



Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Matemática Estatística e Computação Científica
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA



Modelagem matemática para o estudo do oídio em uma plantação de soja sob os efeitos do CO_2

Roberta Briesemeister
Mestrado em Matemática Aplicada

Orientador: Prof. Dr. Laércio Luis Vendite

Modelagem matemática para o estudo do oídio em uma plantação de soja sob os efeitos do CO₂

Este exemplar corresponde à redação final da tese devidamente corrigida e defendida por **Roberta Briesemeister** e aprovada pela comissão julgadora.

Campinas, 6 de agosto de 2007.



Prof. Dr. **Laércio Luis Vendite**
Orientador

Banca examinadora:

Prof. Dr. Laércio Luis Vendite (IMECC/UNICAMP)

Prof. Dra. Laécio Carvalho Barros (IMECC/UNICAMP)

Prof. Dra. Raquel Ghini (ESALQ/USP)

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática Estatística e Computação Científica, UNICAMP, como requisito parcial para a obtenção do título de **Mestre em Matemática Aplicada**.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IMECC DA UNICAMP
Bibliotecária: Miriam Cristina Alves – CRB8a / 5094

Briesemeister, Roberta

B766m Modelagem matemática para o estudo do oídio em uma plantação de soja sob os efeitos do CO₂/Roberta Briesemeister -- Campinas, [S.P.:s.n.], 2007.

Orientador : Laércio Luis Vendite

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica.

1. Oídio -- Modelos matemáticos. 2. Dióxido de carbono. 3. Mudanças climáticas. I. Vendite, Laércio Luis. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. III. Título.

Título em inglês: Mathematical modeling to study powdery mildew (*Microsphaera Diffusa*) in soybean crop under CO₂ effects

Palavras-chave em inglês (Keywords): 1. Mildew – Mathematical modeling. 2. Carbone dioxide. 3. Climate changes.

Área de concentração: Biomatemática

Titulação: Mestre em Matemática Aplicada

Banca examinadora: Prof. Dr. Laércio Luis Vendite (IMECC – Unicamp)
Dra. Raquel Ghini (ESALQ – USP)
Prof. Dr. Laécio Carvalho Barros (IMECC-Unicamp)

Data da defesa: 06/08/2007

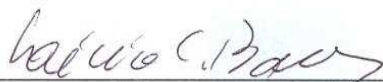
Programa de Pós-Graduação: Mestrado em Matemática Aplicada

Dissertação de Mestrado defendida em 06 de agosto de 2007 e aprovada

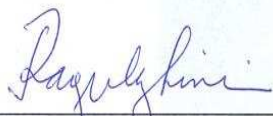
Pela Banca Examinadora composta pelos Profs. Drs.



Prof. (a). Dr (a). LAÉRCIO LUIS VENDITE



Prof. (a). Dr (a). LAECIO CARVALHO DE BARROS



Prof. (a). Dr (a). RAQUEL GHINI

Agradecimentos

Agradeço a Deus por tornar realidade um dos meus sonhos.

Aos meus pais, que sempre estiveram ao meu lado. Pelo incentivo e apoio nos momentos mais difíceis.

Ao meu orientador Prof. Dr. Laércio pelo carinho, compreensão e principalmente por sua paciência. Pelas conversas descontraídas e por se mostrar um verdadeiro amigo e orientador. Gestos que permanecerão em minha vida para sempre.

À Prof. Dra. Raquel Ghini pela atenção, seriedade profissional, pelo fornecimento de informações imprescindíveis em todo o meu projeto e para a conclusão do meu programa de mestrado.

Ao Prof. Paulo, pelas sugestões e pelo auxílio na parte estatística. Trabalho desempenhado com seriedade e respeito.

A todos os meus amigos da pós-graduação, em especial ao meu amigo Moiseis, por se preocupar e compartilhar as minhas atividades e, estar sempre a disposição quando preciso. Amizade sincera, só existe quando encontramos verdadeiros amigos.

A todos os professores que fizeram parte da minha vida acadêmica.

Agradeço aos meus amigos, e a todas as pessoas queridas pelo apoio sincero e pelos gestos de incentivo e carinho.

E por fim a todas as pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho e dessa grande vitória pessoal o meu mais profundo agradecimento.

Resumo

As recentes mudanças climáticas no planeta, estão promovendo alterações na ocorrência e desenvolvimento de doenças de plantas. O principal gás causador desse acontecimento é o dióxido de carbono, CO_2 . Baseado neste fato, foi desenvolvido pela Embrapa Meio Ambiente, um experimento que trabalha com cenários futuros, tendo em vista a quantidade de CO_2 presente na atmosfera. Preliminarmente foi feita uma análise estatística dos dados, verificando a área foliar lesionada, a altura das plantas primárias de soja, a nodulação e o peso seco. Com os resultados obtidos nessa análise, observamos que havia uma diferença significativa no tamanho da área foliar lesionada quando exposto a níveis diferentes de CO_2 . À partir desses dados, foi elaborado um modelo matemático determinístico para a previsão do crescimento da área foliar lesionada, causada pelo oídio, acoplando na taxa de crescimento da lesão a influência da quantidade de CO_2 . Algumas simulações foram feitas utilizando o crescimento da quantidade de CO_2 da atmosfera. Com os dados existentes de anos anteriores, observamos em todos os casos, que altos níveis de CO_2 , provocam uma diminuição na área foliar lesionada. Muito embora exista uma diminuição nessa área, a quantidade do patógeno cresce exponencialmente no tempo. O que nos faz concluir, que em cenários futuros, haverá uma grande dissiminação na doença da soja, provocada pelo oídio.

Abstract

The recently climate changes of the planet are promoting alteration in the incident and development in the plants diseases. The main gas that cause this event is the carbon dioxide, CO_2 . Based in this fact, it was developed by Embrapa environmental, the experiment that works with futures scenarios, looking the quality of CO_2 present in the atmosphere. First of all it was made a statistic analyses of datas, verifying the leaf area that was damned, the hights of the primary soybeans plants, the nodulation and the dry weight. With the results that was gotten in this analyses, we could notice that it had a significant difference in the size of the leafs area damned when it was expose in differents levels of CO_2 . Starting from this datas, it was elaborated a deterministical mathematic model for crop the growing leaf area damned, caused by mildew, coupled in the growing rate of the damned area the influence of the CO_2 quantity. Some simulation it were done using the growing quantity of CO_2 in the atmosphere. With the presents datas of the years, we observe that in all cases, that hight level of CO_2 cause the reduction of the damned leafs area. Even thought exists a reduction in this area, the quantity of pathogen grows exponentially in the times. What make us conclude, that in futures scenarios, will have a big spread in the soybean disease, caused py mildew.

Sumário

Introdução	1
1 Mudanças Climáticas globais	3
1.1 Mudanças Climáticas e doenças de plantas	5
1.2 Dióxido de Carbono, Ozônio, Radiação UV-B	8
1.3 Ciclo do Carbono e suas Consequências	11
1.4 Sistemas de previsão de doenças	14
2 Modelos matemáticos aplicados em Fitopatologia	17
2.1 Modelo Exponencial	17
2.2 Modelo Logístico	19
2.3 Modelo de Gompertz	20
2.4 Modelos discretos para dinâmica populacional	21
2.4.1 Modelo de Malthus discreto	22
2.4.2 Modelo Logístico discreto	23
3 Oídio da soja	25
3.1 Descrição do experimento	26
3.2 Análises estatísticas	27
3.2.1 Número de conídios	28
3.2.2 Área foliar lesionada	30
3.2.3 Altura das plantas primárias de soja	32
3.2.4 Nodulação e peso seco	32
3.3 Ajuste de curvas	35
3.3.1 Ajuste a uma Exponencial	36
3.3.2 Ajuste Logístico	38
3.3.3 Ajuste de Gompertz	41
4 Modelo para previsão da área foliar lesionada causada pelo oídio	44
4.1 Medições e análises das quantidades de CO ₂	45
4.2 Taxa de crescimento linear da área foliar lesionada acoplado ao crescimento linear da quantidade de CO ₂	55
4.3 Taxa de crescimento exponencial da área foliar lesionada acoplado ao crescimento exponencial da quantidade de CO ₂	57

4.4	Taxa de crescimento exponencial da área foliar lesionada acoplado ao crescimento exponencial limitado do CO ₂	59
	Conclusão	61
	Referências Bibliográficas	63

Introdução

Recentemente, muitos debates estão sendo realizados para discutir um problema que é de âmbito mundial, as mudanças climáticas. As emissões de gases de efeito estufa estão aumentando no planeta, devido principalmente ao aumento no uso de combustíveis fósseis (carvão, petróleo e gás natural). Um dos principais gases emitidos é o dióxido de carbono (CO_2), que afeta direta e indiretamente em diversas áreas, uma delas é a agricultura, essencial para ser humano.

O ambiente é muito importante para o desenvolvimento de doenças de plantas. Baseado neste fato, foi desenvolvido este trabalho com estudos da influência do aumento da concentração de CO_2 na ocorrência de oídio em uma plantação de soja. O crescimento, desenvolvimento e a produtividade da soja, são influenciadas por diversos fatores. Entre os mais importantes, encontra-se a interferência causada, principalmente por fungos. Dentre eles, o oídio, *Microsphaera diffusa*, até pouco tempo atrás não causava grandes perdas na produtividade. Este fungo, assim como outros agentes causadores de doenças são diretamente influenciados pelas mudanças climáticas. Foi instalado pela Embrapa Meio Ambiente, Jaguariúna, um experimento para analisar o que ocorre com uma plantação de soja, na presença do patógeno, quando a quantidade de CO_2 é superior aos níveis encontrados atualmente. Para tanto, foram montadas estufas de topo aberto contendo 50 plantas em cada estufa, divididas em 5 linhas com 10 plantas em cada linha, devidamente etiquetadas. Estas estufas foram divididas em blocos, duas a duas. A injeção de CO_2 nas estufas ocorreu imediatamente após a emergência das plântulas. Foram inoculados cerca de $3,4 \cdot 10^5$ conídios/ml, com gasto aproximado de 150ml por parcela. Foram analisados: tamanho da lesão, número de conídios, nodulação, peso de matéria seca, altura das plantas e quantidade de CO_2 existentes em cada parcela.

O objetivo do trabalho é comparar, a plantação de soja com níveis de CO_2 atuais, com níveis futuros de quantidade de CO_2 . Primeiramente foi feito uma análise estatística dos dados coletados, incluindo todas as estufas, para constatar a diferença entre parcelas que sofriam aumento de CO_2 (parcelas 3, 5 e 7) em comparação com parcelas que não sofriam aumento da quantidade de CO_2 (parcelas 2, 4 e 9). Devido à alta incidência de ventos e de

chuvas na região do experimento foi analisado apenas um dos blocos do experimento que ficava na parte mais baixa do terreno, bloco 3 (parcela 3, com aumento de CO_2 e parcela 9, sem aumento de CO_2). Posteriormente, utilizamos três modelos para regressão de curvas, exponencial, logístico e de Gompertz, para selecionar qual dos métodos se ajusta melhor aos dados encontrados para a área foliar lesionada. De acordo com experimentos feitos anteriormente, espera-se que a área foliar lesionada diminua com o aumento na quantidade de CO_2 , mas o número de conídios aumente com o aumento na concentração de CO_2 . Para isso utilizamos juntamente com as parcelas 3 e 9, a parcela 5 (com aumento de CO_2). Os modelos vistos terão a influência da quantidade de CO_2 , que varia em função do tempo dados em anos.

Capítulo 1

Mudanças Climáticas globais

Atualmente, as mudanças climáticas, provocadas pela emissão de gases de efeito estufa é um dos maiores problemas enfrentados pela humanidade. Muitos debates têm surgido em torno deste assunto, mas muitas questões não estão sendo devidamente analisadas. De um lado, estão as pessoas que consideram que o efeito estufa é causado pelas atividades industriais, e estes exigem restrições a estas emissões, ponto de vista defendido também pelas ONGs, Painel Inter-Governamental de Mudança Climática (IPCC) e a maioria dos governos. Por sua vez, o outro lado defende o direito de continuar com as atividades industriais e suas emissões, ignorando o problema, de acordo com os seus próprios interesses. O governo dos EUA está na frente deste linha, juntamente com a indústria de produção de combustíveis fósseis, que querem garantir a obtenção e consumo de energia barata a qualquer meio e custo. Apesar de se prever conseqüências mais drásticas das mudanças climáticas aos países em desenvolvimento, a discussão nestes é bastante restrita. É raro ver ou ouvir sobre o assunto na mídia, como acontece no Brasil. Comparadas de modo separado, as atividades humanas podem ser considerados desprezíveis dentro de uma perspectiva global e de tempo geológico, mas a ação conjunta destas, juntamente com outros agentes atmosféricos, podem ser significantes.[6]

A temperatura média da Terra aumentou $0,6 \pm 0,2^{\circ}\text{C}$ desde o final do século XIX, estima-se que deve atingir $1,5$ à 6°C em 2100[17]. O aumento da concentração de um único gás atmosférico tem efeito direto na biota do planeta, mas, além disso, se forem considerados os efeitos desse aumento no clima global, outros fatores podem exercer significativa influência e interagir entre si, como o aumento de temperatura, mudanças na precipitação e ventos.

Impactos na agricultura, na saúde e na geração de energia hidrelétrica já estão afetando o Brasil. Apesar das contribuições na emissão dos gases, ser pequena no país, quando com-

paramos com os países industrializados, já somos o 4º maior emissor do planeta, quando são levados em conta os gases lançados na atmosfera, por causa das queimadas feitas para desmatar. Os valores mais elevados da taxa de aquecimento serão observados na floresta amazônica e os menores nos estados do Sudeste, junto à costa da Mata Atlântica[17]. Pesquisas realizadas sobre o efeito estufa, desenvolvidas a partir de modelos de equilíbrio atmosférico, projetaram elevações de temperatura em torno de 3 à 5°C, com tendência de maiores efeitos para as Regiões Central, Sul e Centro-sul [3]. O aquecimento global somente entrou na pauta política em 1980, que culminou com a conferência internacional conhecida por Rio Eco 92, realizada no Rio de Janeiro em 1992. Nesta conferência foi adotada a Convenção-Quadro das Nações Unidas sobre a Mudança do Clima. Ao estabelecer um processo permanente de revisão, discussão e troca de informações, a Convenção possibilita a adoção de compromissos adicionais em resposta a mudanças no conhecimento científico e disposições políticas. A decisão de consenso foi adotar um Protocolo segundo o qual os países industrializados reduziriam suas emissões combinadas de gases de efeito estufa em pelo menos 5% em relação aos níveis de 1990 até o período entre 2008 e 2012[23]. O Protocolo de Kyoto foi ratificado por mais de 60% dos países emissores (ratificação da Rússia, responsável por 17% das emissões, em 2004), passando então a ter validade. Como consequência do Protocolo, os países desenvolvidos teriam que diminuir drasticamente suas emissões, inviabilizando, a médio prazo, o seu crescimento econômico. O IPCC (Painel Intergovernamental de Mudanças Climáticas, estabelecido pelas Nações Unidas e pela Organização Meteorológica Mundial em 1988), é o órgão responsável por fornecer informações científicas, técnicas e sócio-econômicas relevantes para o entendimento das mudanças climáticas. Define a mudança climática como uma variação estatisticamente significativa em um parâmetro climático médio ou sua variabilidade, persistindo um período extenso (tipicamente décadas ou por mais tempo), tendo a responsabilidade de avaliar informações relevantes sobre as mudanças climáticas e repassar essas informações a partes políticas e a população em geral. As previsões da mudança do clima são baseadas em diversos cenários que descrevem emissões de gases. As incertezas nestas previsões incluem a inviabilidade de prever inteiramente o uso do recurso humano e a incompreensão de processos do clima. Por exemplo, não se sabe ao certo qual é o papel do vapor d'água, nuvens e a vegetação no ciclo do carbono, dissipação do calor e reflexão da radiação solar. Segundo muitos autores, estas incertezas apontam justamente para grandes lacunas no nosso conhecimento sobre a Terra.

1.1 Mudanças Climáticas e doenças de plantas

As mudanças climáticas globais afetam o agrossistema de muitas maneiras, mas o resultado, por exemplo, na produtividade, depende dos efeitos combinados do clima (temperatura, precipitação), e de outras mudanças de componentes globais. Alguns estudos têm analisado a influência do clima sobre as curvas do progresso da doença. Flutuações de temperatura e radiação tem um efeito significativo sobre as taxas deste progresso.

As mudanças verificadas no clima do planeta estão promovendo alterações na ocorrência e severidade de doenças de plantas. O aquecimento global é um fenômeno climático de larga extensão, um aumento da temperatura média da superfície da Terra que vem acontecendo nos últimos 150 anos. O IPCC, em seu relatório mais recente, afirma que o aquecimento observado durante os últimos 50 anos se deve muito provavelmente a um aumento na concentração de dióxido de carbono (CO_2), metano (CH_4), monóxido de carbono (CO), óxido nitroso (N_2O), ozônio (O_3) e outros gases, que propiciam a ocorrência de mudanças climáticas. Alguns efeitos já são percebidos nos dias atuais: variações da cobertura de neve das montanhas e de áreas geladas, aumento do nível global dos mares, aumento das precipitações, fortes e mais frequentes tempestades de chuva e neve, alteração no suprimento de água doce e ressecamento rápido do solo devido a períodos secos mais intensos. A agricultura é uma atividade econômica que depende diretamente dos fatores climáticos. Qualquer alteração no clima pode afetar diretamente a produtividade de diversas culturas, o zoneamento agrícola e as técnicas de manejo, alterando o atual cenário da agricultura. Tais alterações podem representar sérias conseqüências econômicas, sociais e ambientais [20]. As mudanças climáticas podem interferir na relação hospedeiro-patógeno de diversas formas, tanto direta como indiretamente. Muitos patógenos tem sua incidência alterada, durante os anos, que podem ser frequentemente atribuídas às variações do clima. Alterações na morfologia, fisiologia e metabolismo das plantas hospedeiras podem ser relacionadas as mudanças climáticas, alterando a ocorrência e a severidade de doenças [13].

Vários estudos, desenvolvidos por pesquisadores em Ontário, analisam os efeitos das mudanças climáticas sobre doenças de plantas em diversas culturas, na maioria dos casos mencionados, a taxa de progresso da doença diminui com as mudanças previstas para o clima, mas estes estudos foram feitos com fontes não-limitadas de nutrientes [8].

