuras das linhas e colunas", ELO vai assinalando os erros, escolhendo a peça correspondente à combinação dos atributos das peças do jogo.

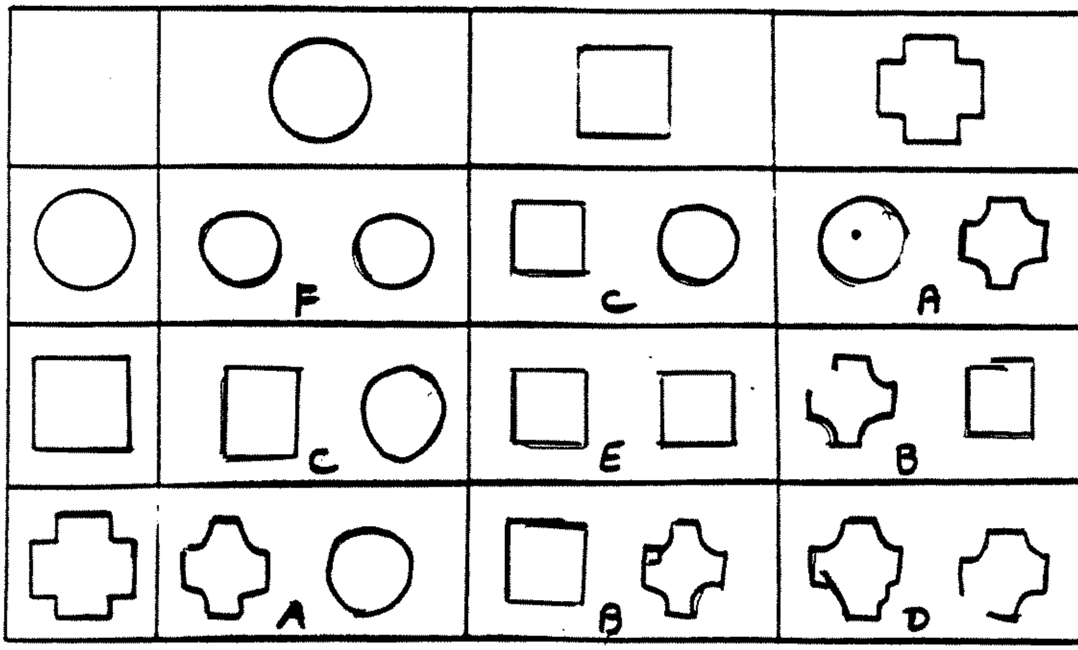
3ª construção de matriz - ELO (10;6)



ANA (10;6),já de início,apresentou um procedimento operatório de multiplicação, com justaposições que demonstravam a multiplicação de atributos.

O que se observa na construção de ANA foram as inversões, por não considerar invariante um só atributo. Esta invariância, porém, não é propriedade da multiplicação, uma vez que a ordem das figuras não altera o resultado na montagem da matriz. Todavia, o mesmo não acontece no jogo.

1ª construção de matriz - ANA (10;6)



ANA (10;6) - ... **"eu combinei** (em F) **círculo com círculo. Nesta** (C) **quadrado e círculo.** Em "C" da segunda coluna inverte considerando a figura horizontal em primeiro lugar: - **"eu combinei quadrado com círculo".**

Pode-se concluir, a respeito da construção de matrizes que as tomadas de consciência parciais dos erros, as retroações e as antecipações quer fossem por sucessão ou alternadas levaram a reunião de dois critérios em um mesmo sistema multiplicativo, permitindo o êxito nos procedimentos finais.

Tudo parece indicar que as intervenções anteriores no caso das inclusões hierárquicas de classes, contribuíram para que esse resultado fosse alcançado.

Uma vez que, para Piaget (1957-1975), estes procedimentos classificatórios ocorrem simultaneamente com relação às peças do jogo, os sujeitos puderam, também, tomar consciência de suas diferenças num plano novo: o da reconstituição de cada peça, pela combinação multiplicativa das figuras, fator este importante, uma vez que as figuras encontram-se isoladas na matriz do jogo. Ao sujeito compete realizar a coordenação entre as figuras (da matriz e das peças) em outras possíveis combinações que propiciam uma nova reinterpretação do Cilada, prosseguindo, portanto, a intervenção neste sentido.

II - C i l a d a - Jogo 2

A proposta desta situação foi elaborada em função da análise sobre os possíveis e necessários (Piaget,1981/1985),no Cilada.

A título de recordação, o desafio do Cilada consiste em encontrar ,dentre as possíveis correspondências,aquela necessária que permita o encaixe de todas as peças do quebra-cabeça 1, sendo 8 duplas e 4 triplas.

Pensou-se,então,que a estratégia mais simples e mais fácil para desencadear a solução seria a de começar pelas peças que, no jogo, se apresentam em menor quantidade: as triplas, ou seja, as peças necessárias de menor número de possíveis.

Começando pelas triplas,o jogador é duplamente favorecido: há mais chances de escolhas na matriz para bons encaixes, e as figuras restantes tornam-se mais facilmente coordenáveis com as peças duplas porque restam em menor número.

Procurando intervir,tanto na compreensão do jogo como na construção de melhores meios, foi proposto aos sujeitos, nesta situação - Jogo 2 - duas estratégias distintas de começar a construção.

A primeira consistiu em sugerir aos sujeitos que começassem a construção com as peças triplas. A segunda, que começassem com as duplas, necessárias de maior número de possíveis.

Uma vez efetuadas as duas construções,o sujeito era solicitado a comparar e dizer qual das propostas achou melhor.

Analisando os protocolos dos sujeitos, no geral a conclusão a respeito da melhor estratégia foi aquela de começar pelas peças triplas.

Eis alguns exemplos:

> JUL (10;6) - ... ***"é mais fácil começar pelas pecinhas com três, senão fica complicado".***

> RON (11;2) - ***"é difícil com as de três, mas no final fica fácil porque é mais fácil de pôr todas, coloca mais rápido".***

> TEL (10,11) - ***"é mais fácil com as de três porque com as de duas não dá, a gente tem que saber o lugar das com três primeiro".***

> MAR (9;3) - ...***"é mais fácil começar com as de três, porque tem menos peças, tem só 4. Com duas, tem 8 peças, tem mais formas para por aqui"*** (= *na matriz*).

Observa-se,nestas justificativas,uma diferença no sentido da tomada de consciência dos próprios procedimentos. As três primeiras, parecem centrar-se nos resultados observáveis da ação. Há um sentimento expresso da necessidade mas sem ainda atingir o plano da explicitação, tal como ocorreu com MAR. Este compreendeu a primeira estratégia como necessária por conter o menor número de possíveis,enquanto a segunda conta com maior número de possíveis. Explicitando: ***"...é mais fácil co*** *meçar com as de três, porque têm menos peças, têm só 4. Com duas, têm 8 peças, têm mais formas para pôr".*

Em relação aos procedimentos empregados na construção, progressos significativos foram conquistados pelos sujeitos.

Em geral, os traços característicos dos procedimentos consistiram na observação das ciladas durante o jogo, contendo diferentes graus de previsão. Redundante afirmar, a consideração, agora sistemática, das peças triplas como a melhor maneira de começar a construção, guardando, contudo, os diferentes níveis de compreensão. Por último, é importante ressaltar a progressiva coordenação entre as peças disponíveis e as figuras da matriz.

Como foi relatado o exemplo de PAL no jogo 1, também nesta situação o mesmo sujeito servirá de exemplo, com a finalidade de melhor acompanhar os progressos qualitativos em seus procedimentos.

*PAL (9;0) colocou as peças triplas aceitando a sugestão do experimentador. Em seguida, as duplas foram encaixadas. Ao sobrar uma figura isolada na matriz, constatou a cilada e, imediatamente, modificou o encaixe. Nos demais realizava correções tendo em vista: as ciladas que se constituíam e também as correspondências inadequadas. Porém, tais cuidados não foram suficientes de maneira a garantir a inclusão de todas as peças; sobraram duas. Observando as impossibilidades, modificou parte do jogo, retirando algumas peças. Adotou um procedimento novo: com os dedos foi "prevendo" as duplas de figuras da matriz, e, assim, encontrou a correspondência para 4 peças exclamando: - **"Está certinho"**. Encaixou mais uma dupla, caiu em cilada, constatou-a, voltou a substituir as peças, agora, demonstrando uma maior atenção no sentido de também "prever" as ciladas. Antes de efetivar as correspondências, preocupava-se em "antecipar" a existência de figuras pares na matriz, marcando-as com os dedos. Olhava atentamente as peças, as figuras, só então encaixava-as.*

Embora tais procedimentos fossem utilizados no sentido de precaver-se das ciladas, não se mostraram de todo eficientes, à medida que, em determinados encaixes, a mesma se fazia observável. A partir de reorganizações, conseguiu incluir todas as peças.

Mais ou menos análogos foram os procedimentos adotados por PAL, na segunda proposta de jogo. Observou-se maior número de substituições, ao serem introduzidas as peças triplas. Inteligentemente, em uma de suas reorganizações procurou garantir em primeiro lugar, os encaixes triplos.

O que há de significativo nos procedimentos de PAL é este meio caminho entre as constatações ainda necessárias das ciladas e a presença de certas antecipações das mesmas durante a construção. Comparadas com o jogo 1, estas condutas são inusitadas, porque lá as ciladas não eram observáveis durante as construções.

Os procedimentos de conferir com os dedos, embora empiricamente, denotam, por um lado, um certo grau de antecipação, por outro, revelam descentração de uma única peça em direção a todo o conjunto. Contudo, nem sempre são eficazes por carecerem de coordenações mais precisas entre as figuras das peças e as da matriz.

Observou-se que PAL não apresentou, nestas construções, o procedimento de sobrepor as peças, substituindo-o por aquele de "marcar com os dedos as figuras pares", antes de encaixá-las.

Percebe-se que a compreensão do jogo se reveste de novos significados tanto com relação às ciladas quanto às coordenações um pouco mais abrangentes entre as peças e figuras da matriz. Esta coordenação se restringia, no jogo 1, somente àquelas peças que tinha nas mãos.

Quanto a começar pelas triplas, com um menor número de possíveis, PAL, sem tomar consciência das razões, constata, no "fazer" (reussir), ser esta uma estratégia mais econômica. Tan to que, na segunda proposta, ao encontrar dificuldades com as triplas, reorganiza o jogo, tratando de encaixá-las logo em primeiro lugar.

O exemplo de TEL interessa, principalmente na maneira como demonstrava as antecipações.

> *TEL (10;11) encaixou as 4 peças triplas com sucesso , prosseguiu com as duplas. Em um dos encaixes, observou na mesa, dentre as demais, a peça D (duas figuras de cruz) e que na matriz não mais havia pares de cruz disponíveis. Sem ignorar este fato, tratou de reorganizar imediatamente o jogo, deixando espaço para a peça D. Este procedimento é novo, uma vez que, no jogo 1, TEL se prendia à peça mais imediata: aquela que tinha nas mãos.*
>
> *Preocupava-se em não deixar ciladas, ora constatando-as, ora antecipando-as. Assim, construiu com êxito o quebra-cabeça.*
>
> *Na segunda proposta, demonstrou ainda mais preocupações com as duplas iguais (peça F: círculo e círculo), garantindo a colocação das respectivas figuras na matriz. Enquanto encaixava as duplas, reservou espaços para, posteriormente, encaixar as triplas; centrando-se, todavia, no número de figuras (três). Ao tentar encaixar as triplas nos lugares previstos, constatou as impossibilidades de correspondências. Retirou-as e, a partir de então, procurou assegurar-se, colocando os dedos sobre as figuras e, ao mesmo tempo, observar as não-correspondências. Concluiu, então que, o arranjo que fizera com as peças conduziria à cilada. Sem ainda tentar qualquer modificação, explicitou: -* **"tem que começar com as de três, porque com duas não dá, a gente tem que saber o lugar das com três primeiro"**. *Reorganizou, colocando as triplas logo de início e, com os procedimentos já descritos, encaixou as duplas, terminando com êxito.*

Os procedimentos de TEL revelam tomadas de consciência bastante singulares, no que concerne às previsões dos encaixes, desencadeadas pelos erros observáveis, sendo estes últimos ocasionados por coordenações incompletas entre as peças e as figuras da matriz. Ou seja, não havia inicialmente, presente em TEL, a intenção de relacionar todas as peças a serem encaixadas com as figuras disponíveis na matriz, uma vez que os encaixes se resolviam por necessidades locais.

Ao constatar a insuficiência destes procedimentos, passa a prever os encaixes, principalmente das duplas, com figuras iguais. Esta previsão consistia em deixar os respectivos espaços vagos na matriz.

No momento de encaixar as triplas (segunda proposta de jogo), aplicou os mesmos procedimentos, antecipando, também, os lugares das peças, só que se centrou estritamente na quantidade de figuras. Novamente experimentou a ineficácia do procedimento, ao verificar que, nos espaços reservados, as peças triplas não correspondiam.

Estas observações, sucessivas dos erros, conduziram TEL a fazer uma análise do jogo como um todo: peças colocadas, peças a encaixar e figuras na matriz disponíveis. E chegar à conclusão que o arranjo que fizera não procedia e que a estratégia de começar com as triplas garantia, de maneira melhor, o êxito.

Pode-se dizer que, à medida que TEL procurava "aprimorar" suas previsões, mais sentia a necessidade de integração parte-todo no Cilada. Percebendo que iniciar com as triplas, isto é, com o necessário de menor número de possíveis, parecia uma maneira mais precisa de conseguir tal integração.

A seguir, o exemplo de ANA ilustra novamente os progressos conquistados.

ANA (10;6) iniciou com as peças triplas, tentando preencher, como fizera no jogo 1, o lado direito da matriz, procurando assegurar os encaixes de maneira a respeitar a contigüidade das figuras nos encaixes. Como não foi possível, colocou as triplas em outras posições. Em seguida, foi encaixando as duplas sistematicamente, sem tateios. Por não ter considerado todo o conjunto de peças e figuras, restou uma peça a encaixar, o que a fez reorganizar o jogo.

ANA fazia previsões locais das ciladas, examinava as *peças e só efetuava as substituições quando estava segura das correspondências e sem perigo de ciladas. Caso contrário, não tentava encaixar.*

Este procedimento conduziu ANA a centrar-se ainda mais na comparação entre peças e figuras da matriz, resultando em encaixes cada vez mais precisos, ampliando, por conseguinte, as possibilidades de previsão das ciladas. Isto fazia ANA corrigir o jogo antes que as ciladas se constituíssem, terminando com êxito a construção.

Observa-se uma nova característica nos procedimentos de ANA: as antecipações, quer das ciladas, mesmos locais, quer dos encaixes. O antigo procedimento de sobrepor peças não mais foi empregado, uma vez que as possibilidades de antecipações, frutos das coordenações, puderam ultrapassá-lo, embora ainda não sistematizadas com todas as peças e figuras da matriz.

Interessante comentar que no jogo, cuja estratégia consistia em começar pelas duplas, ANA, procurava conservar vazios os lugares onde as triplas foram encaixadas, demonstrando, com isso, uma certa memória das posições e das correspondências das referidas peças.

Uma mobilidade contínua se observa no jogo de ANA, oriunda das antecipações e de melhores relações entre parte e todo.

Nos exemplos apresentados, julgados os mais significativos, as evoluções e as variações nos procedimentos foram relevantes, principalmente se comparados com os do JOGO 1.

As coordenações realizadas pelos sujeitos, tantas vezes mencionadas, as possibilidades de previsões, as relações mais objetivas entre parte e todo do jogo, enfim, todas as reinterpretações do significado do jogo, foram conseqüências das aquisições anteriormente conquistadas pelos sujeitos, as quais podem ser atribuídas à intervenção.

As relações em maior número de peças e as figuras da matriz foram possibilitadas pela compreensão da relação parte-todo, contida nas construções de coleções que, pouco a pouco, se caracterizaram em soluções operatórias conferindo, aos sujeitos, novos poderes.

Com as matrizes, os sujeitos puderam simultaneamente operar com as peças. Uma vez compreendendo suas composições, as correspondências peças e figuras eram facilitadas, permitindo, como se observou, encaixes diretos sem necessidade de verificações.

Estes novos instrumentos construídos pelos sujeitos refletiram na elaboração dos procedimentos bem como nas novas significações atribuídas do jogo.

Quanto às estratégias sugeridas aos sujeitos, desencadearam a possibilidade de escolha do melhor procedimento de começar a construção. Pode-se dizer que esta escolha passou a ser intencional, assentada nas constatações feitas pelos próprios sujeitos. O jogo resultou mais eficiente, à medida que os sujeitos aplicaram os conhecimentos construídos ao conteúdo do próprio jogo, criando novos meios de lidar com os desafios a fim de buscar soluções, com êxito, no quebra-cabeça.

III - Construindo Possíveis e Necessários com o Cilada

A intervenção pedagógica realizada com o jogo Cilada consistiu numa oportunidade para o progresso na construção dos possíveis e necessários.

Inicialmente, o objetivo consistiu na descoberta das diferentes possibilidades de encaixar as peças do Cilada.

Em seguida, com todas as peças, os sujeitos foram solicitados a, livremente, organizar e montar diferentes quebra-cabeças e matrizes, representando-os e comparando-os.

Nestas atividades, o possível e o necessário co-existem. Enquanto se trabalha, nos jogos, os possíveis, inventando novas formas, comparando simultaneamente os diferentes jogos, a necessidade está implícita no sentido de que os meios precisam estar integrados em função do jogo.

- Possibilidades de encaixes de peças -

Em relação às descobertas das possibilidades de encaixar as peças do Cilada, os sujeitos escolheram algumas peças e passaram a correspondê-las nos diferentes lugares, atendendo à questão colocada pelo experimentador: *"De quantos jeitos você pode encaixar esta peça"?*

Com lápis e papel os sujeitos deveriam mostrar o que fizeram, sem qualquer sugestão por parte do experimentador acerca do tipo de representação.

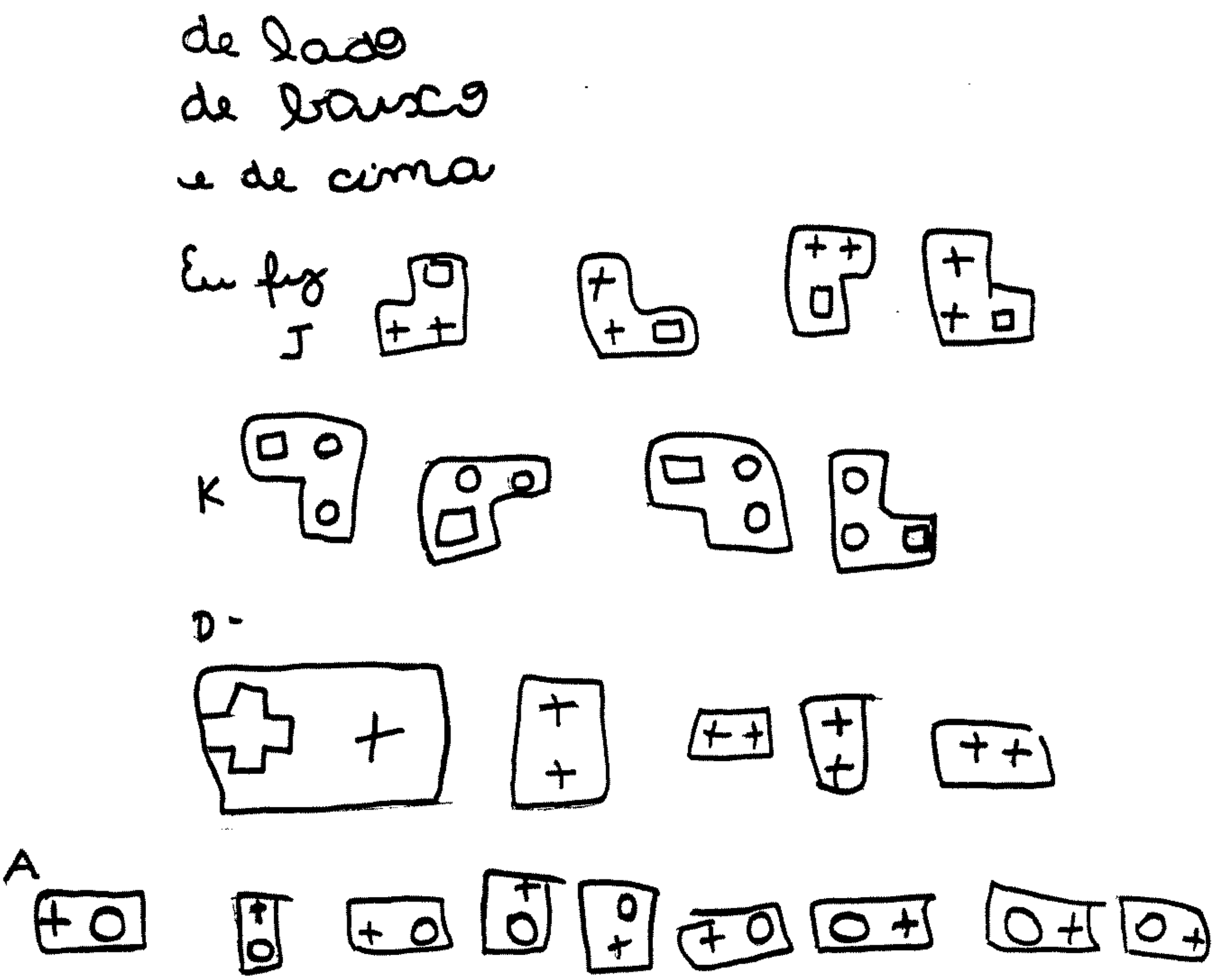
Facilmente os sujeitos constataram o número necessário de possíveis encaixes de cada uma das peças que escolheram.

Procuravam coordenar bem as figuras, buscando encontrar todos os lugares possíveis. Quando, espontaneamente, o número de possibilidades não era esgotado, o experimentador intervinha com a questão: *Você achou todos os jeitos? Tem certeza?* Com isto, os sujeitos voltam a pensar sobre suas ações ou a refazê-las. Após a certeza, confirmavam o número de possibilidades.

Como os sujeitos descobriram as possibilidades de encaixes, os exemplos recairão sobre as diferentes maneiras de representação gráfica, cada qual contendo mais ou menos informações a respeito das ações realizadas.

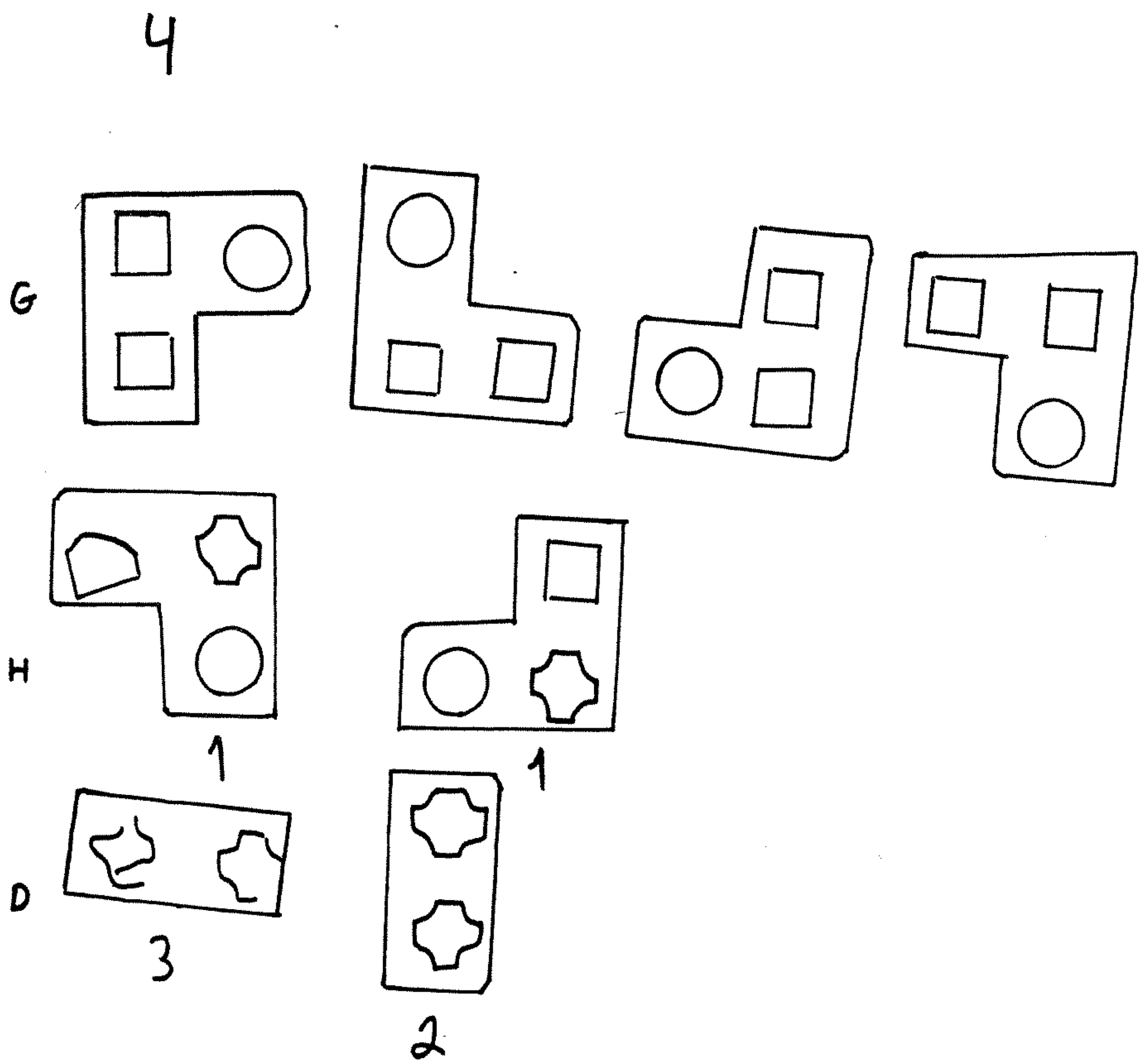
Por exemplo, JUL (10;6) descreveu as posições das peças e, em seguida, desenhou-as, representando a quantidade e a posição por meio de desenhos, sem nenhuma referência a numerais.

JUL (10;6) - Representação dos encaixes



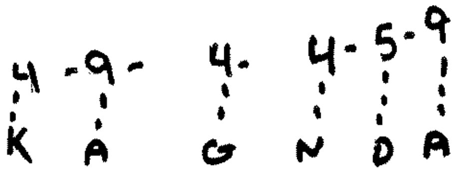
MAR (9;3) representou numericamente a quantidade dos possíveis encaixes da peça G e, em seguida desenhou-a obedecendo as posições diferentes. Para H, desenhou as posições possíveis e o número de encaixes relativo a cada posição. O mesmo para D, sintetizando o número de possibilidades de cada posição.

MAR (9;3) - Representação dos encaixes



Diferentemente, ANA representa as possibilidades de encaixe utilizando, essencialmente, números.

ANA (10;6) - Representação dos encaixes



OBS.: As letras referentes às peças foram, em todos os exemplos, colocadas pelo experimentador, a fim de melhor identificá-las.

RON (11;2) realizou a primeira representação com desenhos, assegurando as posições. Depois, por si, modificou o procedimento, indicando com números. - ***"4 jeitos"***. *Você acha este um bom jeito? perguntou-lhe o experimentador.* - ***"acho porque assim é mais rápido"***.

É interessante comentar que o uso do grafismo numérico não apareceu imediatamente nas representações. No entanto, os sujeitos, como no exemplo de RON, passaram a utilizá-lo quando solicitados pelo experimentador: *"Tem um jeito mais rápido de você indicar o tanto de encaixes de cada peça"?*

A partir desta solicitação, os sujeitos passaram a representar a quantidade de encaixes, demonstrando a compreensão do valor inclusivo do número.

- Inventando novos quebra-cabeças -

O propósito desta situação foi o de trabalhar com os su jeitos a construção de possíveis e necessários, por meio das invenções de jogos.

Com todas as peças do Cilada, os sujeitos foram solicitados a inventar quebra-cabeças diferentes.

Como as condições em que se desenrolavam esta situação favoreciam, trabalhou-se, também com os sujeitos, a seqüência espacial por ocasião das representações dos jogos, e o significado do valor posicional da numeração.

O possível e o necessário coexistem nas invenções de quebra-cabeças à medida que as diferenciações procedem dos possíveis e a integração dos necessários. Assim, as escolhas das peças para comporem diferentes jogos, combinações e procedimentos empregados, encontram-se subordinados a uma integração. Em caso contrário, a coerência do jogo não é obtida.

As questões colocadas aos sujeitos a respeito do número de possibilidades de se construir quebra-cabeças (*Quantos quebra-cabeças diferentes você poderá construir? 2, 5, 10, 50 ou 100? Você poderá fazê-los todos?*) permitiu saber se os possíveis são compreendidos simultaneamente a outros.

Após construírem os jogos e representá-los graficamente, os sujeitos foram solicitados a compará-los. Esta atividade possibilitou-lhes constatar a existência de vários possíveis simultâneos, à medida que observavam as suas próprias representações gráficas dos quebra-cabeças invertidos.

A tarefa proposta introduziu novos desafios aos sujeitos. Por um lado, a escolha das peças recaía sobre um número muito maior de possibilidades, uma vez que se trabalhava com todas as peças. Por outro, o arranjo necessário das peças sobre a matriz não implicava somente na posição das mesmas, mas dependia, reciprocamente, das escolhas realizadas.

Nas construções com o quebra-cabeça 1, proposto pelo Cilada, não contava este último desafio, uma vez que as peças já estavam determinadas.

Enquanto a forma original do jogo reduz os possíveis, acentuando a necessidade, a atual proposta (com todas as peças inventar quebra-cabeças) apresenta uma abertura em maior grau de possibilidades, reduzindo, por sua vez, em grau menor, a necessidade.

Analisando os protocolos, em geral, sobre as questões relativas ao número de possíveis nas invenções de novos jogos, se pode presumir, pelas respostas apresentadas, a presença de co-possíveis concretos, pouco numerosos, variando, entre os sujeitos, o número maior ou menor de possíveis atualizáveis (Piaget, 1981-1985).

Foram selecionados alguns exemplos:

> NAN (9;6) ... *quantos quebra-cabeças são possíveis fazer? 2, 5, 10, 50 ou 100?* - **"50"**. *Você é capaz de fazê-los todos?* - **"Não sei"**. *Quantos você acha que é capaz de construir?* - **"uns 10"**. *É possível fazer 100?* - **"não, porque 50 é menor"**.

> PRI (9;3) ... *quantos são possíveis: 2, 5, 10, 50 ou 100?* - **"só 10"**. *50?* - **"Não, é muito"**. *você é capaz de fazê-los todos?* - **"posso fazer 10"**.

> ANA (10;6) ... *"10", "100"?* - **"Não, porque o quebra-cabeça é pequeno"**.

> PAL (9;0) ... *quantos possíveis?* - **"28", porque é o que tem aqui"** *(após ter contado as figuras da matriz do jogo). Você é capaz de fazê-los todos?* - **"Acho que uns 20"**.

> FAB (9;7) ... - **"pode fazer até 1.000"**. *Você poderá fazê-los?* - **"50 eu posso mas 100 não"**.

*LUI (9;8) ... **"posso fazer 2 jogos"**. É possível mais? **"Pode até 5"**. Mais jogos diferentes não é possível? - **"Não sei, acho que não, mas 10 pode, sabe até uns 20 dá"**. E 100? - **"100 é muito"**. Mesmo que você não faça, quantos você acha possível fazer? - **"Pode ser 100 mesmo, mas eu só aguento fazer 10"**.*

Como se pode observar pelas respostas, os sujeitos admitiam co-possibilidades de invenções de quebra-cabeças, antecipando, em graus diversos, que várias construções poderão ser realizadas. Contudo, se prendem aos possíveis atualizáveis. NAN e LUI apresentam um número maior de possíveis enquanto PRI e ANA só admitem aqueles que efetivamente poderiam ser construídos. FAB foi o único sujeito que antecipou maior número de possibilidades. No entanto, quanto à atualização, não diferiu de NAN.

Observa-se em ANA e PAL que se prendem ao aspecto figural do jogo, a fim de se decidirem a respeito do número de possíveis. ANA - ***"o quebra-cabeça é pequeno"*** e PAL ***"só tem 28 formas"***.

A presença de co-possíveis pode ser observada nas explicações apresentadas pelos sujeitos, quando compararam todos os jogos por eles mesmos inventados.

A maneira de conceber as diferenças existentes nas construções é caracterizada pela compreensão de possibilidades simultâneas de construção. À medida que estas diferenças se configuram como gerais, com caráter mais dedutível, isto é, aplicada a todas as construções simultaneamente, os co-possíveis aí estão também constituídos, concretos ainda, relativos às construções atualizáveis.

Por exemplo:

*LUI (9;8) examinava as folhas, as quais representavam os jogos e comparando parte do jogo, deduziu as diferenças: - **"são diferentes porque é só olhar aqui do lado, cada peça é diferente"**. Isto vale para todos os jogos ou só para este? - **"para todos esses"**.*

*FAB (9;7) - **"todos são diferentes, é só ver que mudou a peça. Mudou uma, muda tudo"**. Isto aconteceu em qual quebra cabeça) - **"nesses daqui"**. Vale para outros? - **"vale"**.*

*PAL (9;0) já explicita as diferenças, fazendo referência às peças, mas descrevendo as figuras componíveis. - **"aqui tem quadrado e cruz; ali círculo e quadrado"**... assim sucessivamente com todas as suas construções.*

A maneira de conceber as diferenças para FAB e LUI, por exemplo, foi mais geral, dedutiva, aplicada aos jogos construídos simultaneamente, ao passo que PAL procedeu comparando as diferenças, sem considerar um elemento de diferenciação mais geral. Enquanto esta última concebe um menor número de co-possíveis, FAB e LUI apresentam um maior número.

Analisando os procedimentos de construção dos diferentes quebra-cabeças realizados pelos sujeitos, pode-se constatar um obstáculo a ultrapassar: a escolha do número de figuras. Isto porque, há, na matriz, 28 figuras e as peças que irão ser encaixadas deverão corresponder, contendo o mesmo número . Caso o sujeito, por exemplo, fizer uso de uma peça tripla e as restantes duplas, invariavelmente cairá em cilada.

O exemplo de NAN pode ilustrar como procederam os sujeitos que experimentaram tal contradição.

NAN (9;6) - Invenção do primeiro quebra-cabeça: escolhe três triplas, em seguida as duplas, caiu em cilada, constatando-a. Retira uma tripla, que ocasionava a cilada. Prosseguiu com duplas. Como não era possível encaixá-las, retira outra tripla, restando uma só. Com as duplas coordenava bem os encaixes, evitando deixar figuras isoladas. Como havia deixado apenas uma tripla, as reorganizações do jogo que fazia *com as duplas, conduziram-no ao malogro.*

*Ao ser solicitado a explicar o que havia ocorrido em seu jogo afirmou: - **"Caí em cilada"**. Por que? - **"Sobraram formas"**. Quais? - **"essas três"** (indicando as figuras da matriz). Quantas peças de três figuras você usou? - **"uma"**. Tem algum outro jeito de construir sem ciladas? - **"Vou ver"**. NAN desmonta todo o jogo, recomeça-o com duas triplas, prosseguindo com as duplas, sem deixar figuras isoladas e terminando com êxito.*

Em sua primeira construção, NAN não se vale do número necessário de figuras para construir o quebra-cabeça. Persistia em substituir as duplas, deixando uma tripla que ao seu ver, provavelmente estava bem encaixada.

As correspondências com as duplas eram bem coordenadas, sem tantos ensaios empíricos. Em relação às ciladas, ora as observava, ora as antecipava num sentido mais imediato que mediato. Contudo, por não se dar conta do número ímpar das figuras nas peças escolhidas, não conseguiu nem antecipar e nem mesmo constatar o que ocasionava a cilada final: restaram três figuras na matriz.

Quando solicitado a rever o jogo, NAN pareceu compreender que usara só uma peça tripla, embora não tenha explicado a razão do seu erro. Pode-se supor que, no "fazer" (réussir) demonstrou a necessidade de usar peças triplas em pares. No entanto na construção seguinte,esta contradição não se fez presente.

Na terceira invenção de quebra-cabeças pôde ser observada,nos procedimentos empregados por NAN, a presença de antecipações das ciladas. Porém, a coordenação das figuras da matriz e da totalidade das peças disponíveis foi só em parte realizada. Mas,antes de deixar sobrar as figuras, foi logo antecipando: - ***"eh! Não dá, já vou cair em cilada"***. A partir de então reformula a escolha de peças, sem deixar de considerar as duas peças triplas.

Os procedimentos utilizados pelo sujeito demonstram que a necessidade de usar pares de peças triplas estava circunscrita ao plano do "fazer". Tanto que, sem demora, na quarta construção a contradição reaparece, sob nova roupagem: não era apenas uma peça, como antes, eram três. Em vão tentou substituir as duplas sem se dar conta das três triplas, bem colocadas.

Respondendo a intervenção do experimentador a respeito da ineficácia e seus procedimentos afirmou: - ***"está faltando mais uma, e não tem peça com uma só"***, referindo-se a uma única figura que restava na matriz.

Após NAN enumerar as peças triplas e duplas que usara, foi observado o número de figuras da matriz. Tendo estas constatações como ponto de partida, o experimentador colocou questões relacionadas às noções de números pares e ímpares, visto que, durante o jogo, NAN demonstrou não compreendê-las.

O sujeito concluiu ser par o número de figuras da matriz. O mesmo com as peças: pares e ímpares (2 figuras e 3 figuras). Combinando as peças, poder-se-ia obter números pares ou ímpares (exemplos: 1 tripla e 2 duplas, ou 3 triplas e 1 dupla; ou 4 triplas).

Vale dizer que este procedimento de intervenção foi realizado com os demais sujeitos que apresentavam tais contradições ao inventar seus jogos.

Voltando-se ao jogo, NAN concluiu: - ***"aqui está errado, porque tem três, com três figuras, tem que pôr mais uma de três, daí ficaram 4"***. Respondendo as perguntas do experimentador, quando no caso de se tirar uma delas, disse: - *"ē, dā também, com duas dā também; não pode, três e uma dā ĩmpar".*

NAN organizou o 4º jogo usando quatro peças triplas e facilmente o concluiu.

Construindo o 5º jogo, NAN tem cuidado com as peças triplas. Logo ao colocar a segundatripla, olhou imediatamente para a mesa, a fim de verificar se havia peças disponíveis para completar seu jogo, demonstrando pensar antes de escolher as peças, ao invés de ensaiar os encaixes, procedendo de maneira mais sistemática.

Observa-se, em seus procedimentos, uma diferenciação progressiva de meios, cada vez mais intencionais em direção à maior integração dos mesmos no jogo, a fim de que a coerência seja mantida.

Os diferentes procedimentos adotados por NAN em suas invenções podem ser assim resumidos: uso de número par de figuras; duas e quatro peças triplas, antecipação das ciladas , reformulação do jogo em função de escolhas mais intencionais das peças.

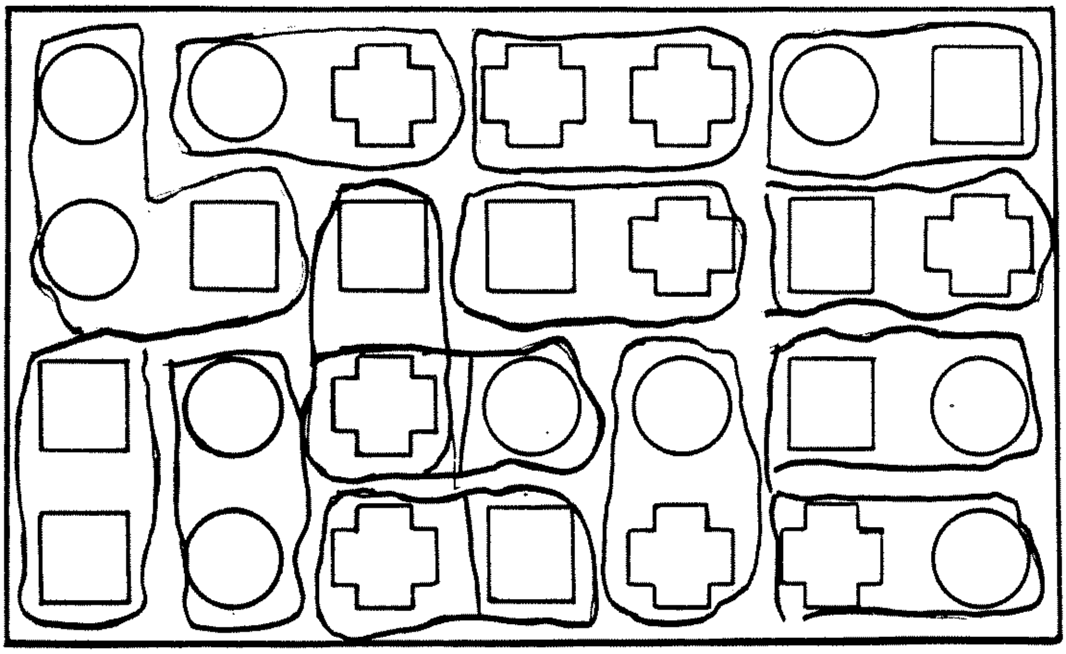
Como pode ser observado, a seguir, nas representações de alguns jogos, NAN os fez sempre diferentes. Concebe "50" jogos possíveis mas atualizáveis "10", atribuindo as diferenças entre eles à mudança de posição e ao tipo de peças, ao afirmar: - *"as pecinhas são diferentes, onde elas ficam também"* (referindo-se às peças e as posições de cada jogo).

A seguir, pode-se observar algumas representações dos quebra-cabeças inventados por NAN.

Representação dos quebra-cabeças inventados

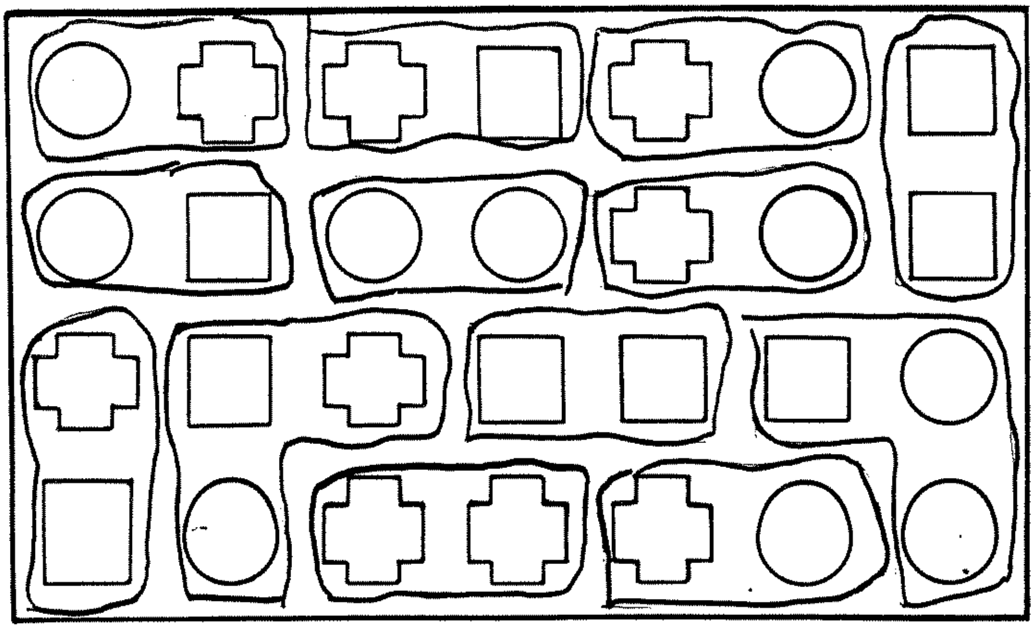
por NAN (9;6)

Representação do 1º jogo inventado



Obs.: Nesta primeira representação, NAN cometeu dois erros. Depois, analisando sua construção, corrigiu-os por si mesmo.

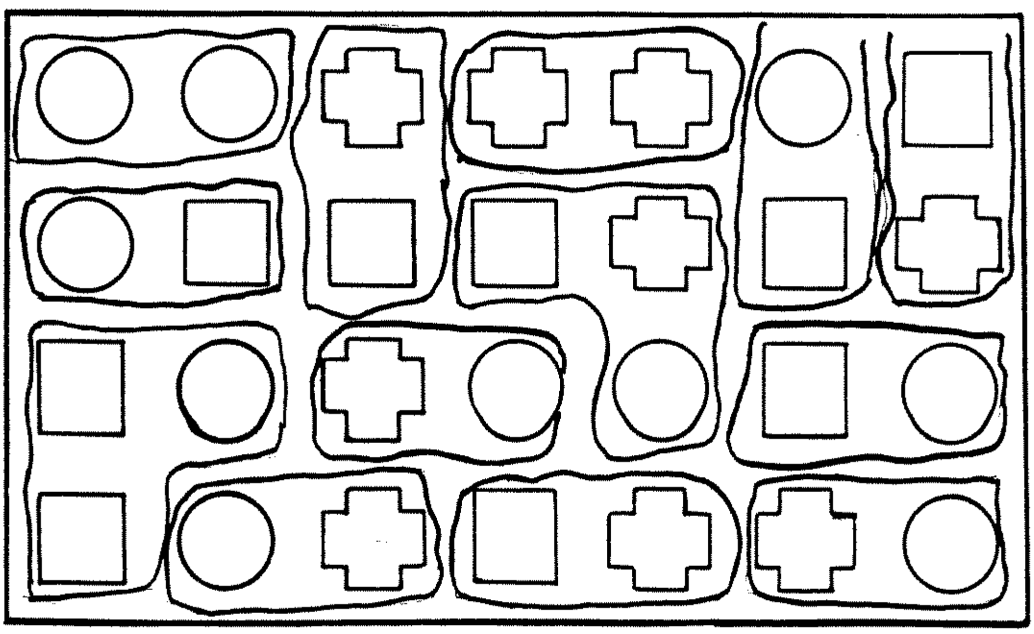
Representação do 2º jogo inventado



A-A-A-A-E-E-F-D-X-N-C-B-B   seqüência aleatória

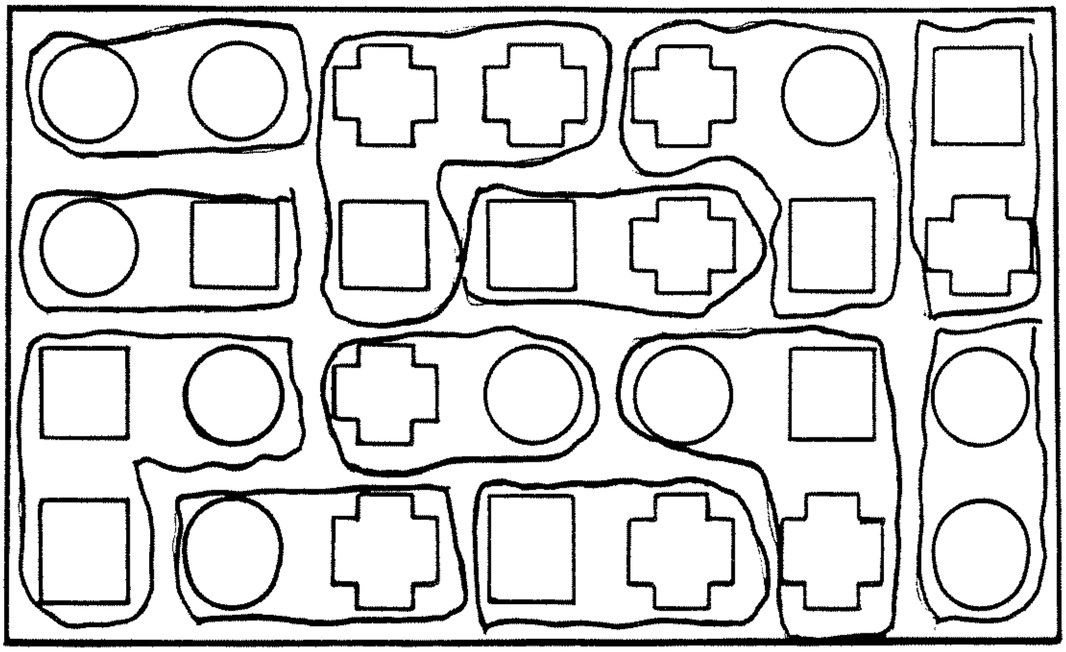
A A A-A-BB-C-D-EE-F-F-X-N   seqüência segundo a ordem alfabética

Representação do 3º jogo inventado



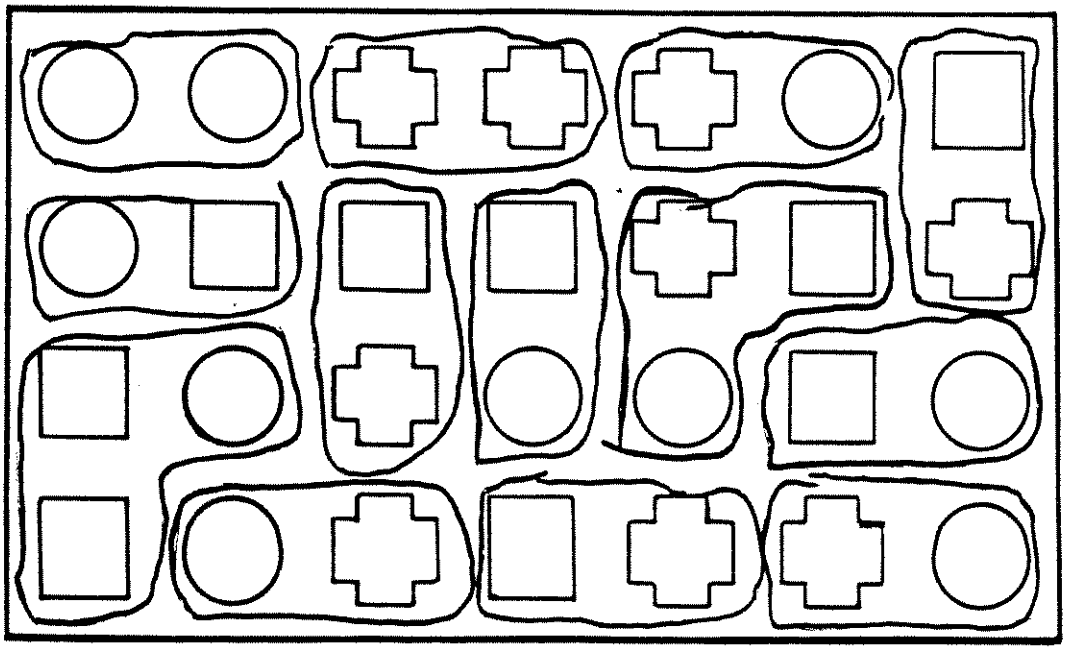
AAA-BBB-CCC-D-F-G-H

Representação do 4º jogo inventado



AA BBB-C-FF-G-J-l N

Representação do 5º jogo inventado



AAA-BBB-CCC-D-F-G-M

Nas invenções de PRI (9;3) são observados diferentes procedimentos. À medida que realiza as construções, novos meios são introduzidos.

Nos três primeiros jogos inventados por PRI predominavam as peças duplas, embora articuladas diferentemente. As coordenações peças e figuras evidenciavam uma mera correspondência, visto que PRI, de início, não considerava o conjunto todo de peças disponíveis, tanto que, no final, não conseguia peças que correspondessem. Preocupava-se, porém, em não constituir ciladas durante o jogo. Encaixava as peças, assegurando-se de que preencheriam as figuras contígüas, realizando previsões: olhava a peça e as figuras, como se fizesse uma correspondência mental, só depois efetuava o encaixe ou escolhia outra peça.

Com este procedimento, "tão atencioso" e com figuras duplas, não era preciso reorganizar o jogo. Todavia, no final, as peças duplas não se encaixavam e só neste momento substituia as peças. Faltava-lhe uma coordenação mais geral entre as peças e figuras.

A partir da quarta construção, mediante uma intervenção do experimentador, admitiu ser possível também usar peças triplas. Com duas triplas que encaixou, o número de figuras na matriz se reduziu. Este fato pareceu ser facilitador para que PRI articulasse melhor as figuras e peças, antecipando as escolhas possíveis e, conseqüentemente, prevendo as ciladas.

Em suas construções seguintes usou, também, peças triplas, terminando com duplas sistematicamente. Como não soube explicar o "porque" de usar duas triplas, a intervenção consistiu em criar situações a partir das quais o sujeito chegasse a compreender as noções de par e ímpar, por meio das construções: usando primeiro número de figuras ímpares (uma ou três triplas) e número de figuras pares (duas ou quatro triplas).

Em suas representações PRI demonstrou, inicialmente, dificuldades: na primeira fez círculos em torno de cada figura. Comparando o jeito que representara e como se constituía a matriz já completa, concluiu que *"não poderia ser daquele jeito"*. Ao tentar novamente, traça retângulos em torno de cada duas figuras, sempre horizontalmente.

Mais uma vez foi solicitada a comparar a representação com o primeiro jogo construído. Ao explicar como as peças haviam sido encaixadas, constatou os erros na sua representação. Tomando consciência das diferentes posições das peças nas figuras da matriz, representou seu jogo quase que totalmente correto. Errou duas posições. Ao comparar, observou o erro e, na quarta tentativa, teve êxito sistemático na representação.

Os jogos seguintes foram representados corretamente.

No primeiro jogo construído por ANA (10;6) usou duas triplas, mas não tomou consciência da necessidade do número das figuras ser par. Tanto é que, ao iniciar o segundo jogo, o fez com um número ímpar de triplas. Não percebeu, porém, a contradição, visto que apenas recorreu ao esquema anterior, de começar com peças triplas, argumentando: - *"errei porque tem que começar com pecinhas de três formas"*.

Com esta justificativa, ANA coloca claro a representação que tem do jogo: começar com as triplas. Entretanto, este modo de representar o problema não foi suficiente para resolver a contradição que experimentara.

Após a intervenção a respeito dos jogos com figuras pares e ímpares, ANA, reinterpretou-os, considerando, a partir de então, a necessidade até o momento ignorada de utilizar pares de figuras triplas. Em alguns momentos para bem certificar-se, tocava as figuras da matriz de duas em duas, com os seus dedos, no sentido de prever e garantir os pares.

Nos procedimentos das primeiras invenções, os encaixes só se tornaram mais precisos quando parte da matriz já se encontrava completa, o que resultava em maior facilidade devido à diminuição do número de possíveis.

