

MARIA DOLORES CECCATO MENDES

A NOÇÃO DE ÁREA
- possíveis modos de aprender -

Tese apresentada como exigência parcial para obtenção do título de Doutor em Educação, na área de Psicologia Educacional, desenvolvida sob a orientação do Prof. Dr. Fermino Fernandes Sisto.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
CAMPINAS
1989

MARIA DOLORES CECCATO MENDES

Este exemplar corresponde à redação final
da tese defendida por Maria Dolores
Ceccato Mendes e aprovada pela Comissão
Julgadora em 20 / 10 / 1989.

Data: 20/10/89
Assinatura: *[assinatura]*

A NOÇÃO DE AREA:
-possíveis modos de aprender-

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
CAMPINAS
1989

CLAUDIO Companheiro,
 credor
 das
 minhas
 possibilidades.
 Catalizador
 das
 minhas
 realizações.

Perdoem a cara amarrada
Perdoem a falta de abraços
Perdoem a falta de espaço
Os dias eram assim

Perdoem por tantos perigos
Perdoem a falta de abrigo
Perdoem a falta de amigos
Os dias eram assim

Perdoem a falta de folhas
Perdoem a falta de ar
Perdoem a falta de escolha
Os dias eram assim

E quando passarem a limpo
E quando cortarem os laços
E quando soltarem os cintos
Façam a festa por mim

E quando largarem a mágoa
E quando lavarem a alma
E quando lavarem a água
Lavem os olhos por mim

Quando brotarem as flores
Quando crescerem as matas
Quando colherem os frutos
Digam o gosto pra mim.

Aos Nossos Filhos
Ivan Lins e
Vitor Martins

MARINA amigas
 cuja
 tolerância
 superou
e os
 limites
HELOISA das
 suas
 idades

COMISSAO JULGADORA:

Fernando

Maria

Juliana

Carolina

by Paulo Santo:

SUMARIO

	Pag.
Parte I - Contextualização do Estudo	
Capítulo I - Antecedentes	1
Capítulo II - Delineamento do trabalho	52
1. Sujeitos	52
2. Material	53
3. Procedimentos na aplicação das provas de conservação de área	54
4. Critérios de classificação operatória	56
5. Procedimentos adotados durante o processo de ensino-aprendizagem da noção ..	57
Parte II - Os Processos de Aprendizagem	
Capítulo III - A resistência sistemática não-operatória	63
Capítulo IV - A resistência sistemática não-operatória com avanço incipiente	77
Capítulo V - A instalação de comportamentos intermediários	95
Capítulo VI - Processos operatórios crescentes e lentos	107
Capítulo VII - Processos operatórios crescentes e breves	119
Capítulo VIII - Processos operatórios descontínuos e breves	134
Parte III - Considerações Finais	143
BIBLIOGRAFIA	169

SUMARIO

	Pag.
Parte I - Contextualização do Estudo	
Capítulo I - Antecedentes	1
Capítulo II - Delineamento do trabalho	52
1. Sujeitos	52
2. Material	53
3. Procedimentos na aplicação das provas de conservação de área	54
4. Critérios de classificação operatória	56
5. Procedimentos adotados durante o processo de ensino-aprendizagem da noção ..	57
Parte II - Os Processos de Aprendizagem	
Capítulo III - A resistência sistemática não-operatória	63
Capítulo IV - A resistência sistemática não-operatória com avanço incipiente	77
Capítulo V - A instalação de comportamentos intermediários	95
Capítulo VI - Processos operatórios crescentes e lentos	107
Capítulo VII - Processos operatórios crescentes e breves	119
Capítulo VIII - Processos operatórios descontínuos e breves	134
Parte III - Considerações Finais	143
BIBLIOGRAFIA	158

RESUMO

Este trabalho tem, como preocupação central, revelar possíveis modos de aprender que as crianças possam apresentar frente a uma determinada situação de ensino.

Foi selecionada, para estudo, a noção de área de figuras planas. Procurou-se investigar as possíveis formas de aprendizagem manifestas pelas crianças em nível não-operatório ou intermediário, frente a uma determinada proposta de ensino.

Com base na teoria do desenvolvimento de Piaget e no método clínico de entrevistas por ele utilizado no decorrer de suas investigações, foram selecionados os sujeitos para este trabalho.

Foram escolhidas duas escolas da rede pública de ensino, as quais se localizam no bairro de Vila Nery, em São Carlos, S.P.. Entrevistaram-se as crianças a fim de selecionar as não-operadoras ou em nível intermediário de desenvolvimento nessa noção.

Foram, desta forma, selecionados sessenta e um sujeitos nas condições descritas.

As crianças que tinham idades variando entre seis anos completos e seis anos e nove meses eram alunos da EMEI

de Vila Nery. As outras, com idades entre sete anos completos e nove anos e seis meses eram alunas da EEPG "Antonio Militão de Lima".

O desenvolvimento dos processos pelos quais passaram as crianças se deu através de entrevistas individuais, com intervalos médios de quatro dias entre uma e outra, nas quais foi utilizado material para esse fim construído.

O material constou de dois quadros retangulares de madeira pintada de verde, trinta e seis casinhas também de madeira e dois cavalinhos de plástico. Esse material se prestou a um estudo sobre a conservação de área quando de cada quadro se subtraíam parcelas equivalentes. Com os eles se simulavam pastos onde os cavalinhos estavam comendo capim, à semelhança do que fez Piaget ao definir os estágios de desenvolvimento na noção de área. A cada casinha construída perdiam parte desse capim. Os questionamentos eram sobre o "capim que o cavalinho perdeu" relacionado com o "capim que sobrou". Pretendia-se a comparação entre os restos dos dois quadros.

A cada um dos sujeitos eram proporcionadas entrevistas com o objetivo de analisar os seus argumentos quanto à conservação de área. Buscava-se favorecer, através das entrevistas, a aquisição dessa conservação.

Fazia-se sempre a "construção" das casinhas de modo que ficassem espalhadas num dos campos e justapostas

num canto do outro. Colocava-se o mesmo número de casinhas nos dois campos. Pedia-se que avaliasse os restos de capim.

Quando a criança admitisse, para qualquer número de casinhas a equivalência dos restos independente da sua distribuição, era considerada como conservadora nessa noção. A trajetória descrita da não-operatoriedade até o nível operatório foi especialmente observada.

As entrevistas foram registradas em protocolos, sendo em seguida interpretadas e analisadas. Desta análise, pautada em critério qualitativo de aprendizagem, derivaram seis categorias compostas pelos processos apresentados pelos sujeitos:

Grupo 1: A resistência sistemática não-operatória. Fazem parte deste grupo as crianças que demonstraram uma forte resistência para avançar do nível não-operatório ou intermediário para os que lhes são evolutivamente superiores.

Grupo 2: A resistência sistemática não-operatória com avanço incipiente. Neste grupo estão os sujeitos que em algum momento demonstraram um pequeno avanço, mas não suficiente para serem considerados em nível evolutivo superior ao inicial após o processo vivenciado.

Grupo 3: A instalação de comportamentos intermediários. Deste grupo fazem parte as crianças que, tendo

participado das sessões de aprendizagem evoluíram, mas não conseguiram atingir a operatoriedade. Mantiveram-se resistentes no nível intermediário.

Grupo 4: Processos operatórios crescentes e lentos. Os sujeitos deste grupo demonstraram condições de alcançar o nível operatório, mas lentamente. Seus esquemas exigiram um tempo de exercitação em que caminhavam rumo à operatoriedade.

Grupo 5: Processos operatórios crescentes e breves. Estas crianças atingiram a operatoriedade num tempo menor que os outros, sem necessidade de grande exercitação de seus esquemas.

Grupo 6: Processos operatórios descontínuos e breves. Neste grupo encontram-se os sujeitos que, partindo de nível não-operatório, atingiram rapidamente a operatoriedade, sem manifestar comportamentos de nível intermediário.

Os processos foram sempre analisados com a preocupação de interpretar as afirmações feitas pelas crianças e especialmente suas justificativas, sem preconceituá-las em "certas" ou "erradas". Buscava-se sempre contextualizá-las no pensamento da criança que as fazia, com o objetivo de analisar as operações envolvidas. Também pretendeu-se sempre saber a ausência de qual operação dificultava a construção da noção e sua conservação.

Os diferentes processos encontrados fundamentarã
a suposição de que os sujeitos aprendem conforme seus
esquemas mentais estejam sintonizados e aptos a incorporar
as operações implícitas nas tarefas que lhes são propostas.

Estão transcritos os protocolos das entrevistas de
quinze crianças, consideradas representativas dos sujeitos
com os quais se desenvolveu o trabalho.

ABSTRACT

This work has, as a main concern possible ways of learning what children may present towards certain learning situations.

It has been selected, with the purpose of studying, the notion from plane figures area.

Four of the subjects, which age vary between six and six years and nine months old, were pupils from EMEI from Vila Nery.

Other fifteen aging between seven and nine a half years old were students from "Antonio Militão de Lima Elementary School", both in Vila Nery, county of São Carlos, a city from São Paulo State.

This work was developed on the following way: sixty-one children were selected because they presented a non-operating behavior level or an intermediary area notion.

The subjects selected was done through an individual interview which allowed us to identify each children operating level.

The development of this process were through interviews based on the Piaget clinic method, from his genetic psychology studies. Individual meetings were

proporcioned for each child with a media space time of four days. The number of meetings varied from child to child, according to the quality of the present process.

It was registered a minimum of three and a maximum of thirteen meetings for each child. The meetings were in media, of eight minutes each. On what area notion, learning situations were presented. Specific material was built for those.

Interviews were done till the subjects demonstrated being convict of their arguments, being them correct or not. With the purpose of checking if the reported convictions were permanent or not, it was provided a final interview five days after the last session.

The interviews were made in minutes which were interpretated and analysed. Arose from this analyses, based on qualitative criteriom of learning, six categories were composed by the process presented by the subjects:

"The sistematic non-operatory resistance". This group shows that children who had a strong resistance to grow from the non-operatory level or the intermediary level to those superior.

"The sistematic non-operatority with small grow". In this group we find the children who sometimes showed a litle grow, but not enough to keep them on superior level to

inicial conditions.

"The installation of intermediary behavior". This group is composed by the subjects who showed some evolution, without carry the operatoriety. They conserved the intermediary level.

"Growing and slow operatory process". These children carried the operatory at small time. It was not necessary to exercise their mental schemes.

"Operatory descontinuous and short process". This group is composed by children who started at the non-operatory level and quickly arrived the operatory level, without present intermediary behavior.

There was a worry in analyse the process lived by the children, looking always forward to interpretate their afirmation and specially their justification, without preconceit them as right or wrong. Such comum forms as idiossincrasies were detected. Both facts came to set up the suposition that the subjects learn as their mental scheme are syntonized and able to embody the implicit operation on the works proposed to them.

We related the process of fifteen children, that was considered representative to this work.

PARTE I

CONTEXTUALIZAÇÃO DO ESTUDO

CAPITULO I

ANTECEDENTES

O ensino de Geometria tem merecido destaque, via de regra, em todas as discussões que enfocam a Matemática no contexto do processo ensino-aprendizagem. As pesquisas realizadas nesse sentido refletem a grande preocupação dos estudiosos em levantar dados relativos à postura assumida pelos profissionais do ensino dessa área. Percebe-se um grande esforço em busca de metodologias alternativas, resultando em algumas propostas e até mesmo em denúncias sobre a ausência de tópicos geométricos quando se faz uma análise do que é, na prática, ensinado em Matemática.

Menor é o número, no entanto, dos estudos voltados para o aprendiz, como sujeito cognoscente, isto é, investigações no sentido de desvendar, na essência do processo do conhecimento, os modos de aprender que as crianças possam apresentar. Parece claro que o "saber como a criança aprende" tem papel sumamente importante para o ato de ensinar. É o destaque dado por Piaget ao tecer considerações sobre o ensino das ciências. Defende a necessidade de uma revisão "dos métodos e do espírito de todo o ensino /.../, que envolve essencialmente não apenas a didática especial de cada um dos ramos desse ensino, mas uma série de questões mais gerais, tais como a da utilização dos conhecimentos psicológicos adquiridos acerca do desenvolvimento da criança

e do adolescente."(grifo nosso) (Piaget, 1978:13).

Os estudos feitos lhe permitiram descartar, salvo nos casos de indivíduos notadamente deficientes, a hipótese de pura aptidão ou inaptidão diferenciada para aprender Matemática. A aptidão do aluno "consiste principalmente na sua capacidade de adaptação ao tipo de ensino que lhe é oferecido; os 'maus alunos' nessas matérias, que entretanto são bem sucedidos em outras, estão na realidade perfeitamente aptos a dominar os assuntos que parecem não compreender, contanto que estes lhe cheguem através de outros caminhos: são as 'lições' oferecidas que lhes escapam à compreensão, e não a matéria. É sobretudo possível - e nós verificamos em diversos casos - que o insucesso escolar em tal ou tal ponto decorra de uma passagem demasiado rápida da estrutura qualitativa dos problemas (por simples raciocínios lógicos, mas sem a introdução imediata das leis métricas) para a esquematização quantitativa ou matemática (no sentido das equações já elaboradas) /.../. Nesse particular, admitiríamos sem dúvida alguma aptidões diferenciais que opõem os espíritos estritamente dedutivos (a partir de determinada idade) aos experimentais e concretos; todavia, mesmo no campo da Matemática, muitos fracassos escolares se devem àquela passagem muito rápida do qualitativo (lógico) para o quantitativo (numérico)".(op. cit.: 14).

Quanto ao que diz respeito aos métodos, ressalta a importância dos métodos ativos, conferindo especial relevo à pesquisa pela criança, tendo o professor o papel de animador

nesse processo, "criando situações e armando dispositivos iniciais capazes de suscitar problemas úteis à criança, e para se organizar, em seguida, contra-exemplos que levem à ligada reflexão e obriquem ao controle das soluções demasiado apressadas."(grifo nosso) (ibid:15)

Tais colocações comprovam a relevância desse tema na área de educação e indicam a necessidade de estudos sobre a aprendizagem, cujo enfoque forneça subsídios para a fundamentação do processo ensino-aprendizagem dos conteúdos tratados, de modo compatível com as tendências e necessidades do aprendiz.

Consideramos de especial importância, dentro da Geometria, a própria construção da noção de área e sua conservação, já que há uma relação intrínseca entre o sistema métrico de coordenadas e as noções euclidianas de área e volume. É suposto que através do levantamento dos processos pelos quais passam os sujeitos em estágio não-operatório ou intermediário, frente a situações estimuladoras para aprendizagem da noção de área e sua conservação, possa ser possível concluir que as crianças em nível de desenvolvimento adequado à aprendizagem daquela noção progridem rumo à sua construção, tendo como elemento facilitador o exercício das estruturas mentais disponíveis para tal.

É este o caminho que pretendemos trilhar neste nosso trabalho. Os estudos epistemológicos realizados por Piaget, que resultaram na teoria da ontogênese do

conhecimento, serão o referencial para nossas investigações. Não se trata, no entanto, de comprovar ou não suas conclusões. A questão da aprendizagem aqui proposta não se fazia presente nos estudos piagetianos, mas os resultados daquelas investigações serão importantes subsídios para o presente estudo.

Para Piaget, a construção do conhecimento no homem resulta de um funcionamento contínuo do seu organismo em interação com o mundo exterior através das experiências por ele vivenciadas. Tal funcionamento leva à construção das estruturas cognitivas, através de uma atividade mental organizada. Essas estruturas mentais, criadas pelo próprio funcionamento do indivíduo, em vez de definir os elementos do conhecimento isoladamente ou justapostos, têm a propriedade de caracterizá-los pelas relações operatórias que mantêm entre si. Essa abordagem do funcionamento intelectual está intimamente relacionada com as estruturas matemáticas, desenvolvidas pelos estudos do grupo Bourbaki, que têm, portanto, um papel fundamental na interpretação piagetiana do funcionamento inteligente. Essas estruturas são conjuntos nos quais se definem operações dotadas de determinadas propriedades. Dependendo dessas propriedades, as estruturas são algébricas - cujo protótipo é o GRUPO - ou de ordem, das quais uma variedade hoje muito utilizada é o RETICULADO, ou ainda estruturas TOPOLÓGICAS. Estas são as estruturas que, segundo Bourbaki fundamentam as Matemáticas (como se diz na obra "A Arquitetura das Matemáticas").

Piaget, então, relaciona a natureza das estruturas operatórias às formas de funcionamento da inteligência do indivíduo diante de um objeto do mundo exterior, de acordo com as operações e propriedades deduzíveis do seu comportamento. Podemos, a fim de compreender essa natureza, estabelecer um confronto entre os processos perceptivos e os inteligentes:

Segundo Piaget, o processo intelectual tende a uma ¹equilibração progressiva da coordenação das ações que são, em princípio, somente materiais e sensoriomotoras, isto é, sem intervenção da função simbólica. Vão, depois, por um processo de conciliação entre duas funções antagônicas - assimilação e acomodação - alcançando a adaptação intelectual. Essa função (adaptação) provoca interferências nas ações, as quais vão se organizando em esquemas que tendem a comportar certas estruturas de totalidade. Ou seja, a inteligência do indivíduo funciona de modo a se acomodar ao dado exterior, o que provoca uma tendência à otimização operatória, no sentido de tornar possível a assimilação daquele dado exterior pelo organismo em funcionamento. Desse processo de assimilação-acomodação resulta um avanço qualitativo, em termos de aquisição de conhecimentos e de disponibilidade para tornar outros dados exteriores familiares aos esquemas cognitivos que constituem a estrutura mental do indivíduo. Assim, as ações se interiorizam progressivamente e com a integração da função simbólica passam, depois de uma fase de

transição entre o ato físico e a representação, a se constituir em operações propriamente ditas, numa forma típica de estrutura de conjunto, característica de comportamentos superiores, evolutivamente falando, àqueles iniciais de nível sensoriomotor. Essas operações mentais são analisadas por Piaget sob o ponto de vista das estruturas definidas por Bourbaki.

Desta forma, enquanto os processos perceptivos (ações sensoriomotoras) são em sua maior parte observáveis e irreversíveis, os operatórios têm como característica a reversibilidade operatória. Esta, no entanto, não se estabelece abruptamente: há uma fase preparatória, durante a qual o indivíduo raciocina mais sobre as configurações do que sobre as transformações (comportamento comum dos indivíduos em estágio não-operatório, com os quais interagimos neste nosso trabalho) e, para ele, trata-se de aprender a pensar sobre o que se passou quando executou determinada ação. A representação, por ser ainda emergente durante toda a fase de transição, não chega a facilitar a reversibilidade e, por conseguinte, a conservação da distância, do comprimento, da área, do volume, da massa, etc. Mas é a partir daí que um jogo cada vez mais freqüente de regulações conduz a uma compensação progressiva das distorções configuracionais devidas à irreversibilidade inicial, anunciando a reversibilidade operatória.

A manifestação das primeiras operações sistemáticas é um prenúncio do estado de equilíbrio ao qual tendia o

pensamento durante a fase precedente. É necessário que se observe essa relação de equilíbrio progressivo entre as fases pré-operatória e operatória entendendo-se que este último período não tem um começo absoluto. As operações antes emergentes têm agora a característica de serem ações interiorizadas mentalmente. Têm reversibilidade, isto é, podem se desenvolver em "mão dupla" ; a compreensão de uma delas implica na compreensão da outra e reciprocamente. Há solidariedade num sistema, isto é, não existe operação isolada, já que uma ação isolada é de sentido único, não sendo, portanto, uma operação.

A reversibilidade é a lei fundamental das composições relativas ao comportamento operatório. No entanto, essa reversibilidade se apresenta desde os esquemas sensoriomotores, sob as formas complementares de inversão e reciprocidade. Quando essas duas formas de reversibilidade chegam a uma síntese, a um sistema único, é alcançado o nível das operações formais, que se identifica com o grupo das quatro transformações INRC, o qual não abordaremos aqui por não se tratar da problemática deste trabalho.

Pelo que se pode apreender de sua obra, o interesse persistente e dominante de Piaget está na perspectiva evolutiva do comportamento humano; no estudo das mudanças ontogenéticas, do ponto de vista qualitativo. Para ele, o comportamento humano adulto não pode ser plenamente compreendido sem essa perspectiva evolutiva.

As mudanças comportamentais de um funcionamento menos avançado para um mais avançado é sempre feita levando-se em consideração as características dominantes de cada um dos estágios, descritas em função daquelas dos níveis precedentes e dos subseqüentes.

As diferentes características estruturais descritas para os níveis de desenvolvimento foram, durante mais ou menos vinte anos da carreira de Piaget, definidas através dos conceitos de animismo, artificialismo, egocentrismo, pré-causalidade, sincretismo, justaposição etc. Mais tarde, com a introdução do grupo de deslocamentos e dos agrupamentos, as características estruturais foram se delineando em termos da lógica algébrica. Não que houvesse uma tendência a rejeitar as interpretações anteriores, mas uma tentativa de expressar, através das estruturas matemáticas, a essência dessas propriedades da organização do pensamento. "O indivíduo que dispõe da estrutura de agrupamento demonstra, como decorrência dessa estrutura, dentre outras faculdades, a de possuir reversibilidade de pensamento, relativa ausência de egocentrismo e capacidade para sintetizar em vez de sobrepor dados". (Flavell, 1986).

Um conjunto específico de elementos é dito um GRUPO quando tem nele definida uma operação binária (que indicaremos *), dotada de certas propriedades:

1- FECHAMENTO: o elemento resultante da operação aplicada a dois elementos quaisquer do sistema é ainda um

elemento desse conjunto.

2- ASSOCIATIVIDADE: considerados três elementos A, B e C do conjunto, operar C com o resultado obtido de operar A com B é o mesmo que operar A com o resultado da operação de B com C. Ou seja: $(A * B) * C = A * (B * C)$.

3- IDENTIDADE: no conjunto dos elementos existe um e um só elemento identidade, que em operação com outro qualquer elemento do conjunto, deixa esse elemento inalterado, isto é: $A * I = I * A = A$, onde A é um elemento qualquer do conjunto e I é o elemento identidade (também chamado elemento neutro) para a operação *.

4- INVERSO: dado um elemento do conjunto, existe, segundo a operação definida, um outro elemento também do conjunto, chamado inverso, de modo que ao se operar estes dois elementos, resulta o elemento identidade.

Se para todos os X e Y pertencentes ao conjunto, a propriedade comutativa ($X * Y = Y * X$) se verificar, dizemos que o Grupo é Comutativo ou Abelianos. A maior parte dos grupos descritos por Piaget relativamente ao desenvolvimento sensório-motor e operatório parecem ser não-Abelianos.

Para compreender a teoria piagetiana sobre o desenvolvimento cognitivo nas etapas das operações concretas e

formais, supõe-se a compreensão relativa à natureza e ao funcionamento de estruturas algébricas formais, no contexto do pensamento operacional concreto.

Segundo Piaget, determinadas estruturas lógico-matemáticas constituem bons modelos de como o sujeito se organiza durante o processo de cognição correspondente a meados e final da infância. Não se trata de utilizar a Matemática para quantificar resultados de comportamento (como no caso de um tratamento estatístico dos resultados de um teste), mas de utilizá-la de modo basicamente qualitativo para caracterizar processos e estruturas psicológicos.

Na tentativa de encontrar modelos de cognição, Piaget e seus colaboradores formularam sistemas lógico-matemáticos que julgaram ser adequados. Trata-se dos AGRUPAMENTOS, que é uma hibridação entre o GRUPO e o RETICULADO. Há, segundo Piaget, nove Agrupamentos que caracterizam a estrutura cognitiva do sub-período operacional concreto. Num deles a relação envolvida é a de igualdade; é considerado um agrupamento menor, preliminar. Em outros quatro, as operações são entre classes e os quatro restantes se referem a operações de relação.

Estes mesmos agrupamentos se aplicam também à organização do que Piaget chama de operações infralógicas, as quais dizem respeito às relações de posição e distância (topológicas) e às relações entre parte e todo nas configurações ou objetos concretos. Para as operações lógicas, as

considerações topológicas, espaciais e temporais são irrelevantes. Os Agrupamentos, seja para as operações lógicas, infralógicas ou as que se relacionam com valores e relações interpessoais (pois estas também têm propriedades de agrupamento), referem-se a um conteúdo que essencialmente requer o que é chamado "quantificação intensiva". Isto significa que é possível, por exemplo, sem conhecer a dimensão das classes, saber que uma está contida na outra, pelo fato de ser aquela uma parte desta.

Além dos nove agrupamentos, há dois grupos que surgem no período das operações concretas, ambos se referindo a operações aritméticas: a soma de números inteiros e a multiplicação de números positivos, inteiros ou fracionários. Juntos, esses dois grupos e os nove agrupamentos, têm suas analogias com a área infralógica, ou seja, com a mensuração espacial ou temporal, através de uma unidade fixa de medida (v. Piaget et alii, 1960). A abrangência desses grupos e agrupamentos permite o que se chama de "quantificação extensiva", isto é, comparações precisas entre a parte e o todo, bem como entre as partes ou subclasses.

A fim de caracterizar os agrupamentos, é necessário explicitar a idéia do que seja um RETICULADO. Vimos que um Grupo é uma estrutura abstrata composta de um conjunto de elementos e uma operação definida entre esses elementos, de tal modo que as propriedades de fechamento, associatividade, identidade e reversibilidade se mantêm válidas.

Um RETICULADO é uma espécie diferente de estrutura. Entre os elementos do conjunto se estabelece uma relação (que não é uma operação no sentido usual), por exemplo, a inclusão de classes, simbolizada por $\subset$ ou $\supset$. Para ilustrar essa relação podemos tomar um exemplo simples na geometria plana: Seja A a classe dos polígonos e B a classe dos quadriláteros. Diríamos que $B \subset A$ (B está contida em A). Verificando as duas classes A e B em relação à hierarquia de classes como um todo, vemos que é possível definir a menor classe da hierarquia que contém A e B. Neste caso, é a própria classe A dos polígonos, já que todo polígono é um polígono e também todo quadrilátero é polígono. A expressão desta relação num simbolismo lógico seria:

$$A + B = A \text{ ou } A \cup B = A$$

(soma ou união lógica de A com B é A)

Esta classe menor, que inclui ambos os membros (A) é denominada, na teoria do reticulado, limite superior mínimo (l.s.m.) dos dois elementos considerados.

Analogamente, define-se limite inferior máximo (l.i.m.). A maior classe que está contida em ambas as classes consideradas, como no exemplo anterior, é representada por B (pois todo quadrilátero é polígono):

$$A \times B = B \text{ ou } A \cap B = B$$

(produto ou intersecção lógica de A com B)

Pode-se definir Reticulado de uma forma satisfatória para nossos propósitos: é uma estrutura composta de um

conjunto de elementos e de uma relação tal que dois elementos quaisquer têm um l.i.m. e um l.s.m.

Uma estrutura de reticulado não é definida apenas pela hierarquia de classes. Considere-se, por exemplo, a relação $<$ (menor que) no conjunto dos números inteiros positivos e estaremos definindo uma estrutura de reticulado, que é particularmente adequada para representar certas operações lógicas de classes. Por esta razão, Piaget fundiu o Grupo com o Reticulado para definir seus AGRUPAMENTOS.

Um Agrupamento é dotado de cinco propriedades fundamentais que definem sua estrutura. Destas, as quatro primeiras pertencem à estrutura de Grupo e a última ao Reticulado. Como é uma estrutura, o Agrupamento tem como componentes essenciais um conjunto de elementos e uma operação nele definida.

AGRUPAMENTO I - SOMA PRIMÁRIA DE CLASSES

A operação básica deste agrupamento é a soma lógica de classes (união, complementariedade). Trata-se de classes, subclasses e seus complementares (no sentido lógico), com as operações e inter-relações essenciais entre aquelas operações presentes na cognição de hierarquias simples de classes. Os elementos são equações de soma lógica do tipo $A + A' = B$ ou $C - B' - A' = A$ etc, muito embora Piaget trabalhe, quando é conveniente, com elementos

isolados - o que não interfere na generalidade, uma vez que o resultado de uma equação desse tipo é um elemento isolado. Então a operação que caracteriza o agrupamento é essencialmente a combinação (ou soma) dessas equações.

As propriedades de Fechamento (ou composição), Associatividade, Identidade Geral (relativa ao Grupo) e Reversibilidade são verificadas.

A propriedade de IDENTIDADES ESPECIAIS (esta relativa ao reticulado) é colocada como acréscimo ao Grupo e faz da presente estrutura um AGRUPAMENTO. Este difere do Grupo na medida em que possui elementos que, em circunstâncias especiais, podem desempenhar o papel de elementos-identidade. Assim, não há um único elemento identidade, como no Grupo. Por exemplo, ao se tratar da soma lógica (ou reunião) de duas classes tais que uma esteja contida na outra, resulta sempre a maior. A contida faz o papel de elemento identidade, relativamente àquela que a contém, com respeito à operação considerada. Ou seja, se $A \subset B$, então $A \cup B = B = B \cup A$. Desta forma, uma classe, com relação à soma lógica, desempenha o papel de elemento identidade em relação a qualquer classe que lhe seja hierarquicamente superior. Como caso particular, tem-se que todo elemento é identidade de si próprio.

