

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR Flávio de Campos  
Bannwart E APROVADA PELA  
COMISSÃO JULGADORA EM 02/03/98

Katia Lucchesi Cavalca  
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

# **Métodos de Identificação de Parâmetros**

## **Modais de Fundação de Turbogrupos**

Autor: **Flávio de Campos Bannwart**

Orientadora: **Katia Lucchesi Cavalca**

28/98

**B227m**

**35738/BC**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

# **Métodos de Identificação de Parâmetros Modais de Fundação de Turbogrupos**

**Autor: Flávio de Campos Bannwart**

**Orientadora: Katia Lucchesi Cavalca**

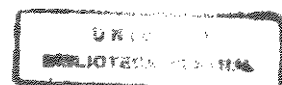
Curso: Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 1998

S.P. - Brasil



UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	UNICAMP
	B227m
V.	Ex.
TOMBO	BC/35738
PREC.	395/98
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREC.	R\$ 11,00
DATA	05/11/98
N.º CPD	

CM-00118045-0

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

B227m

Bannwart, Flávio de Campos

Métodos de identificação de parâmetros modais de  
fundação de Turbogrupos. / Flávio de Campos  
Bannwart.--Campinas, SP: [s.n.], 1998.

Orientadora: Katia Lucchesi Cavalca  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Fundações (Engenharia). 2. Vibração. 3.  
Identificação. 4. Otimização matemática. I. Cavalca,  
Katia Lucchesi. II. Universidade Estadual de Campinas.  
Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

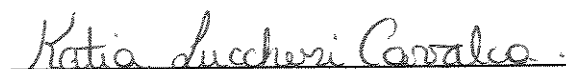
**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

# **Métodos de Identificação de Parâmetros Modais de Fundação de Turbogrupos**

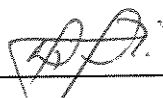
**Autor: Flávio de Campos Bannwart**

**Orientadora: Katia Lucchesi Cavalca**



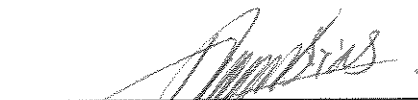
Prof. Dr.<sup>a</sup>. Katia Lucchesi Cavalca Dedini, Presidente

Universidade Estadual de Campinas



Prof. Dr. Milton Dias Junior

Universidade Estadual de Campinas



Prof. Dr. Acires Dias

Universidade Federal de Santa Catarina

Campinas, 2 de março de 1998.

## **Dedicatória**

Dedico este trabalho a meus pais e a meus irmãos.

## **Agradecimentos**

Este trabalho não poderia ter sido realizada sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

À minha orientadora, por me mostrar os caminhos a serem seguidos e por sua determinação inabalável.

Aos meus amigos Alessandro Teixeira Neto, André Chiarello, Francisco de Moraes, Paula Cavalcante, Euzébio Júnior, Tomás Papp, Renato Terzi e tantos outros que, no convívio do trabalho ou das escaladas, tiveram sua participação direta ou indireta.

*A evolução é baseada na persistência*

# Sumário

1	Introdução	1
1.1	Objetivos	4
2	Revisão Bibliográfica	5
2.1	Contexto Histórico	5
2.2	Desenvolvimento	7
2.3	Contexto Atual	14
3	Descrição do Problema	16
3.1	Métodos de Modelagem da Fundação	16
3.1.1	Métodos Experimentais	17
3.1.2	Métodos Analíticos	17
3.1.3	Métodos Teórico-Experimentais	17
3.2	Modelagem do Sistema Completo	18
3.2.1	Rotor	19
3.2.2	Filme de Óleo	20
3.2.3	Fundação	21
3.3	Identificação dos Parâmetros Modais	21
4	Equacionamento do Sistema Completo e Soluções	23
4.1	Métodos Experimentais	24
4.2	Métodos Analíticos	25
4.3	Métodos Teórico-Experimentais	27
4.3.1	Sistema Completo em Coordenadas Geométricas	28
4.3.2	Sistema Completo em Coordenadas Mistas	30
5	Métodos Teórico-Experimentais de Identificação	38
5.1	Metodologia de Identificação Experimental	38
5.2	Método das Forças	39
5.3	Método dos Deslocamentos	44



6 Métodos Numéricos de Minimização	47
6.1 Método das Probabilidades	47
6.2 Método da Razão Áurea	49
6.2.1 Algoritmo da Razão Áurea	49
6.2.2 Método Desenvolvido	53
7 Descrição do Sistema Analisado	57
7.1 O Rotor	58
7.2 O Filme de Óleo	60
7.3 A Fundação	61
7.4 Dados de Entrada para Resposta em Freqüência	63
8 Aplicações e Resultados	64
8.1 Resposta Inicial	64
8.1.1 Resposta da Fundação	66
8.1.2 Resposta do Rotor	71
8.2 Parâmetros Identificados	76
8.2.1 Dados de Entrada	76
8.2.2 Aplicação dos Métodos Numéricos	78
8.3 Resposta em Freqüência Obtida com os Parâmetros Identificados	79
8.3.1 Resposta na forma de Tabelas	80
8.3.2 Resposta na forma de Diagramas	82
8.4 Comentários Gerais	90
9 Conclusões	92
9.1 Perspectivas Futuras	93
Referências Bibliográficas	94
Anexo	98
Apêndice A	100
Apêndice B	103

## Lista de Figuras

3.1 Modelo do sistema completo	18
3.2 Elemento de viga	19
4.1 Fluxograma dos métodos analíticos, experimentais e teórico-experimentais	23
4.2 Esquema para obtenção experimental de parâmetros	24
4.3 Modelo dos subsistemas envolvidos	28
5.1 Esquema comparativo entre cálculo de resposta e identificação	39
6.1 Exemplo de função unimodal e unidimensional	49
6.2 Esquema de intervalos em proporção áurea	51
6.3 Esquema da estratégia de procura de cada parâmetro	54
7.1 Exemplo de rotor discretizado em elementos finitos	58
7.2 Esquema da seção transversal do mancal	61
7.3 Representação da estrutura do subsistema fundação	62
8.1 Nó I - Deslocamento Vertical da Fundação	67
8.2 Nó I - Fase Vertical da Fundação	67
8.3 Nó I - Deslocamento Horizontal da Fundação	68
8.4 Nó I - Fase Horizontal da Fundação	68
8.5 Nó II - Deslocamento Vertical da Fundação	69
8.6 Nó II - Fase Vertical da Fundação	69
8.7 Nó II - Deslocamento Horizontal da Fundação	70

8.8	Nó II - Fase Horizontal da Fundação	70
8.9	Nó 2 - Deslocamento Vertical (resposta inicial)	72
8.10	Nó 2 - Fase Vertical (resposta inicial)	72
8.11	Nó 2 - Deslocamento Horizontal (resposta inicial)	73
8.12	Nó 2 - Fase Horizontal (resposta inicial)	73
8.13	Nó 25 - Deslocamento Vertical (resposta inicial)	74
8.14	Nó 25 - Fase Vertical (resposta inicial)	74
8.15	Nó 25 - Deslocamento Horizontal (resposta inicial)	75
8.16	Nó 25 - Fase Horizontal (resposta inicial)	75
8.17	Nó 2 - Deslocamento Vertical (resposta pelo Método das Probabilidades)	82
8.18	Nó 2 - Deslocamento Vertical (resposta pelo Método da Razão Áurea)	82
8.19	Nó 2 - Fase Vertical (resposta pelo Método das Probabilidades)	83
8.20	Nó 2 - Fase Vertical (resposta pelo Método da Razão Áurea)	83
8.21	Nó 2 - Deslocamento Horizontal (resposta pelo Método das Probabilidades)	84
8.22	Nó 2 - Deslocamento Horizontal (resposta pelo Método da Razão Áurea)	84
8.23	Nó 2 - Fase Horizontal (resposta pelo Método das Probabilidades)	85
8.24	Nó 2 - Fase Horizontal (resposta pelo Método da Razão Áurea)	85
8.25	Nó 25 - Deslocamento Vertical (resposta pelo Método das Probabilidades)	86
8.26	Nó 25 - Deslocamento Vertical (resposta pelo Método da Razão Áurea)	86
8.27	Nó 25 - Fase Vertical (resposta pelo Método das Probabilidades)	87
8.28	Nó 25 - Fase Vertical (resposta pelo Método da Razão Áurea)	87
8.29	Nó 25 - Deslocamento Horizontal (resposta pelo Método das Probabilidades)	88
8.30	Nó 25 - Deslocamento Horizontal (resposta pelo Método da Razão Áurea)	88
8.31	Nó 25 - Fase Horizontal (resposta pelo Método das Probabilidades)	89
8.32	Nó 25 - Fase Horizontal (resposta pelo Método da Razão Áurea)	89
A.1	Diagrama para Cálculo Teórico	102
A.2	Diagrama para Método Teórico-Experimental	102

## Lista de Tabelas

7.1 Dimensões do rotor do sistema analisado	59
8.1 Resposta do nó I da fundação (1º mancal)	66
8.2 Resposta do nó II da fundação (2º mancal)	66
8.3 Resposta inicial do nó 2 do rotor	71
8.4 Resposta inicial do nó 25 do rotor	71
8.5 Resposta do nó 2 do rotor pelo Método das Probabilidades	80
8.6 Resposta do nó 2 do rotor pelo Método da Razão Áurea	80
8.7 Resposta do nó 25 do rotor pelo Método das Probabilidades	81
8.8 Resposta do nó 25 do rotor pelo Método da Razão Áurea	81

## Nomenclatura

### *Letras Latinas*

P - pressão no interior do mancal

h - espessura do filme de óleo

R - raio do mancal

b - largura axial do mancal

$v$  - coordenada circunferencial

$z$  - coordenada longitudinal

$X_f$  - vetor dos deslocamentos absolutos da fundação

$X_r$  - vetor dos deslocamentos absolutos do rotor

$F_f$  - vetor das forças transmitidas entre estrutura e rotor

$F_r$  - vetor das forças externas de excitação no rotor

$Z$  - vetor de coordenadas mistas

$q$  - vetor de coordenadas modais da fundação

$F_z$  - vetor das forças atuantes no sistema lagrangeano

$F_f^r$  - força oriunda do rotor

$F_f^f$  - força oriunda da fundação

$p$  - vetor dos parâmetros modais da fundação

I - impedância mecânica da fundação

H - flexibilidade da fundação

M<sub>f</sub> - massa da fundação

R<sub>f</sub> - amortecimento da fundação

K<sub>f</sub> - rigidez da fundação

m<sub>f</sub> - massa modal da fundação

r<sub>f</sub> - amortecimento modal da fundação

k<sub>f</sub> - rigidez modal da fundação

M - massa do rotor e do filme de óleo

R - amortecimento do rotor e do filme de óleo

K - rigidez do rotor e do filme de óleo

M<sub>r</sub> - massa do rotor

R<sub>r</sub> - amortecimento do rotor e do filme de óleo

K<sub>r</sub> - rigidez do rotor e do filme de óleo

K<sub>o</sub> - rigidez do filme de óleo

R<sub>o</sub> - amortecimento do filme de óleo

K<sub>oq</sub> - rigidez do filme de óleo em coordenadas mistas

R<sub>oq</sub> - amortecimento do filme de óleo em coordenadas mistas

E - elastodinamicidade do sistema completo  
E - módulo de elasticidade  
G - impedância mecânica generalizada da fundação  
Ecn - energia cinética  
V - energia potencial devido a deformações elásticas  
D - função de dissipação de energia  
f1 - função de minimização do Método das Forças  
f2 - função de minimização do Método dos Deslocamentos  
ra - razão áurea