A partir da terceira invenção a coordenação parte e todo já era mais regular, havia previsão nas escolhas das peças em função de todo o jogo. Logo no início foi capaz de prever a cilada, exclamando: - *"ah! já vou cair em cilada, só uma peça de três, é ímpar"*. Imediatamente escolheu outra tripla, baseada inteiramente na previsão que fizera. Verifica-se que este procedimento de antecipar só é possível quando o sujeito passa a conceber as jogadas simultaneamente, o que implica a compreensão parte e todo.

Nas sucessivas construções, os procedimentos de FAB foram análogos aos de ANA. Usou, na primeira invenção, três peças triplas. Após muitas vezes ter tentado substituir as duplas porque as triplas, bem encaixadas, não lhe pareciam ser problemáticas, afirmou: - *"desisto, não estou conseguindo fazer, preciso mudar tudo"*.

Ao refletir sobre a quantidade de figuras na matriz, nas peças, as combinações entre pares e ímpares, observou seu jogo e sozinho FAB tomou consciência do seu erro, dizendo: - *"já sei, tem que colocar mais uma peça de três, senão fica cilada. Eu usei três formas, dá ímpar"*.

As representações destes últimos casos não foram comentados nem apresentados porque se julgou elucidativos os exemplos de NAN e retomá-los seria redundante.

Na situação das representações dos quebra-cabeças, os sujeitos registraram, sob a matriz, as peças usadas, designando-as pelas respectivas letras. Como pôde ser observado anteriormente, no jogo de NAN, o registro das letras das peças foi ao acaso (cf.pág. 118). Atendendo à solicitação do experimentador, passou a alinhá-las de acordo com a ordem alfabética.

A invenção de quebra-cabeças diferentes constituiu uma boa oportunidade para criar situações-problema que implicavam o significado do valor posicional da numeração.

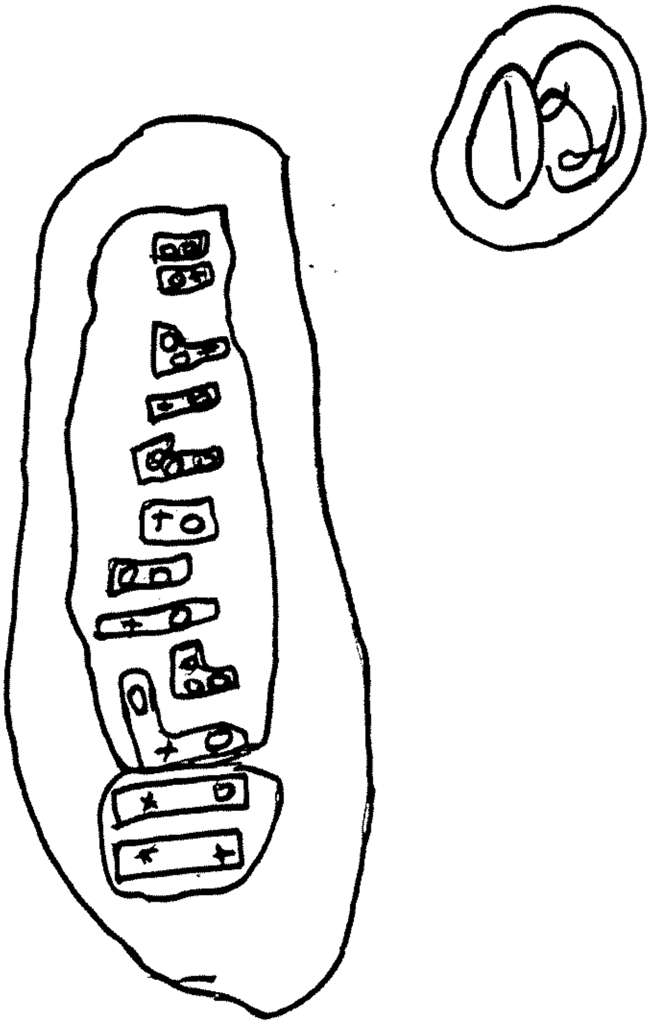
A situação descrita, a seguir, constitui um exemplo das intervenções realizadas.

> FAB (9;7) - *Quantas peças você usou em seu jogo?* - **"12"**. *Agora eu queria que você me desse uma parte de peças que corresponda ao "2" das 12 peças que você usou no seu jogo. Imediatamente FAB entregou duas peças. E agora a parte de peças de seu jogo que corresponda ao "1" das 12 peças. Pegou uma peça, entregando-a ao experimentador. Quantas peças você me deu?* - **"três"**. *Você usou três peças?* - **"Não, 12"**. *Estas peças (três) são todas as peças do seu jogo? (12).* - **"Não, 12 é tudo isso aqui"**. *Quanto vale o 1 do 12?* - **"Um, uma peça"**.

Devolvendo-lhe a peça, o experimentador repete o mesmo procedimento. FAB entregou duas peças correspondentes à parte "2" do 12; novamente entregou 1 peça para a parte do "1" do 12. Será que você me deu tudo? Eu posso preencher esta matriz com estas todas? - ***"Não"***. Mas se você me deu a parte "2" do 12, e a parte (3) "1" do 12, eu não poderia construir? - ***"Não, tem que ter estas daqui também"*** (indicando aquelas que ficaram com ele). Então eu lhe devolvo esta (1), e fico só com a parte que corresponde ao "2" das 12 peças. *Agora, quantas peças você tem aí?* (*Contou*): - **"10"**. *Me dê a parte do jogo que corresponda ao "1" do 12.* - **"São todas essas daqui"** (*amontoando-as*). *Quantas são?* - **"10"**. *Agora eu posso montar o jogo com as 12?* - **"Pode, você tem todas 12"**.

A seguir, o exemplo da representação realizada por FAB.

Representação do significado do valor posicional da numeração - FAB (9;7)



Não houve um só sujeito que, de início, acertasse as questões relativas ao valor do algarismo "1" do número 12, ou do 13, conforme a quantidade de peças que compunham o jogo inventado. A dezena tinha para eles o valor de unidade. E assim a representavam, porque entregavam uma peça ao experimentador, mesmo sabendo ser impossível construir o jogo com três peças ou 4 (conforme o caso de ser 12 ou 13 o número de peças).

Mas, a partir da constatação de que não se poderia recompor o jogo que continha 12 peças, como no exemplo, apenas com 3, os sujeitos passavam a considerar as peças que haviam permanecido com eles.

As sucessivas reuniões do todo 12 (ou 13) e as diferenciações das partes "2", e em "1", com a necessidade de reencontrar o todo de peças para compor o quebra-cabeça, levaram os sujeitos a refletirem sobre o valor do algarismo "1" no número 12 (ou 13). Deste modo, chegaram a tomar consciência que o algarismo "1" do número 12 corresponde, na verdade, a 10 peças e não a uma.

O conflito cognitivo gerado pela constatação de que as 3 peças entregues ao experimentador não eram suficientes para compor o quebra-cabeça desencadeou a necessidade de se encontrar uma solução que englobasse a utilização de todas as peças.

O conflito é ultrapassado quando os sujeitos decidem contar o número de peças que restam, depois de terem entregado as duas primeiras.

- Inventando Matrizes -

Nesta situação, o problema é colocado de maneira invertida: com as peças do Cilada os sujeitos foram solicitados a inventar novas matrizes de quebra-cabeças e, em seguida, a comparar as construções realizadas.

Em folhas sulfite, matrizes foram desenhadas e 28 pontos substituíam as figuras. Caberia ao sujeito compô-las, desenhando sobre os pontos as figuras contidas nas peças.

Antes das construções, os sujeitos foram questionados quanto ao número de matrizes possíveis de serem inventadas.

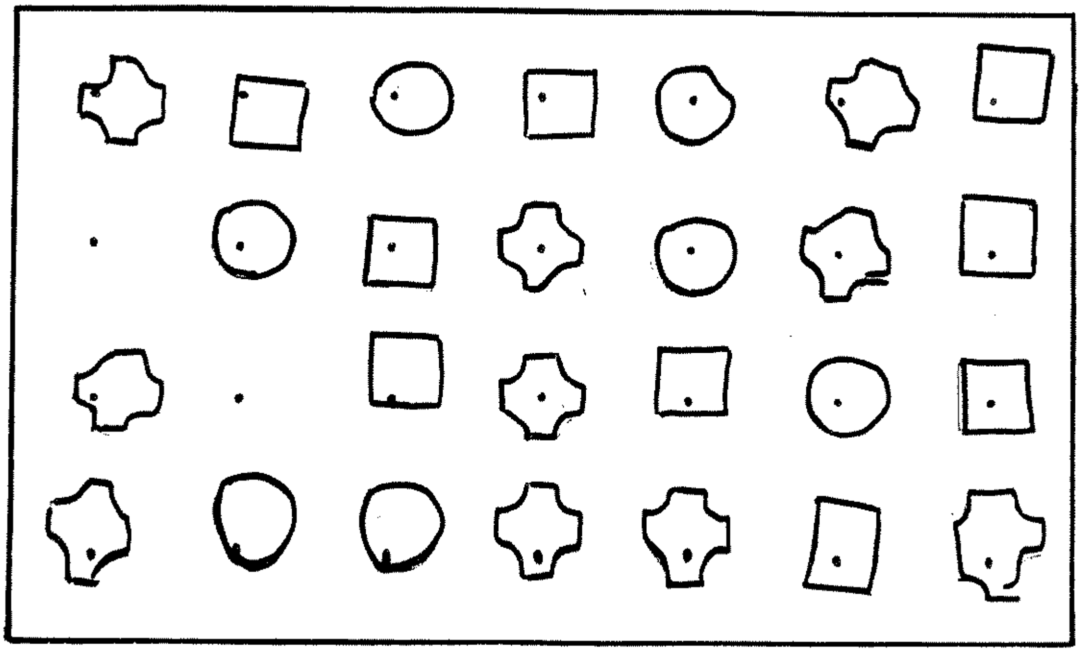
No geral, os procedimentos dos sujeitos, na composição de matrizes, consistiram em colocar as peças sobre os pontos e, em seguida, desenhar as respectivas figuras.

A única exceção ficou por conta de FAB. Aleatoriamente, na primeira, desenhou figuras sem se dar conta das peças. Ao ser questionado a respeito da validade de sua matriz, isto é, se as peças poderiam, num determinado arranjo, serem de fato encaixadas. FAB (9;7), pensou e disse: - ***"Eu não sei"***. Quando solicitado a fazer uma matriz, em que tivesse certeza que as peças poderiam ser encaixadas, passou a colocá-las sobre os pontos para, em seguida, desenhar as figuras de sua matriz. A partir de então, suas construções tornaram-se sistemáticas.

Os procedimentos usados nas invenções de matrizes, apesar de semelhantes em relação à estratégia, colocar as peças sobre os pontos, variaram quanto à composição, articulação e previsão do conjunto de peças sobre os pontos.

> *PAL (9;0) começou por colocar uma peça tripla e depois duplas, caiu em cilada e, por si mesmo, constatou:* - ***"eu coloquei só uma peça com três"***. *Reorganizou e colocou outra tripla. Como não separou as peças que havia utilizado, ao desenhar as figuras, colocou qualquer peça e sem se dar conta que restaram dois pontos. Percebeu seu erro logo após terminar a representação, dizendo:* - ***"ah! não deu certo.*** *O que é preciso fazer?* - ***"Tem que ver certinho e não deixar nenhum"***.

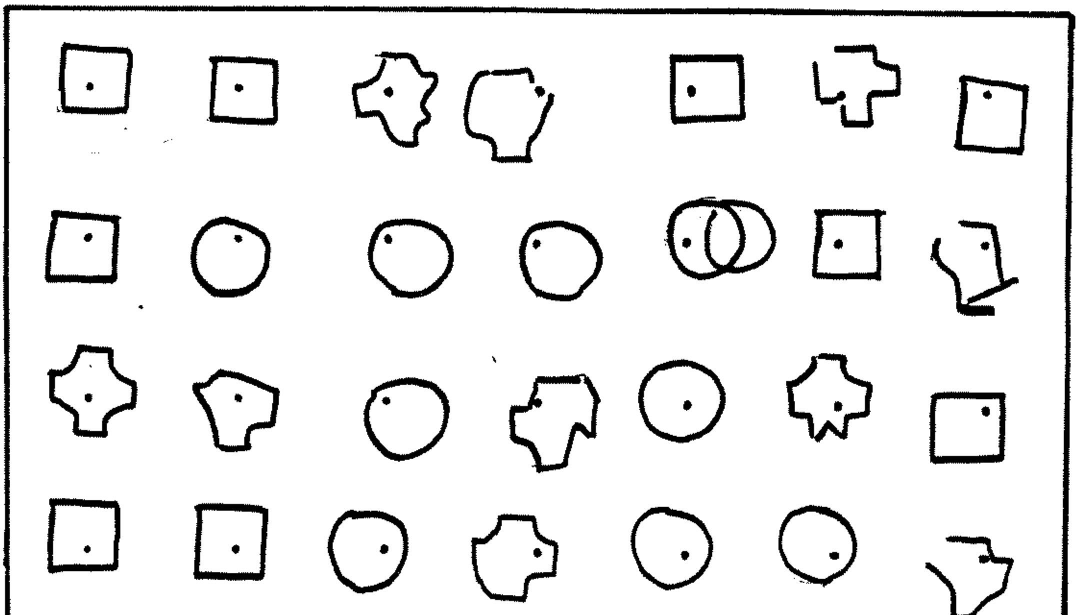
PAL (9;0) - 1ª matriz



Na segunda matriz, PAL escolheu duas peças triplas mas colocou-as distantes umas das outras, o que facilitou as ciladas, deixando pontos sem figuras. Ao constatá-las, reorganizou as peças e completou sem cilada.

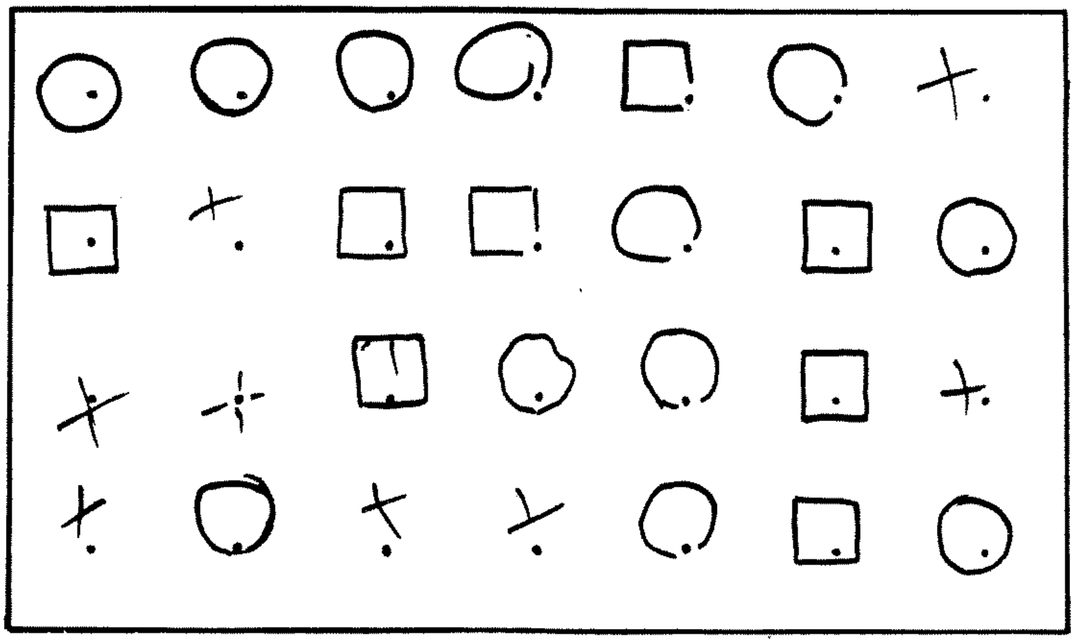
Na terceira construção, utilizou somente duplas, sem cair em ciladas.

PAL (9;0) - 3ª matriz



Na 4ª construção, o experimentador perguntou se era possível compor também usando as triplas. Passou a usar duas triplas, prosseguindo com duplas. Ao escolher mais uma tripla, sem antecipar, caiu em cilada, constatou o ponto vazio. Reorganizou o jogo, retirando, por si mesma, a tripla e concluiu com êxito. Nas construções seguintes, arrumou as peças de maneira contígüa sobre os pontos usando na 5ª matriz, duas triplas e na sexta, quatro peças triplas. Com êxito sistemático, concluiu as contruções.

PAL)9;0) - 6ª matriz



Quanto ao número de possíveis, PAL aumitiu conseguir fazer 28 matrizes, sendo impossível 50 ou 100, dizendo que: - "*só tem 28 pontinhos*".

Observa-se em PAL, inicialmente, a dificuldade em lidar com uma gama maior de possibilidades, quanto à escolha das peças, a fim de compor as figuras na matriz. E mesmo em articulá-las, não deixando pontos sem figuras. Em seguida, resolveu a contradição utilizando somente peças com figuras duplas. Com este procedimento, reduziu o número de escolhas possíveis: as duplas. Atendendo a solicitação, compôs também com triplas, (4ª construção) sem coordenar, caiu em cilada, deixando um ponto. Ao constatar o erro, PAL, por si, reorganiza as construções com o cuidado de trabalhar sempre com um número par de peças triplas. Adotando este procedimento, continua à construção com um número menor de pontos possíveis, terminando sistematicamente toda a composição da matriz (5ª e 6ª construções).

Quanto ao número de possíveis matrizes a construir, PAL admite co-possibilidades, restringindo a atualização à quantidade de pontos contidos na matriz.

No caso de PRI (9;3) a primeira matriz foi construída somente com peças duplas. Já na segunda, usou duas peças com três figuras e, para garantir os pares, foi colocando os dedos sobre os pontos. Certa das possibilidades, colocou, em seguida, peças duplas, completando todos os pontos. Na terceira tentativa, entretanto, usou três triplas e passou a verificar com os dedos, constatando que sobrava uma. Retirou um tripla e encaixou as duplas. Na tentativa seguinte, começou com 4 triplas e sempre com os dedos, precaveu-se da cilada para, em seguida compor a matriz.

Em relação ao número de possíveis, PRI admitiu ser possível fazer 50 matrizes, mas só seria capaz de fazer 10.

Observa-se, nos procedimentos de PAL e PRI, evoluções quanto à sistematização e às previsões. Pode-se dizer que PAL aprendeu através dos erros observáveis a construir matrizes, passando a articular melhor as peças, sem deixá-las umas distantes das outras, considerando as possibilidades de escolhas (peças triplas em pares) integradas num sistema coordenado de pontos.

Já em PRI, as previsões eram realizadas mediante uma comprovação de certa maneira concreta, principalmente para garantir a composição das figuras, quando as mesmas eram iniciadas pelas peças triplas. Este foi o procedimento adotado por PRI, a fim de assegurar o êxito.

Interessante comentar que, mesmo sabendo o número de pontos, 28, e também que, no início, usara duas peças triplas porque formavam figuras pares, PRI não conseguiu coordenar estas informações. Precisou, por todo o tempo certificar-se dos pontos pares para, então, dar prosseguimento às construções.

Apesar destes procedimentos já antecipatórios mas ainda presos à uma necessidade de verificação, uso dos dedos, observa-se que PRI trabalha com um número maior de possibilidades. Todavia, quando os ensaios com as peças triplas se encerram, as construções prosseguem com mais sistematização, sem dúvida, facilitadas pelo menor número de possíveis: poucos pontos a serem componíveis.

Por um lado, PRI avança em relação à PAL na previsão dos possíveis, concebendo a possibilidade de 50 construções de matrizes, mas sendo capaz de realizar apenas 10. De certa maneira, um menor número de atualização que PAL que dissera 28. PRI, porém, concebe os possíveis com certa independência dos observáveis do jogo, considerando-os como algo dependente de composições realizadas por si própria.

Interessante citar o procedimento que RON (11;2) adotou para garantir as previsões: enumerava os pontos que restavam, após colocar peças triplas sobre os pontos. Se o resultado fosse um número par de pontos, conservava as peças, caso contrário, ou incluía mais uma tripla, ou retirava-a. Entretanto, este procedimento de RON não se mostrou suficiente para obter o êxito, uma vez que as posições das peças sobre os pontos constituíam uma variável a considerar. Dependendo do arranjo, sobravam pontos.

Esta variável só era considerada pelo sujeito, quando diante da constatação do erro sobrar pontos. Dependendo sempre da constatação empírica, RON reorganizava suas composições quando necessárias.

Este fato não impediu RON de considerar um número maior de possíveis. Chega, assim, a admitir ser possível compor 100 matrizes, mas que ele próprio só conseguiria fazer 50.

Diferentemente MAR, (9;3), em suas composições, coordenava as variáveis: número par de figuras e posições contígüas das peças, sem deixar pontos vazios, apresentando, com estes procedimentos, composições mais sistemáticas de matrizes. Ao responder sobre as possibilidades de inventar novas matrizes, afirmou: - *"50 é possível fazer, 100 não dá, porque é muito"*.

Comparando as situações, construiu quebra-cabeças e construiu matrizes, no que concerne ao número de possíveis. Observou-se, nesta última, um aumento do número de possibilidades concretamente realizáveis e também o aumento de possibilidades atualizáveis, como pode ser verificado nos exemplos de RON e MAR.

ANA, de 10 possíveis anteriormente realizáveis passa, no caso das matrizes, a conceber 50. Em termos de possibilidades atualizáveis, ANA continua a admitir 50 porque, como afirmara, 100 é muito.

O mesmo ocorreu com ELO; de 10 na primeira situação pas sou a 20 realizáveis na segunda, acreditando ser possível, no caso de matrizes, atualizar 50, enquanto que com os quebra-cabeças seria possível atualizar apenas 10.

PRI já ficou a meio caminho, permaneceu concebendo 10 possibilidades realizáveis mas, no caso das matrizes, admitiu ser possível atualizar 50 quebra-cabeças.

Nos casos de PAL e TEL as possibilidades realizáveis e atualizáveis são admitidas vinculadas aos observáveis do jogo: PAL aos 28 pontos da matriz e TEL às 24 peças.

Os demais sujeitos não apresentaram variações quanto ao número de possíveis.

Ao compararem as matrizes, os sujeitos abstraíram as diferenças das figuras pelas próprias peças colocadas sobre os pontos ou pelas posições das mesmas.

> FAB (9;7) - *"são diferentes, cada vez eu colocava a pecinha em um lugar, e a figura fica diferente".*

> JUL (10;6) - *"é só ver a forma do canto cada uma é diferente".*

> ELO (10;6) - *"são diferentes, cada jeito de pôr muda a matriz".*

Nestas interpretações, é abstraída das matrizes uma diferença geral extensiva a todas, demonstrando a concepção que possuem os sujeitos das possibilidades simultâneas de se construir matrizes: cada mudança de peça, por exemplo, será uma nova matriz. Só que, estas possibilidades ainda são concebidas como possíveis de serem atualizáveis.

C - Construção do Quebra-cabeça nº 30 do Cilada

O objetivo desta última etapa consistiu em verificar se ocorrem diferenças no jogar dos sujeitos em função da intervenção realizada na etapa B (Intervenção pedagógica).

O sujeito foi solicitado a construir o quebra-cabeça nº 30 do Cilada, cabendo a ele a escolha das peças, segundo as letras: A A A B C C D E E F F H J, indicadas no verso da matriz do jogo.

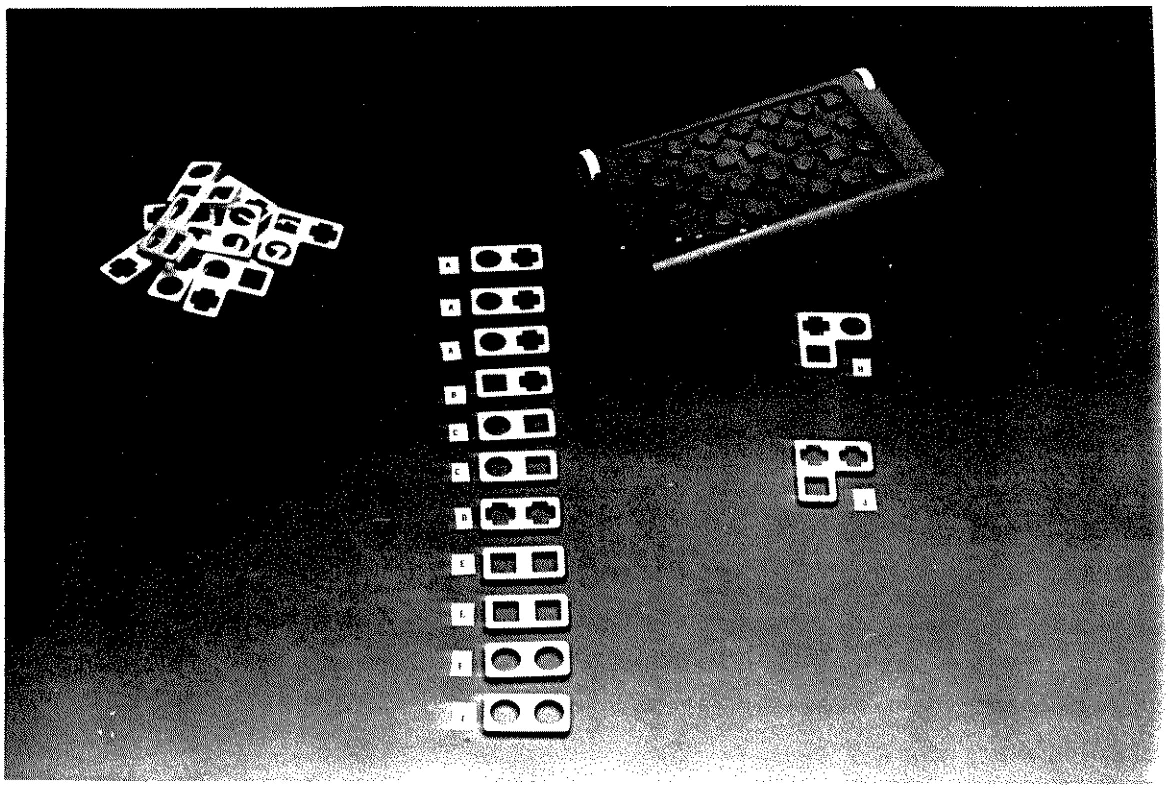


Figura 4 - Cilada: Quebra-cabeça nº 30.

As regras do Cilada são idênticas, tanto para o quebra-cabeça nº 1, para o nº 30 ou para qualquer outro dentre os 50 indicados pelo jogo. Assim, as leis de composição se mantêm, porém, são aplicadas a novos conjuntos organizados de peças.

Analisando o jogar dos sujeitos, observou-se mudanças significativas em seus procedimentos, visto que, alguns sujeitos já as manifestaram durante a etapa B, em que se realizou a intervenção pedagógica. Contudo, pode-se dizer que, nesta situação, as modificações se estenderam a todos os sujeitos do grupo experimental.

Comparando as construções efetuadas pelos sujeitos com os quebra-cabeças nº 1 e nº 30, notou-se, em linhas gerais, que a coerência passou a ser uma necessidade consciente e possível de ser efetivamente obtida no jogo nº 30, devido à descoberta ou redescoberta de novos procedimentos. Não que esta necessidade deixasse de existir no jogo nº 1, pelo menos se fazia presente no aspecto da legalidade.

Ocorria que os procedimentos geravam contradições e as modificações por analogias não eram suficientes para compensar tais perturbações. Contudo, de um procedimento análogo a outro, os erros pouco a pouco tornavam-se observáveis e as intervenções propiciavam aos sujeitos condições de criarem novos meios.

A partir do conhecimento das peças, das classificações e das multiplicações, as relações parte e todo foram se constituindo. As co-possibilidades concebidas de construções de quebra-cabeças e matrizes, ofereceram novos instrumentos, antecipações e retroações passíveis de serem aplicados ao conteúdo do jogo nº 30.

Já no jogo 2 (reconstrução do quebra-cabeça nº 1), com orientação do experimentador de se começar pelas peças triplas e depois pelas duplas), observou-se melhoras nos procedimentos, mas ainda a meio caminho entre o sucessivo e o simultâneo nas construções.

No jogo nº 30, a simultaneidade torna-se uma característica nos procedimentos observados pelas possibilidades de previsões.

As peças foram articuladas considerando simultaneamente todas as figuras da matriz, de maneira a não sobrar nenhuma para o final. As ciladas foram antecipadas e os sujeitos, espontaneamente, procederam iniciando a construção com as peças triplas "H e J", necessárias de menor número de possíveis, para depois encaixarem as duplas, necessárias e que apresentavam maior número de possíveis (AAABCCDEEFF).

Dado o novo conjunto de peças, observou-se ensaios sistemáticos dos sujeitos, principalmente nos primeiros encaixes com as peças triplas "H e J". A partir de então, prosseguiam com as duplas sem tanta necessidade de verificação, posto que as possibilidades de correspondências eram mais ou menos antecipadas, dependendo do grau de coordenação entre as peças e as figuras da matriz. Porém este último não consistiu em fator de insucesso porque todos os sujeitos puderam alcançar o êxito.

Feita esta análise geral, serão apresentados alguns exemplos dos procedimentos empregados pelos sujeitos na construção do quebra-cabeça nº 30.

> PRI (9;3) *iniciou a construção com as duas peças triplas, experimentou-as em várias posições. A cada encaixe das triplas, verificava com os dedos os pares de figuras, olhando sistematicamente para as peças duplas, sem tentar encaixá-las. Ao antecipar que naquela seqüência sobraria uma figura, alterava os encaixes das triplas. Uma vez tendo garantido a seqüência de figuras duplas, só neste momento, dirigiu-*

se ao encaixe das mesmas. Colocou, sistematicamente, 4 peças duplas e, coordenando figuras e peças, antecipou que não havia mais, na matriz figuras disponíveis para a peça "D" (cruz e cruz). Imediatamente reorganizou o jogo para garantir o encaixe dessa peça. Com este arranjo, terminou o jogo com êxito.

Os procedimentos de PRI testemunham, sem dúvida, uma reinterpretação do jogo em que as ciladas não necessitam mais serem constatadas pois, ao representá-las, o sujeito torna-se capaz de antecipá-las.

Interessante é que, nos procedimentos do jogo 1, PRI sequer tomava consciência da existência das mesmas.

As experimentações dos encaixes continuam ocorrendo, mas revestidas de novos significados: não mais em função da peça que tem nas mãos a encaixar mas em função de todas as peças articuladas entre si, com as figuras da matriz, permitindo-lhe, este procedimento, a previsão dos encaixes e o sucesso na construção sem ciladas.

Observa-se, com estes procedimentos, um tratamento simultâneo dos possíveis encaixes e não mais sucessivos, regidos por uma necessidade de integração dos meios a fim de manter a coerência do jogo.

PAL, ao montar o quebra-cabeça nº 30, apresenta também modificações significativas nos procedimentos. Acredita-se, tal como se observou em PRI, que os mesmos foram construídos ou reconstruídos ao longo da intervenção, por meio das sucessivas tomadas de consciência dos erros, das reorganizações do jogo, no sentido da sua compreensão cada vez mais ampla e da busca de coerência necessária.

Supõe-se serem estes novos poderes frutos das experiências efetuadas durante as diferentes situações propostas que deflagraram,pouco a pouco,reorganização nos esquemas de assimilação do sujeito em função das heurísticas.

> *PAL (9;0),como PRI,ensaiou os encaixes com as peças triplas, e,com os dedos, observava se caía ou não em cilada. Antecipava,assim,as impossibilidades e, ao perceber que sobrariam figuras, reorganizava os encaixes das duplas. Certa dos pares de figuras, iniciou os encaixes das duplas, realizando algumas substituições com as mesmas em função do "todo"de peças. Observava com atenção as peças e as figuras de maneira que rapidamente concluiu o jogo com êxito.*

PAL,que no jogo 1 não constatava as ciladas quando se constituíam durante o jogo, passa agora a representá-las, antecipando-as. Reorganiza o jogo, levando em conta, desta vez, todas as peças e figuras, simultaneamente. Organiza os encaixes mentalmente marcando-os com os dedos enquanto que no jogo 1, se preocupava com uma só peça e tentava, por várias vezes, encaixes impossíveis.

Os procedimentos do jogo 1, tanto em PAL como em PRI, refletiam uma correspondência lacunar entre peças e figuras.Muitas vezes, uma ou duas figuras correspondiam, a terceira,não. Agora, no jogo 30, as triplas são inteiramente coordenáveis às figuras. As tentativas ficavam por conta da busca da boa posição, garantindo-as com a representação dos pares das duplas que realizavam com os dedos.

O procedimento de ANA difere um pouco dos demais em relação as peças triplas, por esta razão seu jogo será descrito como exemplo:

> *ANA (10;6) desde já,ao encaixar as triplas, estudava-as com atenção. Diferentemente dos outros sujeitos, em vez de tentar encaixá-las imediatamente, observava as correspondências possíveis e as posições. Assim, ao encaixar as peças parecia ter "certeza". Logo em seguida, passou a observar as*

figuras da matriz, olhando para as peças e para as figuras. Sem usar os dedos, começou os encaixes com as duplas. Contudo, o procedimento adotado não foi totalmente suficiente para encaixar todas as peças. Não que sobrasse figura isolada, mas as posições não foram corretas. Percebendo que havia peças sem encaixes possíveis, modificou a posição de duas peças duplas e colocou todas as restantes.

Observa-se em ANA o mesmo comportamento do jogo 1 de "estudar" as peças, de certa forma, bem minuciosamente, por outro lado, uma certa rigidez em experimentar o que a faz "pensar" tanto em vez de agir. Neste sentido, ANA difere dos outros sujeitos que não se preocuparam tanto em experimentar, principalmente com as triplas.

Também ANA não usou os dedos como PRI, PAL e os demais sujeitos para antecipar os pares. Aplica o mesmo procedimento de coordenar mentalmente pares de figuras.

Por outro lado, ao reorganizar as peças, passa a fazê-lo em função do todo, enquanto que, no jogo 1, era circunscrita a uma só peça que também a estudava. As ciladas constatadas durante o jogo 1, no quebra-cabeça nº 30 são inteiramente antecipadas.

Os demais sujeitos apresentaram procedimentos similares. Os exemplos de PRI e PAL foram considerados por corresponderem, no jogo 1, aos procedimentos mais elementares em relação ao Cilada; e, ANA, aos procedimentos já dotados de características mais complexas, como por exemplo, as constatações das ciladas durante o jogo.

A análise da intervenção permitiu observar construções de melhores meios, tanto pelos sujeitos apresentados como exemplos (PRI, PAL, ANA) como também por outros sujeitos que compunham o grupo experimental.

A construção de possíveis quebra-cabeças e matrizes permitiu aos sujeitos reorganizarem seus esquemas procedurais; à medida que compararam as sucessivas construções, puderam abstrair a simultaneidade dos procedimentos, compreendendo as co-possibilidades de inventar matrizes e quebra-cabeças.

As intervenções com o material do Cilada voltadas para a construção de noções lógicas de classificação, favoreceram a compreensão das relações parte e todo num plano novo, o operatório, sendo, conseqüentemente, aplicada ao jogo. Os encaixes deixaram de ser particulares em função de uma só peça, a qual freqüentemente os sujeitos tinham nas mãos, para dar lugar a encaixes em função de todas as peças e todas as figuras da matriz. E fazendo parte, as peças e figuras, de um contexto global.

A compreensão da estratégia de começar pelas peças de menor número de possíveis favoreceu as coordenações do jogo e as previsões em maior número.

Difícil isolar o que cada passo da intervenção propiciou aos sujeitos, uma vez que as reorganizações parciais manifestadas pelos procedimentos cada vez mais complexos, são frutos de todo um processo de equilibração que pode ser definido como "majorante".

Estas conquistas refletem-se nos esquemas procedurais dos sujeitos. Ganha, o jogo, nova forma de compreensão graças aos instrumentos pouco a pouco construídos, os quais permitem retroações, antecipações que acabam por conferir-lhe um caráter lógico.

Essas retroações e antecipações podem ser observadas nos procedimentos utilizados pelos sujeitos, na construção do quebra-cabeça nº 30, por meio das previsões,coordenações mais gerais de peças e figuras e além disso, na compreensão das possibilidades de encaixes ligados à necessidade de composições ordenadas e coerentes. Todos esses procedimentos se encontram presentes,tanto nos encaixes sistemáticos como nos ensaios ainda necessários para que a finalidade "ter êxito" fosse alcançada.

Finalizando esta análise,pode-se concluir que os sujeitos passaram a conceber o Cilada como um jogo de regras, propriamente dito.

Subjacente à estrutura de regra, que permite a representação do Cilada como tal, encontra-se constituída toda uma lógica.

Acredita-se que,para tais conquistas,muito contribuíram as heurísticas, propiciadas pelas atividades de construir o próprio jogo, como também pelas intervenções realizadas durante as mesmas.

O jogo Cilada ensejou a oportunidade de os sujeitos refletirem sobre situações-problema criadas pelo experimentador, as quais implicavam noções relativas ao conhecimento aritmético.

A intervenção não se restringiu à utilização do jogo Cilada, visto que o jogo Quilles, que será analisado a seguir, foi também empregado.

- Análise da intervenção com o jogo Quilles -

O Quilles foi escolhido para assegurar o caráter lúdico da intervenção, por ser um jogo divertido e fácil de ser jogado. Além disso, propicia situações para que os sujeitos reflitam sobre alguns aspectos do conhecimento aritmético, tais como: ações e operações de somar e subtrair e suas representações por meio de algoritmos.

O Quilles consiste em lançar uma bola que se encontra suspensa por um barbante preso em uma das extremidades de uma haste, encaixada no tabuleiro e, com ela, derrubar os pinos (N=9) que se encontram em pé sobre ele. O vencedor será aquele que conseguir derrubar o maior número de pinos, em cada jogada.

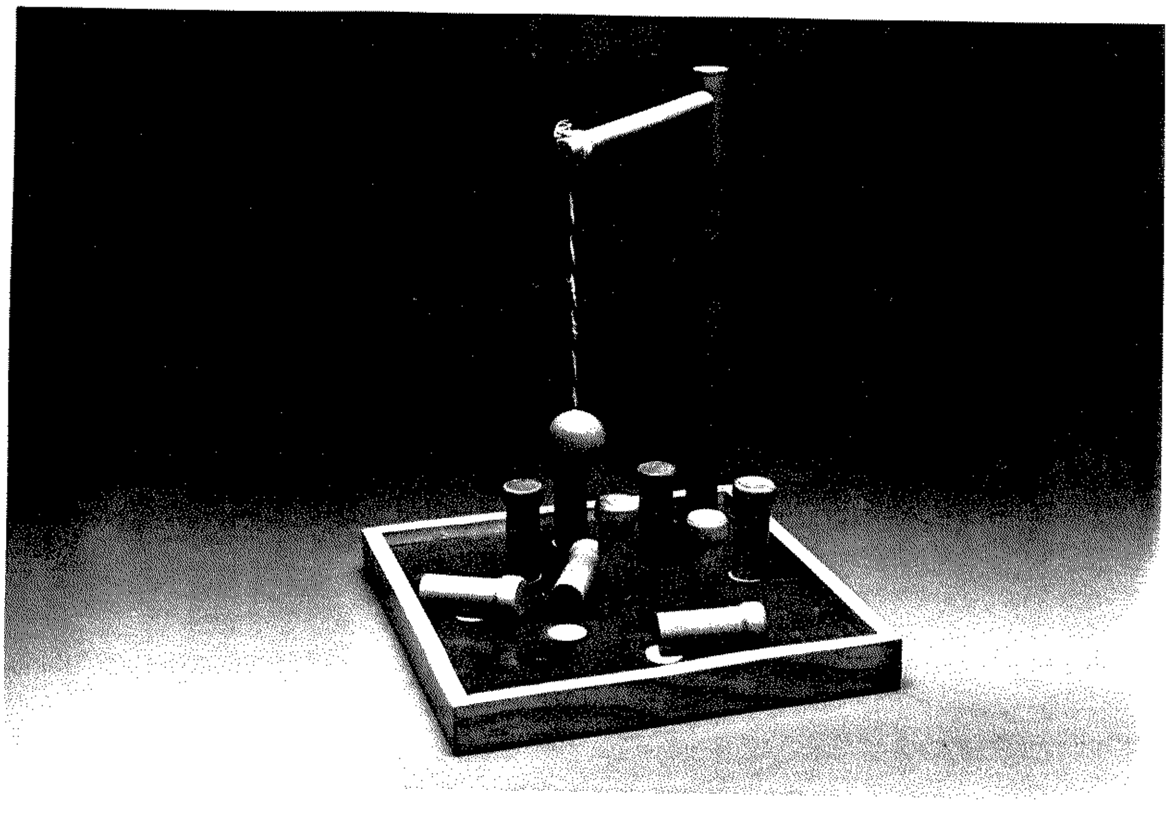


Figura 5 - Fotografia do Quilles.

Duas situações foram propostas aos sujeitos. Na primeira, conforme as r e g r a s , o sujeito e experimentador combinaram uma partida com 5 jogadas de um só lance por vez, intercaladamente. Ao término de cada lance,o sujeito deveria marcar os pontos e,no final da partida,determinar o vencedor.

A segunda situação consistiu em fazer variar a regra proposta,incluindo mais um lance. Numa mesma jogada, o sujeito faria dois lances sucessivos, sem voltar a colocar os pinos em pé e deveria inferir quantos pinos foram derrubados no segundo lance para,em seguida,determinar o total de pinos derrubados.

Para saber o número de pinos derrubados no segundo lance, o sujeito deveria evocar o número dos que caíram antes.Isto porque os pinos se misturavam após os dois lances, dificultando a quantificação daqueles que haviam sido derrubados, por ocasião do segundo lance.

Para determinar o total de pinos derrubados em cada jogada, o sujeito poderia enumerá-los, somar os subtotais dos respectivos lances ou subtrair os que, do total de pinos existentes no jogo (N=9), permaneceram em pé.

Combinou-se com os sujeitos uma partida de 4 ou 5 jogadas e,também,que cada pino derrubado valeria um ponto.

Dada a sua natureza, o jogo Quilles possibilitou que a intervenção fosse orientada no sentido de propiciar aos sujeitos a compreensão do significado da operação de adição, também designada,no presente trabalho, por soma e as operações de subtração em problemas de enredo que implicavam as idéias de separar, comparar e igualar.

Analisando os protocolos dos sujeitos,pôde-se observar a explicitação de um critério aleatório, principalmente "par ou ímpar", para determinar quem começaria a partida. Em alguns casos, foi preciso retomar como,no "Cilada",a noção de números pares e ímpares.

Na primeira situação: "5 jogadas com um só lance", os sujeitos procediam contando os pinos que derrubavam,e em seguida,marcavam os pontos.

No g e r a l, em nenhuma das jogadas foi observada a subtração espontânea dos pinos que restaram em pé, do total (N=9),para saber quantos haviam sido derrubados. Com exceção de FAB, que se valeu da subtração para isso:

> *FAB (9;7) concluiu dizendo: - **"derrubei 8, só ficou um em pé.*** *Como você fez para achar? -* ***"Sobrou só um e tinha 9, então, eu derrubei 8. É só tirar, 9 menos 1 e dá 8".***

Os sujeitos passaram a valer-se da subtração, só após a intervenção do experimentador como,por exemplo,ANA.

> *ANA (10;6) procedeu contando os pinos que caíram: -* ***"derrubei 5",*** *afirmou. Como você fez para achar? -* ***"Eu contei es tes caídos".*** *Tem um jeito diferente para saber quantos você derrubou? -* ***"É só contando".*** *Você tinha quantos pinos no começo? -* ***"9".*** *E agora? -* ***"4".*** *Tem um outro jeito de saber? -* ***"Tem, é só pensar 4,5,6,7,8 e 9"*** *(contando nos dedos), concluindo: -* ***"são 5"*** *(mostrando 5 dedos). Como você faz isto em matemática? -* ***"É uma continha de menos".*** *Em seguida, montou a equação correta e completa.*

Este procedimento de ANA implica a idéia de igualar, na operação de subtração, a qual será objeto dos problemas de enredo.

Outros sujeitos,como NAN,ao utilizar a subtração, mostraram 9 dedos e retiraram 5, concluindo que haviam ficado 4 pinos, cujo procedimento tem subjacente a idéia de separar a parte do todo. Este procedimento está também presente nos problemas de subtração, tratados a seguir.

> *NAN (9;6) ... em matemática, como se chama isto que você fez? -* **"é menos"**. *O que é menos? -* **"É quando tira alguma coisa"**. *Subtração é a mesma coisa? -* **"É, é continha de menos, de subtração"**.

Sem que houvesse intervenção do experimentador, os sujeitos utilizavam procedimento de enumeração. Objetivando a "tomada de consciência", foi-lhes perguntado como faziam para saber quantos pinos tinham derrubado. Ao refletirem sobre as ações realizadas, chegaram a concluir que era preciso "juntar".

> *NAN ... Como você fez para saber quantos pinos derrubou? -* **"Eu contei"**. *De que jeito? -* **"Assim, 1,2,3... eu conto"**. *(Em uma das jogadas havia caído um pino no chão). Caiu um pino no chão, o que se faz? -* **"Tem que pegar para pôr aqui"**. *Por que? -* **"Eu derrubei e precisa por junto com os outros"**. *Para que? -* **"Para juntar e ver quantos caíram**. *Para ver quantos caíram precisa pôr juntos? -* **"Precisa"**. *Para somar, é preciso pôr juntos? -* **"É"**. *O que você faz quando soma os pinos? -* **"Antes eu ajunto, depois eu conto"**. *O que é somar? -* **"É pôr juntos todos"**.

A situação foi bastante propícia para trabalhar o significado da soma e, também, sua representação no final da partida, quando os sujeitos deveriam somar os pontos para explicitar quem era o vencedor.

Outros exemplos serão apresentados, a seguir:

> *JUL (10;6) - Como a gente pode saber quem ganhou? -* **"Tem que somar os pontos"**. *Para somar, como você faz? -* **"Tem que pôr e saber quanto deu"**. *Tem que pôr, o quê? -* **"Tem que pôr**

*juntos, todos os **números que tirou e ver quanto deu**".O que a gente faz quando soma? - **"A gente ajunta"**.*

*ELO (10;6) ... **"a gente, para saber quem ganhou, tem que juntar os números"**. Quando somamos, o que fazemos? - **"Ajunta"**. Em matemática, que sinal se usa para mostrar que está juntando? - **"De mais"**.*

Observando os exemplos apresentados, pode-se dizer que as situações foram propícias para que os sujeitos pensassem sobre as ações que realizaram durante o jogo e as relacionassem com os conhecimentos aprendidos na escola, principalmente, com aqueles relativos à soma.

Quando solicitados a refletir sobre como faziam para saber quantos pinos caíram ou sobre como saber quem ganhou a partida, os sujeitos "tomavam consciência" de que juntavam: ou pinos ou números e que essas ações correspondiam à operação de adição, simbolizada, em matemática, pelo uso do sinal + (mais).

Ao serem solicitados a marcar os pontos no papel, alguns sujeitos, logo de início, procederam indicando os números e depois os somaram. Outros encontraram dificuldades e o experimentador procurou intervir, no sentido de propiciar-lhes a oportunidade de vencê-las.

Exemplos:

FAB (9;7) - Registro da 1ª partida com o Quilles

(S)

6

6
4
6
6

6
6
6
\+ 6
4

28

(E)

6
6

4
6
5

6
6
\+ 5
5
4

26

NAN (9;6) - Registro da 1ª partida com o Quilles

4 a 9 | 5 a 5 | 4 a 4 | 7 a 4 | 3 a 3 |

(S)

4
5
\+ 4
7
3

23

(E)

4
5
4 +
4
3

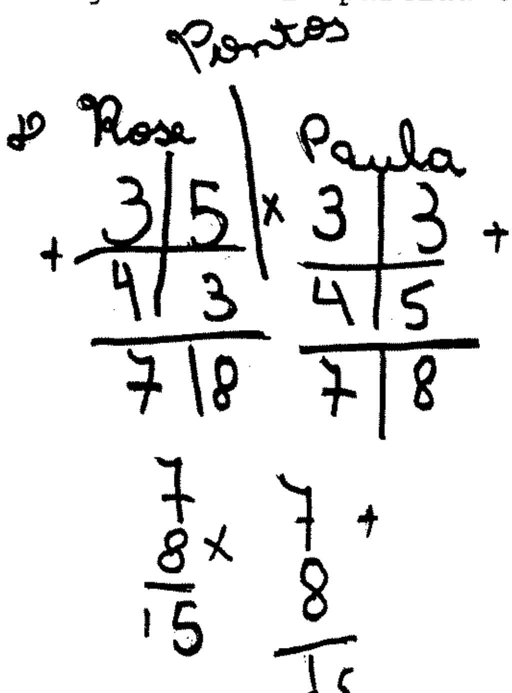
20

Como se pode observar nos registros de FAB, foram, primeiramente, construídas duas colunas que indicavam, respectivamente, os pontos obtidos por ele e aqueles obtidos pelo experimentador. Em seguida, repete as mesmas colunas, colocando o sinal de adição e o traço, embaixo das mesmas, para separar, o total, das parcelas.

Diferentemente NAN, registra linearmente os resultados das jogadas, comparando os pontos obtidos por ele(a esquerda) e pelo experimentador (a direita). Em seguida, constrói o algoritmo da soma chegando ao resultado final sobre o vencedor. Nesse caso, ele mesmo.

O procedimento de PAL já se diferencia dos anteriores. Registrou os pontos de cada duas jogadas, separando-os por traços verticais e horizontais. Obtém, desta forma, quatro colunas que, ao serem somadas, resultam quatro subtotais. Depois disso, adiciona os dois subtotais correspondentes aos seus pontos e aos do experimentador, chegando a concluir que houve empate.

PAL (9;0) - Registro da 1ª partida com o Quilles



PRI (9;3) - Registro da 1ª partida com o Quilles

(S) 4, 3, 5, 4,
(E) 3, 3, 3, 4,

$$(S)\rightarrow \begin{array}{r} 4 \\ +\,3 \\ \hline 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ +\,4 \\ \hline 9 \end{array} \qquad\qquad 43$$

$$(E)\rightarrow \begin{array}{r} 3 \\ +\,3 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ +\,4 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\cancel{43}$$

$$\cancel{\begin{array}{r} 4 \\ +\,3 \\ 5 \\ 4 \\ \hline 12 \end{array}} \quad \begin{array}{r} 4 \\ +\,3 \\ 5 \\ 4 \\ \hline 16 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ +\,3 \\ 3 \\ 4 \\ \hline 13 \end{array}$$

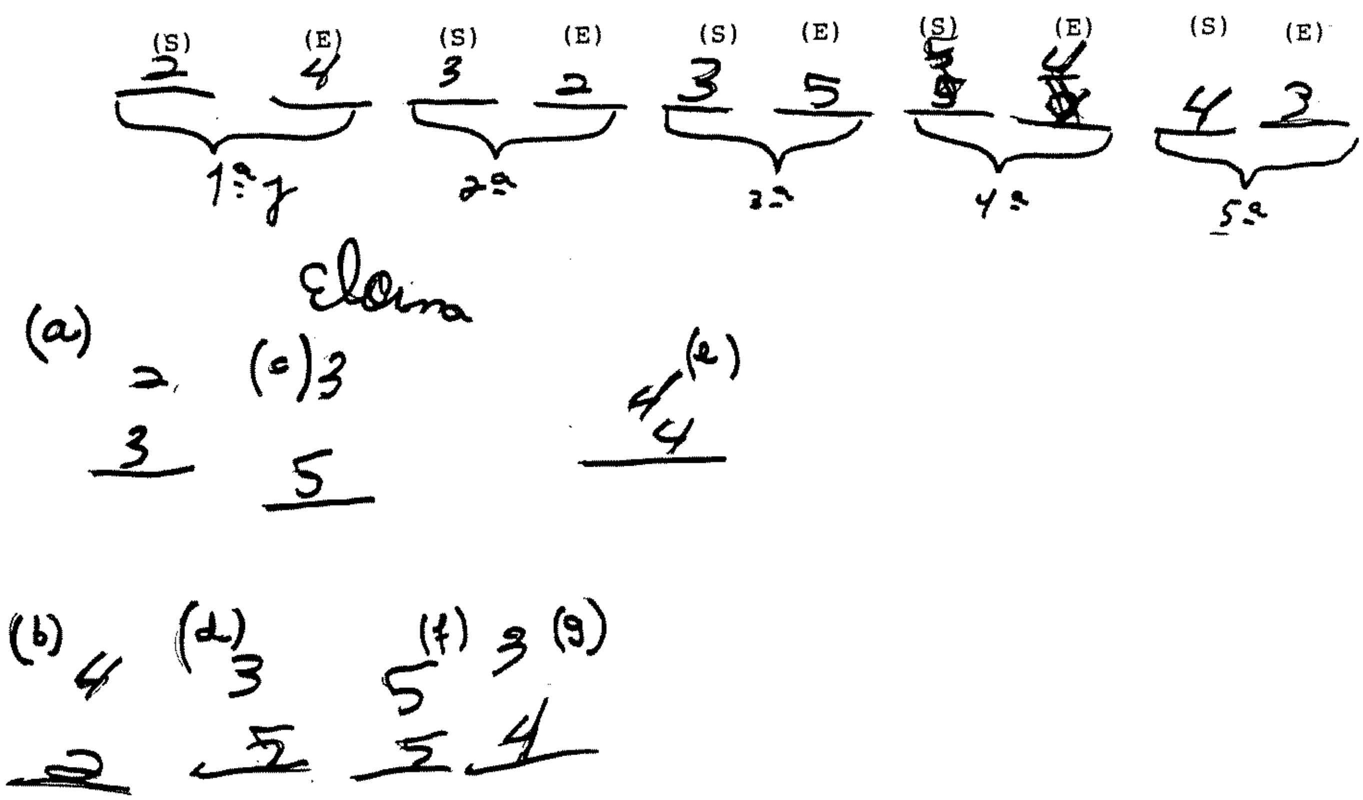
PRI (9;3) - Quem ganhou? (ver a adição na representação de PRI) - ***"Eu, porque o número de cima é maior que o número de baixo".*** *Quantos pontos você fez? -* ***"9".*** *E eu? (o experimentador) -* ***"7".*** *O que é este número 7 e este outro, 6? -* ***"Eu fiz 7 e 9 e a Sra. fez 6 e 7".*** *Quantos pontos ao todo? (O sujeito coloca 43). Você derrubou 43? -* ***"Não".*** *Você derrubou, de uma só vez, 7 e depois, de uma só vez 9? -* ***"Não".*** *Quais os números que correspondem aos pinos que você derrubou em cada uma das jogadas? -* ***"4, 3, 5 e 4".*** *Quantos ao todo você derrubou? -* ***"4, 3, 5 e 4".*** *Isto, você derrubou um por vez? -* ***"Foi".*** *Como? -* ***"Eu derrubei 4, depois 3...*** *(o experimentador o interrompe). Foi mais 4? -* ***"foi, depois, mais 5 e mais 4*** *(neste momento faz a adição, mas errou na soma, conferindo-a, contando novamente nos dedos, percebe o erro e a refaz). O que você fez? -* ***"Uma conta, de mais".*** *Para que? -* ***"Para saber os pontos todos".*** *Quantos fez? (valendo-se, outra vez, dos dedos) -* ***"Eu acho que fiz 16".*** *E eu? Quantos pontos fiz? (novamente, conta nos dedos para somar os pontos do experimentador). -* ***"A Sra fez 13".*** *Quem ganhou? -* ***"Eu, porque fiz 16 e você 13".*** *Nas representações seguintes, PRI passou a somar os pontos sem dificuldades).*

Observa-se que PRI partiu de subtotais para chegar ao total geral, não simplesmente da soma das parcelas, como fize ram outros sujeitos. Ao refletir sobre todos os pontos e na relação "cada vez mais um conjunto de pinos", assim, sucessivamente, parece ter "tomado consciência" da necessidade de juntar as partes (subtotais) num todo único que as contém.