Assim, além do elemento identidade comum ao próprio Grupo, que é chamado Identidade Geral, o Agrupamento possui identidades especiais (derivadas do reticulado), que

podem ser definidas da seguinte maneira: toda classe desempenha o papel de identidade de si mesma (propriedade chamada tautologia) e das classes que lhe são superiores.

No caso do Agrupamento I, uma equação como foi definida pode desempenhar o papel de identidade especial quer em relação a si mesma, quer em relação a outra equação qualquer cujo resultado seja uma classe superior àquela.

Percebe-se que o Agrupamento é uma estrutura nova e única, já que, sendo parcialmente grupo e parcialmente reticulado, no seu conjunto não é Grupo nem Reticulado. Esta quinta propriedade não é acrescentada ao grupo arbitrariamente; sua inclusão é necessária a uma estrutura que abrange classes e relações. Na estrutura de Grupo não há identidades especiais porque os elementos do Grupo se repetem, quando se trata, por exemplo, da soma de números inteiros (vejamos: $2 + 2 = 4$). Isto não ocorre quando se somam classes ($A + B$ pode ser igual a A ou B e $A + A$ é igual a A e não $2A$).

A inclusão da quinta propriedade, embora necessária, faz com que o Agrupamento se torne uma estrutura desordenada, em que se têm que considerar as exceções às regras gerais. A propriedade das identidades especiais impõe restrições à generalização da propriedade associativa.

A falta da possibilidade de generalização e a necessidade de inserções de regulações adicionais na definição formal da estrutura de Agrupamento mostram sua falta de

simplicidade e de elegância do ponto de vista matemático.

Este Agrupamento tem, particularmente, duas propriedades que caracterizam a criança do período operacional concreto e a distinguem do pré-operacional. Pode-se dizer que a criança mais velha é mais livre e flexível quando se trata de compor e decompor classes numa hierarquia, sendo capaz de combinar as classes tanto em ordem ascendente quanto em ordem descendente. Pode ainda, o que reforça o que se afirmou quanto à flexibilidade de seu pensamento, dispensar uma hierarquia determinada e criar outra, com as mesmas classes - comportamento provido de reversibilidade e mobilidade. Em outras palavras, o comportamento operacional sugere a existência de uma estrutura definida no Agrupamento I. Também, a criança mais velha parece possuir uma noção mais clara da relação entre as subclasses e a classe que as contém do que a criança do período pré-operacional (que pode possuí-la em menor grau ou não possuí-la). Ao domínio dessa relação de inclusão é atribuída, por Piaget, uma importância muito grande, pois ela se refere à capacidade de perceber as subclasses e as classes superiores que as contêm numa relação de equilíbrio reversível. Por exemplo, sejam $A \subset B$ e A' o complementar de A relativamente a B. Então $A \cup A' \leftrightarrow B$ (composição e decomposição de subclasses complementares). Está também implícita aqui a compreensão da propriedade reflexiva da igualdade, de grande importância para as análises que serão feitas do comportamento de nossos sujeitos.

Aquelas classes A e A' podem ser percebidas como

subclasses de B e simultaneamente como classes individuais, ou seja, a criança é capaz de pensar no todo e nas partes simultaneamente. Isto significa que quando pensa A e A' como classes individuais, ela não se esquece de que são também partes do todo B. Quando pensa em B, não se esquece de que esta é também a soma lógica de A e A' e, portanto, $B = A + A'$. As dificuldades que a criança do período pré-operacional tem em relacionar o todo com suas partes (inclusão) se manifestam em muitos dos experimentos feitos por Piaget (v. Piaget 1952, caps. VII e VIII).

Os comportamentos manifestos indicam que, em essência, a criança não está dotada de um sistema de operações de classes que seja móvel e reversível e que lhe faculte ter em mente o todo e as partes ao mesmo tempo.

AGRUPAMENTO II - SOMA SECUNDÁRIA DE CLASSES

Neste agrupamento os elementos são classes A_1, A_2 etc, de um mesmo universo B, tais que o complementar de uma delas contém todas as outras classes. As classes são, portanto, disjuntas duas a duas. Evidentemente, vale para todas elas a equação $A_x + A'_x = B$, onde A'_x é a classe complementar de A_x com relação a B. As propriedades estruturais de Grupo se verificam nesta estrutura e há vários tipos diferentes de tautologias e de absorções (identidades especiais). Verifica-se aquela trivial em que um elemento ope-

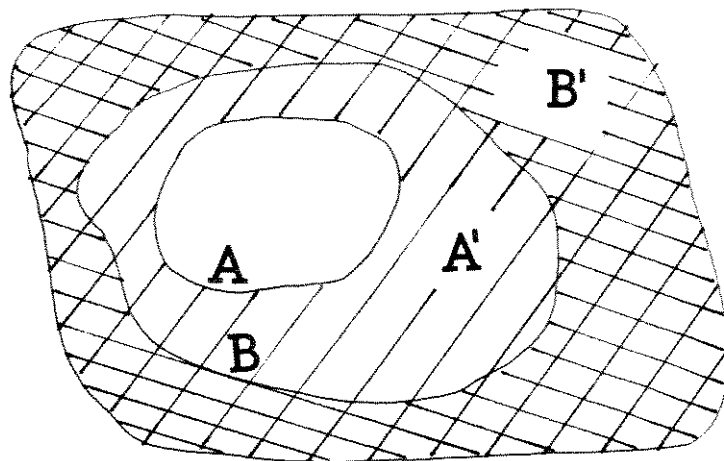
rando (pela soma lógica) consigo mesmo resulta ele próprio :

$$\begin{matrix} A & + & A & = & A & , & A' & + & A' & = & A' & \text{etc.} \\ x & & x & & x & & x & & x & & x \end{matrix}$$

Também temos que $A + B = B$ e ainda $A + A' = A'$,
já que A' contém A .
x

As correspondências entre esta estrutura de Agrupamento e o comportamento cognitivo da criança no período operacional concreto se referem às diferentes classes que ela é capaz de fazer, dada uma certa coleção de objetos. Estas classes resultam em equações do tipo descrito acima.

Estudos de Piaget demonstram que a criança em idade escolar passa por um processo de compreensão crescente das classes complementares (A' é tudo o que é B sem ser A). Com a compreensão dessas classes complementares será possível para uma criança no nível das operações formais, compreender que se $A \subset B$ então $A' \supset B'$, ou seja, se A está contida em B , o que é não- A contém o que é não- B .



AGRUPAMENTO III - MULTIPLICAÇÃO BIUNÍVOCA DE CLASSES

Falou-se até agora de soma de classes. Há também a possibilidade de multiplicá-las e de dividi-las. Esta divisão diz respeito à separação de um universo em classes não necessariamente disjuntas duas a duas, segundo determinados atributos. Esta multiplicação é a multiplicação lógica, ou intersecção e trata-se de definir as classes cujos elementos pertençam simultaneamente a duas (ou mais) classes que foram determinadas por atributos diferentes. São os elementos de A e de B ao mesmo tempo.

Piaget relaciona as operações definidas neste agrupamento com a construção do conceito de número. Mas trabalhou em muitos experimentos relacionados com a solução de problemas em que estava implícita a intersecção ou produto lógico de classes.

AGRUPAMENTO IV - MULTIPLICAÇÃO UNÍVOCA DE CLASSES

O Agrupamento III trata da multiplicação biunívoca, isto é, correspondência um-a-um entre elementos de duas ou mais classes. Na multiplicação co-unívoca um elemento de uma classe é colocado em correspondência com mais que um elemento de outras classes.

Em relação a este agrupamento não consta que tivessem sido feitos experimentos.

AGRUPAMENTO V - SOMA DE RELAÇÕES ASSIMÉTRICAS

Até aqui, nos agrupamentos de I a IV, as operações eram realizadas sobre classes lógicas. Nos Agrupamentos de V a VII as operações serão de relações de ordem.

Este Agrupamento trata das relações assimétricas, ou seja, se A está relacionado com B, então B não está relacionado com A. (por exemplo, a relação "maior que"). As composições assim definidas, são transitivas, ou seja, se $(A \text{ -- } r \rightarrow B)$ e $(B \text{ -- } r \rightarrow C)$ então $(A \text{ -- } r \rightarrow C)$.

Como as relações envolvidas são assimétricas, fica estabelecida entre as classes relacionadas, uma "diferença ordenada" (não exatamente no sentido usual da diferença quantitativa, mas qualitativa). Ordenada porque as diferenças se dão numa determinada direção ou sentido; como se disse, $(A \text{ -- } r \rightarrow B)$ é diferente de $(B \text{ -- } r \rightarrow A)$. Por exemplo: $(A > B)$ é diferente de $(B > A)$.

O Agrupamento V descreve a soma (ou subtração) lógica dessas diferenças (relações assimétricas) ordenadas numa série. Essas diferenças satisfazem, sobretudo, o critério de transitividade. De fato, sejam A, B, C, D etc, classes ligadas por alguma relação assimétrica, possível de se expressar através do diagrama:

$$\begin{array}{l} A \text{ -- } r \rightarrow B \text{ -- } r' \rightarrow C \text{ -- } r'' \rightarrow D \text{ etc.} \\ \text{----- } r+r' \text{ -----} \rightarrow \\ \text{----- } (r + r') + r'' \text{ -----} \rightarrow \end{array}$$

As relações assimétricas têm a propriedade comum com as classes. Por exemplo, sabendo-se que A_1 e A_2 são subclasses de B , podemos garantir que $A_1 < B$ e $A_2 < B$, sem saber as dimensões de A_1 , A_2 e B . Esta é a propriedade da quantificação intensiva mencionada anteriormente (< aqui significa inclusão).

As propriedades formais do Agrupamento V se assemelham, de certo modo, às do Agrupamento I. O princípio da composição se mantém sob a forma usual. Para ilustrar, consideremos o esquema anterior, em que r , r' , r'' , $r + r'$ e $(r + r') + r''$ são as diferenças dadas pelas relações assimétricas entre as classes indicadas. Podemos dizer, por exemplo, que A se relaciona com C pela relação composta $r + r'$ (+ aqui significa soma lógica), que A se relaciona com D pela relação composta $r + r' + r''$ etc, sem qualquer medida de magnitude real das diferenças r , r' etc.

A associatividade e as identidades especiais também continuam válidas:

- associatividade: $(r + r') + r'' = r + (r' + r'')$
- tautologia: $r + r = r$
- absorção: $r + (r + r') = r + r'$

As formas de reversibilidade e de identidade geral assumem uma forma diferente daquelas dos Agrupamentos I e II. O inverso da diferença ordenada $A \dashv r \rightarrow B$ não é sua negação, nem $A \dashv r \rightarrow B$, mas a RECÍPROCA (exemplo: em vez de A "é menor que" B , pode-se dizer B "é maior que" A), que

implica em:

se $A \xrightarrow{r} B$ e $B \xrightarrow{r} A$ então $A = B$

Desta forma, a propriedade de reversibilidade das estruturas operacionais concretas assume duas formas diferentes : a Negação no caso das classes e a Reciprocidade no caso das relações. Analogamente, há as diferenças na natureza da identidade geral. No Agrupamento I a identidade geral é a "ausência de classes" (que corresponde à classe vazia), enquanto que no V, a identidade não é a "ausência de relação", mas a "Relação de Equivalência", ou seja, uma relação de "ausência de diferenças", que indicaremos por $\equiv$ ou $\longleftrightarrow$.

Com relação a este Agrupamento V, a operação fundamental é a seriação, isto é, a disposição dos elementos numa série transitiva e assimétrica (por exemplo, $A < B < C < D$ etc). No período pré-operatório as crianças, segundo os estudos feitos por Piaget (cf. Piaget, 1952), têm uma grande dificuldade para compor as séries. Também realizou estudos especificamente quanto à transitividade das séries assimétricas, concluindo que a diferença fundamental no nível pré-operatório é devida à incapacidade da criança para perceber que cada elemento numa série assimétrica deve ser considerado ao mesmo tempo quanto às relações direta ($\rightarrow$) e inversa ($\leftarrow$). Por exemplo, ao se considerar a relação $<$, o elemento B deve ser, ao mesmo tempo, maior que A e menor que C para se localizar entre eles na série. A criança do período pré-

operacional é incapaz de perceber a reversibilidade inerente aos sistemas de relações assimétricas.

AGRUPAMENTO VI - SOMA DE RELAÇÕES SIMÉTRICAS

Este Agrupamento trata de composições aditivas de vários tipos, bastante diversos, de relações simétricas, como por exemplo, "irmão de ", "amigo de " etc. Os experimentos se referem quase que somente à aquisição da propriedade de simetria dessas relações, o que significa que se $A \rightarrow B$ então necessariamente $B \rightarrow A$. A criança, no período pré-operacional tem dificuldade para admitir tal simetria.

AGRUPAMENTO VII - MULTIPLICAÇÃO BIUNÍVOCA DE RELAÇÕES

Este Agrupamento abrange multiplicação termo a termo de duas ou mais séries assimétricas. É rico em expressões comportamentais. Trata-se de perceber os elementos de uma classe como possíveis de serem ordenados segundo uma matriz de dupla entrada, referente a duas relações dadas, o que significa classificar os elementos segundo dois atributos, simultaneamente. Tem relação, evidentemente, com a intersecção lógica. Há várias tarefas propostas por Piaget nos seus experimentos cujas soluções supõem a multiplicação de relações de acordo com a matriz de dupla entrada. É o que

ocorre com os estudos sobre "conservação", ou seja, aqueles em que alguma igualdade (quantidade, volume, área, etc) é mantida a despeito de alguma transformação que se lhe aplica. Por exemplo, derramando-se o conteúdo de um copo de pequeno diâmetro num outro copo mais baixo e de maior diâmetro, a coluna do líquido é agora mais baixa que antes "e" (multiplicação lógica) mais larga. Consideradas as proporções, as quantidades são iguais. Como é comum à criança pré-operacional não levar em conta as proporções e a simultaneidade dos atributos, ela afirmará que no copo mais alto há mais líquido.

AGRUPAMENTO VIII - MULTIPLICAÇÃO COUNIVOCA DE RELAÇÕES

Com relação aos Agrupamentos IV e VIII não consta que tivessem sido extraídos da observação dos modos de expressão da conduta infantil. Não se tinha conhecimento de dados experimentais significativos para a verificação dos referidos agrupamentos, no pensamento operatório concreto da criança. Assim, acredita-se terem sido criados por descreverem estruturas cognitivas consideradas logicamente possíveis por Piaget. Não foram, portanto, até onde se sabe, estruturas empiricamente descobertas.

AGRUPAMENTO PRELIMINAR DE IGUALDADES

Este é o Agrupamento chamado mais simples ou preliminar, mas fundamental. É um caso particular dos Agrupamentos precedentes. Refere-se à soma de um tipo particular de relações simétricas: a igualdade ou "equivalência pura". São composições do tipo: se $A = B$ "e" $B = C$, então $A = C$ (associatividade). Se $A = B$ então $B = A$ (comutatividade ou relação inversa). Sempre $A = A$ (reflexiva ou identidade geral). Cada igualdade desempenha o papel de identidade especial em relação a si mesma: se $A = B$ e $A = B$, então $A = B$; também se $A = B$ e $C = D$ então $C = D$.

A criança no período pré-operacional tem, como foi dito, dificuldade para assumir a transitividade de relações assimétricas, isto é, se $A < B$ e $B < C$, então $A < C$. O mesmo se verifica para o caso das igualdades. É difícil, para ela, a partir das igualdades $A = B$ e $B = C$ concluir que $A = C$.

Todos os referidos Agrupamentos trazem relevantes implicações para o presente estudo, como será possível constatar ao considerar nossas análises. Porém, não esgotam a problemática em questão. Consideramos de grande importância levar em conta outros sistemas presentes no período das operações concretas: os Agrupamentos Infralógicos, os Grupos Aritméticos e os Procedimentos de Mensuração.

AGRUPAMENTOS INFRALÓGICOS

É fato que os Agrupamentos Lógicos receberam maior atenção nas obras de Piaget, embora sejam bastante importantes na forma como o pensamento operatório concreto é por ele conceituado. É feita a distinção entre operação lógica e infralógica durante o período operacional concreto (v. Piaget et alii, 1960). As operações lógicas de classificação, seriação e correspondência multiplicativa têm a propriedade de se aplicar a conjuntos de objetos descontínuos. Não tem importância o fator espaço-temporal entre os objetos e essas operações não requerem modificação dos objetos em termos de alteração da estrutura ou da localização espacial. Não é necessário, quando se faz a operação de classificação, por exemplo, que haja proximidade dos elementos.

Já as operações infralógicas, embora formalmente sendo semelhantes às lógicas (e evolutivamente contemporâneas), possuem propriedades distintas daquelas mencionadas. Para tomar um exemplo compatível com a classificação citada acima, consideremos um objeto que seja composto de partes (um quebra-cabeça). O comportamento de juntar (operação direta) e separar as partes (operação mentalmente inversa) é formalmente semelhante à manipulação dos objetos quando da classificação. No entanto Piaget destaca diferenças que, para ele, são fundamentais. Trata-se, em primeiro lugar, da continuidade no caso da figura composta; as partes, quando separadas, não têm a identidade que têm os objetos no caso

de pura classificação. A existência da figura requer a proximidade das partes e posições bem definidas. Assim, os conteúdos infralógicos têm caracteres fundamentais que são o espaço-temporal e a continuidade, dos quais os conteúdos lógicos são desprovidos (cf. Piaget et alii; 1941).

Piaget considera os agrupamentos infralógicos como estruturalmente homólogos aos lógicos: "caracterizam a estrutura cognitiva dos anos intermediários da infância, cujas operações se aplicam ao mundo físico de todos e partes espaço-temporais, de posições e deslocamentos espaciais, temporais, etc." (Flavell, 1986: 201).

As operações aritméticas são caracterizadas por estruturas de Grupo, que são, por sua vez, sínteses de determinados Agrupamentos. Por exemplo, o Grupo Aditivo de números inteiros é a síntese da adição de classes (Agrupamento I) e das relações assimétricas (Agrupamento V); o Grupo Multiplicativo de números positivos é uma síntese da multiplicação biunívoca de classes (Agrupamento III) e de relações (Agrupamento VII). Assim, a noção de número é vista como uma síntese das operações lógicas, sem a aquisição das quais é impossível sua apreensão operacional.

Enquanto as operações lógicas e infralógicas foram chamadas intensivas (por exemplo, sabemos que $A > B$ sem saber "quanto maior"), os sistemas aritméticos possuem composições mais precisas. Por exemplo, se $2 + 3 = 5$, sabe-se que $5 > 3$ e que $5 > 2$. Além disso, sabe-se 'quanto' 5 é

maior que 3 e que 2. Ainda, $3 = 1 + 1 + 1$ e $2 = 1 + 1$ (os elementos de um Grupo "se repetem", como se disse); um dos elementos está sendo tomado como unidade.

Essa conversão dos elementos em unidades passíveis de repetição e quantificáveis numericamente resulta na operação aritmética. Analogamente, e este ponto é de especial interesse para nosso estudo, quando os elementos infralógicos (partes de um todo, por exemplo) se tornam unidades passíveis de repetição, é alcançada a operação de mensuração. Desta forma, a mensuração é uma síntese das operações infralógicas, assim como o número é uma síntese das operações lógicas.

A obra de Piaget e seus colaboradores é farta em experimentos sobre a capacidade de mensuração na criança. Em relação aos aspectos topológicos, projetivos e euclidianos, Piaget, Inhelder e Szeminska (1948) buscaram um aprofundamento nos seus estudos sobre o desenvolvimento das intuições espaciais da criança. Foi abordada a questão da medida e da Geometria métrica, com o objetivo de desvendar as reações espontâneas da criança no decorrer do desenvolvimento das noções de medida. A primeira parte dessa obra tratou de estudos sobre as reações espontâneas da medida e da representação dos deslocamentos. A segunda parte foi consagrada à conservação e à medida dos comprimentos e a terceira à construção métrica dos ângulos e das curvas. A quarta parte foi

dedicada às superfícies e aos volumes, sendo a quinta composta pelas conclusões que retratam as grandes etapas na formação do espaço métrico.

Pelo fato de ser o assunto específico do presente trabalho, o conteúdo da quarta parte é de especial interesse. Destina-se ao estudo das operações que tornam a criança apta a tratar com relações entre áreas e volumes. De acordo com os autores, "o medir transforma relações de ordem e de posição em relações métricas, mas as operações envolvidas são de multiplicação lógica." (op. cit.:260).

Também trata da mensuração a obra de Piaget e Inhelder (1956), que versa sobre o espaço topológico. Trata da evolução no processo de elaboração dos conceitos espaciais topológicos, projetivos e euclidianos.

Em toda sua obra sobre os temas de geometria Piaget e colaboradores contribuíram muito com a análise do desenvolvimento da criança enquanto aprende o mundo. Foi abordada a questão das estruturas e das operações que tornam a criança apta a construir as noções geométricas.

Esses dados foram obtidos através de pesquisas em que Piaget buscava saber, através de entrevistas baseadas no método clínico, as espécies de coordenação necessárias para tal.

Trabalhou simultaneamente com crianças de diferentes idades, definindo, pelos seus comportamentos, as opera-

ções próprias de cada nível. Estabeleceu, assim, os estágios ou níveis descritos a seguir no Capítulo II, em que levanta em cada um deles, pelas operações envolvidas, a presença ou ausência de conservação nessa noção.

Os aspectos da teoria piagetiana aqui descritos e outros relativos a uma grande variedade de noções, deram origem a inúmeros estudos sob os mais diferentes enfoques. No entanto, a noção de área foi pouco investigada e as pesquisas encontradas abordando este tema têm uma linha de análise onde os questionamentos se dirigem à possibilidade ou não de facilitar a aquisição da noção através da inclusão desta ou daquela variável. Outras tratam de comprovação dos dados encontrados por Piaget. Estão descritos a seguir alguns trabalhos enfocando a geometria e especialmente a noção de área:

Hirstein et alii (1979), colocam a importância da compreensão da área tanto como por si própria como pela sua utilização na vida diária. Ressaltam ainda sua importância para a compreensão nos outros vários campos da Matemática, em que se usa a geometria para expressar outros conceitos tais como frações, por exemplo. O propósito desse autor é identificar alguns falsos conceitos sobre área que são adquiridos pelas crianças. São dadas algumas sugestões diagnósticas para que os professores utilizem ao observar seus alunos trabalhando com a noção de área. Mostram como foram identificados os falsos conceitos, através de técnicas

de partição e recomposição de figuras. É feita uma abordagem comparando-se o conceito de área como "contagem" de unidades que cobrem o espaço com aquele que diz respeito à integração multiplicativa. É feita uma correlação entre as idades das crianças e a ocorrência dessas concepções: quanto mais velho o sujeito, mais se aproxima sua concepção da idéia multiplicativa.

Kerr (1979), ressalta a importância da geometria na vida real, no cotidiano. Ressalta também, através de exemplos, a sua importância e aplicabilidade nas mais variadas profissões. Propõe atividades para serem utilizadas por professores na escola elementar.

Wilkening (1979), faz uma importante abordagem sobre os julgamentos que as crianças e os adultos realizam sobre o conceito de área. Enquanto aquelas tendem a fazer julgamentos baseados na combinação aditiva da largura e da altura de um retângulo, estes tendem a seguir um modelo de integração multiplicativa. De acordo com Piaget, a multiplicação lógica das relações é uma das mais importantes operações cognitivas que levam a uma completa compreensão da conservação, própria do pensamento adulto.

Carpenter (1980), trata do reconhecimento, pelas crianças, de formas geométricas simples e da maneira como foi avaliada a familiaridade que elas tinham com tais figuras. Propõe tarefas aos sujeitos para que trabalhem com

congruência e simetria, analisando este conceito na criança. Analisa também as habilidades e conceitos de medida que são utilizados fora do programa de Matemática na escola, chegando à análise dos conceitos de perímetro, área e volume. Conclui que área no máximo é definida como o número de unidades necessárias para cobrir determinada região do plano e que há grande dificuldade das crianças para calcular áreas por multiplicação de várias dimensões lineares das figuras. Há, assim, quatro níveis cognitivos para ser avaliado o conteúdo de área: conhecimento, habilidade, compreensão e aplicação.

Hirstein (1981), apresenta este artigo como um complemento do anteriormente citado Hirstein et alii (1978). Trata também de falsos conceitos, mas centra a atenção nos conceitos de área e volume, o que é de especial interesse para o trabalho aqui desenvolvido. Esse mesmo autor faz comentários sobre o tempo destinado nas escolas para o desenvolvimento de fórmulas quando, na verdade, o aluno que tem o conceito de área e de volume é capaz de calculá-los sem fórmulas. Ressalta a importância de se começar a trabalhar com atividades de área já nos primeiros anos da escola elementar, esforçando-se para relacionar conceitos de área com "tamanho" de objetos. Enfatiza a importância de processos como iteração, adição, subtração, complementação e multiplicação de áreas como aspectos do processo de medida.

Hoffer (1981) trata dos níveis de desenvolvimento mental em geometria. Considera os seguintes níveis: reconhecimento, análise de propriedades, ordenação, dedução, rigor. Por outro lado, contesta a grande ênfase que os cursos superiores colocam em desenvolver habilidades nos estudantes para escrever provas formais. Defende aulas práticas, com Geometria natural. Explora conceitos geométricos informalmente, sem provas, capacita estudantes a estudar "brincando com as coisas", enquanto se prepara para aspectos mais formais. Dá ênfase ao fato de que se o professor se tornar consciente de como os estudantes aprendem Geometria, podem fornecer-lhes experiências de aprendizagem mais efetivas.

Sherard (1981) aborda as habilidades básicas em Matemática como aquelas que os adultos necessitam para interagir efetivamente na sociedade a que pertencem. Deveriam ser aquelas que levam o estudante a ter êxito como consumidor bem informado, como cidadão preocupado e como membro competente da força de trabalho. Coloca como habilidades básicas em Matemática, não somente aquelas que os adultos precisam para sobreviver, mas sim aquelas que são essenciais para experiência de vida bem vivida, independente e de bom êxito. Trata a Geometria como uma habilidade básica, na medida em que: é um importante auxílio para a comunicação, tem importantes aplicações nos problemas da vida real, tem aplicações importantes em tópicos de Matemática básica, dá uma preparação valiosa para cursos superiores, dá oportunidades para desenvolver a percepção espacial, é um veículo

para estimular e exercitar habilidades de pensamento geral e habilidades para solução de problemas. Ainda, há valores culturais e estéticos a serem derivados do estudo da Geometria.

Leon (1982) examina o uso pela criança da multiplicação e regras de proporcionalidade no julgamento de área. Trabalha com crianças de 7, 8, 9, 10 e 11 anos de idade. Analisa suas concepções de área e de proporcionalidade trazendo os resultados através de tarefas, análises gráficas e estatísticas. Trata das implicações da teoria de Piaget no desenvolvimento cognitivo, discutindo-as à luz dos resultados dessa experiência.

Battista (1982) faz um paralelo entre as medidas de comprimento e de área. Esta, ao contrário do comprimento, é medida indiretamente. Mostra como traz consequências indesejáveis o procedimento de tratar área com os alunos sempre tomando medidas lineares e inserindo nelas a fórmula de comprimento $\times$ altura. Ao analisar a área de figuras irregulares, as crianças tendem a calcular "as distâncias em volta" das figuras. O autor propõe então algumas atividades que podem favorecer os alunos no sentido de melhor compreender o conceito de área e das fórmulas de cálculo de áreas.

Hiebert (1984) aborda a questão da dificuldade que têm as crianças em aprender medidas de comprimento. Ques-

tiona a razão dessa dificuldade, já que as crianças são capazes de medir quando lhes são dadas régua graduada. Trata da questão da falta de compreensão, do conceito de medida fundamental, que dá significado ao que, sem ele, pode vir a ser uma rotina. Conclui, após aplicar várias tarefas às crianças, que a medida de comprimento esbarra em algumas "fragilidades básicas", como a falta de conservação e a falta de transitividade. O análise dos dados foi feita através de correlação entre falhas nas diversas tarefas. Concluiu, desta forma, que antes de envolver a criança com as habilidades ou técnicas de medida é preciso proporcionar experiências que favoreçam a conservação e a transitividade. Conclui apresentando uma crítica aos livros-textos sugerindo aos professores que os suplementem com as tarefas citadas.