### ***Letras Gregas***

$\alpha$  - parâmetro modal  
 $\alpha$  - valor escalar  
 $\beta$  - valor escalar  
 $\Omega$  - velocidade de rotação do eixo, equivalente à frequência de excitação  
 $\mu_v$  e  $\mu_z$  - viscosidades do óleo  
 $\rho$  - densidade  
 $\omega$  - frequência natural  
 $\xi$  - fator de amortecimento

### ***Superescritos***

Transposto - <sup>T</sup>

### ***Abreviações***

MEF - Método dos elementos finitos

## Resumo

BANNWART, Flávio de Campos, *Métodos de identificação de parâmetros modais de fundação de turbogrupos*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1998. 111 p. Dissertação (Mestrado)

O comportamento dinâmico da fundação de turbogrupos pode afetar significativamente a resposta em frequência de algumas máquinas rotativas. Assim, no intuito de se avaliar corretamente o comportamento vibratório do sistema dinâmico como um todo, é importante considerar as forças atuantes entre o rotor e a fundação. Nesse sentido, há muitas técnicas matemáticas baseadas na estimativa da matriz de impedância mecânica da fundação. Cada termo dessa matriz pode ser escrito como uma função dos seus parâmetros modais e da velocidade de rotação do rotor. No entanto, a medição da resposta em frequência de uma fundação isolada, excitada por uma força conhecida, freqüentemente não é disponível. Entretanto, há algumas técnicas de modelagem que independem dessa disponibilidade, e permitem a identificação dos parâmetros modais da fundação: frequências naturais, fatores de amortecimento e massas modais. Dois métodos de identificação são descritos, baseados em funções de minimização, sendo que um deles é mais aprofundadamente aplicado. Tais funções lidam com comparações entre as respostas em frequência nos pontos de conexão (mancais hidrodinâmicos) entre rotor e fundação, obtidas pelos deslocamentos absolutos e relativos medidos, e pelos seus respectivos valores analíticos, calculados através de modelagem matemática. Minimizando-se as funções objetivo que relacionam os dados, são determinados os parâmetros modais em questão. Para se efetuar a função de minimização citada, são tomados dois métodos numéricos de procura sistemática de parâmetros modais. Ambos são apresentados e aplicados.

### *Palavras Chave*

-Fundação, Vibração, Identificação, Parâmetros Modais, Otimização

## **Abstract**

BANNWART, Flávio de Campos, *Methods for modal parameters identification of turbomachinery foundation*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1998. 111 p. Dissertação (Mestrado)

The dynamic behaviour of a turbomachinery foundation can significantly affect the frequency response of some rotating machines. So, in order to correctly evaluate the vibrational behaviour of the whole dynamic system, it is important to consider the forces acting between machine and foundation. On this way, there are many mathematical techniques based on the evaluation of the foundation mechanical impedance matrix. Each term of this matrix can be described as a function of the foundation modal parameters and the machine rotational speed. Nevertheless, the measurement of the only foundation frequency response due to a known exciting force is often not available. Fortunately, there are some modelling techniques that supply such needs, allowing the foundation modal parameters identification: natural frequencies, damping factors and modal masses. Two methods for these case-studies identification are considered here. Both deal with minimization functions and are described, but just one is more accurately applied. These functions are based on a comparison between the frequency responses at the connecting points (journal bearings) between rotor and foundation, obtained by the measurement of the absolute and relative displacements, and by the respective analytical ones, calculated by mathematical modelling. Minimizing objective functions that relate these data, the foundation modal parameters are determined. In order to perform the mentioned minimization function, two modal parameters systematical searching numerical methods of interest are taken. Both are explained and applied here.

### *Key Words*

- Foundation, Vibration, Identification, Modal Parameters, Optimization



# Capítulo 1

## Introdução

As máquinas rotativas em geral manifestam problemas de mal funcionamento, normalmente, através de elevados níveis de vibração ou, simplesmente, algum outro tipo de anormalidade mecânica. Eventuais falhas no sistema podem ser decorrentes destes efeitos, ou de suas causas propriamente ditas, diretamente. As causas mais freqüentes de mal funcionamento em turbomáquinas são, com relação ao rotor: desbalanço, trinca, ovalização, desalinhamento, riscamento e desgaste por abrasão; com relação aos mancais (ou selos de fluxo): instabilidade do filme de fluido. Todavia, a fundação sobre a qual o rotor se apóia não é infinita e nem totalmente rígida, ou seja, ela pode atuar significativamente através de freqüências naturais e modos próprios. Portanto, ela interage dinamicamente com o rotor através dos elementos de conexão existentes entre os dois, ou seja, através dos mancais, tornando-se freqüentemente uma importante fonte causadora de vibrações excessivas no sistema. Assim sendo, a identificação em tempo hábil de falhas, em um rotor de um turbogruppo, depende de um modelo confiável de seu comportamento dinâmico, contextualizado em um sistema mais amplo que abrange, além dele mesmo, os mancais, a fundação e, eventualmente, o solo no qual a última está inserida. Deste modo, ficam também incluídas no modelo as possibilidades de falhas que não apenas as do rotor. Mais próximo da realidade, o sistema completo fica constituído, então, de quatro partes principais: rotor, mancais (e selos de fluxo), fundação e solo.

A fundação pode ser modelada através de métodos numérico-analíticos (aqui chamados de teóricos), experimentais ou teórico-experimentais. Os métodos do primeiro tipo mais usuais

são aqueles resultantes de aplicações do Método dos Elementos Finitos (MEF), e podem acarretar, para o caso de fundação com geometria complexa, demasiado custo computacional e imprecisão acumulada pelos erros intrínsecos às aproximações e aos numerosos cálculos. Os métodos experimentais são os menos viáveis, pois eles exigem, necessariamente, que o rotor esteja ausente, para que se possa excitar a fundação isolada (porém, inevitavelmente acoplada ao solo) criteriosamente nos pontos próprios de conexão com o rotor, a fim de se obter a sua matriz de deformação e, conseqüentemente, a sua matriz de impedância mecânica, requerida neste tipo de abordagem matemática. Os métodos mistos detalhados neste estudo já são concebidos para sua aplicação imediata à fundação em condições normais de operação, desobrigando assim que se tenha que dispor de sua isolação, seja pela dispendiosa desmontagem física do sistema (se possível), ou pela casualidade do complexo todo estar em fase de implantação.

Os métodos mistos são vantajosos em relação aos métodos puramente experimentais por serem viáveis para a aplicação “in situ”. São vantajosos também em relação aos métodos analíticos, não somente pelas implicações do uso do MEF citadas anteriormente, como também pelo fato de considerar os efeitos dinâmicos da fundação e do solo conjuntamente, pois a sua parte experimental se baseia em medições de deslocamentos relativos e/ou absolutos da fundação nas regiões dos mancais, por onde são transmitidas as forças advindas desse efeito conjunto, que afetam o rotor e que, por sua vez, são de interesse para a modelagem do sistema completo. Assim sendo, não há necessidade de se obter um modelo do solo e todos os demais efeitos que não os do rotor ou dos mancais são considerados como sendo de origem única, da fundação. O sistema completo para os métodos mistos (e para os experimentais também, pelos mesmos motivos) fica constituído então de três partes: rotor, mancais e fundação.

Dois métodos teórico-experimentais são abordados, sendo que um deles é aplicado de duas formas, através de dois métodos numéricos distintos. O primeiro método é chamado de Método das Forças e lida com comparações entre as forças atuantes na fundação e as forças originadas dela, de suas vibrações. Tais forças devem ser iguais em módulo, mas as últimas não podem ser determinadas diretamente, pois dependem do conhecimento dos parâmetros modais da fundação. Através de uma função de minimização entre estas forças, calculadas para todos os graus de liberdade dos nós de conexão entre fundação e rotor, e para todas as rotações de

interesse, itera-se cada um dos parâmetros modais a partir de valores iniciais arbitrários, dentro de intervalos limites também arbitrários. Após um determinado número de iterações, as forças tendem a se igualar e os valores dos parâmetros modais tendem a convergir para valores que solucionam a função e, deste modo, a fundação fica modelada. O segundo método, denominado Método dos Deslocamentos, também se baseia em uma função de minimização, mas lidando agora com comparações entre os deslocamentos absolutos da fundação medidos nos nós de conexão e os respectivos deslocamentos calculados em função das rotações, dos deslocamentos relativos entre rotor e fundação e dos incógnitos parâmetros modais. Analogamente ao método anterior, agora os deslocamentos devem ser iguais e, iterando-se a função de minimização no sentido de se fazer verdadeira essa igualdade, a fundação fica modelada. Devido ao objetivo de identificar seus parâmetros modais, esses métodos teórico-experimentais de modelagem são chamados de “métodos de identificação de parâmetros modais de fundação”.

Entretanto, a aplicação dos métodos mistos depende de um bom funcionamento de métodos numéricos capazes de processar as iterações necessárias. Dois métodos numéricos de procura sistemática de parâmetros modais são aplicados para o segundo método de identificação (Método dos Deslocamentos). Um deles é chamado de Método das Probabilidades, enquanto o outro de Método da Razão Áurea.

O Método das Probabilidades consiste numa partição do intervalo entre os fornecidos valores máximos e mínimos de cada parâmetro modal em seis seções, onde seis respectivos valores da função de minimização são calculados. Dependendo da seção na qual o menor valor é encontrado, um novo intervalo é estabelecido, com novos limites estimados, levando-se em consideração as regiões com maiores probabilidades de se encontrar o menor valor global da função, assumidas como localizadas nas proximidades da referida seção. Tal rotina é repetida até que uma das seguintes três condições seja satisfeita:

- A função de minimização alcança um valor satisfatório;
- O número de iterações alcança um valor limite definido;
- Todos os intervalos se tornam menores que um limite estabelecido.

O Método da Razão Áurea é baseado no Algoritmo da Razão Áurea, que consiste em um método de otimização unidimensional que utiliza a razão áurea da Série de Fibonacci como elemento de partição dos intervalos. A particularidade vantajosa do uso desse número aparece quando, após cada iteração e redução do intervalo de incerteza, um ponto de referência ainda permanece - em outra posição relativa - e, portanto, uma vez a menos a função precisa ser calculada. Todavia, esse algoritmo pressupõe que a função seja unimodal. No caso em questão, a função de minimização não é unimodal e, por isso, o método usa o algoritmo como fundamento, porém adaptando-o para uma função com comportamento desconhecido. A adaptação consiste em uma partição de cada intervalo inicial de incerteza em um número fornecido, de partes iguais, aumentando assim as possibilidades de uma melhor aproximação do menor valor para a função de minimização e, conseqüentemente, de encontrar os parâmetros modais mais realísticos.

Uma vez modelada a fundação, e dispondo-se dos modelos do rotor e dos mancais, o comportamento dinâmico do sistema completo pode ser estudado através de um programa computacional denominado ROTORTEST, que agrega todas essas partes (incluindo selo de fluxo, se for o caso), montando assim o seu modelo.