Vale a pena analisar os procedimentos empregados por ELO no que concerne à construção de um código de registro. Ao jogar o Quilles, seus procedimentos apresentaram-se adequados ao fim proposto pelo jogo. Entretanto, ao registrar os pontos obtidos, um conflito se instala à medida que não consegue explicitar o vencedor.

A seguir, pode-se observar como ELO procedeu em seu primeiro registro.

ELO(10;6) - Registro da 1ª partida com o Quilles



À medida que ELO jogava, procedia contando os pinos que derrubava num só lance. Para representá-los, o fez em seqüência sucessiva sujeito e experimentador. Ao terminar a partida foi-lhe perguntado: *Quem ganhou o jogo?* - **"Precisa ver"**. Registra, verticalmente, os números correspondentes a seus pontos, colocando um traço debaixo do segundo número, sem, contudo, chegar a construir o algorítmo da adição (cf. representação a). Prossegue, registrando os pontos do experimentador, verticalmente e abaixo dos seus (cf. representação b), outra vez, sem construir o algorítmo completo da soma. Procede nesta forma de registro, mas confunde os pontos do experimentador referentes à segunda jogada: registra 3 e 5 (d) quando, na realidade, foram 5 e 4. Confunde-se novamente, quando registra 4 pontos do experimentador e 4 dos seus. Incorre em erros análogos, ao registrar os pontos do experimentador (cf.p. 149g).

> *ELO (10;6) ... Você pode saber quem ganhou?* - **"Eu fiz 2 e 3 a Sra. 4 e 2; eu 3 e 5, e a Sra. 3 e 5"** *(indicando as equações incompletas). E estes outros (e (4 e 4); f (5 e 5)g (3 e 4) cf. representação).* - **"São os números"**. *O que eles indicam?* - **"Os pauzinhos que eu derrubei e a Sra. também"** . *Aquele que ganha é porque fez mais pontos, não é?* - **"É"**. *Deste jeito que você fez, se pode saber quem ganhou?* - **"Pode, juntando"**. *Quais pontos são os que você fez e quais os que eu fiz aqui (o experimentador indicou-lhe a seqüência inicial)? Pensou...* - **"não dá, tá difícil"**.

A partir da constatação de que os seus registros não resultam suficientes para informar-lhe a respeito do vencedor, foi-lhe proposta uma nova partida, com um só lance.

ELO (10;6) - Registro da 2ª partida com o Quilles (um só lance)

(a)
b
2
3
5
7
5
6
6
5
8

(b) Eloisa 6-3 7-6 5
6-3-7-6-5-

(e)
6 8
3

(d)
6 7 9
3 5

Rose (c) 2-5-5-6-8-
2-5-5-6-8

(f)
2
5
5
6
+8
403

6
3
7
6
+3
337

(g)
2
5
5
6
+8
25

6
3
7
6
+5
27

(h)

Como se observa, ELO continua novamente representando, verticalmente, os pontos obtidos, sem diferenciar os do sujeito e os do experimentador.

Aceitando a sugestão de representá-los horizontalmente, o sujeito, depois de ter assinalado seus pontos na coluna vertical (cf. a), passa a registrar todos os seus pontos e os do experimentador da maneira como pode ser observado em b e c, respectivamente (no registro da 2ª partida).

Ao tentar determinar o vencedor, ELO retrocede ao procedimento antigo, equações incompletas (cf. d), porém com uma mudança: juntando apenas seus pontos. Entretanto, ao constatar que faltava um número ainda, o 6, correspondente aos pontos da penúltima jogada, age como se não soubesse o que fazer com ele, visto que o esquema de agrupar os pontos de dois em dois não mais se aplicava (cf. e).

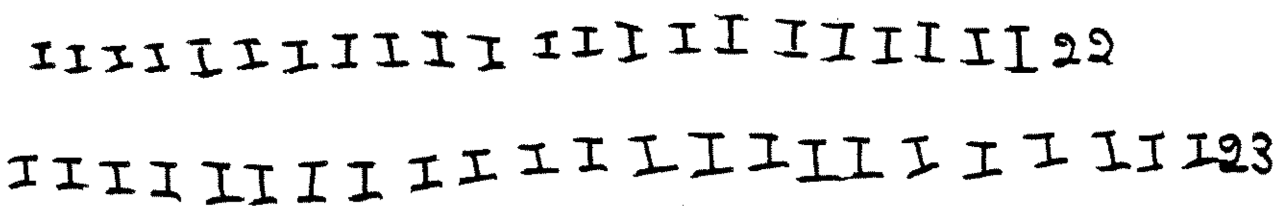
Solicitada a pensar numa outra maneira, constrói a equação com todos os números e sinais, colocando um resultado que parece aleatório (cf. f). A intervenção do experimentador se faz num sentido de possibilitar-lhe a constatação do erro cometido (cf. f).

Reconstrói a equação (cf. g) e, para chegar à conclusão de quem havia feito mais pontos, ELO recorre ao esquema de fazer corresponder cada número a um conjunto de riscos (cf.h). Explicita o vencedor, depois de contar os riscos correspondentes a cada um dos jogadores e registrar o total das equações.

Este procedimento de ELO em fazer corresponder o numeral a conjunto de riscos persistiu durante todo o processo de intervenção quando se tratava da soma. Já nos problemas de subtração, o sujeito não usou os riscos, mas sim os dedos.

ANA, por sua vez, somou corretamente os pontos mas não pôde determinar, no final, a quantidade de pontos feitos em cada jogada, porque assim resgistrou.

ANA (10;6) - Registro da 1ª partida com o Quilles



Ao ser solicitada a marcar os pontos de um outro jeito, de maneira que se pudesse saber quantos pontos cada jogador havia conseguido em cada lance, ANA modificiou o seu código. Passou a registrar os pinos por meio de numerais, adicionando-os, em seguida, a fim de determinar o vencedor da partida.

ANA (10;6) Registro da 2ª partida com o Quilles

2-2-3-6-4=

5-2-4-5-5

$$\begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ 3 \\ +6 \\ 4 \\ \hline 17 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 4 \\ +5 \\ 5 \\ \hline 21 \end{array}$$

Inventar um código para marcar os resultados do jogo, propiciou aos sujeitos importantes constatações do erros e descobertas de novas formas, mais coerentes, de registro, formas essas deflagradas pela necessidade de conseguir informações precisas sobre o vencedor e também sobre os pontos obtidos em cada jogada, o que permitia evocá-los quando necessário.

Em PRI e PAL o registro dos pontos possibilitou a "tomada de consciência" da necessidade de somar todas as partes num único todo, condição necessária para que o vencedor pudesse ser determinado.

Para ELO, a constatação de que um registro arbitrário nada lhe informava, foi decisiva nas mudanças paulatinas de seus procedimentos. Ao mesmo tempo, o experimentador pôde intervir, no sentido de favorecer a "tomada de consciência" a respeito da construção da própria operação de adição e do seu real significado. E não mais como um aglomerado de números sem significado, como demonstrara ELO em seus registros, da primeira partida.

Este fato parece deixar claro a dificuldade que o sujeito encontra, quando solicitado a generalizar para outras situações, aprendizagens inadequadas, desprovidas de significado. Se tivesse sido solicitado a ELO que realizasse simplesmente uma soma, sem dúvida a efetuaria, valendo-se de seus risquinhos. Entretanto, quando o sujeito não compreende a noção de soma e o algoritmo lhe é ensinado, desprovido de significado, por treino gráfico ou técnicas, ele não o aplica espontaneamente.

Encontrar um código de registro ou uma forma de representação possibilita, aos sujeitos a "tomada de consciência"e abstração reflexiva.

Isto pôde ser observado pois os sujeitos jogavam o Quilles com êxito e chegavam às conclusões sobre os resultados das jogadas, quer por procedimentos aditivos, quer por procedimen tos subtrativos. E, além disso, eram capazes de explicitar verbalmente os resultados dessas operações realizadas durante o jogo. Todavia, representar graficamente estas operações implica em dominar os códigos matemáticos. Isto foi possível aos sujeitos, a partir da intervenção pedagógica, que lhes proporcionou situações para compreenderem que estes códigos se relacionam às ações reais, executadas materialmente, revestindo-se de uma outra roupagem, quando são representados por meio de signos gráficos.

Na seqüência da intervenção, a segunda situação proposta aos sujeitos consistiu em realizar cada jogada com dois lances.

Durante essa nova situação, foi possível observar o quanto o Quilles é eficaz para solicitar, dos sujeitos, operações mentais e suas representações gráficas. De um lado, está implícita a necessidade de conservar e evocar os pontos obtidos no primeiro lance. Por outro, os sujeitos são obrigados a realizar operações de adição ou subtração para poderem deduzir, corretamente, a quantidade de pinos derrubados no segundo lance.

Em geral, o procedimento utilizado foi o de conservar e evocar o número de pinos do primeiro lance, os quais eram separados pelos sujeitos que, em seguida, passavam a enumerar os restantes derrubados no segundo lance para depois somá-los a fim de obter o total.

Este tipo de procedimento pode ser ilustrado com o exemplo que se segue.

> *ANA (10;6) deduziu o segundo lance, mentalmente, Como você fez para saber? - **"Eu derrubei 5 na primeira e na segunda 3, é só contar quantos depois do 5, aqui oh: 1,2 e 3"**. Depois somou oralmente - **"5 mais 3 são 8, eu fiz 8 pontos"**.*

Diferente de ANA é o caso de PRI que, no início, procedeu contando todos sem conservar o número de pontos obtidos no primeiro lance. A pergunta do experimentador fez com que PRI refletisse sobre a necessidade de separar, dos pinos que foram derrubados, aqueles que caíram primeiro.

> *PRI (9,3), para determinar o número de pontos do primeiro lance, enumerou todos os que havia derrubado. Quantos caíram na primeira jogada? - **"6"**. E na segunda? - **"8"** (levando em consideração os pontos dos dois lances seguidos e não só os correspondentes ao segundo) Você derrubou tudo de uma vez? - **"Não"**. Separando os 6 pinos do primeiro lance, disse: - **"na segunda derrubei 2"** E no total? - **"8"**. Quantos ficaram em pé? - **"1"**.*

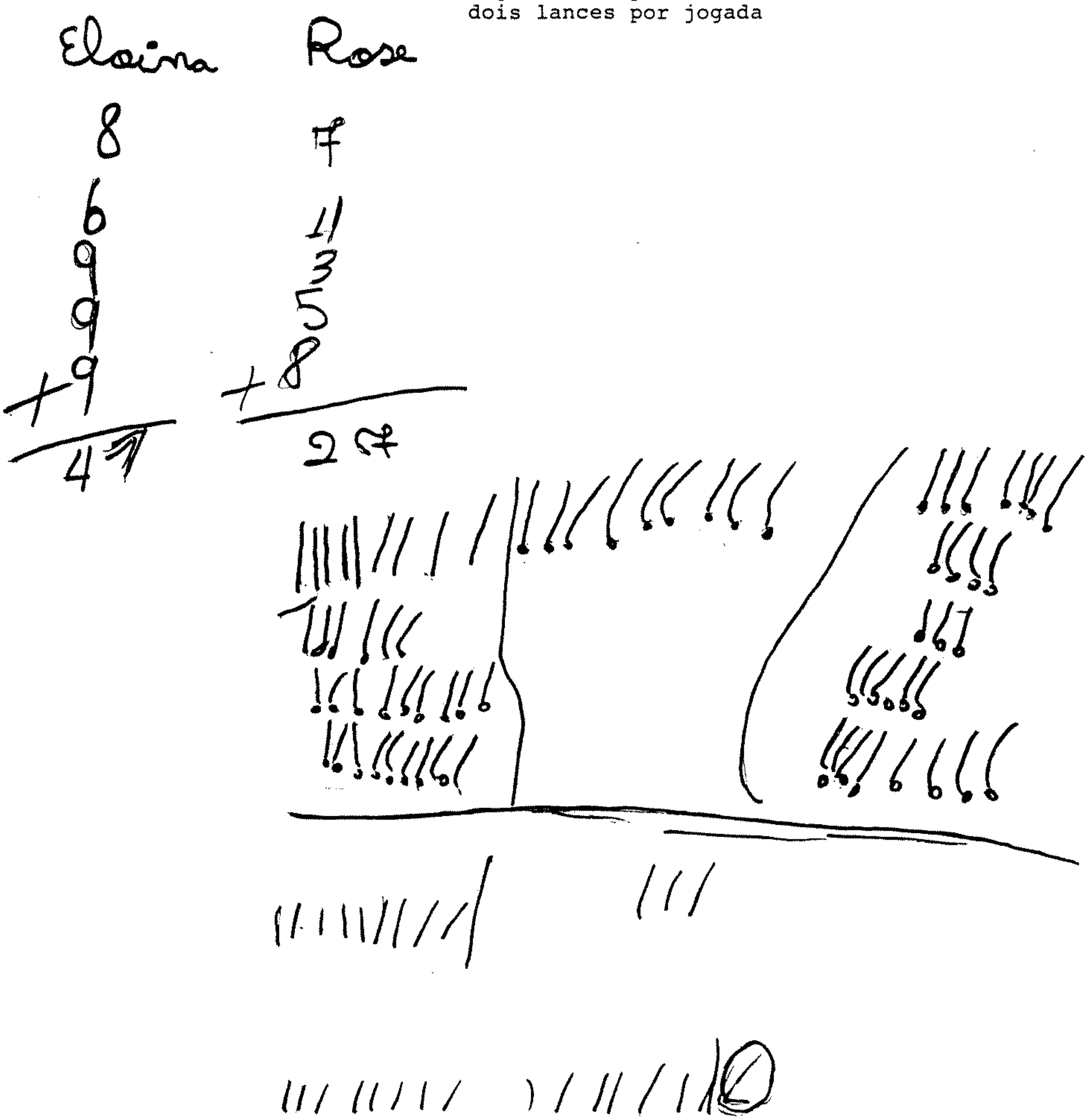
Os procedimentos de JUL diferem dos apresentados anteriormente: enumera todos os pinos e depois subtrai deste total os correspondentes ao primeiro lance.

> *JUL (10;6) - Quantos você derrubou na primeira? - **"3"**. E na segunda? - **"6", não, espera, derrubei 3 também"**. Como você fez para saber? - **"Eu contei tudo, deu 6: então, eu tirei os 3 que derrubei primeiro e ficaram 3"**.*

No que concerne às representações gráficas, pode-se afirmar que continham todas as informações necessárias para determinar o vencedor e o número de pinos derrubados em cada jogada de dois lances. Isto porque os sujeitos conseguiram registrar os subtotais de cada jogada (com dois lances) e somá-los, para obter o total.

Vale a pena mostrar o registro de ELO a fim de verificar como ultrapassou seu erro anterior, sistematizando os pontos obtidos e, desta forma, chegar ao resultado correto, embora, para efetuar a soma, precisasse valer-se, ainda, de "riscos" correspondentes ao número de pontos de cada jogada, enumerando todos para obter o total.

ELO (10;6) - Registro da partida com o Quilles - dois lances por jogada



Os registros de ELO refletem a utilização de procedimentos elementares para efetuar a soma, evidenciando, ainda, a incapacidade do sujeito de operar mentalmente com números. Entretanto, considerando seu desempenho inicial, constata-se progressos significativos.

O jogo Quilles consistiu em uma excelente oportunidade para os sujeitos realizarem problemas de subtração que envolviam as idéias de separar, comparar e igualar e, também, para formalizá-los graficamente, utilizando seus conhecimentos aritméticos.

Problemas semelhantes a estes constituem parte das provas de conhecimento aritmético aplicadas no pré e no pós-teste.

Ao jogar o Quilles, a intervenção do experimentador consistiu em formular problemas que, emergindo do contexto lúdico, desafiavam os sujeitos a resolvê-los. Nesta situação, os sujeitos tiveram a oportunidade de transformar quantidades a partir das ações de separar, comparar e igualar. Teve a intervenção, por objetivo principal, fazê-los "tomar consciência" dessas ações e da possibilidade de simbolizá-las graficamente.

Analisando os protocolos no geral, pôde-se verificar que a formalização das equações envolvendo idéias de separar, foram facilmente representadas pelos sujeitos. Todavia, nas idéias de comparar e igualar, cujo enunciado continha os termos: "quantos a mais" ou "quantos mais", os sujeitos erraram nos sinais, indicando a adição ou freqüentemente invertiam, iniciando a operação pelo número correspondente ao subtraendo.

Os sujeitos constatavam, facilmente, o erro quando empregavam o sinal da adição (+), ao voltar ao contexto do jogo, re lacionando-o com o procedimento de adição utilizado na representação gráfica. E concluíam que era preciso "tirar" e não "juntar".

Quando o erro na formalização das equações se tratava da inversão dos termos minuendo e subtraendo, os sujeitos constatavam a impossibilidade desta forma de representar porque, contextualizando a situação não podiam retirar uma quantidade maior de pinos de uma quantidade menor. Em outras palavras, subtrair, de um número menor, um maior.

Foi escolhido o exemplo de NAN para ilustrar os procedimentos empregados pelo experimentador e os utilizados pelos sujeitos.

A variação observada entre os outros sujeitos não se refere aos procedimentos em si. Caracteriza-se, sobretudo, ao tempo de que cada sujeito precisou para constatar e ultrapassar os erros. Neste sentido, pensou-se que um exemplo seria suficiente para não prolongar a análise.

Convém lembrar que o conteúdo dos problemas variava sem cessar, porque dependia do contexto, ou seja, dos pontos obtidos pelos sujeitos e pelo experimentador.

> *NAN (9;6) - em uma das jogadas com o Quilles, foi-lhe proposto um problema de subtração que envolvia a idéia de igualar. - Você derrubou 7 pinos. Para fazer uma excelente jogada você precisaria derrubar 9. Quantos mais precisaria derrubar? -* **"2"**. *Como você mostraria no papel, usando a matemática?*

$$\begin{array}{r} 7 \\ -9 \\ \hline 2 \end{array}$$

> *Para que tomasse consciência de que sua representação era incorreta, o experimentador lhe perguntou: Como você fez? -* **"Eu fiz 7 menos 9"**. *Então coloque 7 pinos em pé e tente derrubar 9. -* **"Não dá, não tem 9, só tem 7"**. *Mas foi assim que você mostrou no papel: tirou 9 de 7 e ainda restaram 2.*

*- **"Não dá, porque o 7 é menor, é ele que é igual aos que derrubei.** Como então você mostraria no papel? - **"É 7 menos 2".** Então, para fazer uma jogada muito boa basta derrubar só 2? - **Não, tem que ser todos, todos esses 9 aqui".** Tem um outro jeito de você mostrar no papel isto que você está me dizendo, usando a matemática? - **"Tem que ser 9 menos o 7".** A seguir, representou corretamente.*

$$\begin{array}{r} 9 \\ -7 \\ \hline 2 \end{array}$$

Um outro erro observado em NAN foi na ocasião de comparar os pontos obtidos por ele e pelo experimentador:

*NAN (9;6) - Você fez 31 pontos, eu só fiz 28. Quantos pontos a mais do que eu você fez? Enumerou, utilizando os dedos: - **"29, 30, 31; fiz três a mais".** Ao representar, colocou o número 3, bem no meio:*

$$\begin{array}{r} 31 \\ -28 \\ \hline 3 \end{array}$$

Este erro na formalização da equação sugere que NAN representou a operação que fizera na ação e não da maneira como é ensinado na escola. Ou seja, subtrair em primeiro lugar as unidades, emprestando 1 da dezena no caso da unidade do minuendo ser menor.

Quando solicitado a rever como representara graficamente a operação realizada, NAN apagou o número 3 e efetuou a operação da forma convencional. Neste processo, o experimentador questionava o sujeito sobre o que havia sido feito, sem lhe ensinar como fazer.

Nos exemplos seguintes, NAN apresenta os mesmos "erros" sempre na situação de igualar, como pode ser observado a seguir.

A partir do momento em que voltava a agir com os pinos do jogo, tentando subtrair as quantidades, tal como havia formalizado a equação, constatava a impossibilidade e, por si mesmo, corrigia, (explicitando no problema de igualar que havia representado 6-8) - ***"Não dá para tirar o 8 de 6"***. *Mas foi assim que você fez, não foi?* - ***"Tá errado, tem que fazer diferente 8-6".***

Formalização das equações nos problemas de subtração: NAN (9;6)

comparar

$$\begin{array}{r} 31 \\ -28 \\ \hline 03 \end{array}$$

separar

$$\begin{array}{r} 9 \\ -7 \\ \hline 2 \end{array}$$

igualar

$$\begin{array}{r} 7 \\ -9 \\ \hline 2 \end{array} \quad \Bigg| \quad \begin{array}{r} 9 \\ -7 \\ \hline 2 \end{array}$$

separar

$$\begin{array}{r} 9 \\ -8 \\ \hline 1 \end{array}$$

comparar

$$\begin{array}{r} 8 \\ -7 \\ \hline 1 \end{array}$$

igualar

$$\cancel{\begin{array}{r} 6 \\ -8 \\ \hline \end{array}} \quad \Bigg| \quad \begin{array}{r} 8 \\ -6 \\ \hline 2 \end{array}$$

comparar

$$\begin{array}{r} 8 \\ -6 \\ \hline 2 \end{array}$$

igualar

$$\begin{array}{r} 31 \\ -36 \\ \hline \end{array} \quad \Bigg| \quad \begin{array}{r} 36 \\ -31 \\ \hline 05 \end{array}$$

Outras situações similares foram propostas a NAN que passou a representar as equações corretamente, sem mais necessidade de verificar com os pinos do jogo.

A seguir, serão colocados os problemas e as representações das equações correspondentes.

> *NAN (9;6) (Separar) - tinha 9 pinos, você derrubou 4. Quantos ficaram em pé? "5". Tinha 9 pinos, eu derrubei 8. Quantos ficaram em pé? - "1". (Comparar) - Você derrubou 9 pinos. Eu derrubei só 6. Quantos a mais do que eu você derrubou? - "3". (Igualar) - Derrubei 4 pinos. Para empatar com você, precisaria derrubar 9. Quantos mais eu teria que derrubar? - "5". Representando de maneira correta as equações de separar e comparar. Quando errou, ao formular a equação de igualar, NAN a corrigiu por si mesmo. Assim procedeu:*
>
> *Eu fiz 27 pontos, precisaria ter feito 35 para empatar com você. Quantos mais precisaria fazer? - "8" (enumerando: 28, 29, 30, 31, ... 35). Ao representar a operação, inverteu: 27-35; e, sozinho explicitou: - **"eu coloquei o número errado, não pode, porque 27 é menor que 35".***

Formalização das equações nos problemas de subtração: NAN (9;6)

separar

$$\begin{array}{r} 9 \\ -8 \\ \hline 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 \\ -4 \\ \hline 5 \end{array}$$

comparar

$$\begin{array}{r} 9 \\ -6 \\ \hline 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8 \\ -4 \\ \hline 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 15 \\ -9 \\ \hline 06 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 \\ -6 \\ \hline 3 \end{array}$$

igualar

$$\begin{array}{r} 9 \\ 4 \\ \hline 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 \\ -8 \\ \hline 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12 \\ -3 \\ \hline 09 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \cancel{27} \\ -\cancel{35} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 35 \\ -27 \\ \hline 08 \end{array}$$

Ao finalizar a análise da intervenção com o Quilles, pode-se dizer que as situações favoreceram a compreensão, por parte dos sujeitos, do significado da soma e da representação da mesma, por meio da linguagem matemática, tão exercitada na escola, contudo, em muitos casos, desprovida de significação.

Jogar, somar os pontos, marcá-los, mediante um código de registro e, finalmente, determinar o vencedor, consistiram momentos importantes da intervenção. Os sujeitos agiam, refletiam sobre suas ações, deflagrando a busca de meios adequados de representação (registros) de maneira que proporcionassem informações a respeito do próprio jogo (vencedor, quantos pontos em cada jogada).

A solução que se mostrava adequada nas representações era a adição, conduzindo os sujeitos a compreenderem seu algoritimo e, também, que o mesmo refletia a realidade do momento contextualizada pelos pontos obtidos nas sucessivas jogadas.

Determinar o jogador, somando todos os pontos, permitiu compreender que o todo só pode ser obtido mediante a inclusão das partes, deixando de considerá-las de forma isolada, tal como concebeu PRI, inicialmente, quando explicou: - *"eu ganhei: fiz 7 e 9 e a senhora 6 e 7"*, após ter somado os números de dois em dois, sem reuni-los num todo único que os representasse(cf. p. 148).

Comparar as representações de modo a saber se elas refletiam as ações, favoreceu aos sujeitos tornar observáveis os erros nas construções das equações. Nestas situações, ao tentar realizar as ações da maneira como as haviam representado (por exemplo, 7-9), os sujeitos tiveram oportunidade de constatar a impossibilidade de derrubar 9 pinos quando,na realidade, eram 7 os que estavam em pé.

Estas situações foram propícias para que os sujeitos chegassem a compreender, por um lado a invariância da forma no caso das subtrações: na formalização das equações de subtração procede-se sempre do mesmo modo, pois do número maior (minuendo) retira-se o menor (subtraendo) para saber a diferença. Por outro lado, a variação das ações que o sujeito teve que realizar para encontrar a diferença implica em: separar (... quantos restaram?), comparar (... quantos a mais?) , igualar (quantos mais?).

Embora a forma de representação seja a mesma,as idéias de separar, comparar e igualar implicam ações diferentes. Neste sentido, o limiar entre subtração e adição não é muito nítido para o sujeito, uma vez que pode-se chegar a saber "quantos a mais" ou "quantos mais" por meio da ação de somar, como fizeram os sujeitos concretamente.

Isto explica porque os sujeitos, embora tenham muitas vezes chegado ao resultado correto das diferenças verbalmente, não conseguiram formalizá-las de maneira adequada (faziam representações de adições ou indicavam a subtração com o sinal +.

Realizar novamente a ação, a partir da equação representada por adição, leva os sujeitos a compreenderem as diversas possibilidades de ações e a chegar a um único modo de formalização possível.

Acredita-se que estas situações com o jogo Quilles propiciaram aos sujeitos a oportunidade de aprender num contexto lúdico.

- Conclusão da Análise da Intervenção -

Acredita-se, conforme foi demonstrado, que a intervenção realizada com os jogos Cilada e Quilles permitiu aos sujeitos a aquisição de certas noções lógicas, tais como inclusão e multiplicação de classes. Possibilitou-lhes a "tomada de consciência" do significado de certos conhecimentos aritméticos: soma, valor posicional da numeração e, também, compreender o uso dos algoritmos da soma e subtração nas equações que formalizavam.

Do ponto de vista dos procedimentos, pode-se dizer que os sujeitos, por meio de heurísticas, puderam construir e aperfeiçoar, meios cada vez mais adequados para a realização de seus objetivos, ter êxito, inventar novos jogos e resolver os desafios propostos.

Para isto foi necessário que os esquemas presentativos dos sujeitos sofressem constantemente reorganizações, sendo enriquecidos pelas possibilidades e necessidades de novas formas de agir postas em ação, compreendendo, assim, de maneira mais abrangente, o contexto que lhes fôra apresentado.

A situação dos jogos, além de ter contribuído para a estruturação de certos conhecimentos lógico-aritméticos, conforme se dirigiu a intervenção, no próprio jogar os sujeitos foram solicitados a lidar com invariâncias, correspondências, relações parte e todo, operações diretas e inversas que engendraram melhores procedimentos, novas representações, através de antecipações e retroações.

A seguir, na apresentação dos resultados do pré e pósteste, poder-se-á observar o efeito que causou nos sujeitos a intervenção com relação aos conhecimentos aritméticos e noções operatórias. Todavia, os progressos obtidos já podem ser observados nesta análise, mediante as transformações pouco a pouco empregadas nos procedimentos dos sujeitos, sem mesmo necessidade de outras formas de verificações com as que foram empregadas nesta pesquisa (pré e pós-teste).

Por outro lado, a justificativa mais importante do porquê ter escolhido jogos para uma intervenção pedagógica com crianças que apresentaram dificuldades escolares, além de todas as vantagens já explicitadas, pode ser resumida na conclusão de FAB (9;7) - "*trabalhando e brincando eu nunca vi*". Esta idéia diretriz fez nascer o presente estudo. Trabalhar e brincar. E por que não?

- ANÁLISE DOS RESULTADOS -

- ANÁLISE DOS RESULTADOS -
PROVAS DE CONHECIMENTO ARITMÉTICO

PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE: GRUPO EXPERIMENTAL E GRUPO CONTROLE

PROVA I - NOÇÃO DE SOMA

Considerando a característica dos sujeitos deste trabalho e o objetivo da presente investigação, optou-se por verificar a compreensão que os mesmos têm da noção de adição aritmética. Isto porque trata-se de uma noção que é ensinada desde a 1ª série do 1º grau. Como os referidos sujeitos estavam freqüentando a 3ª série, era de se supor que esta noção da matemática elementar já tivesse sido compreendida por eles.

A verificação desta compreensão foi realizada pela "Prova I - Noção de Soma", organizada e utilizada por Sastre(1980) com a mesma finalidade.

Segundo a teoria piagetiana, o conhecimento lógico matemático e, portanto, as noções de matemática elementar,são construídos a partir das ações que o sujeito realiza sobre os objetos.A noção de adição implica ações de reunir objetos, reunir classes de objetos. Coordenando ações de reunir objetos, de enumerá-los da esquerda para a direita e vice-versa ou qualquer outra seqüência, chega-se à abstração reflexiva de que a soma é independente do arranjo espacial desses objetos, ou da ordem em que os mesmos sejam enumerados.

A prova organizada por Sastre tem, como finalidade, verificar se o sujeito estabelece relações entre as ações materiais de reunir objetos e a operação de soma, comumente realizada nos exercícios gráficos que lhe são propostos na escola.

Um outro objetivo da mesma prova é o de verificar se o sujeito conhece de fato a utilidade da soma e em que situações da vida diária ele realiza ações que correspondem a essa operação. Além disso, a prova permite verificar se o sujeito é capaz de definir o que é soma.

Por ser mais próxima do vocabulário comumente usado pelas crianças, será considerada como Sastre, a palavra "soma" para designar a operação aritmética de adição.

- PROCEDIMENTO -

Depois de um contato inicial, o sujeito é solicitado a observar os objetos existentes sobre uma mesa, nomeando-os, visando deixá-lo a vontade e familiarizá-lo com a situação.

A - Descrição das Ações de Reunir Objetos

Coloca-se sobre a mesa, em desordem, vários objetos (mini brinquedos). O experimentador inicia a prova dizendo : - *"Preste atenção no que vou fazer, para depois você explicar o que fiz".* Então entrega três objetos ao sujeito e, a seguir, mais dois, perguntando-lhe: - *"O que fiz?".*

Repete-se o procedimento, variando os objetos e seu número, até que o sujeito seja capaz de descrever as duas ações executadas pelo experimentador, enumerando-as, e numerando os objetos que lhes forma entregues de cada vez.

B - Entrevista

Foram extraídas da entrevista organizada por Sastre as questões, acreditando que eram suficientes para avaliar a compreensão dos sujeitos a respeito da operação aritmética de adição.

- QUESTÕES DA ENTREVISTA -

1. O que foi feito agora (Procedimento A - reunião de objetos) tem alguma coisa de parecido com o que você faz na classe?

2. O que é soma? Faça uma soma.

3. O que fizemos (com os objetos) é parecido com uma soma?

4. Pegue quatro carrinhos e depois pegue mais três. Isto que você fez, parece com soma ou nada tem a ver com ela? Como você mostraria, no papel, o que acabou de fazer?

5. Para que serve a soma?

6. Você faz soma só na aula, aqui na escola, ou faz em casa?

- ANÁLISE DO PRÉ-TESTE -

A - Descrição das Ações de Reunir Objetos

Como a abstração reflexiva é um mecanismo que implica co ordenação das ações representadas pelo sujeito, não há possibilidade de prosseguir a avaliação da "Noção de Soma", se o sujeito não for capaz de descrever as ações inicialmente realizadas pelo experimentador.

Nessa situação, todos os sujeitos deste estudo foram capazes de descrever corretamente as duas ações realizadas, enumerando-as e explicitando o número de objetos que lhes foram entregues. Entretanto, nem todos foram capazes de fazê-lo imediatamenteapós as observações das ações.

- ANÁLISE DO PRÉ-TESTE DO GRUPO EXPERIMENTAL -

Dentre os sujeitos do grupo experimental, dois foram capazes de descrever corretamente as ações imediatamente após tê-las observado; dez sujeitos somente tiveram êxito após a repetição das mesmas de duas a quatro vezes.

Exemplos:

> *PRI (9;3) de imediato, descreveu as duas ações dizendo:* - ***"Primeiro me deu 3 e depois 2 piões".***
>
> *Já MAR (9;3) só teve êxito após a repetição das ações pelo experimentador:* - ***"Deu carrinho 2 de frente, 1 de costas, 1 para trás e 1 para frente".*** *Mar preocupou-se em descrever as posições do carrinho. A mesma ação realizada com outros objetos foi descrita como se segue:* - ***"Deu pião".*** *Após nova repetição, afirmou:* - ***"Deu corneta".*** *Como Mar se limitava a dizer o nome dos objetos que lhes haviam sido entregues, sem enumerar as ações e, muito menos, indicar o número de objetos que lhe haviam sido entregues, o procedimento foi realizado novamente. Desta vez, utilizando-se dois conjuntos de objetos diferentes, com o objetivo de chamar a atenção do sujeito. A partir daí teve êxito no caso de objetos diferentes:* - ***"primeiro deu 4 piões e depois 4 pulseiras*** *e também no caso de objetos iguais:* - ***"Primeiro deu 4 pulseiras e depois deu 3 pulseiras".***

- ANÁLISE DO PRÉ-TESTE DO GRUPO CONTROLE -

Dentre os sujeitos do grupo controle, quatro foram capazes de descrever as ações executadas pelo experimentador, imediatamente após o primeiro procedimento; oito obtiveram êxito após a repetição das ações de duas a quatro vezes.

Exemplos:

> *RIC (9;3) logo após a primeira observação, descreveu corretamente as ações executadas, dizendo:* - **"Pôs em grupos, primeiro me deu 4 depois 3 escovas, dando 7 escovas".**
>
> *Para GUI (8;11) não foi preciso muita variação:* - **"Me deu 7 apitos".** *Repetiu-se com outros objetos:* - **"Primeiro me deu 3 pentes e depois me deu mais 2".**
>
> *Entretanto REN (10;10), para descrever corretamente, foi preciso observar mais vezes: O que fiz?* - **"Ajuntou, dividiu em dois os pentes, dividiu mais; ah eu não sei explicar".** *Variou-se os objetos e seu número:* - **"Você fez uma ação deu mais apitos".** *Foram dados todos ao mesmo tempo?* - **"Não".** *Repetiu-se novamente com conjuntos de objetos diferentes:* - **"Primeiro deu um depois deu outro".** *Só lhe foi dado um?* - **"Não deu 4 e depois mais 4.** *Nova variação:* - **"Primeiro deu 3 flores e depois você deu 4, deu 7 flores".**

- ANÁLISE DO PÓS-TESTE - GRUPO EXPERIMENTAL -

No grupo experimental, cinco sujeitos, no pós-teste, descreveram, corretamente, as ações realizadas pelo experimentador, logo após observá-las da primeira vez. Para sete sujeitos, foi necessário repetí-las mais que uma vez.

No pré-teste, apenas dois sujeitos haviam realizado a descrição das ações corretamente, sem precisar repetí-las. Já no pós-teste, mais três sujeitos passaram a descrevê-las logo de início. Como por exemplo:

*MAR (9;3) que, após a primeira observação, afirmou: - **"Você me deu 5 carrinhos, você me deu primeiro 2 e depois deu 3".***

*NAN (9;6), tanto no pré como no pós-teste, precisou observar duas vezes as ações do experimentador: - **"Me deu 5 piões"**. Depois, na segunda vez, descreveu corretamente: - **"Me deu 4 carrinhos, primeiro deu 2 e depois deu 2".***

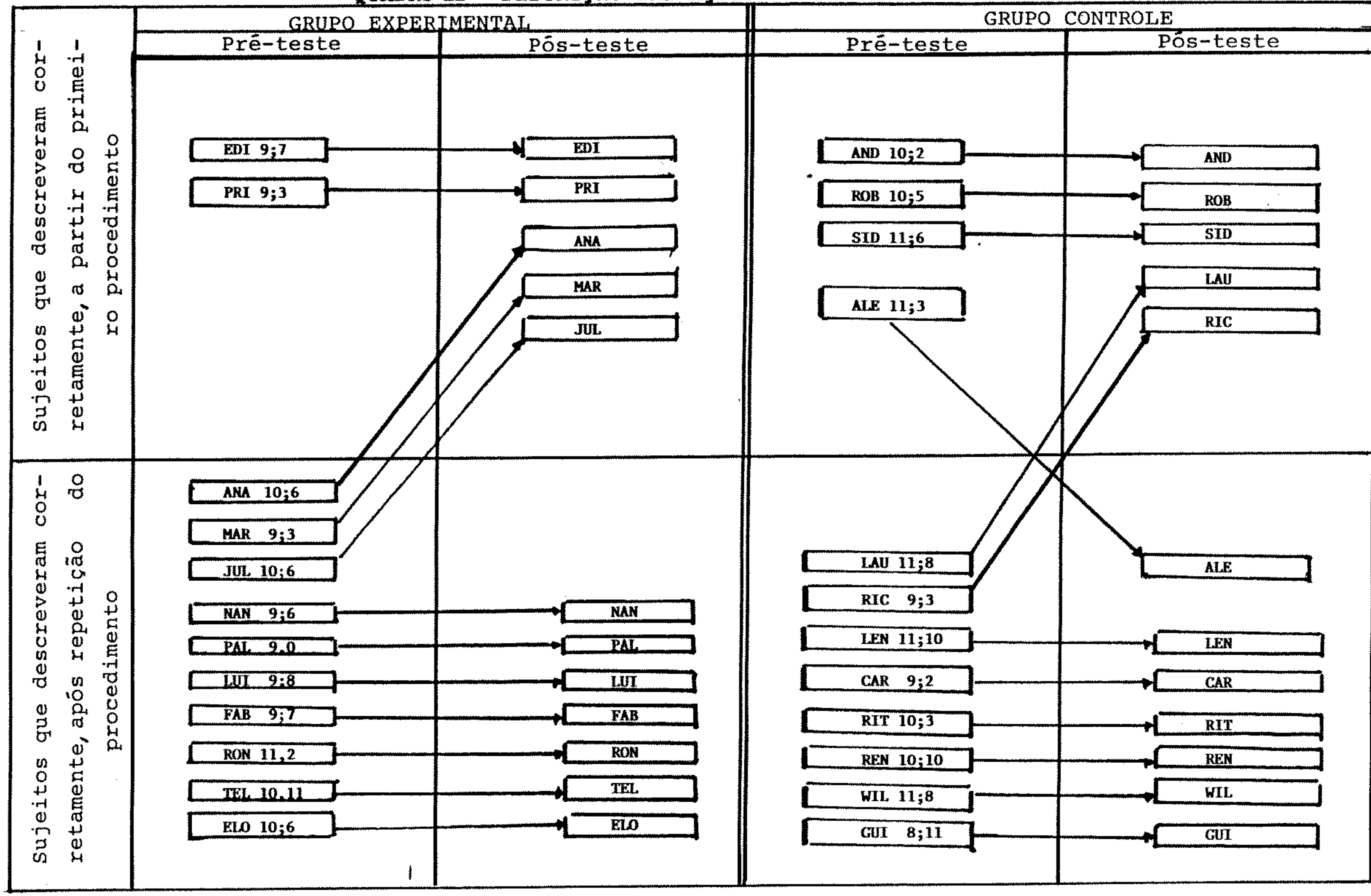
- PÓS-TESTE - GRUPO CONTROLE -

Dentre os doze sujeitos deste grupo, cinco descreveram corretamente as ações sem que fosse preciso repetí-las; para os outros sete, a repetição foi necessária.

Comparando pré e pós-teste, três sujeitos do grupo controle continuaram descrevendo logo de início as ações, mais dois sujeitos também descreveram sem que fosse necessário repetí-las. Entretanto ALE (11;3), que no pré-teste descreveu corretamente, após o primeiro procedimento, no pós-teste o fez após a repetição do mesmo.

O Quadro II ilustra as respostas do sujeitos do grupo experimental e controle relativas à descrição das ações executadas pelo experimentador no pré e no pós-teste. Embora todos tenham alcançado o êxito, classificou-se os sujeitos que descreveram as ações, logo após a primeira observação, e os sujeitos que necessitaram que o procedimento fosse repetido mais que uma vez.

QUADRO II - DESCRIÇÃO DAS AÇÕES DE REUNIR



B - Análise da Entrevista

Para analisar as respostas, foram classificadas as questões da entrevista de acordo com seus objetivos específicos.

1. Relações entre as ações de reunir objetos e a operação aritmética de adição - correspondentes às questões números 1, 3 e 4.
2. Definição de soma - questão número 2.
3. Utilidade da soma - reunindo as questões 5 e 6.

1. Relações entre soma e as ações de reunir objetos

O objetivo deste item consistiu em verificar se o sujeito reconhecia as relações de semelhança existentes entre ações de reunir objetos realizadas no contexto experimental (Procedimento) e a operação aritmética de adição, que realizava em classe.

Analisando as respostas dos sujeitos (grupo experimental e controle), verificou-se que, em alguns casos, há o reconhecimento e, em outros, não. Três categorias foram, então, construídas:

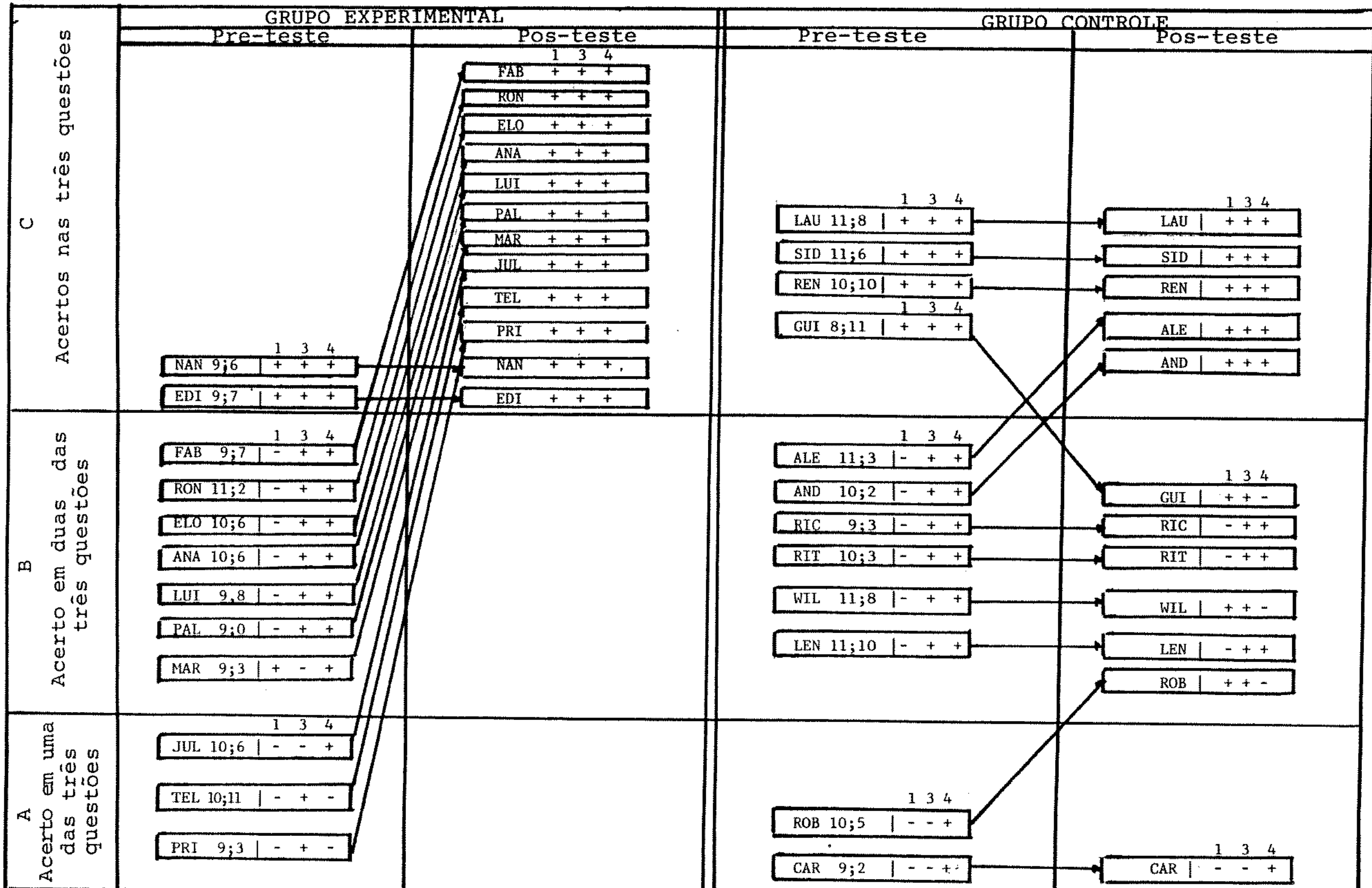
Categoria A - sujeitos que respondiam as três questões, reconhecendo a operação de soma em apenas uma delas;

Categoria B - sujeitos que respondiam as três questões mencionadas, reconhecendo a operação em duas delas;

Categoria C - agrupam-se nesta categoria os sujeitos cujas respostas reconheciam a operação de soma na três questões propostas.

O desempenho de cada sujeito, no pré e pós-teste, está registrado no Quadro III, que expressa as respostas dos mesmos de acordo com as três categorias mencionadas. Para as respostas que evidenciam o estabelecimento de relações entre as ações de reunir objetos e a soma, utilizou-se o sinal + (mais) e, no caso contrário, o sinal - (menos).

QUADRO III – RELAÇÕES ENTRE SOMA E AS AÇÕES DE REUNIR OBJETOS



Legenda: O sinal + indica o reconhecimento da relaçao soma e açoes de reunir.
O sinal - indica o não reconhecimento desta relação.
Os números **1, 3, 4** correspondem aos números das questões propostas.

A análise, a seguir, considera principalmente as respostas dadas às questões 1, 3 e 4. Entretanto, como pode ser observado no Quadro III, percebe-se que a tentativa feita pelos sujeitos de explicar o que é soma (questão nº 2) contribuiu, em parte, para que os mesmos reconhecessem essa operação nas situações seguintes.

Por esse motivo, a questão nº 2 não será excluída dos protocolos dos sujeitos. Será, contudo, analisada separadamente.

- ANÁLISE DO PRÉ-TESTE - GRUPO EXPERIMENTAL -

Em relação à primeira questão, nove dos doze sujeitos responderam negando qualquer relação de semelhança entre soma e ações de reunir; três a reconheceram logo de início. Após responderem o que é soma (segunda questão), observou-se (cf. Quadro III) um aumento de respostas positivas na questão 3. Dentre os doze sujeitos, dez passaram a reconhecer a relação existente.

A seguir, serão apresentados os protocolos dos sujeitos, exemplificando cada uma das categorias.

Na **categoria A** - foram classificados três sujeitos, os quais reconheceram a operação de soma apenas uma vez.

> *TEL (10;11) - (1) O que foi feito agora tem alguma coisa de parecido com o que você faz na classe? -* **"Não, nada"** *. Pense bem até ter certeza de sua resposta: -* **"Não, não tem nada"**. *(2) O que é soma? -* **"Soma é somar matemática"**. *Faça no papel uma soma. -* **"Soma é mais"**. *O que você acha? -* **"É, é como somar matemática"**. *(3) O que fizemos (com os objetos) é parecido com uma soma? -* **"É"**. *(4) Pegue 4 carrinhos e depois mais 3. Isto que você fez parece com soma ou nada tem a ver*

com ela? - **"Nada a ver, porque eu peguei tudo na mesma hora, fui pegando e pondo aqui".**

- Representação da soma -

$$\begin{array}{r} 1 \\ 349 \\ 927+ \\ 123 \\ \hline 1388 \end{array}$$

PRI (9;3) - (1) ... tem alguma coisa de parecido? - **"Não".** *Pense bem. -* **"Não".** *(2) O que é soma? -* **"É fazer uma conta"** *. Faça no papel uma soma. -* **"Pode ser de menos?".** *É uma soma que é para fazer; como você faz uma soma? -* **"Pode ser de mais"?** *. O que você acha? -* **"É de vezes".** *Faça do jeito que você acha. PRI então, como pode ser visto a seguir, fez no papel o sinal de divisão e o sinal de vezes. (3) O que fizemos (com os objetos) é parecido com soma? -* **"É".** *Por quê? Não respondeu. (4) Pegue 4 carrinhos e depois mais 3. Isto que você fez parece com soma ou nada tem a ver com ela? -* **"Nada tem a ver com ela".**

- Representação da soma -

$$\times \quad \div$$

Parece que pensar sobre soma, nestes casos, conduziu os sujeitos a afirmar a semelhança com a operação de adição. Entretanto, de maneira inconsistente, sem justificativas,de tal forma que na última questão esta relação não é mais conservada.

JUL (10;6) definiu a operação de adição dizendo: - **"Soma é uma conta de mais".** *A seguir, representa corretamente a adição no papel. No entanto, negou como havia feito anteriormente (questão 1) qualquer semelhança entre as ações de reu-*

nir e a soma. Mas, ao responder a questão 4, demonstrou reconhecer, afirmando: - ***"Parece com soma, porque você falou para pegar 4 e depois mais 2".***

- Representação da soma -

$$\begin{array}{r} 2 \\ +\ 4 \\ \hline 6 \end{array}$$

Na **categoria B** encontram-se (cf.Quadro III), sete sujeitos que reconheceram a relação duas vezes. Com exceção de MAR (9;3) que nega a semelhança com a operação, logo após tentar explicá-la. Todos os outros sujeitos apresentaram respostas positivas após a questão 2.

Vejamos os exemplos:

> *MAR (9;3) - (1) ... tem alguma coisa de parecido com o que você faz em classe? -* ***"Não ...*** *(pensa),* ***tem um pouco com as contas, as contas de mais".*** *O que é soma? -* ***"É 1 mais alguma coisa".*** *Faça uma soma. -* ***"Soma de que, de centena, dezena?".*** *Pode escolher aquela que você quiser. A seguir, pode ser observado como MAR representou a soma. (3) O que fizemos (com os objetos) é parecido com uma soma? -* ***"Não, porque brinquedo é para brincar e soma é para somar".*** *Com as pulseiras é parecido? (lhe foram entregues 5, depois mais 4 pulseiras). -* ***"Não, não porque é brinquedo".*** *(4) Peque 4 carrinhos e depois mais 3. Isto que você fez parece com soma ou nada tem a ver com ela? -* ***"Parece com soma, porque tá somando isso*** *(indica os 4 objetos)* ***mais isto*** *(os outros 3 objetos).* ***"Estes 4 com mais estes 3 carrinhos".***

- Representação da soma -

$$\begin{array}{r} 100 \\ 100 \\ \hline 200 \end{array}$$

PAL (9:0) negou a semelhança na primeira questão e depois estabeleceu a relação nas questões seguintes: (1) ...tem alguma coisa de parecido...? (lhe foram entregues 2 pulseiras e depois mais 1) - ***"Não, acho que não, porque só vai somar 3, não vai ter mais nada para somar, se você me der 5, 6 pulseiras daí vai ter jeito de somar".*** *(2) O que é soma? -* ***"Soma é mais".*** *(Exemplo correto, como ilustração). (3) O que fizemos ... é parecido...? -* ***"É, porque você me deu 3 cornetas e 5 piões então a gente juntou tudo e ficou quase mais ou menos uma soma. Soma mesmo os brinquedos diferentes, então juntamos tudo e somamos".*** *(4) Pegue 4 carrinhos ... -* ***"É porque você me deu 4 carrinhos e depois mais 3, não é parecido é igual a uma soma".***

- Representação da soma -

$$\begin{array}{r} 5+ \\ \underline{5} \\ 10 \end{array}$$

RON (11;2) - (1) ***Não a gente não brinca na classe".*** *Pense bem. -* ***"Não, tenho certeza que não".*** *(2) O que é soma? -* ***"É uma conta".*** *(3) O que fizemos ... é parecido com soma? -* ***"É porque deu 4 e depois mais 4".*** *(4) Pegue 4 carrinhos ... -* ***"Parece, tem a ver com soma, porque peguei 4 e depois mais 3".***

- Representação da soma -

$$\begin{array}{r} 33 \\ \underline{+78} \\ 111 \end{array}$$

Na **categoria C** (cf.Quadro III) dois sujeitos estabeleceram a relação entre as ações e operação de soma nas três questões.

NAN (9;6) - (1) ***"É parecido sim, com conta de mais".*** *(2)* ***"Soma é multiplicar os numeros".*** *Apesar desta explicação, NAN representou corretamente a soma no papel. (3) O que fizemos com os objetos é parecido com soma? -* ***"É porque tem 4 mais 2 e soma os vasinhos e dão 6".*** *(4) -* ***"Tem a ver com soma, porque soma e dão 7".***

- Representação da soma -

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 1 \\[-4pt] 1451 \\ +7461 \\ \hline 8912 \end{array}$$

O fato de NAN ter explicado soma como ***"multiplicar os números"*** não interferiu nas suas respostas, em que a relação era estabelecida. Talvez se valha de procedimentos aditivos para resolver graficamente as operações de multiplicação em classe.