Outro aspecto a ser considerado, é que as mudanças climáticas podem ter efeitos positivos e/ou negativos em uma das partes do triângulo da doença, que é formado pelo patógeno virulento, planta suscetível e ambiente favorável. A elevação da concentração de CO_2 altera o início e a duração do desenvolvimento do patógeno. O período latente, isto é, período entre a inoculação e a esporulação, pode ser alterado, assim como a multiplicação

de alguns patógenos. Dessa forma, os mecanismos de resistência das plantas hospedeiras podem ser quebrados mais rapidamente, como resultado do desenvolvimento acelerado das populações dos patógenos [13]. Os fitopatógenos estão entre os primeiros organismos a demonstrar estes efeitos, devido a numerosas populações, facilidade de multiplicação e dispersão e o curto tempo entre gerações, logo este grupo precisa ser avaliado quanto aos impactos das mudanças climáticas, pois são um dos principais fatores responsáveis por reduções de produção e podem colocar em risco a sustentabilidade do agroecossistema [13]. Em estudo feito por Hibberd *et al.*, a severidade da doença, causada por *Erysiphe graminis* na plantação de cevada, diminuiu com o aumento do CO₂, principal gás que é componente do efeito estufa, mas as colônias desenvolveram-se mais rapidamente, ou seja, houve uma esporulação mais rápida com o aumento do CO₂[4].

Diversas epidemias que ocorreram na agricultura brasileira poderiam ter sido evitadas, ou diminuídas, se medidas preventivas tivessem sido tomadas[13], como por exemplo, uso de sementes e, ou mudas certificadas e isentas de patógenos, uso de implementos livres de patógenos e o cumprimento das leis quarentenárias nos indica que o conhecimento, a tecnologia e a ética são fundamentais para o sucesso no controle de doenças. À proteção de plantas cabe o objetivo de reduzir os danos causados pelos problemas fitossanitários, permitindo que o potencial de aumento de produção seja alcançado. Por esse motivo, a análise dos possíveis efeitos das alterações climáticas sobre as doenças de plantas é fundamental para a adoção de medidas mitigadoras, com a finalidade de evitar prejuízos mais sérios[20]. A resistência natural de plantas às doenças é uma característica que na maioria das vezes, pode ser selecionada durante os programas de melhoramento de plantas, mas nem todos os microrganismos causadores de doenças estão presentes nas populações de plantas sob seleção, considerando o ambiente sempre favorável à doença. Ou seja, há espécies de patógenos que causam doenças em plantas em outros países, não encontradas no Brasil, são chamadas doenças de importância quarentenária. Deve ser iniciada o quanto antes, a obtenção de variedades resistentes para as culturas com maior risco de perdas, devido ao maior tempo no desenvolvimento de estratégias de controle. Qualquer que seja a mudança climática, os patógenos tendem a seguir a planta hospedeira em sua distribuição geográfica. A velocidade com a qual os patógenos vão se estabelecer no novo ambiente é função da possibilidade de dispersão e sobrevivência entre as estações do ano ou de cultivo e das mudanças fisiológicas e ecológicas da planta hospedeira[13].

Após a entrada do patógeno no país, a sua dispersão é controlada entre os estados, e são medidas de manejo integrado de doença, podendo ser pensadas e implementadas ao nível de país, estado, região ou área de produtor. Deste modo, pratica-se o manejo integrado de doenças quando a doença já está presente na região. Para tanto, é preciso tomar cuidado

quanto a escolha e tratamento de sementes, preparo da área, época de plantio, etc., sempre visando manter o nível de doença abaixo do limiar de dano econômico. Limiar econômico é a intensidade de doença, na qual o benefício do controle iguala ao custo de controle. Acima deste nível é prejuízo. Os produtores sabem que em certas situações, é melhor eliminar o plantio atacado e começar outro.

A perda na produção por causa de doenças de plantas é um assunto bastante antigo. A Organização Mundial para Alimentação e Agricultura - FAO considera que as doenças de plantas são responsáveis, em média, por cerca de 12% das perdas anuais na produção agrícola, e tendem a piorar se o patógeno for favorecido com o aumento da temperatura. Na tabela 1.1, estão dados de perdas de produção por causa das doenças de plantas, nos países em desenvolvimento as perdas são maiores, pois ainda faltam métodos e táticas de controle mais avançados e investimentos nesta área.

Cultura	Países desenvolvidos	Países em desenvolvimento
Cereias	5,71	22,78
Batata	19,62	43,55
Cana-de-açúcar	18,39	39,43
Leguminosas	6,43	18,60
Hortaliças	10,94	16,12
Frutos	12,26	19,44
Café,cacau e chá	não produziu	31,11
Fumo	15,00	21,67
Seringueira	não produziu	16,00

Tabela 1.1: Tabela com as perdas estimadas de algumas culturas, dadas em porcentagem. Agrios 1997

Há poucos trabalhos publicados a respeito das mudanças climáticas influenciando doenças de plantas. É necessário que medidas sejam tomadas a fim de minimizar os possíveis impactos.

1.2 Dióxido de Carbono, Ozônio, Radiação UV-B

Um dos problemas enfrentados pela humanidade em função das mudanças climáticas é o aquecimento global. Este aquecimento deve-se especialmente à combustão de combustíveis fósseis, desmatamento, ao número crescente de indústrias e ao consumismo desmedido. Amostras de gelo, colhidas na Antártica, contendo pequenas bolhas de ar que ficaram presas, à medida que a neve se acumulava, revelaram que no período anterior à Revolução Industrial a concentração atmosférica global de dióxido de carbono variava entre 180 e 280ppm(NOA). Em 1958 medições diretas da concentração de dióxido de carbono começaram a ser feitas no Havaí. Desde então tais concentrações aumentaram nos últimos 160.000 anos, hoje(2007) a concentração é 383ppm em média(NOA).

O dióxido de carbono é o maior contribuidor individual para o aumento da forçante radiativa dos gases de efeito estufa. Sua contribuição está por volta dos 1.56W/m² durante o período de 1765 até 1992, cerca de 64% do efeito estufa. Diariamente são enviados cerca de 6 mil milhões de toneladas de CO₂ para a atmosfera. Os níveis de CO₂ variam de acordo com a estação, sendo esta variação mais pronunciada no hemisfério norte, pois apresenta uma maior superfície terrestre, do que no hemisfério sul. Este fato ocorre devido às interações que ocorrem entre a vegetação e a atmosfera. Há uma quantidade relativamente grande de trabalhos sobre o efeito benéfico do CO₂ no crescimento de plantas. O percentual de desenvolvimento das plantas em ambientes enriquecidos com CO₂ é maior quando outros fatores estão em níveis limitantes [13]. O enriquecimento de CO₂ tem aumentado o crescimento de muitas espécies de plantas, incluindo a soja. Entretanto, os efeitos da elevação do CO₂ foram estudados com fonte não-limitada de água e nutrientes, e as temperaturas foram mantidas perto do ótimo para o crescimento da colheita [9]. A elevação dos teores de CO₂ promove alterações no metabolismo, crescimento e processos fisiológicos da planta, há significativo aumento da taxa fotossintética, enquanto a taxa de transpiração por unidade foliar decresce, além disso plantas do mesmo grupo podem apresentar respostas diferentes[13]. Aumentos na taxa de crescimento foliar são comumente atribuídas a aumentos na concentração de CO₂. O desenvolvimento da soja, em ambiente enriquecido com CO₂, sob regime de 3 diferentes temperaturas(20/15, 25/20, 30/25°), quando submetida a temperatura de 25/20°C, e nível de CO₂ à 700ppm o florescimento

ocorreu dois dias mais cedo[7].

Pesquisadores prevêem acumulação de CBSC (“carbon-based secondary compounds”) para os próximos 20 anos, o impacto das mudanças de CBSC com o aumento de CO₂ estão sendo preferencialmente examinados na interação de plantas-herbívoras. O aumento deste gás pode influenciar a esporulação, dispersão e agressividade de fungos patogênicos [9]. No trabalho desenvolvido por Braga et al., a hipótese era que a elevação de CO₂ podia influenciar diferentemente a produção de fitoalexinas, substâncias produzidas pela planta para se defender dos patógenos, em cultivares resistentes de plantas de soja e de plantas suscetíveis para a doença cancro da haste causada por *Diaporthe phaseolorum*. Os resultados suportam a hipótese, a exposição a concentrações elevadas de CO₂ estimulou a fotossíntese, as áreas foliares e os cotilédones. De fato, as mudanças de CBSC em resposta ao aumento de CO₂ mostram enormes variações inter e intra-específicas e dependência de outras variáveis ambientais.

Em um estudo feito por Chakraborty (2005), foram encontrados uma maior quantidade de esporos onde a quantidade de CO₂ estava mais elevada, à 700ppm, do que com condições normais de CO₂. Foi constatado que aumentos na quantidade de CO₂ atmosférico reduz o teor de nitrogênio na produção agrícola, podendo retardar muitas pestes e doenças[16]. Estes estudos isolados não nos mostram o real impacto do aumento do dióxido de carbono na produção agrícola, um dos possíveis efeitos negativos para a diminuição de nitrogênio no solo seria a diminuição das produções futuras. Baseado em resultados sob uma escala de circunstâncias experimentais, é difícil extrair conclusões generalizadas, pouco se sabe a respeito dos efeitos no desenvolvimento de importantes doenças de plantas, especialmente em países tropicais. Os poucos trabalhos que existem, sobre a influência da quantidade de CO₂ sobre os patógenos, são em cultura pura[13].

Para estabilizar as concentrações que estão presentes nos dias de hoje, seria necessário uma redução de 60% na emissão global de dióxido de carbono. Para resolver este problema foi criada a “Framework Convention on Climate Change” na Rio ECO 92. Esta instituição propôs um programa nacional para reduzir a quantidade de carbono produzido nos anos 90, e também desenvolveu métodos de proteção a fontes de renovação de dióxido de carbono, como as florestas.

Em volta da Terra há uma frágil camada de um gás chamado ozônio (O₃), que protege animais, plantas e seres humanos dos raios ultravioleta emitidos pelo Sol. Na superfície terrestre, o ozônio contribui para agravar a poluição do ar das cidades e a chuva ácida. Mas, nas alturas da estratosfera (entre 25 e 30 km acima da superfície), é um filtro a favor da vida. Sem ele, os raios ultravioleta poderiam aniquilar todas as formas de vida no planeta. Há evidências científicas de que substâncias fabricadas pelo homem estão

destruindo a camada de ozônio. Em 1977, cientistas britânicos detectaram pela primeira vez a existência de um buraco na camada de ozônio sobre a Antártica. Desde então, têm se acumulado registros de que a camada está se tornando mais fina em várias partes do mundo, especialmente nas regiões próximas do Pólo Sul e, recentemente, do Pólo Norte. A região mais afetada pela destruição da camada de ozônio é a Antártica. Nessa região, principalmente no mês de setembro, quase a metade da concentração de ozônio é misteriosamente sugada da atmosfera. Esse fenômeno deixa à mercê dos raios ultravioletas uma área de 31 milhões de quilômetros quadrados, maior que toda a América do Sul, ou 15% da superfície do planeta. Nas demais áreas do planeta, a diminuição da camada de ozônio também é sensível; de 3 a 7% do ozônio que a compunha já foi destruído pelo homem. Diversas substâncias químicas acabam destruindo o ozônio quando reagem com ele. Os produtos danosos à camada de ozônio inclui os óxidos nítricos e nitrosos expelidos pelos exaustores dos veículos e o CO_2 produzido pela queima de combustíveis fósseis, como o carvão e o petróleo. Mas, em termos de efeitos destrutivos sobre a camada de ozônio, nada se compara ao grupo de gases chamado clorofluorcarbonos, os CFCs. Depois de liberados no ar, os CFCs (usados como propelentes em aerossóis, como isolantes em equipamentos de refrigeração e para produzir materiais plásticos) levam cerca de oito anos para chegar à estratosfera onde, atingidos pela radiação ultravioleta, se desintegram e liberam cloro. Por sua vez, o cloro reage com o ozônio que, conseqüentemente, é transformado em oxigênio (O_2). O problema é que o oxigênio não é capaz de proteger o planeta dos raios ultravioleta. Uma única molécula de CFC pode destruir 100 mil moléculas de ozônio. No Brasil, a camada de ozônio ainda não perdeu 5% do seu tamanho original, de acordo com os instrumentos medidores do Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE). O Instituto acompanha a movimentação do gás na atmosfera desde 1978 e até hoje não detectou nenhuma variação significativa, provavelmente pela pouca produção de clorofluorcarbono no Brasil em comparação com os países de primeiro mundo. No Brasil apenas 5% dos aerossóis utilizam clorofluorcarbono, já que uma mistura de butano e propano é significativamente mais barata, funcionando perfeitamente em substituição ao clorofluorcarbono.

Embora seja considerado um gás de efeito estufa, apresenta contribuição relativamente pequena na regulação da temperatura do ar. Por outro lado, o O_3 é considerado o mais importante poluente tóxico às plantas, podendo causar injúria foliar, redução do crescimento e da produção das plantas devido à indução de estresse, redução da taxa fotossintética, além de causar a degradação de proteínas[13].

A destruição da camada de ozônio na estratosfera pela ação antrópica, tem resultado no aumento da radiação ultravioleta-B que atinge a superfície do planeta. Entre as plantas, muitas espécies respondem negativamente a ação dos UV-B. Entre os efeitos até agora

observados, constatou-se a diminuição na taxa de crescimento, redução da área foliar e redução na absorção de luz visível, sugerindo mudanças nas características foliares [13]. Um estudo realizado com plântulas de *Salicornia gaudichaudiana*, observadas em marismas e em plantas de céu aberto, constatou-se que plantas de marismas têm uma capacidade maior de suportar aumentos na radiação UV-B, ou seja, as hastes, plântulas e rebrotes tiveram maiores concentrações de pigmentos absorventes de UV-B, do que as plântulas em jardim a céu aberto[24]. Em outro experimento, realizado sob condições controladas, para a observação do que ocorre com a morfologia das folhas de *Arabidopsis thaliana* com o aumento na concentração de UV-B. As folhas tratadas com radiação UV-B apresentaram menor área foliar e maior concentração de clorofila total, quando comparadas com as folhas não expostas a radiação UV-B[2]. As plantas expostas à radiação UV-B são induzidas à mudanças bioquímicas, tais como a produção de compostos que absorvem UV-B, a maioria dos estudos são feitos com doses elevadas na concentração desta radiação[2].

Apesar das medidas adotadas pelos diversos países que assinaram o Protocolo de Montreal, com a finalidade de reduzir a emissão de gases que destroem a camada de ozônio estratosférico, algumas décadas são necessárias para que atinjam os níveis encontrados antes de 1980. Entretanto, a quantidade dessa radiação ultimamente já é suficiente para estimular os fungos dependentes de luz, e aumentos nessa radiação podem não ter importância do ponto de vista epidemiológico.

1.3 Ciclo do Carbono e suas Consequências

O carbono é encontrado em diversas formas alotrópicas. Indispensável na natureza, é responsável juntamente com o hidrogênio (formando cadeias de hidrocarbonetos) pela composição de combustíveis como: petróleo e gás natural. O carbono desempenha um papel fundamental no planeta, constitui cerca de 0,03% em volume na atmosfera. Uma das formas do carbono entrar na atmosfera é na de dióxido de carbono, metano e outros gases. Ao mesmo tempo, ele está sendo retirado do ar por plantas verdes, pelos oceanos e de outras maneiras. Assim se tem o ciclo do carbono. O equilíbrio no ciclo é vital para determinar o clima da Terra. Ele é uma combinação de muitos processos biológicos, químicos e físicos que movem o carbono. Os mecanismos que retiram o carbono da atmosfera são chamados "reservatórios de carbono". As florestas são um grande reservatório de carbono, através da fotossíntese, que na presença de luz absorve CO_2 , usam para crescer e retornam o oxigênio para a atmosfera. Durante a noite, na transpiração, este processo se inverte e a planta libera CO_2 excedente, com o desflorestamento essa capacidade fica

reduzida e com isso o CO₂ continua na atmosfera, contribuindo assim para o aquecimento global, visto anteriormente, Por outro lado desenvolvimentos tecnológicos recentes permitem aos humanos criarem um novo tipo de reservatório de carbono por meio da captura e armazenamento de carbono, mas ainda é preciso um maior desenvolvimento para essa implementação.

Estatisticamente, as maiores taxas de aumento de CO₂ ocorreram em anos de EL Ninho. É provável que esta taxa elevada é explicada pela redução na absorção da Terra, causado principalmente pelas altas temperaturas, seca e fogo em ecossistemas terrestres nos trópicos. O ciclo do carbono global possui uma variedade de mecanismos de resposta para estas alterações que vem ocorrendo devido ao aquecimento global, por exemplo, o aquecimento reduz a solubilidade do CO₂ reduzindo assim a absorção do CO₂ pelos oceanos, que consequentemente afetará a produtividade biológica [10]. Uma influencia direta no ciclo do carbono, na fauna marinha, são as entradas dos nutrientes nos oceanos através dos rios e pela poeira atmosférica, embora tais efeitos ainda sejam mal quantificados.

A maior contribuição para o aumento crescente do CO₂ está na produção de energia. O uso de energia aumentará e muito ainda no planeta, espera-se que a população crescerá de 5 bilhões em 2006, para 9 bilhões até 2030, na Figura 1.1 vemos que enquanto fontes renováveis de energia (eólica, solar, das ondas e das marés) crescem constantemente, o uso do carvão, petróleo e do gás natural, crescem de uma forma muito mais rápida, fazendo com que até os mais otimistas acreditem nesse aumento esperado do CO₂ nos próximos anos. Entre 2000 e 2030, este aumento deve chegar entre 40 a 110%(IPPC,2007). Estações de energia que geram eletricidade representam cerca de um terço das emissões de CO₂ globais. Baseado em dados EIA, a Figura 1.1, dado em quadrilhões de btus (unidade britânica), fornece a previsão do uso de energia no mundo que poderá crescer cerca de 50% até 2025.