## **1.1 Objetivos**

O presente trabalho tem por objetivo apresentar os dois métodos de identificação, bem como resultados comparativos entre os dois métodos numéricos aplicados, ao Método dos Deslocamentos, sendo o Método da Razão Áurea desenvolvido durante este trabalho.

Atendendo a um objetivo mais amplo, o trabalho se presta a contribuir, juntamente com outros métodos propostos, para que se torne cada vez mais prática a viabilidade da aplicação “on line” do programa ROTORTEST.

## **Capítulo 2**

### **Revisão Bibliográfica**

Antes que se observasse a interação dinâmica entre rotor e estrutura de fundação, primeiramente foram analisados os problemas de instabilidade do rotor em si, quando as velocidades atingidas pelas máquinas começaram a se elevar significativamente a ponto de surgirem os primeiros efeitos indesejados de instabilidade devido às chamadas velocidades críticas. Uma vez já bem investigados tais efeitos, conforme as soluções iam sendo aprimoradas à medida do avanço tecnológico e das velocidades envolvidas, tornou-se importante considerar também a relevância dos efeitos dinâmicos da fundação sobre o rotor.

No primeiro item desse capítulo, o tema do trabalho desenvolvido é contextualizado em um panorama histórico (DIMARAGONAS [24]; DEDINI [18]), onde a evolução do assunto é apresentada sucinta e cronologicamente, fazendo-se referência aos mais importantes trabalhos e autores. No segundo é apresentado um histórico mais específico, ou ainda, o desenvolvimento propriamente dito dos estudos das interações entre rotor e fundação.

#### **2.1 Contexto Histórico**

O estudo da dinâmica de rotores se iniciou no último quarto do século XIX quando, pela primeira vez, surgiram os problemas associados à alta rotação. Até então, desde a invenção da roda, a velocidade de rotação de um eixo geralmente ficava abaixo de 1000 rpm. Por volta de

1870, o Dr. Gustaf de Laval inventou um separador de leite que trabalhava com rotação entre 6.000 e 10.000 rpm. Posteriormente, com o advento da turbina a vapor, puderam ser alcançadas velocidades maiores, entre 30.000 e 42.000 rpm, quando então Laval se deparou com problemas de estabilidade devido aos inevitáveis desbalanços do rotor que, a essas velocidades, geravam forças proibitivas para os usuais eixos rígidos. A solução encontrada por ele foi a invenção de eixos flexíveis com baixa velocidade crítica (cerca de sete vezes menor que as dos rotores turbinados). Ele notou que, ultrapassada a velocidade crítica, as condições de operação da máquina ficavam suaves.

Dispondo de uma teoria de vibração bastante desenvolvida no final do século XIX, outros estudiosos como Rankine, Greenhill e Dunkerley deram prosseguimento às investigações em dinâmica de rotores, criando condições para que houvessem, no século XX, grandes avanços nas análises das velocidades críticas, do fenômeno “whirling” e dos efeitos dos amortecimentos dos mancais. Em 1919, Jeffcott provou teoricamente a fórmula intuitiva de Dunkerley, a qual determina, por métodos numéricos, a menor frequência natural de rotores compostos. Chree, em 1904, apresentando o mesmo método, introduziu os efeitos giroscópicos de discos de grandes diâmetros. Kerr e Stodola também desenvolveram trabalhos nesse assunto, sendo que o segundo, em 1916, introduziu o amortecimento de mancal na dinâmica de rotores, provando que esse efeito limita a amplitude decorrente do desbalanço à velocidade crítica, reduzindo-a, e computando o ângulo de fase envolvido. Novos trabalhos foram surgindo e os efeitos dos mancais passaram a ser melhor compreendidos devido à observação do fenômeno “oil whip”, à aplicação da equação de Reynolds ao fluido e aos estudos das causas de instabilidade oriundas dos atritos nos mancais. Outras causas de instabilidade foram descobertas e analisadas posteriormente, como atrito seco, aquecimento e fluxo através de selos; paralelamente, foram desenvolvidas e aplicadas novas técnicas de modelagem, tanto para rotor como para mancais. O método dos elementos finitos começou a ser aplicado ao estudo de dinâmica de rotores a partir da década de setenta, através de MacVaughn (1974) e Meirovitch (1976). Na mesma época começaram a ser realizados estudos envolvendo rotores com trincas por Dimarogonas, Pafelias e Paipetis, entre outros.

A participação da fundação como elemento integrante do sistema dinâmico que envolve o rotor somente passou a ser considerada recentemente. Em 1962, Barkan demonstrou

experimentalmente que ocorre um acoplamento, devido aos efeitos do solo, entre as vibrações nas direções vertical e horizontal em uma fundação excitada apenas verticalmente. Em 1966, Flint considerou a fundação como parte do sistema turbogruppo. Em 1977, Bachschmid, di Pasquantonio e Pizzigoni trabalharam em um método de investigação do comportamento dinâmico do rotor de um turbogruppo em uma fundação, seguindo o mesmo argumento de Flint. No início da década seguinte, outros pesquisadores tais como Aboul-Ella, Novak, Major, Simmons e Wang, tendo em vista a influência da fundação, estudaram-na abordando a questão do seu modelamento teórico. Também na mesma época, Ferguson (1983) e Gasch (1984) estudaram uma estrutura de fundação metálica através de métodos teóricos e experimentais, e demonstraram que também o solo pode afetar de maneira importante o comportamento do rotor através de um amortecimento adicional. Em 1985, Diana propôs um programa dedicado à análise do comportamento dinâmico do sistema rotor-fundação. No ano de 1988, Diana propôs também um método de investigação de parâmetros modais de fundação através de medições das vibrações do rotor. Posteriormente, em conjunto com Curami e Pizzigoni, apresentou um programa de simulação do comportamento dinâmico do rotor sujeito às respostas da fundação. Em 1990, Mesquita considerou a fundação como sendo um corpo rígido apoiado em um estrato viscoelástico, constatando uma importante influência sobre o rotor. Começaram a surgir então novas técnicas analíticas para o modelamento de fundação, baseadas na aplicação de Métodos de Elementos Finitos. Smejkal estudou uma possibilidade de modelamento de fundação por meio de um modelo analítico de 358 nós. Já Vinsonneau e Lemant conceberam um modelo de 37.000 graus de liberdade, que foi reduzido pelo Método de Redução de Guyan, e obtiveram bons resultados. Entre 1991 e 1992 foram publicados novos trabalhos referentes à identificação de parâmetros modais de fundação por, entre outros, Zhang, Hayama, Leung, Pugnet e Vinsonneau. Em 1992 e 1993, Cavalca e Dedini publicaram trabalhos que mostram aplicações de métodos de identificação teórico-experimentais em fundações, sendo os resultados obtidos por meio de métodos numéricos.

## 2.2 Desenvolvimento

A partir da década de sessenta começaram a surgir os primeiros estudos relativos à interação rotor-fundação. Assim, vêm sendo propostos diferentes métodos de modelamento da

fundação, sejam eles analíticos, experimentais ou teórico-experimentais. O presente trabalho trata de métodos do último tipo e, portanto, os trabalhos referenciados foram restringidos aos que são de interesse a tais métodos.

Os primeiros importantes estudos da referida interação feitos a partir de uma consideração experimental da fundação datam da década de setenta. Um método de investigação publicado em 1977 (BACHSCHMID et al [4]) trata o rotor, os mancais (filme de óleo) e a fundação separadamente, sendo os primeiros representados analiticamente. A fundação é representada por uma matriz de impedância mecânica, definida através das forças transmitidas entre fundação e mancais por unidade de deslocamento de cada mancal, dependentes da velocidade de rotação do eixo (rotor). A matriz pode ser determinada analítica ou experimentalmente. Os resultados obtidos através de simulação mostram a importância da análise dinâmica da fundação quando do caso de altas velocidades críticas do rotor, que constituem as condições normais de operação em turbogrupos.

Trabalho semelhante ao anterior foi publicado no ano seguinte (DIANA, BACHSCHMID [20]), onde é destacada a influência da estrutura de fundação sobre a velocidade crítica flexional do conjunto rotativo. Através da aplicação de um método analítico em uma bomba centrífuga, fica evidente essa influência, que é comprovada experimentalmente.

Como forma de avaliar as características dinâmicas de estruturas mecânicas, BROWN et al [8], em 1980, aplica técnicas de análise modal experimental a estruturas mecânicas para a obtenção de suas funções de transferência e estimação de seus parâmetros. Mesmo não tratando especificamente de fundação, o trabalho ilustra as potencialidades do uso do modelo de parâmetro com um grau de liberdade, que é o caso da dissertação (Capítulo 4). Uma única ressalva pode ser dada quando as estruturas têm alta densidade modal, o que não é o caso do modelo de fundação utilizado para estudo.

Um ano depois, CURAMI et al [16] mostra as características de um programa computacional para cálculo da dinâmica de rotor por análise estática. A fundação é considerada rígida e os efeitos do filme de óleo também são considerados. Tal trabalho serviu



como base para o desenvolvimento posterior do pacote computacional, que atualmente abrange também uma fundação flexível, denominado ROTORTEST.

No período de 1982, diversos trabalhos na área foram publicados. Contudo, nestes trabalhos, a fundação recebeu apenas tratamento analítico. Apesar da ausência de consideração experimental para a estrutura de fundação, alguns destes trabalhos apresentam-se muito interessantes. Entre eles, ANEJA [1] estuda a interação dinâmica entre fundações de flexibilidade variada e grandes turbogeradores, e modela todo o sistema dinâmico pelo Método dos Elementos Finitos, sendo os resultados obtidos utilizados para avaliação da confiabilidade dos componentes. Argumenta a validade de sua pesquisa pela crescente tendência, naquela época, da construção de fundações cada vez mais flexíveis para usinas de grande porte, fato que impõe grandes deflexões nos equipamentos turbogeradores. BEOLCHINI [7] apresentou uma alternativa ao Método dos Elementos Finitos para análise de fundações, justamente com o propósito de evitar os altos custos computacionais, lembrando sempre que a época envolvida é de 1982. Baseia-se numa modificação nos parâmetros usuais de massa, amortecimento e rigidez, que são genericamente diferentes para cada modo excitado. É proposta uma simplificação no equacionamento, onde é reduzido o número de graus de liberdade considerados. BACHSCHMID et al [5] também apresentou um estudo analítico para fundação de turbogeradores. No caso, a modelagem abordou uma fundação com grande número de pilares.

Ainda em 1982, um outro trabalho envolvendo dinâmica de rotores é publicado. Objetivando assir a solução de problemas nessa dinâmica, CURAMI et al [15] propõe um sistema computacional aplicado “on line”. Como forma de contornar os problemas de monitoramento envolvidos, o sistema sugerido trabalha com aquisição de dados por medições analógicas de corrente elétrica. Por fim, o trabalho evidencia os diferentes tipos de erros provenientes dos correspondentes métodos de aquisição. Além disso, alguns erros podem ser reduzidos, ou mesmo eliminados, dependendo do correto condicionamento de sinais.