> *Um outro exemplo é o de EDI (9;7) - (1) -* ***"Tem com continha de mais".*** *(2) -* ***"Soma é por exemplo 4 mais 4 vai somar 8".*** *(3) -* ***"É parecido com soma".*** *(4) -* ***"Se parece com soma porque peguei 4 e depois mais 3 carrinhos".***

- Representação da soma -

$$\begin{array}{r} 64 \\ +72 \\ \hline 136 \end{array}$$

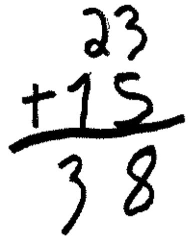
- PRÉ-TESTE - GRUPO CONTROLE -

O mesmo ocorreu no grupo controle (cf.Quadro III) antes de responder à questão sobre o que é soma, oito sujeitos dos doze responderam negando a relação; logo após a segunda questão, seis sujeitos passaram a reconhecê-la.

Na **categoria A** - estão incluídos dois sujeitos que estabeleceram essas relações somente na última questão.

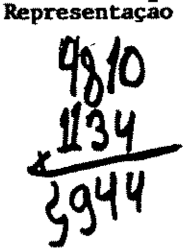
É o caso de ROB (10;5) - (1) - **"Não porque nós não fazemos esse desenho aí".** *Desenho? -* **"Esses objetos aí".** *(Repete-se o procedimento) -* **"Deu 4 assobios e 3 cornetas, deu 7 coisas".** *Tem alguma coisa parecido...? -* **"Não, não tem nada".** *(2) -* **"Soma, é fazer conta, continha de mais".** *(3) O que fizemos é parecido...? -* **"É porque a Sra. podia dividir".** *(Repete-se o procedimento) -* **"Não, não é parecido, porque não dá para somar são vasos, como vai fazer uma conta aqui, não tem jeito; só se a gente colocar no papel 3 mais 3".** *(4) -* **"Tem por que dá para somar aqui 4 mais 3 é igual 9,** *(separa 4 e depois 3)* **espera não dá 7".**

- Representação da soma -



CAR (9;2) - (1) - **"Não, na classe tem que escrever".** *(2) -* **"Soma é conta".** *Exemplo correto. (3) -* **"Não, nada de parecido".** *(4) -* **"Tem a ver com ela".**

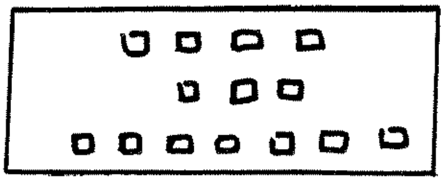
- Representação da soma -



Na **categoria B** (cf.Quadro III) encontram-se seis sujeitos que, de saída, não estabeleceram a relação e depois passaram a admiti-la nas duas questões seguintes.

Exemplos:

ALE (11;3) - (1) - **"Nada, nós não fazemos isto na classe. A gente faz números, só é parecido quando a professora passa lição na lousa e ela escreve nomes de vasos, de flores".** *Só isso que tem de parecido, não tem nada mais? -* **"Não".** *(2) (Soma) -* **"É dar uma continha para eu fazer e depois vou somar.** *(3) ... é parecido com soma? -* **"É, eu acho, por causa que a Sra. me deu 5 e depois me deu 4, somo para ver quanto é, e é 9".** *(4) -* **"De número não, parece, pega 4 carrinhos depois pega mais 3, dá espera... 4 carrinhos** *(arrumou 4 na mesa)* **mais 2** *(arrumou dois ao lado)* **dão 7 carrinhos embaixo",** *pegou 7 carrinhos e colocou como resultado, conforme a configuração a seguir.*



Ao ser solicitado a dar um exemplo de soma ALE representou a operação corretamente.

- Representação da soma -

$$\begin{array}{r} 4 \\ +3 \\ \hline 7 \end{array}$$

RIT (10;3) - (1) - "Na minha classe não, porque lá a gente não fica assim brincando". (2) Soma? - "É mais". (3) É parecido porque a gente contou. (4) - "Parece com soma, porque a Sra. mandou pegar 4 carrinhos, para pegar 4 carrinhos eu preciso contar. Depois mandou pegar mais 3 então ficaram 8, não... ficaram 7".

- Representação da soma -

$$\begin{array}{r} 256 \\ +57 \\ \hline 313 \end{array}$$

Na **categoria C** (cf.Quadro III) foram incluídos quatro sujeitos que nas três questões reconheceram a semelhança com a operação de soma.

Exemplos:

LAU (11;8) - (1) - "Tem, no exercício. A tia fala João ganhou 2 estrelinhas, depois veio a mãe dele e deu mais 3 estrelinhas. Quantas estrelinhas tem ao todo?". (2) O que é soma? - "É quando põe 2 estrelinhas e mais 3 estrelinhas". (3) - "É parecido, quando você fala assim: ao todo quantos piões tem? É parecido assim, a soma não pode pegar, o pião pode, não *pode **tirar a soma do papel"**. (4) - **"Parece com soma porque pe guei 4 depois "mais" 3"** (frisou bem a palavra mais".*

- Representação da soma -

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 1 \\ 468 \\ +260 \\ \hline 728 \end{array}$$

*GUI (8;11) - (1) - **"Tem na conta de matemática de mais"**. (2) O que é somar? - **"É contas"**. (3) - **"É porque você me deu 3 e depois me deu mais 2"**. (4) - **Parece"**. Ao exemplificar disse - **"é uma soma de vezes"** e assim representou:*

- Representação da soma -

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 4 \\ \hline 20 \end{array}$$

Observação: Neste exemplo, pode-se inferir também que GUI resolveu a multiplicação pelo processo aditivo. Neste sentido afirmou: - ***"É uma soma de vezes"***. Mesmo quando definiu soma, ficou no geral - ***"é contas"***.

- ANÁLISE DOS RESULTADOS DO PÓS-TESTE -

1. Relação entre soma e as ações de reunir objetos.

- Grupo Experimental -

Os doze sujeitos que constituíam o grupo experimental apresentaram, no pós-teste, respostas de categoria C.Todos os sujeitos reconheceram a relação entre soma e ações de reunir objetos nas três questões apresentadas. Conforme se pode observar no Quadro III, três sujeitos em A, no pré-teste, foram para C; sete em B, no pré-teste, foram para C no pós-teste e dois, que já estavam na categoria C, permaneceram.

Vejamos os exemplos: PRI e TEl que se encontravam na categoria A do pré-teste e passam à categoria C.

> PRI (9;3) - (1) - *"Tem com a matemática, com a parte de continha de mais"*. (2) - *"Soma é uma conta, é juntar"*. (3) - *"É parecido a gente juntou"*. (4) - *"Se parece com soma, porque eu ajuntei carrinhos"*.

> TEL (10;11) - (1) - *"Tem, com juntar os brinquedos e contar e deu 4 daí põe a resposta"*. (2) - *"Soma é uma quantidade que junto, somo tudo contando"*. (3) - *"É parecido"*. (4) - *"Parece com soma dá para fazer uma conta, 4 depois mais 3 é uma soma, junta e dá 7"*.

> PAL (9;0) - (1) - *"Tem com continha de mais"*. (2) - *"É uma continha de mais"*. (3) - *"É parecido a gente juntou"*. (4) - *"É parecido com soma, nós juntamos o carrinho"*.

> MAR (9;3) - (1) - *"Tem com a soma"*. (2) - *"Quando põe alguma coisa e mais outra e junta"*. (3) - *"É, a gente pegou e juntou as coisas"*. (4) - *"Parece porque pego 4 e mais 3, junta ao todo e pego 7"*.

- PÓS-TESTE - GRUPO CONTROLE -

Conforme se pode observar no Quadro III, houve passagem para a categoria C de dois sujeitos que se encontravam na categoria B. Um dos sujeitos (GUI), no pré-teste, apresentou todas as respostas positivas, sendo incluído na categoria C. Entretanto, no pós-teste negou a relação em uma das questões e passou para a categoria B.

Observa-se que um sujeito, ROB, passou da categoria A para a B no pós-teste.

A evolução não foi muito significativa quando comparada com os sujeitos que fizeram parte do grupo experimental.

Exemplos:

> *ROB (10;5) evoluiu de A para B. (1) - **"Tem em matemática, as contas de mais"**. (2) - **"Soma é somar"**. (3) - **"Tem, se parece a gente soma também"**. (4) - **"Nada tem a ver são carrinhos não dá para somar"**.*

> *GUI (8;11) no pré-teste estabeleceu relações de semelhança nas três questões. No pós-teste, assim respondeu: (1) - **"Um pouco de matemática, divido, dar mais, junto"**. (2) - **"Soma é uma conta"**. (3) - **"É parecido"** (sem justificar). (4)- **"Nada tem a ver com ela"** (também sem justificar).*

ALE passou a admitir a semelhança nas três questões:

> *ALE (11;3) - (1) - **"Tem com continha"**. (2) - O que é soma? - **"Eu não sei"**. (3) - **"É parecido"**. (4) **"Parece com soma"**. Entretanto, não apresentou nenhuma justificativa.*

RIT (10;3) permaneceu na cateogira B:

> *(1) - **"Não, não parece em nada, porque sim"**. (2) - **"Soma é conta de mais"**. (3) - **"É parecido a gente contou"**. (4) - **"Parece porque pegou 4 e mais 3 a gente conta e tudo dá 7"**.*

Tanto no pré-teste como no pós-teste RIT, negou a relação sempre na primeira questão.

CAR negou nas duas primeiras situações, só admitindo na terceira, o mesmo do pré-teste, permanecendo na categoria A:

> *CAR (9;2) - (1) - **"Não tem nada de parecido"**. (2) - **"É uma conta"**. (3) - **"Não"**. Pense bem. **"Não é parecido"**. Por quê? **"Não sei"**. (4) Pegue 4 carrinhos ... - **"Tem"**. Por quê? - **"Eu peguei carrinho então nós temos 7 carrinhos aqui do lado"**.*

Conforme se observa no Quadro III todos os sujeitos do grupo experimental alcançaram no pós-teste, a categoria C, estabelecendo as relações de semelhanças entre as ações de reunir com a operação de soma nas três questões.

O mesmo não ocorreu com o grupo controle. Na categoria C, foram agrupados cinco sujeitos, seis na categoria B e um sujeito permaneceu na categoria A. Nota-se três sujeitos que evoluíram em suas respostas, um regrediu e os outros sete permaneceram na mesma categoria em que antes se encontravam.

Os progressos alcançados pelo grupo experimental poderiam ser explicados pelas experiências realizadas com o jogo Quilles, durante a intervenção. Os sujeitos derrubavam os pinos e, para saber o número de pontos, era preciso reuni-los. Em seguida, representavam-~~os~~ para depois somá-los, determinando o vencedor. A todo momento do jogo, o sujeito agia e representava chegando a descobrir o procedimento mais adequado de registro a fim de obter todas as informações: pontos por jogada e o vencedor. Acredita-se que estes intercâmbios, favorecidos pelo jogo, puderam conduzir os sujeitos do grupo experimental à "tomada de consciência" das relações de semelhanças entre as ações de reunir com a operação de soma, tornando assim o próprio algorítmo revestido de novo significado: uma linguagem que traduz as ações.

O mesmo não se pode dizer do grupo controle dado que as possibilidades de tratar as semelhanças destas relações foram mais reduzidas. É possível que estivessem essencialmente circunscritas às situações do pré e do pós-teste.

2. Definição de soma e exemplo

O objetivo deste item da Prova I "Noção de Soma" é o de verificar qual o significado que o sujeito atribui a esta noção matemática elementar.

Desde a 1ª série escolar, o uso gráfico dos signos aritméticos é ensinado aos alunos, sem antes conferir como está sendo construída, pela criança, a noção que os significa.

Neste sentido, a questão nº 2 da entrevista: "O que é soma? Faça uma soma", permite averiguar em que medida a representação gráfica desta operação se apoia numa noção revestida de sentido, refletindo o seu nível autêntico de conceitualização para os sujeitos da pesquisa em consideração.

As respostas apresentadas a essa questão foram classificadas em três categorias:

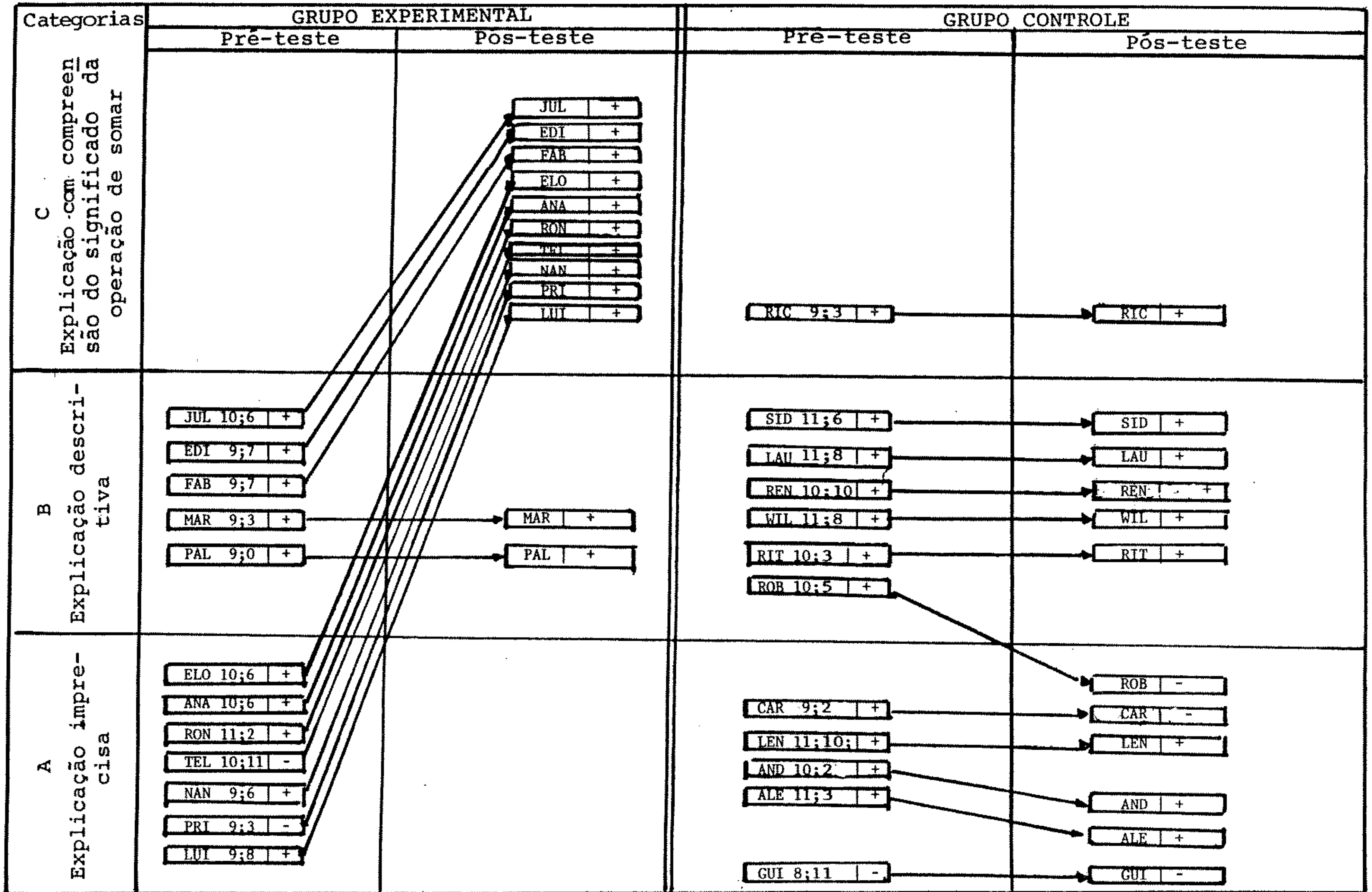
- **Categoria A** - agrupa os sujeitos que apresentaram explicações a respeito da operação de soma de maneira imprecisa;

- **Categoria B** - sujeitos cuja explicação se restringiu à descrição dos termos da operação;

- **Categoria C** - reune os sujeitos que explicaram, demonstrando compreensão do significado da operação.

No Quadro IV encontram-se classificados os sujeitos do grupo experimental e controle, no pré e pós-teste de acordo com as respostas apresentadas sobre "Definição de Soma". Ao lado do nome do sujeito, indica-se com sinal + (mais) quando a representação gráfica da operação de adição foi realizada corretamente, com sinal - (menos), quando incorreta.

QUADRO IV - DEFINIÇÃO DE SOMA E EXEMPLOS



Legenda: Indica-se com sinal + as representações gráficas corretas de adição.
Com sinal - as representações gráficas incorretas, incluindo também aqueles com erro no resultado.

Convém destacar que o nível mais complexo de conceituação da operação de adição encontrado nas respostas dos sujeitos correspondeu àquele que define soma de acordo com o significado.

Conforme o Quadro IV, somente um sujeito pertencente ao grupo controle, RIC (9;3), apresentou uma explicação revelando compreensão do significado, dizendo: - ***"Soma é juntar"***.

Esta foi a única resposta de categoria C apresentada no pré-teste.

Verificando o significado de soma ou adição, assim foi encontrada (cf.Aurélio Buarque de Holanda): *"soma: mat. operação de adição; o resultado de uma adição; união". "Adição - ato ou efeito de adir, adicionamento, acrescimento. Adicionar-juntar, ajuntar, acrescentar. Fazer a adição de: somar"*, sendo pois semelhante a estas, a resposta de RIC.

Outro aspecto relevante a ser observado no Quadro IV é quanto à representação gráfica da soma. No grupo controle, somente dois dos doze sujeitos não representaram corretamente, e, no grupo experimental, apenas um sujeito. Assim, dos vinte e quatro sujeitos somente três, no pré-teste, não souberam representar graficamente a operação. Contudo, apenas um sujeito atribuiu significação correta à noção.

- ANÁLISE DO PRÉ-TESTE - GRUPO EXPERIMENTAL -

No pré-teste do Grupo Experimental, sete dos doze sujeitos (cf.Quadro IV) apresentaram explicações imprecisas a respeito da definição de soma. E, nesta categoria A, também se encontram os dois sujeitos que não souberam representar grafi camente a soma.

Entre estes últimos pode-se exemplificar com a resposta de PRI.

> PRI (9;3) - *O que é soma?* - **"É fazer uma conta".** E a representou com os sinais: ÷ e x (cf. exemplo apresentado na p. 139).

> TEL (10;11) ... *soma?* - **"É somar matemática eu não sei o que é soma. Soma é mais"?** *O que você acha?* - **"É somar matemática".** Ao ser solicitada a fazer uma conta TEL representou grafica mente a operação de adição, mas errou no resultado (cf. exemplo apresentado na p. 139).

Estes dois casos ilustram a categoria A com representação gráfica negativa (cf.Quadro IV).

A seguir, serão apresentadas outras definições classifi cadas como imprecisas (categoria A), mas com representações gráficas corretas.

> ELO (10;6) - *O que é soma?* - **"A gente faz as continhas, a gente soma e daí põe lá".**

> ANA (10;6) - **"Soma é uma conta".**

> NAN (9;6) - **"Soma é multiplicar os números".** (cf. exemplo apresentado na p. 142).

Na categoria B encontram-se cinco dos doze sujeitos explicando o que é soma através da descrição dos termos.

Exemplos:

> EDI (9;7) - **"Soma e 4 mais 4 vai somar 8, isto é soma".** (Exemplos apresentado na p. 142).

> PAL (9:0) - **"Somar é mais".**

JUL (10;6) - ***"É uma conta de mais".***

FAB (9;7) - ***"Soma é somar mais", fazer uma conta é somar".***

MAR (9;3) - ***"Soma é um mais alguma coisa".*** *(Exemplo apresentado na p.140).*

- ANÁLISE DO PRÉ-TESTE - GRUPO CONTROLE -

No grupo controle, encontram-se (cf.Quadro IV) no pré-teste, cinco sujeitos na categoria A.

Exemplos de explicações imprecisas:

GUI (8;11) - ***"Soma é contas",*** *ao representar fez uma multiplicação e disse: -* ***"é uma soma de vezes".*** *(cf. exemplo apresentado na p. 145).*

O caso de GUI foi o único no grupo controle com representação gráfica de operação incorreta.

AND (10;2) - ***"É uma lição de resolver".***

CAR (9;2) - ***"Soma é uma conta".*** *(cf.exemplo apresentado na p. 143).*

Na categoria B, encontram-se seis dos doze sujeitos que apresentaram respostas descritivas.

Exemplos:

SID (11;6) - ***"Soma é, você me deu 5 e depois mais 3 é continha de mais".***

- Representação gráfica -

$$\begin{array}{r} {}^{1}\\ 233\,+ \\ 28 \\ \hline 261 \end{array}$$

*LAU (11;8) - **"é quando você põe 2 estrelinhas e depois mais 3 estrelinhas".***

*ROB (10;5) - **"é fazer uma continha de mais".***

*WIL (11;8) - O que é soma? - **"É de mais".***

- Representação gráfica -

$$\begin{array}{r} 100 \\ +\,400 \\ \hline 500 \end{array}$$

Como já foi colocado anteriormente (p.191) na categoria C, no pré-teste, só um sujeito explicou, atribuindo o significado à operação.

*RIC (9;3) - **"Soma é ajuntar".** Faça uma soma. - **"De número ou desenho".** Do jeito que você acha que se faz, no papel, uma soma. E representou assim:*

$$\begin{array}{r} 15 \\ +\,12 \\ \hline 27 \end{array}$$

- ANÁLISE DO PÓS-TESTE - GRUPO EXPERIMENTAL -

Foi bastante significativa a evolução apresentada pelos sujeitos do grupo experimental no pós-teste a respeito da Definição de Soma. Podendo ser atribuído, esta evolução às situações de intervenção, principalmente com o Quilles, em que os sujeitos foram solicitados a pensarem na ação que executavam para saber quantos pinos haviam derrubado.

Assim, a necessidade de reuní-los para contar foi constatada pelos sujeitos.

O mesmo ocorreu na situação de determinar o vencedor. O experimentador perguntava aos sujeitos: *"O que é preciso fazer com os pontos para saber quem ganhou?"*. Com isto, os sujeitos refletiam sobre suas ações de juntar, reunir e relacionavam-nas com a operação de adição, explicitando o significado da soma.

Dentre os doze sujeitos, dez passaram a dar explicações que evidenciavam a compreensão do significado da noção de soma e dois permaneceram na categoria B apresentando, também no pós-teste, explicações descritivas.

Conforme o Quadro IV, sete sujeitos passaram da categoria A para a C; dos cinco sujeitos da categoria B, no pré-teste, três passaram para C e dois permaneceram em B. Todos os sujeitos que representaram graficamente a operação de adição de maneira correta estão representados no Quadro IV pelo sinal + (mais). Como já foi citado, alguns exemplos de representação gráfica da soma serão excluídos da análise que se segue.

Exemplos das explicações dos sujeitos que passaram da categoria A para a C.

PRI (9;3) - ***"É uma conta que a gente ajunta".***

ELO (10;6) - ***"Eu ajunto e vejo o resultado".***

ANA (10;6) - ***"Soma é juntar as coisas, números, brinquedos".***

NAN (9;6) - ***"É juntar os números e somar tudo".***

Outro exemplo, foi EDI que passou das explicações descritivas (categoria B) às explicações com compreensão do significado (categoria C):

EDI (9;7) - *"Soma é juntar coisas, números".*

FAB deixou de somente descrever para explicar com significado:

FAB (9;7) - *"é juntar dois ou três números, é mais".*

Entretanto, MAR e PAL, mesmo no pós-teste, prosseguiram com explicações descritivas da soma (mantendo-se na categoria B):

MAR (9;3) - *"Soma é quando põe alguma coisa mais outra".*
PAL (9;0) - *"Soma é uma continha de mais".*

- ANÁLISE DO PÓS-TESTE - GRUPO CONTROLE -

No pós-teste do grupo controle (cf.Quadro IV),não ocorreu nenhuma evolução das respostas dos sujeitos; dez deles permaneceram na mesma categoria que se encontravam no pré-teste e um apresentou resposta da categoria A.

Desse modo, estão reunidos cinco sujeitos na categoria A no pré-teste e seis nesta mesma no pós-teste. É o caso de ROB que, após apresentar uma explicação descritiva (B) no pós teste, apresentou uma explicação imprecisa. No pré-teste explicou:

ROB (10;5)... - *"Soma é fazer uma continha de mais".*

Na ocasião do pós-teste, disse:

... - *"Soma é somar".*

Representando de maneira incorreta, com erro no resulta do:

$$\begin{array}{r} 200 \\ +\ 20 \\ \hline 4000 \end{array}$$

Os exemplos, a seguir, correspondem aos dos sujeitos que, tal como no pré-teste, apresentaram explicações imprecisas.

> *CAR (9;2) - **"Soma é conta"**. CAR, ao representar, errou no resultado:*

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 43 \\ +\ 44 \\ \hline 172 \end{array}$$

> *GUI (8;11) - **"Soma é uma conta"** e continuou representando graficamente a soma por uma operação de multiplicação. E afirmou: - **"É uma conta de vezes"**, tal qual fizera no pré-teste:*

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times\ 1 \\ \hline 2 \end{array}$$

AND também prosseguiu aplicando soma desta forma:

> *AND (10;2) - **"É multiplicar os números". Por exemplo 5 mais 5, 10 + 10".*** Assim representou:

$$\begin{array}{r} 422 \\ +\ 854 \\ \hline 668 \end{array}$$

LEN (11;10) - ***"A gente tá somando uma conta".***

- Representação -

$$\begin{array}{r} 341 \\ +452 \\ \hline 793 \end{array}$$

Na categoria B, cinco dos doze sujeitos continuaram a dar explicações descritivas.

Exemplos:

LAU (11;8) - ***"É algum número mais outro".***

REN(10;10) - *igual ao pré-teste* - ***"Soma é mais".***

WIL (11;8) - *pré e pós-teste* - ***"É continha de mais".***

Na categoria C, RIC, como já o fizera anteriormente, demonstrou compreender o significado da operação afirmando outra vez: - ***"Soma é ajuntar"***, representando graficamente a operação correta como já havia feito antes (por ocasião do pré-teste).

Comparando os resultados dos sujeitos que constituem o grupo experimental com os do grupo controle no pré e no pós-teste, verificou-se uma diferença bastante significativa. Dentre os doze sujeitos do grupo experimental, dez evoluíram da categoria A para C, e de B para C. Somente dois sujeitos permaneceram na mesma categoria. O mesmo não ocorreu no grupo controle (cf.Quadro IV) visto que todos os sujeitos, no pós-teste, permaneceram na mesma categoria em que haviam sido classificados no pré-teste.

Um dos sujeitos, ROB, classificado na categoria B no pré-teste, apresentou, no pós-teste, respostas relativas à categoria A. Observa-se, nesse caso, uma regressão no desempenho do mesmo.

3. Utilidade da soma

O objetivo deste item da prova é o de verificar qual a finalidade que os sujeitos atribuem ao conhecimento da operação aritmética de adição na vida cotidiana e em que situações eles a usam conscientemente.

As questões que correspondem a este item são: *5 - Para que serve a soma? e 6 - Você faz soma só na aula, aqui na escola, ou faz em casa?*

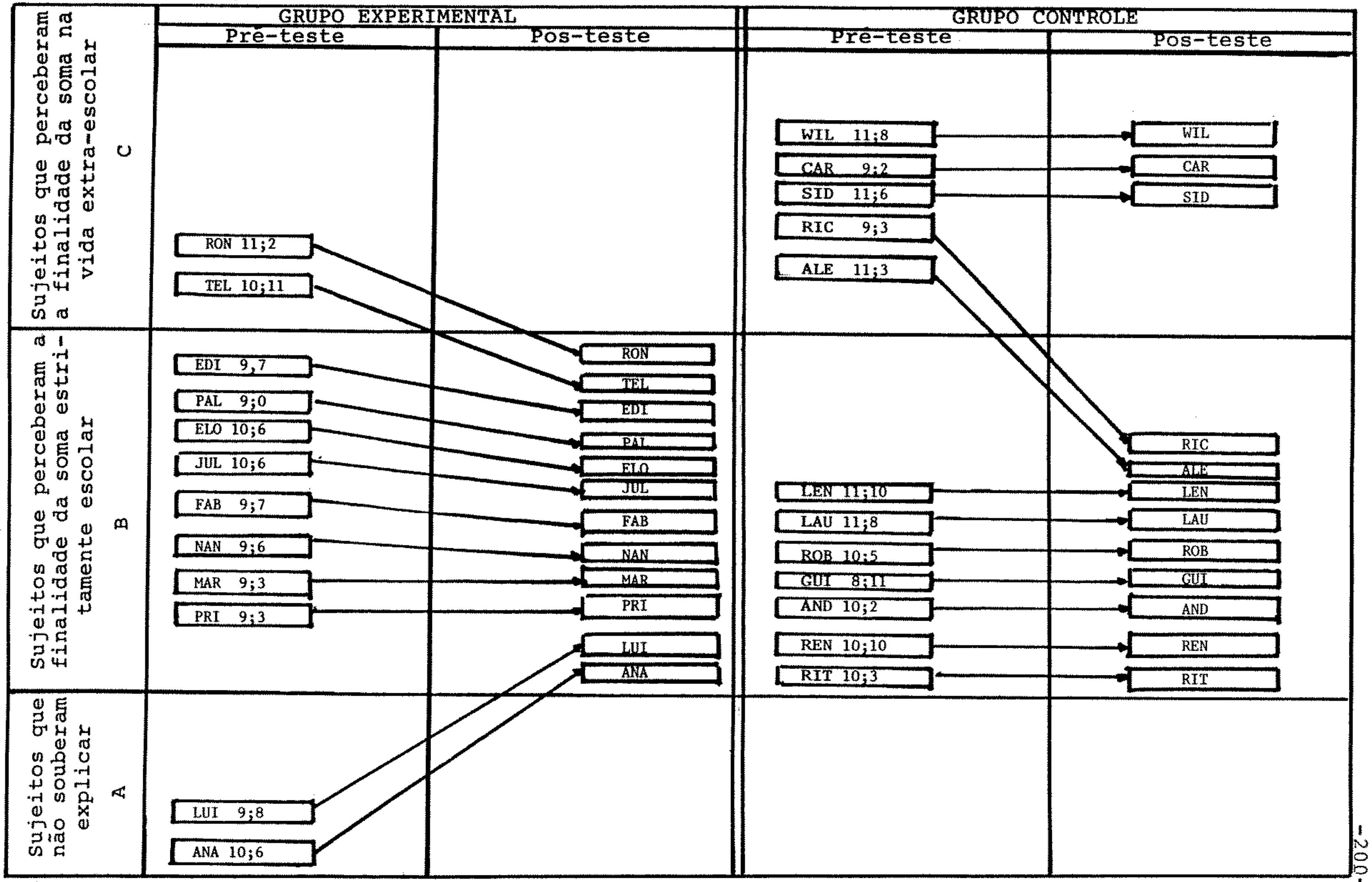
Analisando as respostas apresentadas pelos sujeitos, organizou-se o Quadro V, agrupando-os nas seguintes categorias:

- **Categoria A** - sujeitos que não souberam explicar a utilidade da soma;

- **Categoria B** - perceberam sua finalidade estritamente escolar;

- **Categoria C** - perceberam a sua utilidade na vida extra-escolar.

QUADRO V - UTILIDADE DA SOMA



- PRÉ-TESTE - GRUPO EXPERIMENTAL -

Dentre os doze sujeitos (cf.Quadro V), dois não souberam explicar a utilidade da soma e oito a atribuíram somente à vida escolar.

Exemplos:

PRI (9;3) - *"A soma serve para contar".*

NAN (9;6) - *"A soma é para somar".*

ELO (10;6) - *"A soma serve para aprender as outras continhas que são mais difíceis".*

PAL (9;0) - *"Para ver quanto vai dar, para saber o resultado".*

JUL (10;6) - *"A soma serve para somar as contas".*

Os sujeitos que perceberam a finalidade da soma na vida extra-escolar foram somente dois e assim disseram:

RON (11;2) - *"A soma serve para a gente conhecer dinheiro".*

TEL (10;11) - *"A soma serve para somar as coisas que compro".*

Em relação à questão 6 (*Você faz soma só na aula, aqui na escola, ou faz em casa?*), somente RON (11;2) afirmou: - ***"Faço a soma na aula, em casa também porque em casa eu trabalho no bar do meu tio"***, demonstrando, desse modo, usar a soma de maneira consciente fora do âmbito escolar. Ao passo que a maioria dos sujeitos (8) respondeu a questão consciente de seu uso exclusivamente a situações específicas da vida escolar. Quando afirmaram o uso da soma em casa, se restringiam às tarefas escolares, impostas muitas vezes pela professora, não percebendo assim nenhum uso consciente de operação em situações diferentes da escola.

Exemplos:

PRI (9;3) - ***"Só faço soma na aula".***

LUI (9;8) - ***"Quando a professora manda, eu faço também em casa".***

JUL (10;6) - ***"Faço em casa quando tenho prova de matemática, quando a professora dá continha para treinar para poder saber qual faz".***

TEL (10;11) *que percebeu a finalidade da soma na vida extra-escolar* (*cf.p. 161*) *afirmou:* - ***"faço em casa, meu irmão põe para mim e eu faço para ir bem na escola".***

- PRÉ-TESTE - GRUPO CONTROLE -

No grupo controle (cf.Quadro V), sete sujeitos perceberam a finalidade da soma somente na vida escolar.

Exemplos:

LEN (11;10) - ***"A soma serve para fazer conta depois somar".***

LAU (11;8) - ***"Para você aprender".***

ROB (10;5) - ***"A soma serve para fazer conta".***

Interessante a resposta de GUI (8;11) - ***"A soma serve para pensar e aprender matemática".*** Pode-se dizer que GUI, em sua resposta, atribuiu à soma uma finalidade escolar, mas de maneira mais abrangente que os demais sujeitos. Com freqüência os professores pretendem, com o ensino da matemática elementar, desenvolver o pensamento de seus alunos e GUI pareceu entender este objetivo: - ***"serve para pensar".*** Contudo, na 6ª questão, afirmou o uso da operação somente nas atividades escolares; quer em casa, na lição, quer na escola, *"quando a professora passa na lousa"* disse ele.

Neste grupo foram cinco sujeitos (cf.Quadro V), que perceberam a finalidade da soma na vida diária, extra-escolar. Por exemplo:

> ALE (11;3) - **"A soma serve para muitas coisas, quando vai fazer compras tem um tanto de dinheiro, depois soma e vê se dá para comprar uma coisa".**

> WIL (11;8) - **"Serve para ver quantas coisas a gente tem".**

> *CAR (9;2) percebeu a utilidade em sua vida cotidiana* - **"Serve para somar conta, somar total da conta de luz, da conta de água e pagar".**

> *SID (11;6) admitiu a utilidade na vida escolar e também extra-escolar:* - **"Serve para passar troco, para aprender a fazer números, aprender a fazer soma".**

Quanto às respostas da questão 6 - Todos os sujeitos afirmaram usar conscientemente a soma na escola ou em casa mas sempre ligada às tarefas escolares, essencialmente na matemática.

Exemplos:

> REN (10;10) - **"Faço em casa quando a professora passa a lição".**

> CAR (9;2) - **"Faço soma na aula e em casa também na lição de casa, faço problemas, tem dia que a professora dá continhas, taboada".**

Convém ressaltar que CAR admitiu o uso da soma de maneira indiscriminada, como "contas" e não especificamente como operação de soma, pois afirmou que a usa quando faz problemas, taboada.

- PÓS-TESTE - GRUPO EXPERIMENTAL -

Como se pode observar no Quadro V (p.200), não houve mudanças significativas em relação à concepção dos sujeitos, ao que se refere à utilidade e mesmo ao uso consciente da soma na vida diária. todos os sujeitos, no pós-teste, perceberam a utilidade da operação restrita à vida escolar e seu uso consciente nas atividades escolares extra-classe, tipo lição de casa. Mesmo os sujeitos que haviam percebido alguma finalidade extra-escolar independente das tarefas, no pós-teste enfatizaram o uso e finalidade como a maioria - serve para a vida escolar e seu uso fora é limitado às lições de casa.

Exemplos:

> PAL (9;0) - **"A soma serve para saber a quantidade"**. *Quantidade de que?* - **"De números, de coisas".**

> NAN (9;6) - **"Serve para juntar os números".**

> FAB (9;7) - **"Serve para somar o número e ver o que vai dar".**

> *Em relação à questão 6 - NAN disse:* - **"Faço soma em casa quando estudo".**

> FAB - **"Faço em casa e na aula, nas lições".**

> PAL - **"Faço em casa, na escola, na casa de meu avô".** *De que jeito?* - **nas continhas".**

- PÓS-TESTE - GRUPO CONTROLE -

Neste grupo, também a maioria dos sujeitos (nove dentre os doze) afirmou, no pós-teste, a utilidade da soma somente na vida escolar.

Exemplos:

LEN (11;10) - ***"A soma serve para fazer conta".***

GUI (8;11) - ***"Para a gente aprender".***

AND (10;2) - ***"Para saber a quantidade".***

RIT (10;3) - ***"Para somar os números e fazer conta".***

Três sujeitos (cf.Quadro V) permaneceram no pós - teste, atribuindo à soma uma finalidade extra-escolar:

> *WIL (11;8)* - ***"A soma serve para marcar a quantidade das coisas que a gente tem".***

> *SID (11;6)* - ***"Para ajudar a passar troco, para ninguém dar troco errado".***

> *CAR (9;2) - permaneceu com a mesma justificativa:* - ***Para somar conta, conta de água, conta de luz e pagar".***

Em relação à questão 6, todos os sujeitos, como no grupo experimental, vêem o uso da soma em casa quando fazem as lições de casa, sempre se referindo estritamente às lições de matemática.

Exemplo:

> *ALE (11;3)* - ***"Faço em casa também, quando a professora passa lição de contas, problemas".***

Como se pode observar, as respostas dos sujeitos neste item 3 - *"Utilidade da Soma"*, quer do grupo experimental ou controle não variaram do pré para o pós-teste, permanecendo uma concepção bem clara e definida do uso e utilidade da soma somente nas atividades escolares. As variações encontradas de concepções extra-escolares foram poucas, contradizendo,de certa forma, com os argumentos quanto ao uso da soma em casa, limitado exclusivamente às lições.

PROVA II - PROBLEMAS DE SUBTRAÇÃO

Retomando os estudos sobre problemas de enredo em subtração, envolvendo idéias de separar, comparar e igualar, Kamii (1985/1986), fundamentada na teoria piagetiana, concluiu que as soluções corretas destes problemas dependem da capacidade da criança em estabelecer relações entre parte e todo, simultaneamente.

Quando a criança, diante de uma prova de inclusão hierárquica de classes, responde que há mais maçãs do que frutas, não o faz porque deixou de constatar os observáveis (5 maçãs e 2 bananas) ou porque o significado das palavras lhe são desconhecidas. Ela responde assim porque considera a realidade lógica em termos de uma sucessão da relação entre parte e todo, em vez de pensar simultaneamente sobre partes (maçãs e bananas) e o todo (frutas).

Somente após esta relação lógica construída é que a criança será capaz de deduzir o número de maçãs quando a quantificação de duas subcoleções de frutas lhe é apresentada num problema. Com isto, quer dizer Kamii (ibid.) que, antes da cri ança compreender a aritmética, é preciso lógico-aritmetizar a realidade, tornando-a lógica para si mesma.

Esta concepção, oriunda do construtivismo de Piaget, rechaça a idéia de que o conhecimento aritmético se trata essencialmente de conceitos, fatos e técnicas a serem aprendidos pela criança.

Como afirma Kamii (ibid.), a aritmética, e mesmo os problemas de enredo, não constituem o fato observável, mas sim um conjunto de relações lógicas que são deduzidas por meio do uso de números. Dar respostas verbais aos problemas é mais fácil que formalizá-los através de equações. É preciso antes pensar na resposta, depois formalizá-los, uma vez que estas últimas envolvem o uso de sinais convencionais e regras.

A dificuldade das crianças em solucionar problemas de enredo está assentada, em primeiro lugar, na lógica da relação parte e todo, depois, em segundo lugar, em aritmética.

Assim como diz Kamii (ibid.) os problemas de subtração mais fáceis são aqueles que envolvem a idéia de separar, "*porque implica a remoção de uma parte de um todo*" (p.153). A criança pensa sobre o todo e depois sobre as partes, podendo chegar à solução correta mediante ações sucessivas. Entretanto, comparar e igualar resulta mais difícil porque envolve dois todos, e a diferença só é possível quando se pensa simultaneamente nas partes e no todo. Assim a "*lógica desta relação parte e todo parece extremamente difícil antes dos 7-8 anos*" (Kamii, ibid.,p.153). Por outro lado, afirma a autora: "... *essas relações não precisam ser ensinadas porque a criança vai construí-las presumivelmente na 3ª série*" (Kamii, ibid.,p.159).

Considerando o trabalho de Kamii (ibid., idem) e o fato de que os sujeitos da presente pesquisa freqüentam a 3ª série da escola de 1º grau, cujo programa supõe, dentre outros conteúdos, os problemas de enredo de subtração e a formalização de equações, pensou-se em incluir na avaliação do conhecimento aritmético esta prova que foi realizada com os objetivos, a seguir.

Em primeiro lugar o de verificar se os sujeitos deste estudo estabelecem relações corretas entre parte e todo em problemas de subtração que envolvem idéias de separar, comparar e igualar, por meio de respostas verbais.

O segundo objetivo se centra na formalização de equações referentes a estes mesmos problemas.

Considerou-se que o desempenho dos sujeitos nestas duas situações em que as relações lógicas entre parte e todo estão presentes, poderia indicar se o conhecimento aritmético que eles possuem sobre subtração é fundamentado nesta construção lógica simultânea entre parte e todo ou se se reduz a uma mera aplicação de fórmulas desprovidas de significado.

Como Kamii (1985/1986) foram empregados números pequenos na proposição dos problemas, uma vez que o interesse se voltava mais às relações parte-todo que na aritmética propriamente dita.

- PROCEDIMENTO -

1. Respostas verbais em problemas de subtração

Em primeiro lugar, são colocados aos sujeitos três problemas de enredo em subtração que envolvem idéias de separar, comparar e igualar e que deverão ser respondidos verbalmente.

1º (separar) - Você tem 7 balas. Se me der 3, com quantas ficará?

2º (comparar) - Você tem 7 balas. Eu tenho só 3. Quantas a mais do que eu você tem?

3º (igualar) - Tenho 3 velinhas. Preciso de 9 para um bolo de aniversário. De quantas mais eu preciso?

2. Formalização das equações em problemas de subtração

Uma vez apresentadas as respostas verbais nos três problemas propostos aos sujeitos, cada um deles é recolocado, solicitando a representação gráfica das equações. O experimentador propõe: *Como você mostraria, no papel, usando a matemática?*

- ANÁLISE DOS RESULTADOS -

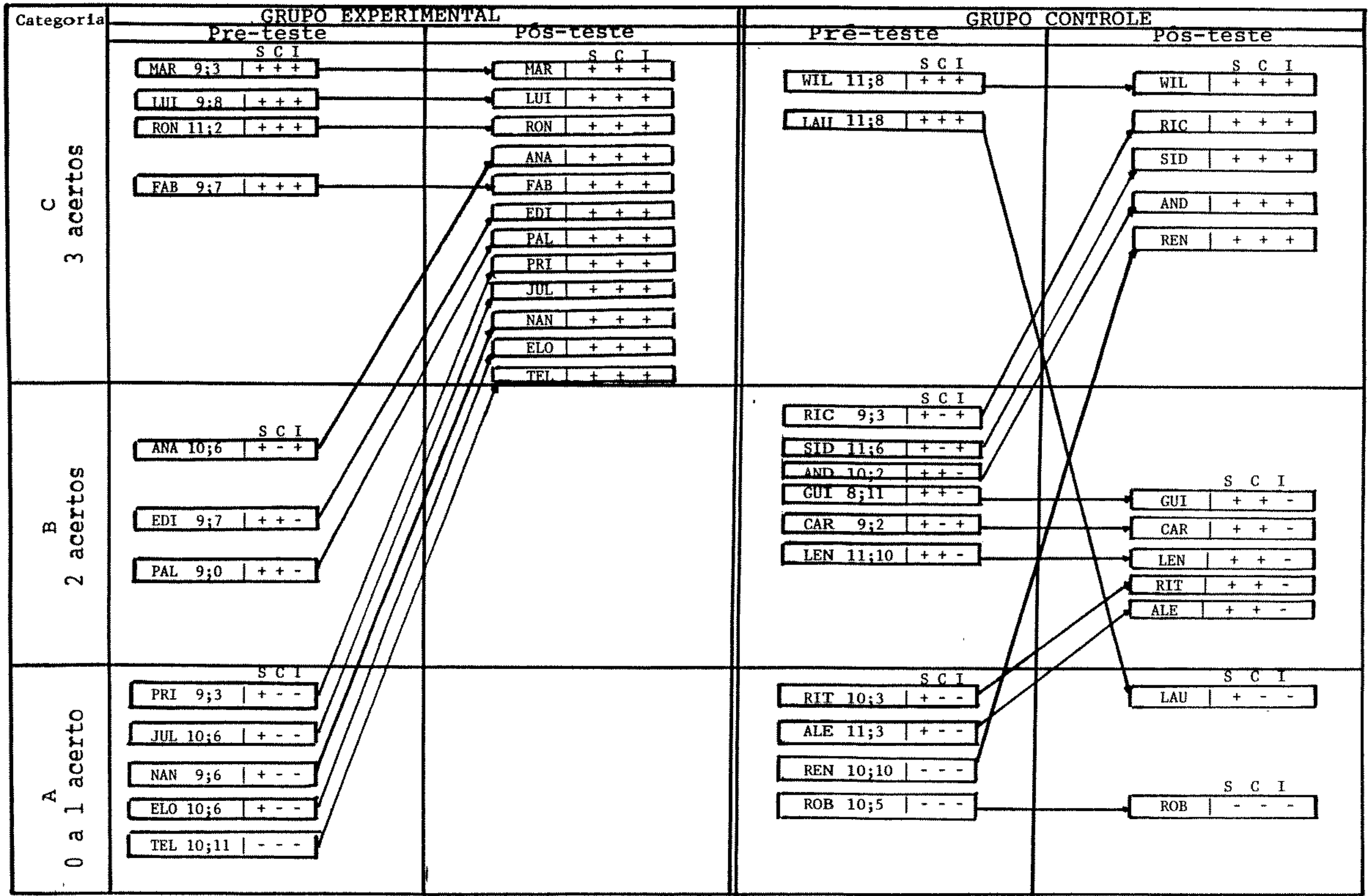
Para analisar os resultados da primeira situação: - "Respostas verbais em problemas de subtração" - foi construído o Quadro VI, no qual os sujeitos foram agrupados em três categorias, mediante as respostas apresentadas, indicando com sinal + (mais) respostas corretas e com sinal - (menos) as incorretas.

- **Categoria A** - sujeitos que apresentaram uma ou nenhuma resposta correta nos três problemas.

- **Categoria B** - sujeitos que apresentaram respostasverbais corretas em dois dos três problemas.

- **Categoria C** - sujeitos que responderam corretamente os três problemas de enredo.

QUADRO VI - RESPOSTAS VERBAIS EM PROBLEMAS DE ENREDO - SUBTRAÇÃO



Legenda: Indicou-se com sinal + as respostas corretas e com sinal - as respostas incorretas.
A notação S indica o problema que envolve a idéia de separar; C = comparar; I = igualar.

- PRÉ-TESTE - GRUPO EXPERIMENTAL -

Conforme indica o Quadro VI, dos doze sujeitos, cinco foram incluídos na categoria A, sendo que quatro acertaram um dos três problemas e um errou todos.

Observa-se que as respostas corretas nesta categoria correspondem ao primeiro problema que envolve separação.

> *JUL (10;6) por exemplo, solucionou corretamente o primeiro problema (separar): (Você tem 7 balas. Se me der 3 com quantas ficará?) - "4". Ao comparar (segundo problema) e igualar (terceiro) utilizou a adição 7+3 e 9+3. Vejamos: 2º (Você tem 7 balas. Eu tenho só 3. Quantas a mais do que eu você tem?) - "10". 3º (Tenho 3 velinhas. Preciso de 9 para um bolo de aniversário. De quantas mais eu preciso?) - "12".*

> *ELO (10;6) resolveu o primeiro problema (separar) corretamente. Na solução do segundo (comparar) e terceiro (igualar) - apresentou, como resposta, um dos números que constava nos enunciados dos mesmos. Assim: (2º - quantos a mais você tem?) - "1". (3º - ... quantos mais?) - "9".*

> *Da mesma maneira que ELO, NAN (9;6) apresentou um dos números dados no problema, obtendo, também, êxito no primeiro problema (separar): (1º ... com quantas ficará?) - "4". (2º... quantos a mais?) - "7". (3º ... quanto mais?) - "3".*

> *TEL (10;11), conforme o Quadro VI, não obteve êxito em nenhum dos três problemas. Ao responder verbalmente as questões, somou os números: (1º ... com quantas ficará?) - "10". (2º ... quantas a mais?) - "9". (3º ... quanto mais?) - "11". Observou-se que TEL ao calcular mentalmente 7+3 e 9+3 respectivamente ao 2º e 3º problemas, somou incorretamente.*

Na categoria B, três sujeitos (cf.Quadro VI) apresentaram respostas corretas em dois dos três problemas.

> *Por exemplo: EDI (9;7) e PAL (9;0) tiveram êxito nos nos problemas de separar e comparar, mas fracassaram no problema de igualar. EDI ao igualar respondeu: "9", usando um dos números dados no problema. PAL, respondeu - "7" porque, antes de considerar o enunciado do 3º problema (igualar), cujos números eram 9 e 3, solucionou o problema em questão com base nos números envolvidos nos problemas anteriores, ou seja, 7 e 3. Pode-se, assim, interpretar, porque PAL, ao formalizar a equação deste problema, também considerou estes mesmos números.*

*ANA (10;6) acertou as questões 1 e 3 e apresentou, como resposta ao segundo problema (comparar), um dos números dados: **"3"**, fracassando na tentativa de solucioná-lo.*

Na categoria C, quatro sujeitos (cf.Quadro VI), responderam corretamente aos três problemas verbais.

Exemplo:

*FAB (9;7) 1º (... quantas ficarão?) - **"4"**. 2º (... quantas a mais?) - **"5, não errei você tem 3 então... 4, 5, 6, 7** (contando nos dedos e afirmando, em seguida), é mais em **4"** . 3º (... quanto mais?) - **"precisa de 6"**.*

- PRÉ-TESTE - GRUPO CONTROLE -

Dentre os doze sujeitos do grupo controle, quatro foram incluídos na categoria A: dois sujeitos acertaram a resposta do problema de subtração que envolvia a idéia de separar e os

dois outros apresentaram respostas verbais incorretas em todos os três.

*Por exemplo: ALE (11;3) acertou a resposta do primeiro problema (separar), contou 7 dedos e tirou três, dizendo: - **"4"**. No segundo (comparar), respondeu: - **"7"** e no terceiro (igualar) disse: - **"9"**.*

RIT (10;3) fez o mesmo no primeiro problema, apresentou a diferença correta. Já nos segundo e terceiro (comparar e igualar) respondeu como ALE, indicando um dos números contidos nos respectivos enunciados.

*ROB (10;5) somou os números do primeiro problema (separar): (Você tem 7 balas. Se você me der 3, com quantas ficará?) - **"10"**; (2º - Você tem 7 balas, eu tenho só 3. Quantas a mais do que eu você tem?) - **"7"**; (3º - Tenho 3 velinhas, preciso de 9 para um bolo de aniversário. De quantas mais eu preciso?) - **"9"**. ROB, nos dois problemas seguintes, respondeu com um dos números dados.*

*REN (10;10), ao separar, errou no resultado da subtração dizendo **"3"**. Este tipo de erro poderia ter duas interpretações: erro de cálculo ou utilização de um dos números dados*

> *pelo problema. Ao comparar ... quantos a mais, respondeu com um dos números: - "7" e depois, ao igualar, somou os números: (quantos mais?) - "12".*

Na categoria B, seis sujeitos apresentaram respostas corretas em dois dos três problemas de enredo: três acertaram problemas que envolviam idéias de separar e comparar e outros três os de separar e igualar.

> *LEN (11;10) acertou as respostas de separar e comparar e, para igualar, somou os números e disse: (- quantos mais?) - "12". GUI (8;11) fez o mesmo que LEN.*
>
> *RIC (9;3) apresentou respostas corretas em separar e igualar. Entretanto, ao comparar, respondeu com um dos números dados pelo segundo problema: (- quantos a mais?) - "7".*

Na categoria C do grupo controle, dois sujeitos(cf.Quadro VI), responderam corretamente as questões dos três problemas.

ANÁLISE DO PÓS-TESTE - GRUPO EXPERIMENTAL -

No pós-teste, todos os sujeitos do grupo experimental (N=12) apresentaram respostas verbais corretas nos três problemas de subtração: oito sujeitos que, no pré-teste, encontravam-se agrupados nas categorias A ou B, passaram para a categoria C no pós-teste e quatro outros nela permaneceram

Conforme o Quadro VI, houve uma evolução significativa das respostas dos sujeitos em direção às respostas corretas nos problemas de subtração.

- PÓS-TESTE - GRUPO CONTROLE -

Encontram-se na categoria A, dois sujeitos dentre os doze componentes deste grupo. ROB (10;5) permaneceu (cf. Quadro VI), com respostas incorretas nos três problemas de enredo, cometendo os mesmos tipos de erros que no pré-teste. Ao responder o primeiro problema, somou os números; ao comparar (segundo problema) e igualar (terceiro problema) prosseguiu usando um dos números apresentados nos problemas assim respondeu:

> *(1º ... quantas ficará?) - **"10"**; (2º - comparar... quantos a mais?) - **"7"**; (3º - igualar ... quanto mais?) - **"9"**.*
>
> *LAU (11;8) que, no pré-teste havia respondido corretamente aos três problemas, no pós-teste só acertou a resposta do primeiro problema (separar). Ao comparar, LAU respondeu com um dos números dados pelo problema: (... quantos a mais?) - **"3"**. Ao igualar, somou os números: (- ... quanto mais?) - **"12"**. Este foi o único caso de involução nas respostas da Prova de Subtração que foi encontrado.*

Na categoria B, cinco sujeitos responderam corretamente os problemas de separar e comparar, apresentando erros na questão de igualar.

Permaneceram no pós-teste, nesta mesma categoria, três sujeitos e dois progrediram de A para B.