O International Energy Outlook 2004 - EIA, prevê que parte das emissões de dióxido de carbono vem naturalmente das partes envolvidas no ciclo do carbono, visto na Figura 1.1 , no mundo são projetadas para elevar-se de 26,9 bilhões de toneladas em 2004 para 33,9 bilhões em 2015 e chegar a 42,9 bilhões de toneladas em 2030. Os combustíveis mais importantes que colaboram entre outros para o aumento de CO₂ no planeta são petróleo, carvão e o gás natural. Em 1990, a queima do petróleo juntamente com outros líquidos foi responsável por 42% das emissões de CO₂ no mundo, em 2004 somente o petróleo era responsável por 40% e a projeção para 2030 é de aproximadamente 36% de emissão total do dióxido de carbono, Figura 1.2. As emissões de CO₂ da combustão de gás natural em 1990 era de 19%, em 2004 aumentou para 20% e especialistas prevêem aumento de mais 1% até 2030, enquanto o carvão era responsável por 39% das emissões de dióxido de carbono em 1990, tem sua projeção para 2030 em 43%. Este aumento da participação

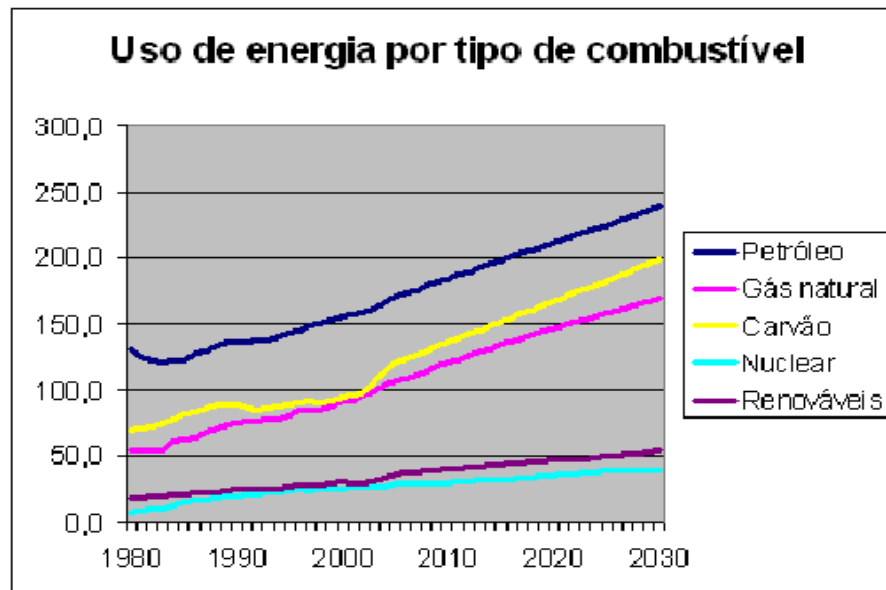


Figura 1.1: Uso de energia por tipo de combustível

do carvão se deve ao maior uso em países como Índia e China, onde as economias são crescentes. Em 2004, estes dois países emitiram cerca de 22% de gases, e as projeções são de 31% até 2030 das emissões totais no mundo, sendo a China sozinha responsável por 26%.

O CO_2 é 1,4 vezes mais pesado que o ar, evapora a pressão atmosférica de -78°C e pode interagir com várias bases fortes em altas temperaturas. Acarreta fenômenos como efeito-estufa, ilhas de calor, inversão térmica, "smog" fotoquímico. As emissões do CO_2 cresceram entre 1970 e 2004 por aproximadamente 80% e representa 77% das emissões antrópicas totais do efeito estufa em 2004. O maior crescimento de emissões veio do setor de energia, como visto anteriormente, um aumento de aproximadamente 145%. Para 2030 os especialistas prevêm a posição dominante dos combustíveis fósseis nas emissões de CO_2 (IPCC, 2007). O aumento da participação do carvão, que pode ser observado na Figura 1.3, dado em bilhões de toneladas métricas, se deve ao maior uso em países como Índia e China, o uso deste combustível é uma grande fonte de energia, colaborando assim para uma crescente emissão de CO_2 no mundo.

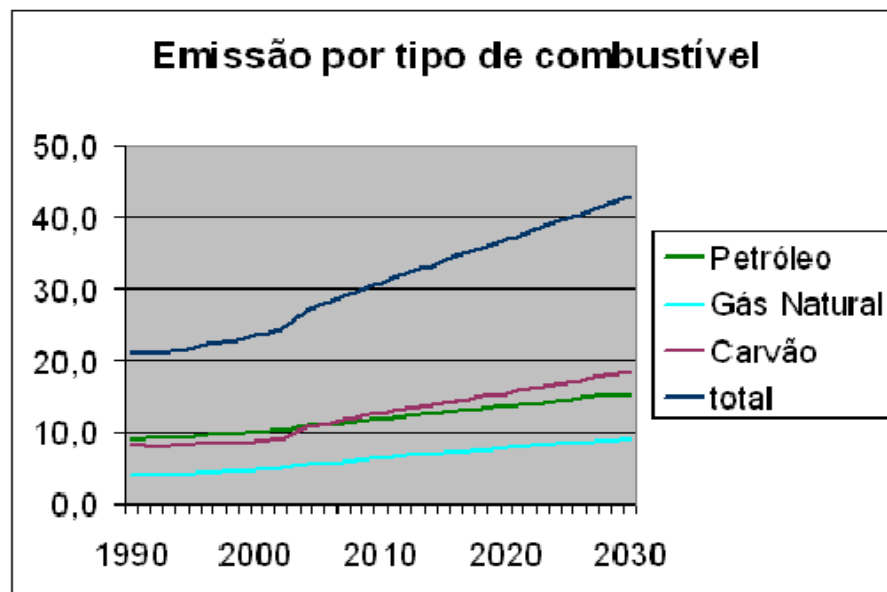


Figura 1.2: Emissão por tipo de combustível

Muito se tem discutido sobre soluções para esses problemas através de convenções, tratados, reuniões de países, principalmente países em desenvolvimento, que são os maiores emissores de CO₂, que estão cada vez mais assustadoras. No último relatório, o IPCC 2007, sugere algumas mudanças para que no fim do século a temperatura média do planeta não aumente 4°, e também que essa mudança não afetará tanto o PIB, apenas 0,12% do produto interno bruto até 2030. No setor de energia, Figura 1.3, os níveis e o total de emissão por tipo de combustível que especialistas prevêem para 2030 é muito elevado. Uma das formas de evitar essas emissões seria aumentar o uso de energias renováveis em até 35%, hoje são utilizadas apenas 18%, avançar no uso de tecnologias de captura e armazenamento de gases de efeito estufa e aumentar em 2% o uso de energia nuclear. Na indústria seria substituir as fábricas poluidoras por indústrias mais eficientes do ponto de vista energético. No transporte incentivar o uso de biocombustíveis entre 5% e 10%, que hoje representa apenas 1% do consumo mundial. Na agricultura, diminuir as emissões de metano, combater o desmatamento e quanto ao lixo, aumentar a reciclagem e usar um dos subprodutos, o gás metano, na geração de energia.

1.4 Sistemas de previsão de doenças

As relações entre clima e doenças são tão intensas que habitualmente são usadas em sistemas de previsão de doenças e manejo de epidemias, pois as flutuações na severidade

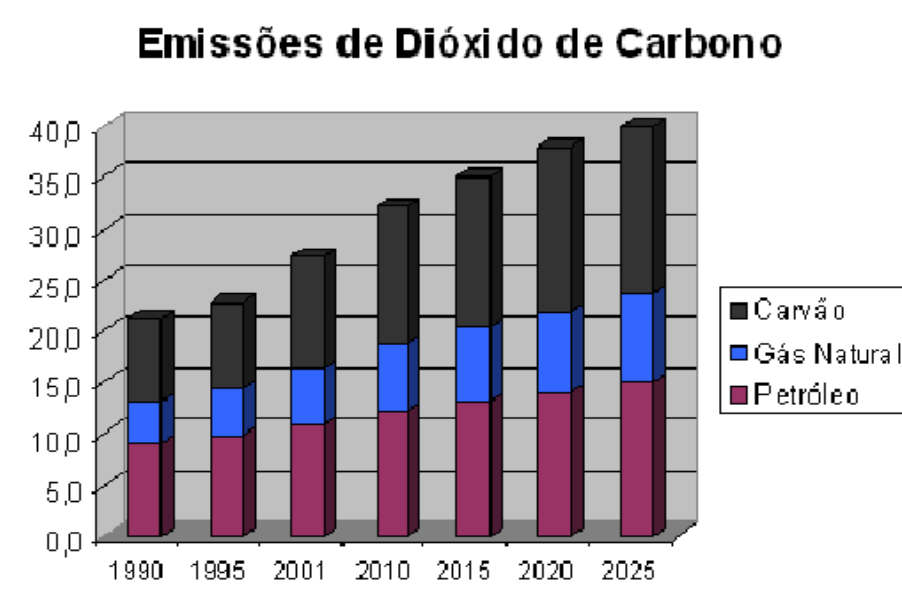


Figura 1.3: Emissão de dióxido de carbono

de doenças são determinadas através dos anos, principalmente, pelas variações climáticas.

Epidemiologia e controle de doenças são frequentemente associados, diferentes, mas não separáveis, aspectos da patologia da planta. A regra chave da epidemiologia é: “manual de desenvolvimento de estratégias de controle das doenças”. O uso de ferramentas computacionais incluem sistemas apropriados, dinâmicas de otimização, e decisão suporte, fornecendo ferramenta tecnológica no controle de doenças. Em alguns casos, a informação direta sobre patógeno-hospedeiro pode fornecer a informação necessária para o sucesso do controle de doenças [19].

Todas as modalidades de controle de doenças de plantas são afetadas pelas condições climáticas, que têm por objetivo orientar os agricultores na tomada de decisão quanto ao momento, por exemplo, da aplicação de fungicida no controle de doenças. O desenvolvimento de novos sistemas de previsão e o aperfeiçoamento já existentes ilustram a aplicação prática dos conhecimentos de epidemiologia. Os produtores estão preocupados com o aumento do custo do controle químico das doenças; já os consumidores estão atentos para os efeitos negativos do uso de fungicidas no ambiente. Desse modo, o controle químico de doenças tornou-se de extrema importância, pois auxiliam os produtores na tomada de decisões. Os principais objetivos de um sistema de previsão de doença são: reduzir o número de aplicações de fungicida, diminuir o risco de perdas econômicas causadas pela doença e aumentar a renda do agricultor pela racionalização do número de aplicações de fungicidas. O previsor deve ser baseado em dados biológicos e climáticos confiáveis e ser validado na

região no qual será utilizado. Os sistemas de previsão existentes se baseiam em um ou em mais componentes ou fases do ciclo da doença visto que as doenças são biológica e epidemiologicamente diferentes. Os estudos detalhados da biologia do patógeno servem para identificar a fase do ciclo de vida mais apropriada para ser usada no sistema. O conhecimento detalhado da interação hospedeiro-patógeno constitui-se na linha-guia para a previsão de doenças [21].

Os previsores fundamentais em uso são simples e, geralmente, baseados em um único componente do ciclo da doença. A principal fase do ciclo da doença, na qual se fundamenta a maioria dos revisores, é a infecção. O processo infectivo, ou infecção, de patógenos foliares envolvem as subfases de germinação dos esporos, de desenvolvimento do tubo germinativo na superfície do hospedeiro, da penetração do hospedeiro e do desenvolvimento pós-penetração, que conduzem ao estabelecimento de uma relação parasitária viável. A água no ambiente e a temperatura são os principais fatores climáticos que influenciam no processo infeccioso. Os estudos sobre as relações entre a água e a infecção indicam que a maioria dos patógenos, exceto os que causam o oídio*, requer água líquida ou o ar próximo à saturação com vapor de água na superfície da planta para completar o processo de infecção com sucesso. Os agentes causais do oídio podem infectar os hospedeiros na ausência de molhamento foliar. Um sistema simples de previsão pode tomar como base os registros de temperatura e da duração do molhamento foliar contínuo para determinar se o período de infecção ocorre ou não. Cada vez mais, análises de curvas do progresso da doença tem sido ligadas com os marcadores moleculares para caracterizar a quantidade de resistência [21].

*Importante fungo causador de doenças, principalmente em leguminosas

Capítulo 2

Modelos matemáticos aplicados em Fitopatologia

A modelagem e a simulação tem valor heurístico, ajudando o pesquisador a formular hipóteses sobre processos e interações relevantes, a quantificar o impacto de variáveis simples sobre o desempenho do sistema, e a sugerir novas necessidades de experimentação [14]. O modelo matemático é uma ferramenta útil no teste de hipóteses derivadas de resultados experimentais, permitindo um aumento na capacidade de entendimento de fenômenos naturais. O grande potencial reside em simular os cenários das mudanças climáticas globais, os diferentes níveis de severidade de doenças e de determinar a produção resultante, o que permite o desenvolvimento de táticas de controle e estratégias, facilitando a tomada de decisões.

Todos estes modelos matemáticos são mais úteis pelo discernimento que eles proporcionam do que por sua praticidade de prever fenômenos naturais. O modelo pode ser utilizado na definição de prioridades de pesquisa e para ressaltar a necessidade de trabalho multidisciplinar em certas áreas [14].

Maiores esforços devem ser dispensados nesse tipo de estudo, que pode resultar em significativa economia de tempo e recursos.

2.1 Modelo Exponencial

A dinâmica de crescimento de uma população de fungos pode ser obtida por vários modelos matemáticos. O mais simples dos modelos empregados é o modelo exponencial dado por Malthus pela seguinte equação diferencial,

$$\frac{dy}{dt} = ry$$

onde

- y é o tamanho da população de fungos
- r é a taxa de crescimento, constante ao longo do tempo

Toda população, em algum momento de sua dinâmica, cresce exponencialmente. No modelo exponencial, há dependência da contribuição adicional de inóculos que vão sendo produzidos durante o desenvolvimento da população, estes são os chamados patógenos policíclicos. Neste caso, algumas espécies podem vir a ter muitas gerações e produzir inóculo de forma contínua, logo, a inibição intraespecífica é desprezível [25]. O crescimento exponencial não significa necessariamente que o crescimento acontecerá rapidamente. Ou seja, uma população pode crescer exponencialmente mas em uma taxa absoluta muito lenta. A velocidade de aumento dada por dy/dt , também chamada de taxa absoluta de aumento da doença, é proporcional à própria quantidade de doença. Taxas absolutas de aumento de doenças são muito úteis para visualizar como cresce a população [12].

A equação que descreve a variação de y em função de t é obtida pela integração da equação acima obtendo a função exponencial de valor inicial $y(0) = y_0$

$$y = y_0 \exp(rt)$$

onde y_0 é a quantidade inicial da doença.

Este modelo é válido apenas para fases iniciais da doença, enquanto a quantidade da doença não exceder 5%. Isto porque temos $y(t) \rightarrow \infty$ quando $t \rightarrow \infty$. A doença tende a crescer indefinidamente. É importante notar que quanto mais avançado o estágio da doença, maior o crescimento em função do tempo. VanderPlank(1963) modelou este tipo de dinâmica usando a seguinte equação diferencial

$$\frac{dy}{dt} = r(k - y) \tag{2.1}$$

onde

- y é a população de fungos
- r é a taxa de crescimento
- k é a capacidade suporte do meio

O fator $(k-y)$ representa a inibição por escassez de recursos. O fator r é um parâmetro mensurável que engloba o efeito de vários fatores. Vanderplank(1963) o denominou de **taxa aparente de infecção**. Este termo é amplamente utilizado na epidemiologia vegetal.

Podemos escrever (2.1) como

$$\frac{dy}{dt} = rk \left(1 - \frac{y}{k}\right)$$

chamando de $y_a = \frac{y}{k}$ obtemos o sistema normalizado,

$$\frac{dy_a}{dt} = r(1 - y_a)$$

em que y_a é adimensional. A solução do sistema normalizado é dada por:

$$y = 1 - (1 - y_0)e^{-rt}$$

y_0 é a quantidade inicial da população de fungos

2.2 Modelo Logístico

O modelo logístico, originalmente proposto por Verhulst (1838), tem sido o modelo mais empregado para descrever o progresso de epidemias. Ele propôs um modelo de dinâmica populacional para uma espécie, vivendo num determinado meio, que deverá crescer até um limite máximo sustentável, isto é, ela tende a se estabilizar devido às limitações do espaço físico e disponibilidade de alimentos, ou seja, existe uma capacidade suporte para a população. A taxa de crescimento é linear, decrescente com relação a $y(t)$ e tendendo a zero quando $y(t) \rightarrow k$ [1]. Além disso, a variação populacional atinge seu valor máximo quando a população atinge a metade da capacidade suporte ($y(t_i) = k/2$). A equação diferencial do modelo logístico pode ser escrita:

$$\frac{dy}{dt} = ry \left(1 - \frac{y}{k}\right). \quad (2.2)$$

em que r é a taxa de crescimento para o modelo logístico, que pode ser obtida através das curvas de crescimento, que Vanderplank chama de taxa aparente de infecção, uma vez que, o que realmente se determina é o tecido com sintomas da doença, ou seja, aquele tecido infectado que já passou pelo período de incubação. A solução para o problema acima com valor inicial $y(0) = y_o > 0$, é obtida através da separação de variáveis e integração no intervalo $[0, t]$, obtendo assim a expressão

$$\ln \left| \frac{y}{y_0} \right| - \ln \left| \frac{y-k}{y_0-k} \right| = rt,$$

o que implica em

$$\ln \left| \frac{y(y_0-k)}{y_0(y-k)} \right| = rt,$$

ou ainda,

$$\left| \frac{y_0(y-k)}{y(y_0-k)} \right| = e^{-rt} \Rightarrow \frac{|y-k|}{|y|} = \frac{|y_0-k|}{|y_0|} e^{-rt}.$$

Isolando $y(t)$ obtemos

$$y(t) = \frac{y_0 k}{y_0 + (k - y_0) e^{-rt}}.$$

2.3 Modelo de Gompertz

O modelo de Gompertz utiliza uma taxa de inibição da variável de estado proporcional ao logaritmo desta variável. Isto significa que a taxa de crescimento é grande no início do processo, mudando rapidamente para um crescimento mais lento [1]. O modelo é dado pelo problema de Cauchy, com condição inicial $y(0) = y_0$ com $a > 0$ e $b > 0$

$$\frac{dy}{dt} = ay - by \ln y = y(a - b \ln y) \quad (2.3)$$

A taxa de crescimento $r(y) = (a - b \ln y) > 0$ decresce com y . Para encontrar o ponto de estabilidade,

$$\frac{dy}{dt} = 0 \Leftrightarrow (a - b \ln y) = 0 \Leftrightarrow y_\infty = e^{\frac{a}{b}}$$

com $y > 0$. Quando y é muito pequeno, $r(y)$ é muito grande pois:

$$\lim_{y \rightarrow 0^+} r(y) = +\infty$$

Agora, como $0 = a - b \ln y_\infty$, podemos tomar $a = b \ln y_\infty$ na equação (2.3) e reescrevê-la como

$$\frac{dy}{dt} = by \ln y_\infty - b \ln y = by \ln \left(\frac{y_\infty}{y} \right) = y \ln \left(\frac{y_\infty}{y} \right)^b \quad (2.4)$$

e neste caso, $r(y) = \ln \left(\frac{y_\infty}{y} \right)^b$

A solução de (2.3) é obtida considerando-se a mudança de variável $z = \ln y$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{1}{y} \frac{dy}{dt} = a - bz$$

Integrando,

$$\int \frac{dz}{a - bz} = \int dt \Leftrightarrow -\frac{1}{b} \ln |a - bz| = t + c$$

Para $t = 0$, obtemos $c = -\frac{1}{b} \ln |a - b \ln y_0|$.