Três anos depois, CURAMI et al [17] faz uma aplicação de técnicas de análise modal à função de transferência experimental de uma fundação de um compressor. São também descritas técnicas de identificação de parâmetros modais para a fundação isolada. A diferença

fundamental com relação ao estudo abordado na dissertação consiste no fato de que, na última, a fundação é analisada conjuntamente com o resto do sistema.

Em 1986, um sistema de diagnóstico de condições de mal funcionamento de turbogerador (DIANA et al [23]) é publicado. O sistema é composto de três blocos principais:

- Um bloco de monitoramento devotado à aquisição, elaboração e memorização de dados;
- Um bloco de simulação, parte de um programa computacional dedicado ao cálculo do comportamento dinâmico do sistema rotor-fundação;
- Um bloco principal com as seguintes funções:
  - a) Geração de dados;
  - b) Simulação de programas;
  - c) Gerenciamento e comparações de resultados analíticos e experimentais.

Em 1988, foi publicado um pacote de programas (DIANA et al [22]) que computa a resposta dinâmica do eixo levando em consideração as interações entre rotor e estrutura suporte (fundação), sendo que o comportamento dinâmico da última é definido através de aproximação modal. Os parâmetros modais são computados por meio de técnicas de identificação modal aplicadas à função de transferência da fundação. Essa função pode ser definida através de um modelo matemático, baseado em uma esquematização da fundação por elementos finitos, ou através de medições na estrutura real. Desta forma, o programa calcula tanto os autovalores como os autovetores do sistema completo rotor mais fundação, considerando também os mancais, e as amplitudes e tensões do sistema submetido a excitações síncronas ou assíncronas.

O sistema de diagnóstico então, munido dos citados blocos, começa a viabilizar um monitoramento - e diagnóstico propriamente dito - “on line” em turbomáquinas, também chamadas de turbogrupos. Consistindo em um dos primeiros trabalhos nesse sentido, o sistema se propõe a detectar as probabilidades das ocorrências de mal funcionamento, tais como: desbalanço, trinca, ovalização, instabilidade em filme de óleo, desgaste por abrasão, desalinhamento e, ainda em processo de capacitação na época, efeitos não lineares nos mancais hidrodinâmicos e riscamento.

Um ano antes, em 1987, um novo trabalho abordando a influência da fundação apresenta vários métodos de identificação de parâmetros modais desta estrutura (CHELI et al [13]). A partir de medições de vibrações do eixo e da fundação na região dos mancais, obtém-se os dados experimentais necessários à aplicação de funções de minimização propostas, de onde são obtidos os incógnitos parâmetros modais. São descritos cinco métodos, com suas respectivas funções de minimização. Em todos os casos, o princípio empregado se baseia no cálculo dos parâmetros modais, representados juntamente com a velocidade de rotação na matriz de impedância mecânica da fundação, mediante métodos iterativos de minimização das funções objetivo, as quais são definidas com base em comparações entre as respostas analíticas e experimentais do rotor, envolvido em um modelo que abrange a fundação.

No mesmo ano, BACHSCHMID et al [6] mostra alguns resultados na diagnose de mal funcionamento em máquinas rotativas. Para tal, ainda existe uma significativa dependência de uma familiarização operacional com a máquina para que se possa distinguir entre vibrações normais e anormais, principalmente quando do início da operação. No sentido de criar medidas mais analíticas e instrumentais, é feito o estudo para diversas causas de mal funcionamento, o qual pode ser entendido, resumidamente, em vibrações elevadas ou, de alguma forma, anormais. Para o diagnóstico de mal funcionamento em turbogrupos de grande porte, em 1990, CAPELLI et al [9] expõe as vantagens da instalação de uma linha completa de sensores, de uma análise computacional de dados através de um sistema de aquisição, e da integração entre medições experimentais e simulações de modelo matemático da resposta dinâmica de rotor.

Outro trabalho que trata de identificação de parâmetros modais de fundação através de medições experimentais foi publicado em 1988 (DIANA et al [21]). Da mesma forma que no trabalho anteriormente citado, os parâmetros modais são obtidos através de funções de minimização, que lidam com respostas em frequência analíticas e experimentais, tomadas nos pontos de conexão entre rotor e estrutura de fundação. Dois métodos de identificação são aplicados, fazendo-se uso de duas das funções de minimização apresentadas no referido trabalho anterior. Para um sistema composto de um pequeno rotor, dois mancais e uma fundação constituída de uma placa rígida, há uma boa convalidação experimental. Além disso,

por ter sido assumido para os modelos que os modos da fundação são desacoplados, o estudo mostra que não é necessário o conhecimento efetivo dos modos de vibrar da fundação.

Em 1991, LAPINI et al [27] faz uma investigação dos reais efeitos dinâmicos da estrutura suporte de um turbogerador a gás de 90 MW. Após a constatação de que na velocidade operacional do sistema estavam ocorrendo vibrações em elevado nível no eixo intermediário de ligação entre a turbina e o gerador, é feita uma análise experimental precisa das partes turbina e gerador, através da qual se conclui que o problema é decorrente de uma ressonância horizontal da estrutura suporte. Utilizando-se o MEF, um modelo analítico é aplicado ao sistema completo, através do qual o seu comportamento dinâmico é simulado para diferentes modificações estruturais, onde fica evidente a participação da fundação.

Ainda em 1991, CHELI et al [11] aplica um dos métodos de identificação citados no parágrafo anterior, o segundo. Considerando um rotor composto apoiado em seis mancais elípticos em uma fundação de concreto, o comportamento dinâmico deste sistema é simulado de modo a envolver todo o conjunto. Também é feita uma análise experimental no intuito da verificação do método, resultando em um bom desempenho. Um destaque é dado ao fato do método utilizado não requerer que o número de graus de liberdade associados aos pontos (ou nós) de conexão entre rotor e estrutura de fundação seja igual ao número de modos normais da última, o que constitui uma vantagem sobre os métodos de identificação que dependem disso, conforme Capítulo 5.

Trabalho semelhante apresentado em 1992 (CHELI et al [12]) compara diretamente os resultados obtidos pelos mesmos dois métodos de identificação citados com os de um modelo puramente experimental, além de validar experimentalmente também modelos analíticos da fundação e do filme de óleo dos mancais. Aplicados a um pequeno sistema constituído de um rotor suportado por dois mancais hidrodinâmicos conectados a uma placa rígida, bons resultados são obtidos. Fica provado que os métodos atingem suficiente precisão e podem ser aplicados para os casos onde a resposta em frequência de uma fundação isolada não é disponível.

No mesmo ano, BACHSCHMID [3] et al estuda a relevância do comportamento dinâmico da estrutura de suporte de bombas centrífugas de múltiplo estágio, com selos, no cálculo das suas velocidades críticas. Para um rotor de uma bomba centrífuga de seis estágios foi calculada sua resposta dinâmica para vários modelos de estrutura. As diferenças nos resultados obtidos justificaram a necessidade de um modelo preciso de estrutura de suporte, quando da presença de selos mecânicos.

No final de 1992, CAVALCA [10] apresenta um estudo sobre a interação entre rotor e estrutura suporte, assim como uma metodologia para a modelagem da fundação. Dois métodos de identificação foram aplicados para uma fundação (que também foi modelada analiticamente pelo M.E.F.), e seus resultados foram comparados entre si.

Também em 1992, DEDINI [18] estuda a identificação de parâmetros dinâmicos de mancais e fundação de máquinas rotativas. Foi feita uma convalidação experimental para as metodologias abordadas, incluindo os resultados de um método numérico proposto para viabilizar os cálculos de uma função minimização, para um método de identificação de parâmetros modais de fundação.

Em 1993, faz-se uma nova aplicação do segundo método de identificação, em um caso real (DEDINI, CAVALCA [19]). A escolha desse método se deve ao fato dele não exigir restrições quanto ao número de modos próprios da estrutura, o que implica nas vantagens já mencionadas, além de dispensar a necessidade do conhecimento das forças externas atuantes no rotor. O objeto de análise é um turbogerador de 320 MW composto de duas turbinas (alta-média e baixa pressão) e um alternador, sendo o conjunto rotativo suportado por sete mancais hidrodinâmicos, conectados a uma fundação de cimento armado de geometria complexa. Ao método de identificação é incorporada uma nova sistemática de procura de parâmetros modais. Fazendo uso também da validação experimental do modelo teórico proposto para o filme de óleo dos mancais, citado no parágrafo anterior, obtém-se resultados bastante satisfatórios, mesmo em presença de ruído na resposta em frequência do rotor. Assim, fica comprovada a eficiência do método em condições reais.

Posteriormente, muitos outros trabalhos envolvendo a dinâmica de fundações, seja de turbogrupos ou de edifícios, foram publicados. Todavia, na grande maioria deles, é tomada uma abordagem analítica, a qual não é de interesse, que não ilustrativo, ao trabalho desenvolvido. Muitos artigos encontrados lidam com modelamento de solo, ou com interação de solo com fundação. Por exemplo, em 1995, foi apresentado um trabalho relativo à detecção e identificação de interações solo-estrutura de edifícios (SAFAK [31]). Em 1996, foi feito um estudo analítico da dinâmica de vigas e colunas em uma fundação elástica (NAIDU, RAO [28]).

Alguns outros trabalhos, posteriores a 1993, no entanto, trataram de fundações sob a ótica de medições experimentais. Em 1995 é apresentado um método numérico para a determinação de parâmetros modais de fundação através de medidas de deslocamentos relativos entre rotor e fundação (FENG, HAHN [25]). No mesmo ano, CHOY et al [14] não trata de rotor propriamente, mas apresenta uma metodologia baseada na teoria da vibração que pode ser usada na detecção de falhas em vigas (de seção transversal uniforme ou não) apoiadas em fundação elástica (tipo Winkler). O seu funcionamento depende de dados preparados da resposta de todo o sistema, que podem ser simulados ou experimentais.

Uma publicação recente de 1997 investiga um método de modelamento do sistema rotor-mancais-fundação também com base em medições de deslocamentos relativos entre rotor e fundação (PRELLS et al [30]) Esses dados são usados para um ajuste no modelo da fundação que, inserido num sistema com modelos analíticos do rotor e dos mancais já bem confiáveis, compõe um conjunto modelado satisfatoriamente.

## **2.3 Contexto Atual**

Sendo este trabalho um estudo de métodos teórico-experimentais de modelamento de fundações de turbogrupos, vê-se que, com base nas referências investigadas, sua aplicabilidade ainda não é descartada. A eficiência e a qualidade dos métodos de modelamento de fundação ainda têm um grande espaço para evoluir. Deve ser considerado também, para efeito de contextualização da pesquisa, que o método aplicado foi desenvolvido no final da década de

oitenta, e que, além disso é proposto um novo método numérico para o tratamento da função de minimização. Existe, portanto, um razoável campo de desenvolvimento.

O pacote computacional ROTORTEST, onde os métodos são inseridos, conforme Apêndice A, teve por base estrutural o pacote PALLA mencionado anteriormente (DIANA et al [22]). Ele vem sendo assim denominado a partir de meados de 1995, de acordo com o grupo de pesquisa responsável do Departamento de Projeto Mecânico da Universidade Estadual de Campinas.

Em conformidade com a linguagem de programação do ROTORTEST, todos os programas implementados e desenvolvidos foram versados em FORTRAN (HEHL [26]).