> *ALE (11;3) e RIT (10,5) que no pré-teste responderam apresentando um dos números dados pelo problema, no pós-teste, ao igualar, solucionaram somando os números: (3º - quanto mais?) - **"12"**, ambos disseram.*
>
> *GUI (8;11) cometeu o mesmo erro do pré-teste na situação de pós-teste, somando os números ao igualar: (... quanto mais?) - **"12"**.*
>
> *Já CAB (9;2) que, no pré-teste, acertou o problema que envolvia a idéia de igualar, no pós-teste errou quando respondeu usando um dos números dados: (... quanto mais?) - **"3"**.*

Na categoria C encontram-se cinco sujeitos, sendo que quatro deles evoluíram em suas respostas, acertando (cf. Quadro VI) os três problemas, e um sujeito permaneceu nesta mesma categoria.

Interessante destacar o caso de REN (10;10) o único sujeito do grupo controle (cf.Quadro VI) que progrediu em suas respostas, passando da categoria A para C.

Analisando os resultados do pré e do pós-teste (cf.Quadro VI), observa-se que é bem nítido o progresso apresentado pelo grupo experimental, quando comparado com o grupo controle. Houve, neste último, progressos nas respostas de seis sujeitos, mas nem todas em direção à categoria C (dois sujeitos passaram de A para B; um sujeito de A para C e três de B para C). Já os progressos do grupo experimental foram conquistados por oito sujeitos, todos eles em direção à categoria C (cinco passaram de A para C e três de B para C).

Quanto aos erros, convém comentar que estes se centraram nas relações lógicas entre parte e todo nem sempre corretas, tratadas pelos nossos sujeitos de maneira sucessiva e não simultânea.

Dentre as respostas apresentadas, mesmo se tratando de soluções incorretas, não foram observados erros de cálculo,com exceção de um único sujeito que calculou erradamente o resultado da soma, embora a operação em jogo fosse a subtração.

Somente em um caso foi encontrado erro por imprecisão numérica: o sujeito considerou o número 7 e não o 8 no terceiro problema (igualar).

Nesses dois casos, as respostas foram incorretas.

Tanto os sujeitos do grupo experimental como os do grupo controle tiveram melhor desempenho, quer no pré-teste, quer no pós-teste, no problema de subtração que implicava a idéia de separação. Com efeito, onze acertos para o grupo experimental e dez para o grupo controle no pré-teste. No pós-teste, os sujeitos do grupo experimental apresentaram doze acertos e os do grupo controle, onze.

Nos problemas de comparar e igualar não houve muita diferença na ocasião do pré-teste. Encontrou-se seis sujeitos que apresentaram respostas corretas do grupo experimental e cinco sujeitos do grupo controle no problema de comparação. Já para igualar o número de acertos foram semelhantes, cinco para cada grupo.

No pós-teste, os sujeitos do grupo experimental apresentaram doze acertos em problemas de comparar e igualar. Os sujeitos do grupo controle apresentaram onze respostas corretas na situação de comparar e cinco naquelas que envolviam a idéia de igualar.

Como evidenciam os dados do pré-teste e do pós-teste, os sujeitos de ambos os grupos demonstraram ter mais facilidade em separar do que em comparar e igualar. Todavia, no pós-teste, todos os sujeitos do grupo experimental alcançaram a categoria C, acertando os resultados nos três problemas. Os sujeitos do grupo controle continuaram apresentando maior dificuldade no problema de igualar; todas estas considerações podem ser observadas no Quadro VI.

Pode-se dizer que as atividades propostas na intervenção com os jogos Cilada e Quilles contribuíram positivamente para os progressos alcançados pelos sujeitos do grupo experimental, no sentido de compreender as relações parte-todo. Uma vez que estas relações estavam incluídas nas atividades realizadas principalmente nas classificações, nas próprias construções ou invenções de quebra-cabeças, com o Cilada e no jogo Quilles.

2. Formalização das equações em problemas de subtração

Nesta situação, o experimentador apresenta novamente aos sujeitos os três problemas anteriores, alternadamente e solicita-lhes que os represente graficamente, utilizando equações.

> *1º (separar) - Você tem 7 balas. Se me der 3, com quantas ficará?*
>
> *2º (comparar) - Você tem 7 balas. Eu tenho só 3. Quantas a mais do que eu você tem?*
>
> *3º (igualar) - Tenho 3 velinhas, preciso de 9 para um bolo de aniversário. Quantas mais eu preciso?*

De acordo com a maneira de representar graficamente as equações, para análise dos resultados, os sujeitos foram classificados em três categorias:

- **Categoria A** - sujeitos que formalizaram uma ou nenhuma das equações completas e corretas;

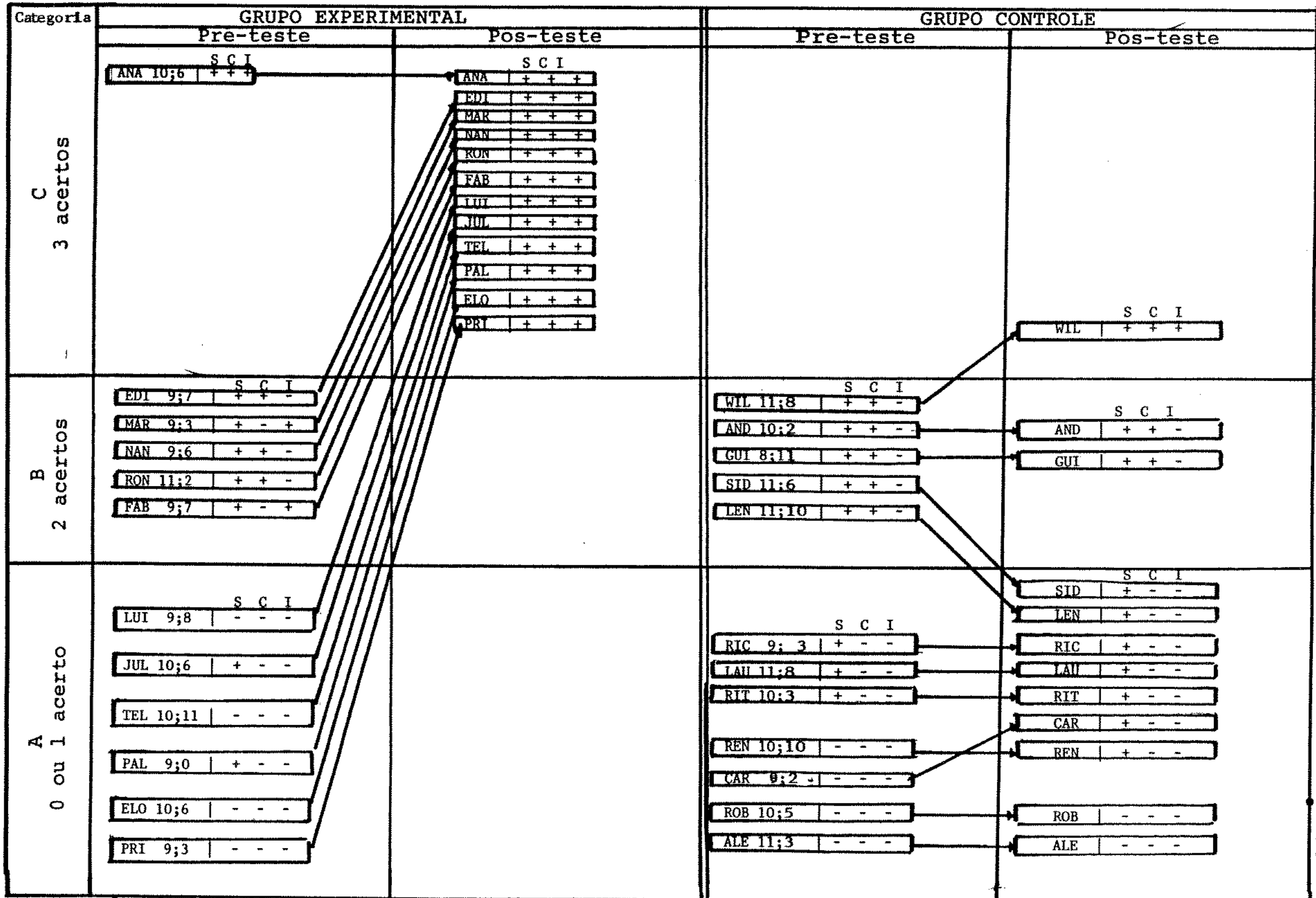
- **Categoria B** - sujeitos que formalizaram duas equações completas e corretas;

- **Categoria C** - sujeitos que formalizaram as três equações completas e corretas.

A distribuição dos sujeitos, de acordo com estas categorias, encontra-se registrada no Quadro VII. Ao lado do nome e idade de cada sujeito, foi utilizado o sinal + (mais) para indicar a formalização completa e correta e sinal - (menos) quando errada, respectivamente para cada um dos problemas.

Para a identificação de cada problema, foram utilizadas as seguintes notações: **s** (separar), **c** (comparar) e **i**(igualar).

QUADRO VII - 1.PROBLEMAS DE SUBTRAÇÃO - 2. FORMALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES



Legenda: Utilizou-se o sinal + para indicar a formulação correta e completa de equação e o sinal - para indicar as equações incorretas.
A notação **S** indica o problema que envolve idéia de separar; **C** comparar e **I** igualar.

- PRÉ-TESTE - GRUPO EXPERIMENTAL -

Foram reunidos, na categoria A (cf.Quadro VII), seis sujeitos ; dois deles formalizaram a equação relativa ao primeiro problema (separar) corretamente e os demais as formalizaram de maneira incorreta nos três problemas de subtração (separar, comparar, igualar). Vejamos alguns exemplos:

ELO (10;6) (1) $\begin{array}{r} 7 \\ +3 \\ \hline 4 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7 \\ +3 \\ \hline 7 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 3 \\ +9 \\ \hline 9 \end{array}$

Observações: ELO, ao representar graficamente as equações em problemas de subtração, utilizou o sinal de adição;no entanto, como se observa, os resultados não revelam adição. O primeiro problema resolveu mentalmente por subtração, obtendo êxito no resultado. Nos seguintes (2º e 3º) os resultados correspondem a um dos números dados pelo próprio enunciado, sendo estes iguais aos daqueles que deduziu na situação 1 - "Respostas verbais".

TEL (10;11) também manteve os mesmos resultados semelhantes àqueles apresentados verbalmente. Ao formalizar as equações, usou o sinal de adição resolvendo-as, somando os números. Porém apenas obteve êxito no cálculo da adição do primeiro problema, embora se tratasse de problemas de subtração.

(1) $\begin{array}{r} 7+ \\ 3 \\ \hline 10 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7+ \\ 3 \\ \hline 9 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 3+ \\ 9 \\ \hline 11 \end{array}$

Diferentemente, PRI (9;3) não manteve todos os resultados iguais apresentados nas respostas verbais, conservando-os somente no segundo problema (comparar). Assim formalizou:

(1) $\begin{array}{r} 7 \\ +3 \\ \hline 10 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7 \\ -\ 3 \\ \hline 7 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 3 \\ \times 9 \\ \hline 27 \end{array}$

Observa-se que, no problema que envolvia separação, PRI adicionou os dois termos, considerando-os partes de um todo. No segundo problema comparou, formalizou a equação com o sinal de subtração, mas o resultado apresentado corresponde a um dos números dados pelo problema. Todavia, ao igualar, fez uma multiplicação.

PAL (9;0) apresentou a seguinte formalização:

(1) $\begin{array}{r} 7- \\ 3 \\ \hline 4 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7+ \\ 3 \\ \hline 4 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 3+ \\ 7 \\ \hline 9 \end{array}$

No problema que envolvia separação, PAL formalizou a equação completa e corretamente. Ao comparar, representou a operação de subtração realizada mentalmente, valendo-se do sinal de adição. Ao igualar, não teve êxito na formalização e empregou os termos dos problemas anteriores (3 e 7) apresentando, como resultado, um dos termos do terceiro problema(9). Convém ressaltar que estes resultados são iguais aos apresentados verbalmente, os quais estão corretos para o problema 1 e 2.

JUL (10;6), ao formalizar, manteve também as mesmas respostas dadas verbalmente, representando graficamente as equações, como se segue:

(1) $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7 \\ +3 \\ \hline 10 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 9 \\ +3 \\ \hline 12 \end{array}$

No primeiro problema construiu corretamente a equação; já nos problemas de comparar e igualar realizou adições ao invés de subtrações.

Interessante o caso de LUI (9;8) que representou as equações horizontalmente, desta maneira:

(1) 7 3 4 (2) 7 3 10 (3) 3 9 6

Nota-se que LUI não fez uso dos sinais que indicam a operação nem mesmo do sinal que indica a relação (=). No primeiro problema (separar) observa-se que a equação está correta, mas incompleta. Ao comparar, formalizou procedendo a adição dos dois "todos". Ao igualar, deduziu corretamente a diferença. Entretanto, não se valeu dos sinais (- e =) e das regras necessárias para formalizar corretamente as equações de subtração.

Na situação de respostas verbais LUI acertou, por meio da dedução, todos os resultados.

Na categoria B, cinco sujeitos formalizaram corretamente duas das três equações: três destes acertaram a representação das equações do primeiro e segundo problemas, os demais apresentaram êxito no primeiro e terceiro problemas.

NAN (9;6) formalizou corretamente as equações dos problemas: separar e comparar. Ao igualar, fez uso do sinal menos (-). No entanto não obedeceu as regras, colocando o número maior para ser subtraído do menor e, como resultado, utilizou um dos termos do problema:

(1) $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 3 \\ -9 \\ \hline 3 \end{array}$

Os resultados apresentados verbalmente, na situação anterior, foram mantidos no primeiro e terceiro problemas.

RON (11;2) representou corretamente as equações do primeiro e do segundo problemas, como se pode observar em seguida. Ao igualar, apresentou o resultado de subtração, embora tivesse usado o sinal de adição para formalizar a equação.

(1) $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 3 \\ +9 \\ \hline 6 \end{array}$

MAR (9;3) representou corretamente o 1º e 3º problemas. Entretanto, ao comparar utilizou o sinal de adição e efetuou na realidade uma subtração.

(1) $\begin{array}{r} 7- \\ 3 \\ \hline 4 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7+ \\ 3 \\ \hline 4 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 9- \\ 3 \\ \hline 6 \end{array}$

As "Respostas verbais" (situação 1), apresentadas por RON e MAR, foram corretas e mantidas como já pôde ser observado nos resultados das equações, embora a representação gráfica das mesmas estivesse incorreta.

Na categoria C, do grupo experimental encontrou-se só um sujeito (cf.Quadro VII) que formalizou completa e corretamente todas as equações dos três problemas de subtração.

ANA (10;6) assim fez:

(1) $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 9 \\ -3 \\ \hline 6 \end{array}$

- PRÉ-TESTE - GRUPO CONTROLE -

Conforme o Quadro VII, na categoria A agrupam-se sete sujeitos: quatro deles formalizaram, de modo incorreto, todas as equações e três representaram graficamente, de maneira completa e correta, a equação do primeiro problema (separar).

Exemplos:

REN (10;10) apresentou as seguintes respostas:

(1) $\begin{array}{r} 7\ - \\ 3 \\ \hline 3 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} +7 \\ 3 \\ \hline 10 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 9 \\ +3 \\ \hline 12 \end{array}$

Observa-se que REN representou indicando com sinal correto a equação do primeiro problema. O seu erro no resultado da equação pode se tratar de um erro de cálculo ou pode ser explicado pelo fato de o sujeito ter considerado, como resultado, um dos termos do problema. Neste caso, o número 3, na situação 1, também apresentou a mesma resposta. Por outro lado, os erros nos problemas seguintes foram relativos à própria composição da equação, visto que realizou a operação de adição nos problemas de subtração.

ROB (10;5) formalizou as equações usando a adição:

(1) $\begin{array}{r} 7 \\ +3 \\ \hline 10 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7 \\ +3 \\ \hline 10 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 3 \\ +9 \\ \hline 12 \end{array}$

Comparando com a situação 1, ROB conservou o mesmo resultado somente em relação ao primeiro problema. Nos demais, deixou de dar, como resposta, um dos termos do problema para adicioná-los nas equações.

Interessante o modo pelo qual CAR (9;2) representou as equações, utilizando os sinais da soma e da multiplicação.

(1) $\begin{array}{r} 13 \\ \times 4 \\ \hline 2 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 73 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 39 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$

Verbalmente, CAR acertou o primeiro e terceiro problemas. Ao formalizá-los, manteve o "resultado correto", se assim podemos inferir, no primeiro e terceiro problemas e, no segundo, usou um dos números dados.

RIC (9;3) conservou as mesmas respostas dadas na situação 1 e representou corretamente a equação do primeiro problema (separar). Formalizou o segundo, usando a adição. Apresentou resultado correto quanto ao terceiro, porém empregou uma *adição para representá-lo, procedendo da seguinte maneira:*

(1) $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} {}^{1}7 \\ +3 \\ \hline 10 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 3 \\ +9 \\ \hline 6 \end{array}$

Na categoria B reúnem-se cinco sujeitos do grupo controle que formalizaram corretamente as equações nos problemas de separar e de comparar. Nenhum destes obteve êxito na representação da equação do terceiro problema, que envolvia a idéia de igualar.

LEN (11;10), mantendo as mesmas soluções apresentadas na situação 1, acertou as duas primeiras equações; porém, para igualar, valeu-se de uma adição.

(1) $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 3 \\ +9 \\ \hline 12 \end{array}$

SID (11;6) obteve êxito no resultado do terceiro problema; entretanto, apesar de usar o sinal correto (-) colocou o minuendo no lugar do subtraendo. Os dois primeiros problemas foram formalizados de maneira completa e correta.

(1) $\begin{array}{r} 7\ - \\ 3\ \ \\ \hline 4\ \ \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7\ - \\ 3\ \ \\ \hline 4\ \ \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 3\ - \\ 9\ \ \\ \hline 6\ \ \end{array}$

GUI (8;11) e AND (10;2) representaram a equação de igualar, usando o sinal de adição. Só que GUI resolveu por adição: 3+9=12, enquanto AND subtraiu: 9+3=6.

Na categoria C, não se encontrou (cf.Quadro VII) nenhum sujeito do grupo controle no pré-teste.

- PÓS-TESTE - GRUPO EXPERIMENTAL -

Todos os doze sujeitos do grupo experimental (cf. Quadro VII) passaram a formalizar corretamente as equações dos três problemas de subtração, que envolviam idéias de separar, comparar e igualar.

Exemplo:

> *ELO (10;6), no pré-teste, não havia formalizado nenhuma equação correta e, no pós-teste, obteve êxito na formalização das equações nos três problemas.*

(1) $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 9 \\ -3 \\ \hline 6 \end{array}$

- PÓS-TESTE - GRUPO CONTROLE -

Dos doze sujeitos, nove se encontram na categoria A, dentre estes, sete sujeitos formalizaram corretamente a equação do primeiro problema e dois prosseguiram sem formalizar corretamente as equações dos três problemas.

Observa-se (cf.Quadro VII) dois sujeitos que, na ocasião do pré-teste, se encontravam na categoria B e, no pós-teste, passaram para a categoria A. São os casos de SID(11;6) e LEN (11;10); no pré-teste formalizaram corretamente as equações de separar e comparar. No pós-teste, não obtiveram êxito na formalização das equações dos problemas de comparar e de igualar. Assim, representaram:

SID (11;6)

(1) $\begin{array}{r} - \; 7 \\ 3 \\ \hline 4 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} + \; 7 \\ 3 \\ \hline 4 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} + \; 3 \\ 9 \\ \hline 6 \end{array}$

LEN (11;10)

(1) $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7 \\ +3 \\ \hline 10 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 3 \\ +9 \\ \hline 12 \end{array}$

ROB (10;5) e ALE (11;3) prosseguiram, formalizando as três equações de maneira incorreta.

ROB (10;5) adicionou nas três situações e o fez de maneira correta:

(1) $\begin{array}{r} 7 \\ +3 \\ \hline 10 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7 \\ +3 \\ \hline 10 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 7 \\ +9 \\ \hline 16 \end{array}$

ALE (11;3) formalizou, usando a adição, aplicando o resultado aditivo no terceiro problema (igualar). Contudo, calculou o resultado pela subtração nos dois primeiros problemas.

(1) $\begin{array}{r} 7 \\ +3 \\ \hline 4 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7 \\ +3 \\ \hline 4 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 9 \\ +3 \\ \hline 12 \end{array}$

Na categoria B do pós-teste (cf.Quadro VII)encontrou-se dois sujeitos do grupo controle. Ambos formalizaram corretamente as equações dos problemas: separar e comparar, fracassando no terceiro que envolvia a idéia de igualar.

AND (10;2) assim representou:

(1) $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 3 \\ +6 \\ \hline 9 \end{array}$

Convém destacar o raciocínio realizado por AND no terceiro problema. Embora tenha descoberto a quantidade necessária para igualar, que é 6, manteve como resultado o número 9, fruto da operação de adição que formalizou. Entretanto, para descobrir a segunda parcela 6, indicou três dedos e enumerou a seguir: 4,5,6,7,8,9, descobrindo a diferença, 6, entretanto, como procedeu para igualar contando 6, realizou a formalização usando a adição.

GUI (8;11) acertou as equações do primeiro e do segundo problemas, mas, ao formalizar a equação do terceiro (igualar), o faz pela operação de adição com o resultado correspondente a esta mesma operação:

(1) $7-3=4$ (2) $7-3=4$ (3) $3+9=12$

Na categoria C apenas um sujeito formalizou corretamente as equações dos três problemas.

Exemplo:

WIL (11;8) acertou a formalização das três equações, passando da categoria B para a C no pós-teste. Assim fez:

(1) $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 9 \\ -3 \\ \hline 6 \end{array}$

Comparando os resultados do pós-teste dos grupos controle e experimental, observa-se (cf.Quadro VII) uma diferença significativa entre os dois grupos.

No grupo experimental, todos os sujeitos (N=12), no pós-teste, passaram a formalizar corretamente as equações dos três problemas, enquanto que apenas um do grupo controle conseguiu êxito. Observa-se que (cf.Quadro VII) somente um sujeito progrediu; dois involuíram (de B para A) e nove permaneceram na mesma categoria inicial.

A fim de concluir a análise desta prova II - Problemas de Subtração - é importante destacar alguns aspectos.

Em primeiro lugar, dar respostas verbais (situação 1) aos problemas de enredo que envolviam subtração foi mais fácil para os sujeitos deste estudo que formalizá-los. Apesar de todos os sujeitos do grupo experimental terem atingido a categoria C (acertos nas respostas dos três problemas), no pós teste, em ambas as situações, o mesmo não ocorreu no pré-teste. Esta dificuldade é confirmada pelos sujeitos do grupo controle, uma vez que os índices de acertos na formalização das equações, que envolviam as idéias de separar e igualar, foram menores que aqueles apresentados nas respostas verbais.

Estes dados podem ser observados, a seguir, na tabela 2, comparando-se os números de acertos dos sujeitos dos grupos experimental e controle, nas situações 1 - Respostas Verbais e 2 - Formalização das Equações.

TABELA 2 - NÚMERO DE ACERTOS DOS SUJEITOS NAS SITUAÇÕES:
1 - Respostas verbais e 2 - Formalização das equações

	GRUPO EXPERIMENTAL (N=12)						GRUPO CONTROLE (N=12)					
	1. RESPOSTAS VERBAIS			2. FORMALIZAÇÃO			1. RESPOSTAS VERBAIS			2. FORMALIZAÇÃO		
	separar	comparar	igualar	separar	comparar	igualar	separar	comparar	igualar	separar	comparar	igualar
número de acertos - pré-teste	11	6	5	8	4	3	10	5	5	8	5	0
número de desacertos - pós-teste	12	12	12	12	12	12	11	10	5	10	3	1

Convém sublinhar também que, em muitos casos, conforme já assinalado anteriormente na apresentação dos protocolos,os resultados incorretos das equações eram similares àqueles apresentados verbalmente.

Procurando analisar alguns tipos de erros cometidos pelos sujeitos, verificou-se que um deles, freqüente na situação 1 (Respostas verbais), foi o de apresentar, como resultado, um dos números dados no problema. Este mesmo tipo de erro reapareceu na formalização das equações, independentemente do sinal utilizado (menos ou mais).

Outro tipo de erro foi o de representar as equações somando os dois todos, principalmente nos problemas de comparar e igualar.

Às vezes, os sujeitos, ao formalizarem a operação de subtração, principalmente no terceiro problema (igualar), consideravam como minuendo a parte e subtraendo o todo (exemplo: 3-9=6).

Como os problemas apresentados continham a palavra "mais" (2º ... quantas a mais e 3º ...quantos mais) o sinal da adição (+) aparecia com freqüência, mesmo que o resultado fosse de uma subtração correta.

Houve um caso CAR, (descrito na p. 226) cuja formalização escapou às regras convencionais. Representou os números no sentido horizontal e o resultado no vertical, ao lado do sinal de vezes. Apesar desta representação, os resultados estavam corretos no primeiro e segundo problemas, pois o cálculo que fizera foi o de subtração.

Foi observado um único caso, LUI descrito na p.223),que representou as equações horizontalmente, sem indicar o sinal e o termo de relação = (igual).

Vale ressaltar também o caso de AND que formalizou uma equação de adição mas, antes, fez a operação inversa mentalmente (9-3=6) e depois representou-a por uma soma (3+6=9), descobrindo, desse modo, a parte necessária para igualar, sem que compreendesse realmente o enunciado "... quantos mais".

Estes erros, conforme foram apontados, deixaram de ocorrer no pós-teste, principalmente com os sujeitos do grupo experimental.

Quanto à imprecisão numérica, encontrou-se um caso e outro, por erro de cálculo mas erro de soma e não de subtração.

A similaridade dos erros na situação 1 "Respostas verbais" com os da situação 2 - "Formalização das equações", poderia conduzir a pensar na natureza do erro, centrada provavelmente como quer Kamii (1985/1986) nas relações lógicas incorretas entre parte e todo, reduzidas a uma relação sucessiva e não simultânea.

Admitindo como possível esta explicação, a respeito da natureza dos erros, poder-se-ia melhor compreender a ultrapassagem dos mesmos, pelos sujeitos do grupo experimental, os quais participaram da intervenção.

No jogo Cilada, estava implícita a relação parte e todo, revelada pela peça a ser encaixada na matriz com todas do jogo.

Inicialmente esta relação das peças era considerada de maneira sucessiva: o sujeito escolhia uma peça, separava-a das demais e, sem considerar o jogo como um todo de peças a encaixar, priorizava tal encaixe em detrimento dos demais. Escolhia um lugar adequado, sem comparar o encaixe realizado com os outros ainda por fazer. Esta estratégia freqüentemente conduzia-os às ciladas.

A constatação dos erros e as atividades de classificação: dicotomias, inclusões que lhes foram propostas, permitiram-lhes, considerar de maneira diferente esta relação. Passaram a comparar o encaixe da peça escolhida com o das outras.

Este procedimento passa a revelar uma relação de simultaneidade entre a parte do jogo e o todo: o que está incluído com o todo a incluir.

Esta estratégia se mostrou adequada, para que o fim almejado fosse alcançado: terminar sem ciladas.

Uma vez construída esta relação nova, de simultaneidade, seria possível admitir que os sujeitos aplicassem esta relação lógica aos problemas de subtração, principalmente no pós-teste e obtivessem êxito, compreendendo, desta feita, a diferença entre os dois conjuntos dados, pensando de maneira simultânea sobre as partes e o todo. Isto devia suceder, sobretudo, nos problemas que envolviam idéias de comparar e igualar, em que atos sucessivos não se mostravam suficientes para o êxito, como o eram para aqueles que envolviam a idéia de separar.

Por outro lado, as mesmas relações foram observadas pelos sujeitos no jogo Quilles, quando comparavam os pontos com o adversário (o experimentador) ou procuravam igualá-los.

Quanto às formalizações das equações de maneira correta e completa, além destas construções enfocadas, pode-se dizer que o êxito do grupo experimental ocorreu com a "tomada de consciência" de que uma equação corresponde à uma linguagem específica de símbolos, mas que sobretudo, revelam um contexto.

Quando mal representadas, tornam-se impossíveis de serem contextualizadas.

PROVA III - MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO ARITMÉTICA

Esta prova constitui parte das situações experimentais às quais foram submetidos os sujeitos estudados por Granell (1983, p.129-147), com o objetivo de compreender os processos cognitivos que estão presentes na construção da noção de multiplicação e divisão aritmética.

Embora do ponto de vista estritamente matemático a multiplicação seja uma soma abreviada, visto que, 3 + 3 + 3 + 3 + + 3 = 5 x 3 = 3 x 5, e os professores tentem fazer com que a criança compreenda o que é multiplicação, partindo de uma operação de adição que, por hipótese, a criança já sabe realizar do ponto de vista epistemológico não se pode afirmar a mesma coisa.

A compreensão da multiplicação como uma soma abreviada é possível à lógica do adulto. Entretanto, quando se busca retraçar a gênese desta noção da matemática elementar na criança, verifica-se que a construção da mesma comporta um nível de complexidade muito maior, para o qual somente as abstrações reflexivas realizadas, no caso da soma, se mostram insuficientes.

Como afirma Granell (ibid.)

> *"enquanto que na soma podemos adicionar sucessivamente 2+2+2+ +2... e chegar a um resultado final sem levar em conta o número de vezes (número de operações) que se tenha realizado na ação de acrescentar, na multiplicação será necessário levar em*

conta o número de conjuntos equivalentes que se tem e este número de conjuntos equivalentes, representa por sua vez o número de ações, de operações, realizadas, tem-se portanto um operador que nos indica, o número de vezes que se repete um determinado conjunto e que se situa pois, como uma variável de nível superior enquanto que representa o número de operações com conjuntos e não só com elementos" (p.133).

Enquanto a criança não descobrir o papel do "operador multiplicativo", limitando-se a realizar adições sucessivas dos conjuntos, não se pode considerar como uma multiplicação, mesmo que chegue a um resultado correto.

Segundo Granell (1983), duas aquisições são fundamentais para a compreensão da multiplicação. Uma delas é a possibilidade de a criança constatar a presença deste "operador" multiplicativo, o que lhe permitirá fazer antecipações do número "n" de conjuntos. Outra aquisição é a capacidade de realizar uma compensação exata entre as duas variáveis: "n" (número de vezes ou de conjuntos) e "x" (número de elementos de cada conjunto).

Neste sentido, a compreensão da noção de multiplicação implica na compreensão da divisão e, portanto, na reversibilidade do pensamento, que permite ao sujeito coordenar as três variáveis: multiplicando, multiplicador e resultado final.

Em outras palavras, para ser capaz de operar com conjuntos equivalentes, é preciso que exista uma compensação exata entre número de conjuntos e número de elementos de cada conjunto dentro de um mesmo todo, estabelecendo, desta forma, todas as composições possíveis, conservando o todo.

Assim, para a criança compreender as diferentes formas de composição dentro de um conjunto, mantendo a equivalência das partes "n", é preciso, primeiramente, tomar consciência da necessidade de compensação entre o número de partes "n" e o número de elementos "x" de cada parte e, a seguir, a quantificação exata desta compensação.

Tendo em vista os processos cognitivos implícitos na compreensão da multiplicação e divisão aritmética e os procedimentos usados por Granell (1983), optou-se por verificar quais estratégias os sujeitos do presente estudo utilizavam nas situações que envolviam noções de multiplicação e divisão, respectivamente. Isso porque os procedimentos revelariam o processo de construção conceptual dessas noções, que não se confundem com a habilidade de efetuar operações gráficas de multiplicação e divisão por meio de mecanismos apreendidos e fixados por sucessivas repetições. Ressalte-se, aqui, que os sujeitos deste estudo faziam "contas" de multiplicação e divisão na aula.

- PROCEDIMENTO -

Sobre a mesa, o experimentador dispõe horizontalmente nove mini-brinquedos plásticos. Sob cada objeto um cartão é colocado com o preço, variando de 1 a 9 cruzeiros. Coloca-se, também à mostra, uma caixa contendo os mesmos mini-brinquedos e outra caixa com 81 fichas que representam moedas de 1 cruzeiro.

Duas situações são apresentadas aos sujeitos, ambas envolvendo compra e venda.

1ª situação - Noção de Multiplicação Aritmética

Esta situação permite constatar se o sujeito já possui a idéia do operador multiplicativo ou se apenas consegue antecipar o número de moedas necessárias para a compra de "n" objetos.

Tendo o sujeito se certificado do preço de cada objeto, o experimentador propõe-lhe que seja o comprador, podendo dispor da caixa contendo as moedas (fichas).

O experimentador, no papel de vendedor, pede ao sujeito que coloque o dinheiro necessário para comprar um carrinho (que custa três cruzeiros). A seguir, o experimentador coloca 4 carrinhos sobre a mesa e pergunta: - *"E para comprar estes carrinhos, de quanto vai precisar?* Repete-se o procedimento (por três vezes) variando os objetos e a quantidade dos mesmos.

2ª situação - Noção de Divisão Aritmética

Este procedimento foi realizado com o propósito de verificar se os sujeitos são capazes de compreender as diferentes formas de composição dentre de um mesmo conjunto, a fim de saber antecipar quais e quantos objetos poderão ser comprados com o número "x" de moedas, de modo que não sobre ou não falte nenhuma. Para ter êxito, é necessário efetuar a divisão, esgotando todas as possibilidades de compras que podem ser realizadas, o que implica, portanto, em encontrar todos os divisores comuns do todo "x".

- PROCEDIMENTO -

Nesta situação, o experimentador entrega ao sujeito 18 moedas, perguntando-lhe:

- *Quantos carrinhos de 3 cruzeiros você poderia comprar?*

- *Com este mesmo tanto de dinheiro quantos outros brinquedos você poderia comprar, sem que sobre moeda, ou que o dinheiro dê justo?*

ANÁLISE DOS RESULTADOS DA SITUAÇÃO 1

NOÇÃO DE MULTIPLICAÇÃO ARITMÉTICA

Os procedimentos empregados pelos sujeitos, que revelam o processo de construção da idéia do "operador" multiplicativo, permitiram que fossem organizadas três categorias.

- **Categoria A** - Agrupados nesta categoria, encontram-se os sujeitos cujos procedimentos respeitavam a correspondência de "muitos para um" quando se tratava da unidade. Porém, no caso de mais elementos, realizavam a correspondência termo a termo, igualando, na resposta final, o número de moedas ao número de objetos que poderiam ser comprados.

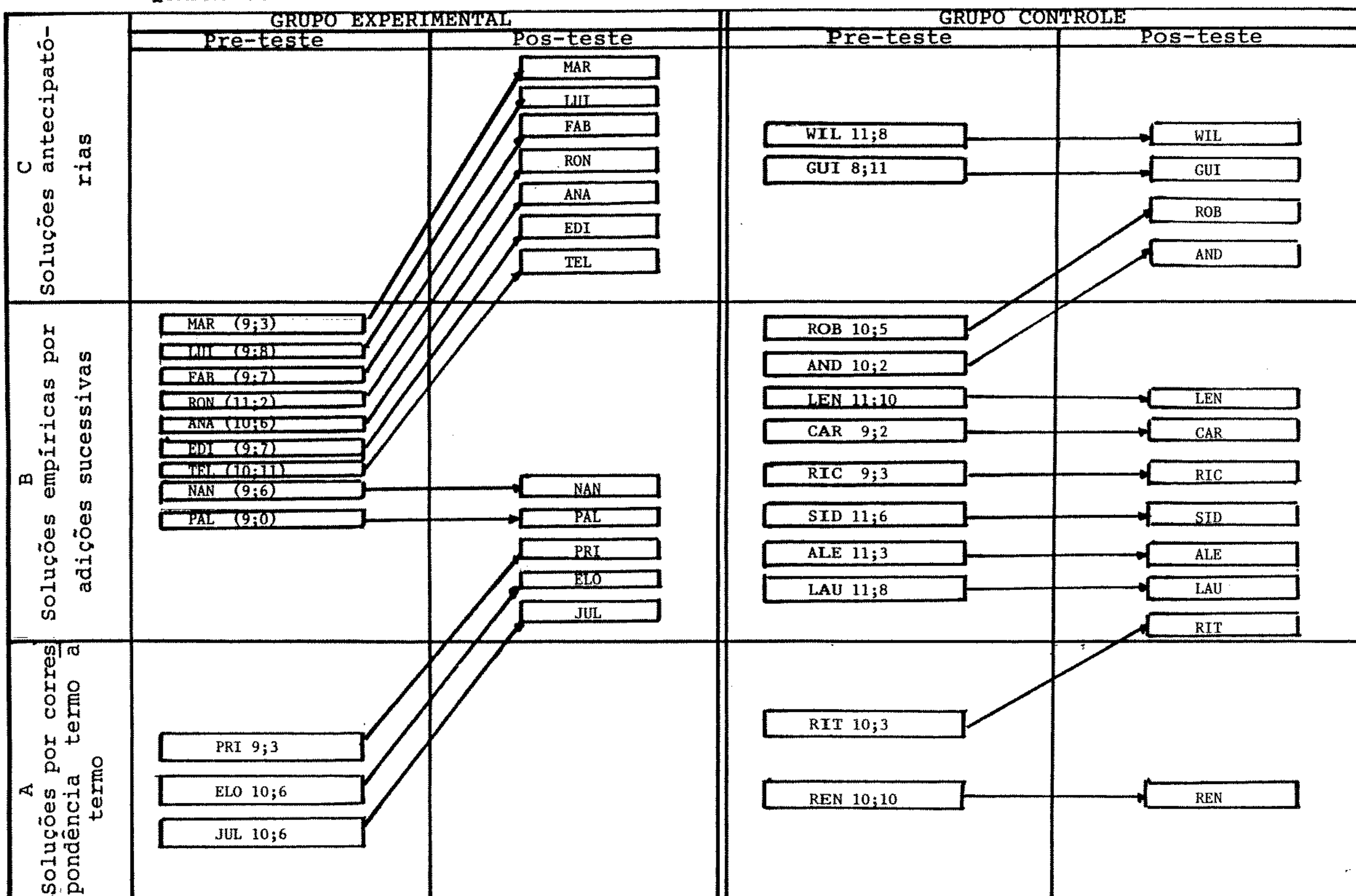
- **Categoria B** - Reúne os sujeitos que corresponderam empiricamente os conjuntos de moedas (preço do objeto) a cada objeto a ser comprado (correspondendo "muitos para um" a cada elemento sucessivamente), chegando ao resultado final correto, por meio de adições sucessivas.

- **Categoria C** - Refere-se aos sujeitos cujos procedimentos denotavam antecipação da quantidade de moedas que seriam necessárias, sem qualquer verificação empírica, chegando ao resultado final mentalmente.

Serão consideradas, nesta categoria, todas as respostas antecipatórias, mesmo aquelas que podem ter sido elaboradas pelo sujeito, valendo-se de procedimentos aditivos, desde que as operações tenham sido realizadas mentalmente.

A partir destas categorias, foi construído o Quadro VIII, distribuindo os sujeitos de acordo com os procedimentos utilizados.

QUADRO VIII - PROVA III - NOÇÃO DE MULTIPLICAÇÃO ARITMÉTICA - 1ª SITUAÇÃO



ANÁLISE DO PRÉ-TESTE - GRUPO EXPERIMENTAL -

Na categoria A, encontram-se três sujeitos que obtiveram êxito quando se tratava de fazer corresponder um conjunto de moedas a um único objeto, mas que fracassaram quando tentavam fazer corresponder "n" conjuntos de moeda a vários objetos, cujo preço era o mesmo. Nesse caso, realizaram a correspondência termo a termo ao invés de fazer corresponder "muitos para um" aos demais objetos. Fizeram, desse modo, equivaler o conjunto de objetos ao conjunto de moedas sem chegar ao "preço real".

Exemplo:

> *JUL (10;6) - Quanto de moeda você precisaria para comprar um carrinho? -* **"Três"**. *(O que é correto, porque o carrinho custava três cruzeiros). E agora para comprar estes carrinhos (4) de quantas moedas você precisaria? -* **"Preciso de 4"**. *(Após ter feito uma correspondência "um a um"). JUL continuou utilizando o mesmo procedimento de correspondência termo a termo até o final da situação 1: - E agora 1 vasinho? -* **"7"**. *E estes vasinhos (5) de quantas moedas você precisaria? -* **"5"** . *E agora 1 pulseira? -* **"9"**. *(Retira-se as 9 moedas).E agora para estas pulseiras (3) de quantas moedas precisaria? -* **"Preciso de 3 moedas"**, *depois de haver colocado três moedas diante das três pulseiras.*

> *ELO (10;6) - Para comprar um carrinho que custava 3 cruzeiros, colocou sobre a mesa 3 moedas. No entanto, para comprar 4 carrinhos, colocou 4 moedas, correspondendo-as a cada um dos carrinhos. Prosseguiu-se. Para você comprar 1 anel de quanto precisaria? -* **"Duas moedas"**. *E este tanto de anéis (6), de quantas moedas você precisaria? -* **"Seis cruzeiros"**, *correspondendo uma moeda para cada anel. E uma corneta? -* **"Nove"**, *colocou sobre a mesa 9 moedas. E agora, para este tanto (3) de cornetas de quanto de moedas precisaria? -* **"De três"**, *após ter colocado sobre a mesa correspondendo as três moedas às três cornetas.*

Observa-se, nitidamente, a correspondência "muitos para um" na presença da unidade, ou na presença de um único elemento. Entretanto, com mais elementos, esse tipo de correspondên cia não foi mantido, passando o sujeito a proceder por correspondência "um a um".

Na categoria B, (cf.Quadro VIII), encontram-se nove sujeitos cujos procedimentos foram mais evoluídos em relação aos da categoria A, porém muito distantes, ainda, de constituírem uma operação de multiplicação.

Estes sujeitos chegaram ao resultado final correto, valendo-se de procedimentos empíricos. Realizaram a correspondência "muitos para um" quando diante da unidade, mantendo-a, também, para o total de objetos a serem comprados.

Exemplos:

> *PAL (9;0) - Para um carrinho, colocou três moedas. E para este tanto de carrinhos (4)? Nada antecipou, fazendo grupos de 3 em 3 moedas sem se preocupar em estabelecer a correspondência "muitos para um" visualmente. E, depois de ter enumerado cada moeda, disse: -* **"12 moedas"**. *E um anel? Colocou 6 moedas. E este tanto (3 anéis) quanto você precisará? PAL fez três grupos com 6 moedas cada um, contou cada uma e disse; -* **"18 moedas"**. *E 1 escova? -* **"5 cruzeiros"**. *E estas (5 escovas) quantas moedas? Procedendo como anteriormente, fez 5 grupos de 5 moedas, contou-as, dizendo: -* **"25"**.

> *RON (11;2) - 1 carrinho? -* **"3"**. *Este tanto (4) de quantas moedas precisaria? -* **"12"**. *Como você fez? -* **"Eu contei de 3 em 3"**. *E 1 vasinho? -* **"6 moedas"**. *E este "tanto" de vasinhos (=5)? RON foi contando as fichas e colocando-as de 6 em 6 sobre a mesa, num só grupo, sem separá-las. No final enumerou-as e disse -* **"30"**. *Repetiu-se com outro objeto. E um apito, de quantas moedas você precisaria? -* **"4"**. *E para comprar estes (colocou-se 7 apitos sobre a mesa) de quanto você precisará? Retirou da caixa 4 moedas de cada vez, formando um grande grupo com todas as moedas; perdeu-se na contagem, retornou a contá-las de 4 em 4 e disse: -* **"28 moedas eu vou precisar"**.

Estes exemplos ilustram resultados corretos por meio de procedimentos empíricos, sem nenhuma antecipação.

Observou-se, em três sujeitos, condutas um pouco diferenciadas, que realizaram antecipações mas não foram mantidas, predominando, sobretudo, os tateios empíricos.

Exemplos:

> *FAB (9;7) que para comprar 4 carrinhos antecipou o uso de 12 moedas sem formar grupos, nas situações seguintes proce deu empiricamente, formando grupos com as moedas.*
>
> *TEL (10;11) tentou antecipar mas não apresentou resulta dos corretos, só os conseguiu mediante tateios. Para comprar um carrinho, de quantas moedas você precisaria? -* **"34"**. *E este tanto (4), de quanto você precisaria? -* **"11"**. *Um vasinho, quantas moedas? -* **"7"**. *E este "tanto" (5) -* **"36"**. *Você pode usar as moedas. TEL, então, fez grupos e obteve o resultado correto. Um anel de quanto você precisaria? -* **"6 moedas"**. *E para comprar estes (2) anéis? TEL contou nos dedos, pegou 12 fichas e colocou-as sobre a mesa dizendo: -* **"12 moedas"**. *TEL, ao invés de usar as moedas como o experimentador lhe sugeriu, contou nos dedos.*
>
> *O mesmo ocorreu com MAR (9;3) que também contou nos dedos, de três em três para saber de quantas moedas precisaria para comprar 4 carrinhos (que custavam 3 cruzeiros cada um). Para comprar um pião, colocou 9 moedas. E para estes piões (4) de quantas moedas precisará, perguntou-lhe o experimentador. MAR iniciou, colocando 9 moedas sobre a mesa, depois abandonou este procedimento, passou a contar nos dedos de nove em nove e disse: -* **"36"**. *Para um vaso, de quanto você precisará? -* **"6 moedas"** *(colocou-as sobre a mesa, o experimentador retirou-as em seguida, perguntando-lhe): E para estes (5) que "tanto" de moedas vai precisar? -* **"30"**. *Como você sabe que são 30 moedas? -* **"É que é 5x6"**. *E uma escova? -* **"4 moedas"**. *E para estas (6), de quanto precisará? Contou nos dedos e disse: -* **"24"**, *depois colocou 24 moedas sobre a mesa).*

Apesar de a antecipação estar presente nestes casos, não se pode afirmar a presença consciente de um "operador" multiplicativo, que indica o número de vezes ou o número de operações a realizar porque predomina o processo aditivo com ajuda do procedimento empírico e contagem nos dedos.

Na categoria C, em que as antecipações são sistemáticas, quer por processos aditivos ou multiplicativos, não foi encontrado, no pré-teste do grupo experimental, nenhum sujeito que assim procedesse.

- PRÉ-TESTE - GRUPO CONTROLE -

Neste grupo encontram-se (cf.Quadro VIII) dois sujeitos na categoria A, o que, para um objeto, realizaram a correspondência "muitos para um". Entretanto, quando lhes foram apresentados mais de um objeto, realizaram a correspondência termo a termo e deram, como resultado, o mesmo número de objetos apresentados.

Exemplos:

> *REN (10;10) - Para um carrinho apresentou 4 moedas, para comprar 4 carrinhos pegou 4 moedas. Para um vaso, dispôs 9 moedas e para 3 vasos, colocou 3 moedas sobre a mesa, correspondendo uma moeda para cada vaso. O mesmo para 5 piões que custavam 5 cruzeiros e 6 moedas para 6 escovas que custava 2 cruzeiros cada uma.*

A categoria B compreende oito sujeitos sendo que dois deles decidiram sobre a quantidade de moedas a serem usadas para comprar os objetos, mediante a correspondência "muitos para um", quer diante de um só elemento, quer para mais de um, por meio de tateios empíricos, chegando desta forma, por adições sucessivas, ao resultado final sem nenhuma antecipação.

Destacam-se, nesta categoria, dois sujeitos que apresentaram, como no grupo experimental, antecipações em alguns resultados. Estes, porém, foram ocasionais, prevalecendo, na maioria das situações, procedimentos empíricos.

> *LAU (11;8) por exemplo, não apresentou nenhuma antecipação, resolveu sempre por tateios empíricos. Para comprar um carrinho, de quantas moedas precisaria? -* **"3"**. *E para este "tanto" (4) de quantas precisará? -* **"12"**, *após ter feito corresponder as moedas para cada objeto e contá-las de 3 em 3. Uma pulseira) -* **"4"**. *E estas (5) pulseiras? -* **"19"**, *depois de ter*

*correspondido 5 moedas para cada pulseira e contá-las. Refez a contagem, a pedido do experimentador, e afirmou: - **"Errei, são 20 moedas"**.*

ROB (10;5) e RIC (9;3) já demonstraram antecipações sem mantê-las em todas as situações. Vejamos o exemplo:

*ROB (10;5) - 1 carrinho? - **"Preciso de 4 moedas"**. E para este "tanto" (4) de quantas moedas precisará? - **"12"**, fez 4 grupos com 3 moedas sem correspondência visual e contou-as: - **"3, 6, 9, 12"**. E um pião? - **"custa 2"**, colocou duas moedas. O experimentador retirou-as e perguntou: E para estes piões (3) de quanto precisará? - **"6"** depois de fazer três grupos com duas moedas cada um. Para comprar uma escova? - **"4 moedas"**. E estas (5) escovas? - **"20"** (antecipou). Como você fez? - **"Fui contando de 4 em 4"**. Para comprar 1 corneta? - **"8 moedas"**. E estas cornetas (5)? - **"36"** (antecipou). Como você fez? - **"Somei de 8 em 8, acho que não está certo, posso pôr ficha?"**. Sim. ROB fez grupos, contou as fichas e disse: - **"40"**.*

*RIC (9;3) antecipou uma vez: Para comprar 4 carrinhos fez grupos de 3, correspondendo as moedas respectivamente aos carrinhos, contou cada moeda e disse: - **"12"**. Para comprar uma corneta afirmou: - **"5 moedas"**. E para 3 cornetas antecipou dizendo: - **"15"**. Ao comprar 6 vasos, que custava 2 cruzeiros cada um, correspondeu a cada vaso duas fichas, contou-as de duas em duas e disse: - **"12"**.*

Diferentemente destas antecipações ainda bastante mescladas de procedimentos empíricos, encontramos dois sujeitos na categoria C (cf.Quadro VIII), que anteciparam sistematicamente os resultados sem necessidade de tateios. Vejamos os exemplos:

*GUI (8;11) - Para um carrinho, colocou 3 moedas. Para 4 carrinhos antecipou, sem se utilizar das moedas, dizendo: - **"12"**. Como você sabe? - **"É só fazer 3x4 e dão 12"**. Uma corneta, de quanto precisará? - **"9"**. E este "tanto" (4 cornetas) ? **"36"**. Para comprar 1 estrelinha? - **"8"**. E para este "tanto" de estrelinhas (3) de quantas moedas precisará? - **"24"**. Como você sabe? - **" só saber quanto é 3x8"**. Entretanto, após estas explicações para comprar 7 anéis de 6 cruzeiros cada um, GUI antecipou - **"44"**. É isto mesmo? Verificou um pouco, mentalmente, um pouco contando nos dedos e disse: - **"não, é 42, 7x6 é 42"**.*

WIL (11;8) antecipou em todas as ocasiões, sempre argumentando por meio da multiplicação. - **"Eu fiz 2x8"** *(para comprar 8 escovas que custavam dois cruzeiros cada uma).Para comprar 6 estrelas, que custavam 9 cruzeiros cada uma, disse: -* **"54 é 9x6=54".** *Assim também procedeu para comprar 6 vasinhos que custavam 7 cruzeiros cada um dizendo: -* **"Preciso de 42 moedas".** *como você fez? -* **"Eu sei que 7x5 é 35 e conto mais 7 para ficar 42".**

Observa-se, nestes casos, a antecipação presente e o resultado sendo explicado pelo processo multiplicativo, embora, como pode ser notado, tenha havido dúvidas na antecipação da situação que envolvia 7x6, tanto para GUI como para WIL, que apelaram, também, para o processo aditivo a fim de chegarem resultado correto.

ANÁLISE DO PÓS-TESTE - GRUPO EXPERIMENTAL -

No pós-teste, os três sujeitos que, na ocasião do pré-teste, se encontravam na categoria A, passaram para categoria B (cf.Quadro VIII) reunindo, portanto, cinco sujeitos que, mediante o procedimento empírico de correspondência "muitos para um", chegaram ao resultado correto a partir de adições sucessivas. Destes cinco, dois continuaram na categoria B, como no pré-teste, não apresentando evolução.

JUL (10;6), por exemplo, evoluiu da correspondência termo a termo, para correspondência "muitos para um". Para comprar um carrinho de quanto você precisará? - **"3 moedas".** *E para este tanto (4 carrinhos)? JUL retirou da caixa 3 moedas de cada vez, correspondendo-a a cada objeto, contou-as e disse:-* **"12".** *Para 7 piões, cujo preço era 2 cruzeiros, também correspondeu 2 moedas para cada pião, contou-as e disse: -* **"14".** *Para 5 vasinhos, contou-os, arrumou as moedas em fileira, correspondendo-as a cada objeto, contou-as uma a uma e disse:-* **"25".**

Na categoria C encontram-se sete sujeitos que evoluíram da categoria B, soluções empíricas, para C, antecipando os resultados.

*FAB (9;7), que na ocasião do pré-teste resolvia por procedimentos empíricos, no pós-teste passou a antecipar, usando a multiplicação. Para um carrinho disse precisar de 3 moedas e as colocou sobre a mesa. Para comprar 4 carrinhos, antecipou, dizendo: - **"Preciso de 12"**. Como você sabe? - **"Eu fiz 4x x3"**. E para este vaso (1) de quanto vai precisar? - **"6 moedas"**. Quanto precisará para comprar este tanto (6)? - **"Vai ser 36"**. Como você fez para saber? - **"Eu fiz 6x6"**. Um apito, de quanto precisa? - **"2 moedas"**. E para comprar esta quantidade (9) de apitos? - **"18"**.*

*RON (11;2) - Deduziu, antecipadamente, que precisaria de 12 moedas para comprar quatro carrinhos (cujo preço era de 3 cruzeiros). Um vasinho RON colocou 7 moedas. Prosseguindo, o experimentador lhe perguntou: E a este tanto (3) de vasinhos de quantas moedas vai precisar? - **"21"**. Como você fez para saber? - **"7+7+7 dá 21 porque são 3 vasinhos"**. Para um anel? - **"2 moedas"**. E este tanto (5) de anéis? - **"10"**. Uma pulseira de quantas moedas precisará? - **"4"**. E para esta quantidade (4) de pulseiras? - **"16"**. Como você sabe? - **"é assim 4 e 4 são 8 mais 4 são 12 e mais 4 são 16, são 16 moedas"**. Tem um outro jeito de saber? - **"Tem, fazendo 4x4 também dão 16"**.*

*MAR (9;3) - Para um carrinho colocou 4 moedas, três carrinhos deduziu, dizendo: - **"12"**. Para uma corneta de quanto você precisa? - **"7"**. E este tanto (3)? - **"21"**. Como você fez para saber? - **"3x7"**. E esta estrela, quanto vai precisar? - **"6"**. E este "tanto" (4)? - **"24"**. Como você sabe? - **"Fiz de cabeça 6+6=12 e mais 12 é 24"**. Para comprar uma pulseira? - **"4"**. E esta quantidade de pulseiras (5) de quantas moedas precisará? - **"20"**. Como você sabe? - **"4x5 dão 20"**.*

Observa-se que as antecipações realizadas pelos sujeitos prenderam-se tanto às soluções explicadas por meio do processo aditivo, quanto às do processo multiplicativo. A evolução mais significativa está circunscrita à capacidade de antecipar, o que sugere, todavia, que a idéia de "operador multiplicativo" está em construção, tendo atingido, agora, um patamar evolutivo de nível superior. Foram consideradas como respostas mais complexas as que denotam antecipação, destacandose nitidamente daquelas em que o procedimento empregado reduzia-se aos tateios empíricos.