Hart (1984) desenvolve uma investigação para descobrir se a conservação da medida de comprimento é ou não pré-requisito para a medida de área. Faz entrevistas com professores, aplica tarefas a alunos e compara com a teoria desenvolvida por Piaget e colaboradores. Termina com a conclusão de que, pelos resultados a que chegaram as crianças, o comprimento não é pré-requisito para a compreensão de área.

Suydam (1985) procura demonstrar que as idéias geométricas são ensinadas na escola elementar girando em torno do desenvolvimento do vocabulário e reconhecendo formas apenas. Faz uma proposta em que sugere aos

professores que usem mais material manipulável em três dimensões.

Burger (1985) se propõe a focalizar como o raciocínio pode ser desenvolvido através do estudo de formas bidimensionais, suas propriedades e as relações entre elas. Conclui que tópicos adicionais como mosaicos em forma de xadrez, deslocamentos e simetria, congruência, similaridade, construções geométricas e medida são altamente úteis ao desenvolvimento do raciocínio. Recomenda aos professores a utilização de material manipulável.

Mendes (1985) analisou processos de construção da noção de comprimento. Trabalhou com crianças em idade pré-escolar, utilizando o método clínico de entrevistas individuais. Identificou os aspectos em que as crianças se diferenciavam, bem como aqueles em que se assemelhavam, definindo categorias segundo os aspectos semelhantes. Baseou-se nos estágios definidos por Piaget e colaboradores.

Battista (1986) tem como objetivo discutir e ilustrar o uso de material manipulável para o ensino de geometria e instrução de medidas geométricas. Propõe também um exame do mundo físico onde os alunos devem identificar e discutir formas geométricas dentro e fora da classe. Conclui afirmando que o uso de material manipulável é imperativo no ensino de geometria.

Morallès (1986) detectou e analisou processos de aprendizagem emergentes em situações de ensino das noções de relação biunívoca e recíproca e conservação de quantidades descontínuas. Trabalhou com crianças em idade pré-escolar com base no método clínico de entrevistas individuais, baseando-se nos estágios definidos por Piaget e colaboradores nessas noções. Categorizou os processos de acordo com a qualidade de aprendizagem apresentada.

Miguel (1987) propõe aos professores de primeira a quarta séries do primeiro grau uma discussão de questões relacionadas à educação matemática na escola elementar. Apresenta, no que tange à noção de área, algumas atividades para serem propostas aos alunos, através de corte e colagem das partes obtidas. As partes devem formar uma figura diferente na forma, mas equivalente em área à primeira.

McDonald (1989) escolheu 20 sujeitos no nível das operações formais e 20 no das operações concretas, segundo Piaget, com relação a 13 conceitos geométricos e 10 expressões matemáticas relacionadas com razão, proporção e semelhança. Comparou os modos como os sujeitos trabalharam as questões, descrevendo as idiossincrasias encontradas. Tais diferenças foram reveladas comparando o desempenho dos sujeitos do nível das operações concretas com o dos sujeitos do nível formal.

No presente estudo também foi tratada a questão da construção da noção de área e sua conservação no sentido de saber se o todo era considerado invariante a despeito do rearranjo das partes. Os níveis evolutivos levantados por Piaget apontaram a direção a ser tomada no desenvolvimento desta investigação; foram tomados como referência e suporte para toda análise aqui desenvolvida. Entretanto, é importante ressaltar a questão que os diferencia.

Com base no conhecimento das operações próprias de cada um dos estágios definidos por Piaget, procurou-se aqui detectar as possíveis formas - ou, melhor dizendo, "algumas" das possíveis formas de evolução que os sujeitos individualmente apresentam quando lhe são proporcionadas atividades com vistas à aprendizagem da noção de área. Se não há evolução, em virtude de que se verifica essa impossibilidade? Quais operações necessárias para a operatoriedade não lhes estão sendo facultadas pelos esquemas mentais disponíveis?

As pesquisas atuais baseadas na teoria de Piaget, aqui analisadas, também tratam de problemáticas relativas à Geometria no que se refere ao ensino e à aprendizagem. É necessário observar, no entanto, que estas não abordam a questão de "como" se verifica a passagem de um a outro estágio, evolutivamente superior.

Na sua maioria, como Kerr, Carpenter, Hirsten, Hoffer, Battista, etc, são feitas propostas de como o professor deve trabalhar os conceitos geométricos na escola.

Doutros, como Sherard, falam de valores culturais, estéticos e sociais que seriam favorecidos pelo adequado conhecimento de geometria.

Doutros, como Hiebert, apresentam críticas a livros didáticos. Os trabalhos de Wilkening, Leon e Hart têm preocupações de ordem psicológica com respeito à aprendizagem de noções geométricas, mas se distanciam do presente estudo com relação aos objetivos propostos.

O trabalho presente não tem como objetivo avaliar quantitativamente os efeitos desta ou daquela variável na aprendizagem. Também não é testada a eficácia de uma proposta metodológica. O que se pretende é trazer um quadro de elementos que possam subsidiar aqueles que se propõem a analisar e repensar o ensino na escola elementar, à luz dos possíveis processos pelos quais passam as crianças em contato com situações de aprendizagem.

Os trabalhos de Mendes (1985) e de Moralles (1986) são semelhantes a este quanto à linha de pesquisa e análise. Os objetivos, embora relacionados com diferentes conteúdos, mostram-se também próximos ao adotado para o desenvolvimento deste estudo.

Mendes (1985) selecionou onze crianças em idade pré-escolar, de cinco a seis anos, nos níveis não-operatório ou intermediário de desenvolvimento. Com elas desenvolveu

processos de aprendizagem da noção de comprimento, através de entrevistas individuais baseadas no método clínico.

A duração média das entrevistas foi de dez minutos, nas quais se propuseram situações de aprendizagem com material especialmente construído, capaz de suscitar as operações pertinentes à aquisição da noção de área, através de atividades afins.

O número de entrevistas variou conforme o desenvolvimento dos processos dos sujeitos. As entrevistas foram transcritas em protocolos e posteriormente analisadas. Dessa análise foram derivados quatro grupos, segundo critérios qualitativos de aprendizagem: continuidade e descontinuidade, tempo de exposição às situações de aprendizagem, operatoriedade e não-operatoriedade na aprendizagem.

As categorias definidas segundo esses critérios são as seguintes:

- Processo Descontínuo e acelerado com aprendizagem operatoria

Deste grupo fazem parte três sujeitos, cujos processos se assemelham por terem manifestado condições de rapidamente exteriorizar comportamentos bastante elaborados, respondendo prontamente na direção operatoria em que se propuseram as situações de aprendizagem. Essa conduta emergiu sem que se pudessem detectar comportamentos dos níveis intermediários nessa noção. Observou-se, desta forma,

uma quebra na seqüência normal de manifestações que definem os estágios, o que permitiu ao autor classificar estes como processos "descontínuos".

Esse fato, ressalta o autor, não quer significar que, sendo o desenvolvimento intelectual um movimento que vai do desequilíbrio para o equilíbrio estrutural, passando por uma seqüência de estágios dos menos para os mais avançados, os estágios intermediários não estivessem presentes nos processos vividos pelos sujeitos: o que se afirma é que não se evidenciaram em suas verbalizações. Pelo fato de se tratar de uma aprendizagem em condições para esse fim elaboradas, é possível que se tivesse provocado uma aceleração no processo evolutivo, motivo pelo qual, ao nível de verbalização foram omitidas as manifestações relativas àqueles estágios.

- Processo contínuo e acelerado com aprendizagem operatória

Nesta categoria estão quatro sujeitos inicialmente classificados como não-operadores nesta noção. À medida que se foram desenvolvendo as sessões começaram a emergir comportamentos com indícios de aprendizagem operatória. Começaram, por exemplo, a apresentar sinais de compensação após um breve período de desequilíbrio. Instalou-se em seguida, sem resíduos de níveis evolutivamente inferiores, a conduta operatória em que se mantiveram. Através das justificativas observou-se a coordenação das ações propostas

durante as entrevistas.

Este grupo, ao contrário do anteriormente citado, foi chamado "contínuo" pelo fato de que se fizeram presentes todos os comportamentos dos níveis evolutivos intermediários.

- Processo contínuo e lento, com aprendizagem operatória

Este grupo se compõe de uma criança, cujo processo apresentou inicialmente um período de equilibração relativamente demorado até definir o estágio que as estruturas de que dispunha eram capazes de atingir com estabilidade e equilíbrio, para nele permanecer até o final do processo.

As manifestações iniciais eram baseadas na posição ocupada pelos objetos ao avaliar o comprimento do caminho por eles percorrido. Após a argumentação do entrevistador, passou a apresentar comportamentos ambíguos, ora com esboços de integração e compensação, ora com uma volta às considerações primitivas.

Tudo indica que, embora tentativas de coordenações mais elaboradas algumas vezes se fizessem presentes, não chegaram a traduzir uma coordenação sistemática. Dadas as flutuações dos comportamentos, os problemas eram colocados na busca de desencadear processos mentais talvez já presentes de maneira subjacente. Assim, houve, neste caso, uma variedade de situações, num processo longo de aprendizagem, com comportamentos finalmente operatórios.

- Processo lento com aprendizagem não-operatória

Neste grupo se encontram três sujeitos que após ser iniciado o processo, apresentaram um predomínio dos comportamentos iniciais durante longo período. Em seguida perceberam-se emergir, nas avaliações feitas pelas crianças, verbalizações semelhantes àquelas que se lhes ensinava nas sessões de aprendizagem. Estas, no entanto, estavam condicionadas à solicitação por parte do entrevistador, o que sugere a não-operatoriedade, dada a falta de espontaneidade. Observou-se um constante retorno às considerações originais sempre que não houvesse interferência do entrevistador. Também não se observou aplicação, em outras situações, das noções trabalhadas durante as entrevistas. Esses fatos permitiram ao autor afirmar que não se tratou de processo com aprendizagem operatória.

Com base nas análises dos processos foi possível, após a categorização, levantar discussões em termos das diferenças detectadas, apesar de se tratar de crianças inicialmente em níveis considerados homogêneos.

A princípio, todas as avaliações com relação aos comprimentos percorridos pelos objetos eram pautadas em critérios que priorizavam a posição dos mesmos. Em contato com as situações de aprendizagem, muitas das crianças abandonaram esse critério, dando espaço para considerações de ordem quantitativa. A maioria dos sujeitos manifestou evolu-

ção nesse sentido, mas com defasagens temporais e qualitativas que, segundo o autor, merecem considerações cuidadosas.

A aquisição das propriedades definidoras dos agrupamentos de Piaget puderam ser observadas no primeiro e no segundo grupos. Já no terceiro grupo não foi possível observar o surgimento de todos os comportamentos referentes às propriedades citadas acima - faltou a integração dos vários segmentos dos trajetos para compor um trajeto total (propriedade do fechamento). Também se notou a ausência da propriedade associativa. Às crianças do quarto grupo não foi facultada, pelos seus esquemas, a aquisição e integração das novas noções.

Observou-se, em todos os casos onde houve evolução, uma coerência com os postulados de Piaget sobre o desenvolvimento: um período inicial de desequilíbrio (mais longo ou mais breve), enquanto a acomodação e a assimilação se verificavam. As idiossincrasias foram consideradas da maior relevância. O autor ressalta os casos de crianças para as quais a ligação entre as situações colocadas e os seus esquemas mentais se procesou de modo natural, afirmando que essa "capacidade" se deve ao fato de que o indivíduo só é capaz de assimilar aqueles elementos que as acomodações já vivenciadas o prepararam para assimilar. Verificou que, em condições experimentais semelhantes, os mesmos fatores, introduzidos com condutas semelhantes, não produzem os

mesmos efeitos e essa discrepância parece se revelar diretamente relacionada com os níveis evolutivos dos sujeitos.

Moralles analisou processos desenvolvidos na aprendizagem das noções de quantidades descontínuas, relação biunívoca e recíproca e suas coordenações.

Trabalhou com dez crianças nas faixas etárias de cinco e seis anos, que vivenciaram experiências de ensino-aprendizagem com manipulação de material pertinente às operações implícitas nas noções em questão.

Utilizou o método clínico de entrevistas em sessões com duração média de quinze minutos e com número e intervalo de dias variáveis em conformidade com a evolução dos processos dos sujeitos. Transcreveu em protocolos e os analisou, categorizando-os segundo os critérios de qualidade da aprendizagem: grau de estabilidade-instabilidade nas diferentes fases do processo, continuidade-descontinuidade e resistência às estratégias de ensino.

Compuseram-se assim cinco grupos indicativos de formas e modos possíveis de aprendizagem das noções. As categorias têm as seguintes denominações e características:

- A descontinuidade possível num processo de aprendizagem

Neste grupo encontram-se os sujeitos cujos processos mostram, durante os primeiros encontros, uma leve instabilidade, seguida de uma fase breve de instabilidade mais

acentuada, com progressão para uma estabilidade de desempenhos compatíveis com a proposta apresentada, com a presença sucessiva de um retorno a procedimentos evolutivamente anteriores, tendo a característica de desconexão entre os desempenhos relativos às noções trabalhadas. A esses comportamentos seguiu-se a fase final relativamente curta em que os procedimentos foram compatíveis com os propostos nas sessões de aprendizagem. Apresentavam justificativas que evocavam a relação biunívoca entre os elementos.

Essas crianças, no entanto, não apresentaram verbalização ou ações espontâneas que indicassem a aplicação dos progressos obtidos durante as sessões. Este fato levou o autor à colocação de dúvidas quanto a considerar esses processos como representativos de aprendizagem realmente operatória. Fazem parte deste grupo dois dos dez sujeitos.

- Da resistência estável para a operatoriedade estável

Este grupo refere-se à criança que demonstrou, de início, alguns indícios de operatoriedade em relação às operações implícitas nas noções em questão, e em seguida, retraiu-se, manifestando durante um período mais longo, evidências de não-operatoriedade das noções. Nessa fase, apresentou intensa resistência às argumentações sobre suas contradições, o que configurou um período de estabilidade não-operatória. Quando reapresentou indícios de operar as noções, o fez abruptamente, sem passar por fase de instabilidade ou de nível intermediário. Nessa fase final

(estável), evocou algumas vezes a operação de relacionar biunivocamente os elementos do material com que trabalhava para justificar a equivalência das quantidades sob diferentes formas de apresentação. Demonstrou segurança nas afirmações, mas não apresentou ações ou verbalizações espontâneas, caracterizadoras de efetiva aprendizagem.

- A rápida instalação de uma longa instabilidade

Compõem este grupo três sujeitos que foram prontamente susceptíveis às contradições entre os seus juízos e os argumentos do entrevistador. A aprendizagem se processou com intensa instabilidade inicial, seguida de desempenhos estáveis e coerentes, que demonstraram a incorporação das noções. Para justificar a equivalência das quantidades independentemente das formas como estavam colocadas, recorreram a justificativas baseadas na correspondência biunívoca dos elementos. Tiveram manifestações espontâneas, com verbalizações de caráter operatório.

- Abreviação do processo pela curta permanência em cada uma das suas fases

Os sujeitos deste grupo demonstraram uma aprendizagem bastante rápida das noções. Após um curto período de resistência aos conflitos cognitivos aos quais foram expostos, passaram por uma rápida fase de instabilidade em que ora verbalizavam corretamente a conservação das quan-

tidades, ora fracassavam. A esse período seguiu-se um outro estável de operatoriedade. Evocaram muitas vezes as operações implícitas na relação biunívoca para as justificativas. As verbalizações ou ações foram frequentemente espontâneas, o que indicou tanto a operatoriedade nas noções quanto as coordenações dessas operações. Este grupo foi composto por três sujeitos.

- A aprendizagem através da atualização de conteúdos

Este grupo é composto por um sujeito que manifestou rápida incorporação das noções e coordenações em questão. Foi classificado inicialmente em nível intermediário, evidenciando desde o segundo encontro a disponibilidade de esquemas assimilativos bem equilibrados para incorporar as operações que lhe foram propostas. Essa assimilação evoluiu rapidamente evidenciando a articulação entre as noções, bem como a espontaneidade nas aplicações das operações a situações não exploradas pelo entrevistador. Esses procedimentos evidenciaram, segundo o autor, a ocorrência de atualização de conteúdo pelos esquemas disponíveis.

A partir dessa categorização, fruto de análise feita à luz dos postulados piagetianos sobre funcionamento, estruturas e movimento cognitivo, o autor constatou que a aprendizagem das noções de conservação de quantidades descontínuas, relações biunívocas e recíproca e suas

coordenações se processou sob diferentes formas, o que acusa a ocorrência de idiossincrasias ou pontos comuns nos comportamentos cognitivos de interação com dados do mundo exterior.

Essas idiossincrasias, ressalta o autor, não devem ser consideradas como comprovantes de diferenças de aptidão para assimilação das noções, mas simplesmente diferentes modos de assimilação. Se assim não forem consideradas, pode ser que se esteja contribuindo para instalar uma aversão à Matemática por parte das crianças.

Observe-se que tanto no trabalho de Mendes como no de Moralles a tônica das análises está na qualidade dos processos apresentados. Consideraram-se tanto as formas comuns quanto as idiossincrasias. A esses dois aspectos se dispensou a maior atenção, sendo assim possível traçar o perfil de cada um dos sujeitos, agrupando-os pela qualidade dos processos apresentados.

Tendo em vista a relevância dos resultados encontrados, optou-se, para desenvolver a presente investigação, por uma linha em essência semelhante à dos dois estudos anteriormente citados.

Também quanto às noções trabalhadas, convergem os trabalhos de Mendes (1985) e o atual, já que ambos abordam temas relacionados com geometria. Entretanto, há entre eles algumas diferenças fundamentais.

No primeiro, foram analisados processos de apenas onze crianças que se encontravam praticamente na mesma faixa etária. Assim sendo, tratou-se de considerar as semelhanças e diferenças nos seus modos de interagir com os novos dados, sem ter o objetivo de explicitar a ontogênese da noção, o que não fazia parte dos objetivos do trabalho.

Foi ampliado, para este estudo, tanto o número de crianças no total, quanto as faixas etárias dos sujeitos, acreditando-se ter desta forma um maior contingente de possibilidades.

Pretende-se, com a análise dos processos, através da observação de como se manifestam as crianças, traçar os múltiplos "cortes" da aquisição da noção de área. Isto significa dizer que, partindo de comportamentos não-operatórios, na medida em que se evidencie uma maior proximidade da operatoriedade da noção em questão, será possível detectar nas operações subjacentes o funcionamento intelectual. Tanto as formas comuns como as idiossincráticas darão um panorama de como se processa a aquisição da noção. Também nos casos em que não se verificar aprendizagem, será considerado importante perceber as razões desse "insucesso", em termos de estruturas mentais e das operações inerentes.

É nesse sentido que se propõe este trabalho. Analisando os processos particulares da construção da noção de área e sua conservação, serão descritas categorias que poderão ser vistas como exemplos de processos possíveis, na

medida em que darão subsídios para o traçado da ontogênese da noção de área.

Não faz parte dos objetivos a apresentação de propostas metodológicas, mas acredita-se que os exemplos poderão ser considerados como elementos importantes para aqueles que priorizam as tendências naturais da criança que apreende o mundo.

CAPITULO II

DELINEAMENTO DO TRABALHO

1. SUJEITOS

Pelas características estabelecidas para este estudo, previu-se a necessidade de um contato anterior com um contingente de crianças que possibilitasse a escolha das que seriam os sujeitos desta pesquisa. Estas deveriam preencher as condições previamente consideradas necessárias, dada a modalidade do trabalho em questão. Selecionaram-se duas escolas da rede pública de ensino: a EEPG "Antonio Militão de Lima" e a EMEI da Vila Nery, ambas em São Carlos. As escolas guardam entre si uma distância de aproximadamente trezentos metros. Atendem à população do bairro, caracterizada pelo nível sócio-econômico médio-baixo.

Iniciou-se com um pré-teste a fim de identificar as crianças que se encontrassem em fase não-operatória ou intermediária na noção de área. Dispensadas as que não apresentaram tais características, desenvolveu-se o trabalho com sessenta e uma crianças que as apresentaram. Havia sujeitos do sexo masculino e do sexo feminino, com idades variando entre seis e nove anos - faixa em que se verificou maior incidência de sujeitos não-operadores.

O grupo ficou composto, no total, por dez crianças de nove anos, dez de oito anos, dezoito de sete anos e vinte

e três de seis anos. As de seis anos freqüentavam a pré-escola na EMEI de Vila Nery, enquanto que as mais velhas freqüentavam as séries iniciais do primeiro grau na EEPG "Antonio Militão de Lima".

Com todas as crianças selecionadas foram realizadas experiências de ensino-aprendizagem da noção de área através de atividades envolvendo a manipulação de material para esse fim construído.

Optou-se por não transcrever neste trabalho todos os processos vividos pelos sessenta e um sujeitos, já que se observou grande semelhança entre muitos deles. Transcreveram-se na íntegra os protocolos de dezesseis crianças, considerados representativos dos casos de aprendizagem detectados.

2. MATERIAL

- Duas chapas de madeira medindo 30 cm. X 20 cm., pintadas de verde
- Casinhas de madeira idênticas entre si na forma, nas dimensões e nas cores
- Dois cavalinhos de plástico, de brinquedo

3. PROCEDIMENTOS NA APLICAÇÃO DAS PROVAS DE CONSERVAÇÃO DE ÁREA

Os procedimentos adotados no decorrer das provas de conservação se basearam nas entrevistas clínicas adotadas por Piaget nos seus estudos.

O ponto de partida para as entrevistas foi, invariavelmente, o reconhecimento do material pela criança. Procurava-se deixá-la livre para manipular, brincar, perguntar, comentar. A maioria das crianças apenas pegava os quadros, comparava as dimensões das casinhas, colocava os cavalinhos nos quadros verdes. À pergunta: "-O que eles estão fazendo?", respondiam: "-Comendo capim". Com as casinhas, em geral, construíam "cidades", dispendo-as umas ao lado das outras, em "ruas", dizendo que serviriam "para os homens morar".

O segundo passo foi verificar a EQUIVALENCIA DAS ÁREAS TOTAIS. Sugeria-se a brincadeira dos cavalinhos que pastavam no campo verde. A questão principal agora era saber se a criança admitia a equivalência dos quadros, ou seja, "se os cavalinhos tinham o mesmo tanto de capim para comer". Somente depois de ficar claro que a criança admitia essa equivalência, quer por superposição, quer por comparação visual, quer por comparação das dimensões (largura e comprimento) dos quadros, é que se prosseguia nas entrevistas.

Muitas vezes as respostas evidenciavam que a ava-

liação havia sido feita apenas por comparação visual a à solicitação de justificativa a criança passava a utilizar o recurso da superposição de quadros. Outras ainda passavam a medir as dimensões dos quadros em palmos.

Sendo qual fosse a conduta da criança, o objetivo era saber seu nível de conservação. Em seguida, após "colocar os cavalinhos cada um para comer capim no seu campo", buscava-se verificar a avaliação da criança quando de totais iguais retiram-se partes iguais.

A retirada das partes iguais era feita "construindo-se" uma casinha sobre os campos, tal que um deles tivesse um dos cantos coberto, enquanto o outro tinha a casinha construída no centro do gramado. Questionava-se a criança agora sobre os restos de capim: "-Sobra o mesmo tanto para os dois cavalinhos?" Solicitava-se justificativa da resposta: "-Como você sabe?" Enquanto fosse necessário, para se ter certeza do nível de operatoriedade, aumentava-se o número de casinhas equitativamente nos dois campos. Cuidava-se sempre para que ficassem lado a lado num deles e espaçados no outro.

Após esse levantamento, oferecia-se à criança não-operadora ou intermediária alguma atividade que servisse de subsídio para aprendizagem, tentando-se formalmente um primeiro ensino da noção, já na primeira entrevista.

4. CRITERIOS DE CLASSIFICAÇÃO OPERATORIA

4.1- NÍVEL NAO-OPERATÓRIO

Neste estágio as crianças recusam-se a admitir que as áreas remanescentes sejam iguais já nos primeiros pares de casinhas. Não há traços de composição operacional nas duas dimensões. Os julgamentos são sempre feitos com base na aparência perceptiva; em geral há a crença de que sobra mais capim onde as casas estejam colocadas lado a lado.

4.2- NÍVEL INTERMEDIÁRIO

Neste nível encontra-se uma série de respostas intermediárias, ou seja, até certo número de casinhas (variável para cada sujeito) as crianças admitem que os restos são iguais; acima desse número as configurações perceptuais são muito consideradas. Há aqui mais uma articulação intuitiva do que uma composição operacional.

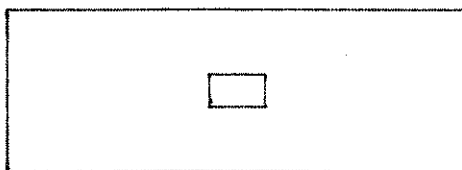
4.3- NÍVEL OPERATÓRIO

Aqui as crianças reconhecem os restos sempre como equivalentes quando se constrói o mesmo número de casinhas, independentemente da configuração. Apresentam resoluções operacionais do problema, que as convence da necessidade de seu raciocínio. Argumentam quantitativamente ao avaliar os restos.

5. PROCEDIMENTOS ADOTADOS DURANTE O PROCESSO DE ENSINO- APRENDIZAGEM DA NOÇÃO.

Feita a seleção dos sujeitos não-operadores e intermediários, o diálogo na segunda sessão voltava sempre ao ponto tal que pudesse ser estudada a questão da equivalência das áreas. Só se prosseguia em busca de outros elementos quando as manifestações da criança evidenciassem essa crença em relação aos dois quadros, ou seja, a equivalência das quantidades de capim para os dois cavaleiros. Das transcrições feitas constam os diálogos na íntegra, a partir deste ponto, por se considerar que aí se encontram as questões de interesse para análise. Desta forma, então, todas as crianças cujos processos foram descritos, apresentavam, como condição necessária, admitir a equivalência inicial dos dois quadros verdes.

Em seguida, após "colocar os cavaleiros cada um para comer capim no seu campo", buscava-se verificar a avaliação da criança quando de totais iguais retiram-se partes iguais. Para tanto, passava-se a fazer a retirada das pequenas áreas congruentes entre si, através da "construção" das casinhas nos respectivos campos, nas posições mostradas na ilustração abaixo:



A



B

Antes de comparar os restos que ficavam após a construção, era necessário verificar se a criança compreendia o fato de que quando se constrói uma casinha sobre o campo, há uma perda de capim (para o cavalo) em quantidade diretamente proporcional às dimensões da base da casinha: "- Se você construir uma casinha aqui (mostrando o centro do campo), o seu cavalinho continua com o mesmo tanto de capim que tinha para comer?" Tanto às respostas afirmativas quanto às negativas sempre se pedia uma justificativa. Quando a criança admitisse a perda de capim, era construída uma casa num dos cantos do outro campo.

Agora partia-se para a comparação dos totais de capim que restavam aos dois cavalos: "-Você construiu as casinhas. Agora este cavalo tem o mesmo tanto de capim para comer que o outro?"

A criança que respondesse segundo a não equivalência era oferecida uma situação de aprendizagem em que, como consta dos registros adiante, procurava-se focalizar os fatores "quantidade de capim perdido" e "quantidade de capim que sobra", ou seja, procurava-se favorecer à criança uma avaliação da superfície que independesse da configuração adotada para distribuição das casinhas.

Quando passasse a admitir a equivalência dos restos fosse a peça colocada no centro ou num dos vértices dos retângulos, era acrescentada uma casinha em cada quadro, cuidando para que ficassem espalhadas aleatoriamente num dos

campos (chamado A) e justapostas junto a uma das margens do outro campo (chamado B). Desta forma, será usada a notação (m,n) para significar que há m casinhas espalhadas no campo A e n casinhas justapostas num dos vértices do campo B. Novamente, se necessário, à criança era oferecida uma situação de aprendizagem para avaliação da superfície livre (superfície livre = superfície total - superfície ocupada), independentemente da disposição das casas.

Assim se prosseguia até que a criança admitisse a conservação da área, a despeito da configuração dos quadros, havendo o mesmo número de casinhas nos dois retângulos. O número de casinhas era ampliado sempre que houvesse manifestação de nível operatório para dada quantidade. Foi estabelecido, com base no referencial teórico, um limite de 18 casinhas.

Prosseguia-se também com aquelas que se mostravam reticentes ou estáveis em níveis não-operatórios, até que se pudesse concluir que eram aqueles os níveis possíveis de serem atingidos.

O número de entrevistas variou exatamente de acordo com a qualidade de cada processo, conforme se poderá constatar através da análise cuidadosa de cada um deles. Voltava-se a fazer uma entrevista após considerar que a criança havia atingido seu nível de estabilidade fosse este operatório ou não. Esta última entrevista era feita a título de verificação da permanência ou não daqueles compor-

tamentos.