Portanto, $\ln |a - bz| = -bt + \ln |a - b \ln y_0|$,

$$a - bz = (a - b \ln y_0) e^{-bt} \Leftrightarrow z(t) = \frac{1}{b} [a - (a - b \ln y_0) e^{-bt}]$$

Voltando à variável $x = e^z$, obtemos:

$$y(t) = e^{\frac{a}{b}} \exp \left[- \left(\frac{a}{b} - \ln y_0 \right) e^{-bt} \right] \quad (2.5)$$

$$y(t) = y_\infty \left(\frac{x_o}{x_\infty} \right)^{e^{-bt}} \quad (2.6)$$

A curva $y(t)$ tem um ponto de inflexão quando

$$t = t_m = \frac{1}{b} \ln \left(\frac{a}{b} - \ln y_0 \right) \quad (2.7)$$

e

$$y(t_m) = \frac{1}{e} y_\infty = \frac{1}{e} e^{\frac{a}{b}} = e^{\frac{a-b}{b}} \quad (2.8)$$

2.4 Modelos discretos para dinâmica populacional

Em alguns casos, os modelos em dinâmica populacional não são tão bem representados pelas equações diferenciais. Uma maneira de representação mais realista é a utilização de modelos discretos que são dados pelas equações diferenciais. Apesar destes modelos serem mais instáveis, em alguns casos, eles podem ter uma representação mais exata do que os modelos contínuos. Analisar se a sequência gerada x_t , que é a solução da equação de diferenças, é convergente ou divergente.

Temos que uma equação de diferenças de ordem k tem a forma:

$$x_t = f(x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-k}, k),$$

onde f é uma função linear ou não, a solução é $(x_t)_{t \in \mathbb{N}}$.

Na modelagem de dinâmica populacional, podemos considerar que os fatores ambientais permanecem inalterados em um intervalo de tempo. Além disso, podemos considerar também que a variação no número de indivíduos entre os instantes t e $t + 1$ depende somente da população (x_t) no instante t . Portanto, a forma geral neste caso passa a ser

$$x_{t+1} = F(x_t) \text{ ou } x_{t+1} = x_t f(x_t). \quad (2.9)$$

Por razões biológicas, é suposto que $f(x) > 0$ para todo $x > 0$ e $f(0) = 0$. As limitações nos recursos naturais exigem que $f(x) \rightarrow 0$ quando $x \rightarrow \infty$. [5]

2.4.1 Modelo de Malthus discreto

Seja a equação de diferenças dada agora por um modelo de Malthus,

$$x_t = c\lambda^t. \quad (2.10)$$

O número de soluções da equação de diferenças é dado pela sua ordem, por exemplo, uma equação de primeira ordem tem uma solução, equação de duas ordens tem duas soluções e assim por diante. Vemos que a sequência é crescente, tendendo ao infinito quando $\lambda > 1$ e decrescente tendendo a zero quando $0 < \lambda < 1$. Para $\lambda < 0$ a solução converge oscilando para zero se $-1 < \lambda < 0$ ou diverge de forma oscilatória se $\lambda < -1$.

Uma solução do estado de equilíbrio, \bar{x} , é definida pelos valores que satisfazem a relação seguinte,

$$x_{t+1} = x_t = \bar{x}$$

Dizemos que um estado de equilíbrio é estável quando toda solução, partindo de valores suficientemente próximo de \bar{x} , permanece suficientemente próximo de \bar{x} . Além disso, se a solução converge para \bar{x} então temos uma estabilidade assintótica. Por outro lado, se soluções como valores iniciais próximos de \bar{x} afastam-se do estado de equilíbrio, então \bar{x} é instável.

A expansão em série de Taylor de F em torno de \bar{x} resulta em

$$x_{t+1} = \bar{x} + F'(\bar{x})(x_t - \bar{x}) \text{ ou } y_{t+1} = F'(\bar{x})y_t.$$

Portanto:

1. \bar{x} é assintoticamente estável se $|F'(\bar{x})| < 1$;

2. instável se $|F'(\bar{x})| > 1$.

As equações de diferenças também admitem a existência de comportamento caótico ou ciclos, isto é, a partir de um instante t_0 , a solução torna-se periódica. Podem ainda admitir comportamento caótico, ou seja, não é possível prever o comportamento da solução a partir de uma da condição inicial.

Para o caso bidimensional, isto é, quando temos um sistema do tipo

$$\begin{cases} x_{t+1} = F(x_t, y_t) \\ y_{t+1} = G(x_t, y_t), \end{cases} \quad (2.11)$$

a análise de estabilidade dos estados de equilíbrio é feita através dos autovalores da matriz jacobiana (\bar{x}, \bar{y}) . Neste caso, se $|Re(\lambda_{1,2})| < 1$, então o estado de equilíbrio é assintoticamente estável. Caso contrário o estado de equilíbrio é instável.[5]

2.4.2 Modelo Logístico discreto

O modelo discreto análoga à equação logística é dado pela equação de diferenças não-linear

$$x_{t+1} = rx_t(1 - x_t) \quad (2.12)$$

que contém apenas um parâmetro r , e uma não-linearidade quadrática singular, com isso

$$x_{t+1} = x_t \left[1 + \alpha \left(1 - \frac{x_t}{k} \right) \right]. \quad (2.13)$$

Se para algum t , x_t exceder $k(1+r)/r$ então $x_{t+1} < 0$, logo teremos problemas com esta interpretação. É preciso restringir x e r , nos intervalos $0 < x < 1$ e $1 < r < 4$.

Esta equação tem sido usada para ilustrar exemplos que nos fornecem uma série de idéias, raramente é usada como como um modelo biológico confiável.[5]

Um modelo com comportamento parecido, porém sem a inconveniência apresentada acima, é o modelo proposto por May em 1976:

$$x_{t+1} = x_t \exp \{r(1 - x_t/k)\}$$

com r e k sendo a razão de crescimento e k a capacidade suporte.

O estado de equilíbrio não nulo para o modelo de May é $x^* = k$. Como $F'(k) = 1 - r$, então o estado de equilíbrio $x^* = k$ é localmente:

1. Instável se $r < 0$ ou $r > 2$;

2. Assintoticamente estável se $0 < r < 2$.

Para $2 < r < 3$, o sistema apresenta 2^n -ciclos estáveis,.

Capítulo 3

Oídio da soja

O oídio que ataca a soja é causado pelo fungo *Microsphaera diffusa*. Inicialmente foi identificado em casas de vegetação e a campo em cultivares tardias. De acordo com estudos feitos por Stadnik(2001), o fungo permanece associado a plantação durante anos, antes de provocar danos econômicos consideráveis. O patógeno possui duas fases: a fase imperfeita (conídios), onde se multiplica com abundância e a fase perfeita (cleistotécios), que no caso da soja não está sempre presente. Eles causam doenças em quase todas as regiões do globo. A ocorrência deste fungo nos cultivares de soja tem sido influenciada principalmente pelo clima e pela suscetibilidade das plantas. Cultivares antes resistentes têm se tornado suscetíveis, indicando a variabilidade do patógeno[22].

No Brasil, até a safra de 1995/96, o oídio era considerado uma doença sem importância econômica na soja. Na safra de 1996/97, favorecida por um clima chuvoso e temperaturas amenas, uma epidemia de oídio atingiu os cultivares suscetíveis, e todas as áreas produtoras de soja. Após essa epidemia, houve alteração no clima, predominando estiagem e altas temperaturas, restringindo as áreas mais atacadas às regiões Sul, e dos Cerrados acima de 800 metros de altitude. Estudos feitos sobre a influência da temperatura no desenvolvimento do oídio realizados em casa-de-vegetação a $18^{\circ}C$, $24^{\circ}C$ e $30^{\circ}C$, mostram que, quanto mais baixa a temperatura, mais rápido e severo foi o desenvolvimento do oídio [22].

Os conídios são facilmente disseminados pelo vento. Eles são produzidos em cadeias, originados de conidióforos simples e curtos, têm a forma de barrilete ou de clava, com extremidades achatadas. Os sinais são clorose, ilhas verdes, manchas ferruginosas (Figura 3.1), desfolha acentuada ou combinações desses fatores. No final do ciclo, os sintomas causados pelo oídio são a antecipação da desfolha afetando o rendimento, reduzindo o tamanho e o peso dos grãos.



Figura 3.1: Folha de soja com oídio, cedida pela Embrapa

Cultivares resistentes têm se tornado suscetíveis, indicando a variabilidade do patógeno, mas faltam estudos específicos que comprovem tal fato. O método mais eficiente e econômico de controle do oídio é o uso de cultivares resistentes, mesmo assim são observadas em safras consideradas imunes, a suscetibilidade à doença, havendo necessidade do controle químico.

3.1 Descrição do experimento

O experimento foi realizado pela Embrapa Meio Ambiente, Jaguariúna (SP), sob condições de estufas de topo aberto no campo, com e sem injeção de CO_2 , simulando a atmosfera dos cenários climáticos futuros (Figura 3.2)[15].

O inóculo de *Microsphaera diffusa*, agente causal do oídio da soja, foi multiplicado em plantas da cultivar Embrapa 48 (fornecidas pela Embrapa Soja) e da cultivar Estrela (fornecidas pela UNESP/Jaboticabal), mantidas em vasos, em casa de vegetação. Foram montadas seis estufas de topo aberto, três estufas que receberam as numerações 2, 4 e 9, sem aumento de CO_2 e as outras três estufas com numerações 3, 5 e 7 com injeção de CO_2 , quase chegando a duas vezes mais a concentração normal. Em cada estufa foram cultivadas 50 plantas de soja, divididas em 5 linhas com 10 plantas cada linha (Figura 3.3). Estas estufas foram casualizadas em blocos, duas a duas, sendo o Bloco 3 (parcela 3 e 9), a região localizada na parte mais baixa, que obteve maiores concentrações de CO_2 , pois a

incidência de ventos foi menor. A injeção de CO_2 nas estufas foi iniciada imediatamente após a emergência das plântulas[15].



Figura 3.2: Disposição das estufas de topo aberto durante o experimento, cedida pela Embrapa

No final de tarde foram inoculados $3,4 \cdot 10^5$ conídios/mL preparados em água destilada esterilizada contendo Tween diluído (Tween é um espalhante adesivo, que facilita a liberação dos conídios das folhas) e aplicada com pulverizador manual nas plantas de soja das parcelas do ensaio. Foi gasto o volume de, aproximadamente, 150 mL por parcela. As variáveis climáticas registradas durante o ensaio foram: temperatura do ar, umidade do solo, pressão barométrica, radiação global e radiação fotossinteticamente ativa. Os dados coletados foram alturas das plantas, severidade da doença, esporulação do patógeno nas folhas, presença de nódulos no sistema radicular e o peso da matéria seca das plantas. As concentrações de CO_2 das amostras de ar das estufas com injeção de CO_2 foram divididas pelos valores obtidos nas estufas sem injeção para verificar se o dobro da concentração atual estava sendo atingido, porém houve oscilação devido a alta incidência dos ventos, fazendo com que as parcelas 3, 5 e 7 tivessem medições diferentes de quantidade de CO_2 [15].

3.2 Análises estatísticas

Primeiramente, foi feita uma análise estatística dos dados e registros coletados no experimento, que orienta em um processo de tomada de decisão, e favorece novas informações.



Figura 3.3: Foto de dentro da estufa, cedida pela Embrapa

Os testes estatísticos utilizados foram t-student, ANOVA e pelo programa SAS que fornece uma melhor compreensão das diferenças para a análise de: número de conídios, área foliar lesionada, altura das plantas, nodulação e peso da matéria seca das plantas.

3.2.1 Número de conídios

A contagem do número de conídios foi efetuada no final do experimento. Foram coletadas duas folhas primárias e dois trifólios por planta, de cinco plantas de cada parcela. Essas folhas foram cortadas das plantas, trazidas para o laboratório e imediatamente colocadas em tubos contendo água e Tween diluído. Para fazer a suspensão de conídios, os tubos com as folhas foram submetidos a tratamento em ultrassom por cerca de 10 minutos. Na suspensão obtida foi feita a contagem de conídios produzidos em câmara de Neubauer[15]. Para cada parcela foram obtidos um total de 25 dados (em porcentagem).

Na análise intraparcelas, os 25 dados de cada parcela sem a presença de CO_2 foram analisados utilizando-se o método estatístico ANOVA (Análise de Variância) que realiza uma análise de variância simples, que somente investiga a hipótese de que as médias de várias amostras são iguais. No caso, foi feita uma análise comparando as 5 linhas separadamente de cada parcela. A conclusão obtida foi que a contagem de conídios é estatisticamente igual dentro de cada parcela. Da mesma forma, na análise intraparcelas com a presença de CO_2 também não houve diferença para o número de conídios, o que era esperado, levando-se em consideração a homogeneidade dada ao experimento, tendo

em vista que as plantas numa mesma parcela tinham o mesmo tratamento. Nas Tabelas 3.1 e 3.2 estão representadas as parcelas com e sem aumento de CO₂ do número final de conídios, respectivamente:

Tabela 3.1: Número de conídios, com aumento de CO₂

<i>parcela 3</i>	linha	plantas número	médias
	1	plantas 4,5,7,9,10	3729
	2	plantas 1,3,6,7,9	2650
	3	plantas 1,2,6,7,9	3440
	4	plantas 1,3,6,7,9	3000
	5	plantas 1,3,6,7,9	3110

Tabela 3.2: Número de conídios, sem aumento de CO₂

<i>parcela 9</i>	linha	plantas número	médias
	1	plantas 1,3,5,7,9	583
	2	plantas 1,3,5,7,9	333
	3	plantas 1,3,5,7,9	500
	4	plantas 1,3,5,7,9	667
	5	plantas 1,3,5,7,9	917

Nas Tabelas 3.3 e 3.4 estão todas as análises intraparcels considerando a hipótese H_0 para $p > 5\%$, a análise foi feita utilizando ANOVA fator único, com os 25 dados, divididos em cinco blocos, o Valor-P é maior que 5% em todos os casos, aceitamos a hipótese, sendo as parcelas 2,4,9 sem aumento de CO₂, e parcelas 3,5,7 com aumento de CO₂

Tabela 3.3: Análises estatísticas

<i>parcela</i>	<i>SQ-total</i>	<i>F</i>	<i>Valor-P</i>	<i>F-crítico</i>
2	39,5	0,707	0,797	2,866
4	47,1	0,431	0,785	2,866
9	11,5	0,441	0,778	2,866
3	39,1	0,480	0,750	2,866
5	31,1	1,393	0,272	2,866
7	30,1	1,211	0,337	2,866

Sabendo que nas intraparcels não houve diferença considerável entre os dados dos números de conídios, aplicamos o método estatístico t-student para determinar se duas amostras provenientes de estufas diferentes (com CO₂ e sem CO₂), que podem ter a mesma média. Presumindo variâncias iguais, as análises foram feitas duas a duas, onde:

- M é a média das amostras
- Var é a variância
- $Stat t$ é dado por $t = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) / \sqrt{s^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$
- t-crítico grau de liberdade da amostra
- asterisco representa situações onde a hipótese de nulidade (H_0 =médias sejam iguais) foi rejeitada pelo teste, $p > 0,05$

Tabela 3.4: Análise a cada duas parcelas(uma com CO₂ e outra sem CO₂), média do número de conídios está em %

<i>parcelas</i>	<i>Média(parcel1)</i>	<i>Média(parcel2)</i>	<i>Var(parcel1)</i>	<i>Var(parcel2)</i>	<i>Stat t</i>	<i>t-crítico</i>
2 e 3	29,8	31,9	0,016	0,016	-0,560	2,011
2 e 5	29,8	24,7	0,016	0,013	1,492	2,011
2 e 7	29,8	39,1	0,016	0,031	-2,136*	2,011
3 e 4	31,9	32,6	0,016	0,020	-0,196	2,011
3 e 9	31,0	6,0	0,016	0,005	8,906*	2,011
4 e 5	32,6	24,7	0,020	0,013	2,184*	2,011
4 e 7	32,6	39,1	0,020	0,031	-1,453	2,011
5 e 9	24,7	6,0	0,013	0,005	7,026*	2,011
7 e 9	39,1	6,0	0,031	0,005	8,766*	2,011

3.2.2 Área foliar lesionada

As condições ambientais são muito importantes para o progresso de uma epidemia, pois este aumento influencia a expansão da área foliar lesionada, a esporulação, dispersão do inóculo e a indução de novas infecções. Através do aumento da área foliar lesionada, o tecido adjacente torna-se imediatamente infeccioso, enquanto novas infecções somente o fazem após um período de latência [12]. A análise da expansão da área foliar lesionada nos fornece dados para a adoção de estratégias de controle da doença. Para a análise da área foliar lesionada primeiramente utilizamos a análise estatística t-student para duas amostras presumindo variâncias equivalentes, como os dados utilizados eram as médias de 5 plantas em cada linha, por dia (ver Tabela 3.5), a análise ficou comprometida, pois encontramos resultados que aceitavam a hipótese de que as médias eram iguais, mas era visível a diferença das médias e também suas respectivas variâncias. Para isso fizemos a

análise utilizando o programa SAS, embora haja muitas ferramentas de análise estatística no mercado atualmente, o SAS fornece uma plataforma completa, abrangente e integrada para a análise de dados, por esse motivo foi muito positiva sua utilização neste trabalho, tornou mais clara a análise dos dados coletados.

Tabela 3.5: Porcentagem da área foliar lesionada, com aumento de CO₂

<i>Linha</i>	<i>Plantas</i>												
1	4,5,7,9,10	0,3	0	0	0,4	0	0	0,7	0,8	1,7	2,5	2,4	5,8
2	1,3,6,7,9	0,3	0,3	0,2	0,5	0,7	0,3	0,4	1	0,5	1,8	1,8	3,1
3	1,2,6,7,9	0,4	0,5	0,3	1	1	0	0,8	1,5	1	1,3	2,7	4,3
4	1,3,6,7,9	0	0	0	0	0,5	0	0,05	0,1	0,3	0,4	0,9	3,4
5	1,3,6,7,9	0	0	0,05	0,2	0,2	0,2	0,2	0,65	0,9	1,7	4,4	4,5

Tabela 3.6: Porcentagem da área foliar lesionada, sem aumento de CO₂

<i>Linha</i>	<i>Plantas</i>												
1	1,3,5,7,9	0,2	0,4	0,15	0,2	0,2	0,3	0,3	0	0,4	0,5	1,7	3,2
2	1,3,5,7,9	0	0,7	0,1	0	0,2	0	1,4	2,5	2,6	4,5	5,3	10
3	1,3,5,7,9	1,1	1,3	1	1,3	2,9	2,2	3,2	6,4	3,6	8,2	9,6	16
4	1,3,5,7,9	0	0,6	0,35	0,5	0,2	0,5	2,9	2	2,8	3,7	5,4	7,6
5	1,3,5,7,9	0,4	0,4	0,4	0,3	0,5	0,5	1,35	0,8	1,9	2,8	4	7,5

As Tabelas 3.5 e 3.6 foram feitas a partir de dados fornecidos pela Embrapa, a análise da área foliar lesionada, que é medida por porcentagem de folha lesionada, de acordo com uma escala diagramática, foram feitas por dia (primeiro dia da Tabela dia 13), todos os dados acima estão em porcentagem de área lesionada por área total da folha. Na parcela 9, apresentada na Tabela 3.6, sem aumento de CO₂, o área foliar lesionada é maior quando comparada a parcela 3, apresentada na Tabela 3.5, com aumento de CO₂, em contrapartida o número de conídios é maior na parcela 3, logo o experimento feito a campo, se analisarmos esse bloco com as estufas 3 e 9, está de acordo com os casos estudados quando se tem aumento do nível de CO₂, que é o objeto de estudo deste trabalho.