PÓS-TESTE - GRUPO CONTROLE -

Na categoria A encontrou-se um sujeito, REN (cf. Quadro VIII) que prosseguiu, realizando correspondência termo a termo, mesmo quando diante de mais que um elemento.

> *REN (10;10) - Para você comprar um carrinho de quantas moedas precisará? -* **"3"**. *(REN as colocou sobre a mesa, a seguir o experimentador retirou-as e perguntou-lhe: E este "tanto"(4) de quanto você vai precisar? -* **"4"** *(após fazer corresponder uma moeda para cada carrinho). Um vaso, de quanto você precisará? -* **"6 moedas"**. *E para esta quantidade(5) de vasos? -* **"5"**, *também após corresponder "um a um". Um pião? -* **"2 moedas"**. *E este "tanto"(4)? -* **"4 moedas"**. *E uma pulseira? -* **"9 moedas"**. *E para comprar esta quantidade(2) de pulseiras? -* **"2 moedas"**.

Observa-se que REN não evolui em direção à correspondência "muitos para um" quando diante de mais elementos, nem mesmo empiricamente; apresentou uma quantidade de moedas igual ao número de objetos.

Na categoria B, soluções empíricas por adições sucessivas, encontrou-se sete sujeitos. Um deles, RIT (10;3) (cf.Quadro VIII) evoluiu de A, solução por correspondência termo a termo, para B e seis sujeitos prosseguiram nesta mesma categoria, utilizando-se de procedimentos empíricos para encontrar o "resultado da multiplicação".

Exemplo:

*RIT (10;3) - Para você comprar um carrinho, de quantas moedas precisa? - **"3"** (colocou sobre a mesa três moedas). E para comprar este "tanto"(4) de carrinhos? - **"12 moedas"**(após fazer grupos de três em três sem corresponder aos carrinhos). E uma escova? - **"5"**. Para você comprar estas(6) escovas. - **"30 moedas"** (depois de fazer 6 grupos de 5 moedas cada um e contá-las uma a uma). Uma corneta, de quantas moedas precisará? - **"7"** (colocou sobre a mesa, em seguida o experimentador retirou e perguntou): E este "tanto"(3) de escovas? - **"21"** (assim respondeu depois de fazer grupos e contar uma a uma as moedas). Para comprar um apito? - **"2 moedas"**. E para estes(5) apitos , de quantas moedas precisará? - **"10"** (após ter contado cada uma das moedas dos cinco grupos que havia feito).*

A evolução de RIT consistiu em passar da correspondência "um a um" à correspondência "muitos para um" sem que a mesma fosse óptica. Contudo, procedeu enumerando cada uma das moedas sem ainda somar a quantidade total de cada grupo para obter o resultado.

*LAU (11;8) prosseguiu no pós-teste, utilizando-se dos mesmos procedimentos empíricos. Para 4 carrinhos fez grupos de 3 moedas, correspondendo-as respectivamente a cada objeto. De quanto precisaria para comprar um vaso? (perguntou-lhe o experimentador). - **"7"**. E para comprar este "tanto"(5) de vasos? LAU fez grupos de 7 moedas, correspondeu-as a cada objeto, contou-as uma a uma e disse: - **"35"**. O mesmo para três escovas que custavam 6 cruzeiros cada uma, após contá-las disse: - **"18"**.*

Na categoria C (cf.Quadro VIII) quatro sujeitos anteciparam os resultados, sendo que dois evoluíram da categoria B, soluções empíricas, para C, soluções antecipatórias.

Exemplos:

*ROB (10;5) - Para comprar 4 carrinhos, disse: - **"12"**. Como você fez para saber? - **"Eu fiz 3x4"**. E esta pulseira? - **"5 moedas"**. De quantas moedas precisará para comprar este "tanto" - (3)? - **"15"** (antecipando o resultado). Esta estrelinha? - **"6"**. E esta quantidade (3) quantas vai precisar? Desta vez,ROB procedeu por adição mental dizendo: - **"6 mais 6 são 12 e mais 6 são 18"**.*

AND (10;2) também passou da categoria B (procedimentos empíricos para a C, antecipando os resultados ora por processos aditivos, ora multiplicativos. Para 4 carrinhos disse precisar de 12 moedas explicando como chegou a esse resultado:somando mentalmente: - **"3 e 3 são 6 mais 6 são 12"**. *Um vasinho, de quantas moedas vai precisar, indagou o experimentador: -* **"6"**. *E este "tanto"(6) de vasinhos? -* **"36"**. *Como você fez para saber? -* **"6x6"**. *Para comprar uma escova? -* **"7 moedas"**. *E esta quantidade(7) de escovas) -* **"49 porque 7x7 dão 49"**.*E uma pulseira? -* **"5 moedas"**. *E para comprar estas(8) de quantas moedas vai precisar? -* **"40"**. *Como você fez? -* **"8x5"**. *Um pião? -* **"9"**. *E este "tanto"(4)? -* **"36"**. *Como fez? -* **"9x4"**.

Comparando os resultados dos dois grupos experimental e controle (cf.Quadro VIII), observa-se um progresso maior dos sujeitos que pertenciam ao grupo experimental, se bem que nem todos em direção à categoria C, antecipação. Já no grupo controle, foi menor o número de sujeitos que evoluíram em seus procedimentos em direção à construção da noção de multiplicação ressaltando, mais uma vez aqui, que nem todos os sujeitos que se encontram na categoria C, soluções antecipatórias, tenham construído, ao nível da "tomada de consciência," a idéia do operador multiplicativo. Pois como se pôde observar nos exemplos, apesar de antecipação, nem todos os sujeitos explicaram os resultados que encontraram por meio da multiplicação.

Pode-se, contudo, verificar que da categoria B, soluções empíricas por adições sucessivas, para C, soluções antecipatórias, houve uma evolução em direção a essa construção, uma vez que os procedimentos empíricos são abandonados em favor de uma dedução mental, à qual o sujeito chega pelo mecanismo de abstração reflexiva, decorrente da coordenação de representações aditivas ou multiplicativas.

ANÁLISE DOS RESULTADOS DA SITUAÇÃO 2:
NOÇÃO DE DIVISÃO ARITMÉTICA

Como já se referiu anteriormente (p.237), a noção de divisão aritmética, neste estudo, encontra-se ligada a aspectos fundamentais da compreensão da operação de multiplicação.

A situação descrita à página 240 foi realizada com vistas a verificar quais recursos os sujeitos utilizavam para estabelecer diferentes partições de um mesmo todo, considerando que a tomada de consciência das relações de reciprocidade, estabelecidas entre as variáveis "n" (número de vezes ou número de conjuntos) e "x" (número de elementos de cada conjunto) implica a operação aritmética de divisão.

Os procedimentos empregados pelos sujeitos ao estabelecerem diferentes partições ou composições de um mesmo todo, mantendo a equivalência das partes, além de demonstrar a descoberta de um "operador multiplicativo", revelaria também o processo de construção conceptual da operação de divisão necessária para as relações de compensação entre número de partes "n" e o número de elementos "x" de cada parte e a quantificação exata desta compensação.

Para a análise dos resultados, foram construídas três categorias baseadas nos procedimentos utilizados pelos sujeitos.

Categoria A - Composições qualitativas

Condutas mais elementares, que consistem em afirmar que não se pode comprar nenhuma outra coisa a não ser as que custam uma moeda. Inclui-se, também, nesta categoria, os sujeitos que admitem a possibilidade de se comprar outros objetos de outros preços. Todavia, quando mencionam quantos outros objetos, do mesmo preço, poderão comprar, dão respostas aleatórias que não levam em consideração a regra de "não sobrar, nem faltar moedas", partindo de uma avaliação qualitativa e não quantitativa, da partição do todo em conjuntos não equivalentes.

Categoria B - Composições empíricas

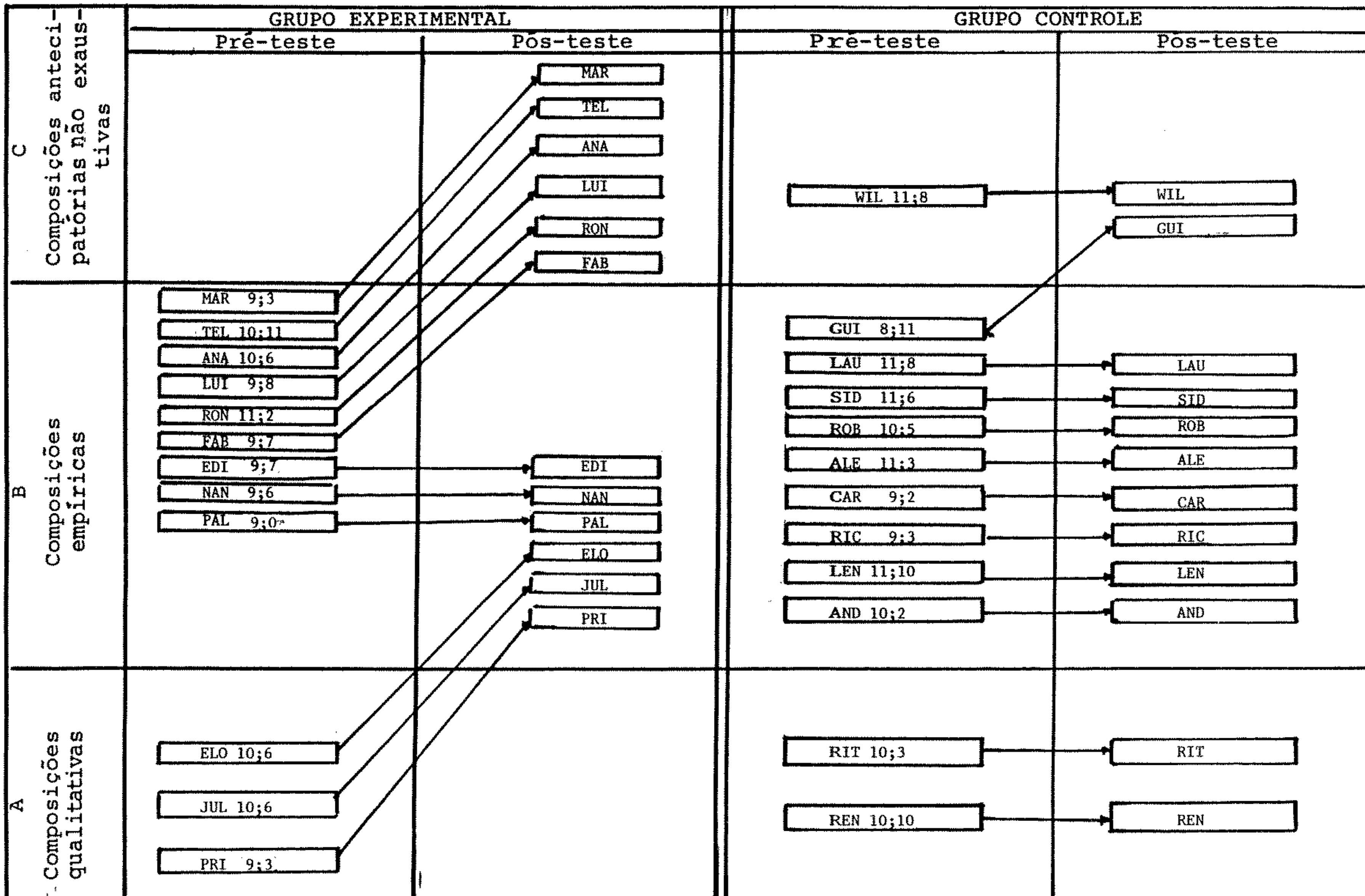
Agrupa os sujeitos que realizam composições do todo (18), utilizando procedimentos empíricos. Organizavam grupos com as moedas de acordo com o preço de cada objeto. Depois de enumerá-los, declaravam a quantidade de objetos que poderiam comprar. Este procedimento foi utilizado para a verificação dos conjuntos equivalentes e não equivalentes.

Categoria C - Composições antecipatórias não exaustivas

Compreende os sujeitos que anteciparam, deduzindo, embora não exaustivamente, as composições do todo (18) com os respectivos conjuntos equivalentes.

A partir destas categorias, foi construído o Quadro IX, no qual os sujeitos se encontram distribuídos de acordo com os procedimentos apresentados.

QUADRO IX - PROVA III - NOÇÃO DE DIVISÃO ARITMÉTICA - 2ª SITUAÇÃO



ANÁLISE DO PRÉ-TESTE - GRUPO EXPERIMENTAL -

Encontram-se agrupados na categoria A (cf. Quadro IX), três sujeitos que realizaram composições qualitativas e não quantitativa com as 18 moedas (todo), quando se tratava de descobrir quais e quantos objetos poderiam ser comprados sem que sobrasse troco.

Exemplos:

> *ELO (10;6), ao ser interrogada sobre a quantidade de carrinhos que poderia comprar com as 18 moedas que possuía, sendo que cada um deles custava 3 cruzeiros ou 3 moedas, respondeu: -* **"7", se eu tenho 18 eu posso comprar 7; o tanto que eu quiser?"**. *O tanto que é possível comprar com suas moedas. -* **"Eu posso comprar 7, não, é 9"**. *ELO não fez grupos, dispôs em fileira as 18 moedas sobre a mesa. Com este tanto de moedas (ou dinheiro), quantos outros brinquedos você poderia comprar sem que sobre moeda, e dê justo? -* **"Posso comprar 10 florzinhas"** *(cada uma custava 7 cruzeiros) -* **"sabe se eu tenho 18 posso comprar o tanto que eu quero, 2 pulseiras** *(8 cruzeiros cada),* **1 escovinha"** *(1 cruzeiro cada). Você pode comprar mais? -* **"Posso 3 estrelinhas** *(5 cruzeiros cada uma);* **4 apitos** *(4 cruzeiros cada),* **1 pião"** *(8 cruzeiros cada). Só um pião, por quê? -* **"Só, porque sim"**. *Tem mais algum brinquedo que possa comprar? -* **"Não, não tem mais nada"**.

> *PRI (9;0) reagiu de maneira semelhante; o experimentador propôs-lhe: - Com estas 18 moedas que você tem, quantos carrinhos, que custam 3 cruzeiros cada um, você poderia comprar?). -* **"3"**. *Quantos outros brinquedos iguais você poderia comprar com 18 moedas, sem que sobre troco? -* **"4 cornetas** *(4 cruzeiros cada);* **5 pulseiras** *(5 cruzeiros cada);* **mais nada posso comprar"**.

Na categoria B, (cf.Quadro IX) nove sujeitos empregaram procedimentos empíricos para realizar as possíveis partições do todo, organizando grupos com as moedas de acordo com o valor de cada objeto. Vale ressaltar dois aspectos. O primeiro é que estas composições empíricas não se restringiram apenas aos conjuntos equivalentes, eram também aplicadas aos conjuntos não equivalentes, a fim de chegarem à comprovação da mesma. Outra característica foi a de que os sujeitos não esgotaram todas as possibilidades de partições.

Exemplos:

> *NAN (9;6). Com estas moedas (18) quantos carrinhos de 3 cruzeiros você pode comprar? Após fazer grupos de três respondeu:* - **"6"**. *Com este mesmo tanto de moedas, quantos outros brinquedos iguais você poderia comprar, sem que sobre troco?* - **"O vaso"**, *procedeu fazendo grupos de 5 em 5 moedas e concluiu:* - **"e não deu"**. *Qual outra coisa você poderia comprar ? Pode comprar o carrinho de novo?* - **"Pode"**. *Fez então grupos de 3 e concluiu:* - **"6"**. - **"Posso comprar pulseira"**. *Novamente fez grupos desta vez de 2 e disse:* - **"9"**. - **"Posso comprar apito"**. *Colocou as 18 moedas sobre a mesa, contou-as e afirmou :* - **"18 apitos"**. *Para comprar escova, fez grupos de 4:* - **"Não dá"**. *Para comprar anel, grupos de 7:* - **"2 anéis mas sobra troco"**. - **"Pião eu posso"**. *Fez então um grupo de 10 moedas e outro de 6, sobraram 2. Nesta possibilidade, NAN não compôs grupos de 9, segundo indicava o preço e concluiu:* - **"Não, pião também não posso, sobram 2 moedas"**. **"Estrela"**. *Fez grupos de 8:* - **"não dá"**. **"Corneta"**. *Fez grupos de 6 e disse:* - **"Acho que dá, 3 cornetas"**. *Há mais algum brinquedo que você possa comprar?* - **"Não, não posso mais, já comprei tudo"**.
>
> *EDI (9;7). Para comprar carrinhos de 3 cruzeiros fez grupos de 3 com as moedas e afirmou:* - **"Eu posso comprar 6"**. *Para os vasinhos fez grupos de 6:* - **"Dá para comprar 3 vasinhos de 6 cruzeiros cada"**. *Contou as moedas e disse:* - **"18 piões"**. *Para o anel fez grupos de 4:* - **"Não dá, sobram 2 moedas"**. *Para a pulseira fez grupos de 9:* - **"Compro 2 pulseiras"**. *Fez grupos de 7 para a corneta e concluiu:* - **"Não dá; não dá para comprar mais nada"**.

Nestes exemplos, podemos observar que NAN não obteve êxito na partição do todo 18 em conjuntos de 9 elementos; nos demais conjuntos equivalentes (1,2,3 e 6), admitiu a composição, apesar de tentar também com os conjuntos não equivalentes, isto é, de 4,5,7 elementos. EDI também procedeu tentando composição em conjuntos não equivalentes e ignorou a possibilidade de partição em conjuntos de 2 elementos.

> *RON (11;2) foi mais sistemático ao verificar os conjun*

tos equivalentes, a partir de procedimentos empíricos. Fazendo grupos com as fichas, afirmou que poderia comprar 6 carrinhos que custavam 3 cruzeiros cada. A seguir, sem tentar composições de conjuntos não equivalentes, foi estabelecendo as diferentes partições do todo 18 em conjuntos de 1,2, e 6 elementos. Ao se deparar com o preço da pulseira, que custava 8 cruzeiros, tentou a composição. Como não foi possível, considerou encerradas as possibilidades de compra, sem contudo referir-se à última composição possível do conjunto de 9 elementos.

A categoria C é caracterizada pela possibilidade de os sujeitos fazerem antecipações das partições do todo (18) por meio de deduções não exaustivas. Na ocasião do pré-teste não foi encontrado nenhum sujeito do grupo experimental que apresentasse procedimentos desta natureza.

ANÁLISE DO PRÉ-TESTE - GRUPO CONTROLE -

Na categoria A (cf.Quadro IX), dois sujeitos realizaram composições qualitativas com o todo.

Exemplo:

*REN (10;10) com este tanto de moedas (18) quantos carrinhos, que custam 3 cruzeiros cada um, você poderia comprar? REN pensou muito, separou as moedas numa longa fileira, contou-as e afirmou: - **"18 carrinhos"**. Com este mesmo tanto de moedas, quantos outros brinquedos iguais você poderia comprar? - **"O pente"**, (que custava 2 cruzeiros cada um). Quantos pentes? Colocou as moedas sobre a mesa e respondeu: - **"1"**. Você pode comprar mais? - **"O anel"** (1 cruzeiro cada). Quantos? - **"18"**, após ter feito uma fileira com as moedas e enumerá-las. Há mais alguma coisa? - **"Pião"** (5 cruzeiros cada). Contou suas fichas e afirmou: - **"Posso comprar 13 piões"**. Pode comprar mais? - **"Não"**.*

*RIT (10;3) - Para comprar os carrinhos, de 3 cruzeiros cada um, fez grupos de 3 contou e afirmou: - **"6 carrinhos"** . Com este tanto (18), quantos brinquedos iguais você poderia comprar? - **"Pulseira"** (5 cruzeiros). Fez grupos de 5. Como sobraram três moedas, colocou duas delas em um grupo e a tercei* *ra acrescentou em outro grupo e disse: -* **"Posso comprar 3 pulseiras"**. *Há outro brinquedo que você possa comprar? -* **"Anel"**; *fez grupos de 4, sobraram duas moedas que as distribuiu em dois de seus grupos. Quantos anéis você pode comprar? -* **"6"**. *O que mais você poderia comprar? -* **"18 pentes"** *(após ter feito uma fileira com as 18 moedas e tê-las contado). O que mais poderia comprar? -* **"Mais nada"**.

Observa-se, nos procedimentos de RIT, um prenúncio de composições empíricas: obtém êxito quando lhe é solicitado a composição com o conjunto equivalente contendo 3 elementos(1ª pergunta). No entanto, quando se trata de verificar os demais conjuntos equivalentes, tenta, sem êxito, as partições, não esgotando as possibilidades. Embora ambos os sujeitos tenham fracassado nesta situação, há uma diferença entre os dois procedimentos apresentados. Enquanto para REN as composições são nitidamente qualitativas para RIT, já ocorre um início muito fugaz de composições empíricas.

Na categoria B (cf.Quadro IX), agrupam-se nove sujeitos que realizaram as partições do todo, empiricamente, apresentando características semelhantes àqueles sujeitos do grupo experimental: composições empíricas não exaustivas e também composições de conjuntos não equivalentes.

Exemplos:

CAR (9;2) - Quantos carrinhos, que custam 3 cruzeiros, você poderia comprar? Fez grupos de 3 e concluiu: - **"5, mas sobra troco"**. *Novamente reorganizou as 18 moedas em grupos de três e afirmou: -* **"Dá para comprar 6 carrinhos"**. *Com este tanto de moedas, quantos outros brinquedos iguais você poderia comprar? -* **"Dá para comprar 9 apitos"**, *fazendo grupos de 2 moedas. Conclui, em seguida: -* **"Não dá para comprar mais nenhu, sobra troco; espera, a estrela dá** *(fez dois grupos de 9 moedas)* **é, posso comprar 2. A pulseira também** *(fez grupos de 8)* **não, não dá, sobra troco. Não dá para comprar mais nada"**.

RIC (9;3) - **"Posso comprar 6 carrinhos"** *afirmou, após ter organizado as 18 moedas em grupos de três. Quantos outros brinquedos...? Separou grupos de 2 e disse: -* **"A flor, posso comprar 9"**. *Fez tentativas com grupos de 5, preço do pião; com*

7 e depois conclui: - **"Não posso comprar mais, sobra troco".**

GUI (8;11) - **"Compro 6 carrinhos porque 3+3+3=9 e 9+9 são 18"** *(após fazer os grupos). Quantos outros...? -* **"2 cornetas"** *(grupos de 9); -* **"9 anéis"** *(grupos de 2); -* **"4 piões, não sobra troco"** *(após ter feito grupos de 4 moedas),* **"18 escovas"** *(alinhou as 18 moedas sobre a mesa) -* **"Não dá para comprar mais nada".**

Observou-se, nestes exemplos, que nenhum sujeito esgotou as possibilidades de composição com o todo 18 e seus respectivos conjuntos equivalentes (1,2,3,6,9), e todos tentaram, também, partições com os conjuntos não equivalentes.

Na categoria C (cf.Quadro IX) um sujeito realizou composições antecipatórias, embora não tenha esgotado as demais partições do todo.

WIL (11;8) - **"Posso comprar 6 carrinhos"** *(3 cruzeiros cada). Com relação à comprovação da equivalência dos outros conjuntos de 1,2,6 e 9 elementos, WIL concluiu sem fazer uso das fichas. Quantos outros brinquedos iguais você poderia comprar? -* **"9 escovas de 2 cruzeiros", - "2 estrelas de 9 cruzeiros".** *Como você sabe que pode comprar 2 estrelas? -* **"É porque 9+9 são 18". - "18 cornetas de 1 cruzeiro".** *Você pode comprar mais algum brinquedo? -* **"Não, não dá mais nada".**

Observa-se que WIL deixou de compor o todo 18 em conjuntos equivalentes de 6 elementos. Esta conduta, no entanto, é mais evoluída do que as anteriores registradas, uma vez que as partições foram deduzidas, se bem que pelo processo aditivo (9+9=18) e não pelo processo de divisão ou multiplicação . Vale ressaltar o fato de que o sujeito antecipou a impossibilidade de realizar a composição de conjuntos não equivalentes.

PÓS-TESTE - GRUPO EXPERIMENTAL -

Os três sujeitos pertencentes à categoria A, composições qualitativas, no pré-teste (cf.Quadro IX), passaram no pós-teste à categoria B apresentando procedimentos empíricos nas composições com o todo 18. Assim, nesta situação não foi encontrado nenhum sujeito do grupo experimental na categoria A.

A categoria B reúne seis sujeitos (cf. Quadro IX) dos quais três são provenientes da categoria A e os demais continuaram nesta mesma categoria, realizando composições com o todo (18), valendo-se de procedimentos empíricos.

> *ELO (10;6) por exemplo, empregou, no pós-teste, procedimentos empíricos, não mais composições qualitativas. Quantos carrinhos de 3 cruzeiros você poderia comprar? Após fazer grupos com 3 moedas, disse: -* ***"6".*** *Com este mesmo tanto de moedas (18) quantos outros brinquedos iguais você poderia comprar, sem que sobre moeda? Sempre fazendo grupos, de acordo com os respectivos preços de cada brinquedo, foi dizendo: -* ***"2 vasinhos"; "18 anéis"; - "9 escovas"; - "3 apitos"; - "Pião não pode"*** *(fez grupos com 5); -* ***"corneta não, sobrou"*** *(grupos de 8); -* ***"pulseiras não dá"*** *(grupos de 4; -* ***"estrelinhas também não"*** *(grupos de 7).*

Observa-se que ELO esgotou as nove possibilidades de comprar, constatando, empiricamente, os conjuntos equivalentes e os não equivalentes. Procedimentos semelhantes foram os de PRI (9;3) e JUL (10;6).

Comparando os procedimentos, no pré e no pós-teste, dos sujeitos que permaneceram na categoria B (cf.Quadro IX), observou-se que houve uma certa evolução.

Embora empíricos, tais procedimentos adquiriram maior sistematização: os sujeitos passaram a considerar possíveis só os conjuntos equivalentes, esgotando as cinco possibilidades de partições do todo.

Nos procedimentos destes sujeitos percebe-se, já, um certo grau de antecipação expressa pela ausência de tentativas empíricas de composição de conjuntos não equivalentes.

Utilizou-se, para exemplificar esta categoria no pré-teste, os procedimentos empregados por NAN. Far-se-á o mesmo nesta análise do pós-teste, com o intuito de demonstrar a evolução apontada.

> *NAN (9;6) - Quantos carrinhos de 3 cruzeiros você poderia comprar? -* **"6 carrinhos"** *(depois de fazer grupos de 3). Com este mesmo tanto de moedas, quantos outros brinquedos iguais você poderia comprar, sem que sobre troco? Fazendo sempre grupos antes de concluir o número de objetos a comprar, assim respondeu: -* **"9 cornetas"; - "3 pulseiras"; - "2 escovas", - "18 apitos"**. *Há mais que é possível comprar? -* **"Não, mais nada, porque sobra troco"**.

Compõe a categoria C (cf.Quadro IX) seis sujeitos, os quais evoluíram de B para C. Caracteriza esta categoria a possibilidade de os sujeitos fazerem antecipações das possíveis partições do todo, por meio de deduções não exaustivas. Isto porque se observa, ainda nestes sujeitos, em algumas composições, o uso de procedimentos empíricos.

Exemplos:

> *RON (11;2) fez grupos para saber a quantidade de carrinhos (3 cruzeiros cada) que poderia comprar com 18 moedas. Contudo, quanto à pergunta: quantos outros iguais poderia comprar, respondeu antecipadamente, deduzindo a quantidade exata: -* **"18 cornetas"; - "9 anéis"; "apito 6"; - "escova 2"**. *Tentou organizar grupos de 4 para comprar a pulseira mas, antes que terminasse, afirmou: -* **"Não, esta não dá"**. *Há mais brinquedos que você possa comprar? -* **"Não"**. *Como fez para saber que podia comprar 18 cornetas? -* **"É que custa 1 cruzeiro, conto 1,2,3,4... até 18"**. *E como fez para saber que podia comprar 2 escovas? -* **"Eu fiz 9+9 dá 18"**. *E o apito? -* **"É 3x6"**.

> FAB (9;7) - ***"Dá para comprar 6 carrinhos, eu multiplico 3,6,9,12,15,18"***. *Quantos outros... sem que sobre troco?* - ***"2 vasos"***. - ***"Estou vendo 4,4, ... não dá"***. - ***"9 apitos"***. *Tenta fazer grupos de 7 e disse:* - ***"Também não dá"***.- ***"Ah!3 anéis"***. - ***"Anel já foi, pião 7 cruzeiros, não dá. Pulseira também não dá. Espera dá estrela; 18 estrelas"***. *Tem mais algum brinquedo?* - ***"Não"***. *Como você fez para saber que podia comprar 2 vasos de 9 cruzeiros cada?* - ***"Eu somei 9+9"***. *E 9 apitos de 2 cruzeiros cada?* - ***"É só fazer, 2,4,6,8,10,12,14,16,18 e dão 9"***. *E os anéis?* - ***"É 3x6 dão 18"***.

> MAR (9;3) - *Antecipou, deduzindo por multiplicação que pode comprar 6 carrinhos* - ***"6, porque 18 é igual a 6x3"***. *Quantos outros iguais...?* - ***"18 apitos"***; - ***"3 estrelas"***; - ***"pulseira, não dá, sobra troco"***; - ***"9 piões"***; - ***"2 vasos"***. *Como você fez para saber tudo isso que podia comprar?* - ***"Eu fiz de cabeça"***. *como você fez para saber que podia comprar 3 estrelas?* - ***"É que 6+6+6 dá 18, são 3"***. *E 9 piões?* - ***"Fiz 2x9"***. *E os vasos?* - ***"É que é 9 mais 9"***. *Tem outro jeito de saber?* - ***"2x9"***. *E os apitos?* - ***"É só contar, tem 18, custa 1 cruzeiro, compra 18"***.

Podemos observar que MAR foi o único sujeito que antecipou todas as partições do todo deduzindo, sem fazer uso, em momento algum, das moedas. Quanto às justificativas, predominou nos sujeitos desta categoria uma mescla de procedimentos aditivos e multiplicativos. Em nenhum caso registrou-se justificativas pela operação de divisão.

PÓS-TESTE - GRUPO CONTROLE -

Na categoria A, permaneceram dois sujeitos (cf. Quadro IX) que, como no pré-teste, prosseguiram realizando composições qualitativas e não quantitativas com o todo.

> *RIT (10;3) no pré-teste conseguiu, por procedimentos empíricos, compor o todo exato com o conjunto de 3 elementos (resposta à 1ª pergunta) e com a unidade, no pós-teste não obtém o mesmo êxito. Assim procedeu: Quantos carrinhos de 3 cruzeiros você poderia comprar?* - ***"18"*** *(fez grupos de 3 e enume*

*rou cada moeda. Quanto custa cada carrinho? - **"3 cruzeiros"** . Quantos, com este tanto de dinheiro, você poderia comprar? Novamente fez grupos e disse: - **"1"**. Eu gostaria que você gastasse todo esse dinheiro para comprar os carrinhos de 3 cruzeiros. Reorganizou em fileiras as moedas sobre a mesa e afirmou: - **"18"**. Quantos outros brinquedos...? - **"18 vasinhos"** - (neste caso acertou a quantidade, pois cada vaso custava 1 cruzeiro). - **"18 anéis também"** (custava 4 cruzeiros). Você pode usar as suas moedas para saber. - **"Pulseira acho que 18"** , fez grupos de 8 e disse: - **"não dá, sobra troco"**; - **"Pião"** , fez grupos de 6 e afirmou: - **"18 piões"**. **"Não posso comprar mais nada"**. Você tem certeza? - **"Tenho, não tem mais nada"**.*

Embora RIT procedesse organizando conjunto de moedas correspondentes ao preço dos objetos escolhidos, ao dar a resposta final levava em conta o total de moedas que possuía, enumerando cada elemento, o que a levava a responder que compraria 18 objetos, independentemente de seus preços.

*REN (10;10) em todas as situações de compra apresentou respostas aleatórias. Na 1ª questão: Quantos carrinhos de 3 cruzeiros...? - **"10"**. Quantos outros iguais...? - **"4 pulseiras"** (8 cruzeiros cada); - **"6 estrelinhas"** (8 cruzeiros cada). Você pode usar as fichas para saber. - **"Não eu sei de cabeça"**. Quantos outros você poderia comprar com as 18 moedas? - **"2 apitos"** (7 cruzeiros cada); - **"8 pentes"** (4 cruzeiros cada);- **"12 piões"** (2 cruzeiros cada); - **"9 florzinhas"** (6 cruzeiros cada) e concluiu sem usar, em nenhum momento as fichas ou moedas que dispunha; - **"É só"**.*

Organizados na categoria B encontram-se oito sujeitos, os quais realizaram composições empíricas com as 18 fichas ou moedas.

*CAR (9;2) - Quantos carrinhos de 3 cruzeiros você poderia comprar? Separou em grupos de 3 e concluiu: - **"6"**. Com este mesmo tanto de dinheiro quantos outros...? Ao indicar quantos brinquedos iguais poderia comprar, CAR sempre fez grupos com os respectivos preços dos objetos: - **"Posso comprar uns 9 piões"**. (2 cruzeiros cada); - **"2 cornetas, mas sobra troco"**. (7 cruzeiros cada); - **"Estrela, sobra"**, (4 cruzeiros cada); - **"Pulseira, não sobra"**, (5 cruzeiros cada); - **"2 escovas"** (9 cruzeiros cada). - **"Não posso comprar mais nada, o resto so-***

bra ***troco".***

RIC (9;3) separa em grupos de 3 moedas e disse: - ***"Compro 6 carrinhos".*** *Quantos outros...? Após fazer grupos disse: -* ***"Escova não, sobra troco"*** *(grupos de 4) -* ***"9 piões"*** *(grupos de 2); -* ***"18 anéis"*** *(separa também um a um); -* ***"Não tem mais nada".***

LAU (11;8) como no pré-teste esgota empiricamente todas as possibilidades com os conjuntos equivalentes e não equivalentes: - ***"Posso comprar 6 carrinhos"*** *(grupos de 3). Quantos outros ...? -* ***"9 apitos"*** *(grupo de 2); -* ***"3 escovas"*** *(grupos de 6); -* ***"Com 5 não dá, 4 dá, é, não dá"*** *(após fazer os respectivos grupos); -* ***"18 anéis"; - "2 cornetas"*** *(grupos de 9) e conclui: -* ***"De 4 não dá, de 7 não dá"*** *(fez grupos);* ***de 5, vamos ver*** *(fez grupos)* ***também não dá, 8 também não. É não dá 8,5,7 e 4, dá 3,2,6,9 e 1".***

LAU apresentou uma das condutas mais evoluídas desta categoria e explicitou, após a experimentação empírica, os conjuntos equivalentes e os não equivalentes. Seu procedimento diferiu, em relação ao pré-teste, nesta explicitação final dos conjuntos possíveis e impossíveis.

Não foram observadas diferenças quanto aos procedimentos empregados na ocasião do pré e do pós-teste. Neste grupo controle, as composições empíricas não foram esgotadas e ainda permaneceram tentativas de partição de conjuntos não equivalentes.

A categoria C, composições antecipatórias não exaustivas reúne dois sujeitos (cf.Quadro IX), WIL (11;8) que continuou nesta mesma categoria e GUI (8;11) que passou de B, composições empíricas para C, antecipatórias.

Ambos os sujeitos concluíram, ora por dedução, ora empiricamente, as possíveis composições do todo, encontrando os conjuntos equivalentes. A novidade nesta categoria corresponde à possibilidade de antecipação, como já foi explicado anteriormente. As justificativas, porém, foram mescladas por processos aditivos e multiplicativos.

> *WIL (11;8) solucionou a 1ª pergunta (Quantos carrinhos de 3 cruzeiros você poderia comprar?) fazendo grupos de 3 e afirmou:* **"6"**. *Na 2ª pergunta (Quantos outros iguais...?) respondeu predominando a antecipação: -* **"18 piões"; - "9 vasos";** *(nesta situação fez grupos com 2 elementos); -* **"3 estrelas"** *; -* **"2 apitos"**. *Pode comprar mais? -* **"Não, mais nada"**. *Como você fez para saber que podia comprar 18 piões? -* **"Tenho 18, custa 1 cruzeiro é só contar as moedas"**. *E 9 vasos? -* **"É 2x9"**. *E 2 apitos? -* **"É só fazer 9+9"**. *E 6 carrinhos? -* **"Eu contei 3+3+3+3+3+3"**.
>
> *GUI (8;11) antecipou em todas as situações -* **"Posso comprar 6 carrinhos"**. *Deduzindo, a seguir, os demais conjuntos equivalentes: -* **"2 cornetas"; - "9 estrelas"; - "3 piões"; - "18 vasinhos"**. *Pode comprar mais sem que sobre troco? -* **"Não"**. *Como você fez para saber que podia comprar 9 estrelas? -* **"Eu fiz 2x9"** *E 2 cornetas? -* **"É 9+9"**. *E 18 vasinhos? -* **"Eu contei as fichas, tem 18"**. *E os piões? -* **"Eu contei 6x3 dão 18"**.

Quanto à situação 2 - "Noção de Divisão" foram observados progressos significativos nos procedimentos empregados pelos sujeitos que participaram do grupo experimental, quando comparados com os do grupo controle (cf.Quadro IX). Os progressos alcançados pelos sujeitos na composição do todo em seus respectivos conjuntos equivalentes se referem à passagem das composições qualitativas às composições empíricas e destas às composições antecipatórias não exaustivas.

Embora estivesse implícita na tarefa proposta o uso da operação de divisão, esta não foi empregada como recurso à solução da mesma. As compensações entre as variáveis "n" (número de parte) e "x" (número de elementos de cada parte) e a quantificação exata desta compensação foram demonstradas pelos sujeitos, que se valeram de processos aditivos e multiplicativos.

Dos doze sujeitos do grupo experimental (cf.Quadro IX), somente três permaneceram na mesma categoria. Todavia,como já foi assinalado (p.261), houve uma melhor sistematização nos procedimentos empregados por estes mesmos sujeitos no pós-teste.

O mesmo não se pode dizer em relação ao grupo controle, uma vez que não foram encontradas variações significativas nos procedimentos entre o pré e pós-teste. Com exceção de um único sujeito, que evoluiu da categoria B, composições empíricas para C, composições antecipatórias, os demais (cf.Quadro IX), permaneceram sem apresentar modificações.

Embora não estivessem contidas, nas atividades da intervenção, situações que envolvessem multiplicação e divisão aritméticas, a evolução de procedimentos mais elementares aos mais complexos poderia ser explicada pelos processos de estimulação, aos quais foram submetidos os sujeitos do grupo experimental.

Este fato poderia se revestir de significação quando se compara grupo experimental e controle nos Quadros VIII e IX (cf. p.242 e 255 respectivamente), observando o número de sujeitos que progrediram em cada um dos grupos.

As conquistas decorrentes da intervenção: co-possibilidades, retroações, antecipações, coordenações, relações simultâneas entre parte e todo, composições aditivas e multiplicativas de classes, favorecidas pelas heurísticas e as re-significações dos esquemas de assimilação refletem-se positivamente no pós-teste do grupo experimental, nesta prova III - multiplicação e divisão aritméticas.

É importante ressaltar que a maioria dos sujeitos do grupo experimental pôde atribuir novas significações aos problemas apresentados, ampliando o nível de compreensão em dire ção à construção do operador multiplicativo por meio da divisão. Fato este, que determina. segundo os estudos de Granell (1983), a aquisição real da noção de multiplicação e, conseqüentemente, de divisão aritmética.

PROVA IV - VALOR POSICIONAL DA NUMERAÇÃO

Esta prova baseia-se nas pesquisas de M.Kamii e C.Kamii (in Kamii 1985/1986) as quais, procurando estudar como as crianças compreendem o valor posicional da numeração, apontam para as dificuldades das mesmas em entender tal noção na 1ª, 2ª e mesmo 3ª série da escola de 1º grau.

Técnicas comumente usadas pelos professores, para ensinar a noção do valor posicional da numeração, tais como: fazer grupos de 10 em 10 objetos, desenhar círculos em torno deles, contá-los e dizer por exemplo: "três dezenas e seis unidades", ou ainda usar a terminologia adequada, por exemplo: - "unidades, dezenas e centenas", segundo a autora, são insuficientes para a compreensão dessa noção.

Kamii (1985/1986) admite que geralmente a criança não encontra dificuldades em decodificar números de dois algarismos. É comum ela saber ler tais números e escrevê-los. Compreende, também, que um numeral de vários algarismos é formado por algarismos separados e o numeral, como um todo, representa o valor cardinal deste todo.

Todavia essas aquisições só poderão levar à compreensão do valor posicional, se antes a criança tiver realizado construções, por meio de abstrações reflexivas, das séries de números com a operação de +1 e das relações parte-todo, compreendendo que o todo pode ser dividido de muitas maneiras diferentes.

Além disso, ressalta Kamii (1985/1986):

> *"o sistema escrito de base decimal exige a construção mental de "1" (uma coleção de 10) em 10 unidades e a coordenação hierárquica de dois níveis (unidades e dezenas) ... O sistema de base decimal (ou qualquer outro sistema com base) envolve multiplicação. O "2" do número 26 significa 2x10"* (p. 91-92).

A compreensão do valor posicional não depende, pois, de técnicas, visto que, como todo conhecimento aritmético, envolve raciocínio lógico-matemático resultante de processos cognitivos de equilibração e abstração reflexiva, os quais não estão presentes nessas técnicas. Afirma Kamii (1985/1986) a este respeito:

> *"O raciocínio não se desenvolve e nem pode ser aperfeiçoado meramente através da prática. Dezenas e unidades podem ser ensinadas somente depois de as crianças terem construído as unidades. Da mesma forma, as centenas só podem ser ensinadas após a construção das dezenas e das unidades. Construir mentalmente o "1" do 100, e coordená-lo hierarquicamente com a estrutura das dezenas e unidades, é uma tarefa difícil"* (p. 93).

Compreender o valor posicional consiste em uma síntese de três idéias que são gradativamente construídas:

> *"a) regra do código - por exemplo o "1" de 16 significa 10 porque está no lugar das dezenas;*
>
> *b) relações numéricas todo-parte: o "1" em 16 significa dez porque 6 e 10 somados dão 16;*
>
> *c) multiplicação: o "1" de 16 significa 10 porque 1x10=10"* (Kamii, 1985/1986, p.90).

Este trabalho apresentado por Kamii (ibid.), fundamentou a elaboração e a análise da Prova IV - "Valor Posicional da Numeração". Tratando-se de alunos de 3ª série, os sujeitos desta pesquisa já trabalhavam com esta noção em suas tarefas escolares. Assim sendo, tinham "conhecimento" do nome que recebiam as partes constitutivas de um numeral com dois e com três algarismos (unidade, dezena e centena).

Os objetivos incluídos nesta prova de "Avaliação do Conhecimento Aritmético" foram:

a) verificar o significado que os sujeitos atribuem às quantidades representadas por um numeral de dois algarismos, uma vez que estas são determinadas pela posição em que cada algarismo aparece;

b) verificar como os alunos aprendem as noções matemáticas transmitidas pela escola.

- PROCEDIMENTO -

Sobre a mesa, o experimentador dispõe de 18 bolinhas de gude. O sujeito é solicitado a contá-las, desenhá-las todas numa folha de papel e, em seguida, escrever 18 com números na mesma folha.

O experimentador faz um círculo em torno do número "8" do 18 e pede ao sujeito: - *Como você mostraria, em seu desenho, esta parte, "8", do número 18? As bolinhas que correspondem ao "8" do número 18?*

Exemplo: 18

Em torno do número "1" do 18, o experimentador faz outro círculo e diz: - *Como você poderia mostrar em seu desenho esta parte "1" do número 18? As bolinhas que correspondem ao "1" do número 18?* Exemplo: $\boxed{1}$ $\boxed{8}$

Por fim, o experimentador faz um círculo em torno de todo o número e coloca ao sujeito: - *Como você mostraria "isto tudo" em seu desenho? As bolinhas que correspondem ao número 18?* Exemplo: - $\boxed{1}$ $\boxed{8}$

- ANÁLISE DOS RESULTADOS -

As soluções apresentadas a respeito do significado das partes do número 18, ou seja, dos seus algarismos constitutivos analisados separadamente e o significado do todo, envolvendo a idéia de cardinalidade, mesmo após tratar os algarismos isoladamente, permitiu a construção de três categorias.

- Categoria A - Reúne os sujeitos cuja idéia de cardinalidade (quantidades específicas de numerais de um ou dois algarismos) parece não muito bem diferenciada. Isto porque, quando os algarismos que compõem o 18 são isolados em seus valores constitutivos, o todo deixa de ser considerado:

- o 18 representa a 18ª bolinha ou, então, uma "parte" das bolinhas - as 10 restantes.

Quanto ao significado dos algarismos (partes) que compõem o 18:

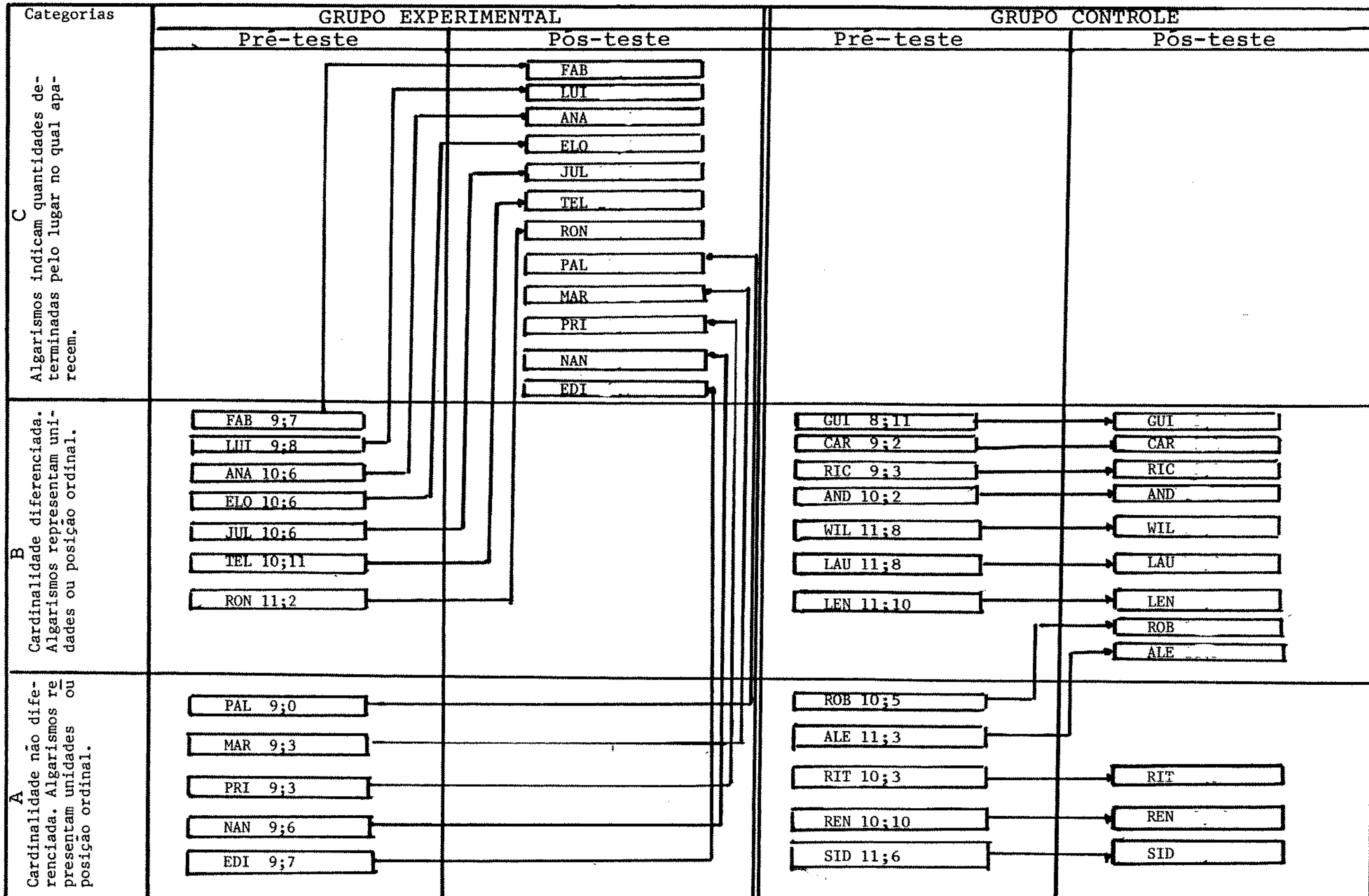
- cada algarismo representa posição ordinal ou unidades (o 8 se refere a 8 bolinhas, em que o sujeito faz um círculo em cada uma, ou a conjuntos de 8).

- **Categoria B** - Agrupa os sujeitos que demonstram, em suas representações, a idéia de cardinalidade diferenciada. Isto é, o número 18, composto por dois algarismos, mesmo quando tratados separadamente, significa a totalidade (todas as bolinhas de gude). Entretanto, isoladamente, os algarismos continuam a significar unidades ou posição ordinal. As partes numéricas e o numeral inteiro, para estes sujeitos, não constitui, ainda, uma relação necessária:
  - o "1" do 18 significa unidade ou posição ordinal e o "8" também unidade representada não mais, isoladamente, mas em todos os casos por conjunto de 8.

- **Categoria C** - Constituída pelos sujeitos que compreendem o significado do valor posicional, isto é, cada algarismo do número 18 indica quantidades determinadas pelo lugar ou posição na qual aparecem.

A partir destas categorias, foi construído o Quadro X, distribuindo os sujeitos de acordo com as soluções apresentadas.

QUADRO X - PROVA IV - VALOR POSICIONAL DE NUMERAÇÃO



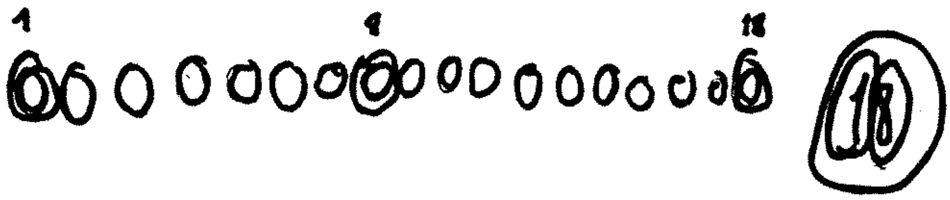
ANÁLISE DO PRÉ-TESTE - GRUPO EXPERIMENTAL -

Na categoria A (cf.Quadro X) encontram-se cinco sujeitos, para os quais o significado dos algarismo "1" e "8", que compõem o número 18, se refere a unidades ou posição ordinal, enquanto o significado do todo "18" é representado pela posição ordinal (18ª bolinha) ou por uma parte (10 bolinhas restantes). Isto é, o 18 não significa todas as bolinhas de gude desenhadas.

Dentre os cinco sujeitos, dois (MAR e PRI)representaram os algarismos "8", "1", e o todo "18", considerando, exclusivamente, a posição ordinal.

Por exemplo: O experimentador colocou sobre a mesa 18 bolinhas de gude e solicitou a MAR (9;3) que contasse as bolinhas, as desenhasse numa folha de papel e, a seguir, escrevesse "dezoito com números" na mesma folha, para indicar que havia dezoito bolinhas. Ao indicar, no desenho, o que correspondia ao "8" do número 18, MAR contou oito bolinhas e circundou com lápis a 8ª. Para o "1" do 18 fez, a seguir, um círculo na 1ª bolinha e para indicar "isto tudo", isto é, o 18, circundou a 18ª bolinha. É importante ressaltar que os números existentes em todos os desenhos foram colocados pelo experimentador, os sujeitos limitaram-se a circundar as bolinhas que haviam desenhado, indicando, desta forma, o que lhes foi pedido.

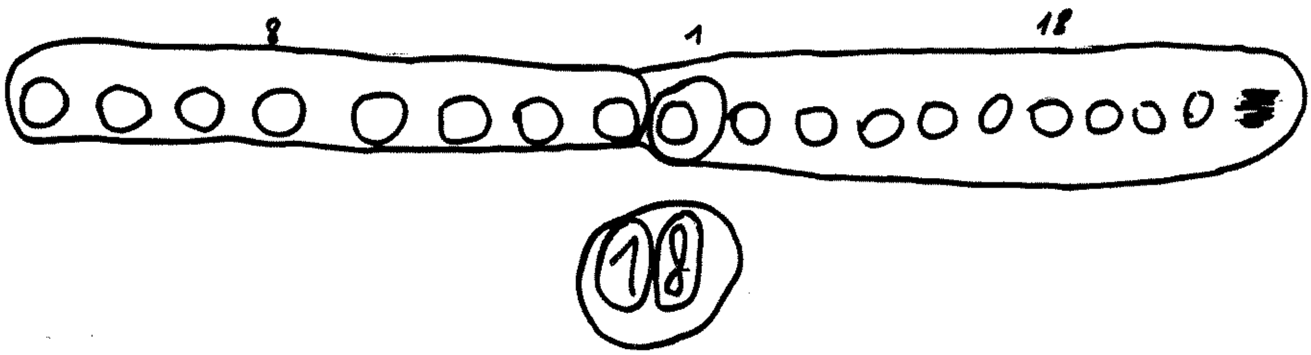
MAR (9;3) cada algarismo representava uma posição ordinal, e 18 significava a 18ª bolinha.



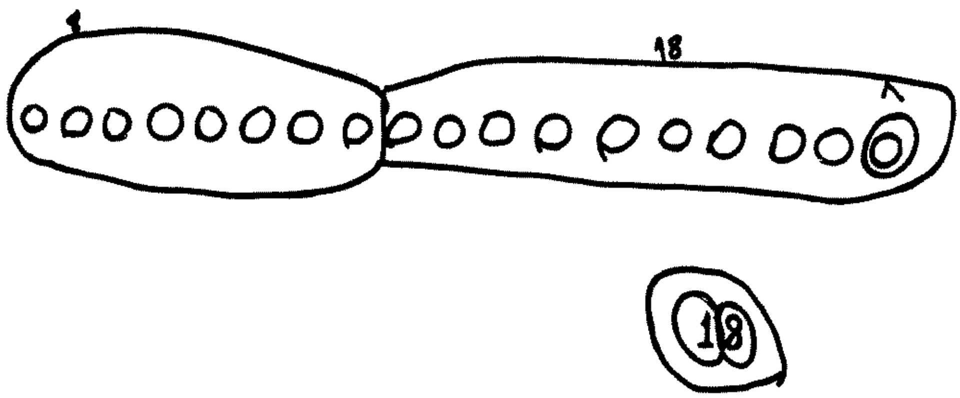
Já para outros três sujeitos da categoria A, o algarismo "8" representava conjunto de "8 unidades", o algarismo "1" do número 18, **uma unidade** (uma só bolinha). O todo, 18, representava as 10 bolinhas, em que o "1" estava incluído como uma unidade.