No decorrer das entrevistas procurou-se manter um diálogo livre com as crianças, evitando-se o comportamento de fazer perguntas ou comentários pré-estabelecidos. O vocabulário utilizado foi, tanto quanto possível, aquele próprio dos sujeitos com os quais se interagiu na fase de treinamento, sendo considerado como comum entre os sujeitos. Não houve interesse pelos resultados brutos, dados por um trabalho em condições sempre idênticas; o interesse estava voltado mais para uma análise do conteúdo do discurso do sujeito, em termos de presença ou ausência de operatoriedade e sua aquisição.

A descrição, feita por Piaget et alii (1966: 264 a 272), dos estágios na formação da noção em pauta, aponta, de modo geral, as direções tomadas pelo pensamento dos entrevistados, o que propiciou sempre ao entrevistador dirigir o diálogo para um "terreno fértil" (Piaget; 1926:10). Desta forma, cercava-se a criança de modo a nada perder no que diz respeito à forma e ao conteúdo do seu pensamento. A postura do entrevistador consistiu em tentar descobrir as tendências do raciocínio, situando qualquer manifestação dentro de um contexto mental, evitando fazer abstrações desse contexto. A essência do método está, por assim dizer, em discernir qualitativamente cada afirmação ou resposta, sem categorizá-la como "certa" ou "errada", mas analisando-a segundo a lógica da criança.

A preocupação maior foi no sentido de proporcionar as melhores condições possíveis para uma efetiva tomada de consciência das ações. As perguntas e comentários eram sempre colocados no sentido de suscitar na criança reflexões em busca de uma explicação das ações. Assim, todas as questões têm sua razão de ser; ora é um contra-exemplo a uma afirmação feita, ora é a tentativa de constatar a tomada de consciência de uma ação, ora é a verificação da permanência da noção quando se amplia o contexto, ora é a tentativa de verificar se a resposta foi dada por sugestão externa ou se é espontânea, etc.

Recorria-se a um contra-exemplo sempre que a criança fizesse uma afirmação que se dirigisse no sentido contrário àquele do ponto de vista lógico, ou seja, contrário ao pensamento operatório em direção ao qual se orientaram as sessões de aprendizagem. Ou então quando fizesse uma afirmação que contradissesse uma ação ou manifestação imediatamente anterior.

Tentou-se constatar a tomada de consciência das ações através do incentivo às explicações e reproduções verbais dessas ações.

Verificou-se a permanência da noção alcançada sempre ao iniciar uma nova entrevista. Também através da ampliação do contexto, isto é, aumentando o número de casinhas após uma manifestação de conservação. Esta conduta permite verificar se a conservação é mantida para situações análogas

à anterior.

Se suas manifestações não fossem espontâneas, bastava abalar a convicção da criança utilizando algum desses recursos para que ela retornasse às soluções próprias do estágio anterior, em que provavelmente se sentia mais segura.

Procurou-se sempre ter em mente um esquema claro de classificação que permitisse captar as nuances que foram dadas ao desenrolar das entrevistas.

PARTE II

OS PROCESSOS DE APRENDIZAGEM

CAPITULO III

GRUPO 1

A RESISTENCIA SISTEMATICA NAO-OPERATORIA

Este grupo é composto pelos sujeitos que, a despeito de terem interagido com o material durante cinco ou sete sessões de aprendizagem, mantiveram-se no nível não-operatório ou intermediário em que se encontravam no primeiro encontro. Presenciou-se uma resistência sistemática, não permitindo que as crianças evoluíssem nos seus julgamentos.

Tais características foram detectadas em treze dos sessenta e um sujeitos com os quais se interagiu. São apresentados a seguir os protocolos de três crianças, como representantes do grupo.

A.E.M. (6;0) F
1a. Entrevista

Data: 02/06/87
Duração: 07 min

- (1,1) "-Este (B) vai ficar com mais." -Por que? "-Porque a
A B casinha ficou no cantinho." -Mas este (A) perdeu
 mais capim que este (B)? "-Perdeu igual." -Sobrou
 mais pra ele (B) ou sobrou igual pros dois?
 "-Sobrou mais pra ele (B)."

Está claro que o fator prioritário é o de posição.
Não reage à situação de aprendizagem; admite a equivalência
das perdas, mas não a dos restos, o que a classifica no
nível não-operatório de desenvolvimento.

A.E.M. (6;0) F
2a. Entrevista

Data: 05/06/87
Duração: 05 min

- (1,1) "-Sobra mais aqui (B)." -Como você sabe? "-Tem mais
A B espaço." -Mas quantas casinhas tem cada lado?
 "-Uma." -Os dois não perdem igual? "-Perdem." -Sobra
 mais pra um deles ou sobra igual pros dois? "-Sobra
 igual pros dois."

- (2,2) "-Sobra mais pra este (B)."
A B

Continua justificando a desigualdade dos restos
pela configuração espacial. Frente à argumentação da entre-
vistadora admite a igualdade dos restos e das perdas, mas
quando faz a avaliação espontaneamente (situação 2,2) volta
aos critérios de posição. Permanece, portanto, no nível da
entrevista anterior.

A.E.M. (6;0) F
3a. Entrevista

Data: 08/06/87
Duração: 05 min

- (1,1) "-Sobrou mais aqui (B)." -Mas eles não perdem igual?
A B "-Perdem." -Não sobra igual pros dois? "-Sobra."

(2,2) "-Aqui (B) sobra mais."

A B

Só concorda com a igualdade dos restos em presença de questionamentos da entrevistadora. Espontaneamente, volta sempre aos critérios de posição. Não houve, assim, evolução relativamente às entrevistas anteriores.

A.E.M. (6;0) F

4a. Entrevista

Data: 11/06/87

Duração: 05 min

(1,1) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque sim."

A B

(2,2) "-Aqui (B) sobra mais." -Por que? "-Porque as casinhas estão assim." -Mas eles não perderam o mesmo tanto de capim? "-Perderam." -Sobra igual pros dois? "-Sobra mais aqui (B)."

A ausência de justificativa ("porque sim") demonstra a não-operatoriedade nas formas de raciocínio desta criança. Parece evidente que percebe a igualdade para uma peça em cada campo, mas não consegue generalizar para duas. Esta continua, como nas sessões anteriores, sendo uma conduta não-operatória.

A.E.M. (6;0) F

5a. Entrevista

Data: 16/06/87

Duração: 03 min

(1,1) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque sim."

A B

(2,2) "-Sobra mais pra este (B)." -Mas ele perde menos que o outro? "-Perde o mesmo tanto." -Sobra igual pros dois? "-Sobra mais aqui (B)."

Observa-se aqui a mesma conduta da sessão ante-

rior, sem indícios de evolução nos julgamentos. Continua não reagindo às situações de aprendizagem propostas, apresentando justificativas de nível não-operatório.

A.E.M. (6;0) F
6a. Entrevista

Data: 19/06/87
Duração: 04 min

(1,1) "-Sobra mais aqui (B)." -Mas os dois perderam esse
A B tanto (mostro os retângulos sob as casinhas). "-Mas
esta casinha ficou no cantinho."

E clara a preocupação com a posição ocupada pela casa. Nem a igualdade para a situação (1,1) é agora mencionada. Não reage às situações de aprendizagem propostas, permanecendo no mesmo nível das entrevistas anteriores.

..*

Nenhum indício de evolução foi possível observar no processo apresentado por esta criança. A única avaliação possível foi em termos de configuração dos campos. Durante seis entrevistas manteve inalteradas suas formas de considerações dos restos, persistente nas convicções apresentadas na primeira entrevista.

P.J.G. (7;0) F
1a. Entrevista

Data: 20/10/87
Duração: 10 min

- (1,1) "-Aqui (B) sobra mais." -Como você sabe? "-A casa
A B está no cantinho." -As duas casinhas são do mesmo
tamanho? "-São." -O que aconteceu com o capim que
estava neste lugar (sob a casa de A)? "-A casa
cobriu." -O cavalinho pode comer? "-Não." -Esta
outra casinha (em B) não cobriu o mesmo tanto?
"-Cobriu." -Então os dois perderam o mesmo tanto?
"-Perderam." -Eles tinham igual e perderam igual. O
que sobrou para este é igual às que sobrou para
este? "-E igual."
- (2,2) "-Este (B) fica com mais que o outro." -Por que?
A B "-Porque a casa está neste cantinho."

Começa avaliando pelas posições dos objetos nos quadros, mas a partir de uma situação de aprendizagem, considera a igualdade. No entanto, quando colocada frente à situação (2,2), sem a argumentação da entrevistadora, retoma as considerações de posição, como no início. Assim sendo, de forma espontânea, reage com comportamentos de nível não-operatório.

P.J.G. (7;0) F
2a. Entrevista

Data: 23/10/87
Duração: 08 min

- (1,1) "-Este (B) tem mais." -Por que? "-Porque a casa dele
A B está aqui." -Mas ele não perdeu o mesmo tanto que o
outro? "-Perdeu." -E não sobrou o mesmo tanto?
"-Sobrou."
- (2,2) "-Este aqui (B) fica com mais capim que o outro."
A B -Por que? "-Porque as duas casinhas estão no
cantinho."

Admite a equivalência dos restos para a situação (1,1) após ter sido submetida a situação de aprendizagem. Porém, quando se amplia para (2,2) nega a igualdade. Resis-

te, portanto, à situação de aprendizagem proposta, permanecendo no mesmo nível da entrevista anterior.

P.J.G. (7;0) F
3a. Entrevista

Data: 27/10/87
Duração: 06 min

(1,1) "-Sobrou mais para este (B)." -Por que? "-Porque tem
A B todo espaço." -O outro cavaleiro tem espaço também.
"-Mas aquele tem a casinha no meio." -Mas as casinhas
não são iguais? "-São." -Elas não cobrem o mesmo
tanto de capim? "-Cobrem." -Então não sobra igual?
"-Sobra."

(2,2) "-Sobra mais para este (B)."
A B

Embora tenha, depois da situação de aprendizagem, admitido a igualdade para o caso (1,1), não generaliza para (2,2). Espontaneamente, portanto, permanece com as considerações de posição, próprias de níveis não-operatórios, como nas entrevistas anteriores.

P.J.G. (7;0) F
4a. Entrevista

Data: 30/10/87
Duração: 04 min

(1,1) "-Este aqui (B) pode pastar tudo isso." -E este (A)
A B pode pastar tudo isso (mostro, incluindo o
cantinho). Não é o mesmo tanto? "-Não, este (B)
fica com tudo isso." (mostra o campo livre).

Permanece com as considerações de posição, mesmo no caso (1,1). Nega, inclusive, a igualdade das perdas de capim. Apresenta nesta sessão comportamentos de nível claramente não-operatório, sem demonstrar evolução relativas às sessões anteriores.

(1,1) "-Este (B) fica com mais." -Por que? "-Porque tem
A B tudo isso." (mostra o campo livre) -E o outro?
"-Tem a casinha no meio." -Mas as casinhas não são
iguais? "-São." -Então eles não perdem o mesmo
tanto? "-Perdem." -Não sobra o mesmo tanto de capim
aqui e aqui? "-Neste (B) sobra mais."

Tudo indica que esta criança não evoluiu no senti-
do de operatoriedade, mostrando até mesmo um retrocesso em
relação às entrevistas anteriores, pois já não admite a
igualdade das perdas. E resistente no nível não-operatório
frente à proposta destas situações de aprendizagem.

..*

E um caso de resistência sistemática no nível
inicial, não-operatório. Nenhuma das sessões de aprendizagem
interferiu nos seus modos de análise. Não houve, assim,
esquemas capazes de adaptação à proposta colocada.

E.J.S. (9;6) M
1a. Entrevista

Data: 21/10/87
Duração: 13 min

- (1,1) "-Estão empatados, porque as casas cobriam o capim."
A B
- (2,2) "-Os dois iguais." -Por que? "-Porque as duas casas
A B cobrem o capim."
- (3,3) "-Aqui (B) tem mais." -Por que? "-Porque aqui (A)
A B está espalhado e aqui (B) tá tudo juntinho." -Mas
quantas casas tem aqui (A)? "-Tem três." -E aqui
(B)? "-Tem três." -Os dois cavalinhos perderam o
mesmo tanto de capim ou um perdeu mais? "-Os dois
perderam igual." -E o capim que sobra, é igual para
os dois? "-Não, aqui (B) sobra mais."

Observa-se aqui um caso de comportamento interme-
diário entre a não-operatoriedade e a operatoriedade nos
comportamentos de avaliação das áreas restantes quando se
retiram quantidades equivalentes. As considerações são so-
bretudo qualitativas a partir de três casinhas, havendo
ainda uma resistência à situação de aprendizagem proposta.

E.J.S. (9;6) M
2a. Entrevista

Data: 26/10/87
Duração: 10 min

- (1,1) "-Este (A) tem mais." -Por que? "-Porque essa casa
A B está no canto." -Quando a gente constrói essas
casinhas, os dois perdem o mesmo tanto ou um deles
perde mais? "-Os dois perdem o mesmo tanto." -E o
capim que sobra, é igual para os dois? "-Este (B)
pode pastar tudo isso (mostra o campo livre). Aqui
(A) a casinha está no meio do caminho." -O
cavalinho não pode desviar da casa? "-Pode, mas lá
no outro a casa está no cantinho."

Parece ter havido um retrocesso nos comportamentos
do indivíduo, relativamente à entrevista anterior, em que as
avaliações eram de nível intermediário. Agora suas manifes-
tações são de nível não-operatório, inferiores, em termos
evolutivos, àquelas da primeira entrevista. Admite, desde o

início, a igualdade das retiradas, sem admitir a dos restos.
Não responde às contradições provocadas pelo entrevistador.

E.J.S. (9;6) M
3a. Entrevista

Data: 30/10/87
Duração: 08 min

- (1,1) "-Aqui (B) sobra mais." -Por que? "-Porque essa casa
A B está no canto." -Mas um cavalinho perdeu mais que o
 outro ou perderam o mesmo tanto? "-Perderam o mesmo
 tanto, mas aqui (B) ele pode pastar tudo isso." -E
 ali (A), onde ele pode pastar? "-Pode pastar aqui
 (mostra em volta da casinha)." -E o capim daqui é o
 mesmo tanto que o dali? "-Mas este (B) fica mais
 livre e tem tudo isso." (mostra) -Mas eles não
 perderam o mesmo tanto? "-Perderam." -Sobrou igual
 pros dois ou um ficou com mais que o outro? "-Este
 (B) ficou com mais."

 Permanecem ainda os comportamentos semelhantes aos
da sessão anterior, com avaliações pautadas em critérios
qualitativos. Continua mostrando-se refratária a qualquer
avaliação quantitativa proposta pelas situações de aprendi-
zagem.

E.J.S. (9;6) M
4a. Entrevista

Data: 05/11/87
Duração: 11 min

- (1,1) "-Os dois tem o mesmo tanto." -Como você sabe? "-E
A B que eles tinham igual no começo." -E depois?
 "-Depois, agora, eles perderam." -E o capim que
 sobra? "-E igual para os dois." -Como você sabe?
 "-Eu sei que tem uma lá e uma aqui."
- (2,2) "-Sobra igual para os dois, porque tem duas casinhas
A B aqui e duas lá."
- (3,3) "-Igual."
A B
- (4,4) "-Sobra o mesmo tanto para os dois." -Como você sabe?
A B "-E que tem igual aqui e ali (mostra as casas)."
- (5,5) (Peço que olhe o arranjo das casas). -Olhe para
 este campo e para o outro. Você acha que sobra o
 mesmo tanto de capim nos dois ou não? "-Acho que

neste (B) sobra mais capim. " -Por que? "-Porque tem mais espaço. "-Mas quantas casinhas tem aqui? "-Cinco." -E aqui? "-Cinco." -Então sobra mais para um que para outro ou sobra igual? "-Sobra mais aqui (B)."

Embora para cinco casinhas ainda se mantenham os critérios qualitativos sobre os quantitativos, houve, sem dúvida, manifestações superiores às aquelas anteriores, pois para números menores de casinhas é dada prioridade à quantificação. Este fato não se observou a partir da segunda entrevista.

E.J.S. (9;6) M
5a. Entrevista

Data: 10/11/87
Duração: 06 min

- (1,1) "-Os dois têm igual." -Como você sabe? "-E que tem
A B uma casa aqui e uma aqui."
- (4,4) "-Aqui, que fica tudo juntinho, o cavalelho pode
A B pastar mais." -Sobra mais capim para ele? "-Sobra."
-Mas quantas casinhas tem aqui? "-Quatro." -E aqui?
"-Quatro." -Eles não perderam igual? "-Perderam."
-Sobra igual para os dois? "-Esse (B) tem mais."
-Mas eles perderam o mesmo tanto? "-Perderam."

Parece estável, nesta entrevista, o comportamento anterior. Não se observa evolução nem retrocesso relativamente à entrevista anterior.

E.J.S. (9;6) M
6a. Entrevista

Data: 13/11/87
Duração: 05 min

- (1,1) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque tem uma e uma."
A B
- (4,4) "-Igual pros dois." -Como você sabe? "-E que tem
A B igual de casinhas."
- (7,7) "-Esse (B) acho que fica com mais." -Por que?
A B "-Porque sobra mais." -Ele perdeu menos que o outro?
"-Não, perdeu (conta) sete também, mas é que ali (A)

as casinhas estão todas espalhadas."

Passa a considerar espontaneamente a equivalência para um número maior de casinhas, ou seja, quatro. Na sessão anterior a situação (4,4) não permitiu ao sujeito fazer considerações baseadas em critérios quantitativos, o que passou a ser possível agora. Isto denota alguma evolução, mas não possível ainda de atingir o nível operatório.

E.J.S. (9;6) M

Data: 17/11/87

7a. Entrevista

Duração: 06 min

(2,2) "-Os dois sobram igual." -Por que? "-Porque tem 2 e
A B 2."

(5,5) "-Tem 5 em cada, mas aqui (A) as casinhas atrapalham
A B o cavalo porque estão no meio." -Mas ele não pode
comer em volta? "-Pode." -Aqui na beirada (B) tem
casinhas e na beirada daquele (A) não tem. Não é a
mesma quantidade? "-E."

(7,7) "-Aqui (B) sobra mais." -Por que? "-Porque está tudo
A B no cantinho." -Quantas casas tem em cada um? "-Tem
sete aqui e sete ali." -Não sobra a mesma coisa?
"-Sobra mais neste (B), que está arrumadinho." -Se
você juntar todas essas casinhas (de A) não dá o
mesmo tanto que daqui (B)? "-Dá." -Então o que
sobra não é igual? "-Só se você arrumar."

Tentou-se operar através da compensação quando se fez referência às beiradas dos campos ocupados pelas casinhas, mas as respostas continuaram se pautando em critérios de posição. As argumentações não tiveram interferência nos modos de análise.

..*

Trata-se de um processo em que, na segunda e terceira entrevistas os comportamentos foram de nível evolutivamente inferiores ao da primeira sessão. Já na quarta nota-se uma evolução, com indicadores de nível intermediário, tal qual se observou na primeira entrevista. Não se observam, no entanto, evoluções que levem a criança a atingir o nível operatório de desenvolvimento. Estabiliza-se no nível intermediário, primeiro a se evidenciar no decorrer do processo, provavelmente o estágio em que se sente mais segura e confortável. É este o nível permitido pelos seus esquemas de funcionamento, segundo a proposta que lhe é apresentada nestas entrevistas.

GRUPO 1

Esses sujeitos compuseram um grupo por terem apresentado processos semelhantes no que diz respeito à resistência à aprendizagem da noção. Tanto A.E.M. como P.J.G. e E.J.S. mantiveram-se persistentes nas suas condutas desde a primeira até a última entrevista; mostraram-se intensamente resistentes às estratégias de ensino, tal qual foram propostas.

Em nenhum momento revelaram indícios de assimilação das operações implícitas na noção tratada. É fato que A.E.M. admitiu a equivalência após considerar os argumentos da entrevistadora, nas situações iniciais da quarta e da quinta entrevistas, mas há evidências de que se tratava de imitação, já que na sexta sessão retrocede às considerações primitivas. Isto é, não estendeu a aprendizagem de modo a aplicá-la a novas situações. Já P.J.G. não manifestou esta imitação; manteve-se irredutível nas afirmações de desigualdade enquanto duraram as entrevistas. Também E.J.S. resistiu às estratégias de ensino, permanecendo no nível intemediário, sem evolução.

Outro ponto comum é o de admitir a igualdade das perdas de capim, sem, contudo, admitir a igualdade dos restos.

Estes três casos foram uma demonstração de que

enquanto as estratégias de ensino se pautavam numa abordagem pressupondo esquemas nos quais estavam implícitas as operações necessárias à assimilação da noção proposta, as crianças recorriam a esquemas evolutivamente mais primitivos para tal assimilação. Decorreu, deste fato, a impossibilidade de "sucesso" nesse processo.

CAPITULO IV

GRUPO 2

A RESISTENCIA SISTEMATICA NAO-OPERATORIA COM AVANÇO INCIPIENTE

As onze crianças que compõem este grupo apresentaram, durante as experiências de aprendizagem, uma trajetória caracterizada pelo fato de se manter estável por algum tempo no nível inicial não-operatório, manifestando uma evolução na qual se manteve por algum tempo. Retrocederam, em seguida, para o nível inicial. Essas crianças não apresentaram verbalizações ou ações espontâneas indicadoras de permanência da evolução obtida durante o processo de aprendizagem vivenciado.

Para efeito de análise transcrevem-se a seguir os processos de três sujeitos que são representativos do grupo.

E.J. (8;4) M
1a. Entrevista

Data: 23/10/87
Duração: 09 min

(1,1) "-Sobra mais aqui (A)." -Por que? "-Porque a casa
A B está no meio." -As casinhas não são iguais? "-São."
-Quantas tem em cada lado? "-Tem uma lá e uma aqui."
-Então os dois cavalinhos perdem o mesmo tanto?
"-Perdem." -Sobra igual para os dois? "-Não, aqui (A)
sobra mais."

A configuração tem papel preponderante nas avaliações, de acordo com o que se pode observar. Não se deixa influenciar pela situação de aprendizagem proposta; as considerações permanecem pautadas em considerações de posição. Tem, por conseguinte, comportamentos de nível não-operatório.

E.J. (8;4) M
2a. Entrevista

Data: 27/10/87
Duração: 06 min

(1,1) "-Sobra mais aqui (A)." -Por que? "-Porque está no
A B meio." -Mas os dois não perdem igual? "-Perdem."
-Então sobra igual para os dois? "-Sobra mais para
este (A)." -Por que? "-Porque está tudo no meio."

Continua sendo relevante o arranjo das partes para a avaliação dos restos. Considera, ao contrário da maioria dos nossos sujeitos, que a casa estando no meio do campo favorece o cavalinho. E resistente às situações de aprendizagem propostas, permanecendo no nível não-operatório nesta noção.

E.J. (8;4) M
3a. Entrevista

Data: 30/10/87
Duração: 08 min

(1,1) "-Sobra mais aqui (B)." -Por que? "-Porque a casa tá
A B no cantinho." -Mas quantas casinhas há em cada
lado? "-Tem 1 lá e 1 aqui." -Os dois cavalinhos
perdem o mesmo tanto? "-Perdem." -Então sobra igual
aqui (A) e aqui (B)? "-Não, sobra mais aqui (B)."

Agora, embora utilize um critério de avaliação qualitativamente semelhante ao da entrevista anterior, passou a considerar vantagem para o cavalinho do campo B, nas mesmas condições em que considerou anteriormente para o campo A. Continua resistente à proposta de aprendizagem, valorizando sobretudo a posição das peças, numa atitude própria de nível não-operatório.

E.J. (8;4) M
4a. Entrevista

Data: 05/11/87
Duração: 06 min

- (1,1) "-Sobra o mesmo tanto." -Por que? "-Porque tem o
A B mesmo tanto de casinhas."
- (2,2) "-Sobra mais para este (B)." -Como você sabe? "-Tá
A B juntinho." -Mas não tem o mesmo tanto de casinhas?
 "-Tem." -Então não sobra igual? "-Sobra."
- (3,3) "-Aqui (B) sobra mais." -Por que? "-Porque está
A B arrumadinho."

Manifesta, pela primeira vez, considerações no sentido de quantificação dos restos. Considera a equivalência para a situação (1,1), independentemente dos arranjos das partes. Volta, para o caso (3,3), a assumir a avaliação pautada na posição dos objetos. Demonstra, nesta sessão, indícios de nível evolutivo intermediário.

E.J. (8;4) M
5a. Entrevista

Data: 10/11/87
Duração: 05 min

- (1,1) "-Tem igual." -Por que? "-Porque aqui (B) está no
A B canto." -Mas não tem o mesmo tanto de casinhas?
 "-Tem." -Sobra igual? "-Sobra."
- (2,2) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque tem o mesmo tanto
A B de casinhas."

(4,4) "-Aqui (B) tem mais." -Por que? "-Porque estão no
A B canto."

Nota-se, no início da entrevista, um flutuar entre a igualdade fundamentada na quantificação emergente e a importância dada ainda à disposição das partes. Na situação (2,2) já assume a equivalência quantitativa, espontaneamente. Já no caso (4,4) volta a considerar a relevância configuracional. Houve, desta forma, algum avanço em relação à sessão anterior, a considerar pelo maior número de casinhas para os quais a equivalência é admitida, mas ainda se manifesta com comportamentos de nível intermediário inicial.

E.J. (8;4) M
6a. Entrevista

Data: 13/11/87
Duração: 05 min

(1,1) "-Tem igual." -Por que? "-Porque tem uma aqui e uma
A B aqui."

(3,3) "-Aqui (B) sobra mais capim." -Por que? "-Porque a
A B gente arrumou as casinhas no cantinho." -Mas quantas são? "-São três aqui (A) e três aqui (B)."
-Não tem o mesmo tanto? "-Tem." -Os cavalinhos não perderam igual? "-Perderam." -Sobra igual para os dois? "-Sobra."

(6,6) "-Aqui (B) sobra mais."
A B

Embora concorde com os argumentos dados pela entrevistadora, não generaliza os dados para situações análogas. Volta sempre aos critérios fundamentados nos arranjos das partes, o que permite classificá-la no nível intermediário inicial de desenvolvimento.

E.J. (8;4) M
7a. Entrevista

Data: 17/11/87
Duração: 05 min

- (2,2) "-Sobra mais aqui (B)." -Mas não tem o mesmo tanto de
A B casinhas? "-Tem." -Sobra igual? "-Sobra."
- (3,3) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque tem o mesmo tanto
A B de casinhas."
- (6,6) "-Aqui (B) sobra mais." -Por que? "-Porque tem mais
A B espaço."

No caso (3,3) nota-se claramente que a resposta foi dada por sugestão externa, pelo que se acabava de argumentar. Observe-se a resposta para a situação (6,6), onde não se aplica a afirmação feita imediatamente antes, para uma situação semelhante. A considerar pelas manifestações espontâneas, cumpre classificar os argumentos dados nesta entrevista como próprios de nível não-operatório.

E.J. (8;4) M
8a. Entrevista

Data: 20/11/87
Duração: 05 min

- (2,2) "-Sobra mais aqui (B)." -Por que? "-Porque tem duas
A B juntinhas." -E ali (A)? "-Tem duas espalhadas."
-Não tem o mesmo tanto? "-Tem." -Não sobra igual?
"-Sobra."
- (5,5) "-Aqui (B) sobra mais." -Por que? "-Porque estão
A B arrumadinhas."

Os comportamentos permanecem os mesmos da sessão anterior, sem incorporação dos dados trabalhados no decorrer da entrevista. Sempre é dada prioridade à configuração, em detrimento da quantificação, o que caracteriza um caso de nível não-operatório, como na sessão anterior e nas iniciais.

..*

Trata-se de um caso em que, partindo do nível não-operatório, demonstrou condições de manifestar condutas de nível intermediário inicial na quinta e sexta entrevistas.

No entanto, a configuração esteve sempre presente nas suas avaliações.

Trata-se de um caso em que se observa uma acomodação no nível não-operatório, embora tivesse dado mostras de possibilidade de iniciar um processo operatório.

P.F.O. (7;3) F
1a. Entrevista

Data: 20/10/87
Duração: 10 min

- (1,1) "-Este (B) fica com mais." -Por que? "-Porque a casa
A B está no cantinho." -Mas o que acontece com o capim
quando a gente faz a casa? "-A casa fica em cima do
capim." -O cavalo perde esse capim? "-Perde." -Os
cavalinhos perderam o mesmo tanto de capim ou um
perdeu mais que o outro? "-Perderam o mesmo tanto."
-O capim que sobrou para este comer é o mesmo tanto
que sobrou para o outro comer? "-E."
- (2,2) "-Sobra mais aqui (B)." -Por que? "-Porque a casinha
A B fica no cantinho."