## Capítulo 3

### Descrição do Problema

O conhecimento e a modelagem do sistema completo depende da identificação dos *parâmetros modais da fundação*, a qual pode ser feita por diferentes meios, sejam eles puramente experimentais, analíticos ou mistos. Conforme menções anteriores, para os métodos teórico-experimentais em questão e para os métodos apenas experimentais, não há necessidade de se considerar o solo, enquanto que para os puramente analíticos ele deve ser considerado através da adoção de parâmetros aproximados ou através de modelagem própria.

No caso dos teórico-experimentais, que foram os tomados para análise, não basta dispor-se da fundação somente, como nos outros dois tipos. É necessário que se tenha, além de outras informações a respeito dela, o conhecimento do modelo do rotor e, para o Método dos Deslocamentos, o modelo do filme de óleo também. Antes de se discorrer sobre a modelagem utilizada para o sistema completo em cada uma das suas partes, faz-se genericamente uma breve explanação sobre três tipos de possibilidades de modelagem para a fundação, a qual se imbuí do real foco de interesse no trabalho.

#### 3.1 Métodos de Modelagem da Fundação

Os métodos objetivam a identificação dos parâmetros modais da fundação pelo fato deles consistirem nas incógnitas inseridas no cálculo da sua matriz de impedância mecânica, a qual realmente descreve o seu comportamento dinâmico, perfazendo o seu modelo. A seguir, uma descrição sucinta dos três tipos de métodos.



### **3.1.1 Métodos experimentais**

Um típico método experimental aplicável consiste no emprego de uma excitação senoidal na fundação sem o rotor, sucessivamente nos pontos onde deveria haver conexão com o último e, para cada ponto excitado, fazer a medição dos deslocamentos resultantes neste e em todos os demais pontos restantes. Com base nestes dados, obtém-se a matriz de deformação da fundação que, invertida, resulta na matriz de impedância mecânica. Dispondo-se das funções de transferência, fica viabilizada uma análise modal e conseqüente determinação dos parâmetros modais. Porém, esse método não é prático, pois exige que a sua aplicação seja feita numa fundação isolada (isto é, sem o rotor), que normalmente tem grandes dimensões e é de difícil “manuseio”. Portanto, o método é recomendável para o caso quando o turbogruppo está sendo montado e a fundação ainda se encontra solitária.

### **3.1.2 Métodos analíticos**

Do ponto de vista analítico, um método bastante difundido para o cálculo de funções de transferência é o Método dos Elementos Finitos (MEF). Ele pode ser aplicado em fundações e exige que se tenha um conhecimento detalhado da sua geometria e do seu material constituinte. Obtida a função de transferência, faz-se, da mesma forma que anteriormente, uma análise modal para se determinar os parâmetros modais. Sua limitação é constatada quando a geometria envolvida é complexa, fato que dificulta a discretização em si e aumenta o custo de processamento computacional à medida do correspondente maior acúmulo de erros numéricos, inerentes aos cálculos matemáticos.

### **3.1.3 Métodos Teórico-Experimentais**

Os dois métodos de identificação abordados são mistos por utilizarem informações advindas de dois âmbitos: analítico e experimental. Os dados analíticos são provenientes da modelagem prévia do rotor, do filme de óleo (caso do Método dos Deslocamentos somente) e do fornecimento dos modos assumidos de vibração da fundação como dados de entrada. Não que os dados do rotor devam ter necessariamente origem analítica, mas, considerando que a aplicação desses métodos se justifica no sentido de se estudar o turbogruppo já em condições de

operação, é natural que se modele o rotor (por exemplo, por MEF); além do mais, sua geometria apresenta a simplicidade da simetria radial. Os dados experimentais provém de medições de deslocamentos absolutos e relativos nos pontos de conexão rotor-fundação, sejam das carcaças dos mancais ou sejam do rotor. Define-se absoluto o deslocamento da fundação em relação ao solo distante o suficiente para não ser significativamente afetado pelo sistema; relativo é definido como sendo o deslocamento resultante entre a fundação e o rotor, e é necessário somente a um método.

### 3.2 Modelagem do Sistema Completo

Os métodos teórico-experimentais permitem que o sistema possa ser tomado completamente, encerrando apenas o conjunto dinâmico *rotor-mancais-fundação* (os selos, no caso, não constaram nos modelos utilizados). Para cada uma dessas três partes foi concebido um tratamento próprio, sendo que, no caso do presente estudo, a contribuição é feita no que se refere à fundação. As questões postas em análise no presente trabalho, conforme item *objetivos*, são o estudo dos métodos citados e a aplicação e desenvolvimento de métodos numéricos orientados à realização das referidas identificações.

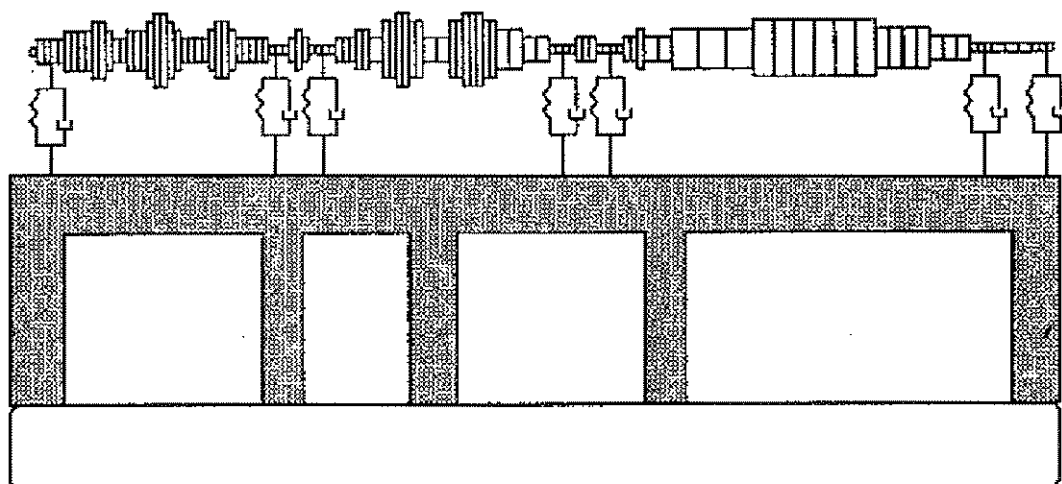


Fig. 3.1 - Modelo do sistema completo

A fundação, na verdade, só é avaliada a partir de seus efeitos finais, já afetados pelo solo, na região dos mancais. Os últimos, por sua vez, são hidrodinâmicos, pois devem suportar

cargas elevadas em altas rotações, e se constituem, resumidamente, de uma estrutura externa chamada de carcaça (housing) e filme de óleo. Funcionando como elementos de conexão entre o rotor e toda a estrutura de suporte, as carcaças são rigidamente acopladas à fundação e, portanto, acabam por se tornar parte dela. O filme de óleo se estabelece então entre o rotor e, pode-se dizer, fundação, transmitindo as forças entre eles, mas incorporando também no sistema suas próprias características dinâmicas, que são a rigidez e o amortecimento (sua massa é considerada desprezível). A partir do rotor, analítico, provêm as forças de excitação do sistema, que são oriundas de um conhecido desbalanço no rotor, também analítico. Desta forma, o sistema completo fica definido como *rotor-filme de óleo-fundação* (figura 3.1).

### 3.2.1 Rotor

O rotor utilizado foi modelado pelo Método dos Elementos Finitos, sendo aproximado a uma viga de seção circular de diâmetro variável. Os seus elementos acoplados (discos, pás e outros) foram representados inercialmente, por massas concentradas. O desbalanço foi feito através da inclusão de uma massa concentrada fora da linha de simetria radial.

Tomando a forma de um eixo, o modelo foi dividido em um número de elementos de viga suficiente para uma boa representação, sem, no entanto, acentuar os erros numéricos. Cada elemento de viga deveria ter então 12 graus de liberdade, ou seja, 6 em cada extremidade, sendo 3 de translação e 3 de rotação. Mas os graus associados ao deslocamento e à rotação axiais do eixo foram considerados desacoplados dos restantes e, portanto, desnecessários para a descrição da flexão do rotor.

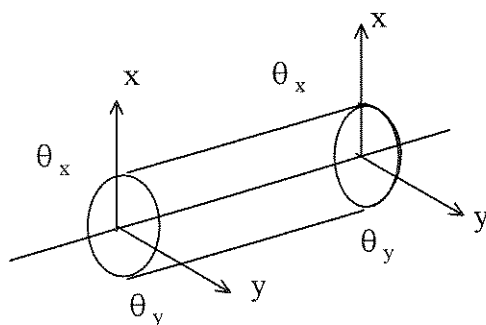


Fig. 3.2 - Elemento de Viga

Restando 4 graus de liberdade por extremidade de viga, o elemento pode ser representado pela figura 3.2.

Podem ser notados os deslocamentos verticais e horizontais para cada nó, assim como as respectivas rotações nos eixos correspondentes.

### 3.2.2 Filme de óleo

Nos mancais hidrodinâmicos, o filme de óleo atua como lubrificante e distribuidor de pressão no interior do mancal através de um campo de forças gerado pelo movimento relativo entre as superfícies do rotor e da carcaça. Essa pressão pode ser obtida pela integração da equação de Reynolds:

$$\frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{\partial P}{\partial v} \cdot \frac{h^3}{\mu_v} \right) + \left( \frac{2 \cdot R}{b} \right)^2 \cdot \left( \frac{h^3}{\mu_z} \right) \cdot \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 6 \cdot \Omega \cdot R^2 \left( \frac{dh}{dv} + \frac{2V}{\Omega} \right) \quad (3.1)$$

Onde:

- $P$  = pressão no interior do mancal
- $h$  = espessura do filme de óleo
- $R$  = raio do mancal
- $b$  = largura axial do mancal
- $\mu_v$  e  $\mu_z$  = viscosidades do óleo
- $\Omega$  = velocidade de rotação do eixo
- $v$  = coordenada circunferencial
- $z$  = coordenada longitudinal

Os seus coeficientes equivalentes de amortecimento e rigidez são definidos quando os campos de força nos mancais são linearizados nas vizinhanças da posição de equilíbrio estático.

Integrando-se a equação 3.1 para  $P(v, z)$ , obtém-se a distribuição do campo de forças hidrodinâmicas no interior do mancal, que linearizadas fornecem, por sua vez, os coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento para o filme de óleo nos mancais.

### 3.2.3 Fundação

A fundação foi considerada como o resultado de tudo que interage com o rotor através do filme de óleo. Assim, assumiu-se que o importante é avaliar que efeitos externos são imprimidos no rotor, de modo a poder melhor modelar seu comportamento. Portanto, nesse trabalho, está-se procurando contribuir para um avanço na diagnose de falhas em turbogrupos. Dado que, no caso, a geometria da fundação é irrelevante, o estudo completo do seu comportamento não é necessário, interessando somente a sua atuação nos mancais.

### 3.3 Identificação dos Parâmetros Modais

Com base em todo o equacionamento do sistema completo, nos modelos e dados do rotor e do filme de óleo, e nos dados de entrada da fundação, fica habilitada a aplicação dos métodos de identificação dos parâmetros modais da fundação. Neste trabalho, o *método dos deslocamentos* foi aplicado ao sistema descrito no capítulo 7.