3.2.3 Altura das plantas primárias de soja

As alturas das plantas primárias foram medidas uma vez por semana, durante todo o experimento. Na Tabela 3.7 está a média das alturas das plantas da parcela 3, e na Tabela 3.8 estão os dados da parcela 9. Com as médias das alturas das dez plantas feitas por semana em cada linha.

Tabela 3.7: Médias das alturas das plantas primárias em cm, com aumento de CO₂

<i>parcela 3</i>	linha	06/09	13/09	20/09	27/09	<i>Médias</i>
	1	11,6	17,7	31,6	49,4	<i>30,17</i>
	2	12,05	18,2	34,05	50,3	<i>30,82</i>
	3	12,75	19,1	36,55	55,2	<i>31,54</i>
	4	11,7	18,1	36,3	56,4	<i>31,28</i>
	5	12,5	19,3	38,3	62,3	<i>30,54</i>

Tabela 3.8: Médias das alturas das plantas primárias em cm, sem aumento de CO₂

<i>parcela 9</i>	linha	06/09	13/09	20/09	27/09	<i>Médias</i>
	1	12,15	18,1	33,8	56,4	<i>30,41</i>
	2	12,1	18,15	31,9	51,5	<i>30,49</i>
	3	11,8	17,45	33,15	53,3	<i>31,18</i>
	4	12,8	19,1	36,75	58,1	<i>32,31</i>
	5	11,5	18,53	37,9	63,8	<i>32,93</i>

A altura de plantas (distância entre o colo da planta e a gema apical) foi avaliada em 10 plantas das cinco linhas centrais. As plantas foram marcadas com etiquetas plásticas numeradas e enterradas no solo[15]. Os resultados demonstraram que não houve diferença na altura entre as plantas com e sem injeção do gás, a média foi equivalente.

3.2.4 Nodulação e peso seco

Nodulação significa capacidade de formar simbiose com bactérias fixadoras de nitrogênio (N_2). Fatores químicos, físicos e biológicos do solo podem afetar esta fixação. Leguminosas que fixam nitrogênio são importantes economicamente, pois dispensam insumos nitrogenados colaborando assim para reflorestamentos e possíveis impactos ambientais. As plantas do experimento foram coletadas, o sistema radicular foi lavado e os nódulos de todas as plantas por parcela foram contados. Na Tabela 3.9 estão os dados da nodulação, sendo que as parcelas 2,4,9 sem a presença do aumento de CO₂, e as parcelas 3,5,7 com aumento de CO₂

Tabela 3.9: Quantidade de nodulação de todas as parcelas envolvidas no experimento

	linha 1	linha 2	linha 3	linha 4	linha 5	<i>Médias</i>
Parcela 2	11	21	7	13	18	<i>14,0</i>
Parcela 3	44	40	42	22	13	<i>32,2</i>
Parcela 4	30	20	21	20	26	<i>23,4</i>
Parcela 5	11	20	27	28	9	<i>19,0</i>
Parcela 7	28	18	28	22	57	<i>30,6</i>
Parcela 9	25	13	27	34	28	<i>25,4</i>

Os dados da Tabela 3.9 demonstram que não houve diferença da nodulação quando comparamos as estufas 3 e 9, aplicamos um teste simples de estatística, presumindo variâncias equivalentes, t-student, com t-crítico bi-caudal aproximadamente igual a 2,78, obtemos $t_{stat} = -1,16$, logo aceitamos a hipótese de que as médias são iguais. Portanto neste experimento, estatisticamente, não houve diferença na fixação de nitrogênio atmosférico.

Tabela 3.10: Peso seco da parcela com aumento de CO₂, gramas

Parcela 3	<i>Médias</i>					
Planta	2	4	6	8	10	
Linha 1	3,59	7,29	2,68	1,93	4,25	<i>3,95</i>
Linha 2	4,14	6,09	5,62	4,54	3,70	<i>4,81</i>
Linha 3	4,76	5,18	6,45	4,51	7,21	<i>5,62</i>
Linha 4	4,02	2,71	5,45	3,06	4,48	<i>3,94</i>
Linha 5	2,54	4,73	6,05	6,10	7,49	<i>5,38</i>

Tabela 3.11: Peso seco da sem aumento de CO₂, gramas

Parcela 9	<i>Médias</i>					
Planta	2	4	6	8	10	
Linha 1	4,05	2,73	3,88	3,51	3,61	<i>3,56</i>
Linha 2	2,89	3,24	4,40	3,77	5,36	<i>3,93</i>
Linha 3	3,50	4,58	4,15	2,99	1,63	<i>3,37</i>
Linha 4	2,36	4,06	5,16	4,86	5,92	<i>4,47</i>
Linha 5	2,47	4,46	2,95	4,57	5,63	<i>4,02</i>

As Tabelas 3.10 e 3.11 mostram dados do peso seco das parcelas 3 e 9, apenas foram pesadas as plantas 2,4,6,8 e 10, afim de analisar estatisticamente os dados. As plantas são escolhidas com intervalos, para que elas não sejam influenciadas pelas plantas logo ao lado.

Aplicando a análise estatística t-student, verificamos que as parcelas 3 e 9, representadas nas Tabelas 3.10 e 3.11, não possuem diferença quanto ao peso seco, mas as variâncias são grandes, é difícil precisar o que pode ter ocorrido. Posteriormente todas as análises realizadas (número de conídios, alturas das plantas, área foliar lesionada, peso seco, e nodulação), foram refeitas pelo programa SAS, aplicando o teste de Tukey, que realiza comparações múltiplas, demonstrando quais parcelas são diferentes e quais podem ser consideradas iguais. Tivemos vários casos onde duas parcelas diferem a uma terceira, mas não diferem entre si, através deste teste obtemos uma maior precisão em todas as decisões tomadas a cerca das diferenças entre as parcelas com e sem CO₂.

Concluimos que o aumento de CO₂ está alterando o cenário atual de doenças de plantas, talvez mais visíveis em algumas culturas. É preciso estar mais atento a fenômenos ligados a agricultura, pois é a base da nossa sobrevivência.

3.3 Ajuste de curvas

Um dos objetivos do ajuste de curvas é para validar o modelo empregado na previsão da área foliar lesionada causada pelo oídio nas folhas de uma plantação de soja, estimando os parâmetros r e k , respectivamente, taxa de crescimento da área foliar lesionada e capacidade suporte. Para o ajuste de curvas utilizamos três métodos de regressão, exponencial, logístico e o de Gompertz. O ajuste de curvas consiste em achar um valor para r (taxa de crescimento), diferentes em cada modelo, tal que a solução da equação diferencial

$$\frac{dT}{dt} = f(T)$$

nos pontos t_i seja o mais próximo possível (na norma 2) dos valores para o tamanho real da área foliar lesionada dados por T_i (Tabelas 3.5 e 3.6), sendo $f(T)$, respectivamente o modelo exponencial, logístico e de Gompertz abaixo:

$$f(T) = rT \tag{3.1}$$

$$f(T) = rT(1 - T/k) \tag{3.2}$$

$$f(T) = T(r - b(\ln T)) \tag{3.3}$$

Os ajustes para as funções acima foram obtidos numericamente com o uso do Matlab. A idéia para obter os parâmetros é minimizar

$$\sum_{i=1}^n (T_i - y_i)$$

onde T_i é a solução da equação diferencial no ponto t_i e y_i pertence ao conjunto de dados.

Foi analisada a área foliar lesionada em três parcelas (3, 5 e 9) relacionado ao aumento de CO_2 . Deve ser levado em conta a disposição das estufas, que foi feita em um terreno com uma pequena inclinação. Houve uma menor incidência de ventos, no bloco 3, que contém as estufas 3 e 9, respectivamente com e sem CO_2 , estas estufas estavam localizadas na parte mais baixa do terreno, e juntamente com a parcela 5 (com aumento de CO_2) foram adotadas para a validação do modelo teórico que será visto no capítulo 4.

3.3.1 Ajuste a uma Exponencial

Os dados a serem ajustados, que serão os mesmos para os ajustes posteriores (logístico e Gompertz) são, considerando as médias de todas as linhas durante 15 dias(t_i), para a área foliar lesionada, desconsiderando na tabela os primeiros dias, pois ainda não tínhamos expansão da área foliar lesionada.

As equações para o ajuste exponencial da parcela 3, 5 e 9 são, respectivamente:

$$\frac{dT}{dt} = 0,3982T \quad (3.4)$$

$$\frac{dT}{dt} = 0,4108T \quad (3.5)$$

$$\frac{dT}{dt} = 0,4527T \quad (3.6)$$

Tabela 3.12: Média da área foliar lesionada parcela 3 dadas em %

t_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
T_i	0,04	0,02	0,1	0,2	0,2	0,1	0,4	0,5	0,1	0,4	0,8	0,9	1,5	2,5	4,2

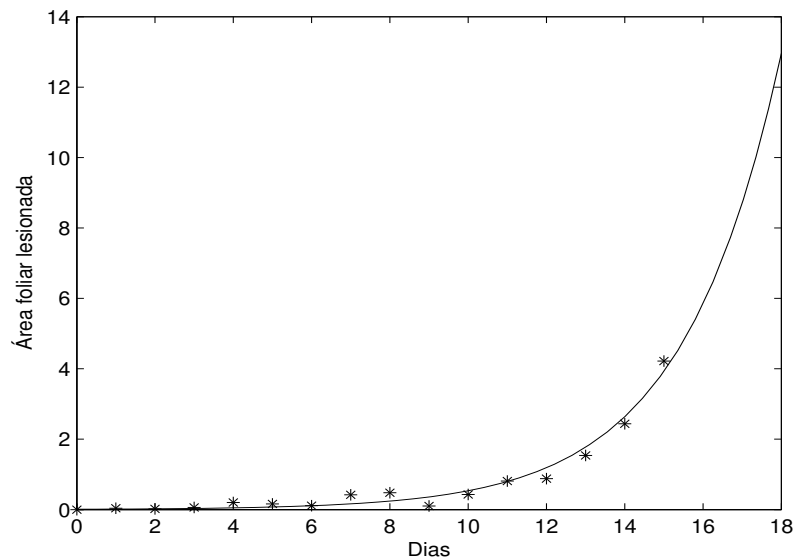


Figura 3.4: Ajuste Exponencial da Parcela 3

Tabela 3.13: Média da área foliar lesionada parcela 5 dadas em %

t_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
T_i	0,01	0,1	0,2	0,3	0,5	0,4	0,5	0,6	0,6	1	1,4	1,6	2,1	2	4

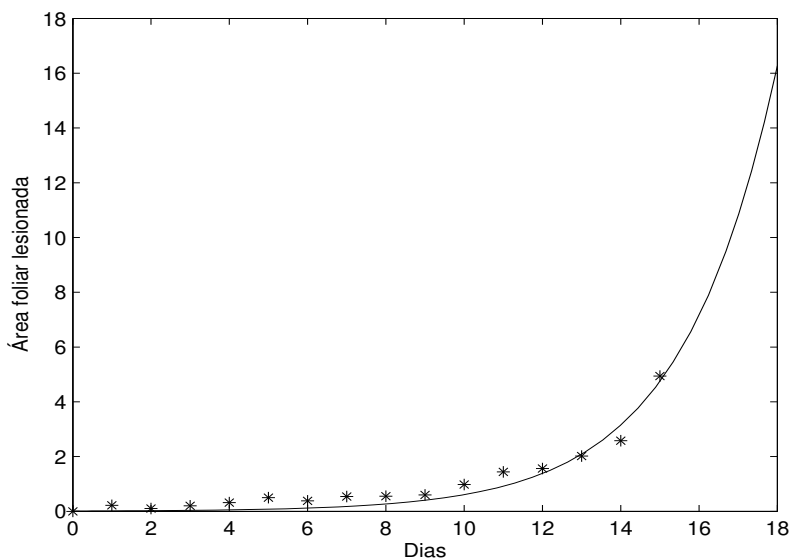


Figura 3.5: Ajuste Exponencial da Parcela 5

Através dos ajustes obtivemos a taxa de crescimento dada por r , que permanece constante ao longo do tempo no modelo exponencial. Este tipo de ajuste demonstra bem as primeiras fases de crescimento da área foliar lesionada da folha de soja. Para as parcelas com aumento de CO_2 temos para a parcela 3 uma taxa de crescimento $r_{exp3} = 0,3982$ para a parcela 5 o crescimento foi $r_{exp5} = 0,4108$, enquanto para a parcela 9 sem aumento de CO_2 obtemos $r_{exp9} = 0,4527$. Analisando as Tabelas 3.12, 3.13 e 3.14, e as Figuras 3.4, 3.5 e 3.6, observamos que o tamanho final da área foliar lesionada, no mesmo período de tempo, foi maior para a parcela sem aumento de CO_2 . A condição inicial do área foliar lesionada, é nula, considerada valor zero, pois nos primeiros dias da inoculação do oídio, este permanece associado a cultura, chamado período latente. No terceiro dia de experimento o tamanho passa a ser de $y_o = 0,04$, na parcela 3, enquanto que na parcela 9, foi de $y_o = 0,21$ e na parcela 5, $y_o = 0,12$. A esporulação foi mais rápida na parcela sem aumento de CO_2 e conseqüentemente o crescimento da área foliar lesionada foi maior na parcela 9.

Tabela 3.14: Média da área foliar lesionada parcela 9 dadas em %

t_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
T_i	0,2	0,1	0,2	0,3	0,7	0,4	0,5	0,8	0,7	1,8	2,4	2,3	3,9	5,2	8,9

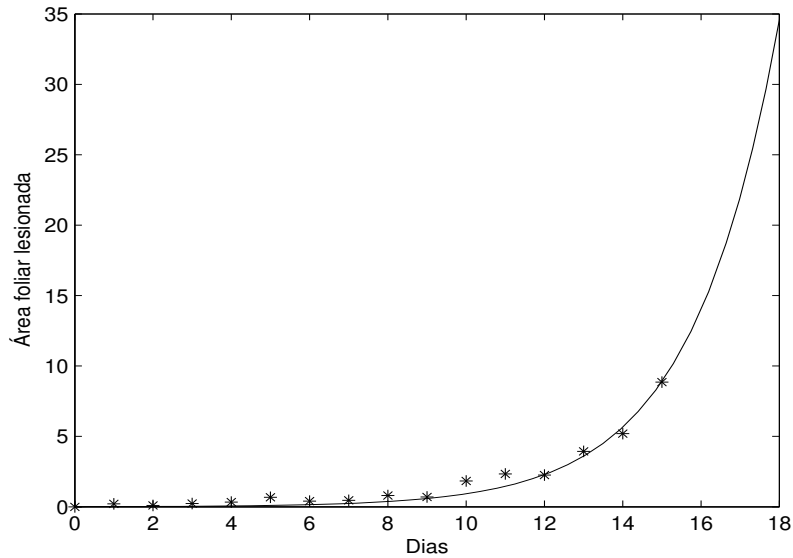


Figura 3.6: Ajuste Exponencial da Parcela 9

3.3.2 Ajuste Logístico

Um dos modelos de crescimento mais importantes em Ecologia de Populações é o modelo logístico de crescimento populacional. Também é chamado de densidade-dependente uma vez que a taxa de crescimento em cada instante depende do número de indivíduos existente na população. Para se determinar se estas populações se enquadram no modelo logístico de crescimento, devemos fazer um ajuste não-linear a este modelo. A equação do modelo logístico para a área foliar lesionada é dada por:

$$\frac{dT}{dt} = rT \left(1 - \frac{T}{k} \right)$$

onde k foi determinado experimentalmente. Foram representados oito níveis de severidade para o oídio da soja, com valor máximo de 60% para a área foliar lesionada[18]. Portanto a capacidade suporte logística e de Gompertz adotada é 60%.

As equações para o ajuste logístico das parcelas 3, 5 e 9 são, respectivamente:

$$\frac{dT}{dt} = 0,4017T(1 - T/60) \quad (3.7)$$

$$\frac{dT}{dt} = 0,4154T(1 - T/60) \quad (3.8)$$

$$\frac{dT}{dt} = 0,4617T(1 - T/60) \quad (3.9)$$

Os valores adotados para a expansão da área foliar lesionada foram os mesmos do ajuste exponencial, obtemos os seguintes ajustes logísticos:

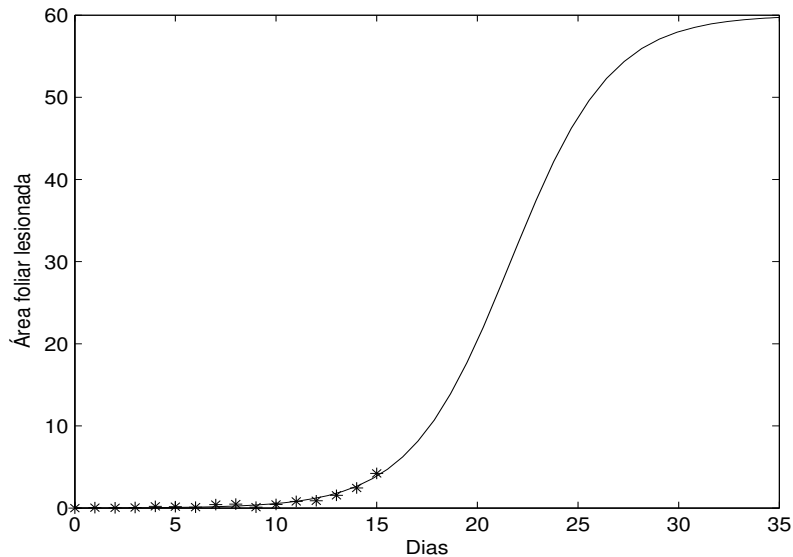


Figura 3.7: Ajuste Logístico da Parcela 3

Do mesmo modo que o ajuste exponencial, temos uma taxa para o crescimento logístico, maior para a parcela 5, representado na Figura 3.8, com $r_{log5} = 0,4154$, seguido pela parcela 3, representado na Figura 3.7, onde $r_{log3} = 0,4017$, enquanto $r_{log9} = 0,4617$ para a parcela 9, representado na Figura 3.9. Notamos que, neste modelo já temos uma capacidade suporte que é dada pelo meio, $k = 60\%$, ou seja, esta porcentagem de área foliar lesionada já é suficiente para que a folha caia.