Parte com avaliações qualitativas, mas admite a equivalência dos restos em presença de situação de aprendizagem. No entanto, ao ser questionado sobre a situação (2,2), retoma os critérios de posição. Isto significa que sem a interferência de situação de aprendizagem, isto é, espontaneamente, a prioridade é dada à configuração em detrimento do fator quantitativo. Não houve, portanto, assimilação-acomodação relativas às noções trabalhadas durante o diálogo com a entrevistadora. Encontra-se, com relação a esta noção, no nível não-operatório de desenvolvimento.

P.F.O. (7;3) F
2a. Entrevista

Data: 23/10/87
Duração: 08 min

- (1,1) "-Este (B) tem mais para comer." -Como você sabe?
A B "-Porque eu estou vendo a casinha aqui no cantinho."
-Mas eles não perdem o mesmo tanto? "-Perdem." -Por
que? "-Porque as casinhas são iguais." -Então, eles
tinham igual e perderam igual. Não sobrou igual
também? "-Sobrou."
- (2,2) "-Sobrou mais para este (B)." -Não sobrou o mesmo
A B tanto? "-Não, olha as duas aqui juntinhas no
cantinho."

Nem mesmo para a situação (1,1) admite espontaneamente a equivalência dos restos. Reage em presença de situação de aprendizagem, mas retorna às considerações de posição para a situação seguinte. Não houve, desta forma, evolução relativamente à situação da entrevista anterior. Permanece, portanto, no nível não-operatório, nesta noção.

P.F.O. (7;3) F

Data: 27/10/87

3a. Entrevista

Duração: 06 min

(1,1) "-Sobra mais aqui (B)." -E? "-E, olha a casinha no
A B cantinho. Sobra um montão pra ele comer." -Mas este
(A) perdeu mais que o outro (B)? "-Perdeu uma
casinha também." (levanta a casinha e mostra o
campo embaixo). -Sobra igual para os dois? "-Não,
aqui (B) sobra mais."

Nem mesmo em presença de situação de aprendizagem admite a equivalência dos restos. Está convicta de suas considerações, impermeável aos argumentos da entrevistadora. Pode-se dizer que houve um retrocesso em relação às entrevistas anteriores, quando ao menos admitia a equivalência em presença de situações de aprendizagem. Resiste no nível de não-operatoriedade.

P.F.O. (7;3) F

Data: 30/10/87

4a. Entrevista

Duração: 05 min

(1,1) "-Não, esse (B) tem mais, porque a casinha está no
A B canto." -Mas as casinhas são do mesmo tamanho ou
não? "-São." -Esta (A) cobre mais capim que esta
(B)? "-Cobre igual." -Os cavalinhos então perdem o
mesmo tanto de capim? "-Perdem." -Sobra igual para
os dois? "-Não, olha esse que come esse montão de
capim." (mostra o campo 'livre' de B).

Mesmos comportamentos da sessão anterior, em que

as avaliações são de posição e a criança se mostra impermeável aos argumentos propostos na sessão de aprendizagem. Há uma resistência sistemática em conduta própria de nível não-operatório.

P.F.O. (7;3) F
5a. Entrevista

Data: 05/11/87
Duração: 05 min

(1,1) "-Sobra igual para cada um." -Como você sabe? "-E que
A B as casinhas são do mesmo tamanho."

(1,2) "-Sobra mais aqui (B)." -Por que? "-Porque sobra tudo
A B isso." (passa a mão no campo B). -As casinhas são
todas iguais? "-São." -Os cavalinhos perdem igual?
"-Não." -Sobra o mesmo tanto? "-Sobra mais aqui (B)."
-Por que? "-Porque tem duas casinhas no cantinho."

(2,2) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque os dois cavalinhos
A B perderam capim." -Os dois perderam o mesmo tanto?
"-Perderam." -Sobra igual para os dois cavalinhos?
"-Sobra." -Por que? "-Porque sim."

(2,3) "-Sobra mais aqui (B), que fica no cantinho."
A B

E nítido o desequilíbrio desta criança diante das situações propostas. Ora os restos são iguais porque há o mesmo número de casinhas nos dois campos, ora são diferentes porque as posições das casas não são correspondentes. No entanto, vale dizer que algum avanço pode ser considerado, já que na situação (1,1) argumentou considerando os tamanhos das casinhas. Também considerou a diferença das perdas na situação (1,2), embora a avaliação dos restos seja pautada na posição das peças. Manteve-se durante quatro sessões resistente no nível não-operatório, manifestando agora comportamentos próprios de nível intermediário inicial nesta noção.

P.F.O. (7;3) F
6a. Entrevista

Data: 09/11/87
Duração: 04 min

- (1,1) "-Sobra o mesmo tanto." -Por que? "-Porque tem uma
A B casinha de cada lado."
- (2,2) "-Aqui (B) sobra mais." -Por que? "-Porque tá
A B juntinho." -Mas quantas casinhas estão em cada
lado? "-Duas." -Os cavalinhos não perdem o mesmo
tanto? "-Perdem." -Então não sobra igual? "-Sobra."
- (3,3) "-Aqui (B) fica mais capim." -Por que? "-Porque estão
A B juntinhas."

Agora parece claro que o importante nas avaliações é realmente a posição das peças. Somente para a situação (1,1) os argumentos quantitativos se fazem presentes. Em todas as demais situações prevalecem os critérios de posição. Permanece, assim, no nível da entrevista anterior.

P.F.O. (7;3) F
7a. Entrevista

Data: 12/11/87
Duração: 04 min

- (1,1) "-Aqui e aqui sobra igual." -Por que? "-Porque tem
A B uma casa lá e uma casa aqui."
- (2,2) "-Assim aqui (B) sobra mais." -Por que? "-Porque
A B ficou juntinha."

O comportamento mais constante e espontâneo é, sem dúvida, aquele que avalia os restos segundo a posição das casinhas. As situações de aprendizagem propostas pouco ou nada significaram para influir nas avaliações. Só considera a equivalência para a situação (1,1). Mostra-se resistente neste nível de comportamento, não reagindo às situações propostas através do diálogo com a entrevistadora. Até a sétima sessão não demonstra indícios de avanço rumo à

operatoriedade.

..*

Durante as quatro primeiras sessões somente num momento admitiu a equivalência dos restos ao se retirar iguais quantidades de capim dos dois campos.

Este comportamento, entretanto, parece ter sido mais em função de dar a resposta esperada do que resultado de uma convicção do entrevistado, visto que em situações de respostas espontâneas volta às considerações de posição.

A resistência em admitir a igualdade dos restos demonstra uma inadequação da proposta apresentada relativamente aos esquemas mentais disponíveis naquele momento. Nem mesmo a persistência em trabalhar a noção através de situações de aprendizagem permitiu uma assimilação-acomodação, o que indica não haver condições, neste caso, de efetivar as operações implícitas na aquisição da noção proposta.

O máximo possível aos esquemas disponíveis foi, até o momento trabalhado, emergirem condutas próprias de nível intermediário inicial.

G.C.M. (7;6) F
1a. Entrevista

Data: 20/10/87
Duração: 11 min

- (1,1) "-Sobra mais para este (B)." -Por que? "-Porque o
A B fazendeiro fez a casa aqui (mostra o canto), então
ele cortou esse capim só no cantinho." -E o outro?
"-O outro foi fazer a casa bem no meio." -E o que
aconteceu? "-Ele atrapalhou o cavaleiro." -Quanto
capim este cavaleiro (B) perdeu? (mostra o
retângulo que fica sob a casinha). -E o outro?
(mesmo gesto). -Um perdeu mais que o outro?
"-Perderam o mesmo tanto, mas este (A) tem a casinha
no meio e não pode comer." -E o outro? "-O outro
pode comer tudo aqui." -Mas no cantinho ele não
pode. "-E, no cantinho não, mas olha, sobra tudo
pra ele." (passa a mão pelo campo livre B).

As considerações iniciais são próprias de nível não-operatório. Dá prioridade à configuração, em detrimento da quantidade de casinhas dispostas nos quadros. Resiste à situação de aprendizagem, não se deixando influenciar pelas análises quantitativas em direção às quais foram propostas as situações de aprendizagem. Parece convencido de seus critérios, não incorporando as avaliações quantitativas aos seus esquemas de funcionamento mental. Permanece, assim, no nível não-operatório, já que ao avaliar espontaneamente o faz em termos de disposição das casinhas.

G.C.M. (7;6) F
2a. Entrevista

Data: 23/10/87
Duração: 08 min

- (1,1) "-Aqui (B) tem mais capim." -Por que? "-Porque a casa
A B está no cantinho." -Quantas casinhas estão em cada
campo? "-Uma lá e uma aqui." -Os dois cavaleiros
perderam o mesmo tanto de capim? "-Perdem." -Então
este (A) tem o mesmo tanto de capim para comer que
este (B)? "-Não, aqui (B) sobra mais."

Persiste nas avaliações pautadas na configuração dos quadros. Resiste ainda à situação de aprendizagem, admi-

tindo a igualdade das perdas, mas não a dos restos. Não se observa, desta forma, evolução relativa à entrevista anterior.

G.C.M (7;6) F
3a. Entrevista

Data: 26/10/87
Duração: 07 min

- (1,1) "-Sobra mais aqui (B)." -Por que? "-Porque a casa foi
A B feita no cantinho." -Mas ontem você disse que os
dois perderam o mesmo tanto? "-E, porque tem uma
casinha em cada lado." -E as casinhas são do mesmo
tamanho? "-São."
- (2,2) "-Assim sobra mais aqui (B)." -Por que? "-Porque as
A B casas estão juntinhas." -Mas quantos quadradinhos
este (A) perdeu? "-Dois." -E este (B)? "-Dois."
-Não perderam o mesmo tanto? "-Perderam." -Então
não sobra igual? "-Sobra."
- (3,3) "-Sobra muito mais para este (B)."
A B

E evidente a preocupação com o arranjo das peças. Chega a admitir sempre a equivalência das perdas, mas considera os restos desiguais, apesar das situações de aprendizagem no sentido da equivalência. Não relaciona, então, a igualdade das perdas à igualdade dos restos, já que os campos são equivalentes; é como se um fato nada tivesse a ver com o outro.

G.C.M. (7;6) F
4a. Entrevista

Data: 29/10/87
Duração: 08 min

- (1,1) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque tem uma casinha lá
A B e outra aqui."
- (2,2) "-Sobra mais aqui (B)." -Por que? "-Porque este (A)
A B não pode comer aqui no meio." -Mas este (B) não
pode comer aqui no cantinho." -Então, não pode, mas
no meio tem tudo (para comer)." (translado as
casinhas do canto de B para o centro). -E agora?
"-Agora sobra igual." -Mas esse tanto (sob as

casinhas de B) não é igual a esse tanto (sob as casinhas de A)? "-E igual." -Então não é a mesma coisa estar aqui (centro) ou ali (canto)? "-E a mesma coisa."

(3,3) "-Este aqui fica com mais."

A B

Admite espontaneamente agora a igualdade dos restos para o caso de uma peça em cada quadro, mas retorna aos critérios de posição assim que se colocam duas casinhas em cada campo. A igualdade só é considerada sob o efeito dos questionamentos da entrevistadora; espontaneamente os critérios passam a ser de posição. Há que se considerar uma evolução quando avalia quantitativamente na situação (1,1). Demonstra, nesta sessão, conduta relativa ao nível intermediário inicial de desenvolvimento nesta noção.

G.C.M. (7;6) F

Data: 04/11/87

5a. Entrevista

Duração: 07 min

(1,1) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque tem uma casinha em
A B cada um."

(2,2) "-Sobra mais aqui neste (B)." -Por que? "-Porque tem
A B duas casinhas no cantinho." -Mas elas não são do mesmo tamanho? "-São." -Os dois não perdem igual? "-Perdem." -Sobra igual para os dois? "-Sobra igual."

(3,3) "-Aqui (B) sobra mais grama." -Por que? "-Porque sim." -Não sobra o mesmo tanto? (fica em dúvida) - Quantas casinhas tem este lado? "-Três." -E neste? "-Três." -Onde tem mais? "-Tem igual." -E o capim que sobra? "-Acho que é igual, mas este cavalinho (B) pode comer tudo aqui." (mostra o campo livre).

Repete-se a situação da entrevista anterior, em que só em presença dos questionamentos a equivalência é admitida. Sem os questionamentos da entrevistadora continua considerando a equivalência somente para a situação (1,1).

Permanece, portanto, no nível intermediário inicial.

G.C.M. (7;6) F
6a. Entrevista

Data: 09/11/87
Duração: 07 min

- (1,1) "-Acho que sobra igual." -Por que você acha? "-E que
A B é o mesmo tanto." -Mesmo tanto de que? "-De capim."
-Como assim, explique. "-Os dois campos são do mesmo
tamanho." -E as casinhas? "-Também são." -Sem
casetinha os cavalinhos tinham o mesmo tanto de capim
que agora? "-Tinham. Não, eles tinham mais." -Mas o
que sobrou agora para este é o mesmo tanto que
sobrou para o outro? "-E." -Por que? "-Porque fez
uma casinha."
- (2,2) "-Assim sobra mais para este (B)." -Por que? -Porque
A B você colocou as casinhas arrumadinhas."

E resistente nas afirmações, considerando a equivalência apenas para o caso de uma peça em cada campo. Não se deixa influenciar pelas situações de aprendizagem, caracterizando-se assim, um caso de nível evolutivo intermediário inicial também nesta entrevista.

G.C.M. (7;6) F
7a. Entrevista

Data: 13/11/87
Duração: 04 min

- (1,1) "-Sobra o mesmo tanto." -Como você sabe? "-Porque
A B sim."
- (2,2) "-Aqui (B) sobra mais." -Por que? "-Porque tem tudo
A B isso." (passa a mão pelo campo livre).

As tentativas de levar a criança a avaliar quantitativamente os restos de capim fizeram-na ter convicção da equivalência apenas quando há uma casinha em cada campo. Resiste e volta sempre, a partir de duas peças, a considerar os restos pelo critério de posição. Trata-se de um caso de resistência sistemática no nível intermediário, inicial até

o momento da sétima entrevista.

..*

Durante as três primeiras sessões não houve indícios de evolução no sentido de operatoriedade. A partir da quarta entrevista demonstrou capacidade de avaliar quantitativamente, mas apenas na situação (1,1).

A resistência demonstrada indica claramente a desarticulação das situações de aprendizagem propostas com os esquemas de funcionamento disponíveis para o sujeito.

Não houve, absolutamente, assimilação-acomodação relativas aos objetos e situações colocados.

GRUPO 2

Percebeu-se, pela análise deste processo, que apesar de ter evidenciado alguns indicadores de evolução rumo à operatoriedade na noção trabalhada, a criança passou a demonstrar intensa resistência às estratégias de ensino propostas, demonstrando estar recorrendo a esquemas evolutivamente inferiores para assimilação da noção.

Durante os três primeiros encontros limitou-se a manifestar conduta inalterada, no nível inicial. A mudança apresentada a partir de então perdurou durante um tempo em que se poderia, salvo melhor juízo, admitir como estável. No entanto, com o prosseguimento das entrevistas, constatou-se que o sujeito não estendeu essa aprendizagem aplicando-a a novos dados.

Entende-se ser esta uma fase em que se verifica um retraimento da criança, através da utilização de esquemas inadequados para a assimilação da noção tratada. Provavelmente tenha, no decorrer da 4a., 5a., e 6a. entrevistas, recorrido a uma imitação da entrevistadora para algumas situações.

Esse comportamento foi abandonado, preferindo, em vez de contrapor-se aos argumentos colocados, estabilizar-se numa forma de análise em que provavelmente se sentisse mais segura e confiante, segundo as condições de seus esquemas

assimilativos no momento.

Apesar de admitir algumas vezes que as retiradas de capim eram diferentes, no momento de analisar os restos esse fator em nenhum momento foi observado. Os restos, na sua concepção, eram diferentes, pois esta avaliação era feita sem a integração com a anterior.

Em outras palavras, os restos não eram função das retiradas; não houve a integração dos dois dados para a conclusão. Os restos sempre foram, para estas crianças, função das posições ocupadas pelas casinhas.

CAPITULO V

GRUPO 3

A INSTALAÇÃO DE COMPORTAMENTOS INTERMEDIARIOS

Este grupo, composto por oito sujeitos, tem como característica o fato de que todas as crianças, apresentando nível não-operatório na primeira entrevista, mantiveram-se resistentes à aprendizagem durante até quatro sessões. Demonstraram algum avanço qualitativo após esse período, sem, contudo, atingir o nível operatório de desenvolvimento. O estágio máximo de desenvolvimento alcançado pelas crianças foi o intermediário.

Foram proporcionados no mínimo seis e no máximo sete entrevistas com cada uma delas. Partindo do nível não-operatório, evoluíram para o nível intermediário em que se mantiveram por vários encontros, não manifestando indícios de que atingiriam o nível operatório.

São apresentados a seguir os processos vividos por dois dos sujeitos, como representantes do grupo.

R.C.S. (8;10) M
1a. Entrevista

Data: 23/10/87
Duração: 08 min

- (1,1) "-Este (B) fica com mais." -Por que? "-Porque está no
A B canto." -Quantas casas há em cada um? "-Uma." -Elas
têm o mesmo tamanho? "-Têm." -Elas cobrem o mesmo
tanto de capim? "-Cobrem." -Sobra igual quantidade
de capim nos dois? "-Não, neste (B) sobra mais."

E resistente à situação de aprendizagem proposta, fixando-se num tipo qualitativo de avaliação, pautado na disposição das peças. Tem manifestações de nível não-operatório em todas as situações, não reagindo ao diálogo em que se colocam considerações de ordem quantitativa. Mantém a mesma conduta do início da sessão.

R.C.S. (8;10) M
2a. Entrevista

Data: 26/10/87
Duração: 06 min

- (1,1) "-Este (B) fica com mais." -Por que? "-Porque a casa
A B está aqui." (mostra o canto). -Os dois cavalinhos
não perderam o mesmo tanto de capim? "-Perderam."
-Os dois ficam com o mesmo tanto para comer?
"-Ficam." -Sobra igual? "-Sobra."

- (3,3) "-Sobra mais para este (B)." -Por que? "-Porque aqui
A B está tudo junto."

Concorda com a equivalência dos restos enquanto a entrevistadora argumenta nesse sentido, mas tão logo se passe para outra situação, abandona esse critério, voltando aos de posição. Assume este critério como se não se tivessem feito considerações de caráter quantitativo. Não houve, por conseguinte, esquemas adequados para que se verificasse assimilação-acomodação relativos às situações e objetos abordados. Permanece, desta forma, no nível não-operatório de desenvolvimento, pois apesar de concordar com a igualdade

frente às argumentações da entrevistadora, não generaliza esse critério ao abordar situações semelhantes.

R.C.S. (8;10) M
3a. Entrevista

Data: 30/10/87
Duração: 07 min

(1,1) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque tem igual."
A B

(3,3) (Pensa demoradamente) "-Este (B) fica com mais."
A B -Mas um perdeu mais que o outro? "-Não, perderam igual." -Então por que sobra mais aqui (B)?
"-Porque as casas estão espalhadas." -Mas as casinhas não cobrem o mesmo tanto? "-Cobrem." -Antes de fazer as casinhas não tinham o mesmo tanto?
"-Tinham." -E o que sobra, não é igual? "-E, é igual."

(4,4) "-Esta (B) tem mais." -Como você sabe? "-Tem mais espaço."
A B

Admitiu a equivalência dos restos espontaneamente para a situação (1,1), mas volta a priorizar os critérios baseados na configuração dos quadros para as situações subsequentes. Observa-se um efeito das sessões de aprendizagem, quando tem dúvidas antes de responder à situação (3,3). Também concorda com a equivalência dos restos, mas retoma sempre os critérios primitivos ao avaliar uma situação nova. Parece, portanto, ter havido alguma evolução relativamente à entrevista anterior, podendo-se dizer que faz, nesta sessão, avaliações próprias de nível intermediário inicial de desenvolvimento.

R.C.S. (8;10) M
4a. Entrevista

Data: 05/11/87
Duração: 08 min

(1,1) "-Sobra o mesmo tanto." -Por que? "-Porque é 1 e 1."
A B

- (2,2) "-E a mesma coisa, porque tem 2 e 2."
A B
- (6,6) "-Aqui (B) tem mais capim." -Por que? "-Porque lá tem todo espaço." -Quantas casinhas estão lá? "-Seis." -E aqui? "-Seis." -Os cavaleiros não perderam o mesmo tanto? "-Perderam." -Sobrou o mesmo tanto? "-Sobrou."
- (10,10) "-Sobra mais aqui (B)." -Por que? "-Porque está espalhado ali (A)."
A B

Os comportamentos desta entrevista são semelhantes, qualitativamente, aos da sessão anterior, mas pode-se dizer que houve alguma evolução. Concebe a equivalência para a situação (2,2), o que não ocorreu na entrevista anterior. Porém, são ainda comportamentos de nível intermediário, já que não há generalização dos critérios quantitativos para outras situações.

R.C.S. (8;10) M
5a. Entrevista

Data: 09/11/87
Duração: 06 min

- (1,1) "-Mesmo tanto." -Por que? "-Porque as casas são do mesmo tamanho."
A B
- (3,3) "-Mesmo tanto." -Como você sabe? "-Porque é igual."
A B -O que é igual? "-Tem 3 lá e 3 aqui."
- (5,5) "-E o mesmo tanto que sobra." -Por que? "-Porque tem 5 e 5."
A B
- (9,9) "-Sobrou mais capim aqui (B)." -Por que? "-Porque tem mais pasto."
A B

Já se manifesta agora referindo-se à quantidade de casinhas colocadas nos campos, o que não era comum nas respostas anteriores. Não mantém para qualquer situação, pois volta a considerar, na situação (9,9), a configuração em vez da quantidade de peças, mas pode-se afirmar que houve uma

notável evolução relativamente à sessão anterior. No entanto, não se trata ainda de operatoriedade. Permanece, apesar da evolução, no nível intermediário de desenvolvimento, embora demonstre maior flexibilidade.

R.C.S. (8;10) M
6a. Entrevista

Data: 12/11/87
Duração: 05 min

(2,2) "-Sobra igual." -Como você sabe? "-E que tem igual: 2
A B e 2."

(4,4) "-Igual." -Por que? "-Porque tem quatro e quatro."
A B

(10,10) "-Aqui (B) está tudo juntinho. Sobra mais para o
A B cavalo andar pela espaço." -Ele fica com mais capim que o outro? "-Fica." -Por que? "-Porque está tudo no canto." -Mas quantas casas tem lá (A)? "-Dez." -E aqui (B)? "-Dez." -Sobra igual? "-Aqui (B) sobra mais."

Parece estar convencido da igualdade, mas ao se aumentar para dez o número de casinhas, volta a ter preocupações com a forma, em detrimento da quantidade. Mostra-se alheio às situações de aprendizagem propostas nesta entrevista.

R.C.S. (8;10) M
7a. Entrevista

Data: 16/11/87
Duração: 05 min

(2,2) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque tem 2 e 2."
A B

(4,4) "-Mesmo tanto." -Como você sabe? "-E que tem igual
A B nos dois."

(8,8) "-Acho que é igual." -Por que? "-Porque é o mesmo
A B tanto de casas."

(12,12) "-Aqui (B) tem mais capim." -Por que? "-Porque está
A B tudo juntinho."

Os mesmos comportamentos se mantêm. Parece ser este o máximo nível evolutivo possível de ser alcançado pelo sujeito, já que as situações e argumentações não modificam as avaliações que faz.

..*

Os modos de expressão desta criança denotam grande convicção, o que permite supor ser o intermediário o nível máximo possível de ser atingido no momento. Mostra-se confortável e confiante nas suas respostas e justificativas, sem indícios de conflitos cognitivos. A crença na desigualdade, provocada pela diferença das formas é indiscutível para ela.

As entrevistas demonstraram que não se trata de exercitar esquemas de funcionamento presentes e aptos a proporcionar manifestações de nível exclusivamente operatório.

A.P.G. (6;3) M
1a. Entrevista

Data: 02/06/87
Duração: 07 min

(1,1) "-Este (B) vai comer mais." -Por que? "-Porque a
A B casinha está aí." -Eles perderam capim? "-Perderam."
-Os dois perderam o mesmo tanto ou um perdeu mais que o outro? "-Perderam o mesmo tanto." -Por que? "-Porque as casinhas ficaram em cima deste e deste." -Sobrou o mesmo tanto pros dois? "-Sobrou mais pra este, que tem mais lugar."

As avaliações que manifesta são de nível claramente não-operatório, mostrando-se também resistente à situação de aprendizagem proposta. Apesar de admitir a igualdade das perdas, mantém inalterados seus argumentos de que as formas interferem na quantidade de capim.

A.P.G. (6;3) M
2a. Entrevista

Data: 05/06/87
Duração: 06 min

(1,1) "-Sobra mais pra este (B)." -Por que? "-Porque a
A B casinha ficou aqui no cantinho." -Quanto capim este (B) perdeu? "-Esse tanto." (levanta a casinha). -E este (A)? "-Esse tanto." (mesmo gesto). -Eles perderam igual? "-Perderam o mesmo tanto." -Os dois ficaram com o mesmo tanto pra comer? "-Este (B) fica com mais."

Observam-se aqui as mesmas condutas da entrevista anterior, em que a configuração determina a quantidade de capim dos cavalinhos. Continua resistente à situação de aprendizagem proposta, sem apresentar qualquer evolução nas avaliações. Permanece, desta forma, no nível não-operatório de desenvolvimento.

A.P.G. (6;3) M
3a. Entrevista

Data: 08/06/87
Duração: 05 min

(1,1) "-Os dois ficam com o mesmo tanto." -Por que?
A B "-Porque tirou este e este (mostra os dois retângulos

sob as casinhas).

(3,3) "-Os dois ficam igual." -Por que? "-Porque tirou três
A B e três."

(8,8) "-Este (B) fica com mais." -Este (A) perdeu mais que
A B este (B)? (conta). "-Perdeu igual." -Por que você
disse que sobrou mais aqui (B)? "-Porque estão no
cantinho."

Agora admite a equivalência para uma e para três casas em cada campo, o que significa, a nível verbal, um avanço em relação à sessão anterior. Quando questionada no caso de oito peças em cada campo, volta aos critérios de posição, presentes desde o início do processo. Houve, assim, uma evolução relativamente à sessão anterior, podendo-se classificar as avaliações desta sessão com próprias de nível intermediário na noção em estudo.

A.P.G. (6;3) M
4a. Entrevista

Data: 11/06/87
Duração: 05 min

(1,1) "-Sobra o mesmo tanto." -Por que? "-Porque tem uma
A B aqui e uma aqui."

(3,3) "-Sobra igual."
A B

(5,5) "-Mesmo tanto." -Por que? "-Porque tem cinco e
A B cinco."

(8,8) (Fica indeciso). "-Sobra mais aqui (B)." -Por que?
A B "-Porque tem mais espaço." -Mas um perde mais que o
outro? (conta). "-Perderam igual." -Sobrou igual?
"-Aqui (B) sobrou mais."

Novamente se observa um desequilíbrio em relação à situação colocada com oito peças em cada campo. O aspecto espacial leva prioridade sobre o quantitativo, evidenciando o nível intermediário em que se encontra o sujeito.

A.P.G. (6;3) M
5a. Entrevista

Data: 16/06/87
Duração: 04 min

(2,2) "-Sobrou o mesmo tanto." -Por que? "-Porque tem duas
A B e duas."

(5,5) "-Sobra igual."
A B

(8,8) "-Sobra mais aqui (B)." -Por que? "-Porque tem mais
A B espaço." -Quantas casinhas tem cada lado? (conta).
"-Tem oito e oito." -Sobra igual? "-Sobra mais aqui
(B)."

Não se observa avanço em relação à entrevista anterior. Os comportamentos manifestos são ainda de nível intermediário, admitindo a equivalência dos restos para cinco mas não para oito peças. As sessões de aprendizagem propostas não evidenciam efeito, já que as considerações continuam sendo de posição a partir de certo número de objetos.

A.P.G. (6;3) M
6a. Entrevista

Data: 19/06/87
Duração: 04 min

(3,3) "-Sobra igual."
A B

(5,5) "-Sobra o mesmo tanto." -Por que? "-Porque tem cinco
A B e cinco."

(6,6) "-Sobra igual."
A B

(8,8) "-Aqui (B) sobra mais." -Por que? "-Porque sobra mais
A B espaço."

Parece ser este o nível máximo possível de ser atingido pela criança nessas condições. Nota-se uma estabilidade nas avaliações, voltando aos critérios configuracionais para mais que seis casinhas em cada campo. Mantém-se no

nível intermediário de desenvolvimento, sem reação às argumentações no decorrer das entrevistas que pretendem retomar os critérios quantitativos.

..*

Este é um caso de resistência sistemática aos critérios de posição para mais que seis casinhas.