Os dados de entrada da fundação consistem dos seus modos de vibrar e dos intervalos de variação máxima para cada parâmetro modal a ser identificado. Para cada intervalo, deve ser fornecido também um valor inicial para o começo dos processos iterativos de cálculo.

O primeiro método de identificação, chamado de *método das forças*, é apenas descrito e lida com comparações entre as forças atuantes na fundação e as originadas dela, das suas vibrações. Elas são iguais em módulo, mas as últimas não podem ser determinadas imediatamente, pois dependem dos incógnitos parâmetros modais. Através de uma função de minimização entre essas forças, calculadas para todos os graus de liberdade dos nós de conexão e para todas as rotações de interesse, itera-se cada um os parâmetros modais a partir de valores iniciais arbitrários. Após um determinado número de iterações, as forças tendem a se igualar e os valores dos parâmetros a convergir nas soluções da função. As medições experimentais são os deslocamentos absolutos das carcaças dos mancais, ou seja, da própria fundação.

O segundo método, chamado de *método dos deslocamentos*, é aplicado para um exemplo e envolve comparações entre os deslocamentos absolutos medidos da fundação (nas carcaças) e os respectivos calculados em função das rotações, dos deslocamentos relativos e dos parâmetros modais. Eles devem ser iguais e, da mesma forma que no método anterior, utiliza-se de uma função de minimização com o objetivo de igualá-los entre si através de iterações nos parâmetros, que tendem a uma solução.

Todavia, as funções de minimização demandam uma estratégia de convergência apta a lidar com suas várias (ou muitas) dimensões (três vezes o número total de graus de liberdade dos pontos de conexão), e com seu comportamento, a princípio, irregular. Além disso, sendo baseadas em cálculos de somatórios, muitas iterações podem ser requeridas. Para tratar disso, como já mencionado, os dois métodos numéricos são aplicados ao segundo método de identificação: *método das probabilidades* e *método da razão áurea*.

Para o caso de um sistema com dois mancais hidrodinâmicos, sem selos e fundação rígida, os resultados obtidos através dos métodos numéricos foram comparados entre si e com os esperados previamente.

## Capítulo 4

### Equacionamento do Sistema Completo e Soluções

A modelagem do sistema completo depende do modelo de cada uma de suas partes constituintes, que podem ser feitos um a um, isoladamente, ou em partes agrupadas. No que tange à fundação, ela pode ser modelada, conforme anteriormente, por métodos experimentais, analíticos ou teórico-experimentais. Os experimentais e analíticos, por si só, permitem a modelagem da fundação sem a necessidade do conhecimento do rotor e/ou filme de óleo. Os teórico-experimentais já dependem destes mas, em contrapartida, dispensam a análise modal da função de transferência ou do modelo analítico da fundação.

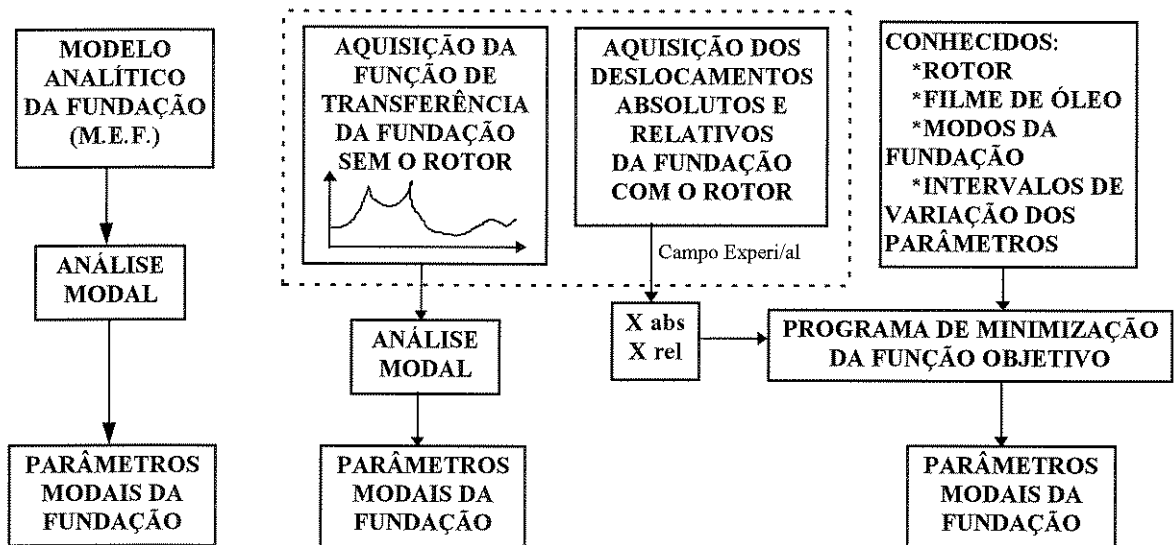


Figura 4.1 - Fluxograma dos métodos analíticos, experimentais e teórico-experimentais.

Além disso, apesar da referida dependência, tal característica não se torna uma desvantagem quando se tem em vista a modelagem do sistema completo que, novamente, requer necessariamente todas as partes.

A necessidade da inclusão do modelo da fundação no âmbito do sistema completo advém da aplicação dos métodos teórico-experimentais. Mas, para melhores compreensão e comparações entre as possibilidades descritas, faz-se uma síntese das equações envolvidas (NEWLAND [29]) nos métodos experimentais e analíticos também. Posteriormente, faz-se o equacionamento do sistema completo em si, juntamente com suas soluções.

#### 4.1 Métodos Experimentais

A partir de uma fundação isolada, mas devidamente instalada no solo, aplica-se uma excitação senoidal num ponto da estrutura apropriado para posterior conexão com o rotor, ou seja, numa carcaça de mancal. Pode-se então medir os deslocamentos resultantes em todos os pontos de conexão restantes, incluindo também o próprio ponto de aplicação.

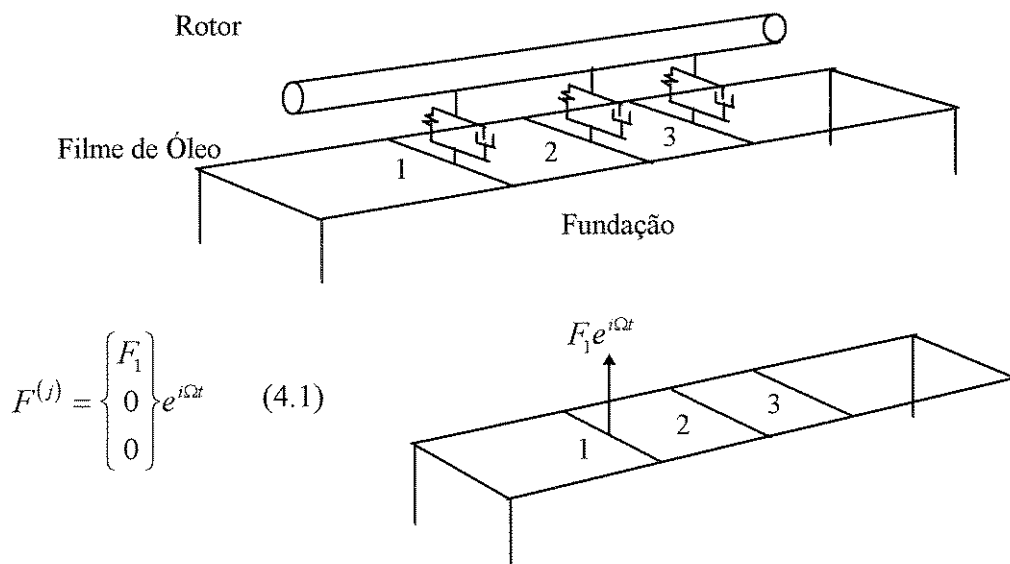


Figura 4.2 - Esquema para obtenção experimental de parâmetros

$Xf = Xfo \cdot e^{i\Omega t}$  = vetor dos deslocamentos absolutos da fundação

$Ff = Ffo \cdot e^{i\Omega t}$  = vetor das forças transmitidas entre estrutura e rotor

$\Omega$  = frequência de excitação



Deste modo, obtém-se o vetor  $Xf^{(j)}(\Omega)$  com os deslocamentos nos pontos de conexão devido à excitação no mancal  $j$  :

$$Xf^{(j)} = [Xf_1^{(j)T} \ Xf_2^{(j)T} \ \dots \ Xf_n^{(j)T}]^T \quad (4.2)$$

Repetindo-se o procedimento para todos os pontos de conexão, obtém-se a matriz de deformação da estrutura:

$$[H(\Omega)] = [Xf^{(1)} \ Xf^{(2)} \ \dots \ Xf^{(j)}] \quad (4.3)$$

Equacionando:

$$[H(\Omega)].Ffo = Xfo \Rightarrow Ffo = [H(\Omega)]^{-1}.Xfo \quad (\text{se } n = j) \quad (4.4)$$

$$Ffo = [I(\Omega)].Xfo, \quad \text{onde } [I(\Omega)] = [H(\Omega)]^{-1} \quad (4.5)$$

A matriz  $[I(\Omega)]$  é chamada de matriz de impedância mecânica da fundação, e descreve o seu comportamento dinâmico.

## 4.2 Métodos Analíticos

O modelo analítico da fundação surge do cálculo da mesma matriz de impedância mecânica determinada experimentalmente nos métodos do tipo anterior. Para tal, comumente, discretiza-se a fundação pelo Método dos Elementos Finitos, de modo a permitir o cálculo dos seus modos de vibrar e dos seus parâmetros modais, necessários àquela matriz.

A fundação pode ser representada pela seguinte equação 4.6:

$$[Mf].\ddot{Xf} + [Rf].\dot{Xf} + [Kf].Xf = Ff \quad (4.6)$$

Considerando-se a fundação como sujeita a um movimento harmônico amortecido forçado, resulta:

$$Xf = Xfo . e^{i\Omega t} \quad (4.7)$$

$$Ff = Ffo . e^{i\Omega t} \quad (4.8)$$

Substituindo na equação (4.6):

$$(-\Omega^2 . [Mf] + i.\Omega . [Rf] + [Kf]). Xfo = Ffo \quad (4.9)$$

Essa, por sua vez, pode ser definida na forma:

$$[I(\Omega)]. Xfo = Ffo \quad (4.10)$$

- onde  $[I(\Omega)]$ , igualmente, é a matriz de impedância mecânica da fundação.

Tal matriz pode ser obtida através da matriz de flexibilidade dinâmica  $[H(\Omega)]$ , que consiste simplesmente na sua inversa.

$$Xfo = [H(\Omega)]. Ffo = [I(\Omega)]^{-1} . Ffo \quad (4.11)$$

A última pode ser entendida como a razão de proporcionalidade entre os elementos do vetor de deslocamentos da fundação e os elementos do vetor das forças de excitação.