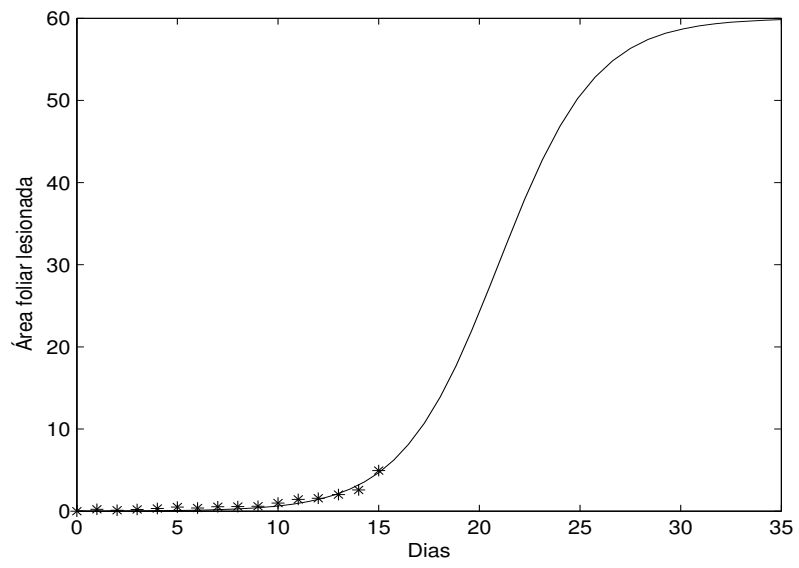


Figura 3.8: Ajuste Logístico da Parcela 5

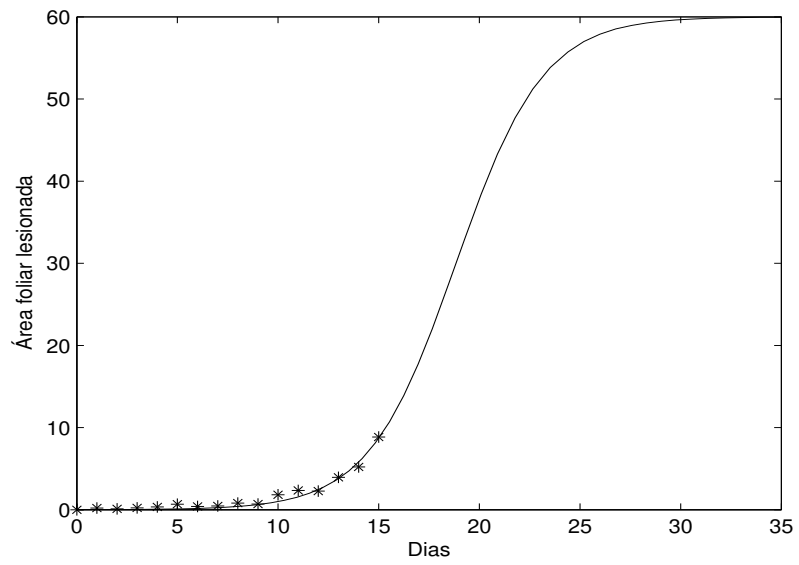


Figura 3.9: Ajuste Logístico da Parcela 9

3.3.3 Ajuste de Gompertz

O modelo de Gompertz possui uma taxa de crescimento grande no início do processo, e que muda rapidamente para um crescimento mais lento. Esta função é assimétrica, com ponto de inflexão quando $x(t_m) = e^{\frac{r-b}{b}}$. A equação é dada por:

$$\frac{dT}{dt} = T(r - b \ln T)$$

Através dos valores de r conseguidos nos ajustes, explicados anteriormente, encontramos os valores de b , onde

$$b = \frac{r}{\ln 60}$$

logo,

$$b_3 = 0,0723$$

$$b_5 = 0,0774$$

$$b_9 = 0,0934$$

Portanto as equações dos ajustes de Gompertz das parcelas 3, 5 e 9 são, respectivamente:

$$\frac{dT}{dt} = T(0,2960 - 0,0723 \ln T) \quad (3.10)$$

$$\frac{dT}{dt} = T(0,3170 - 0,0774 \ln T) \quad (3.11)$$

$$\frac{dT}{dt} = T(0,3824 - 0,0934 \ln T) \quad (3.12)$$

O valor das taxas de crescimento são, $r_{gom3} = 0,2960$, $r_{gom5} = 0,3170$ e $r_{gom9} = 0,3824$. Estas taxas demonstram a quantidade de CO_2 influenciando no crescimento da área foliar lesionada, quanto maior o aumento deste gás, menor o crescimento da área foliar lesionada, como ocorrido com os outros ajustes que demonstram este fato. Assim como o modelo logístico, o modelo de Gompertz também possui uma capacidade suporte, fornecida pelo meio, $k = 60\%$. Apesar do experimento ter durado mais de um mês, analisamos apenas o comportamento das folhas primárias, tanto no modelo logístico, quanto no modelo de Gompertz foi usado um maior número de dias nos ajustes afim de, ver o que aconteceria com a área foliar lesionada nas folhas utilizando estes ajustes, que estão mais de acordo com a realidade.

Nas Figuras 3.10, 3.11 e 3.12, temos os dados reais (*) e as curvas com os dados ajustados

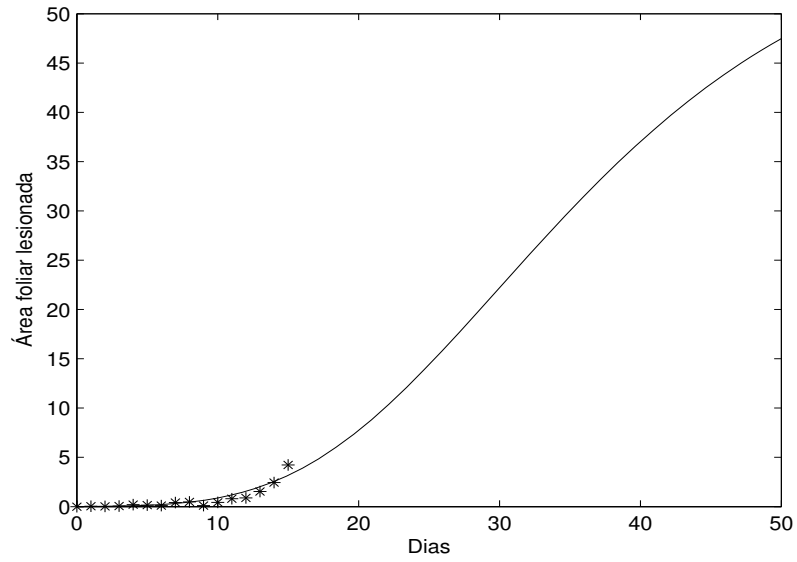


Figura 3.10: Ajuste Gompertz da Parcela 3

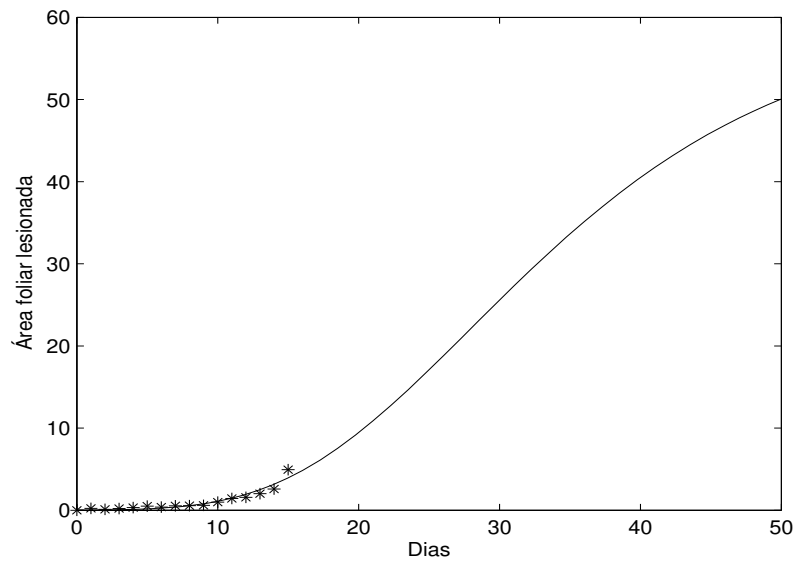


Figura 3.11: Ajuste Gompertz da Parcela 5

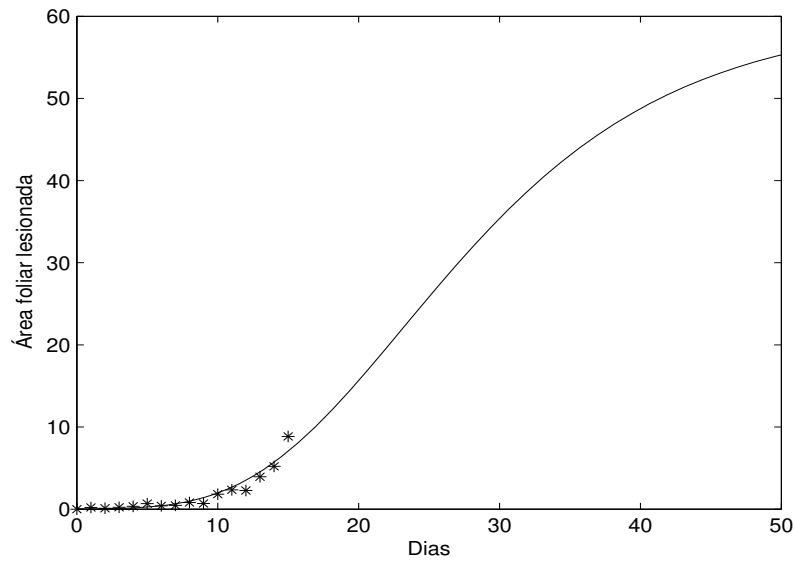


Figura 3.12: Ajuste Gompertz da Parcela 9

As correlações para os ajustes de curvas para o modelo exponencial foram boas em todas as parcelas consideradas, parcela 3, $R^2 = 0,9864$, parcela 5, $R^2 = 0,9704$ e parcela 9, $R^2 = 0,9918$. Para o modelo logístico as correlações foram, parcela 3, $R^2 = 0,9858$, parcela 5, $R^2 = 0,9704$ e parcela 9, $R^2 = 0,9917$. Para o modelo de Gompertz as correlações comparadas com os outros ajustes não foram tão boas, parcela 3, $R^2 = 0,9517$, parcela 5, $R = 0,9693$ e parcela 9, $R^2 = 0,9740$. Analisando as correlações encontradas nos ajustes feitos para os três tipos de modelo, adotamos o modelo logístico como o mais adequado para o crescimento da área foliar lesionada em uma plantação de soja. O modelo logístico, assim como o modelo de Gompertz são mais realistas com as condições fornecidas pelo meio, o critério para a escolha final entre o modelo logístico e o modelo de Gompertz foi as correlações encontradas, melhores para o modelo logístico.

Capítulo 4

Modelo para previsão da área foliar lesionada causada pelo oídio

Vários estudos comprovam, o aumento na quantidade de CO₂ altera significativamente as interações entre patógenos e hospedeiros. Estes estudos foram realizados com diversos tipos de plantações simulando cenários com níveis elevados de CO₂. A conclusão obtida na maioria dos casos é que a concentração elevada de dióxido de carbono, aumenta o crescimento destas plantas, porém esses estudos foram realizados com fontes não-limitadas de nutrientes, como, por exemplo, água e nitrogênio.

Vimos no capítulo 3, estatisticamente, que o aumento da concentração de CO₂ altera o tamanho da área foliar lesionada, ou seja, altera o crescimento da área foliar lesionada. Quanto maior é a quantidade de CO₂, menor é esta área foliar lesionada infectada pelo patógeno. Baseado neste fato, será proposto neste capítulo um modelo matemático para a previsão da área foliar lesionada causada pelo oídio, tendo como principal parâmetro a influência da quantidade de CO₂ na taxa de crescimento da área foliar lesionada (r), isto é, esta taxa de crescimento pode ser modificada a medida que a concentração deste gás se altera, como visto no experimento. Para isso, faremos um acoplamento da quantidade de CO₂ ao longo dos anos influenciando diretamente a taxa de crescimento da área foliar lesionada. Assim, os estudos feitos neste trabalho, como diversos outros, podem nos fornecer, antecipadamente, medidas de prevenção para doenças de plantas, que vem crescendo de importância atualmente.

Dados do IPCC apontam algumas vantagens para as áreas mais frias, com o aquecimento, diversas áreas antes congeladas, como é o caso da Nova Zelândia, ganharam novas terras disponíveis para agricultura, mas estes efeitos aparentemente positivos não nos leva a pensar na quantidade de pragas e doenças que podem vir a aparecer.

4.1 Medições e análises das quantidades de CO₂

Vimos no capítulo 1 que o aumento do dióxido de carbono está causando diversas alterações em várias áreas do planeta. Especialistas prevêem que esse aumento só tende a piorar, se medidas não forem tomadas a fim de evitar danos maiores. Levando-se em conta que este aumento altera de forma direta vários patossistemas, foi desenvolvido pela Embrapa Meio Ambiente o experimento a campo, onde foram instaladas estufas simulando cenários futuros para a concentração de CO₂ contendo mudas de plantas de soja, detalhado no capítulo 3. Estes aumentos foram monitorados a todo instante por um aparelho instalado em uma cabine próximo as estufas (Figura 3.2). Através de canos, eram injetados, automaticamente, quantidades de CO₂ a fim de manter uma quantidade acima da concentração normal nas estufas 3, 5 e 7. Todas as medições das quantidades de CO₂ foram registradas, inclusive as estufas que não sofriam aumento da concentração.

Para a validação do modelo de previsão da área foliar lesionada causada pelo oídio, consideramos apenas as medições de CO₂ feitas em alguns dias nas estufas 3 e 5, aproximadamente os mesmos dias onde obtemos os dados da porcentagem na expansão da área foliar lesionada nas estufas 3, 5 e 9. As medições das quantidades de CO₂ em cada estufa foram dadas por hora. A Tabela 4.1, apresenta as médias das quantidades de CO₂ encontrados, por dia

Tabela 4.1: Média da quantidade de CO₂, em ppm

Dias	Parcela 3	Parcela 5	Parcela 9
17	555	467	448
18	472	448	446
19	562	488	443
20	665	522	453
21	674	611	491
22	612	573	469
23	661	609	474
24	602	552	461

Analizamos estatisticamente os dados coletados utilizando o programa SAS, o mesmo utilizado para análises estatísticas anteriores. As diferenças encontradas foram significativas nas quantidades de CO₂ injetadas nas parcelas 3, 5 e 9, em alguns dias. O teste de Tukey nos forneceu, detalhadamente dia a dia, quais eram as diferenças entre estas parcelas. De forma geral, encontramos diferenças entre as quantidades de CO₂ administradas em cada parcela, ou seja, cada estufa teve em média uma concentração de CO₂ para o desenvolvimento das 50 plantas de soja cultivadas. Assim, podemos concluir o que acontece com o desenvolvimento do oídio em uma plantação de soja quando tivermos níveis maiores de CO₂.

A Figura 4.1, representa o gráfico de dispersão das médias das quantidades de CO₂ das parcelas 3, 5 e 9

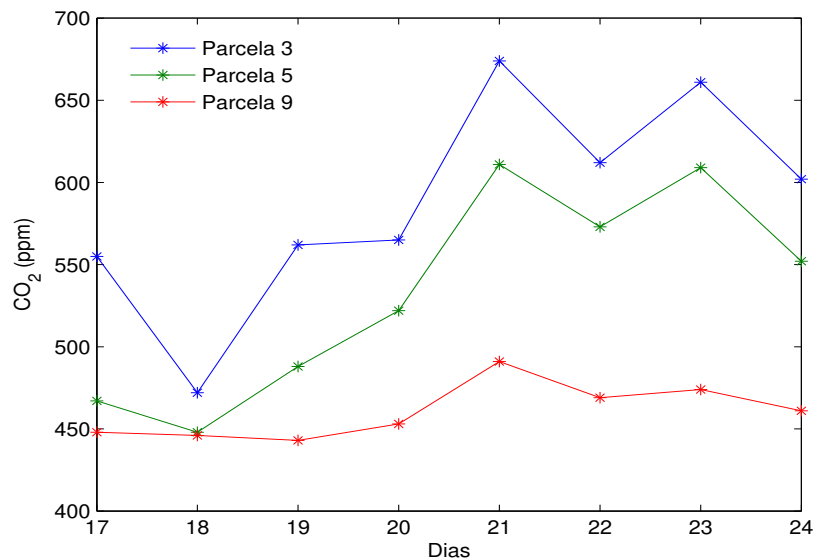


Figura 4.1: Quantidade de CO₂ em ppm, parcelas 3,5 e 9, por dia

O critério para a escolha dos dias levou em conta dois fatores. O primeiro, adotar aproximadamente os mesmos dias de monitoramento da expansão da área foliar lesionada. Segundo fator, estas medições, nos dias escolhidos, não terem influência externa, isto é, não captarem outro tipo de emissão deste gás a não ser a concentração de CO₂ nas estufas.

Observamos no gráfico 4.1 que, nos primeiros dias a concentração de CO₂ era menor e foi gradualmente aumentando. Estes dias de baixo teor de CO₂ coincidem com uma menor incidência de ventos no local do experimento. De fato, o vento e a chuva influenciaram os resultados obtidos, sendo que a chuva teve importante papel, lavava as folhas superficialmente fazendo com que o conídio (fase imperfeita) do *Microsphaera diffusa*, presente já na

folha, parasse de se multiplicar momentaneamente e aparentemente a área foliar lesionada diminuía. O vento também contribuiu, eles ocorriam no meio da tarde e começo da noite influenciando as medições da concentração de CO_2 nas estufas. Todos estes fatores propiciaram ao experimento um ambiente mais próximo da realidade.

As médias da quantidade de CO_2 em ppm (partes por milhão) da tabela 4.1 é:

- *Parcela 9* $\rightarrow \text{CO}_2 = 460,6$
- *Parcela 3* $\rightarrow \text{CO}_2 = 600,8$
- *Parcela 5* $\rightarrow \text{CO}_2 = 533,7$

As diferenças nas médias das quantidades de CO_2 das parcelas 3 e 5 em relação a parcela 9 foram diferentes, chegando a 140 ppm de aumento na parcela 3 e 73 ppm na parcela 5. Estas alterações na quantidade de CO_2 , provocaram uma diminuição na área foliar lesionada ocasionada pelo oídio, como vemos na Figura 4.2, que demonstra a expansão da área foliar lesionada nas parcelas 3, 5 e 9. Se compararmos com o gráfico 4.1 observamos que, à medida que a concentração de CO_2 aumenta, a área foliar lesionada diminui. O resultado encontrado para a área foliar lesionada era esperado, pois de acordo com estudos feitos anteriormente em outras plantações de soja, mostram que quanto menor a quantidade de CO_2 maior a área foliar lesionada, e vice-versa. Por outro lado, o número de conídios é maior nas plantas que sofreram este aumento de CO_2 . Este fato precisa ser melhor estudado, pois várias hipóteses podem ser levantadas. Uma delas seria, com um número maior de conídios por folha haveria uma disseminação maior da doença. Somente os dados da contagem final da quantidade de conídios não nos fornece base suficiente para analisar tal hipótese, inviabilizando, por exemplo, a tentativa de estabelecer um gráfico de densidade entre, a área foliar lesionada e o número de conídios.