Exemplos:

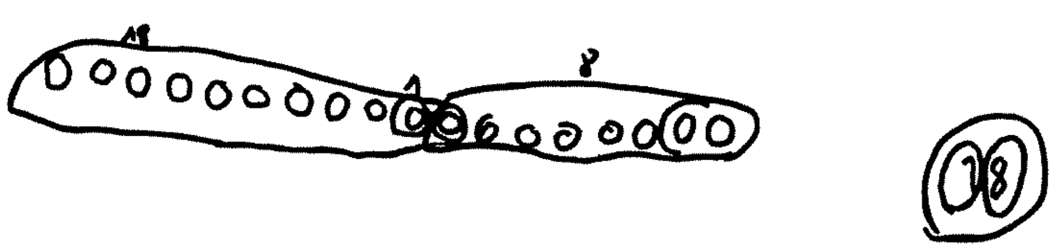
EDI (9;7)



PAL (9;0)



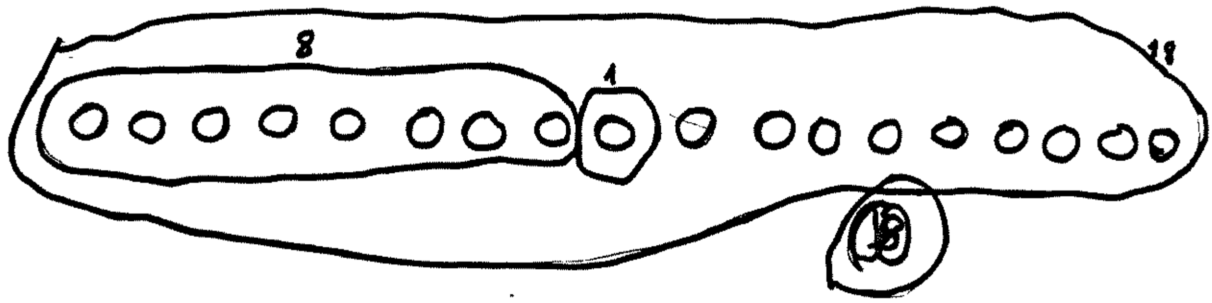
NAN (9;6)



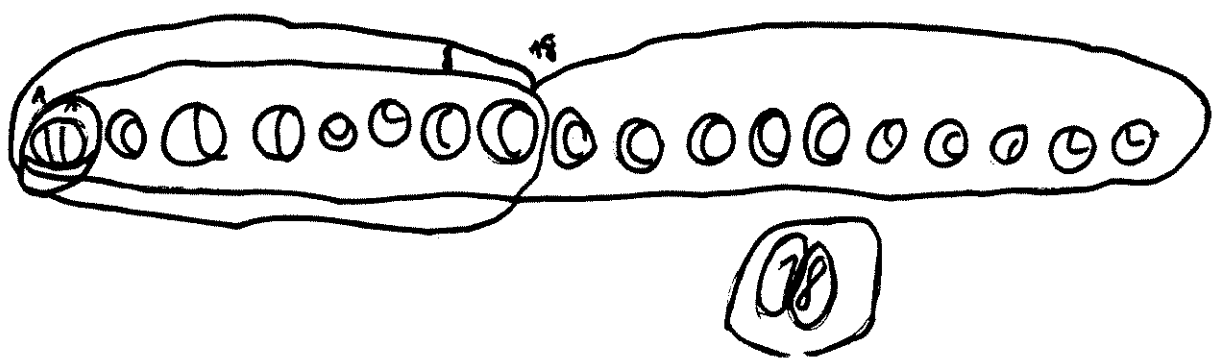
Na categoria B, reúnem-se sete sujeitos (cf.Quadro X) cujo significado do todo correspondia às 18 bolinhas de gude desenhadas. Porém, os algarismos "8" e "1", quando isolados, significavam unidades: o "8" representa conjunto de 8 bolinhas e o "1" uma unidade.

Exemplos:

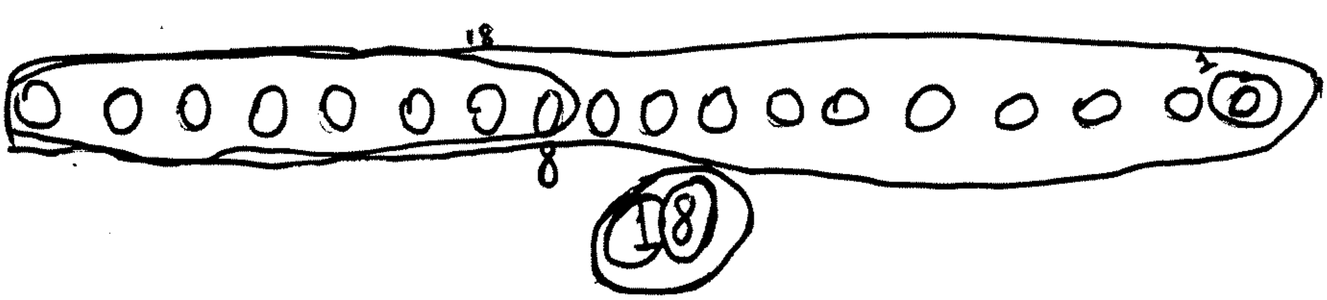
ANA (10;6)



ELO (10;6)



JUL (10;6)



Nenhum sujeito, no pré-teste, foi incluído na categoria C. O significado dos algarismos, "8" como unidade, "1" como uma dezena, ou dez unidades (1x10), constitutivo do todo 18 não foi representado por ninguém, desta maneira.

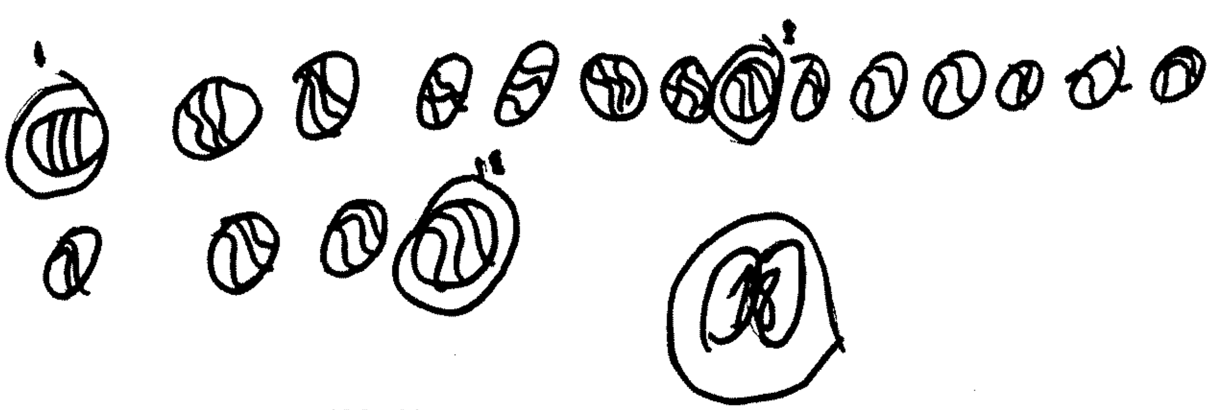
ANÁLISE DO PRÉ-TESTE - GRUPO CONTROLE -

Compõem a categoria A, cinco sujeitos que se referiram aos algarismos "1" e "8" do número 18 como unidades ou posição ordinal; e o todo não representava todos os objetos mas a 18ª bolinha, ou uma parte das bolinhas, em que se incluirá, também, o "1", como "uma unidade".

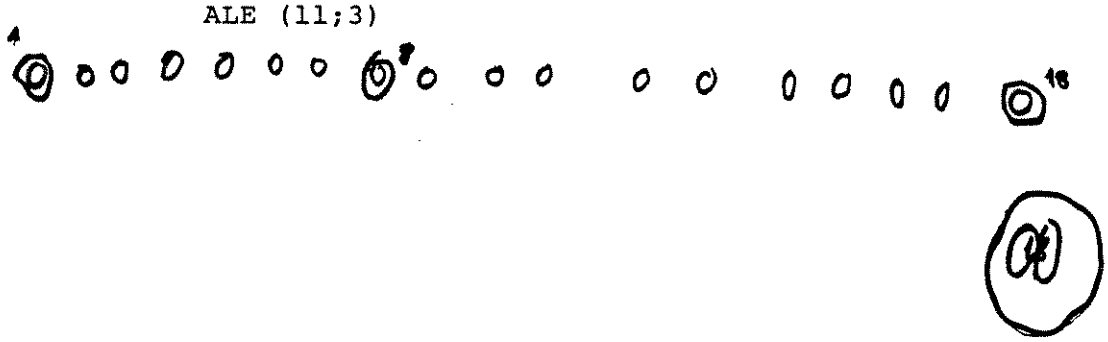
Dos cinco sujeitos, quatro privilegiaram a posição ordinal em suas significações relativas ao valor posicional. O "1" representava a 1ª bolinha de gude; o "8" a 8ª bolinha e, todas as bolinhas desenhadas, a 18ª.

Exemplos:

ROB (10;5)



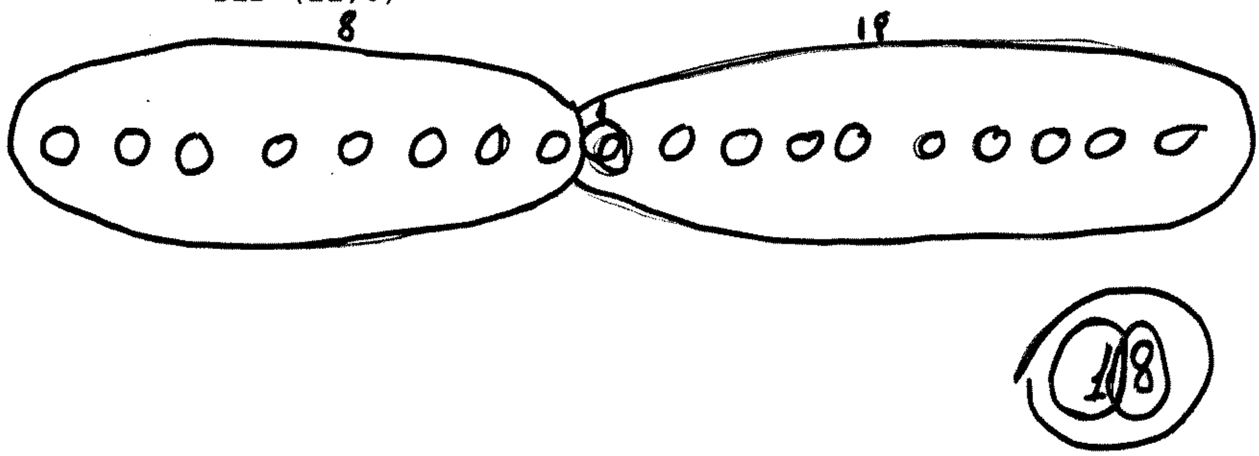
ALE (11;3)



Para um sujeito, SID, o "8" representava um conjunto de "8" unidades, o "1" significava unidade e não posição ordinal e o 18, as dez bolinhas restantes onde se encontrava incluído o "1" como "uma unidade".

Exemplo:

SID (11;6)

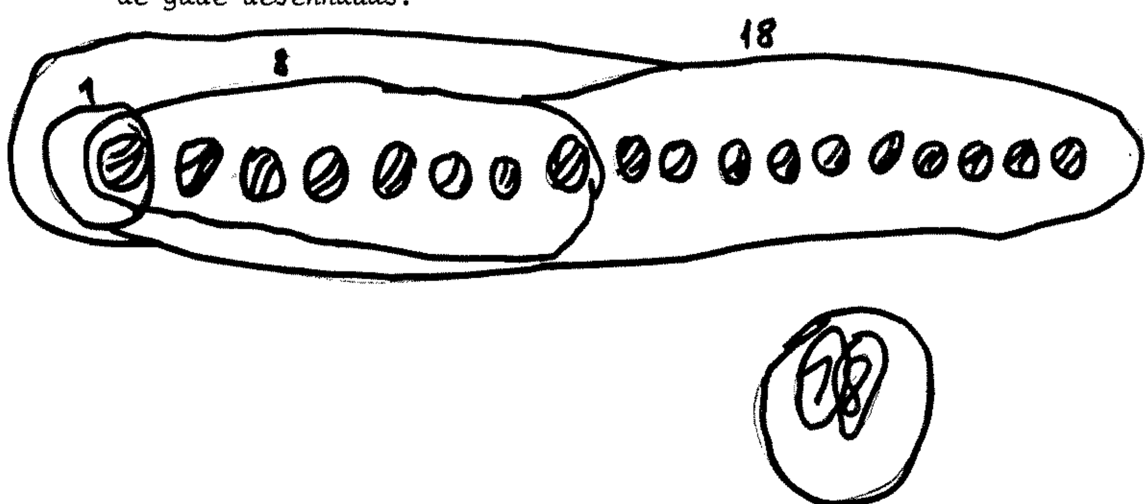


Na categoria B, sete sujeitos consideraram o todo 18 como "todas as bolinhas desenhadas" cardinalidade diferenciada. Todavia, o "8" significava um conjunto de 8 unidades e o "1" posição ordinal ou unidade.

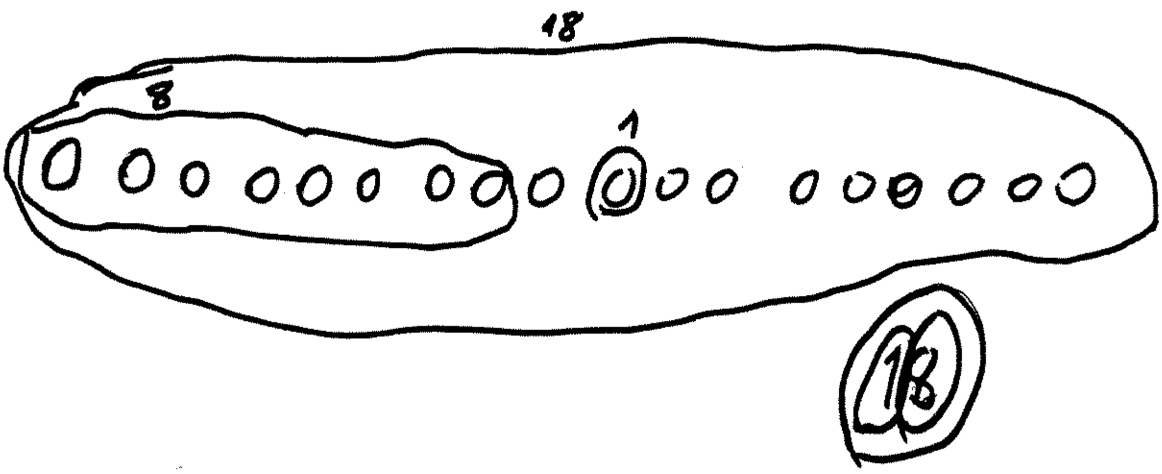
Para cinco destes sujeitos, o "1" do número 18 significava posição ordinal.

Exemplos:

LEN (11;10) - Após ter contado e desenhado as 18 bolinhas numa folha, escreveu "com números" o dezoito na mesma folha, mostrando que havia 18 bolinhas. Referindo-se ao significado do "8" do número 18, LEN circundou um conjunto de oito bolinhas. Ao representar o "1" do 18 circundou a 1ª bolinha e, para o todo, o número 18, fez um círculo em todas as bolinhas de gude desenhadas.



Diferentemente WIL (11;8) considerou o "1" não privilegiando a posição ordinal, mas como uma unidade qualquer. O "8" representa um conjunto de 8 bolinhas e o "18" as 18 bolinhas desenhadas.



Na categoria C, em que os algarismos "8" e "1" indicam 8 unidades e 1 dezena ou 10 unidades, uma vez que os algarismos indicam quantidades determinadas pelo lugar no qual aparecem, não se encontrou nenhum sujeito do grupo controle.

PÓS-TESTE - GRUPO EXPERIMENTAL -

Notou-se uma evolução bastante significativa nos sujeitos do grupo experimental. Todos eles (N=12), (cf.Quadro X), demonstraram compreensão do significado das quantidades representadas por um numeral de dois algarismos, sendo, pois, classificados, no pós-teste, na categoria C. Para eles, cada algarismo do número 18 passou a representar quantidades determinadas pelo lugar ou posição na qual aparecem.

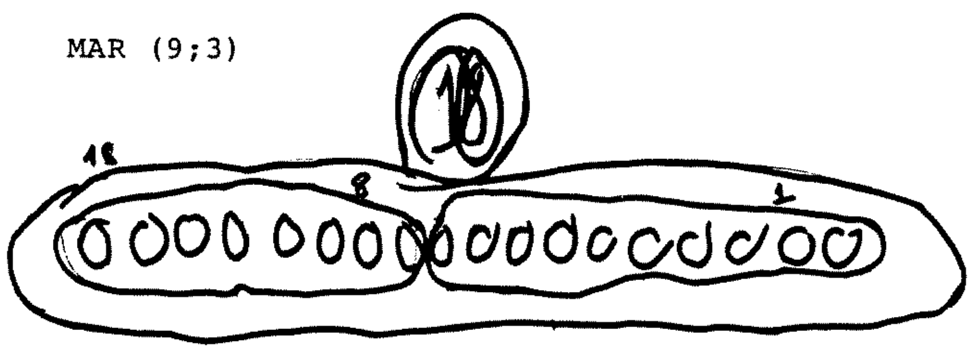
Desta maneira, o "1" do 18 representa 10 unidades, o "8" do 18, 8 unidades e o todo se refere às 18 bolinhas de gude desenhadas.

Dentre os doze sujeitos, (cf.Quadro X), cinco passaram da categoria A, cardinalidade não diferenciada e os algarismos representando unidades ou posição ordinal, para C, em que os algarismos indicam quantidades determinadas pelo lugar no qual aparecem e os sete restantes da categoria B, cardinalidade diferenciada, para C.

Exemplo:

MAR (9;3) passou da categoria A para C. Contou as 18 bolinhas, desenhou-as e escreveu, com números, o dezoito na mesma folha. Ao indicar o "8" do número 18, fez um círculo em torno das 8 bolinhas, o "1" do 18 indicou circundando 10 bolinhas e o todo 18 passou a representar todas as bolinhas que havia desenhado. Assim indicou:

MAR (9;3)



É importante lembrar que, no pré-teste, MAR representava o "8" e o "1" do 18 considerando, exclusivamente, a posição ordinal (cf.descrito p.274). Entretanto, no pós-teste, evoluiu significantemente em direção à compreensão do valor posicional da numeração.

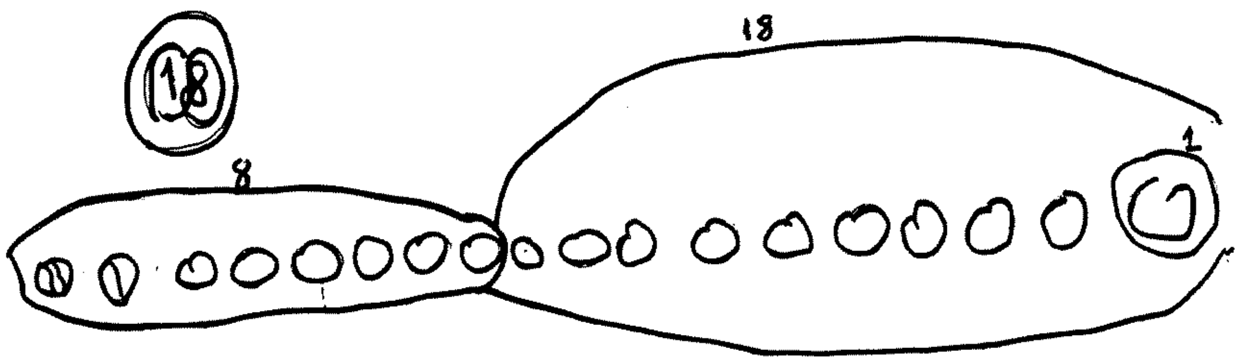
PÓS-TESTE - GRUPO CONTROLE -

Na categoria A, (cf.Quadro X), três sujeitos prosseguiram no pós-teste desconsiderando o todo 18, como todas as bolinhas de gude desenhadas, e o "1" do número 18 continuou a representar "uma unidade".

Constatou-se uma mudança no procedimento empregado por REN (10;10) que deixou de considerar os algarismos pela posição ordinal, representando o "8" por um conjunto de 8, o "1" por uma unidade e o "18" pelas 10 bolinhas restantes desenhadas.

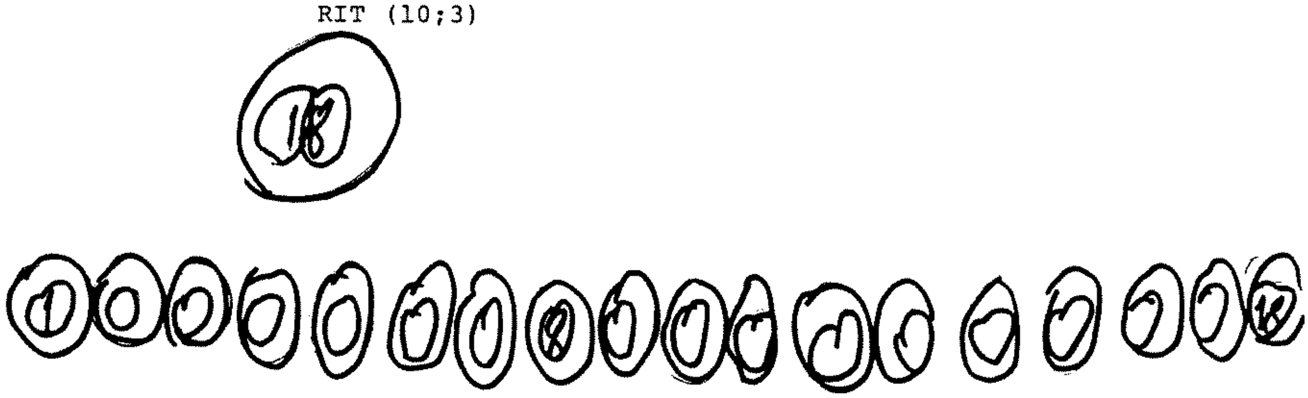
Exemplos:

REN (10;10)



Esta mesma evolução não foi constatada no caso de RIT (10;3) que prosseguiu considerando o "8" e o "1" como posição ordinal. Em relação ao todo 18, circulou cada uma das bolinhas desenhadas, considerando-o como unidades e não como um conjunto.

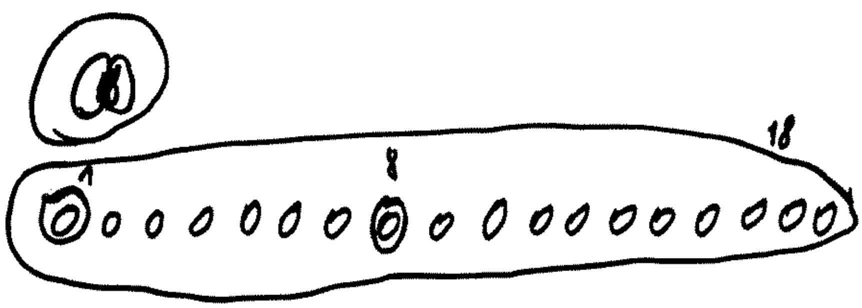
RIT (10;3)



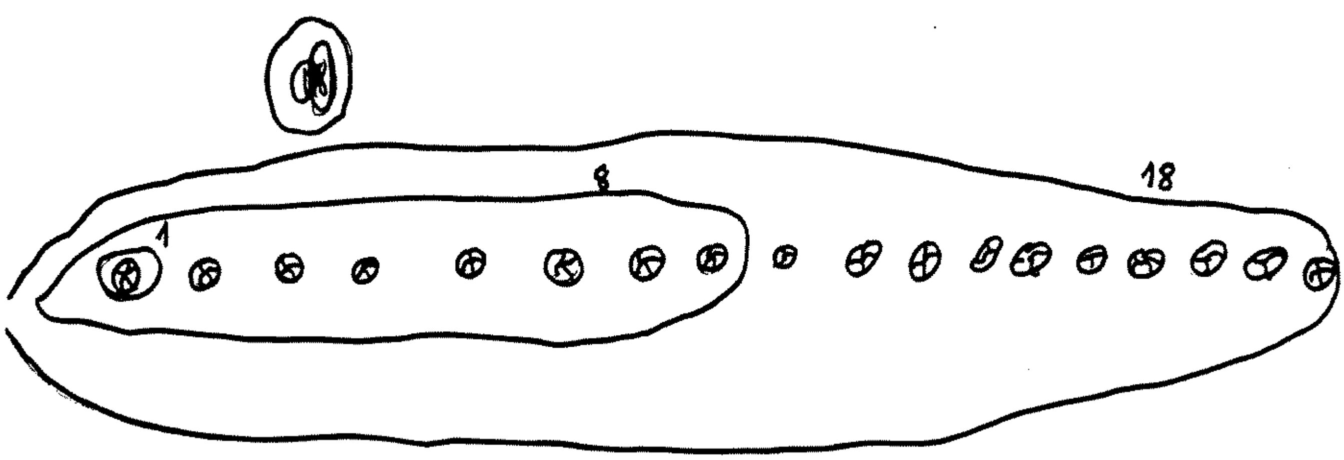
SID (11;6), no pós-teste, continuou se referindo aos algarismos que compõem o número 18 e ao todo 18, da mesma forma que realizou no pré-teste (conforme descrição p.238).

Na categoria B, cardinalidade diferenciada, os algarismos representam unidades ou posição ordinal, (cf.Quadro X)reúnem-se nove sujeitos, seis deles nela continuaram e três evoluíram de A para B.

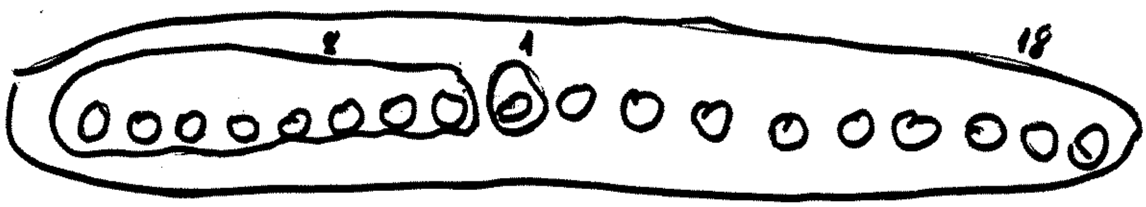
ALE (11;3), por exemplo, passou para a categoria B (cf. Quadro X), no pós-teste, uma vez que o todo 18 deixou de representar posição ordinal para representar o conjunto de 18 bolinhas. Quanto aos algarismos constitutivos do 18,continuou a representá-los pela posição ordinal.



ROB (10;5) se referiu ao algarismo "8" do número "18" como um conjunto de 8, o "1" como posição ordinal, o todo 18 passou a representar todas as bolinhas.



LAU (11;8), por exemplo, permaneceu na mesma categoria, no pós-teste. O todo representava, como no pré-teste,to das as 18 bolinhas, o "8" conjunto de 8 bolinhas e o "1" do 18 representava unidade.



Na categoria C, não se encontrou nenhum sujeito do grupo controle (cf.Quadro X), no pós-teste.

Comparando os sujeitos do grupo experimental (N=12) com os do grupo controle (N=12) (cf.Quadro X), observa-se que todos os primeiros (N=12) passaram a compreender o significado das "partes" ou dos algarismos que compõem o número 18, referindo-se a estes mediante seus reais valores constitutivos, determinados pela posição que ocupam.

O mesmo não se pôde afirmar com relação ao grupo controle, que apresentou pouca evolução. Apenas dois sujeitos passaram da categoria A para B, considerando a cardinalidade diferenciada, entretanto, (cf.Quadro X), os algarismos continuavam representando unidades ou posição ordinal.

Poder-se-ia dizer que a regra do código (lugar que ocupa), relações numéricas todo-parte e a multiplicação (1 x 10) ainda não se encontram construídas, uma vez que nenhum sujeito desse grupo (controle) apresentou progressos em direção à categoria C (cf.Quadro X).

Tudo parece indicar que os progressos alcançados por to dos os sujeitos do grupo experimental, nesta prova IV - Valor Posicional de Numeração, resultaram das situações propostas durante a intervenção pedagógica. Isso porque, tais situações favoreceram abstrações reflexivas relativas às séries de números com a operação +1, como, por exemplo, no jogo Quilles,quando os sujeitos juntavam os pinos enumenrando-os.

Os mecanismos de abstrações reflexivas também incidiram nas relações parte e todo, quando comparavam,igualavam ou separavam os pontos obtidos no jogo.

As relações parte e todo estavam presentes no jogo Cilada, quer na construção dos quebra-cabeças indicados pelo experimentador (nº 1 e nº 30), quer nas invenções de quebra-cabeças, em que todas as peças poderiam ser organizadas de diferentes maneiras, resultando diferentes jogos da composição de suas partes.

Com as peças que compunham cada jogo inventado, puderam incluir, hierarquicamente, as coleções de peças duplas e triplas em um único todo, isto é, o conjunto total de peças utilizadas pelos sujeitos em cada jogo.

Diante dessas possibilidades de realizarem abstrações reflexivas, condição para todo e qualquer conhecimento de natureza lógico-matemática, a intervenção se referiu diretamente ao próprio significado do valor posicional, por meio da representação de um número de base decimal, 12 ou 13, resultantes das peças usadas na invenção de quebra-cabeças com o Cilada.

Quando o experimentador solicitou que fossem determinadas as partes correspondentes ao todo de peças (12 ou 13) do quebra-cabeça que haviam sido inventados (cf.p.123), os sujei tos tiveram a oportunidade de relacioná-las ao número e de refletir sobre a regra de código, ou seja, o valor do lugar que cada algarismo ocupa, num número composto por dois ou mais algarismos. Ao mesmo tempo, puderam compreender que a parte "1", do número 12 ou 13 corresponde, não à unidade, mas à multiplicação 1x10, deduzindo que tal parte se refere a 10 unidades . Somente desta maneira, chegaram a recompor o todo (12 ou 13)de peças que haviam utilizado para inventar o jogo.

Esta confrontação com a realidade pareceu decisiva, para que os sujeitos re-significassem seus esquemas a respeito da noção de valor posicional, até então representados como unidades ou posição ordinal e, por conseguinte, construindo uma relação nova a respeito deste conteúdo matemático.

No que se refere ao grupo controle, os mesmos progressos não foram observados. A re-significação constatada a respeito dessa noção se limitou à cardinalidade diferenciada, o número passou a representar todas as bolinhas de gude e não apenas à 18ª (cf. 282).

Como afirma Kamii (1985/1986) a aquisição do conhecimento aritmético não se reduz a técnicas ensinadas, mas de intercâmbios com a realidade física e social que *"incentiva a criança a pensar para provar ou defender sua resposta e evitaria que se criasse a idéia de que a matemática é algo arbitrário, incompreensível e que só se aprende por memorização"* (p.58). Acrescenta ainda mais Kamii (ibid., idem) a este respeito: *"para que este intercâmbio acontecesse, seria necessário que os professores considerassem seriamente a questão de como se pode criar um ambiente para as crianças pensarem, de uma forma diferente daquela em que se usa uma sala de aula para se aprender assuntos específicos"* (p.58).

Conclusão da análise dos resultados nas provas de conhecimento aritmético

Finalizando a análise dos resultados, do pré e do pós-teste em relação às provas de conhecimento aritmético, observa-se que os progressos do grupo experimental, em comparação com os do grupo controle, foram bastante nítidos.

Os resultados obtidos conduzem a acreditar que a intervenção pedagógica ressoou positivamente na construção das noções tratadas por esta pesquisa, constituindo os jogos Cilada e Quilles, em contextos que possibilitaram a compreensão da aritmética convencional a crianças que apresentavam dificuldades de aprendizagem.

ANÁLISE DAS PROVAS OPERATÓRIAS

Segundo Piaget (1979/1983), a aquisição do conhecimento aritmético só se torna possível quando as estruturas lógicas elementares já foram construídas pelo sujeito. Por isso, foram aplicadas, no pré-teste e no pós-teste, as provas piagetianas clássicas de conservações de quantidades discretas, inclusão de classes e seriação de bastonetes, com a finalidade de verificar se o desempenho dos sujeitos, nessas provas, evidenciava a presença ou não de tais estruturas.

Os protocolos destas provas baseadas em Piaget e organizadas por Mantovani de Assis (1981), encontram-se no Anexo I.

De acordo com os resultados obtidos nas provas, foram construídas três categorias de respostas:

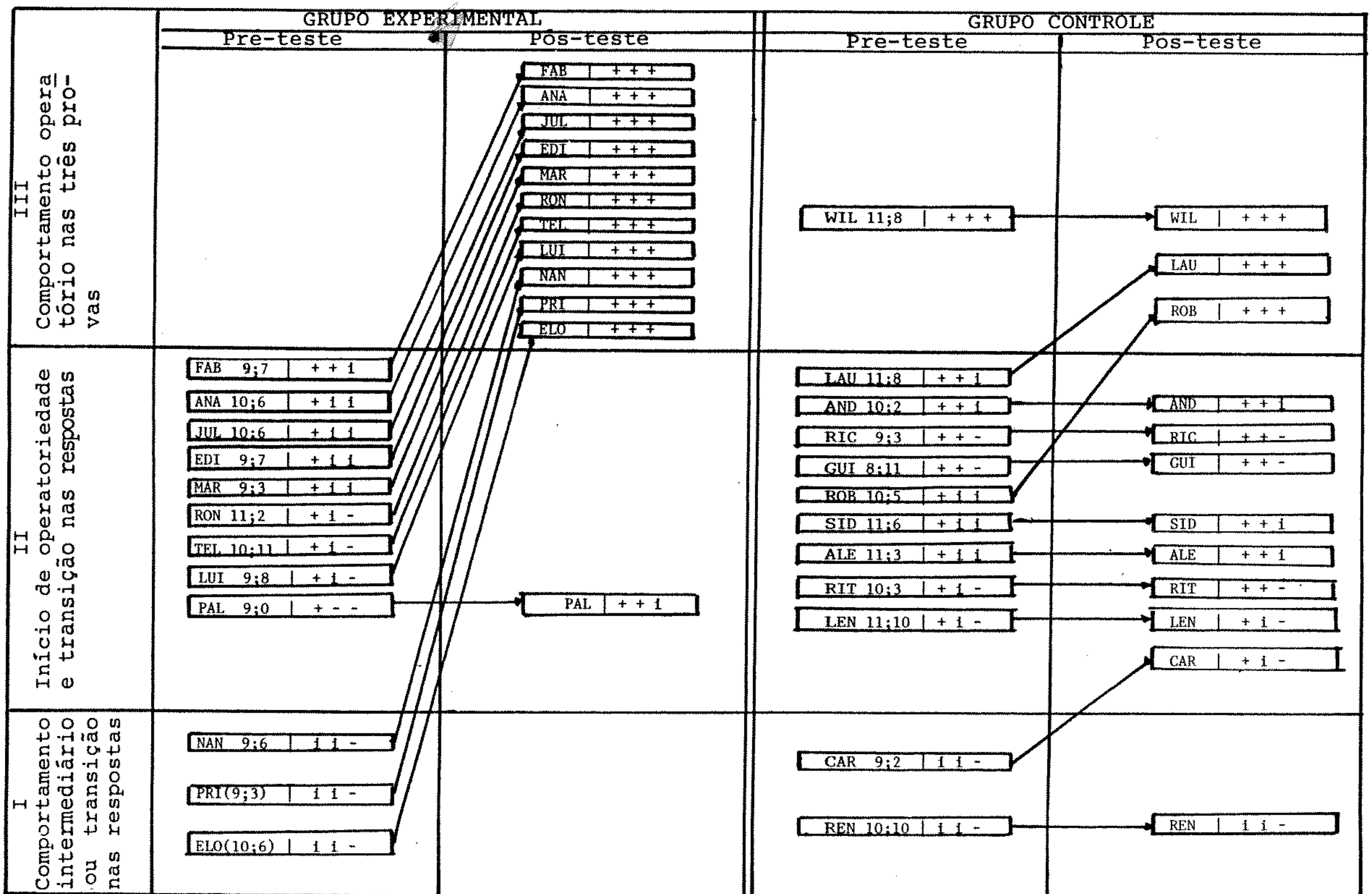
Categoria I - reúne os sujeitos cujas respostas demonstraram um comportamento intermediário ou de transição pelo menos em duas das três provas. Isto é, suas respostas eram flutuantes entre a operatoriedade e não-operatoriedade das noções em jogo.

Categoria II - agrupa os sujeitos cujas respostas demonstraram já um início de operatoriedade, isto é, respostas operatórias pelo menos em uma das três provas realizadas.

Categoria III - classifica os sujeitos que demonstraram comportamento operatório nas três provas.

Baseando-se nestas três categorias de respostas dos sujeitos, foi construído o Quadro XI, no qual está indicado com sinal **+** (mais) a presença da noção, com o sinal **-** (menos) a ausência e com a letra **i** (intermediário) as respostas flutuantes ou de transição. Ao lado do nome de cada sujeito encontram-se registrados os sinais indicativos de seus desempenhos nas provas, de acordo com a seguinte seqüência: conservação de quantidades discretas; inclusão de classes e seriação de bastonetes. Por exemplo, ELO (10;6) **i i -** significa que o sujeito apresentou resposta de nível intermediário na noção de conservação, intermediário na inclusão de classes e ausência de seriação operatória, encontrando-se, assim, na Categoria I.

QUADRO XI - PROVAS OPERATÓRIAS



ANÁLISE DO PRÉ-TESTE - GRUPO EXPERIMENTAL E CONTROLE

Reunidos na Categoria I (cf.Quadro XI), encontram-se três sujeitos do grupo experimental e dois sujeitos do grupo controle. As respostas às provas operatórias são características de um nível intermediário ou de transição. Isto porque as contradições eram evidentes: os sujeitos respondiam as questões e às contra-argumentações, ora de maneira operatória, ora não.

Para ilustrar esta categoria de respostas, será apresentado, resumidamente, um protocolo relativo à Prova de Inclusão de Classes - frutas (vide Anexo I).

> *ELO (9;3) grupo experimental, apresentou respostas oscilantes em relação às questões de inclusão de classes. Quando indagada se "havia mais maçãs ou mais frutas, ora respondia:- **"mais frutas, porque tem cinco maçãs e duas bananas"**; ora - **"mais bananas, porque tem duas bananas e maçã só tem uma"**. Estas mesmas oscilações foram manifestadas nas contra-argumentações: - **"a menina está certa, porque ela acha que tem mais maçãs e tem mesmo"**, ora - **"a menina está certa, porque ela falá que tem mais frutas. Tem mais frutas porque tem duas bananas e uma maçã e elas são frutas"**. Logo após ter apresentado esta resposta na contra-argumentação, voltou a afirmar para a questão de inclusão: - **"mais maçãs agora, porque tem cinco maçãs e duas bananas"***

Este comportamento contraditório do sujeito de ora incluir as sub-classes (maçãs e bananas) na classe de maior extensão (frutas), ora privilegiar a sub-classe representadas por um número maior de elementos, é característico do nível de transição ou intermediário.

Na Categoria II, encontram-se reunidos nove sujeitos do grupo experimental e nove do grupo controle (cf.Quadro XI).

A característica desta categoria se refere ao início de operatoriedade, visto que o sujeito respondia as questões de maneira operatória em uma ou duas provas. Todavia este nível não se mantinha constante em todas as três.

Para exemplificar esta categoria de resposta, será apresentado, resumidamente, o exemplo de LEN (11;10) grupo controle (vide Anexo I).

> *Na Prova de Conservação de Quantidades Discretas, LEN, diante das diferentes configurações espaciais entre os dois conjuntos equivalentes de fichas, afirmava categoricamente a invariância quantitativa dos mesmos:* - ***"Tem o mesmo tanto de fichas, eu contei"***, *ou,* - ***"Está igual, é a mesma quantidade, não foi colocado mais nenhuma, só ficou mais comprido porque pôs de duas em duas nas vermelhas"*** ... ***"Tem tudo igual, é sempre igual, mexe, mas o tanto não muda, se contar vai ser sempre 9"***. *Mesmo nas contra-argumentações, suas respostas invocavam a conservação quantitativa dos conjuntos, acreditando que a menina estava errada porque:* - ***"só mudou as fichas de lugar, não pôs nada nem tirou nada de fichas, então tem o tanto igual"***.
>
> *Ao responder as questões da Prova de Inclusão de Classes LEN apresentou respostas de nível intermediário; sem convicção, afirmava quando lhe era perguntado se havia mais maçãs ou frutas:* - ***"mais frutas porque tem bastante, as bananas e as maçãs são frutas"***, *para logo em seguida se contradizer* - ***"tem mais maçãs, porque tem mais maçãs, que bananas"*** *ou* - ***"tem agora mais bananas porque tem duas bananas e uma maçã.*** *Suas respostas na contra-argumentação também apresentaram-se oscilantes: ora afirmava que a menina estava certa* - ***"tem mais frutas, a menina acertou"***, *ora* - ***"a menina está certa, porque só tem uma maçã com duas bananas"***.

Na Prova de Seriação de Bastonetes, LEN, na construção da série, a fez por ensaio e erro, obtendo êxito no final, mediante este procedimento. Porém, não estabeleceu relação de transitividade entre os bastonetes intermediários, isto é, explicando que o bastonete D é maior que os antecessores e menor que os sucessores.

Na intercalação, valeu-se, também, do ensaio e erro. Na construção da série com anteparo (contra-prova) não obteve êxito e os argumentos de transitividade não foram explicitados.

O exemplo apresentado ilustra os comportamentos típicos da Categoria II. Observa-se, que na Prova de Conservação, LEN apresentou respostas operatórias, mantendo a invariância quantitativa dos conjuntos, mesmo quando a correspondência óptica deixava de existir. Porém, o nível de operatoriedade não se manteve constante na Prova de Inclusão de Classes, uma vez que predominaram respostas oscilantes, caracterizando um nível intermediário e, na prova de Seriação de Bastonetes, não manifestou, em nenhum momento, operatoriedade em suas respostas.A construção da série não foi sistemática, o comportamento do sujeito não evidenciou um plano antecipado, também a transitividade de relações não foi explicitada.

Na Categoria III encontra-se um único sujeito do grupo controle e nenhum sujeito do grupo experimental (cf.Quadro XI).

As respostas relativas a esta categoria são do tipo operatório. O sujeito admitia a conservação dos dois conjuntos de fichas, em todas as situações, e justificava logicamente suas respostas. O mesmo para a "inclusão": o sujeito incluía as sub-classes na classe de maior extensão e, neste caso, também utilizava de argumentos lógicos em favor da inclusão - (vide Anexo I).

Na Prova de Seriação de Bastonetes, o sujeito procedia metodicamente: ou pegava todos os menores ou todos os maiores e prosseguia construindo sua série sistematicamente, sem ensaios nem erros. Ao ser questionado a respeito de um bastonete intermediário, o sujeito explicitava a comparação: "*este bastonete (D) é menor que ... é maior que ...* Na contra-prova construía sistematicamente a série com o anteparo como, por exemplo:

WIL (11;8) - grupo controle: - "***este (1º bastonete)*** *é* *menor, (2º) é maior do que o primeiro que está aí, (atrás do anteparo) e menor do que estes que estão aqui"..., assim até terminar a série.*

PÓS-TESTE GRUPO EXPERIMENTAL E GRUPO CONTROLE

Na Categoria I, encontra-se um sujeito REN (cf. Quadro XI) do grupo controle que permaneceu intermediário na prova de conservação, intermediário na prova de inclusão e apresentou também ausência de seriação. No grupo experimental,não há nenhum sujeito nesta categoria.

Na Categoria II do grupo experimental, encontra-se PAL que, apesar de ter permanecido em II, apresentou evoluções: - respondeu operatoriamente na inclusão e intermediário na seriação (cf.Quadro XI).

No grupo controle, reúnem-se oito sujeitos sendo que três deles apresentaram progressos, mas permaneceram na mesma categoria, II. Por exemplo, ALE (11;3) evoluiu, apresentando comportamento operatório em relação a inclusão no pós-teste. Contudo, permaneceu no nível intermediário na seriação. CAR (11;6), evoluiu de I para II apresentando comportamento operatório na prova de conservação de quantidades discretas permanecendo intermediário na prova da inclusão e não operatório na prova de seriação.

Os quatro outros sujeitos não apresentaram progressos quanto ao comportamento operatório.

Na Categoria III, (cf.Quadro XI), reúnem-se onze sujeitos do grupo experimental, todos estes passaram no pós-teste, a apresentar comportamento operatório nas três provas aplicadas. No grupo controle encontram-se, nesta categoria, apenas três sujeitos, sendo que dois deles evoluíram da categoria B, início de operatoriedade e transição nas respostas para C, no pós-teste.

Conclui-se, baseando-se no Quadro XI, uma maior evolução dos sujeitos do grupo experimental que daqueles do grupo controle, em relação ao comportamento operatório nas três provas empregadas.

Estes resultados indicam que a intervenção pedagógica contribuiu para o progresso dos sujeitos que participaram do grupo experimental.

As situações propostas com os jogos Cilada e Quilles favoreceram: heurísticas, contradições, tomadas de consciência, coordenações de observáveis, coordenações de diferentes pontos de vista, construção de possíveis e necessários, abstrações reflexivas e a realização de operações. Estas condições refletiram-se nas construções operatórias apresentadas pelos sujeitos nas provas operatórias, após a intervenção.

Na medida em que os jogos e as situações-problema, oriundas dos mesmos, permitem que contradições se instalem, os sujeitos, na tentativa de superá-las por meio de compensações, reorganizam seus esquemas, construindo ou reconstruindo novas relações, sendo este "processo de equilibração majorante" (Piaget, 1975/1976) responsável pelas conquistas alcançadas pelos sujeitos do grupo experimental no que se refere à construção de noções operatórias.

Os desequilíbrios desempenham, desta maneira, na teoria de Piaget um papel solicitador e, no dizer de Ramozzi-Chiarottino, Z. (1988), *"a sua fecundidade é maior ou menor na medida em que* *há possibilidades de superá-los"* (p.53).

Segundo as evoluções apresentadas pelos sujeitos do grupo experimental, pode-se dizer que as atividades propostas possibilitaram-lhes perturbações e a maioria deles conseguiu compensá-las, ultrapassando-as por meio de novas reorganizações, que se refletiram nas construções operatórias.

PAL (9;0) foi o único sujeito (cf.Quadro XI) cujos desafios propostos não possibilitaram reorganizações suficientes para alcançar um nível de operatoriedade nas três provas. Mesmo assim, qualitativamente, apresentou melhor desempenho do que os dos sujeitos do grupo controle.

Observando o Quadro XI, vale destacar que também ocorreram evoluções no grupo controle, embora em menor grau, as quais poderiam ser atribuídas às próprias situações das provas, que também deflagraram construções de novas relações, infelizmente, não suficientes para que permitissem uma evolução mais ampla como foi a decorrente da intervenção. Todavia, não seria possível atribuir esses pequenos progressos (cf:Quadro XI) nas provas operatórias, às atividades realizadas na escola, visto que essas consistem, em sua grande maioria, em exercícios gráficos que a criança aprende a efetuar mecanicamente por meio de técnicas.

- DISCUSSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS -

Retomando as palavras de Piaget: *"o jogo é uma atividade particularmente poderosa para estimular a atividade construtiva da criança"* (apud Kamii; 1980/1990, p. XV) e considerando, a partir da perspectiva teórica desse autor, o desenvolvimento das estruturas do conhecimento como resultado de um processo de "equilibração majorante", concebeu-se realizar uma intervenção pedagógica com jogos de regras, da qual participaram crianças com dificuldades de aprendizagem.

Partindo-se da concepção piagetiana, segundo a qual a aprendizagem está subordinada aos mecanismos do processo de equilibração responsável pela construção das estruturas cognitivas, formulou-se a hipótese que norteou a presente pesquisa:

Crianças de 3ª série do primeiro grau de 9 a 11 anos de idade, que têm dificuldades de aprendizagem, apresentam progressos no desempenho nas provas operatórias e de conhecimento aritmético quando participam de um processo de intervenção pedagógica com os jogos de regras: Cilada e Quilles.

Para a comprovação da hipótese mencionada, estudou-se 24 sujeitos, distribuídos em dois grupos: experimental (N=12) e controle (N=12) que foram avaliados por meio de provas operatórias e provas de conhecimento aritmético no pré e pós-teste.

A análise qualitativa dos resultados demonstrou um progresso significativo do grupo experimental no que concerne à operatoriedade e à aquisição de determinadas noções aritméticas, quando comparado ao grupo controle.

Dentre os sujeitos do grupo experimental onze apresentaram, no pós-teste, comportamento operatório nas três provas piagetianas aplicadas. Por outro lado, no grupo controle, apenas dois sujeitos alcançaram esse nível de operatoriedade (cf. Quadro XI).

Quanto ao desempenho dos sujeitos nas provas de conhecimento aritmético, constatou-se resultados semelhantes, visto que os sujeitos do grupo experimental apresentaram uma evolução significativa na compreensão das noções aritméticas estudadas (soma, problemas de enredo de subtração, multiplicação, divisão e significado do valor posicional de numeração).

Tais resultados comprovam a hipótese formulada e a validade de realizar uma intervenção pedagógica por meio dos jogos Cilada e Quilles. Pode-se afirmar que a utilização desses jogos de regras teve êxito porque propiciou às crianças que apresentam dificuldades de aprendizagem um "*espaço para pensar*".

Essas palavras emprestadas de Gibello (1984/1987) no sentido em que as emprega o autor, constituem mais do que uma metáfora, por não se tratar, na realidade, de espaços geométricos, onde os pensamentos se formariam ou as relações se estabeleceriam. Nos *"espaços para pensar"* concebidos pelo autor (...) *"parece existir uma relação de inclusão, de encaixe, entre os espaços para pensar e os pensamentos"* (p.168).

Parafraseando Gibello (ibid) as situações-problema engendradas pelo jogo durante a intervenção pedagógica constituíram um *"espaço para pensar"*, no qual o pensamento da criança foi desafiado e sua atividade espontânea, responsável pelo desenvolvimento da inteligência, foi desencadeada de maneira a construir novos esquemas que ampliaram as suas possibilidades adaptativas. Dito de outra forma, a criança foi solicitada a agir e suas ações desencadearam os mecanismos responsáveis pela construção do conhecimento.

Além disso, no *"espaço para pensar"* criado pelo jogo, houve lugar para a criança experimentar o prazer da atividade lúdica, o domínio de si, a criatividade, a afirmação da personalidade e a valorização do eu.

Se o jogo exercita as possibilidades de agir, duas razões, no mínimo, poderão ser invocadas para justificar a importância da utilização dessa estratégia de intervenção pedagógica nos processos cognitivos de crianças com dificuldades de aprendizagem. A primeira é a de que os mecanismos subjacentes à ação, estudados por Piaget em todo processo de equilibração estão presentes no jogar; deve-se a este fato o progresso dos sujeitos no desenvolvimento operatório e na aprendizagem de noções aritméticas. A segunda razão pode ser compreendida quando se analisa o papel do interesse na atividade do sujeito. Segundo Piaget (1969/1970) *"Como foi profundamente demonstrado por Dewey, o interesse verdadeiro surge quando o eu se identifica com uma idéia ou objeto, quando encontra neles um meio de expressão* *e eles se tornam um alimento necessário à sua atividade"* (p.160).

O interesse que a criança tem pelos jogos faz com que prazeirosamente ela aplique sua inteligência e seu raciocínio no sentido de obter o êxito. Assim sendo, ao jogar, o sujeito realiza uma tarefa, produz resultados, aprende a pensar num contexto em que enfrentar os desafios e tentar resolvê-los são imposições que ele faz a si próprio.

No *"espaço para pensar"* criado pela atividade lúdica, estão presentes os aspectos cognitivos e afetivos indissociáveis numa mesma ação. A afetividade impulsiona o sujeito em direção aos objetivos a serem alcançados. A inteligência determina as estratégias a serem utilizadas na obtenção do êxito, neste caso, vencer o jogo. Os motivos e o dinamismo energético provenientes da afetividade mobilizam o comportamento do sujeito fazendo com que ele procure os procedimentos mais adequados para "ganhar a partida".

Constatou-se que nas sessões de intervenção pedagógica esses dois aspectos sempre estiveram presentes no comportamento dos sujeitos que se entregavam às atividades propostas pelo experimentador com prazer e entusiasmo.

As experiências vividas por essas crianças, no *"espaço para pensar"*, foram propícias ao desenvolvimento da auto-confiança e auto-valorização positiva. Por meio do jogo, a criança foi solicitada a pensar e a se desenvolver intelectualmente. Quando a criança está envolvida intelectualmente na resolução de uma situação-problema que lhe interessa, não há insatisfações e frustrações. Nas situações em que a criança vivencia experiências estimulantes e em que não há coação, imposições por parte do adulto, existe uma atmosfera favorável ao desenvolvimento da inteligência e da afetividade.

Infelizmente os sujeitos do grupo controle não tiveram a oportunidade de realizar as atividades propostas pela intervenção. Entretanto, pode-se supor que as provas operatórias e as de conhecimento aritmético aplicadas a esses sujeitos, por ocasião do pré e pós-teste, poderiam ter proporcionado um certo "exercício operatório", visto haver sempre nelas um problema a ser resolvido que poderia desencadear a atividade cognitiva do sujeito.

Esse "exercício operatório" poderia explicar, em parte, os progressos mínimos alcançados pelo grupo controle, uma vez que as situações envolvidas nas provas operatórias e de conhecimento aritmético permitiram que essas crianças agissem e refletissem sobre suas ações. Por outro lado, não se ignora que tais progressos podem ser atribuídos às evoluções que ocorrem espontaneamente, a partir das trocas que o sujeito estabelece com o meio.

Efetivamente, os sujeitos do grupo experimental apresentaram progressos.

Os progressos constatados na construção das estruturas lógicas elementares e na compreensão de noções aritméticas pelas crianças do grupo experimental, em apenas dois meses de trabalho, foram bastante significativos. A capacidade recém-adquirida de realizar operações de pensamento abriu novas possibilidades para que esses sujeitos pudessem, agora, compreender os conteúdos de matemática da escola de primeiro grau. Todavia, comparando esses sujeitos com os outros alunos da 3ª série, excluindo-se aqueles do grupo controle, pode-se afirmar, no que diz respeito aos conhecimentos aritméticos, que continuava existindo entre eles uma grande diferença.