Isolando e substituindo, fica:

$$[H(\Omega)] = Xfo / [(-\Omega^2 . [Mf] + i.\Omega . [Rf] + [Kf]). Xfo] \quad (4.12)$$

Em coordenadas genéricas:

$$[H(\Omega)] = [\phi]^T \cdot [\phi] / (-\Omega^2 \cdot [mf] + i \cdot \Omega \cdot [rf] + [kf]) \quad (4.13)$$

Para cada elemento:

$$h_{kj} = \sum_{i=1}^n (X_k^i \cdot X_j^i) / (-\Omega^2 \cdot m_i + i \cdot \Omega \cdot r_i + k_i) \quad (4.14)$$

- onde  $m_i$ ,  $r_i$  e  $k_i$  são os parâmetros modais de massa, amortecimento e rigidez da fundação para o  $i$ -ésimo modo;  $X_k^i$  e  $X_j^i$  são as componentes  $k$  e  $j$  relativas ao  $i$ -ésimo modo.

As incógnitas da equação 4.14 são determinadas elemento a elemento, modo a modo, com base no conhecimento das características do material que constitui a fundação e numa apropriada discretização pelo Método dos Elementos Finitos.

### 4.3 Métodos Teórico-Experimentais

Os métodos teórico-experimentais de modelagem da fundação estão descritos em detalhes no capítulo posterior. Todavia, para sua melhor compreensão, deve-se conhecer em que conjunto de equações eles se baseiam. Por requererem a participação de todas as partes do sistema dinâmico, a representação da fundação é feita de forma inserida ao equacionamento do sistema completo.

O sistema completo pode ser representado de diferentes maneiras, sendo duas tratadas aqui. Uma delas é através de coordenadas geométricas aplicadas a todo o sistema e a outra através de coordenadas mistas, onde ao rotor são atribuídas coordenadas geométricas e à fundação coordenadas modais. As primeiras, também chamadas de coordenadas físicas, amparam os reais movimentos em estudo, enquanto que as modais, ou generalizadas (também chamadas de principais), não contém significado físico, mas são independentes entre si e se associam aos correspondentes modos de vibrar, desacopladamente.

Definindo-o como *rotor - filme de óleo - fundação*, o sistema completo pode ser subdividido em duas partes: *subsistema rotor-filme de óleo* e *subsistema fundação*.

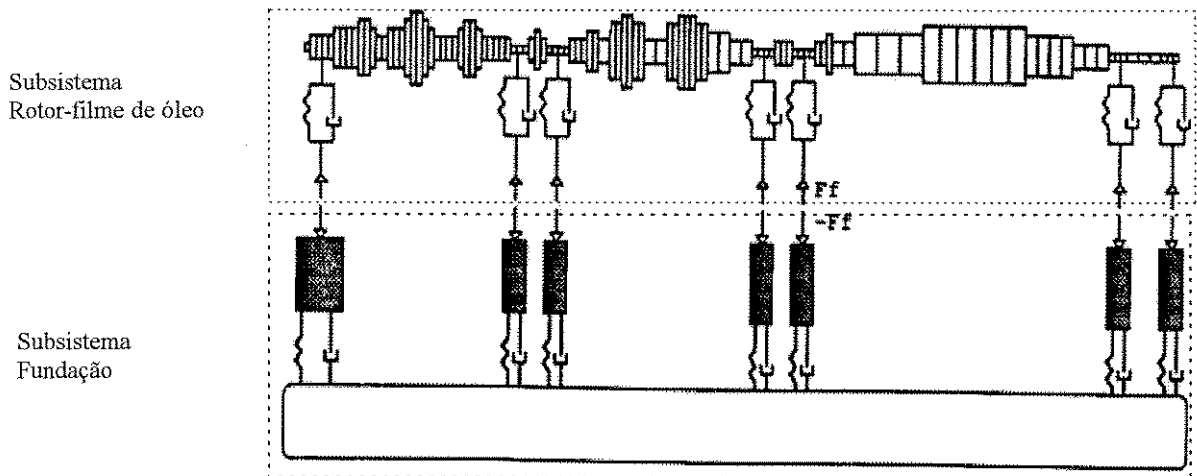


Figura 4.3 - Modelo dos subsistemas envolvidos

A partir dessa representação, é feito o equacionamento nos moldes dos dois tipos de coordenadas citados.

#### 4.3.1 Sistema Completo em Coordenadas Geométricas

Para o *subsistema rotor - filme de óleo* tem-se:

$$[M]. \ddot{X} + [R]. \dot{X} + [K]. X = F \quad (4.15)$$

- onde  $[M]$ ,  $[R]$  e  $[K]$  são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do rotor e do filme de óleo, último cuja massa é desprezível.

$$X = \begin{Bmatrix} X_r \\ X_f \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad F = \begin{Bmatrix} F_r \\ F_f \end{Bmatrix} \quad (4.16)$$

- onde os vetores  $X_r$  e  $X_f$  são os deslocamentos respectivos do rotor e da fundação, nos nós de conexão com o rotor; os vetores  $F_r$  e  $F_f$  se referem, analogamente, ao rotor e à fundação, e descrevem as forças de excitação atuantes nesses, que

são função da rotação do rotor, a qual, em regime permanente, estabelece a frequência de excitação do sistema. O primeiro vetor representa as forças externas aplicadas ao rotor, que são conhecidas. O segundo representa as forças transmitidas da fundação aos nós de conexão, que são incógnitas.

Fazendo uma partição matricial da equação 4.16 para rotor e fundação, tem-se:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} [Mrr] & [Mrf] \\ [Mfr] & [Mff] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{X}_r \\ \ddot{X}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [Rrr] & [Rrf] \\ [Rfr] & [Rff] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{X}_r \\ \dot{X}_f \end{Bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} [Krr] & [Krf] \\ [Kfr] & [Kff] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_r \\ X_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Fr \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ Ff \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Para o *subsistema fundação*:

$$[Mf] \ddot{X}_f + [Rf] \dot{X}_f + [Kf] X_f = - Ff \quad (4.18)$$

- onde [Mf], [Rf] e [Kf] são as matrizes respectivas de massa, amortecimento e rigidez da fundação somente. A força  $Ff$  está com o sinal invertido por ser considerada agora no subsistema oposto ao anterior (princípio da ação e reação).

O sistema completo é obtido da substituição da equação 4.18 na equação 4.17:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} [Mrr] & [Mrf] \\ [Mfr] & [Mff] + [Mf] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{X}_r \\ \ddot{X}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [Rrr] & [Rrf] \\ [Rfr] & [Rff] + [Rf] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{X}_r \\ \dot{X}_f \end{Bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} [Krr] & [Krf] \\ [Kfr] & [Kff] + [Kf] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_r \\ X_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Fr \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.19)$$

A solução, para uma excitação harmônica, pode ser feita com o uso das expressões desenvolvidas para a fundação pelos métodos analíticos.

Define-se: 
$$\left[ \bar{\mathbf{I}}(\Omega) \right] = \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [\mathbf{I}(\Omega)] \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Considerando a excitação harmônica, a equação 4.15 fica:

$$(-\Omega^2 \cdot [\mathbf{M}] + i \cdot \Omega \cdot [\mathbf{R}] + [\mathbf{K}]) \cdot X_o = F_o \quad (4.21)$$

Introduzindo a equação 4.20 na equação 4.21:

$$(-\Omega^2 \cdot [\mathbf{M}] + i \cdot \Omega \cdot [\mathbf{R}] + [\mathbf{K}] + \left[ \bar{\mathbf{I}}(\Omega) \right]) \cdot X_o = F_o - \begin{Bmatrix} 0 \\ F_{fo} \end{Bmatrix}$$

Uma forma resumida de tratar a representação do sistema completo é através da sua matriz elatodinâmica, aqui chamada de  $[\mathbf{E}(\Omega)]$ :

$$(-\Omega^2 \cdot [\mathbf{M}] + i \cdot \Omega \cdot [\mathbf{R}] + [\mathbf{K}] + \left[ \bar{\mathbf{I}}(\Omega) \right]) = [\mathbf{E}(\Omega)] \quad (4.22)$$

Então: 
$$[\mathbf{E}(\Omega)] \cdot X_o = \begin{Bmatrix} F_{ro} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.23)$$

### 4.3.2 Sistema Completo em Coordenadas Mistas

Define-se o vetor de coordenadas mistas  $Z$ :

$$Z = \begin{Bmatrix} X_r \\ q \end{Bmatrix}, \text{ onde para o rotor ficam as coordenadas geométricas e para a fundação}$$

a coordenadas modais  $q$ .

Com relação ao subsistema fundação, as coordenadas físicas  $X_f$  podem ser traduzidas para coordenadas principais pela equação:

$$X_f = [\phi] \cdot q \quad (4.24)$$

- sendo  $q$  a coordenada principal e  $[\phi]$  a correspondente matriz modal, constituída pelos autovetores que definem os modos próprios de vibração da fundação, dispostos nas colunas.

Em correspondência com as coordenadas principais, devem ser introduzidas na equação 4.18 as matrizes (e diagonais) de massa, amortecimento e rigidez modais  $[mf]$ ,  $[rf]$  e  $[kf]$ . Elas se relacionam com  $[Mf]$ ,  $[Rf]$  e  $[Kf]$  da seguinte forma:

$$\begin{aligned} [Mf] &= [\phi^T]^{-1} \cdot [mf] \cdot [\phi]^{-1} \\ [Rf] &= [\phi^T]^{-1} \cdot [rf] \cdot [\phi]^{-1} \\ [Kf] &= [\phi^T]^{-1} \cdot [kf] \cdot [\phi]^{-1} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Substituindo as equações 4.25 na equação 4.18:

$$[\phi^T]^{-1} \cdot [mf] \cdot [\phi]^{-1} \cdot \ddot{Xf} + [\phi^T]^{-1} \cdot [rf] \cdot [\phi]^{-1} \cdot \dot{Xf} + [\phi^T]^{-1} \cdot [kf] \cdot [\phi]^{-1} \cdot Xf = - Ff \quad (4.26)$$

Se a matriz  $[\phi]$  é quadrada, aplicando a equação 4.24:

$$q = [\phi]^{-1} \cdot Xf \Rightarrow [mf] \cdot \ddot{q} + [rf] \cdot \dot{q} + [kf] \cdot q = - [\phi^T] \cdot Ff \quad (4.27)$$

Assim, o subsistema fundação fica expresso em coordenadas modais. Entretanto, convém notar que, apesar da dedução da equação 4.27 requerer a inversão da matriz modal, a própria equação em si não requer. Portanto, o uso das coordenadas modais para a fundação não exige que  $[\phi]$  seja quadrada e, conseqüentemente, não exige que o número de modos próprios desse subsistema seja igual ao número de graus de liberdade associados aos nós de conexão entre os subsistemas.

A inserção da equação 4.27 no sistema completo passa pela aplicação da equação de Lagrange, que serve para a dedução das equações de movimento de um sistema dinâmico não conservativo. Aplicando-a para o sistema completo em coordenadas mistas, resulta:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_{cn}}{\partial \dot{Z}} \right) - \left( \frac{\partial E_{cn}}{\partial Z} \right) + \left( \frac{\partial D}{\partial \dot{Z}} \right) + \left( \frac{\partial V}{\partial Z} \right) = [F] \quad (4.28)$$

- sendo: Ecn = energia cinética  
V = energia potencial devido às deformações elásticas  
D = função de dissipação de energia  
[F] = vetor das forças atuantes no sistema

A função de dissipação de energia é resultante dos amortecimentos envolvidos e é definida sob a condição de proporcionalidade:

$$[R] = \alpha \cdot [M] + \beta \cdot [K] \quad (4.29)$$

- onde: [R], [M] e [K] são amortecimento, massa e rigidez genéricos  
 $\alpha$  e  $\beta$  são números reais

Os termos de energia são representados em função de coordenadas físicas e modais, conforme o subsistema correspondente.