As situações de aprendizagem propostas provocaram uma evolução, já que a criança iniciou a primeira sessão com comportamentos de não-operatoriedade, mas não foi possível atingir a operatoriedade.

O nível intermediário parece ser o máximo possível de ser atingido, em termos de operatoriedade nesta noção, segundo a proposta apresentada.

A convicção é grande ao afirmar a desigualdade dos restos para mais que seis casinhas, deixando claro que não se trata de exercitar, neste momento, esquemas disponíveis.

GRUPO 3

Os sujeitos deste grupo apresentaram uma trajetória em que, partindo do nível não-operatório evoluíram, após duas sessões, alcançando o nível intermediário nas avaliações dos restos. Tendo sido proporcionadas ainda outras situações de aprendizagem, mostraram estabilidade no nível intermediário, sem indícios de que progrediriam para o nível operatório.

Há indicadores de que este é o nível máximo possível de ser atingido no momento. Observa-se a incidência do comportamento em que se admite a igualdade dos restos, mas este não chega a ser generalizado. Até certo número de casinhas há a integração entre a igualdade dos restos como função da igualdade das retiradas; R.C.S. admitiu a equivalência até para a situação (8,8). A partir desse número, até onde se investigou, desvinculou os restos das retiradas. Também A.P.G. admitiu até (5,5). A partir daí a configuração passou a ser prioritária.

Os sujeitos deste grupo tiveram condição de avançar mais em direção à operatoriedade do que os do grupo 2, em termos de número de casinhas para as quais a equivalência dos restos foi admitida.

CAPITULO VI

GRUPO 4

PROCESSOS OPERATORIOS CRESCENTES E LENTOS

Este grupo se caracteriza por reunir nove crianças cujos processos se mostraram contínuos e crescentes, mas lentos. Lentos não somente no que se refere ao número de sessões a de que participaram (sete para algumas e oito para outras), mas ao que diz respeito à evolução na abrangência das suas avaliações.

Cada uma das crianças se encontrava inicialmente no nível intermediário de desenvolvimento da noção em estudo. Em contato com situações de aprendizagem, evoluíram até atingir o nível operatorio, mas de modo que a cada sessão seus comportamentos fossem apenas levemente mais abrangentes que os da entrevista anterior.

A operatoriedade só foi atingida, desta forma, após um longo período de crescimento realizado passo a passo.

Transcrevem-se a seguir dois dos processos considerados representantes do grupo.

A.D.R. (6;6) F
1a. Entrevista

Data: 11/05/87
Duração: 09 min

- (1,1) "-Sobra igual pros dois." -Por que? "-Porque tem uma
A B casinha de cada lado."
- (2,2) "-Igual." -Como você sabe? "-E porque tem dois e
A B dois."
- (4,4) "-Este aqui (B) ficou com mais." -Por que? "-Porque
A B colocou na beiradinha." -Os cavalinhos perderam
capim? "-Perderam." -Este perdeu o mesmo tanto que
aquele ou não? "-Não. Este aqui vai ficar com
mais." -Ele perdeu menos que aquele? (para, pensa-
tivo). "-Perdeu o mesmo tanto." -Sobrou pra ele o
mesmo tanto que sobrou pro outro? "-Não, pra ele
sobra tudo isso." (mostra o campo livre).

Observa-se um caso de nível intermediário, já que para pequenas quantidades a equivalência dos restos é mantida quando se retiram quantidades iguais. Para quatro casinhas quebra-se a convicção da equivalência e é negado o axioma de Euclides, ou seja, embora as partes retiradas sejam equivalentes, os restos não o são.

A.D.R. (6;6) F
2a. Entrevista

Data: 14/05/87
Duração: 08 min

- (2,2) "-Sobra igual."
A B
- (4,4) "-Sobra o mesmo tanto." -Como você sabe? "-E porque
A B você colocou quatro aqui e quatro aqui."
- (6,6) "-Aqui pra este (B) vai sobrar mais." -Sobra mais?
A B "-E, é porque arrumou direitinho aqui." (mostra as
casas justapostas no canto). -Quantas casas eu
coloquei em cada lado? (conta). "-Seis nos dois."
-E os cavalinhos perderam o mesmo tanto de capim?
"-Perderam." -E sobrou igual pros dois? "-Sobrou mais
pra este (B)."

Repete-se o comportamento anterior, somente que agora até quatro casinhas. Pode-se dizer que houve algum

avanco, uma vez que a quantificação foi priorizada em detrimento da configuração para um número de casinhas um pouco maior que o da entrevista anterior. Esta convicção, no entanto, ainda é abalada ao se colocar seis casinhas em cada campo. Caracteriza-se, assim, um caso ainda de nível intermediário.

A.D.R. (6;6) F
3a. Entrevista

Data: 18/05/87
Duração: 08 min

(3,3) "-Sobra igual." -Como você sabe? "-E porque tem o
A B mesmo tanto." -De que? "-De casinhas."

(4,4) "-Sobra o mesmo tanto." -Por que? "-Porque tem quatro
A B e quatro."

(6,6) "-Acho que este (B) vai ficar com mais." -Por que?
A B "-Porque você arrumou tudo aqui." (no canto). -Quantas casinhas tem cada lado? "-Tem seis e seis." -Os cavalinhos não perdem o mesmo tanto? "-Perdem." -Sobra o mesmo tanto pros dois ou não? "-Sobra."

(8,8) "-Aqui (B) vai sobrar mais." -Por que? "-Porque está
A B arrumadinho."

Manifesta o mesmo nível da entrevista anterior, mas reage à proposta de uma situação de aprendizagem ao afirmar que na situação (6,6) os cavalinhos ficam com o mesmo tanto de capim. No entanto, essa conduta não se mantém para a situação (8,8), imediatamente posterior. Em outras palavras, reage à situação de aprendizagem, mas volta, em seguida, às considerações não-operatórias demonstradas anteriormente. Permanece, portanto, no nível intermediário de desenvolvimento.

A.D.R. (6;6) F
4a. Entrevista

Data: 22/05/87
Duração: 07 min

- (4,4) "-Sobra o mesmo tanto."
A B
- (6,6) "-Sobra o mesmo tanto." -Por que? "-Porque tem seis aqui e seis aqui."
A B
- (8,8) "-Aqui (B) vai sobrar mais." -Como você sabe? "-E que tem mais espaço pro cavalinho." -Mas quantas casinhas tem? "-Tem oito aqui e oito aqui." -Um perdeu mais que o outro? "-Não." -Sobrou mais pra um do que pro outro ou sobrou igual? "-Sobrou igual."
A B
- (10,10) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque os dois tem dez."
A B

Nesta entrevista nota-se uma reação às situações de aprendizagem propostas, avançando com as considerações de equivalência até dez casinhas em cada campo, o que significa um progresso em relação ao encontro anterior. Há ainda, como na situação (8;8), uma tendência a privilegiar o fator configuracional, mas nota-se uma reação de volta às considerações quantitativas com uma breve proposta de aprendizagem. Como não são espontâneas as manifestações, pode-se dizer que se encontra ainda no nível intermediário.

A.D.R. (6;6) F
5a. Entrevista

Data: 25/05/87
Duração: 04 min

- (5,5) "-O mesmo tanto." -Por que? "-Porque os dois têm cinco."
A B
- (9,9) "-Este (B) ficou com mais." -Como você sabe? -Ele tem mais lugar." -Mas os dois não perderam o mesmo tanto? "-Perderam." -E o capim que sobrou? "-E o mesmo tanto pros dois."
A B

De cinco para nove casinhas a diferença é suficiente para provocar desequilíbrio no momento de avaliar.

Relativamente à sessão anterior, mantém o mesmo nível. Não se pode dizer que atingiu o nível operatório, mas houve, relativamente à sessão inicial, um considerável avanço rumo à operatoriedade.

A.D.R. (6;6) F
6a. Entrevista

Data: 29/05/87
Duração: 04 min

(6,6) "-Sobra igual."
A B

(9,9) "-Sobra igual." -Por que? "-Os dois têm igual."
A B

(12,12) "-Este (B) vai comer mais." -Por que? "-Porque ele tem mais capim." -Ele perdeu menos capim? (conta)
A B "-Perdeu igual." -Você achou que sobrou mais para um deles? "-Para este (B)." -Por que? "-Porque tem mais espaço."

Doze parece ser um número suficientemente grande para desequilibrar as convicções que mostrava nas considerações de equivalência dos restos, mas pode-se dizer que houve algum avanço em relação à entrevista anterior, já que considera espontaneamente a igualdade para a situação (9,9).

A.D.R. (6;6) F
7a. Entrevista

Data: 01/06/87
Duração: 06 min

(5,5) "-Sobra o mesmo tanto."
A B

(8,8) "-Sobra o mesmo tanto pros dois."
A B

(10,10) "-Vai sobrar o mesmo tanto pros dois." -Como você sabe? "-E que tem dez em cada lado."

(12,12) "-Assim também sobra o mesmo tanto." -Por que?
A B "-Porque você colocou doze lá e doze aqui."

(15,15) (Conta, apontando uma a uma). "-Tem quinze lá e quinze aqui. Você colocou igual." -E o capim que

sobra? "-E o mesmo tanto pros dois cavalinho."

Todas as justificativas são fundamentadas em critérios de equivalência quantitativa, o que denota um nível de operatoriedade espontânea (já que não se fez necessário introduzir questões no sentido de aprendizagem). Até quinze casinhas suas respostas são de equivalência quantitativa, independentemente da configuração que se adote.

A.D.R. (6;6) F
8a. Entrevista

Data: 05/06/87
Duração: 05 min

(8,8) "-Sobra o mesmo tanto." -Como você sabe? "-Porque tem
A B oito lá e oito aqui."

(13,13) (Conta). "-Tem treze e treze." -Sobrou mais capim
A B pra um dos cavalinhos? "-Sobrou o mesmo tanto."

(16,16) "-Sobrou o mesmo tanto."
A B

A mesma conduta da entrevista anterior é mantida, sem necessidade de intervenção com situação de aprendizagem. O fator quantitativo é espontaneamente priorizado sobre o configuracional. Trata-se, portanto de conduta operatória nesta entrevista.

..*

Partindo do nível intermediário na primeira sessão, apresentou um processo em que a cada encontro demonstrava evolução rumo à operatoriedade, mas sem ousar assumir a equivalência quantitativa de maneira global. Para casos

próximos ao anterior, valia a equivalência; para casos em que a quantidade de casinhas se distanciava da situação anterior, voltavam os critérios qualitativos de posição.

Assim se comportou durante cinco entrevistas consecutivas. No momento em que se sentiu seguro quanto à equivalência da quantidade dos restos para a equivalência das perdas, passou a assumir a igualdade fosse o número de casinhas próximo ou distante do avaliado na situação imediatamente anterior. Esse fato caracterizou a necessidade de um longo processo de exercitação dos esquemas de funcionamento cognitivo para possibilitar a generalização própria de comportamentos de nível operatório.

Uma vez assumida a equivalência, esta esteve presente nas avaliações para qualquer número de casinhas, independentemente da situação imediatamente anterior. Essa generalização se faz perceber na argumentação relativa à situação (15,15): "tem o mesmo tanto de casinhas", sem se referir a "quantas" casinhas havia.

Está evidente a implicação da igualdade das perdas para a igualdade dos restos.

C.R.S. (6;6) M
1a. Entrevista

Data: 02/06/87
Duração: 09 min

- (1,1) "-Sobra o mesmo tanto." -Por que? "-Porque tem igual
A B pros dois."
- (2,2) "-Sobra igual." -Como você sabe? "-Tem duas casin-
A B has."
- (5,5) "-Sobra mais pra este (B)." -Por que? "-Porque estas
A B (B) estão arrumadinhas." -Este (A) perdeu mais
capim? "-Perdeu." -Por que? "-Porque espalhou as
casas." -Quantas casas tem aqui? "-Cinco." -E aqui?
"-Cinco." -Um perdeu mais capim que o outro? "-Não."
-Sobrou mais pra um do que pro outro? "-Este (B)
ficou com mais."

Observa-se nível operatório nas considerações feitas até duas casinhas. Quando se aumenta para cinco em cada campo há um retrocesso em termos de operatoriedade, isto é, a configuração tem prioridade sobre a quantificação. Não se mostra receptivo à situação de aprendizagem. Houve alguma evolução quando considerou as perdas equivalentes - o que não se verificava antes - mas avalia os restos como diferentes, a despeito da equivalência das perdas. Trata-se de comportamento de nível intermediário nesta noção, já que ora admite a equivalência dos restos em função da equivalência das perdas, ora a nega.

C.R.S. (6;6) M
2a. Entrevista

Data: 05/06/87
Duração: 07 min

- (3,3) "-Sobra igual pros dois." -Por que? "-Porque sim."
A B
- (5,5) "-Sobra mais pra este (B)." -Como você sabe? "-Porque
A B sobra mais espaço pra ele." -Mas quantas casinhas
cada um tem? "-Este tem cinco e este tem cinco."
-Eles têm igual? "-Têm." -E o capim que sobra, é o
mesmo tanto? "-Sobra mais aqui (B)."

Experimentou-se a avaliação para três casinhas, ao que se obteve resposta de nível intermediário, já que admite a igualdade mas não sabe justificar, dizendo "porque sim".

As respostas voltaram às considerações de posição. Continua avaliando as perdas como iguais, mas os restos são tidos como diferentes. Este fato demonstra que os restos não estão condicionados às perdas, mas às posições que as casinhas assumem.

C.R.S. (6;6) M
3a. Entrevista

Data: 08/06/87
Duração: 07 min

- (5,5) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque tem cinco e
A B cinco."
- (8,8) (Conta). "-Sobra o mesmo tanto." -Como você sabe?
A B "-Porque sim."
- (10,10) (Demora, pensativo). "-Aqui (B) vai sobrar mais."
A B -Por que? "-Porque tem mais espaço pro cavalinho."
 -Mas você sabe quantas casinhas tem cada lado?
 (conta). "-Tem dez aqui e dez aqui." -Sobra mais
 para algum deles? "-Pra este (B)."

Houve evolução nesta entrevista, uma vez que afirma, sem restrições, a igualdade para o caso de cinco e até oito casinhas. Nesta situação, no entanto, negou-se a justificar, o que sugere insegurança na argumentação. Não é o caso, portanto, de operatoriedade, pois que volta às considerações de posição quando se aumenta para dez casinhas. Porém, o fato de ficar pensativo antes de responder talvez possa ser indício de que esteja havendo uma tendência à contagem, prenúncio de avaliação quantitativa.

C.R.S. (6;6) M
4a. Entrevista

Data: 11/06/87
Duração: 06 min

(6,6) "-Sobra igual." -Por que? "-Tem seis e seis."
A B

(10,10) "-Aqui (B) sobra mais." -Como você sabe? "-Porque tem
A B mais espaço aqui (B)." -Quantas casinhas cada um
tem? (conta). "-Tem dez pra cada um." -Eles perderam o mesmo tanto? "-Perderam." -Sobra igual pros dois? "-Aqui (B) sobrou mais."

Os comportamentos indicam que se mantém o nível da entrevista anterior, havendo resistência em direção à avaliação quantitativa quando se aumenta o número de casinhas para dez.

C.R.S. (6;6) M
5a. Entrevista

Data: 16/06/87
Duração: 05 min

(6,6) "-Sobrou o mesmo tanto." -Como você sabe? "-Eu sei
A B que tem seis em cada um."

(10,10) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque tem dez e dez."
A B

(15,15) "-Aqui (B) sobra mais." -Quantas casinhas tem em cada
A B lado? (conta). "-Tem quinze e quinze." -Eles perderam igual? "-Perderam." -Sobrou igual pros dois ou não? "-Não. Sobrou mais pra este (B)."

Justifica de maneira evidentemente operatória o caso de igualdade para seis, assim como para o caso de dez casinhas. No caso de quinze (diferença propositadamente grande, para testar a generalização) retorna aos níveis não-operatórios iniciais, característica de estruturas em desenvolvimento sob efeito de situações desequilibradoras. Demonstra segurança em avaliar segundo os critérios de posição, situação em que se sente mais seguro e confortável, de acordo com os esquemas disponíveis.

C.R.S. (6;6) M
6a. Entrevista

Data: 19/06/87
Duração: 06 min

- (8,8) "-Sobrou igual." -Por que? "-Porque tem oito e oito."
A B
- (12,12) (Conta). "-Sobra igual." -Como você sabe? "-E que
A B tem doze aqui e doze aqui."
- (16,16) (Conta). "-Sobrou igual." -Por que? "-Porque tem
A B dezesesseis de cada lado."

Agora dezesseis casinhas não são motivo de volta às considerações de posição. Há prioridade do fator quantitativo sobre o qualitativo, mesmo para número relativamente alto de casinhas. Observa-se uma grande evolução, já que a segurança com que se manifesta permite admitir a ausência de dúvidas nas avaliações. Há um evidente desapego à disposição dos objetos, em favor de uma análise qualitativa, própria de conduta operatória.

C.R.S. (6;6) M
7a. Entrevista

Data: 22/06/87
Duração: 05 min

- (10,10) (Conta). "-Sobrou o mesmo tanto pros dois." -Por
A B que? "-Porque tem dez e dez."
- (15,15) (Conta). "-Tem o mesmo tanto de casinhas." -Sobra
A B mais pra um deles? "-Sobra igual."

A atitude de contar antes de responder evidencia uma preocupação com o fator quantitativo. Responde sem titular, considerando a igualdade dos restos, ou seja, estão presentes as operações supostas necessárias para a concepção da equivalência dos restos em função da equivalência das

perdas. São, desta forma, comportamentos operatórios que se fizeram presentes desde a entrevista anterior.

..*

Foi este um caso reticente de aprendizagem lenta, onde se percebe a necessidade de um longo período de exercitação dos esquemas, chegando finalmente à manifestação de comportamentos operatórios, após uma estabilidade em nível intermediário, observada durante cinco entrevistas. Nota-se, no desenvolver do processo, uma resistência em ousar argumentações mais abrangentes.

Há indícios de que havia esquemas disponíveis para a avaliação quantitativa, mas houve a necessidade de um período de exercício que os tornasse suficientemente adequados para fornecer a segurança nas manifestações operatórias.

Tanto A.D.R. quanto C.R.S. demonstraram, nos processos vivenciados, a necessidade de um período de exercitação de seus esquemas para a assimilação dos objetos e situações trabalhados durante as entrevistas. Enquanto A.D.R. começou a demonstrar alguma evolução na segunda entrevista, C.R.S. demorou um pouco mais, fazendo-o na terceira.

Os processos, a partir de então, se mantiveram com pequenas evoluções a cada entrevista, para finalmente apresentarem comportamentos de nível operatório.

Observa-se, em ambos os casos, nas entrevistas finais, a aplicação dos dados trabalhados durante as sessões de aprendizagem de maneira generalizável, após o período de exercitação. Trata-se, assim, de processos crescentes coroados com manifestações operatórias, após uma permanência em nível intermediário.

Admitiram os restos como função das retiradas, mas bastava aumentar em pequena quantidade o número de casinhas para que houvesse o retorno às considerações de posição. Isso significa que os esquemas não se encontravam em estado suficientemente estáveis para permitir a generalização. Apesar disso, não houve retrocesso e as crianças reagiram rumo à operatoriedade finalmente alcançada.

CAPITULO VII

GRUPO 5

PROCESSOS OPERATORIOS CRESCENTES E BREVES

Este grupo está representado por três crianças cujos processos de aprendizagem transcritos a seguir se caracterizam pelo fato de que, em contato com as experiências sistemáticas de aprendizagem, evoluíram segundo uma trajetória que se poderia chamar contínua e crescente. Processos semelhantes foram observados em relação a dez das crianças com as quais se trabalhou.

As trajetórias foram denominadas contínuas porque apresentando inicialmente comportamentos de nível não-operatório ou intermediário, as crianças reagiram rumo à operatoriedade manifestando, entre um extremo e outro, quando fosse o caso, todos os comportamentos do nível intermediário. Observou-se o alcance relativamente rápido do nível evolutivo final, segundo os critérios definidos para análise.

Crescentes porque o desempenho numa dada sessão sempre foi possível de ser avaliado como superior ou semelhante ao manifesto na sessão antecedente.

Essas crianças vivenciaram períodos de aprendizagem de três ou quatro sessões apenas, coroados com manifestações operatórias, nas quais se mantiveram estáveis até o final dos processos.

(1,1) "-Sobra mais aqui (B)." -Por que? "-Porque tem mais
A B espaço." -Quando fazemos uma casinha o cavalo perde
capim, ganha ou fica o mesmo tanto que tinha? "-Ele
perde." -Por que? "-Porque a casa fica em cima." -O
tanto que este perdeu é mais, menos ou igual ao que
este perdeu? "-Igual." -E o que sobrou pra este é
mais, menos ou igual ao que sobrou pro outro? "-E
igual."

(3,3) "-Sobra mais aqui (B)." -Por que? "-Porque tem mais
A B espaço." -Quantas casinhas tem este lado? "-Três."
-E o outro? "-Três também." -Um perdeu mais que o
outro? "-Não. Perderam os dois igual." -E o que
sobrou? "-E igual pros dois."

As afirmações são, de início, baseadas na configuração dos objetos. Ao se suscitar uma avaliação baseada no encadeamento das respostas às questões colocadas pela entrevistadora, há um prenúncio de conservação na situação (1,1). Na situação (3,3) voltam, como no início, as avaliações segundo a disposição dos objetos. Só quando questionada sobre as perdas a criança concebe as sobras como equivalentes. Sua conduta, analisada de maneira global nesta entrevista, indicou que a criança se encontra em nível não-operatório de desenvolvimento nesta noção, segundo os critérios adotados para análise.

(3,3) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque tem três aqui e
A B três aqui."

(6,6) "-Igual." -O que? "-O capim." -O que sobra? "-E
A B igual." -Por que? "-Porque tem seis aqui e seis
aqui."

(10,10) "-Aqui (B) sobra mais." -Por que? "-Porque tem mais
 A B espaço." -Quantas casinhas tem aqui? "-Dez." -E
 aqui? "-Dez." -Um perdeu mais que o outro? "-Os
 dois perderam igual." -Sobrou mais pra um do que
 pro outro? "-Sobrou o mesmo tanto." -Por que?
 "-Porque tem 10 e 10."

Nesta entrevista mostra comportamentos de nível intermediário, conservando espontaneamente os restos para um número maior de peças. Quando questionada na situação (10,10), retorna ao critério de posição em detrimento do quantitativo, o qual é abandonado ao lhe serem solicitadas justificativas no decorrer do diálogo. Houve, desta forma, uma evolução, relativamente à entrevista anterior, embora não se possa garantir ainda a operatoriedade nas suas manifestações.

P.S.C. (9;4) F
 3a. Entrevista

Data: 16/11/87
 Duração: 06 min

(5,5) "-Tem igual pros dois." -O que? "-Capim." -O capim
 A B que sobra é igual? "-E." -Por que? "-Porque tem
 cinco casas aqui e cinco aqui."

(10,10) (Conta). "-Igual." -Por que? "-Porque tem dez aqui
 A B e dez aqui."

(16,16) (Conta). "-Sobra igual." -Por que? "-Porque tem o
 A B mesmo tanto de casinhas." -Quantas? "-Dezesseis em
 cada um."

Aqui aparecem argumentos que se identificam com aqueles de nível operatório, segundo nossos critérios de classificação. Ao sujeito passa a ser indiferente a forma como estejam arrumadas as peças, dando prioridade à quantidade delas. Esse comportamento é mantido para dezesseis casinhas, espontaneamente, sem necessidade de intervenção

com situações de aprendizagem. A expressão "Sobra mais porque tem o mesmo tanto de casinhas" sugere uma generalização própria de conduta operatória.

P.S.C. (9;4) F
4a. Entrevista

Data: 20/11/87
Duração: 04 min

(8,8) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque tem 8 e 8."
A B

(14,14) (Conta). "-Tem 14 de cada lado." -O que você acha
A B sobre o capim que sobra? "-E igual pros dois
cavalinhos."

(18,18) (Conta). "-Sobra o mesmo tanto." -Por que? "-Porque
A B tem 18 e 18."

Perduram aqui os argumentos presentes na última sessão, quando se observaram considerações de nível operatório. Tudo indica que, pela espontaneidade com que se manifesta, foi atingido o estágio operatório de desenvolvimento.

Na primeira entrevista P.S.C. demonstrou tendência a avaliar apenas pela configuração, embora quando solicitado fizesse algumas considerações quantitativas. No entanto, seus comentários partiam sempre do fator configuracional. No segundo encontro demonstrou maior frequência de avaliações quantitativas, referindo-se verbalmente ao número de casinhas nos campos.

No terceiro encontro ficam claras as concepções de quantidade do resto de capim. Não vacila ao fazer as

avaliações, comportamento este que conserva durante o quarto encontro.

A trajetória descrita por esta criança deixa claro que havia disponibilidade de esquemas bem definidos, os quais proporcionaram a rápida incorporação da noção trabalhada durante os diálogos. Entre a primeira e a segunda sessões, por exemplo, observa-se claramente uma mudança de comportamento, a qual sugere um processo de "incorporação" das informações implícitas no primeiro diálogo. A partir daí, nota-se cada vez mais o apego à quantificação e um conseqüente desapego à configuração.

Assim, P.S.C. mostrou um processo em que partiu, na primeira sessão, com comportamentos de nível não-operatório, apesar de demonstrar, ao final desta algum indicio de comportamentos de nível intermediário. Na segunda entrevista teve conduta compatível com o nível intermediário, para já na terceira sessão manifestar-se operatoriamente. Esta operatoriedade manteve-se também até o final da quarta sessão, demonstrando uma estabilidade nos comportamentos.

A.H.S. (9;1) M
1a. Entrevista

Data: 21/10/87
Duração: 10 min

- (1,0) "--Este (B) vai ficar com mais." -Por que? "--Porque
A B a casa cobriu o capim."
- (1,1) "--Agora os dois ficaram com o mesmo tanto."
A B
- (5,5) (Olha, indeciso) "--Acho que os dois ficam com o
 mesmo tanto de capim." -Como você sabe? "--E que tem
 5 casas aqui (A) e neste (B) também."
- (8,8) "--Este (B) ficou com mais capim." -Como você sabe?
 "--E que este cavaleiro pode comer tudo aqui (mostra o
 espaço livre em B, onde as casinhas estão
 justapostas)." -Quantas casas tem aqui (A)? "--Tem
 8." -E aqui (em B)? "--Tem 8." -Um dos cavaleiros
 perdeu mais capim que o outro? "--Um dos
 cavaleiros vai ficar com mais capim que o outro?
 "--Esse (B) vai ficar com tudo isso (mostra o campo
 livre em B)."

E um caso de comportamento do nível intermediário.

Para poucas casinhas é mantido o critério quantitativo, mas ao se aumentar o número de peças para oito, este critério é abandonado, dando lugar às avaliações de posição, sem demonstrar efeito das considerações feitas no decorrer da entrevista.

A.H.S. (9;1) M
2a. Entrevista

Data: 26/10/87
Duração: 08 min

- (6,6) "--Sobra o mesmo tanto." -Como você sabe? "--E que
A B tem o mesmo tanto de casas."
- (10,10) "--Sobra igual tanto de capim." -Por que? "--Porque
A B fica o mesmo tanto de casinhas."
- (12,12) (Olha, pensa, fica indeciso). "--Este aqui (B)
A B pode comer em toda volta, sem encontrar as
 casinhas." -Você acha que os dois cavaleiros têm
 o mesmo tanto para comer? "--Eu acho que aquele
 (B) pode comer mais." -Por que? "--Porque não tem
 casinhas no meio." -Onde tem mais casinhas? "--Não
 sei, precisa contar." -Então conte. "--Tem 12 aqui
 e 12 aqui." -E algum deles tem mais capim que o

outro? "-Não, os dois têm o mesmo tanto."

Houve alguma evolução nos comportamentos, relativamente à entrevista anterior, mas não se pode dizer que atingiu a operatoriedade. Quando se aumentou a quantidade das casinhas para doze, houve um desequilíbrio nas considerações, voltando a prevalecer o critério de posição, retomando em seguida, com uma breve situação de aprendizagem, os critérios quantitativos. Salvo o pequeno desequilíbrio na situação (12,12), pode-se dizer que em sua conduta tende a prevalecer o nível operatório de desenvolvimento.

A.H.S. (9;1) M
3a. Entrevista

Data: 30/11/87
Duração: 08 min

- (8,8) "-Os dois têm o mesmo tanto de capim." -Como você
A B sabe? "-E que os dois perdeu igual." -Por que
perderam igual? "-Porque tem igual de casinhas."
- (12,12) (Conta as casinhas) "-Os dois cavalinhos têm o
A B mesmo tanto para comer." -Por que? "-Porque tem
12 e 12." (mostra os dois campos)
- (14,14) "-Sobra igual para os dois." -Como você sabe? "-E
A B que você colocou mais duas aqui e mais duas ali."
- (14,15) "-Agora sobra mais neste (A)." -Por que? "-Porque
A B falta uma casinha."