A Figura 4.2 mostra a curva de crescimento da área foliar lesionada, influenciada pela quantidade de CO₂, das plantas 1,3,5,7,9, das parcelas 3,5 e 9

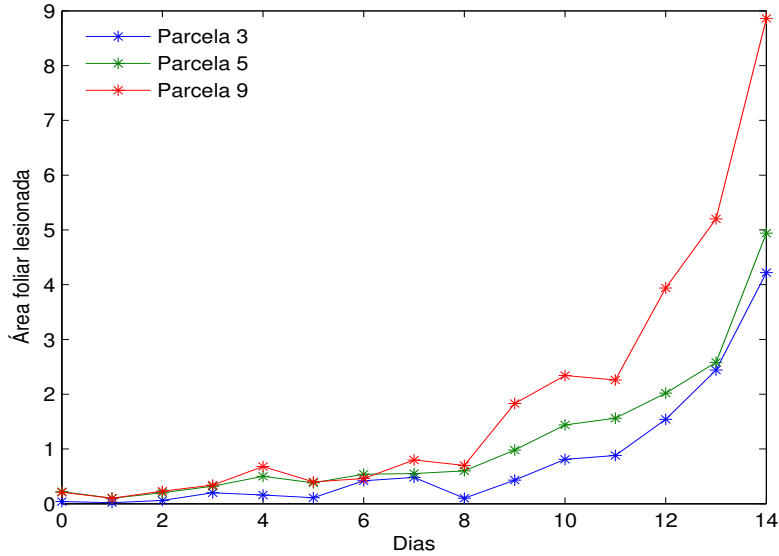


Figura 4.2: Área foliar lesionada(%), por dias

Dentre três modelos testados, exponencial, logístico e o modelo de Gompertz, o que teve um melhor ajuste foi o modelo exponencial, porém a taxa de crescimento é constante, sendo mais adequado para os primeiros dias da doença (5%), posteriormente este modelo não ajudaria numa boa previsão, pois seu crescimento seria sem a capacidade suporte, tornando o modelo logístico biologicamente mais próximo a realidade. Este modelo, visto anteriormente, proposto por Verhulst, supõe que a população cresce até um limite máximo, onde $k = 60\%$, a partir do qual tende a se estabilizar. Sua taxa de crescimento varia de acordo com o tempo, em dias.

Pelos ajustes logísticos feitos para as parcelas 3, 5 e 9, temos os seguintes valores para a taxa de crescimento logística r_{log} :

- Parcela 9 $\rightarrow r_{log9} = 0,4617$
- Parcela 3 $\rightarrow r_{log3} = 0,4017$
- Parcela 5 $\rightarrow r_{lo5} = 0,4154$

logo,

$$\frac{dT}{dt} = 0,4617T \left(1 - \frac{T}{60} \right) \quad (4.1)$$

$$\frac{dT}{dt} = 0,4017T \left(1 - \frac{T}{60}\right) \quad (4.2)$$

$$\frac{dT}{dt} = 0,4154T \left(1 - \frac{T}{60}\right) \quad (4.3)$$

as equações nos fornecem a área foliar lesionada em função do tempo, sendo que a taxa de crescimento logística cresce linearmente.

O modelo logístico para o crescimento da área foliar lesionada depende da quantidade de CO₂, pois vimos no capítulo 3, que a concentração deste gás influencia as taxas de crescimento, assim como a esporulação do patógeno que atinge a plantação de soja. Portanto, quanto menor a área foliar lesionada, maior a quantidade de CO₂. Com isso, conseguimos estabelecer uma relação para estas parcelas, onde a taxa de crescimento da área foliar lesionada é influenciada pela quantidade de CO₂. Logo as novas equações são dependentes de níveis de CO₂

$$\frac{dT}{dt} = r_{CO_2}T \left(1 - \frac{T}{k}\right) \quad (4.4)$$

com $T(0) = T_o$, sendo $r > 0$, resolvendo numericamente, para CO₂ fixo temos:

$$\ln \left| \frac{T}{T_0} \right| - \ln \left| \frac{T - k}{T_0 - k} \right| = r_{CO_2}t,$$

o que implica em

$$\ln \left| \frac{T(T_0 - k)}{T_0(T - k)} \right| = r_{CO_2}t,$$

ou ainda,

$$\left| \frac{T_0(T - k)}{T(T_0 - k)} \right| = e^{-r_{CO_2}t} \Rightarrow \frac{|T - k|}{|T|} = \frac{|T_0 - k|}{|T_0|} e^{-r_{CO_2}t}.$$

Isolando $T(t)$ obtemos

$$T(t) = \frac{T_0 k}{T_0 + (k - T_0) e^{-r_{CO_2}t}}$$

que é a solução para o sistema logístico

O fato do CO_2 influenciar doenças de plantas já foi constatado em vários estudos à campo e em casas de vegetação. Como visto anteriormente, essas alterações podem se manifestar de forma benéfica para a planta, como por exemplo, ajudando-a nos processos fisiológicos. Para o experimento visto neste trabalho, o dióxido de carbono diminui a área foliar lesionada na plantação de soja, tornando este aumento aparentemente benéfico. Mas ainda é precipitado falar que este aumento na concentração de CO_2 não é prejudicial, visto que, os estudos nessa área de mudanças climáticas e doenças de plantas ainda são pequenos diante de tantos efeitos que ainda podem ser atribuídos a estas mudanças.

O modelo criado nos fornece uma previsão do comportamento do crescimento da área foliar lesionada para os dados das parcelas 3, 5 e 9, onde as quantidades de CO_2 administradas em cada parcela foram mantidas em níveis constantes para que fosse obtido conclusões a respeito do aumento do dióxido de carbono influenciando a inoculação e esporulação do oídio, que atinge a plantação de soja. Admitimos que o crescimento da área foliar lesionada para os dados obtidos no experimento, pode ter seu crescimento baseado numa projeção tanto linear, quanto exponencial. As equações 4.5 e 4.6 modelam, respectivamente, estes dois tipos de crescimento. Utilizamos taxas fixas de aumento da quantidade de CO_2 em cada estufa, isto é, a parcela 3 teve um aumento em média na quantidade de CO_2 de 1.30, e a parcela 5, aumento de 1.16 em relação a parcela 9, onde a concentração de CO_2 registrada era da concentração ambiente. Os dados utilizados para este modelo logístico foram os primeiros dias de expansão da área foliar lesionada, com capacidade suporte $k = 60\%$.

$$\frac{dT}{dt} = -0.2003CO_2 + 0.6571T \left(1 - \frac{T}{60}\right) \quad (4.5)$$

$$\frac{dT}{dt} = 0.7268e^{-0.4645CO_2}T \left(1 - \frac{T}{60}\right) \quad (4.6)$$

- T tamanho da área foliar lesionada
- k capacidade suporte

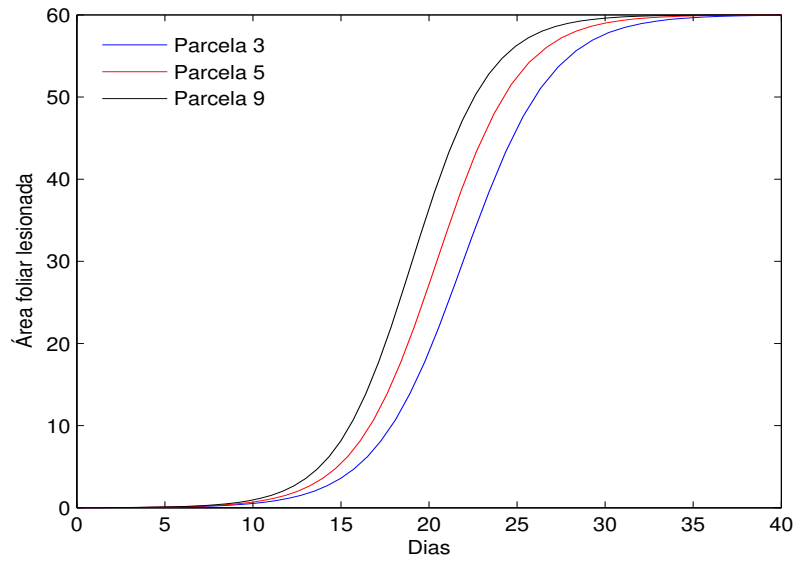


Figura 4.3: Crescimento linear da área foliar lesionada

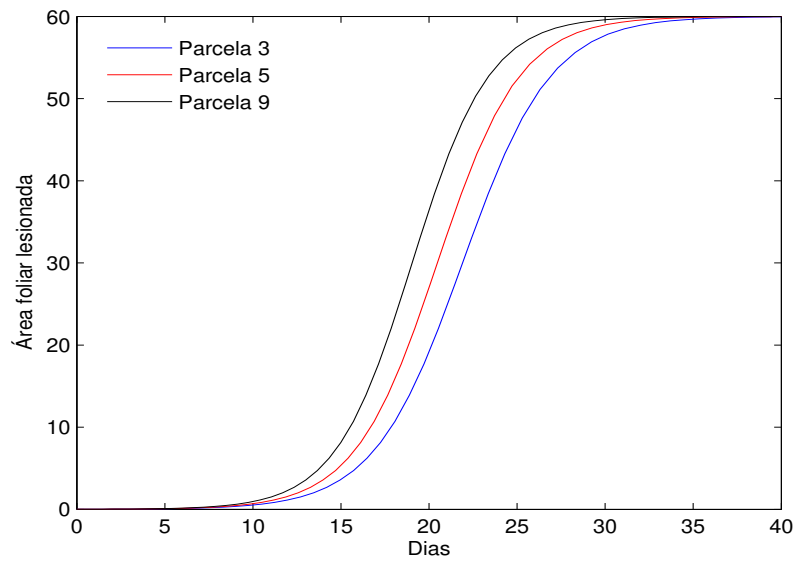


Figura 4.4: Crescimento exponencial da área foliar lesionada

Os gráficos representados nas Figuras 4.3 e 4.4, nos fornecem o modelo logístico com a taxa de crescimento linear e exponencial, respectivamente, do crescimento da área foliar lesionada no tempo. A parcela 9, com taxa de crescimento logística maior, atinge o limite considerado mais rapidamente do que as parcelas 3 e 5. Observamos que, tanto linearmente, quanto exponencialmente a análise da expansão da área foliar lesionada é muito parecido para as três parcelas e/ou estufas. Portanto, o crescimento da área foliar lesionada levando-se em conta os primeiros 15 dias de aumento independe da taxa de crescimento ser linear ou exponencial.

Sabemos que, a quantidade de CO_2 influencia a taxa de crescimento da área foliar lesionada e, quanto maior esta concentração, menor a área foliar lesionada na planta. À partir disso, propomos uma equação geral para o crescimento da área foliar lesionada em função do tempo (dias), esta equação depende da quantidade de CO_2 em um determinado ano, ou seja, a taxa de crescimento r_{CO_2} depende da quantidade de CO_2 ao longo do tempo. Este acoplamento das equações nos fornece uma previsão do que pode ocorrer com a área foliar lesionada, provocada pelo oídio, quando a concentração daqui a alguns anos de CO_2 for maior do que as concentrações atuais. Portanto,

$$\frac{dT}{dt} = r_{\text{CO}_2}(\tau)T \left(1 - \frac{T}{k}\right) \quad (4.7)$$

onde,

- $\tau = \text{Ano} + t/(365.25)$
- r_{CO_2} é uma função de CO_2 dependente de τ

O estudo na correlação dos dados das quantidades de CO_2 durante os anos dados pelo NOA, representado na Tabela 4.2, mostram um bom ajuste se admitirmos que este crescimento do CO_2 é linear, temos um coeficiente de determinação $R^2 = 0,9936$, como também se este crescimento for exponencial $R^2 = 0,9955$. Ao introduzir uma capacidade suporte para a quantidade de CO_2 , denominado ajuste exponencial limitado, teremos $R^2 = 0,9916$. Como todos os tipos de crescimento do CO_2 nos forneceram um bom ajuste, analisaremos separadamente cada caso, para podermos observar como se comporta o crescimento da área foliar lesionada após a infecção do patógeno nestes três casos no decorrer dos anos.

Na tabela 4.2 temos as médias em ppm, por ano, dos valores globais encontrados para a concentração de CO₂, de 1980 até março de 2007

Tabela 4.2: Dados NOA

Ano	Qtade de CO ₂ (ppm)
1980	338,67
1981	339,84
1982	340,56
1983	342,21
1984	343,82
1985	345,30
1986	346,72
1987	348,45
1988	350,96
1989	352,59
1990	353,83
1991	355,18
1992	355,88
1993	356,59
1994	358,03
1995	359,85
1996	361,61
1997	362,75
1998	366,48
1999	367,57
2000	368,78
2001	370,35
2002	372,39
2003	374,94
2004	376,65
2005	378,78
2006	380,91
2007	383,39

O gráfico da Figura 4.5 representa a dispersão das médias das quantidades de CO₂

dados na tabela 4.2:

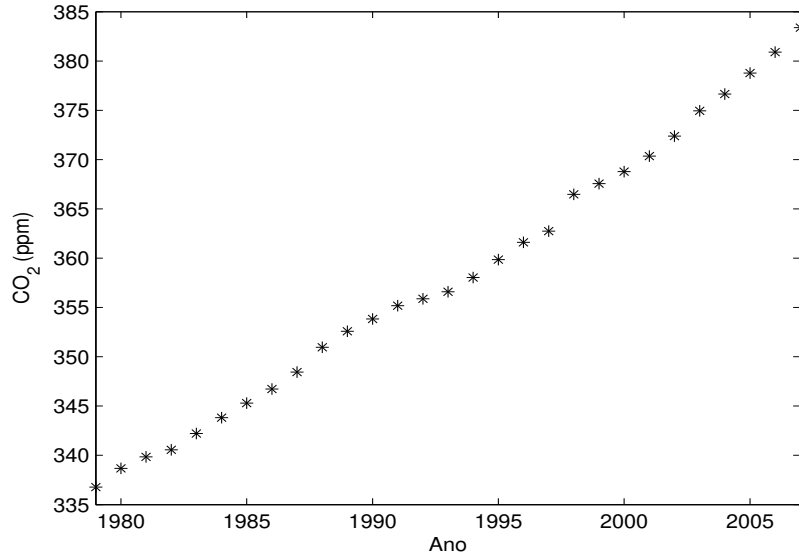


Figura 4.5: Quantidade de CO₂ (ppm), por ano

Como vimos no capítulo 1, as emissões na quantidade de CO₂ correspondem hoje a 27 bilhões de toneladas, mas as previsões é que ultrapassem 42 bilhões de toneladas até 2030. Alguns estudos afirmam que este aumento pode ser benéfico para o crescimento das plantações, segundo dados do IPCC. As pesquisas mais recentes feitas por pesquisadores afirmam que, estes aumentos na concentração do CO₂ podem não ser tão benéficos assim, pesquisas em laboratório sugerem que há diminuição dos níveis de umidade do solo. Apesar de crescer mais, essa produtividade não compensa a falta de água, logo precisaremos de uma área maior para produzir a mesma quantidade de alimento[11]. Da mesma forma, vimos que o aumento na quantidade de CO₂ influencia o crescimento da área foliar lesionada do fungo *Microsphaera Diffusa* na plantação de soja, fazendo com que a área foliar lesionada diminua. Analisando este fato isoladamente, podemos concluir que este aumento de CO₂ é benéfico para a plantação, pois a área foliar lesionada diminui, em outras palavras, aumenta lentamente.

4.2 Taxa de crescimento linear da área foliar lesionada acoplado ao crescimento linear da quantidade de CO₂

Supomos primeiramente que a quantidade de dióxido de carbono cresça de forma linear. Para podermos analisar como é o comportamento da área foliar lesionada, quando a quantidade de CO₂ cresce linearmente, precisamos fazer um ajuste nos dados obtidos. Vimos no começo deste capítulo as médias das quantidades de CO₂, obtidas em cada estufa durante o experimento, no mesmo período onde foram analisadas a área foliar lesionada através de uma escala diagramática [18]. Sabemos também, o valor da taxa de crescimento logística, ajustada no capítulo 3, para as parcelas 3, 5 e 9. Como visto anteriormente, a alteração na concentração de CO₂ influencia diretamente a taxa de expansão da área foliar lesionada na soja, infectada pelo oídio. Portanto, a equação da taxa de crescimento linear (r) acoplada a variação linear da quantidade de CO₂ é:

$$r = -0,0004CO_2(\tau) + 0,6563 \quad (4.8)$$

onde,

$$CO_2(\tau) = 1,6123\tau - 2855 \quad (4.9)$$

como visto acima $\tau = \text{Ano} + t/365,25$

A equação (4.9) foi obtida através de um ajuste linear feito para a quantidade de CO₂ ao longo dos anos para os dados da Tabela 4.2. Dessa forma, conseguimos estabelecer uma relação entre as variáveis quantidade de CO₂ ao longo dos anos e a taxa de crescimento da área foliar lesionada (equação 4.8) provocada pelo oídio (ver capítulo 3). Obtivemos um bom ajuste, com coeficiente de determinação igual a $R^2 = 0,9251$. De acordo com as equações acima, o modelo logístico para o crescimento da área foliar lesionada, quando a quantidade de CO₂ varia linearmente, assim como a taxa de crescimento da área foliar lesionada é:

$$\frac{dT}{dt} = -0,0004CO_2(\tau) + 0,6563T \left(1 - \frac{T}{60}\right) \quad (4.10)$$

onde

$$CO_2(\tau) = 1,6123\tau - 2855 \quad (4.11)$$

A seguir algumas simulações, ao longo dos anos, para o comportamento da área foliar lesionada. O gráfico da figura 4.6 é dado por, porcentagem de área lesionada em função dos dias.