Essa diferença pode ser explicada pelo fato de que a escola freqüentada pelos sujeitos desta pesquisa se vale de métodos tradicionais de ensino que visam transmitir ao aluno uma quantidade considerável de conhecimentos e o submete a uma "ginástica intelectual" (Piaget; 1948/1973, p.61) que o obriga a repetir mecanicamente exercícios gráficos até armazená-los na memória. Por conseqüinte, os alunos bem sucedidos, via de regra, são aqueles que conseguem repetir as respostas corretas por ocasião das provas e exames. Portanto, era de se esperar que os progressos alcançados pelos alunos do grupo experimental não fossem considerados no momento em que se tomam as decisões sobre aqueles que serão promovidos ou retidos. Isto porque os conhecimentos aritméticos adquiridos pelos alunos que participaram da intervenção pedagógica não correspondiam quantitativamente àqueles exigidos pela escola.

Com efeito, apenas três crianças do grupo experimental foram promovidas, tendo ocorrido o mesmo com quatro crianças do grupo controle, que não evidenciaram progressos similares, por ocasião do pós-teste.

No final do semestre letivo, por ocasião de uma entrevista com as professoras das classes desses alunos, obteve-se informações sobre as mudanças que haviam sido percebidas por elas no comportamento das crianças do grupo experimental. De acordo com as opiniões dessas professoras, os alunos que participaram da intervenção pedagógica passaram a apresentar maior interesse, pontualidade na realização das tarefas, melhora na capacidade de expor suas idéias, maior esforço em matemática. No entanto, tais progressos ocorreram "tarde demais", isto é, só no último bimestre, tornando-se impossível promovê-los.

O fato de essas crianças terem adquirido as estruturas lógicas elementares indispensáveis para aprender os conteúdos escolares e o fato de elas terem chegado a compreender as noções aritméticas estudadas, não foram considerados pelas professoras no momento da avaliação final.

No presente estudo não interessava avaliar os efeitos da intervenção por meio de jogos, do ponto de vista estritamente da aprovação dos alunos que apresentavam dificuldades de aprendizagem. Por conhecer, já de antemão, os critérios de avaliação escolar, centrados nos resultados e nas notas, pouco informaria a respeito de evolução que se pretendia observar nos sujeitos estudados.

Avaliar os resultados da intervenção, estritamente segundo o desempenho escolar, conduziria, sem dúvida, à conclusão tal qual se chegou, de que essas crianças continuariam fracassando. Sob esta ótica de nada teria valido a intervenção.

Tais considerações não significam que a aprovação dessas crianças não seja considerada importante, sem dúvida o é. Julgava-se, porém, que dois meses de trabalho não seriam suficientes para que compreendessem todo o conteúdo de matemática que é ensinado na 3ª série do primeiro grau, mesmo porque, em nenhum momento, a intervenção se voltou ao treino de aprendizagem de conteúdos, tal como realiza a escola.

Segundo Piaget (1943/1973):

> *"(...) as operações lógicas só se constituem e adquirem suas estruturas de conjunto em função de um certo exercício, não somente verbal, mas sobretudo e essencialmente relacionado à ação sobre os objetos e à experimentação: uma operação é uma ação propriamente dita, mas interiorizada e coordenada com ou*

> *tras ações do mesmo tipo, segundo estruturas específicas de composição. Por outro lado, essas operações não são absolutamente apanágio do indivíduo isolado e presumem, necessariamente, a colaboração e o intercâmbio dos indivíduos"* (p.62-63).

Dois fatores fundamentais na constituição dos instrumentos cognitivos presentes nas considerações de Piaget: *"a ação sobre os objetos"* e *"a interação social"*, também estiveram presentes durante toda a intervenção pedagógica. Isto porque as situações de jogo implicam, ao mesmo tempo, em ações e coordenações de ações sobre os objetos e a interação social, no caso desta pesquisa entre o sujeito e o experimentador. Esses fatores por si só não são suficientes para explicar a construção das estruturas operatórias, a qual é explicada pela intervenção de outro fator *"que é o da equilibração entre eles e, conseqüentemente, de uma equilibração interna das ações e de sua coordenação"* (Piaget; 1962/1975, p.30).

Os dados obtidos no presente trabalho levam a questionar o ensino dos conteúdos escolares, como um produto final que deve ser transmitido e consumido pelo aluno sem necessidade de alguma de elaboração. Tal como comenta Moreno (1983), na transmissão dos conhecimentos, a definição precede a explicação, a fórmula, a sua demonstração e o enunciado de uma lei, sua comprovação.

Com base nessa concepção de ensino é que a aprendizagem da aritmética, como aponta Kamii (1985/1986) se reduz muitas veze, ao ensino de conceitos por transmissão verbal e ao exercício de técnicas.

Como já se destacou no presente trabalho, as pesquisas de Piaget vêm demonstrar que a ação da criança precede a conscientização das mesmas e as explicações que o aluno recebe do professor são assimilados pelos seus próprios sistemas de compreensão e deformadas por eles. Se o professor escutasse o aluno, em lugar de falar por ele, se daria conta de que aquilo que o aluno aprende, nem sempre corresponde ao que se pretende ensinar. Por conseguinte, as palavras do professor não poderiam ser instrumentos básicos nos quais se apóia o ensino.

Pode-se exemplificar este fato pelo caso de MAR (9;3) como já foi descrito (p.180). Quando lhe foi solicitado que fizesse uma soma, respondeu: *"soma de que, de centena de dezena"?* . Ainda mais: o mesmo não foi capaz de compreender inteiramente as relações entre as ações de reunir objetos e a operação de adição que realiza diariamente em classe, afirmando que não havia semelhanças entre eles porque: *"brinquedo é para brincar e soma é para somar"*. Entretanto, ao representar a equação somou corretamente duas centenas.

Ora, representar uma soma com centenas deveria pressupor, antes, a compreensão do valor posicional da numeração. Contudo, na prova sobre o *"valor posicional da numeração"*, (pré-teste, cf. Quadro X, p.273 ou descrição, p.274) para MAR(9;3), cada algarismo representava uma posição ordinal e a idéia de cardinalidade não se encontrava ainda diferenciada: a 18ª bolinha representava as 18 bolinhas de gude.

Exemplos semelhantes a esse são numerosos neste estudo, mas acredita-se que já foram devidamente explorados durante a análise dos resultados do pré e pós-teste.

Os dados vêm confirmar que o domínio verbal de determinados conceitos ou sua representação mediante algoritmos ensinados por treino de técnicas não garantem a verdadeira compreensão conceitual.

Convém discutir as razões que, neste *"espaço para pensar"* criado pelo jogo, permitiram aos sujeitos do presente estudo evoluírem em direção à operatoriedade e à compreensão das noções aritméticas.

A causa do progresso das crianças com dificuldades de aprendizagem não foi o jogo mas a ação de jogar no contexto de interação com o experimentador.

É na própria teoria da equilibração que as razões poderão ser identificadas. Ela descreve um sujeito ativo que compensa as perturbações resultantes de sua interação com o meio, integrando-a em seu sistema cognitivo, de modo a ultrapassá-lo (p. 25).

Este processo de equilibração pôde ser observado durante toda a análise da intervenção com os jogos Quilles e Cilada.

Os jogos constituíram desafios aos sujeitos e os procedimentos utilizados por eles revelaram as possibilidades de compreensão da situação-problema engendrada pelo jogo.

No jogo Cilada, os procedimentos iniciais eram basicamente tateios empíricos, desprovidos de antecipações das ciladas, que se concretizavam durante o jogo, mas não se constituíam em observáveis para o sujeito. Em função dos fracassos, as ciladas começaram a ser observadas. A cada fracasso, o sujeito tomava consciência de que havia caído em cilada. Tentava superá-las, corrigindo seus procedimentos por meio de substituições e sobreposições.

Essas correções consistem, de acordo com Piaget (1975/1976), em regulações ativas que buscam compensar as perturbações.

Todavia, nos procedimentos iniciais estas correções ou regulações ainda não eram suficientes para compensar a perturbação, que permitiria concluir o jogo sem cilada. No planejamento das ações que se orientavam em direção ao fim a ser atingido, faltava aos sujeitos coordenar parte e todo no jogo (peças encaixadas com peças a encaixar e todas as figuras da matriz). Os erros ou contradições não eram antecipados.

Como a intervenção com jogos tinha a finalidade de favorecer trocas, o experimentador passou a intervir, solicitando outras atividades pertinentes ao contexto lúdico.

Com as peças do Cilada, a fim de que o sujeito pudesse coordenar melhor os observáveis do jogo, foram sugeridas situações para classificar peças, as quais, possibilitaram a construção de noções de classificação e multiplicação lógicas.

Em todas essas atividades, o sujeito agia sobre os objetos, construindo também procedimentos e o experimentador solicitava-lhe explicações a respeito do porquê de suas ações, favorecendo, assim, a tomada de consciência e, portanto, a passagem do plano do "fazer" para o plano do "compreender".

O processo que permitiu aos sujeitos construírem as noções lógicas é o da equilibração.

Quando o experimentador solicitava o sujeito a explicar o que havia feito ou como fez tal intervenção, tinha por finalidade interromper o automatismo das ações, e conseqüentemente, fazê-lo pensar sobre elas, descobrindo as razões dos erros ou dos êxitos.

Para facilitar a passagem do plano do "fazer" para o "compreender", a intervenção pedagógica foi orientada no sentido de solicitar dos sujeitos a explicitação, a descrição, a comparação e justificativas de seus procedimentos, verbalmente ou por representação gráfica.

À medida que descreviam suas ações ou as explicavam, os erros tornavam-se conscientes e por meio de regulações ativas iam pouco a pouco sendo corrigidos pela compensação das perturbações causadas por suas coordenações ainda incompletas. Nesse processo, as crianças passavam das ações às conceituações.

Esse processo, como se pôde observar na análise da intervenção, é lento. As tomadas de consciência embora sucessivas não engendravam reorganizações imediatas num plano novo.

Foi possível, porém, em diferentes velocidades, assistir à construção da noção de classificação e multiplicação lógicas na intervenção com o Cilada.

Como a compreensão dos objetivos do jogo ou de uma tarefa depende do nível estrutural da criança, este último constitui o conjunto de possibilidades que permitem o desenvolvimento de procedimentos (Inhelder e Caprona; 1992).

Sem dúvida, as possibilidades aumentaram, no que diz respeito à construção de procedimentos de jogo, graças à reorganização estrutural, uma vez que um novo patamar de equilíbrio se constitui e, conseqüentemente, novas possibilidades foram abertas.

Essas razões conduziram os sujeitos, no Jogo 2, do Cilada (p.98), a descobrirem novos meios, os quais favoreceram as antecipações e a crescente coordenação parte-todo, bem como a escolha de novas e melhores estratégias.

Também pôde-se observar que os esquemas presentativos dos sujeitos foram enriquecidos pelos esquemas procedurais e vice-versa, possibilitando resignificação do jogo.

A intervenção pedagógica constituiu uma oportunidade adequada para trabalhar a construção de possíveis e necessários por ocasião da invenção de novos quebra-cabeças e matrizes com o Cilada. Como conseqüência, surgiram desafios relativos à escolha deliberada das peças do jogo e ao encaixe necessário das peças escolhidas, devido à invenção de novos jogos.

Em sua forma original, o jogo Cilada reduzia os possíveis, acentuando a necessidade. Por sua vez, a invenção de novos jogos, a partir da proposta do experimentador, representou uma abertura maior de possíveis reduzindo em menor grau a necessidade.

Tais atividades são importantes, à medida que as possibilidades intervêm nos mecanismos das reequilibrações, dando origem, desta feita, a novidades positivas e a lacunas que deveriam ser preenchidas.

Ao inventar jogos e comparar as diversas representações gráficas dos mesmos, os sujeitos tiveram oportunidade de tomar consciência das diferenças existentes entre as várias invenções, por meio de inferências. Demonstraram também, conceber a existência de co-possibilidades e co-necessidades; fazendo corresponder este aspecto dedutível do possível às generalizações completivas (Piaget; 1981/1985).

Tais aquisições, decorrentes do processo de intervenção, favoreceram as heurísticas. Com efeito, foi possível constatar que, ao montar o quebra-cabeça nº 30 do Cilada (cf. p. 133), os sujeitos apresentaram uma evolução significativa dos meios utilizados: antecipações das ciladas, compreensão das relações parte e todo, utilização de novos observáveis e coordenações do sujeito.

Esses novos procedimentos parecem evidenciar a presença de novos instrumentos cognitivos construídos pelos sujeitos, por ocasião das atividades realizadas com os jogos Cilada e Quilles.

Nas situações lúdicas, os sujeitos tiveram, também, a oportunidade de pensar sobre certas noções aritméticas implícitas nos jogos.

A invenção de quebra-cabeças favoreceu a compreensão do significado do valor posicional de numeração. Como foi visto anteriormente (pré-teste), os sujeitos compreendiam o valor posicional de um numeral de dois algarismos, como unidades ou posição ordinal. As atividades com o Cilada permitiram-lhes tomar consciência de que a dezena correspondia de fato a 10 unidades (cf. p. 123 e 124).

Essa compreensão, conforme se analisou detalhadamente, ocorreu devido às freqüentes constatações do erro na própria ação. O sujeito, entendendo o "1" do 12 como unidade, entregava ao experimentador apenas uma peça, correspondente à dezena. A impossibilidade constatada instalou uma perturbação, cuja compensação por regulação ativa (feedback negativo), possibilitou correções, que lhe permitiram ultrapassar o conflito, quando decidiu contar as 10 peças que restavam, após ter entregado as duas primeiras ao experimentador.

É importante ressaltar que as compensações cognitivas (Piaget; 1974/1976) possibilitam uma avaliação final dos resultados em termos de sucesso ou insuficiência. Este fato permitiu aos sujeitos prosseguirem tentando as correções e reforços, até que a perturbação fosse compensada.

A intervenção com o Quilles foi propícia para a constru ção de noções aritméticas de soma e subtração (cf. p.141) e suas respectivas representações, mediante algoritmos.

A oportunidade de refletir sobre as ações realizadas de juntar pinos, para saber quantos pontos tinham sido feitos em cada jogada, possibilitou aos sujeitos relacioná-las com operação de adição.

Ao representar graficamente essas ações, por meio de um código pessoal de registro, tiveram oportunidade de "tomar consciência" de suas representações, a partir dos questionamentos do experimentador, chegando à compreensão de que tais representações constituem uma das várias formas de simbolizar a realidade.

Chegaram a essa simbolização depois de sucessivas abstrações reflexivas, a partir das ações realizadas no jogo, da descrição verbal dessas ações e representação gráfica das mesmas, desencadeada pela necessidade de determinar o vencedor, após sucessivas jogadas com o Quilles.

O contexto empírico do jogo tornou possível a simbolização gráfica que conduziu à compreensão do código convencional de representação, ou seja, dos algoritmos aritméticos da equação de soma, os quais, antes da intervenção, eram utilizados pelos sujeitos como simples grafismos destituídos de significado.

Quanto à formalização das equações de subtração que envolviam as idéias de separar, comparar e igualar, a tomada de consciência dos erros só se tornou possível quando os sujeitos realizaram novamente as ações tal como as haviam representado graficamente e constatavam as impossibilidades. Como,por exemplo NAN (9;6) que tentou em vão subtrair 9 pinos de 7 (p.

159).

As reequilibrações foram desencadeadas no caso das formalizações das equações de subtração, graças às "tomadas de consciência" dos erros diante das constatações dos mesmos no próprio "fazer". A comparação da representação (falsa) e a impossibilidade da ação conduziu à compreensão da formalização correta, após sucessivas correções.

Todos os conflitos ou contradições que tiveram lugar no *"espaço para pensar"* constituído pelas diversas atividades com os jogos: Cilada e Quilles desencadearam os mecanismos de equilibração, responsáveis pela construção de estruturas e pela passagem da ação à conceitualização.

Os jogos de regra se encaixam no nível de conhecimento (cf.p. 33) em que as modificações das ações dependem da compreensão. Se a ação de jogar não for compreendida pelo sujeito, não há êxito. Desse modo, a passagem do fazer ao compreender se torna possível em decorrência da condição imposta pelas coordenações do próprio jogo.

A intervenção pedagógica foi adequada para que os sujeitos com dificuldades de aprendizagem centrados nos aspectos figurativos do pensamento pudessem lidar com transformações, retroações e antecipações que constituem a operatividade.

As pesquisas de Dolle (1980) indicam que as crianças que não aprendem apresentam uma predominância dos aspectos figurativos sobre os operativos.

Neste sentido era de se supor que uma intervenção com jogos de regras em que o sujeito, além de jogar é solicitado a pensar sobre suas ações, explicando-as,representando-as, favoreceria, sem dúvida, os processos operativos. Isso foi comprovado pelo fato de as crianças com dificuldades de aprendizagem terem progredido nos níveis de operatoriedade (cf. Quadro XI, p. 288).

A compreensão das noções aritméticas foi facilitada em decorrência das situações-problema mencionadas pelas crianças durante os jogos. Nesse sentido, a busca de solução das mesmas lhes foi imposta por elas próprias, diferentemente da situação escolar, em que as crianças têm que resolver problemas de aritmética desvinculados de uma necessidade pessoal. Evidentemente, as crianças têm interesse muito maior em resolver problemas aritméticos quando eles surgem de situações concretas e estão vinculados às suas reais necessidades.

Isso pode explicar o fato de as crianças deste estudo terem participado das sessões de intervenção com prazer e interesse e terem progredido na compreensão das noções aritméticas.

A esse respeito, afirma Piaget (1948/1973): "*(...) persuadidos de sua deficiência, e por conseguinte, renunciado de antemão e dando-se por vencidos anteriormente, os alunos reputados fracos em Matemática assumem uma atitude totalmente diferente, quando o problema emana de uma situação concreta e tem a ver com outros interesses*" (p.64).

E a constatação desta atitude referida por Piaget se fez ver nas crianças deste estudo, durante toda a atividade e foi sintetizada pelas palavras de FAB (9;7) ***"trabalhando e brincando eu nunca vi"***.

- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS -

CASTORINA, J.A. (1988). *Psicologia Genética: Aspectos metodológicos e implicações pedagógicas.* Trad. José Cláudio de Almeida Abreu. Porto Alegre: Artes Médicas (Edição original: 1984).

CHADWICK, M. e TARKY, I. (1990). *Juegos de Razonamiento Logico: Evaluación y desarrollo de las nociones de seriación, conservación y classificación.* Santiago: Editorial Andres Bello.

CHATEAU, J. (1987). *O Jogo e a Criança.* Trad. Guido de Almeida. São Paulo: Summus Editorial (Edição original: 1954).

DOLLE, J.M. e BELLANO, D. (1989). *Ces enfants qui n'apprennent pas: Diagnostic et remédiations cognitifs.* Paris: Collection Päidos Centurion.

GIBELLO, B. (1987). *A criança com distúrbios de inteligência.* Trad. Leda Mariza Vieira Fischer. Porto Alegre: Artes Médicas (Edição original: 1984).

GÕNI, A.M. e GONZÁLEZ, A. (1987). *El niño y el juego: Las operaciones infralógicas espaciales y el juego reglado.* Buenos Aires: Ediciones Nueva Visión.

INHELDER, B. BOVET, M. e SINCLAIR, H. (1977). *Aprendizagem e estruturas do conhecimento.* Trad. Maria Aparecida Rodrigues Cintra e Maria Yolanda Rodrigues Cintra. São Paulo: Saraiva Editores (Edição original: 1974).

INHELDER, B. **et al.** (1987). *Das estruturas cognitivas aos procedimentos de descobertas.* Trad. Luci Banks Leite e Ana Augusta de Medeiros. In: LEITE, L.B. (**org.**). *Piaget e a Escola de Genebra.* São Paulo: Cortez (Edição original: 1976).

INHELDER, B. e CAPRONA, D. (1992). *Vers le constructivisme psychologique: structure? Procédures? Les deux indissociables.* In: INHELDER, B. e CELLÉRIER, G. *Le cheminement des découvertes de l'enfant: Recherche sur les microgenèses cognitives.* Neuchâtel, Suisse: Delachaux et Niestlé.

KAMII, C. (1984). *A criança e o número: Implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos.* Trad. Regina A. de Assis. Campinas, SP: Papirus (Edição original: 1982).

KAMII, C. e DeCLARK, G. (1986). *Reinventando a aritmética: Implicações da teoria de Piaget.* Trad. Elenira Curt. Campinas, SP: Papirus (Edição original: 1985).

KAMII, C. e DeVRIES, R. (1990). *Jogos em Grupo na Educação Infantil: Implicações da teoria de Piaget.* Trad. Maria Célia Dias Carrasqueira. São Paulo: Trajetória Cultural (Edição original: 1980).

KISHIMOTO, T.M. (1992). *O jogo, a criança e a educação.* São Paulo. (Tese de livre docência). Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo).

MACEDO, L. (1979). Relações entre a ação e sua compreensão. *Psicologia, 6*(2), pp.19-26.

MACEDO, L. (1992). *Para uma psicopedagogia construtivista.* In: ALENCAR, E.S. (org.). *Novas contribuições da psicologia aos processos de ensino e aprendizagem.* São Paulo: Cortez Editora.

MANTOVANI DE ASSIS, O. (1976). *A solicitação do meio e a construção das estruturas lógicas elementares na criança.* Campinas, S.P. (Tese de doutorado. Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas).

MANTOVANI DE ASSIS, O. (1979). *Uma nova metodologia de educação pré-escolar.* São Paulo: Livraria Pioneira (Série Cadernos de Educação).

MORENO, M. y Equipo del IMIPAE del Ayuntamiento de Barcelona. (1983). *La pedagogia operatoria: Un enfoque constructivista de la educación.* Barcelona: Laia Editorial.

MOURA, M.O. (1990). *O jogo na educação matemática.* In: Série Idéias, 7. F.D.E.: São Paulo.

ORTEGA, A.C.; ALVES, R.N.; ROSSETTI, C.D. (1992). *O possível e o necessário no jogo da Senha de crianças.* I: 22ª Reunião Anual de Psicologia. *Resumos de Comunicações Científicas.* Ribeirão Preto. Sociedade Brasileira de Psicologia. p.103.

ORTEGA, A.C.; ALVES, R.N.; ROSSETTI, C.D. (1993a). *Jogo de regras e construtivismo.* In: 24º Congresso Internacional de Psicologia. *Resumen de Presentaciones - Tomo 1.* Santiago. Sociedade Interamericana de Psicologia. p.368.

ORTEGA, A.C. **et al.** (1993b). *O Raciocínio da Criança no Jogo de Regras: Avaliação e intervenção psicopedagógica.* Vitória-ES: Departamento de Psicologia. U.F.E.S. (17 páginas mimeografadas).

PALERMO BRENELLI, R. (1986). *Observáveis e Coordenações em um Jogo de Regras: Influência do nível operatório e interação social.* Campinas, S.P. (Tese de mestrado. Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas).

PALERMO BRENELLI, R. (1988). *O Jogo de Regras "Quips": Uma proposta psicopedagógica.* In: *10ème Cours Avancé de la Fondation Archives Jean Piaget. Resumés - 8.* Genebra. Archives Jean Piaget et Université de Genève.

PENTATHLON Institute (1990). *Mathematics Pentathlon: A manual of a activities to integrate the games with ongoing classroom instruction .*

By Mary Gilfeather & John del Regato. Indianapolis, Indiana: by Pentathlon Institute, Inc.

PIAGET, J. (1970). *Psicologia e pedagogia.* Trad. Dirceu Accioly Lindoso e Rosa Maria Ribeiro da Silva. Rio de Janeiro - São Paulo: Editora Forense (Edição original: 1969).

PIAGET, J. (1973). *Para onde vai a educação?* Trad. Ivette Braga. Rio de Janeiro: Livraria José Olympio Editora (Edição original: 1948).

PIAGET, J. e INHELDER, B. (1974). *A Psicologia da criança.* Trad. Octávio Mendes Cajado. São Paulo: Difusão Européia do Livro (Edição original: 1966).

PIAGET, J. e SZEMINSKA, A. (1975). *A gênese do número na criança.* Trad. Christiano Monteiro Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar Editores (Edição original: 1941).

PIAGET, J. e INHELDER, B. (1975). *Gênese das estruturas lógicas elementares.* Trad. Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar Editores (Edição original: 1959).

PIAGET, J. e INHELDER, B. (1975). *O desenvolvimento das quantidades físicas na criança.* Trad. Christiano Monteiro Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar Editores (Edição original: 1962).

PIAGET, J. (1976). *A Equilibração das Estruturas Cognitivas: Proble-*

blema central do desenvolvimento. Trad. Marion Merlone dos Santos Penna. Rio de Janeiro: Zahar Editores (Edição original: 1975).

PIAJET, J. (1977). *A tomada de consciência*. Trad. Edson Braga de Souza. São Paulo: Melhoramentos/Edusp (Edição original: 1974).

PIAGET, J. (1977). *Epistémologie génétique et equilibration*. In: *Hommage à Jean Piaget*. (Red.: INHELDER, B.; GARCIA, R., VONÈCHE, J.). Neuchâtel, Suisse: Delachaux et Niestlé S.A.

PIAGET, J. (1978). *Seis estudos de psicologia*. Trad. Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sérgio Lima Silva. Rio de Janeiro: Editora Forense (Edição original: 1964).

PIAGET, J. (1978). *Fázer e compreender*. Trad. Christina Larrondê de Paula Leite. São Paulo: Melhoramentos/Edusp. (Edição original: 1974).

PIAGET, J. (1983). *Psicogênese dos conhecimentos e seu significado epistemológico*. In: PIATELLI-PALMIERI, M. (org.). *Teorias da Linguagem, Teorias da Aprendizagem: O debate entre Jean Piaget e Noam Chomsky*. Trad. Álvaro Cabral. São Paulo: Cultrix/Edusp(Edição original: 1979).

PIAGET, J. (1985). *O possível e o necessário. 1: Evolução dos possíveis na criança*. Trad. Bernardina Machado de Albuquerque.Por to Alegre: Artes Médicas (Edição original: 1981).

PIAGET, J. (1986). *O possível e o necessário. 2: Evolução dos necessários na criança.* Trad. Bernardina Machado de Albuquerque . Porto Alegre: Artes Médicas (Edição original: 1983).

PIAGET, J. (1987). *O possível, o impossível e o necessário.* Trad. Luci Banks Leite e Ana Augusta de Medeiros. In: LEITE, L. B. (org.). *Piaget e a Escola de Genebra.* São Paulo: Cortez (Edição original: 1976).

RAMOZZI-CHIAROTTINO, Z. (1984). *Em busca do sentido da obra de Jean Piaget.* São Paulo: Editora Ática (Ensaios; 107).

RAMOZZI-CHIAROTTINO, Z. (1988). *Psicologia e epistemologia genética de Jean Piaget.* São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária Ltda. (Temas Básicos de Psicologia, 19).

RIBEIRO, S. (1990). *A pedagogia da repetência.* In: *Análise de sistemas de ensino. Uma abordagem demográfica.* LNCC/CNPq.

ROSAMILHA, N. (1979). *Psicologia do jogo e aprendizagem infantil.* São Paulo: Pioneira.

SANTOS, C.H. e IMENES, L.M. (1987). Tangram: Um antigo jogo chinês nas aulas de matemática. *Revista de Ensino de Ciências, nº 18:* pp.43-49.

SASTRE, G. e MORENO, M. (1980). *Descubrimiento y Construcción de Conocimientos: Uma experiencia de pedagogia operatoria.* Barcelona : Gedisa (Série Investigaciones en Psicologia y Educación).

VINH-BANG (1990). *L'intervention psychopédagogique.* Archives de Psychologie, 58. pp.123-135.

YUSTE, F.C. e SALLÁN, J.M. (1988). Juegos en clase de matemáticas. *Cuadernos de Pedagogía, nº 160.* pp.50-51.

- A N E X O S -

ANEXO I - PROVAS OPERATÓRIAS

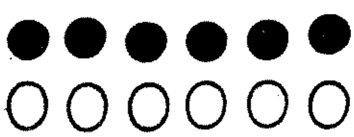
PROVA DA CONSERVAÇÃO DE QUANTIDADES DISCRETAS

I - MATERIAL:

. 12 fichas vermelhas

. 10 fichas azuis

II - PROCEDIMENTO:

1. 

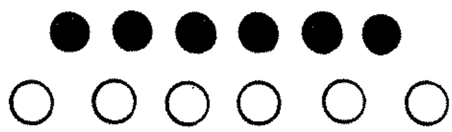
Dispor sobre a mesa 6 a 8 fichas azuis, alinhando-as, e pedir à criança que faça outra fileira igual com as fichas vermelhas, dizendo:

- "Ponha o mesmo tanto (a mesma quantidade) de suas fichas, como eu fiz com as azuis, nem mais, nem menos", ou — "Faça com suas fichas uma fileira igual à minha, com o mesmo tanto de fichas nem mais nem menos".

Anotar o desempenho da criança e se necessário dispor as fichas azuis e vermelhas em correspondência termo a termo. Depois apresentar as seguintes questões:

- "Você tem certeza que estas duas fileiras têm o mesmo tanto de fichas?" ou — "Há o mesmo tanto (ou a mesma quantidade) de fichas vermelhas e azuis?".

- "Se eu fizer uma pilha com as fichas azuis e você fizer uma pilha com as fichas vermelhas qual das duas ficará mais alta?" — "Por que?" ou — "Como você sabe disso?".

2. 

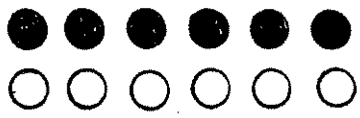
Fazer uma modificação na disposição das fichas de uma das fileiras, espaçando-as ou unindo-as, de modo que uma fique mais comprida do que a outra, a seguir perguntar:

- "Tem o mesmo tanto de fichas azuis e vermelhas ou não?". "Aonde tem mais?". "Como é que você sabe?".

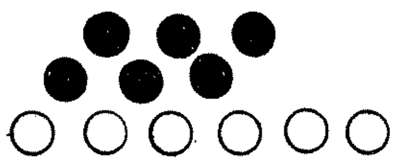
Se a criança der respostas de conservação chamar sua atenção para a configuração espacial das fileiras, dizendo:

- "Olha como esta fila é comprida, será que aqui não tem mais fichas?".

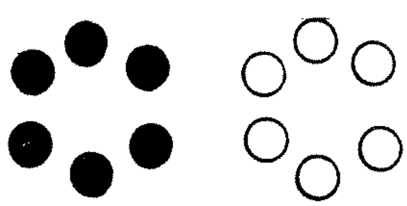
Se a criança der respostas de não-conservação lembrar a equivalência inicial dizendo: — "Você se lembra que antes a gente tinha posto uma ficha vermelha diante de uma azul?" ou - "Outro dia um(a) menino(a) como você me disse que nessas duas fileiras tinha a mesma quantidade de fichas; o que você pensa disso?".

3. 

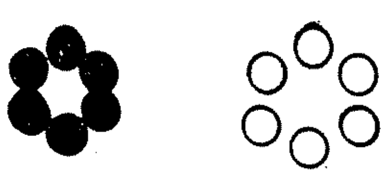
Repetir o procedimento do ítem 1.

4. 

Repetir o procedimento do ítem 2 dispondo as fichas como o modelo.

5. 

Fazer um círculo com as fichas azuis e pedir à criança que faça a mesma coisa com as fichas vermelhas não colocando nem mais nem menos. Anotar o desempenho da criança e depois perguntar: - "Você tem certeza que estão iguais?" - "Há o mesmo tanto de fichas vermelhas e azuis?".



Juntar as fichas de um dos círculos e perguntar: - "Há o mesmo tanto de fichas azuis e vermelhas?" - "Como você sabe disso?".

III - DIAGNÓSTICO:

1. A criança possui a noção de conservação de quantidades discretas quando faz a correspondência termo a termo e afirma a igualdade das quantidades mesmo quando a correspondência ótica deixa de existir, isto é, ela compreende que dois conjuntos são equivalentes mesmo que a disposição de seus elementos seja modificada. Além disso, a criança apresenta argumentos lógicos para as suas afirmações, por exemplo: - "Tem a mesma quantidade de fichas, porque aqui você só espaçou", ou - "Esta fileira está mais comprida mas o tanto de fichas é o mesmo. Não pusemos e nem tiramos. Então é a mesma quantidade" etc...

2. A criança não possui a noção de conservação de quantidades discretas quando admite que a quantidade de um dos conjuntos aumenta ou diminui se a configuração espacial de seus elementos for modificada.

3. A criança está no estágio de transição quando algumas vezes dá respostas de conservação e outras dá respostas de não conservação.

IV - OBSERVAÇÕES:

1. Nesta prova podem ser usadas fichas de outras cores, desde que sejam apenas duas cores.

2. A prova deverá ser aplicada mais duas vezes, se a criança errar a primeira vez. Deverá ser aplicada apenas mais uma vez se a criança acertar todas as respostas na primeira aplicação.

Assim sendo há três possibilidades de diagnóstico:

C = possui a noção de conservação de quantidades discretas;

NC = não possui a noção de conservação de quantidades discretas;

T = está no estágio de transição, algumas vezes admite a conservação outras vezes nega.

3. Ao dar as instruções ou fazer as perguntas a professora deve estar certa de que a criança as compreendeu.

- REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA -

PIAGET, Jean e SZEMINSKA, Alina. A gênese do número na criança. Trad.por Christiano Monteiro Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1971.

PROVA DE INCLUSÃO DE CLASSES - (FRUTAS)

I - MATERIAL:

. 7 frutas de plástico ou natural, sendo:

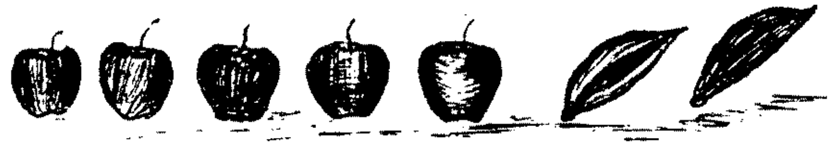
.. 5 maçãs e 2 bananas.

II - PROCEDIMENTO:

1. Depois de uma conversa inicial com a criança a fim de deixá-la a vontade, apresentar-lhe as 7 frutas perguntando: - "O que é tudo isto?":

Se a criança não souber, dizer: - "Isto são frutas . Estas são as maçãs e estas as bananas". - "Você conhece outras frutas?" - "Quais?" - "De qual delas você gosta mais?".

2. Pegar uma fruta de cada vez e perguntar à criança: - "O que é isto?". Se a criança responder: "é uma fruta", perguntar: "qual é o nome dela?". Se a criança responder "é uma maçã" ou "é uma banana", perguntar: - "O que a maçã (ou a banana) é?".

3. 

Apontar para as frutas e perguntar: - "O que você está vendo aqui sobre a mesa?". Se a criança disser "frutas", perguntar apontando para as maçãs: - "Estas como se chamam?" - "E estas?".

4. Dar prosseguimento perguntando: - "Aqui na mesa tem mais maçãs ou tem mais frutas?" - "Por que?" ou "Como você sabe disso?"

5. 

Apresentar duas bananas e uma maçã e proceder da mesma maneira que nos ítens 2, 3 e 4.

III - DIAGNÓSTICO:

1. A criança possui a noção de inclusão de classes ou de classificação operatória quando responder nos ítens 4 e 5 que: "Há mais frutas porque todas são frutas" ou "Há mais frutas porque frutas são sete e maçãs são cinco" ou "Há mais frutas porque são três e as bananas são duas".

2. A criança não possui a noção de inclusão de classes ou de classificação operatória quando nos ítens 4 e 5 responder, respectivamente: "Há mais maçãs porque são muitas(ou cinco) e as bananas são poucas (ou duas)" e "Há mais bananas porque são muitas (ou duas) e maçãs são poucas (ou só tem uma)".

IV - OBSERVAÇÕES:

1. Esta prova deverá ser aplicada mais duas vezes se a criança errar todas as questões da primeira prova e mais uma vez se a criança acertar a primeira prova.

2. A contra-argumentação deve ser feita para termos um diagnóstico mais preciso. Assim, quando a criança demonstrar que não possui a noção de classificação operatória, a professora poderá dizer, por exemplo: "Um(a) coleguinha seu(sua) me disse que "há mais frutas porque todas são frutas". - "O que você acha ele(a) está certo(a) ou errado(a)?". A professora também poderá sugerir à criança que pegue nas mãos "todas as frutas". Depois que a criança tiver feito isso, a professora pede-lhe que as coloque sobre a mesa e pegue agora "somente as maçãs". Executada a tarefa, a professora pede à criança que "ponha as maçãs junto com as bananas e pergunta-lhe: - "Aqui há mais maçãs ou há mais frutas. Por que?".

Se a criança demonstrar possuir a noção de classificação operatória contra-argumentar com ela dizendo, por exemplo: - "Um(a) coleguinha seu(sua) me disse que aqui há mais maçãs (ou bananas) do que frutas". - "O que você acha disso, (ele(a) está certo(a) ou errado(a)?".

3. Se a criança acertar todas as questões nas duas provas podemos afirmar que possui a noção de classificação operatória ou de inclusão de classes. Se a criança errar todas as questões nas três aplicações da prova, podemos afirmar que ela não possui a noção de classificação operatória ou de inclusão de classes. Se a criança acertar, por exemplo, na situação em que lhes são apresentadas cinco maçãs e duas bananas e errar na situação em que avalia duas bananas e uma maçã, ou ainda quando ela acerta uma prova e erra as outras, podemos afirmar que está no estágio de transição.

Há portanto, três diagnósticos possíveis:

CO = possui noção de classificação operatória;

NCO = não possui a noção de classificação operatória;

T = transição

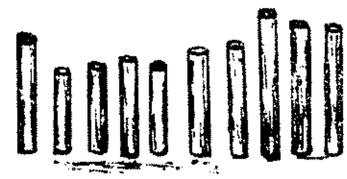
4. As frutas indicadas para esta prova podem ser substituídas por outras desde que sejam bastante conhecidas.

- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS -

PIAGET, Jean e INHELDER, Bärbel. A gênese das estruturas lógicas elementares. Trad.por Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar Editores.

Adaptação: Orly Zucatto Mantovani de Assis.

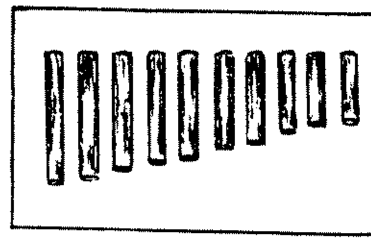
PROVA DE SERIAÇÃO DE BASTONETES



I - MATERIAL:

. 10 bastonetes de 10,6 cm a 16 cm.

. 10 bastonetes de 10,3 cm a 15,7 cm. colocados numa prancha.



II - PROCEDIMENTO:

1. Construção da série

- Convidar a criança para fazer um jogo ou uma brincadeira. Apresentar-lhe os bastonetes dizendo: - "Estes pausinhos chamam-se bastonetes. Você vai pegar estes bastonetes e fazer com eles uma bonita escada (ou fileira) colocando os bastonetes bem em ordem, um ao lado do outro". Observar e anotar como a criança escolhe os bastonetes e os ordena. Se a criança fizer uma escada sem base comum sugerir: - "Você não poderia fazer sua escadinha mais bonita?". Quando a criança terminar perguntar-lhe: - "Como você fez para escolher os bastonetes?". Anotar o desempenho da criança ao construir a série de bastonetes.

( ) nenhum ensaio de seriação

( ) pequenas séries

( ) tentativa de seriação ou seriação assistemática

( ) êxito sistemático

Apontar para o primeiro bastonete e perguntar: - "Por que você colocou este aqui?". Apontar para o último e perguntar: - "Por que você colocou este aqui?". Apontar um dos medianos e fazer a mesma pergunta.

____

____

____

2. Intercalação

- Apresentar à criança a série de bastonetes colados numa prancha. Dar à criança um a um os bastonetes que medem de 10 cm. a 16 cm. na seguinte ordem: 3, 9, 1, 8, 6, 5, 4, 7, 2 (1 é o maior), dizendo: - "Onde você deve colocar este bastonete para que ele fique bem arranjado e a escada não se desmanche?". Observar como a criança procede a escolha do lugar certo para cada bastonète, anotando o seu desempenho na intercalação.

( ) nenhum ensaio

( ) ensaios infrutíferos

( ) êxito parcial

( ) êxito por intercalação

3. Contra-prova

- Se a criança teve êxito na construção da série e na intercalação, colocar um anteparo que lhe impeça de ver o que a professora fará por trás dele, dizendo: - "Agora é minha vez de fazer a escada. Você vai dar-me os bastonetes um após o outro como eu devo colocá-los, para que minha escada fique tão bonita quanto a sua". "Você deverá encontrar um meio de entregá-los na ordem certa". À medida que a criança for entregando cada bastonete, perguntar: - "Por que você me deu este?" - "Como ele é perto dos outros que estão com você?" - "Como ele é perto dos que estão comigo?".

Anotar o desempenho da criança na construção da série com o anteparo.

( ) nenhum ensaio

( ) ensaios infrutíferos

( ) êxito parcial

( ) êxito por intercalação

III - DIAGNÓSTICO:

1. A criança possui a noção de seriação operatória quando tem êxito sistemático nas três fases: construção da série, intercalação e contra-prova. Além disso, ela deve compreender que qualquer um dos elementos medianos da série é ao mesmo tempo maior dos que o antecedeu e menor do que o sucedem.

Verifica-se se a criança atingiu essa compreensão quando lhe perguntamos (apontando um dos bastonetes medianos) - "Por que você colocou este aqui?" ou - "Por que este deve ficar aqui?".

2. A criança não possui a noção de seriação operatória quando não tem êxito na construção da série e na intercalação.

3. A criança está no estágio de transição quando acerta algumas das fases e erra outras.

IV - OBSERVAÇÕES:

1. Se a criança errar a primeira prova, repetir a aplicação por mais duas vezes. Se a criança acertar toda a prova repetir apenas mais uma vez.

Há três diagnósticos possíveis:

SO = possui a noção de seriação operatória;

NSO = não possui a noção de seriação operatória;

T = está no estágio de transição.

- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS -

PIAGET, Jean e INHELDER, Bärbel. A gênese das estruturas lógicas elementares. Trad.por Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar Editores.

Adaptação: Orly Zucatto Mantovani de Assis.

A N E X O I.I

PROVAS DE CONHECIMENTO ARITMÉTICO

- Prova I - Noção de Soma (SASTRE, G. 1980) -

Objetivos:

1. Verificar se os sujeitos estabelecm relações entre ações materiais de reunir objetos e a operação de soma, comumente realizada nos exercícios gráficos que lhes são propostos na escola.

2. Verificar se os sujeitos conhecem a utilidade da soma e em que situações da vida diária eles realizam ações que correspondem a essa operação.

3. Verificar se o sujeito é capaz de definir soma.

Depois de um contato inicial, visando deixar os sujeitos à vontade e familiarizados com a situação, eles são solicitados a observar os objetos existentes sobre uma mesa nomeando-os.

- A descrição das ações de reunir objetos -

Procedimento:

Coloca-se sobre a mesa em desordem vários objetos(mini-brinquedos): cornetas, apitos, bolas de gude, carrinhos e outros.

O experimentador inicia a prova, dizendo: - "Preste atenção no que vou fazer, para depois você explicar o que fiz". Entrega, então, três objetos ao sujeito e, a seguir, mais dois, perguntando-lhe: - "O que fiz?".

Repete-se o procedimento, variando os objetos e seu número até que o sujeito seja capaz de descrever as duas ações executadas pelo experimentador, enumerando-as e numerando os objetos que lhe foram entregues a cada vez.

- ENTREVISTA -

Extraiu-se da entrevista organizada por Sastre as questões, acreditando que eram suficientes para avaliar a compreensão dos sujeitos a respeito da operação aritmética de adição.

- Questões da entrevista -

1. O que foi feito agora tem alguma coisa de parecido com o que você faz na classe?

2. O que é soma? Faça uma soma.

3. O que fizemos (com os objetos) é parecido com uma soma?

4. Pegue 4 carrinhos, depois pegue mais três. Isto que você fez parece com soma ou nada tem a ver com ela? Como você mostraria, no papel, o que acabou de fazer?

6. Você faz soma só na aula, aqui na escola, ou faz tam bém em casa?

- Prova II - Problemas de Subtração e Formalização de Equações (KAMII, C., 1985/1986)

Objetivos:

1. Verificar se os sujeitos estabelecem relações corretas entre parte e todo em problemas de subtração que envolvem idéias de: separar, comparar e igualar, através de respostas verbais.

2. O segundo objetivo se centra na formalização de equa ções referentes a estes mesmos problemas.

Procedimento:

São colocados aos sujeitos três problemas de enredo em subtração que envolvam idéias de separar, comparar e igualar e que deverão ser respondidos verbalmente.

1º) (separar) - Você tem 7 balas. Se me der 3,com quan tas ficará?

2º) (comparar) - Você tem 7 balas. Eu tenho só 3. Quan tas a mais do que eu você tem?

3º) (igualar) - Tenho 3 velinhas. Preciso de 9 para um bolo de aniversário. Quantas mais eu preciso?

- Formalização das equações em problemas de subtração -

Uma vez apresentadas as respostas verbais nos três problemas propostos aos sujeitos, cada um deles é recolocado, solicitando a representação gráfica das equações.

O experimentador propõe: "Como você mostraria no papel, usando a matemática?

- Prova III - Multiplicação e Divisão Aritmética
(GRANELL, 1983, p.129-147)

Objetivo:

Verificar quais estratégias os sujeitos utilizam nas situações que envolvem noções de multiplicação e divisão, respectivamente. Isto porque os procedimentos revelariam o processo de construção conceptual destas noções, que não se confundem com a habilidade de efetuar operações gráficas de multiplicação e divisão por meio de mecanismos apreendidos e fixados por sucessivas repetições.

Procedimento:

Sobre a mesa, o experimentador dispõe, horizontalmente, 9 mini-brinquedos de plástico. Sob cada objeto um cartão é colocado com o preço, que varia de 1 a 9 cruzeiros. Coloca-se, também, à mostra, uma caixa contendo os mesmos mini-brinquedos e outra caixa com 81 fichas que representam moedas de 1 cruzeiro.

Duas situações são apresentadas aos sujeitos, ambas envolvendo compra e venda.

1ª Situação: Noção de Multiplicação
Aritmética

Objetivo:

Esta situação permite constatar se o sujeito já possui a idéia do operador multiplicativo ou se apenas consegue antecipar o número de moedas necessárias para a compra de "n" objetos.

Tendo o sujeito se certificado do preço de cada objeto, o experimentador propõe-lhe que seja o comprador, podendo dispor da caixa contendo as moedas (fichas).

O experimentador, no papel de vendedor, pede ao sujeito que coloque o dinheiro necessário para comprar um carrinho (que custa três cruzeiros). A seguir, o experimentador coloca 4 carrinhos sobre a mesa e pergunta: - "E para comprar estes carrinhos, de quanto vai precisar?". (O experimentador não se refere à quantidade dos mesmos).

Repete-se o procedimento (por três vezes), variando os objetos e a quantidade dos mesmos.

2ª Situação: Noção de Divisão
Aritmética

Objetivo:

Verificar se os sujeitos são capazes de compreender as diferentes formas de composição dentro de um mesmo conjunto, a fim de saber antecipar quais e quantos objetos poderão ser comprados com o número "X" de moedas (no presente estudo utilizar-se-ão 18 moedas), de modo que não sobre ou não falte nenhuma.

Para ter êxito, é necessário efetuar a divisão, esgotando todas as possibilidades de compras que podem ser realizadas, o que implica, portanto, em encontrar todos os diversos comuns do todo "X".

Procedimento:

O experimentador entrega ao sujeito 18 moedas e pergunta-lhe:

- Quantos carrinhos de 3 cruzeiros você poderia comprar?

- Com este mesmo tanto de dinheiro, quantos outros brinquedos você poderia comprar, sem que sobre moeda ou que o dinheiro dê justo?

- Prova IV - Valor Posicional da Numeração

Esta prova baseia-se nas pesquisas de Kamii, M. e Kamii, C. (in Kamii, 1985/1986).

Objetivo:

Verificar o significado que os sujeitos atribuem às quantidades representadas por um numeral de dois algarismos, uma vez que estes são determinados pela posição em que cada algarismo aparece.

Procedimento:

Sobre a mesa, o experimentador dispõe 18 bolinhas de gude. O sujeito é solicitado a contá-las, desenhá-las todas numa folha de papel e, em seguida, escrever 18 com números na mesma folha.

O experimentador faz um círculo em torno do número "8" do 18 e pede ao sujeito: - "Como você mostraria, em seu desenho, esta parte "8", do número 18. As bolinhas que correspondem ao "8" do número 18".

Exemplo: 18

Em torno do número "1" do 18, o experimentador faz outro círculo e diz: - "Como você poderia mostrar, em seu desenho, esta parte "1" do número 18. As bolinhas que correspondem ao "1" do número 18".

Exemplo: 18

Por fim, o experimentador faz um círculo em torno de todo o número 18 e coloca ao sujeito: - "Como você mostraria "isto tudo" em seu desenho? As bolinhas que correspondem ao número 18".

Exemplo: 18

- Referências Bibliográficas -

GRANELL, Carmem Gômez. Procesos cognoscitivos en el aprendizaje de la multiplicación. In: Montserrat Moreno y equipo del IMIPAE. La pedagogía operatoria. Barcelona: Editorial Laia, 1983. p.129-147.

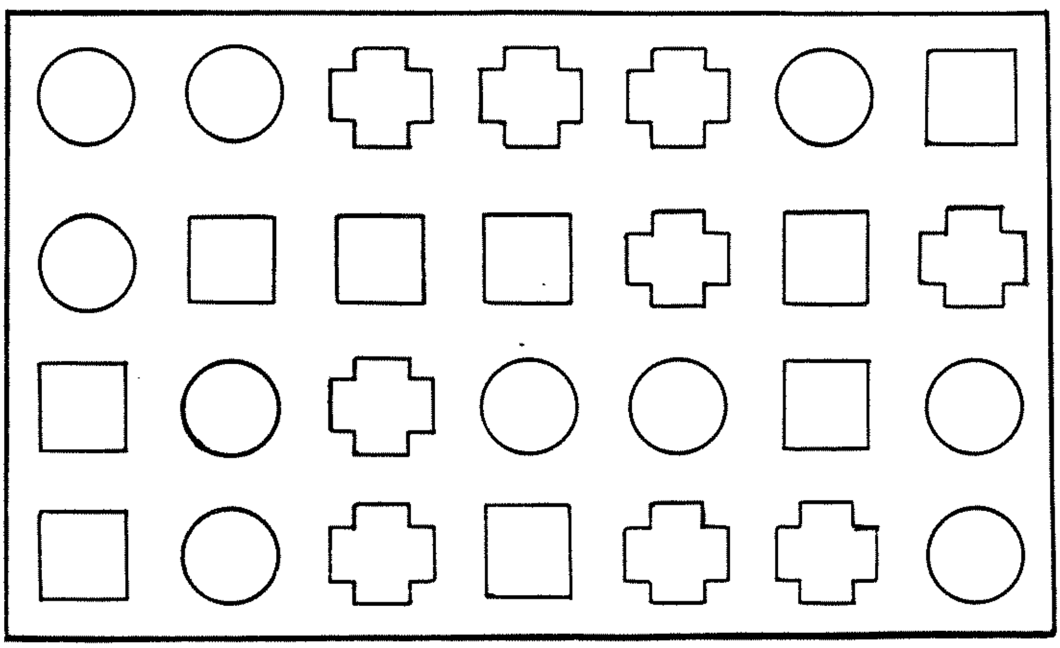
KAMII, C. & De CLARK, G. (1985). Reinventando a aritmética : implicações da teoria de Piaget. (Trad.Elenisa Curt). Campinas, SP: Papirus, 1986.

SASTRE, G. & MORENO, M. Descubrimiento y Construcción de Conocimientos: Una experiencia de pedagogia operatoria. Barcelona: Gedisa, 1980.

A N E X O I I I

Folha 1

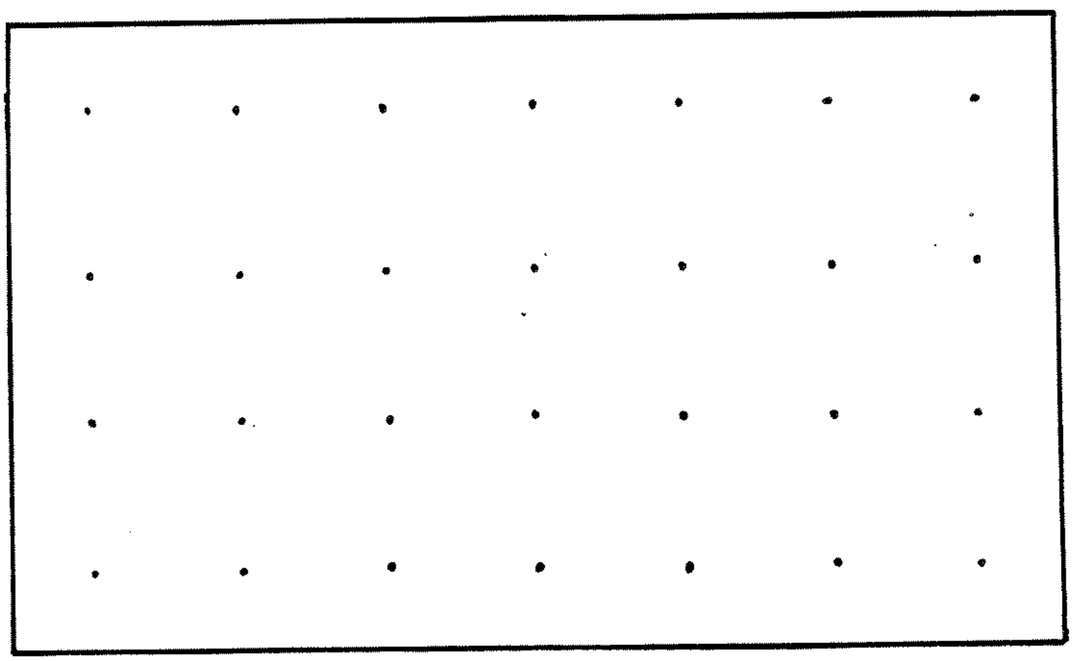
- INVENTANDO QUEBRA-CABEÇAS -



A N E X O I I I

Folha 2

- INVENTANDO MATRIZES -



A N E X O I I I

Folha 3

- MULTIPLICAÇÃO DE CLASSES -