Pelas manifestações da criança nesta entrevista, pode-se dizer que se encontra no nível operatório de desenvolvimento. Mantém-se as avaliações pautadas em critérios quantitativos para números relativamente grandes de casinhas. Ainda, nota-se a facilidade em compensar quantidades: "-Sobra mais neste porque falta uma casinha." Ainda, na situação (14,14), está explícito o axioma de Euclides, quan-

do avalia a partir da situação anterior (12,12), sem a necessidade de retornar à situação inicial (1,1). É uma forma de generalização, própria de comportamentos de nível operatório.

A.H.S. (9;1) M
4a. entrevista

Data: 05/11/87
Duração: 06 min.

(10,10) "-Assim tem igual pros dois." -Por que? "-Porque tem
A B dez e dez."

(16,16) "-Tem o mesmo tanto." -Por que? "-Porque tem o
A B mesmo tanto de casas."

Generaliza-se aqui o critério quantitativo, quando a criança diz, independente do número de casinhas: "-Tem o mesmo tanto, porque tem o mesmo tanto de casas." Essa generalização é própria de comportamentos em nível operatório.

..*

O processo observado demonstrou uma rápida evolução em direção a comportamentos de nível operatório. A partir da primeira sessão foi se ampliando o domínio da criança nas avaliações quantitativas para números cada vez maiores de objetos. A generalização se estendeu rapidamente, sem deixar dúvidas quanto à presença de esquemas propícios à aquisição da noção de área, compatíveis com a proposta apresentada.

A conduta da criança, vista sob o aspecto de segurança e satisfação expressa em forma de sorrisos, vem contribuir para a suposição de que se trata de efetiva

aprendizagem da noção, segundo esta proposta.

Em suma, esta criança manifestou um processo em que, partindo de comportamentos de nível intermediário, manteve-se neste mesmo nível durante a segunda entrevista, porém com indícios de avanço. Na terceira sessão demonstrou conduta operatória, que manteve também na quarta entrevista, sugerindo uma estabilidade operatória.

A.T.S. (9;5) M
1a. Entrevista

Data: 06/11/87
Duração: 08 min

- (1,1) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque este tem 1 casa e
A B este também tem 1."
- (3,3) "-Aqui (B) vai sobrar mais." -Por que? "-Porque estes
A B estão juntinhos." -Quantas casas tem este? "-Três."
 -E este? "-Três." -Tem o mesmo tanto de casas.
 Os dois cavalinhos perderam o mesmo tanto?
 "-Perderam." -Sobra igual pros dois? "-Sobra o mesmo
 tanto também."
- (4,4) "-Esta (B) tem mais."

Observa-se que as avaliações iniciais se pautam em considerações de nível não-operatório, até que se introduza uma situação de aprendizagem, à qual a criança se mostra receptiva. No entanto, só faz avaliações desvinculadas da configuração se lhe for solicitada uma análise baseada no aspecto quantitativo. Sem tal solicitação retorna aos aspectos de posição.

A.T.S. (9;5) M
2a. Entrevista

Data: 10/11/87
Duração: 06 min

- (3,3) "-Sobra o mesmo tanto." -Por que? "-Porque tem 3 lá e
A B 3 aqui."
- (8,8) "-Sobra igual." -Por que? (conta). "-Tem 8 aqui e 8
A B aqui."
- (16,16) (Feço que olhe a configuração). "-Aqui (B) acho que
A B sobra mais." -Por que? "-Porque tem mais espaço."
 -Você sabe quantas casinhas tem? (conta). "-Dezes-
 seis aqui e dezesseis aqui." -Por que sobra mais
 capim aqui (B)? "-Não, sobra igual."

Parece claro que houve, em termos evolutivos, um progresso nesta segunda entrevista, relativamente à sessão anterior. A criança iniciou a primeira entrevista admitindo a equivalência dos restos apenas para uma casinha em cada

campo, passando a admitir, logo após a primeira intervenção, a equivalência até três, chegando, nesta sessão, a admitir para oito casinhas. Titubeou ao analisar a situação (16,16), mas recompôs a análise após uma breve solicitação, sem necessidade de intervenção para aprendizagem.

A.T.S. (9;5) M
3a. Entrevista

Data: 13/11/87
Duração: 05 min

- (7,7) (Conta). "-Sobra igual." -Tem certeza? "-Tenho,
A B porque tem 7 lá e 7 aqui."
- (12,12) (Peço que olhe a configuração). "-Tem o mesmo tanto
A B de capim? "-Não sei." (conta). "-Tem. Tem 12 e
12." -Sobra mais capim pra um deles ou não? "-Sobra
igual." -Por que? "-Porque tem o mesmo tanto de
casinhas."
- (18,18) (Conta). "-Tem igual capim." -Sobra o mesmo tanto?
A B "-Sobra." -Por que? "-Porque tem o mesmo tanto de
casinhas."

Mostra segurança ao manifestar-se quanto à equivalência na quantidade restante de capim. Faz avaliações que evidenciam uma preocupação com o fator quantitativo, prioritariamente. Isto denota um avanço em termos de operatoriedade. Chega a admitir espontaneamente a equivalência, independente da forma como estão arrumadas as casinhas, até um total de 18 em cada campo. Generaliza ao afirmar que "sobra o mesmo tanto porque tem o mesmo tanto de casinhas". Isto significa uma grande evolução, a considerar pelo seu estágio inicial. Tem agora uma conduta operatória.

A.T.S. (9;5) M
4a. Entrevista

Data: 16/11/87
Duração: 03 min

(13,13) (Olha a configuração, depois conta, em voz alta).
A B "-Tem o mesmo tanto de capim pros dois." -Como você sabe? "-Tem o mesmo tanto de casinhas." -Os dois perderam o mesmo tanto? "-Perderam, porque tem o mesmo tanto de casinhas."

Nesta sessão pode-se dizer que se preservam os comportamentos operatórios manifestos na entrevista anterior. Tem segurança, uma vez que as justificativas continuam baseadas no fator métrico e não de posição, espontaneamente.

..*

No primeiro encontro A.T.S. apresenta indícios de operatoriedade em situações com pequena quantidade de casinhas, mas vincula suas avaliações à posição ocupada pelos objetos quando se depara com três ou mais casinhas em cada campo. E, porém, suscetível à situação de aprendizagem proposta, uma vez que reconsidera ao ser solicitada uma avaliação das perdas.

No primeiro encontro manifesta uma evolução indicadora de que entre a primeira e a segunda sessões os esquemas de funcionamento se modificaram, capacitando-a a admitir a equivalência dos restos para um contingente maior que o possível para a sessão anterior. No terceiro e quarto encontros fica clara a segurança nas avaliações quantitativas, desvinculadas do fator configuracional.

Observa-se, na evolução desta criança, um processo

claro de acomodação dos seus esquemas às novas situações à medida que lhe foi solicitado exercitá-los.

Dada a espontaneidade de suas ações e verbalizações, supõe-se que a assimilação dos objetos e situações tenha se efetuado. Tal suposição encontra reforço nas expressões de satisfação e segurança manifestas, o que, acredita-se, sejam relevantes para a externalização da aprendizagem da noção.

Em resumo, esta criança vivenciou um processo em que, partindo do nível intermediário de desenvolvimento, nele se manteve durante a segunda sessão, porém com alguma evolução em termos de domínio de percepção visual. Na terceira entrevista já manifestou comportamentos de nível operatório, para nele permanecer durante a quarta sessão, o que sugeriu ter havido aprendizagem efetiva.

GRUPO 4

Os processos descritos neste grupo têm a particularidade de terem apresentado uma passagem rápida do nível inicial (fosse intermediário ou não-operatório) para a consciência das operações e suas coordenações. Resultaram em processos contínuos e crescentes de aprendizagem da noção, num curto espaço de tempo.

Essas características sugerem que, apesar de terem sido classificados no primeiro encontro como não operadores na noção, talvez houvesse a disponibilidade mental para que as operações implícitas se efetivassem. Não houve um desempenho operatório ao primeiro contato com os objetos e situações, mas ficou evidente, no decorrer do processo, a sua rápida incorporação à medida que foram sendo trabalhados. A rapidez com que foram assimilados os dados faz supor que, embora se possa aventar a hipótese de uma maturação, suas estruturas cognitivas se encontravam organizadas e equilibradas para a referida adaptação.

Todos, já no segundo encontro demonstraram assimilar de alguma forma a equivalência das áreas restantes, o que revelou uma alteração -evolução, em termos de desenvolvimento- dos seus esquemas mentais, relativamente ao encontro anterior. Esses indícios de disponibilidade de esquemas adequados para a adaptação emergente parecem ter sido reforçados a partir do terceiro encontro, quando todos manifestaram operatoriedade na noção.

A generalidade nas considerações e a espontaneidade com que se manifestaram vêm reforçar a suposição de que se trata de efetiva aprendizagem.

CAPITULO VIII

GRUPO 6

PROCESSOS OPERATORIOS DESCONTINUOS E BREVES

As dez crianças que compõem este grupo tiveram uma forma de evolução caracterizada pela não-manifestação de um dos níveis descritos por Piaget - o intermediário - e, por este motivo, denominou-se descontinuo.

Apresentando inicialmente comportamentos de nível não- operatório, passaram abruptamente, a partir do segundo encontro, a manifestar condutas operatórias, nas quais se mantiveram estáveis. Foram processos bastante rápidos, bem determinados, sem indícios de conflitos cognitivos.

Transcrevem-se, a seguir, os processos vivenciados por duas das crianças, representativas do grupo.

I.G.O. (8;4) M
1a. Entrevista

Data: 23/10/87
Duração: 08 min

- (1,1) "-Aqui (B) sobra mais." -Por que? "-Porque a casinha
A B está no cantinho." -Mas as duas casinhas cobrem o
mesmo tanto de capim? "-Cobrem." -Quantas casinhas
tem cada campo? "-Uma." -Os dois cavalinhos perdem
o mesmo tanto de capim? "-Perdem." -Sobra o mesmo
tanto ou sobra mais para um deles? "-Sobra igual."
- (2,2) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque tem duas aqui e
A B duas aqui."
- (3,3) "-Aqui (B) sobra mais." -Por que? "-Porque está tudo
A B juntinho."

As justificativas iniciais demonstram não-operatoriedade. Submetido a uma situação de aprendizagem, reage no sentido de avaliar segundo a quantificação da área restante, justificando quantitativamente até que se tenha duas casinhas em cada campo. Para três já é abandonado o critério quantitativo, notando-se um retorno aos de posição, adotados inicialmente. Caracteriza-se, assim, uma conduta de não-operatoriedade, já que somente admite a equivalência dos restos se tiver sua atenção despertada pela entrevistadora.

I.G.O. (8;4) M
2a. Entrevista

Data: 27/10/87
Duração: 08 min

- (1,1) "-E igual." -O que é igual? "-O capim dos cava-
A B linhos." -O que sobra é igual? "-E." -Por que?
"-Porque é uma de cada um."
- (3,3) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque este (o de B) pode
A B andar no meio das casinhas."
- (5,5) "-Sobra o mesmo tanto." -Como você sabe? "-E que o
A B cavalinho pode andar aqui (mostra entre as casas)."
- (10,10) "-Sobra igual, porque o cavalinho pode comer o capim
A B em volta."
- (12,12) "-Sobra igual." -Como você sabe? "-E que ele anda no
A B meio e come."

(12,14) -Vou colocar duas aqui (B). Agora sobra igual ou
 A B não? "-Não." -Por que? "-Porque você só pôs aqui
 (B)." -Onde sobra mais capim? "-Aqui (B)." -Por
 que? "-Porque tem mais casinhas." -Como faz para
 ficar igual? (coloca duas casinhas em A) -Agora
 sobra igual? "-Sobra."

São espontaneamente quantitativas as avaliações feitas durante esta sessão, sem necessidade de interferência por parte da entrevistadora. Até mesmo para situações que exigem a compensação o comportamento é no sentido operatório, apesar da confusão no momento da verbalização (sobra mais onde há mais casinhas). No momento da ação, esta foi no sentido lógico de compensação (colocou as duas casinhas no campo que tinha menos). Houve um grande avanço, a considerar pelos comportamentos da sessão passada, em que a configuração passou a ter prioridade a partir de quando se tinha três peças em cada quadro.

I.G.O. (8;4) M
 3a. Entrevista

Data: 30/10/87
 Duração: 07 min

(1,1) "-Sobra igual." -Como você sabe? "-Sei porque tem 1 e
 A B 1."
 (6,6) "-Sobra o mesmo tanto." -Por que? "-Porque tem o
 A B mesmo tanto de casinhas."
 (10,8) "-Sobra mais para este (B)." (demorou um pouco a
 A B responder) -Por que? "-Porque ele tem menos
 casinhas." -Como faz para sobrar o mesmo
 tanto? (coloca duas casinhas em B).
 (14,14) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque tem o mesmo tanto
 A B de casinhas."
 (18,18) (Peço que olhe a configuração). "-Sobra igual."
 A B Por que? "-Porque tem o mesmo tanto de casinhas."

Parecem seguramente operatórias as manifestações

durante esta sessão, já que à configuração não é dada importância nem mesmo ao se sugerir que a considere. A generalização ("Porque tem o mesmo tanto de casinhas") e a compensação presentes confirmam a operatoriedade nas várias situações.

I.G.O. (8;4) M
4a. Entrevista

Data: 05/11/87
Duração: 05 min

- (6,6) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque tem seis e seis."
(12,12) "-Mesmo tanto." -Como você sabe? "-E que tem o mesmo
A B tanto de casinhas. Sobra igual."
(16,16) (Peço que olhe a configuração). "-Sobra o mesmo
A B tanto." -Por que? "-Porque tem 16 em cada um."

A generalidade com que responde, referindo-se "ao mesmo tanto", sem se preocupar com "quantas" casinhas há, sugere uma abstração própria de níveis operatórios.

..*

O processo vivido por este sujeito demonstra a presença de esquemas adequados à proposta de aprendizagem da noção de área, tal qual se pretendia.

Foi um processo em que se fez notar um bem-estar por parte da criança ao avaliar segundo as considerações quantitativas. Nota-se a evidência de que, entre a primeira e a segunda sessões se processou um exercitar de esquemas já disponíveis e aptos a funcionar segundo a proposta apresentada, emergindo considerações de nível operatório no decorrer da segunda sessão, mantendo-se até a quarta.

- (1,1) "-Sobra mais aqui (B)." -Por que? "-Porque não tem
A B casa no meio." -Mas essa casa não é do mesmo
 tamanho que a outra? "-E." -Então elas escondem o
 mesmo tanto de capim do cavaleiro, não é?
 "-Escondem igual." -Então o que sobra de capim não é
 igual? "-E, é igual."
- (2,2) "-Sobra o mesmo tanto." -Como você sabe? "-Tem duas
A B casinhas também."
- (3,3) "-Mesmo tanto." -Por que? "-Porque tem três e três."
A B
- (6,6) "-Aqui (B) sobra mais." -Por que? "-Porque tem mais
A B espaço." -Mas quantas casinhas tem cada lado?
 "-Seis e seis." -Eles perdem o mesmo tanto? "-Perdem."
 -E o que sobra? "-Sobra o mesmo tanto."
- (9,9) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque tem nove e nove."
A B

Começa com avaliações em que predomina o fator de posição das casas. Em contato com situação de aprendizagem, reage admitindo a equivalência dos restos, mas retrocede para nível não-operatório quando se colocam seis casinhas. Novamente em contato com situação de aprendizagem, reage voltando a considerar a igualdade dos restos para mesmo número de casinhas nos dois campos. Não se pode dizer, portanto, que suas avaliações de cunho quantitativo sejam espontâneas. Os comportamentos são de nível não-operatório inicialmente, passando a intermediários somente após a intervenção.

- (5,5) (Conta). "-Sobra igual." -Por que? "-Porque tem 5 e
A B 5."

- (9,9) "-Sobra o mesmo tanto de capim." -Como você sabe? "-E
A B que tem 9 aqui e 9 ali."
- (10,10) "-Tem o mesmo tanto de capim." -Sobra igual?
A B "-Sobra." -Por que? "-Porque eu contei dez e dez."
- (18,18) (Peço que olhe a configuração). "-Sobra mais aqui
A B (B)." -Por que? ... (fica pensativo) "-Tem mais
 espaço." -Você sabe quantas casinhas
 foram feitas em cada campo? (conta)
 "-Dezoito aqui e dezoito aqui." -O que você
 acha sobre o capim que sobra? "-Sobra o mesmo
 tanto."

Titubeia apenas quando se desvia sua atenção para a configuração, mas retoma os critérios quantitativos espontaneamente, contando as casinhas para avaliar. Este fato é indicador de que houve evolução relativamente à entrevista anterior, mantendo nesta entrevista comportamentos de nível operatório.

Q.C.G. (7;9) F
3a. Entrevista

Data: 27/11/87
Duração: 04 min

- (6,6) "-Sobra igual nos dois." -Como você sabe? "-E que tem
A B 6 aqui e 6 ali."
- (11,11) (Conta) "-Sobra igual." -Por que? "-Porque eu
A B contei 11 e 11."
- (18,18) (Conta). "-Tem 18 aqui e 18 ali." Sobra igual para
A B os dois."

São características de nível operatório as avaliações feitas durante esta sessão. São espontâneas e demonstram muita convicção por parte do sujeito. Há equilíbrio e, pode-se afirmar, ausência de qualquer conflito ao fazer as afirmações.

..*

Os comportamentos manifestos por este sujeito mostram uma evolução rápida rumo à conduta operatória, em consonância com as sessões de aprendizagem propostas. Começando em nível não-operatório, mas reagindo às situações de aprendizagem, esboçando, em presença destas, algumas condutas evolutivamente superiores às iniciais. . Na segunda entrevista já manifesta segura e consistentemente conduta operatória, sem evidenciar, nas suas afirmações, a presença espontânea do nível intermediário.

GRUPO 6

Estes processos evidenciaram uma forma de aprendizagem em que, do primeiro para o segundo encontro as crianças tiveram uma evolução da não-operatoriedade para a operatoriedade, de forma que seus comportamentos se mantivessem consistentes, sem contradições nem desequilíbrios.

Houve demonstração da disponibilidade de esquemas assimiladores da noção e objetos trabalhados, sem que se manifestassem condutas de nível intermediário.

Possivelmente os esquemas mentais se encontravam, no início do processo, em tal estado de equilíbrio e flexibilidade que o intervalo de tempo entre os dois primeiros encontros permitiu às crianças a passagem ao nível operatório sem que lhes fosse dada a possibilidade de manifestar o nível intermediário de desenvolvimento.

Já no segundo encontro há indícios de que seus esquemas estavam suficientemente trabalhados para permitir que emergissem condutas operatórias .

Foram interessantes as observações de I.G.O., no segundo encontro, ao justificar a equivalência dos restos. Nota-se na expressão "sobra o mesmo tanto porque o cavalinho pode andar aqui" (mostrando os espaços entre as casas) que não tem importância "onde" esteja o capim. O que importa é que estando onde for, a quantidade é a mesma que a do outro

cavalo.

Conduitas como esta, comuns nos outros sujeitos deste grupo, dão a certeza de que se trata de operatoriedade nesta noção.

PARTE III

CONSIDERAÇÕES FINAIS

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os questionamentos sobre o "como ensinar" justificaram a formulação de uma pesquisa em que se buscasse conhecer as formas como se processa a aquisição de uma noção em Matemática. Os insucessos das crianças na vida escolar, mais do que os sucessos, levantaram suspeitas da existência de elementos não imediatamente perceptíveis, subjacentes ao processo de ensino-aprendizagem. Optou-se, então, por um modelo de pesquisa em que fossem detectados e analisados os processos de aquisição da noção de área.

Os dados coletados, complementados por uma análise em que se priorizasse a qualidade das formas de evolução, permitiram o traçado do perfil de cada uma das crianças nos processos vivenciados, justificando a inclusão de cada uma delas num dos grupos descritos. Acredita-se que outros elementos relevantes pudessem ser percebidos no desenvolvimento dos processos, mas optou-se por relacionar as formas de aprendizagem à maior ou menor resistência às estratégias utilizadas durante as sessões, em função de dados que indicassem a disponibilidade ou não dos esquemas assimilativos, favorecedores da operatoriedade nessa noção.

Desta forma, foram derivados seis grupos de crianças. Entre um e outro podem-se detectar tanto as divergên-

cias que os definiram, como idiossincrasias em outros aspectos. Estes aspectos, apesar de não serem considerados menos relevantes, não foram determinantes para a análise aqui proposta. Também dentro de cada grupo os sujeitos apresentam diferenças, a despeito de terem sido considerados numa mesma categoria.

Um fator de diferenciação inicial foi o nível de operatoriedade: os não-operadores e os intermediários. Este, no entanto, não foi considerado prioritário para a categorização dos sujeitos segundo seus processos. Em alguns casos, como por exemplo no Grupo 5, A.T.S. se encontrava inicialmente em nível diferente dos demais sujeitos. Os processos, entretanto, foram considerados qualitativamente semelhantes.

Ressalte-se que os critérios utilizados para definir os agrupamentos emergiram das características dos próprios processos. Não foram, desta forma, definidos até o momento da análise, da qual resultaram.

Todo conhecimento pressupõe um sistema de princípios de conservação. Para o domínio da noção de área foi possível constatar, como era suposto, que na medida em que o pensamento procura organizar um sistema da noção, surge a necessidade de introduzir alguma permanência nas suas definições.

Sempre a conservação é postulada pelo pensamento como condição necessária "a priori" funcional do raciocínio;

à medida que se estabelece a interação entre os fatores internos de sua evolução e as condições externas da experiência do sujeito, essa necessidade certamente se impõe.

As noções matemáticas se estruturam progressivamente, em função das exigências de conservação. Uma quantidade contínua como é o caso em questão, só é utilizável para o raciocínio na medida em que constitui um todo permanente, independentemente das combinações possíveis na disposição de suas partes.

Ficou claro, através dos dados analisados, que a estruturação da noção de área obedece esses princípios. Uma análise apurada, considerando o processo vivido pelas crianças, uma a uma, levou ao fortalecimento da concepção de que entre as reações das crianças que não dispõem da conservação de área e aquelas que a evocam como condição necessária para suas avaliações, se estabelecem os comportamentos que caracterizam as fases intermediárias do desenvolvimento.

Por falta de composição das relações de diferenças entre si - diferenças de forma - a criança da fase intermediária ou não-operatória não poderia chegar à noção de quantidade ao trabalhar com a superfície. A quantidade de capim restante não é para ela o produto de diversas relações, como a disposição das casas ou a quantidade delas, pois cada uma dessas relações é considerada à parte e

independente das outras, como os registros dos processos demonstraram. Mesmo quando utiliza o critério "mesmo número de casinhas" para as avaliações, este fato permanece um simples dado perceptivo, já que não se compõe com a diferença das formas para levar à conclusão da equivalência dos restos.

Para que houvesse uma avaliação quantitativa dos restos, teria que ser satisfeita uma outra condição: a partição em unidades equivalentes, que neste caso seriam as casinhas. Para admitir a conservação dos totais de capim (área dos quadros) e elaborar uma avaliação realmente quantitativa é necessário compreender que todo acréscimo de casinhas é compensado por uma diminuição de capim, sendo esses dois valores (número de casinhas e resto de capim) inversamente proporcionais.

É imprescindível a composição da equivalência das retiradas nos dois campos com a troca de posição para resolver o problema da avaliação da área.

As crianças dos níveis não-operatório e inter-mediário não compreendem que a área se mantém a despeito da alteração da forma de suas partes pelo fato de não conseguirem compor as relações e as partes em questão. As que ultrapassaram esses níveis o fizeram porque lhes foi facultado superar o nível puramente qualitativo.

Estas são capazes de avaliar a área independentemente da disposição que possam assumir as casinhas. No

momento em que descobrem essa invariância, as afirmações são feitas de modo que a equivalência parece simples e evidente, como se nunca tivessem tido dúvidas a respeito.

As crianças do grupo 1 não foram capazes de progredir além da situação inicial, pois ao argumentar sobre os restos de capim era-lhes impossível integrar a equivalência das retiradas ao capim restante. No momento de avaliar, mesmo após a intervenção do pesquisador, persistiam no nível inicial pela ausência dessa coordenação das informações adquiridas. Esse fator dificultou o progresso rumo à operatoriedade, deixando-os estáveis no nível inicial.

Para as do grupo 2 foi possível um prenúncio de quantificação, quando integraram as retiradas e os restos até certo número de casinhas, mas sem generalização acima deste. A partir de três casinhas em cada campo já era dada prioridade à configuração, que passou a estar fortemente vinculada aos restos, apesar das interferências durante as entrevistas. Houve, portanto, uma integração incipiente para situações bem iniciais, que não foi generalizada. Os esquemas disponíveis não permitiram essa operação. Há indícios de que estes esquemas sejam um pouco mais evoluídos que os perceptíveis nos processos das crianças do grupo 1, mas não o suficiente para proporcionar já a generalização das coordenações necessárias entre as retiradas e os restos. A presença da propriedade que facilita a integração desses dados se fez observar vagamente nas entrevistas em que as crianças

puderam ser classificadas em nível intermediário, mas essa manifestação não teve condições de permanecer e se estender, dado o estado incipiente em que se encontravam os esquemas cognitivos no momento.

A exercitação fornecida pelas situações de aprendizagem, ao invés de provocarem um avanço nos modos de avaliação, levou as crianças a se estabilizarem nas formas mais primitivas. Esse fato se deu, provavelmente, pela lacuna deixada pela impossibilidade de efetuar o fechamento entre as operações, que favoreceria o estabelecimento da relação entre as retiradas e os restos. Para essas crianças houve um maior conforto em se estabilizar nos comportamentos do nível em que se encontravam inicialmente.

A quantificação para as crianças do grupo 3 pode ser percebida num nível mais evoluído que nos grupos 1 e 2. Enquanto que no primeiro os comportamentos se mantiveram resistentes e no segundo evoluíram de modo incipiente, no grupo 3 se fez presente a integração dos restos como função das retiradas para um número maior de casinhas. No entanto, essa integração falhou no momento em que a configuração levou vantagem sobre a quantificação.

A partir dessa situação, os restos deixaram de ser considerados como função das retiradas. A correlação se desfez pela falta de integração das operações, pela ausência da propriedade do fechamento de forma definitiva, que pudesse ser estendida a qualquer situação.

O grupo 4 mostrou processos em que, à semelhança do grupo 3, se instalaram comportamentos intermediários, mas com a diferença de que aqui as crianças evoluíram a cada sessão, ainda que lentamente. Pode-se perceber, a cada entrevista, um avanço e a possibilidade da chegada ao nível operatório.

Observou-se sempre, até o final dos processos, uma limitação para a integração das operações implícitas nas avaliações. A evolução no sentido de considerar os restos como função das retiradas foi conseguida paulatinamente.

No momento em que a disposição das casinhas passava a ter maior importância, era abandonada a quantificação, permanecendo a configuração como mais importante.

Ainda que paulatinamente, foi alcançado o nível operatório, o que demonstra que a exercitação dos esquemas através das atividades propostas levou à consecussão da integração das operações implícitas na avaliação dos restos como função da retirada de capim.

As crianças do grupo 5, ao contrário das do grupo 4, apresentaram prontamente comportamentos generalizáveis de integração dos restos às retiradas. As atividades propostas foram reforçadoras dos esquemas no sentido de possibilitar rapidamente a incorporação das operações pertinentes.

Fica evidente, pela análise dos processos, que na

medida em que se instalou o comportamento de contagem como condição de avaliar os restos, instalou-se uma dependência entre os dois dados: a retirada e o resto. Observa-se aqui a utilização de um parâmetro para a avaliação: a casinha. Os restos passaram a não mais estar condicionados às configurações assumidas pelas casinhas; a condição da equivalência era a de que houvesse a mesma quantidade de casinhas, independente de onde fossem colocadas.

Também as crianças do grupo 6 demonstraram esse comportamento, rapidamente como as do grupo 5. Ressalte-se, entretanto, que se abstiveram de manifestar comportamentos intermediários. "Saltaram" da não-operatoriedade para a operatoriedade, o que sugere uma adequação dos dados e experiências aos esquemas disponíveis (e vice-versa). Rapidamente se instalou o comportamento de relacionar as sobras com o número de casinhas, ou seja, com o capim retirado. Ficou evidente a consideração de cada casinha como parâmetro para a avaliação, tal como o fizeram as crianças do grupo 5.

Em todos os casos verificados foi possível constatar que ao manifestar a capacidade de compreender a superfície (área) como um atributo estável, passível de conservação mesmo enquanto sua forma é alterada, a criança permite a identificação de operações que são condições necessárias -embora não isoladamente suficientes- para essa conservação.