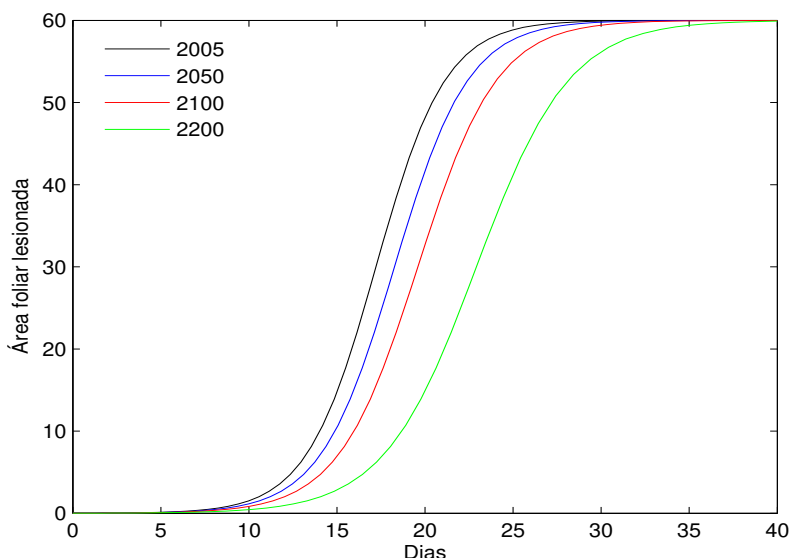


Figura 4.6: Previsão da área foliar lesionada, com crescimento linear do CO_2

Analisando a Figura 4.6, vemos que ao longo dos anos a área foliar lesionada diminui, o que era esperado, já que uma das relações encontradas para este modelo dependia dos dados do experimento onde, quanto maior a concentração de CO_2 , menor a área foliar lesionada. Como admitimos neste modelo que o crescimento tanto da área foliar lesionada, quanto do CO_2 crescem linearmente as diferenças até 2100 não são tão expressivas, se levarmos em conta que se passaram quase 100 anos. A folha está totalmente infectada pelo patógeno em 2005, aproximadamente, no dia 27, enquanto em 2100 a folha demora mais de um mês para atingir a capacidade suporte. As diferenças são mais visíveis quando observamos as previsões para 2200, quando comparadas a 2005 o crescimento da área foliar lesionada em 2200 demora mais 15 dias para infectar completamente a folha. Portanto, se considerarmos que o aumento da quantidade de CO_2 ao longo dos anos cresce linearmente, assim como a taxa de crescimento, não obteremos a curto prazo uma alteração expressiva na diminuição da expansão da área foliar.

4.3 Taxa de crescimento exponencial da área foliar lesionada acoplado ao crescimento exponencial da quantidade de CO₂

O crescimento da quantidade de CO₂ pode ter seu aumento baseado em uma exponencial, com taxa de crescimento da área foliar lesionada crescendo exponencialmente. Fazendo os ajustes para o crescimento da área foliar lesionada em função da quantidade de CO₂ obtemos um bom ajuste, com coeficiente de determinação igual a $R^2 = 0,9320$. A correlação é maior do que, quando aceitamos o fato da quantidade de CO₂ e a taxa de crescimento da área foliar lesionada crescerem linearmente. Isto acontece, porque as emissões de dióxido de carbono têm previsões alarmantes para um futuro próximo, a previsão é que duplique até 2030, num crescimento mais acelerado do que atualmente.

Tanto linearmente, quanto exponencialmente, foram feitas simulações no mesmo período de realização do experimento, em 2005. Observamos alterações na taxa de crescimento, quando comparamos a taxa de crescimento logística encontrada no experimento, com a taxa de crescimento encontrada pelo modelo proposto neste capítulo. Esta alteração entre as duas taxas, é relativamente pequena, não sendo estatisticamente diferentes.

Da mesma forma, temos as equações para os ajustes exponenciais, sendo $\tau = \text{Ano} + t/365,25$

$$r = 0,7254e^{-0,001CO_2(\tau)} \quad (4.12)$$

onde,

$$CO_2(\tau) = 0,0461e^{0,0045\tau} \quad (4.13)$$

O modelo logístico para o crescimento da área foliar lesionada, com crescimento do CO₂ e taxa de crescimento exponenciais é:

$$\frac{dT}{dt} = 0,7254e^{-0,001CO_2(\tau)}T \left(1 - \frac{T}{60}\right) \quad (4.14)$$

onde,

$$CO_2(\tau) = 0,0461e^{0,0045\tau} \quad (4.15)$$

O gráfico que relaciona o modelo acima, com equações acopladas é:

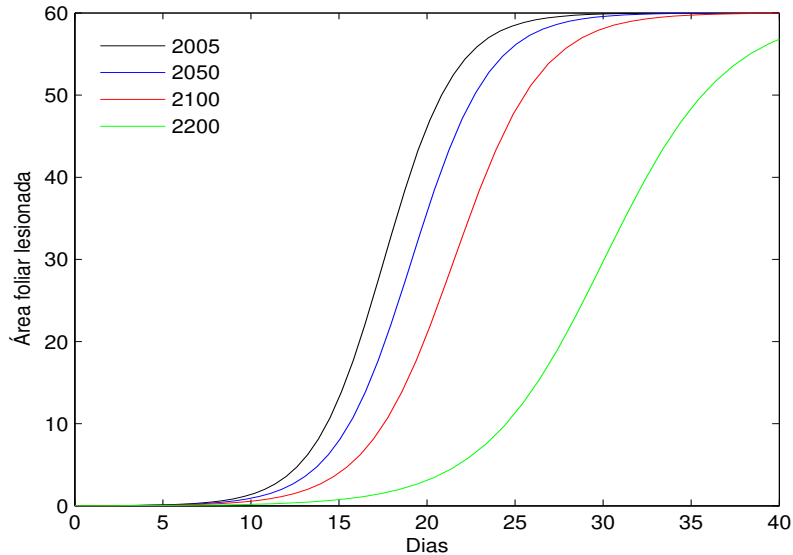


Figura 4.7: Previsão da área foliar lesionada, com crescimento exponencial do CO_2

Pelo gráfico da Figura 4.7, observamos que a área foliar lesionada é menor à medida que o CO_2 aumenta. Como admitimos que o crescimento deste gás cresce exponencialmente, assim como a taxa de crescimento da área foliar lesionada. No ano 2200 observamos que a taxa de crescimento da área foliar lesionada é muito menor, do que 100 anos antes, isto porque o crescimento exponencial da quantidade de dióxido de carbono é o tipo de crescimento mais realista se considerarmos como este aumento está sendo previsto para os próximos anos, e se levarmos em conta o bom ajuste, confirmado pelo coeficiente de determinação. Se analisarmos isoladamente as taxas de crescimento da área foliar lesionada, um aumento na concentração de CO_2 , mesmo este sendo linear ou exponencial, é um aumento que traz benefícios para a plantação de soja, pois a área foliar lesionada diminui. Por outro lado, neste mesmo experimento constatamos que o número de conídios é maior quanto maior a quantidade de CO_2 . Como visto anteriormente, é difícil neste trabalho avaliar o quanto isso é prejudicial a plantação de soja. É preciso mais estudos nesta área, assim como investimentos, pois é de grande importância econômica para o país.

4.4 Taxa de crescimento exponencial da área foliar lesionada acoplado ao crescimento exponencial limitado do CO₂

Consideramos neste ajuste uma capacidade suporte, a quantidade máxima que poderia chegar a quantidade de CO₂. Alguns pesquisadores já falam em 1000 ppm (partes por milhão) de aumento para o CO₂, mas consideramos para este tipo de modelo 800 ppm, como um limitante. O modelo obtido para este tipo de ajuste, considerando que a taxa de crescimento da área foliar lesionada cresça exponencialmente, assim como a quantidade de CO₂ é:

$$\frac{dT}{dt} = 0,7254e^{-0,001CO_2(\tau)}T\left(1 - \frac{T}{60}\right) \quad (4.16)$$

onde,

$$CO_2(\tau) = 800 - 647853e^{-0,0037\tau} \quad (4.17)$$

O gráfico logístico, representado na Figura 4.8, obtido por estas equações para este tipo de crescimento limitado é:

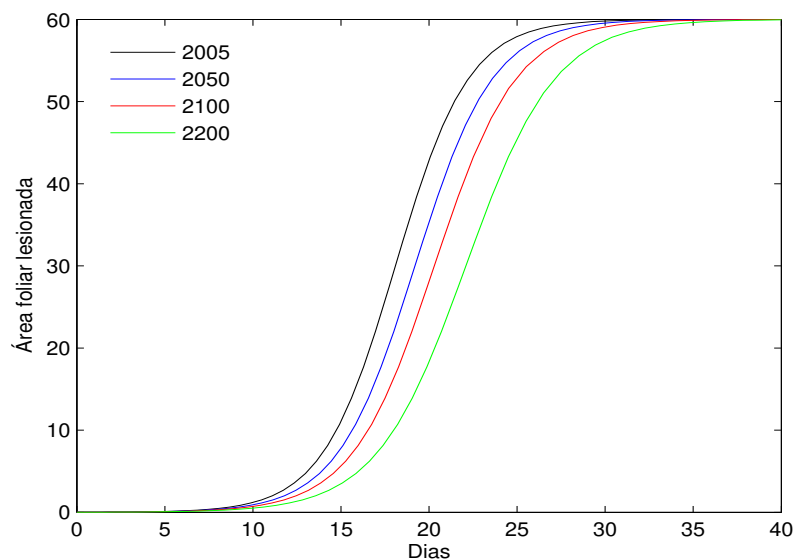


Figura 4.8: Crescimento exponencial limitado

O gráfico é dado em porcentagem de área lesionada por dias de infecção. Assim como na seção 4.3, o crescimento exponencial limitado tem a quantidade de CO₂ crescendo de

forma exponencial, logo o coeficiente de determinação encontrado para a relação entre taxa de crescimento exponencial da área foliar lesionada e quantidade de CO_2 é $R^2 = 0,9320$.

Observamos que ao introduzir uma capacidade suporte para a quantidade de CO_2 , a taxa de crescimento da área foliar lesionada não se altera da mesma forma que o modelo proposto na seção 4.3, isto porque, a medida que o tempo (τ) tende para o infinito, a segunda parte da equação 4.17 tende para zero. Com isso, a quantidade de CO_2 se aproxima cada vez mais da capacidade suporte, fazendo com que, a medida que o tempo passe a taxa de crescimento da área foliar lesionada (equação 4.16) não tenha tanta alteração, comprovado graficamente pela Figura 4.8. A capacidade suporte considerada neste modelo pode nos fornecer maior credibilidade na previsão da área foliar lesionada, visto que, a quantidade de CO_2 assim como a área foliar lesionada tem um limitante fornecido pelo meio.

A escolha por um dos modelos propostos é baseado no coeficiente de determinação. O coeficiente que relaciona a taxa de crescimento da área foliar lesionada acoplado com a variação da quantidade de CO_2 ao longo dos anos, visto anteriormente, é de $R^2 = 0,9251$ quando ambos crescem linearmente, e $R^2 = 0,9320$ para os modelos propostos tanto na seção 4.3, quanto na seção 4.4. Analisando isoladamente os ajustes para o crescimento da quantidade de CO_2 , temos coeficiente de determinação igual a $R^2 = 0,9916$ quando o crescimento do CO_2 é exponencial limitado, e $R^2 = 0,9955$ quando este crescimento é exponencial. Portanto, o melhor modelo é proposto na seção 4.3, quando temos a taxa de crescimento exponencial da área foliar lesionada acoplado ao crescimento exponencial da quantidade de CO_2 .

Conclusão

Um dos principais desafios da atualidade é falar em mudança climática global. O relatório final do IPCC (abril de 2007), revela um quadro preocupante quanto a esse tema em todos os continentes, como pode ser observado no capítulo 1. O aquecimento durante os últimos 50 anos se deve a um aumento na concentração de dióxido de carbono (CO_2), metano (CH_4), monóxido de carbono (CO), óxido nitroso (N_2O), ozônio (O_3) e outros gases, que propiciam as mudanças climáticas.

Na contra-mão de outros relatórios, a população está mais atenta a estas divulgações, pois fenômenos atípicos vem ocorrendo em todo o planeta, os impactos na agricultura são os que causam maior preocupação. No Brasil, a produção agrícola perderia mais da metade de sua área cultivável se a temperatura aumentasse em até 5°C . A principal causa desse aquecimento global é a explosão nas emissões do dióxido de carbono.

Baseado nisso, foi desenvolvido pela Empraba Meio Ambiente, Jaguariuna-SP, um experimento com uma plantação de soja, como pudemos observar no Capítulo 3. Essa plantação estava infectada pelo patógeno *Microsphaera Diffusa* e com simulações de cenários futuros da concentração de CO_2 .

Com os dados fornecidos, foram feitas análises estatísticas, onde foram observadas o número de conídios, o tamanho da área foliar lesionada, o peso seco, a nodulação, a altura das plantas primárias e a quantidade de CO_2 inoculado em cada parcela.

Posteriormente, comparamos duas estufas, uma com aumento de CO_2 (estufa 3) e outra sem aumento de CO_2 (estufa 9), pertencentes ao mesmo bloco. Foram encontradas diferenças quanto ao tamanho da área foliar lesionada e o número de conídios. Algumas análises dos dados estavam com uma variância grande e por esta razão todas foram refeitas pelo programa SAS e usando o teste de Tukey, que nos forneceram a real diferença entre as parcelas.

Concluimos que há diferença no tamanho da área foliar lesionada, número de conídios e quantidade de CO_2 inoculados nas parcelas, portanto quanto maior a concentração de CO_2 maior o número de conídios e menor o tamanho da área foliar lesionada.

Para podermos analisar qual o melhor modelo de crescimento para a área foliar le-

sionada, provocada pelo oídio, foi feito um ajuste nos dados disponíveis (parcelas 3, 5 e 9). Utilizamos o modelo exponencial, logístico e de Gompertz. A melhor correlação foi obtida pelo modelo exponencial. Escolhemos o modelo logístico, pois sua capacidade suporte fornece mais realismo das simulações. Para as simulações, consideramos no modelo que o crescimento da área foliar lesionada depende da quantidade de CO₂ em cada ano, já temos previsões de quanto será este crescimento daqui a alguns anos, portanto analisamos o crescimento da área foliar lesionada em função da quantidade de CO₂. Quando a quantidade de CO₂ aumentou linearmente, exponencialmente ou se este aumento foi exponencialmente limitado. Apesar de linearmente obtermos um ajuste melhor nos dados, vemos que o crescimento da quantidade de CO₂ prevista não respeita este aumento linear, e sim através de uma exponencial, onde obtivemos melhor coeficiente de determinação, $R^2 = 0,9787$.

Podemos concluir neste trabalho, que o aumento de CO₂ diminui o tamanho da área foliar lesionada infectada pelo oídio, fator que também fez aumentar o número de conídios das folhas. A análise do número de conídios não pode ser feita com precisão, por que esta contagem foi realizada somente no último dia da coleta, o que inviabilizou a execução de um gráfico de densidade, elemento que apresenta o real impacto do aumento de CO₂.

Para trabalhos posteriores, seria primordial o estudo da densidade (número de conídios /área foliar lesionada), para que seja encontrada uma relação exata do que o aumento deste gás provoca na plantação de soja, quando esta é infectada pelo patógeno, pois a produção da soja poderá estar comprometida. Mais estudos na relação entre hospedeiro e patógeno ainda devem ser feitas para uma melhor análise. Antes disso, os países em desenvolvimento não deveriam reproduzir o modelo de crescimento dos países desenvolvidos, baseado em utilização intensiva de combustíveis fósseis. Suas necessidades de desenvolvimento devem ser atendidas utilizando energias renováveis modernas.

Referências Bibliográficas

- [1] Rodney Carlos Bassanezi. *Ensino e aprendizagem com modelagem matemática*. - Editora contexto, São Paulo, 2004.
- [2] Maria Regina Torres Boeger. Efeitos da radiação ultravioleta-b sobre a morfologia foliar de *arabidopsis thaliana*(l.) heynh.(brassicaceae). *Acta Botanica Brasilica*, 20(2), 2006.
- [3] H.Scherm & A.H.C Bruggen. Global warming and nonlinear growth: Warming and nonlinear growth: How important are changes in average temperature. *Phytopathology*, 84(12):1380–1384, 1994.
- [4] Sukumar Chakraborty. Plant microbiology. *Scientific Publishers*, Chapter 9:163–180, 2004.
- [5] Leah Edelstein-Keshet. *Mathematical Models in Biology*. Random House, USA, 1988.
- [6] Toni Tapani Eerola. Let it burn? more emissions for the debate on climate change. *Geologi*, 312(4-5):124–127, 2003.
- [7] Alexandre Bryan Heinmann et al. Soybean growth and development response to CO_2 enrichment under different temperature regimes. *European Journal of Agronomy*, 24:52–61, 2006.
- [8] G.J. Boland et al. Climate change and plant diseases in ontário. *Can.J.Plant Pathology*, 26:335–350, 2004.
- [9] Marcia R.Braga et al. Effects of CO_2 on the phytoalexin production of two soybean cultivars differing in the resistance to stem canker disease. *Environmental and Experimental Botany*, pages 1–8, 2005.
- [10] M.L. Goulden et al. *Climate Change 2001: The Scientific Basis*. Number Chapter 3. IPCC, 2001.

- [11] Stephen P. Long et al. Lower-than-expected crop yield stimulation with rising CO₂ concentrations. *Science*, 312(12):1918, 2006.
- [12] Armando Bergamin Filho and Lilian Amorim. *Doenças de plantas tropicais: epidemiologia e controle econômico*. Editora Agronômica Ceres Ltda, São Paulo, 2004.
- [13] Raquel Ghini. *Mudanças Climáticas e doenças de plantas*. Embrapa-CNPMA, Jaguariúna,SP, 2003.
- [14] S.D. Wullschleger & G.M.Berntson. Modeling the below-ground response of plants and soil biota to edaphic and climatic change - what can we expect to gain? *plant and soil*. 165:149–160, 1994.
- [15] Raquel Ghini & E. Hamada. *Mudanças Climáticas: impactos sobre doenças de plantas no Brasil*. Embrapa/SCT, Brasília-DF, 2007.
- [16] J.Goudriaana & J.C.Zadocks. Global climate:modelling the potential responses of agro-ecosystems with special reference to crop protection. *Environmental Pollution*, 87:215–224, 1995.
- [17] José A. Marengo. *Mudanças climáticas globais e seus efeitos sobre a biodiversidade: caracterização do clima atual e definição das alterações climáticas para o território brasileiro ao longo do século XXI*. BIODIVERSIDADE 26, Brasília-DF, 2006.
- [18] Patricia Mattiazzi. *Efeito do oídio (Microsphaera Cooke & Peck) na produção e duração da área foliar sadia da soja*. 2003.
- [19] M.J.Jeger. Analysis of disease progress as a basis for evaluating disease management practices. 2004.
- [20] Environmental protection agency. The potential effects of global climate change on the unided states. *Agriculture*, Chapter 6:93–121, 1989.
- [21] Erlei Melo Reis. *Previsão de doenças de plantas*. Editora Universitária, Universidade de Passo Fundo,RS, 2004.
- [22] Marciel J.Stadnik & Marta C. Rivera. *Oídios*. Associação Vitae, Embrapa Meio Ambiente, Jaguaríuna SP, 2001.
- [23] S.Chakraborty. Potencial impact of climate change on plant-pathogen interactions. *Australasian Plant Pathogen*, 34:443–448, 2005.

- [24] César S.B.Costa & Lisiane S.Neves. Respostas cromáticas de salicornia gaudichaudiana mog. (chenopodiaceae) a diferentes níveis de radiação uv-b e salinidade. *Laboratório de Ecologia Vegetal Costeira*, 28:25–31, 2006.
- [25] Cláudia Gardia Varassin. *Modelagem Matemática para o Desenvolvimento de Populações de Fungos e o Desenvolvimento da Resistência a Fungicidas*. UNICAMP, Tese de Mestrado, 1996.