A criança que admite a igualdade dos restos quando

se constrói uma casinha em cada campo (embora em posições diferentes), está, em essência, utilizando-se, a nível mental, de uma certa forma de compensação. Ou seja: "Ao se tirar esta casinha daqui e colocar no canto, vai sobrar aqui o que estava faltando e faltar no canto o que estava sobrando." Essa compensação foi de certa forma facilitada pela possibilidade de contagem, quando houvesse necessidade.

Ao mesmo tempo, está envolvida uma forma de comutatividade, implícita nessa compensação efetuada, pois a própria troca dos lugares, se admitida como não interferente nos totais retirados, subentende a comutatividade. Essa comutatividade, se for sintetizada com a compensação, faz emergir a propriedade do fechamento, proporcionando o estabelecimento de uma estrutura de Grupo nas operações envolvidas, uma vez que se trata de operar com elementos de um conjunto, resultando ainda um elemento desse conjunto.

A habilidade de analisar o todo, nesse sentido, é um pré-requisito para a métrica, porque enquanto se mede uma área acredita-se, como para qualquer medida, que as unidades parciais são conservadas e podem ser compostas de vários modos para formar totais invariáveis.

A comutatividade de que se falou está diretamente relacionada com a troca de posições e com a compensação nas atividades em questão.

Enquanto as crianças analisam o capim retirado e o

capim que sobra, o que fazem, na verdade, são operações de adição e subtração entre a parte e o todo (o campo e cada parte retirada), bem como de complementariedade (a parte retirada e os restos).

Nesse sentido, a troca de posições é fundamental, na medida em que interfere e pode alterar as avaliações. Sua importância está para a avaliação da criança na razão inversa da operatoriedade por ela alcançada. Isso significa dizer que a configuração tem importância para a criança enquanto ela não for capaz de realizar mentalmente a compensação, resultado da comutatividade possível.

Quando a troca de posições não tiver mais importância, pode-se garantir a existência, nas operações efetuadas, da propriedade comutativa, facilitadora da compensação. E a associatividade tem sua presença garantida.

Observou-se, durante as análises feitas destes sujeitos, que enquanto a criança não fosse capaz de fazer uma comparação indireta entre os restos nos quadros verdes, considerando o fato de que ambos resultavam de uma subtração de partes iguais de totais iguais, não era possível se verificar a conservação da área.

Para essa comparação indireta ser possível, é imprescindível que estejam presentes esquemas que possibilitem além da comutatividade e associatividade, a síntese das operações de adição e subtração.

A associatividade emerge quando se interioriza a crença de que "Sobra igual porque tem o mesmo tanto de casinhas". A forma já não é importante porque na verdade o que se passa mentalmente é em primeiro lugar a reunião (onde está implícita a propriedade do fechamento) de duas casinhas do campo A equivalentes à reunião de duas do campo B. Em seguida junta-se mais uma de A àquelas duas e mais uma de B às duas já ali reunidas e assim sucessivamente até que se esgote o total de peças colocadas em posições não correspondentes nos dois campos.

Assim, associando-se uma às já agrupadas compõe-se, através do acréscimo feito de maneira biunívoca nos dois campos, a equivalência que possibilita às crianças admitirem a igualdade dos restos. Como essa composição só é possível para os sujeitos cujos esquemas lhes facultam a integração da subtração e adição das partes com a troca de posição, vale dizer que a composição só é possível quando se tem disponível, nas operações mentais, a propriedade do fechamento, que integra as operações.

Os processos analisados vieram confirmar o fato de que a composição operacional subjacente à conservação de área só foi conseguida por indivíduos cujas estruturas mentais estivessem adequadas para incorporar os conteúdos veiculados, isto é, só foi possível atingir a operatoriedade na noção de área em presença de esquemas mentais facilitadores das operações e propriedades citadas acima, implícitas na proposta aqui apresentada.

Como já se observou, a grande parte dos sujeitos admitia a igualdade das retiradas sem admitir a dos restos. Comportamentos como este evidenciam o fato de que a igualdade das retiradas não foi, pelo sujeito, sintetizada com a troca de posição. Ao operar a igualdade admitida, não estava sendo executada propriamente uma operação métrica (lógica), mas topológica (não-paramétrica).

Há, neste caso, a aceitação da igualdade das retiradas como igualdade de medida, a qual, não sendo sintetizada com a troca de posição, faz o pensamento se apoiar numa estrutura topológica mais do que numa métrica. Essa a razão das "contradições" observadas nas afirmativas feitas pelas crianças ainda não-operadoras. A métrica se apóia numa estrutura de Grupo, dotada de associatividade, identidade, elemento inverso, e fechamento, em que as operações são executadas não mais se pautando em classes e relações, mas em medidas. Há um parâmetro, no caso do material e das operações neste trabalho suscitadas: cada uma das casinhas é uma unidade passível de repetição. A partir da iteração desse parâmetro, operação sintetizada com a troca de posição (com o conseqüente abandono das considerações de ordem topológica) é que se chega à conservação de área e à possibilidade de efetuar avaliações métricas.

Observou-se que, enquanto os sujeitos não estiveram em condições de abandonar a prioridade dos fatores topológicos, não houve possibilidade de se atingir um com-

portamento operatório nessa noção.

O trabalho de Mendes (1985), embora abordando outro conteúdo, apresenta muitos aspectos análogos a este quanto à qualidade dos processos identificados.

Naquele estudo, nos processos das crianças do grupo denominado "Processos lentos com aprendizagem operatória", encontram-se características semelhantes às encontradas nos processos das crianças dos grupos 2 e 3 deste trabalho. Tal como aqui observou-se um pequeno avanço incipiente, o qual, a rigor, não caracterizou uma aprendizagem operatória, mesmo tendo-se proporcionado às crianças um longo tempo de exposição às estratégias de ensino. Há que se destacar as diferenças determinantes entre os presentes grupos 2 e 3, mas a ausência de operatoriedade, como aspecto comum, permite que seja feito um paralelo com os resultados encontrados no trabalho anterior.

Sejam confrontados também os grupos "Processos contínuos e lentos com aprendizagem operatória" e o presente Grupo 4, denominado "Processos crescentes e lentos". É grande a semelhança qualitativa entre ambos, uma vez que o aspecto determinante foi o da necessidade de longo tempo de exposição às estratégias de ensino, tendo como consequência a aprendizagem operatória em ambos os casos, alcançada lentamente. As formas de evolução rumo à conquista da conservação com o alcance da operatoriedade foram bastante próximas, embora a abordagem fosse diferente quanto ao

conteúdo.

Com relação ao Grupo 5 aqui descrito, "Processos operatórios crescentes e breves", encontra como correspondente no estudo anterior o grupo denominado "Processo contínuo e acelerado com aprendizagem operatória". Ambos revelam formas similares de aprendizagem em que a característica comum é a pronta manifestação de operatoriedade, numa resposta clara e objetiva às situações colocadas. Ficou evidente, em ambos os casos, a adequação recíproca entre proposta de ensino e esquemas assimilativos. Como consequência, a evolução para a operatoriedade.

O Grupo 6, "Processos operatórios descontínuos e breves" encontra no estudo anterior seu similar. Tem-se naquele um grupo denominado "Processos descontínuos e acelerados com aprendizagem operatória", em que as características definidoras foram, como neste, a ausência de um dos níveis estabelecidos por Piaget. Os processos, do ponto de vista qualitativo, evidenciaram uma congruência neste ponto. Embora tratando de conteúdos distintos, a forma de aprendizagem apresentou como ponto comum a ausência do nível intermediário nas manifestações durante os processos.

Não se observou, no trabalho anterior, casos de crianças que não reagiram absolutamente às situações apresentadas. No presente estudo houve casos em que essa característica determinou a composição do Grupo 1: "A resistência sistemática não-operatória"; as crianças se

mantiveram no nível em que se encontravam no primeiro encontro registrado. Coloca-se como questão a hipótese de que esse fato tenha se verificado por ser a noção de comprimento, trabalhada na primeira investigação, geneticamente anterior à de área. Assim, todas as crianças tiveram condições de manifestar alguma evolução por pequena que fosse. Por não ser oportuno, não será feito aqui um aprofundamento nessa direção.

Foi possível concluir da análise dos dados em ambos os trabalhos que a falta de condições para compor um trajeto total (no caso do comprimento) e as partes de uma superfície (no caso de área) impossibilitou sempre a concepção da conservação do total como invariante apesar das diferenças nos arranjos das partes.

No trabalho de Moralles podem-se observar categorias com características comparáveis às do presente estudo.

Houve crianças cujos processos não chegaram a evidenciar operatoriedade, a exemplo dos presentes Grupos 1, 2 e 3. Tais crianças compuseram o Grupo denominado "A descontinuidade possível num processo de aprendizagem". Outras, no entanto, manifestaram rápida aprendizagem de nível operatorio, como as dos presentes Grupos 5 e 6. São os casos dos Grupos "Abreviação do processo pela curta permanência em cada uma das suas fases" e "A aprendizagem através da atualização de conteúdos".

Também se observa a descontinuidade em termos de seqüenciação dos níveis definidos por Piaget. Trata-se do Grupo denominado por Moralles "Da resistência estável para a operatoriedade estável", em que a criança não manifestou o nível intermediário na noção abordada.

À parte a diferença dos conteúdos tratados, cumpre ressaltar a importância das semelhanças qualitativas encontradas nos processos de aprendizagem.

Cumpre também ressaltar as diferenças entre o trabalho presente e os acima citados, no que diz respeito às maiores possibilidades e abrangência das conclusões.

Foi possível, dada a quantidade de elementos fornecida pela natureza da investigação, identificar claramente a presença dos níveis definidos por Piaget durante as pesquisas sobre a ontogênese do conhecimento. Considerando-se aqueles que partiram do nível não-operatório ou os do nível intermediário, já se identificaram por si sós os dois primeiros estágios com suas especificidades. As crianças que atingiram a operatoriedade assim foram identificadas por apresentarem as características descritas por Piaget. Foram também identificadas formas diferentes de evolução até esse último nível.

Entretanto, o que se considera de maior relevância e que confere ao presente estudo um caráter mais amplo que o dos anteriores é a questão de buscar identificar os fatores

intervenientes em termos de operações mentais, definidores desta ou daquela forma de aprender.

Identificar tais fatores proporcionou a possibilidade de traçar a ontogênese da construção da noção de área.

É importante notar, a fim de compreender as relações que articulam as operações de ordem quantitativa às de ordem qualitativa, que as composições operatórias já se encontram implícitas na própria elaboração da conservação de área. O que se passa, na realidade, é que nestas circunstâncias se acham no estado virtual, ou seja, o indivíduo não tem consciência de sua existência, enquanto que no decorrer dos processos descritos os sujeitos têm que refletir sobre elas, numa tomada de consciência de suas ações.

Ao questionar uma criança do estágio não-operatório sobre os restos de capim, o problema a ela proposto é exatamente o de reunir partes de um todo ou dividir o todo em partes, coordenar as equivalências e multiplicar relações, realizando todas as composições aditivas e multiplicativas tratadas nos agrupamentos do Capítulo I.

Observa-se que as fases da construção da conservação (quantificação) e as do desenvolvimento das composições acima referidas são simultâneas. Isso foi possível constatar ao pesquisar se a quantificação se mantinha quando se provocavam transformações sucessivas. Se não se manti-

vesse, procurava-se construí-la através da proposição de medida, pela contagem das casinhas. Nesta segunda situação há a necessidade de uma reflexão para elaborar a justificativa. Os problemas de composição operatória são novos para o sujeito, enquanto que para o observador podem parecer simples repetição das situações de quando a criança se encontrava em estágio anterior. É diferente para o sujeito construir suas idéias sem se dar conta das operações que coloca em jogo, de ligar os elementos uns aos outros através das mesmas operações, agora explícitas e reflexivas.

Em ambos os casos os mesmos Agrupamentos e Grupos estão em jogo, mas no primeiro o que ocorre é que se passa do resultado à análise da composição dos elementos, enquanto que no segundo parte-se da composição aos resultados.

Na fase não-operatória a criança não demonstra conservação nem composição operatória. As relações percebidas "mais espalhadas" ou "mais juntas" que se alteram a cada acréscimo de casinhas, não são ainda coordenadas entre si operatorialmente nem intuitivamente. A avaliação, por isso, é fundamentada unicamente nas qualidades e suas relações presentes, sem conservação, sem medida, sem multiplicação das relações, sem a consideração de unidades passíveis de repetição: a relação de disposição das casas é prioritária sobre as outras, sem qualquer coordenação.

O estágio intermediário é caracterizado por uma articulação ainda a nível intuitivo. As relações em questão

começam a se articular, mas as diferenças são poucas em relação ao nível anterior. É o começo da coordenação intuitiva. Um quadro com casinhas espalhadas tem a mesma quantidade de capim restante que outro cujas casinhas estejam agrupadas quando a criança começa a compreender a coordenação das relações envolvidas. Essa compreensão é inicialmente fundamentada mais numa crença indutiva do que numa composição operatória. Por essa razão muitas crianças "falharam" ao se acrescentar mais que uma casinha de cada vez em cada campo. A conservação, vista como coordenação das relações "espalhadas" e "juntas", enquanto se trabalha em correspondência biunívoca nos dois campos ao se aumentar a quantidade de casas, surge na medida em que as crianças podem contar e colocar em correspondência os termos uns com os outros. De modo geral, a medida se torna possível na forma elementar de comparação dos termos, para logo intervir conscientemente a unidade de medida.

Enquanto a coordenação das relações não é generalizada, não surge um sistema formalizado de composições operatórias. No decorrer do estágio intermediário permanecem não coordenadas as relações provenientes de transformações muito extensas. A criança deposita agora uma confiança maior nos seus esquemas perceptivos do que numa regra de composição das relações. Esse estágio é ainda de nível intuitivo, caracterizado por representações construídas por meio de percepções interiorizadas. Não alcança ainda o nível de operações.

A passagem desta fase para a terceira só pode ser explicada pela constituição de dois sistemas solidários, que são o agrupamento das multiplicações das relações e o grupo das transformações, envolvendo a troca de posições das casas.

O que falta às multiplicações de relações no estágio intermediário é exatamente a possibilidade de coordenar as proporções tanto das casas quanto dos campos. O que o sujeito faz é começar a coordenar as relações, mas sem levar em conta essas proporções.

Ao contrário, no estágio operatório, a criança consegue coordenar as relações com as proporções e troca de posição, dando testemunho da sua capacidade de agrupar as multiplicações de relações. O sujeito no nível operatório é capaz de coordenar uma sucessão de igualdades do tipo: as casinhas do campo A são iguais às do campo B; o campo A é igual ao campo B; há no campo A a mesma quantidade de casas que no campo B; tira-se do campo A a mesma quantidade de capim que do campo B; então sobra no campo A a mesma quantidade de capim que sobra no campo B.

Além de estabelecer uma ausência de diferenças e de constituir operações matemáticas, essa coordenação pressupõe as seguintes operações lógicas:

- A criança compreende que se não está sendo acrescentado nenhum pedaço no campo, um aumento de casinhas

corresponderá a uma diminuição de capim. Resolver esse problema é ordenar as relações envolvidas nas diferenças de forma, segundo um quadro multiplicativo dessas relações. Está suposto, portanto, um agrupamento das multiplicações das relações em questão.

- Uma sucessão de equivalências como as relacionadas anteriormente supõe raciocínios da forma:

(campo A = campo B) + (x casas espalhadas = x casas juntas)
= (resto em A = resto em B), numa linguagem de soma lógica de relações. A solução do problema, que se fundamentava em argumentações indutivas e intuitivas no estágio intermediário, implica, portanto, quando se torna geral e operatória, num agrupamento de relações.

- Ao se tornar apta a tirar de duas equivalências uma terceira, a criança do nível operatório se torna, por isso mesmo, apta a generalizar. A questão central para o raciocínio consiste em passar de uma relação intuitiva entre dois objetos para uma relação operatória entre três objetos.

É exatamente o que se percebe quando se aumenta o número de casinhas na medida em que a criança vai admitindo a equivalência dos restos. Ao admitir a igualdade dos restos para qualquer número de casinhas, estabelece-se o agrupamento completo das multiplicações de relações assimétricas.

O progresso constatado neste terceiro estágio não se caracteriza somente pela ausência das coordenações qualitativas, mas na constituição simultânea do grupo das

próprias multiplicações aritméticas, o que se deve ao processo de estabelecimento da ausência de diferenças, que permite à criança trabalhar as relações aritmeticamente num sistema de unidades passíveis de composição entre si.

Como se viu, ao admitir que o capim restante se altera na forma, mas não em quantidade, a criança está admitindo que o resto no campo B é igual ao resto no campo A. O que se verifica é uma ultrapassagem da composição lógica equacionada acima. Há a compreensão do fato de que as diferenças se compensam sendo, portanto, elas mesmas equivalentes entre si ("ao se tirar esta casinha daqui e colocar no canto vai sobrar aqui o que estava faltando e faltar ali o que estava sobrando").

Ao reconhecer que as diferenças se anulam, é estabelecida a noção de unidade. Mecanismos como este se reconhecem claramente nos casos das crianças dos grupos 5 e 6. Algumas crianças em várias situações, para comparar os restos lançaram mão do recurso de juntar as casas separadas. Neste caso, não estavam se limitando a ordenar as diferenças, mas tratavam de reduzir as relações de diferenças a igualdades entre os campos, o que constitui, segundo Piaget, um aspecto próprio da medida. As diferenças são anuladas por meio de uma medida comum, as casinhas idênticas, passando cada uma delas a ser uma unidade elementar.

Com as soluções apresentadas pelos sujeitos do nível operatório estabelece-se o término do processo de

igualar diferenças sob a forma de estabelecimento de unidades passíveis de repetição. Realmente, quando a criança considera os restos equivalentes porque se colocaram iguais quantidades de casinhas nos dois campos, isso equivale a dizer que as diferenças "espalhadas" ou "juntas" se anulam porque todas as casas são iguais entre si e estão em mesma quantidade nos campos iguais. Conclui-se, desta forma, que a anulação das diferenças leva à partição em unidades tornadas agora numéricas.

Quando a criança da fase operatória compreende que as alterações sucessivas verificadas na forma dos campos quando se acrescentam casinhas são graduáveis num sistema de unidades segundo o número de casas colocadas, está explícito o processo de medida, com a idéia de medida comum repousando na equivalência multiplicativa.

Assim, a noção de área e sua medida surgem quando se estabelece a síntese da equivalência das retiradas de capim com a anulação das diferenças das posições ocupadas pelas casinhas.

Resumindo, durante esta investigação encontraram-se crianças que foram definitivamente resistentes. Houve aquelas que resistiram, mas acabaram por apresentar uma leve evolução. Também as que aos poucos chegaram à operatoriedade. Outras avançaram rápida e continuamente rumo à operatoriedade. Houve ainda as que de um "salto" chegaram ao nível operatório.

Ficaram evidentes as idiossincrasias. É preciso constatar que uma análise ligeira e apressada na terceira ou na quarta sessão poderia levar a conclusões precipitadas de impossibilidade das crianças do grupo 4 para aprendizagem desta noção. As do grupo 3 poderiam, sem uma análise cuidadosa e atenta com relação à sutil diferença de uma entrevista para a seguinte, ser classificados como não-capazes. Também não podem ser conclusivas as interpretações sobre os processos dos sujeitos dos grupos 1 e 2. Não evidenciaram evolução, o que não dá absolutamente garantias de incapacidade para aprender, como uma análise isolada e superficial poderia fazer supor.

Há que se considerar, sim, a possibilidade de inadequação das formas de abordagem em relação às condições dos esquemas de funcionamento disponíveis. Ou, de outra forma, a prematuridade dos questionamentos, dada a disponibilidade dos esquemas atuais da criança.

Considerando todos esses aspectos, pode-se afirmar que enquanto os sujeitos não dispuseram de esquemas suficientemente equilibrados, a busca de equilíbrio das funções de assimilação e acomodação determinou neles comportamentos instáveis. Essa busca de equilíbrio, inerente ao ser humano em interação com o mundo que o cerca, levou a manifestações diferenciadas de formas de aprendizagem, apesar de se tratar de crianças selecionadas inicialmente em estágios equivalentes de desenvolvimento.

Dadas as diferenças tanto individuais como grupais, há que se considerar o fato de que estas não devem ser rotuladas prematuramente como diferenças de aptidão para a aprendizagem de determinada noção.

Reitera-se aqui a ausência de objetivos quanto a propostas de ensino neste trabalho. Mas, levando-se em conta as considerações feitas, é válida uma referência às formas padronizadas de ensino que se verificam normalmente na maioria das escolas.

As idiossincrasias nos modos de interagir com os dados e atividades, se respeitadas podem levar a um desenvolvimento desses modos e a uma conseqüente aprendizagem, ainda que sob diferentes formas. Daí a importância de diversificação tanto das formas de abordagem dos conteúdos quanto do tempo de exposição da criança à aprendizagem. Tempo este aplicado exatamente às possíveis alternativas de reformulação da abordagem.

As crianças com idades entre sete e nove anos já haviam tido contato formal com o ensino de geometria, em particular no tópico que se refere à área. No entanto, os resultados mostraram que nunca evocaram as idéias "aprendidas". Nem sequer as relacionaram com as atividades propostas nas entrevistas. Ficou assim demonstrada a falta de compreensão operatória apesar do contato formal com a noção.

Quanto ao tempo de exposição, ficou claro, pelos processos dos sujeitos do grupo 4, que em alguns casos até mesmo a repetição dos exercícios pode ter resultados com vistas à aprendizagem. Essa mesma repetição, em outros casos, não surtirá efeito, conforme comprovaram as crianças do grupo 1.

Assim sendo, vale supor que as atualmente tão criticadas "baterias de exercícios" podem não ser de todo más em alguns casos, assim como não podem ser recomendáveis para todas as crianças. Não são, portanto, boas ou más por si sós. A definição de sua qualidade deverá ser dada pelo comportamento da criança que com ela interage.

Uma proposta rígida, considerada universalmente de boa qualidade viria, desta forma, se contrapor aos resultados a que se chegou após a análise dos dados.

O que se pode garantir é a necessidade de um profundo respeito pelo aprendiz. Pelo seu nível de desenvolvimento ao ser colocado frente a dados e situações novas. É preciso ter em mente que os esquemas se constroem pela própria interação do sujeito com os dados e situações. Se a ruptura for demasiado grande entre seus esquemas disponíveis e aqueles exigidos pelas situações, provavelmente se estará diante de um caso de suposta "incapacidade para aprender", como se poderia ligeiramente concluir.

BIBLIOGRAFIA

- AEBLI, H.; Didática Psicológica: aplicação à didática de Jean Piaget, 3a. ed., São Paulo, Ed. Nacional, 1978.
- BARKER, S.; Filosofia da Matemática, 2a. ed., Rio de Janeiro, Zahar Ed., 1976.
- BARREIRO, A. C. M.; Estudo do Processo de Ensino da Unidade "Area de Figuras Geométricas", Diss. Mestrado, São Carlos, S.P., UFSCar, 1987.
- BATTISTA, M.; "Understanding Area and Area Formulas", U.S.A., The Mathematics Teacher, 75 (5): 362 - 368, May 1982.
- BATTISTA, M.; CLEMENTS, D. C., "Geometrie and Geometric Measurement", U.S.A., Arithmetic Teacher, 33 (6): 29 - 32, Feb. 1986.
- BEILIN, H.; FRANKLIN, I. C., "Logical Operations in Area and Lenght Measurement: Age and Training Effects", U.S.A., Child Development, 3, (33): 607 - 618, Sep. 1962.
- BURGER, W. F.; "Geometry". Arithmetic Teacher, 32 (6): 52 - 55, Feb. 1985.
- CARAÇA, B. J.; Conceitos Fundamentais da Matemática, 1a. ed., Lisboa, Livraria Sá da Costa Ed., s.d.
- DAVIS, P.; HERSH R.; A Experiência Matemática, 3a. ed., Rio de Janeiro, Francisco Alves Ed.. 1986.
- FLAVELL, J. H.; A Psicologia do Desenvolvimento de Jean Piaget, 2a. ed., São Paulo, Livraria Pioneira Ed., 1986.
- HART, K.; "Which Comes First: Lenght, Area or Volume?", Arithmetic Teacher, 31 (9): 16 - 27, May 1984.
- HIEBERT, J.; "Why Do Some Children Have Trouble Learning Measurement Concepts?" U.S.A., Arithmetic Teacher, 1984.
- HIRSTEIN, J. J.; "The Second National Assesment in Mathematics: Area and Volume", The Mathematic Teacher, 74 (9): 704 - 708, Dec. 1981
- HIRSTEIN, J. J.; LAMB, C. E.; OSBORNE, A.; "Student Misconceptions About Area Measure", Arithmetic Teacher, 25(6): 10 - 16, Mar 1978.

- HOFFER, A.; "Geometry is More Than Proof", The Mathematic Teacher, 74 (1): 11 - 18, Jan. 1981.
- INHELDER B., PIAGET, J.; Da Lógica da Criança à Lógica do Adolescente, 1a. ed., S.P., Livraria Pioneira Ed., 1976.
- INHELDER, B.; BOVET, M.; SINCLAIR, H.; Aprendizagem e Estruturas do Conhecimento, São Paulo, Ed. Saraiva, 1977.
- KERR, D. R. Jr.; "A Case for Geometry: Geometry is Important, It Is There, Teach It." Arithmetic Teacher, 26 (6): 14, Feb. 1979.
- LEON, M.; "Extent, Multipling and Proporcinality rules in Children's Judgements of Area", Journal of Experimental Child Psychology, 33 (1): 124 - 141, Feb. 1982.
- MCDONALD, J.; Cognitive Development and the Structuring of Geometric Content, Journal for Research in Mathematics Education, 20 (1): 77 - 94, 1989.
- MENDES, M.D.C.; Aprendizagem da Noção de Comprimento: Idiossincrasias Determinantes, Diss. de Mestrado, São Carlos, S.P., UFSCar, 1985.
- MIGUEL, A; MIORIN, M. A.; O Ensino de Matemática no Primeiro Grau, São Paulo, Atual Ed. Ltda, 1987.
- MORALLES, L.M.J.; Processos de Aprendizagem em Noções Matemáticas - aprendendo como se aprende, Diss. Mestrado, São Carlos, S.P., UFSCar, 1986.
- PIAGET, J.; Biologia e Conhecimento, Rio de Janeiro, Record Cultural, 1971.
- _____; El Lenguaje y el Pensamiento en el Niño; estudio sobre la Lógica del niño, 7a. ed., Buenos Aires, 1972.
- _____; Ensaio de Lógica Operatória, 2a. ed., S.P. - R.S., Ed. da U.S.P. e Ed. Globo, 1976.
- _____; Para Onde Vai a Educação? 6a. ed. Rio de Janeiro, José Olímpio Ed., 1978a.
- _____; Fazer e Compreender, 1a. ed., S.P., Ed. Melhoramentos e Ed. da U.S.P., 1978b.
- _____; A Tomada de Consciência, 1a. ed., S.P.. Ed. Melhoramentos e Ed. da U.S.P., 1977.
- _____; O Nascimento da Inteligência na Criança, 4a.

- ed., Rio de Janeiro, Zahar Ed., 1982.
- _____; A Representação do Mundo na Criança, Rio de Janeiro, Record Cultural Ed., s.d., a.
- _____; O Julgamento Moral na Criança, S.P., Ed. Mestre Jou, s.d., b.
- PIAGET, J.; INHELDER, B.; Mémoire et Intelligence, 1a. ed, Presses Universitaires de France, Paris, 1968.
- _____; Da Lógica da Criança à Lógica do Adolescente, São Paulo, Ed. Pioneira, 1970.
- _____; The Child's Conception of Space, 4a. impr., Lowe & Brydone Ltd, London, 1971a.
- PIAGET, J.; SZEMINSKA, A.; A Gênese do Número na Criança, Rio de Janeiro, Zahar Ed., 1971b.
- PIAGET, J.; INHELDER, B.; SZEMINSKA, A.; La Géométrie Spontanée de L'enfant. Paris, Presses Univesitaires de France, 1948.
- _____; The Child's Conception of Geometry, 2a. impr., Lowe & Brydone Ltd, London, 1966.
- RUSSEL, B.; Introdução à Filosofia da Matemática, 3a. ed., Rio de Janeiro, Zahar Ed., 1974.
- SISTO, F.F.; "Alguns Aspectos na Utilização de Medidas em Ciências Humanas" in: Iniciação Teórica às Ciências da Educação. Rezende, A.M. (org), Rio de Janeiro, Ed. Vozes Ltda, 1979.
- SUYDAM, M. N.; Forming Geometric Concepts. Arithmetic Teacher 33 (1): 26, Oct. 1985.