Para a energia cinética:

$$\begin{aligned} E_n &= \frac{1}{2} \cdot \sum_j \dot{Xr}_j^T \cdot [M_j] \cdot \dot{Xr}_j + \frac{1}{2} \cdot \sum_i [m_i] \cdot \dot{q}_i^2 = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \dot{Xr}^T \cdot [Mr] \cdot \dot{Xr} + \frac{1}{2} \cdot \dot{q}^T \cdot [mf] \cdot \dot{q} \end{aligned} \quad (4.30)$$

Para a energia potencial:

$$V = \frac{1}{2} \cdot \sum_j Xr_j^T \cdot [K_j] \cdot Xr_j + \frac{1}{2} \cdot \sum_i [k_i] \cdot q_i^2 =$$



$$= \frac{1}{2} \cdot \dot{X}_r^T \cdot [K_r] \cdot \dot{X}_r + \frac{1}{2} \cdot \dot{q}^T \cdot [k_f] \cdot \dot{q} \quad (4.31)$$

Para a função de dissipação:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \dot{X}_r^T \cdot [R_r] \cdot \dot{X}_r + \frac{1}{2} \cdot \dot{q}^T \cdot [r_f] \cdot \dot{q} \quad (4.32)$$

- onde:  $X_{r_j}$  = vetor dos deslocamentos do subsistema rotor - filme de óleo na extremidade de cada j-ésimo elemento trave do rotor

$[M_j]$  = matriz de massa de cada j-ésimo elemento do rotor

$[K_j]$  = matriz de rigidez de cada j-ésimo elemento do rotor

$[M_r]$  = matriz de massa do rotor

$[K_r]$  = matriz de rigidez do rotor e do filme de óleo

$[R_r]$  = matriz de amortecimento do rotor e do filme de óleo

$q_i$  = i-ésima componente do vetor q

$m_i$  = massa modal relativa ao i-ésimo modo da fundação

$k_i$  = rigidez modal relativa ao i-ésimo modo da fundação

Quanto ao vetor das forças de excitação  $F]$ , ele pode ter suas componentes definidas por meio de variações virtuais:

$$F] = \delta W / \delta Z \quad (4.33)$$

O trabalho virtual  $\delta W$  é realizado pelas forças de excitação externas e pelas forças transmitidas através do filme de óleo no interior dos mancais.

Ele pode ser escrito na seguinte forma, onde são somados os respectivos termos representativos dos trabalhos virtuais dessas forças:

$$\delta W = [\delta X_r \quad \delta X_f] \cdot \begin{Bmatrix} F_f \\ -F_f \end{Bmatrix} + [\delta X_r \quad \delta X_f] \cdot \begin{Bmatrix} F_r \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.34)$$

Para a transformação da equação acima em coordenadas mistas, as forças externas  $F_r$  não são afetadas, pois estão associadas aos nós do rotor.

As forças  $F_f$  estão associadas aos nós de conexão e, portanto, são nulas para o restante do sistema.

Em coordenadas mistas, o trabalho virtual fica:

$$\delta W = \begin{Bmatrix} \delta X_r \\ \delta q \end{Bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [I] & 0 \\ 0 & [\phi^T] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} F_f \\ -F_f \end{Bmatrix} = [\delta X_r \quad \delta q] \cdot \begin{Bmatrix} F_f \\ -[\phi^T] \cdot F_f \end{Bmatrix} \quad (4.35)$$

$$\text{Fazendo:} \quad Q_{or} = \begin{Bmatrix} F_f \\ -[\phi^T] \cdot F_f \end{Bmatrix} \quad (4.36)$$

$$\text{Fica:} \quad \delta W = [\delta X_r \quad \delta q] \cdot Q_{or} \quad (4.37)$$

As forças transmitidas pelo filme de óleo em coordenadas mistas são assim deduzidas:

$$\begin{Bmatrix} F_f \\ -F_f \end{Bmatrix} = -[Ro] \cdot \dot{X} - [Ko] \cdot X \quad (4.38)$$

- sendo  $[Ro]$  e  $[Ko]$  o amortecimento e a rigidez do filme de óleo, funções da velocidade de rotação  $\Omega$  do rotor

$$\begin{Bmatrix} F_f \\ -F_f \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} [Rorr] & [Rorf] \\ [Rofr] & [Roff] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{X}_r \\ \dot{X}_f \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} [Korr] & [Korf] \\ [Kofr] & [Koff] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_r \\ X_f \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} F_f \\ -F_f \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} [Rorr] & [Rorf] \\ [Rofr] & [Roff] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [I] & 0 \\ 0 & [\phi] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{X}_r \\ \dot{q} \end{Bmatrix} -$$

$$- \begin{bmatrix} [Korr] & [Korf] \\ [Kofr] & [Koff] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [I] & 0 \\ 0 & [\phi] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_r \\ q \end{Bmatrix} \quad (4.39)$$

Aplicando-se a equação 4.36 na equação 4.39, obtém-se a componente lagrangeana  $Q_{or}$ :

$$\begin{aligned}
 Q_{or} = & - \begin{bmatrix} [I] & 0 \\ 0 & [\phi^T] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [Rorr] & [Rorf] \\ [Rofr] & [Roff] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [I] & 0 \\ 0 & [\phi] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{X}_r \\ \dot{q} \end{Bmatrix} - \\
 & - \begin{bmatrix} [I] & 0 \\ 0 & [\phi^T] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [Korr] & [Korf] \\ [Kofr] & [Koff] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [I] & 0 \\ 0 & [\phi] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_r \\ q \end{Bmatrix} \\
 Q_{or} = & - \begin{bmatrix} [Rorr] & [Rorf] \cdot [\phi] \\ [\phi^T] \cdot [Rofr] & [\phi^T] \cdot [Roff] \cdot [\phi] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{X}_r \\ \dot{q} \end{Bmatrix} - \\
 & - \begin{bmatrix} [Korr] & [Korf] \cdot [\phi] \\ [\phi^T] \cdot [Kofr] & [\phi^T] \cdot [Koff] \cdot [\phi] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_r \\ q \end{Bmatrix} \quad (4.40)
 \end{aligned}$$

Tal equação pode ser reduzida à equação 4.41, onde  $[Roq]$  e  $[Koq]$  são as matrizes de amortecimento e rigidez do filme de óleo em coordenadas mistas:

$$Q_{or} = -[Roq] \cdot \dot{Z} - [Koq] \cdot Z \quad (4.41)$$

Portanto, as forças de excitação  $F]$  da equação de Lagrange 4.28 ficam:

$$F] = -[Roq] \cdot \dot{Z} - [Koq] \cdot Z + \begin{Bmatrix} Fr \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.42)$$

Para os termos de energia restantes:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_{cn}}{\partial \dot{Z}} \right) = [Mr] \cdot \ddot{X}_r + [mf] \cdot \ddot{q} \quad (4.43)$$

$$\left( \frac{\partial D}{\partial \dot{Z}} \right) = [Rr] \cdot \dot{X}_r + [rf] \cdot \dot{q} \quad (4.44)$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial Z}\right) = [K_r].X_r + [k_f].q \quad (4.45)$$

Fazendo a substituição das equações 4.42 à 4.45 na equação 4.27, obtém-se a expressão para o sistema completo em coordenadas mistas em termos matriciais:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} [M_r] & 0 \\ 0 & [m_f] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{X}_r \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [R_r] & 0 \\ 0 & [r_f] \end{bmatrix} + [R_{oq}] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{X}_r \\ \dot{q} \end{Bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} [K_r] & 0 \\ 0 & [k_f] \end{bmatrix} + [K_{oq}] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_r \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_r \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.46)$$

Analogamente ao caso do sistema descrito por coordenadas geométricas (item 4.3.1), a equação 4.46 pode ser escrita em termos da matriz elastodinâmica  $[E(\Omega)]$ . Para tanto, é necessária a sua modificação para coordenadas mistas, adquirindo dessa forma a representação mostrada pelo símbolo  $[\bar{E}(\Omega)]$ .

$$[E(\Omega)] = \begin{bmatrix} [E_{rr}] & [E_{rf}] \\ [E_{fr}] & [E_{ff}] \end{bmatrix}$$

$$[\bar{E}(\Omega)] = \begin{bmatrix} [I] & 0 \\ 0 & [\phi^T] \end{bmatrix} \cdot [E(\Omega)] \cdot \begin{bmatrix} \bar{\phi} \\ \phi \end{bmatrix}, \text{ onde } \begin{bmatrix} \bar{\phi} \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] & 0 \\ 0 & [\phi] \end{bmatrix} \text{ é a matriz de transformação.}$$

$$[\bar{E}(\Omega)] = \begin{bmatrix} [I] & 0 \\ 0 & [\phi^T] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [E_{rr}] & [E_{rf}] \\ [E_{fr}] & [E_{ff}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [I] & 0 \\ 0 & [\phi] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [E_{rr}] & [E_{rf}].[\phi] \\ [\phi^T].[E_{fr}] & [\phi^T].[E_{ff}].[\phi] \end{bmatrix}$$

Com relação ao segundo membro da equação 4.46, para uma excitação harmônica:

$$\begin{bmatrix} [I] & 0 \\ 0 & [\phi^T] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} F_{ro} \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{ro} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Fazendo a composição, tem-se a expressão resumida para o sistema completo em coordenadas mistas:

$$[\bar{E}(\Omega)] \cdot \begin{Bmatrix} Xro \\ qo \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Fro \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.47)$$

Desenvolvidas e definidas as equações para o sistema completo em coordenadas mistas, podem assim ser demonstradas as expressões relativas aos métodos de identificação, no Capítulo 5.

## **Capítulo 5**

### **Métodos Teórico-Experimentais de Identificação**

Conforme citado anteriormente, são dois os métodos de identificação de parâmetros modais de fundação tratados no presente trabalho: o Método das Forças e o Método dos Deslocamentos. Apesar de apenas o segundo ter sido aplicado, ambos são deduzidos e estudados.

Para os dois casos, a representação do sistema completo foi tomada pelo método das coordenadas mistas, onde ao rotor foram atribuídas as coordenadas geométricas e, à fundação, coordenadas modais.

#### **5.1 Metodologia de Identificação Experimental**

Um sistema dinâmico pode ter sua resposta calculada no domínio do tempo ou no domínio da frequência, desde que sejam conhecidos os seus parâmetros dinâmicos e as suas forças de excitação. Porém, para o caso em questão, a incógnita consiste justamente no modelo do sistema, ou melhor, no modelo do subsistema fundação, para o qual são conhecidas a força de excitação e a resposta em frequência experimental (ou simulada). A partir dessas, os parâmetros modais podem ser determinados, o que consiste num processo de identificação.

A figura 5.1 mostra esquematicamente as duas situações: a do problema direto do cálculo de resposta em frequência e a da identificação dos parâmetros do sistema.

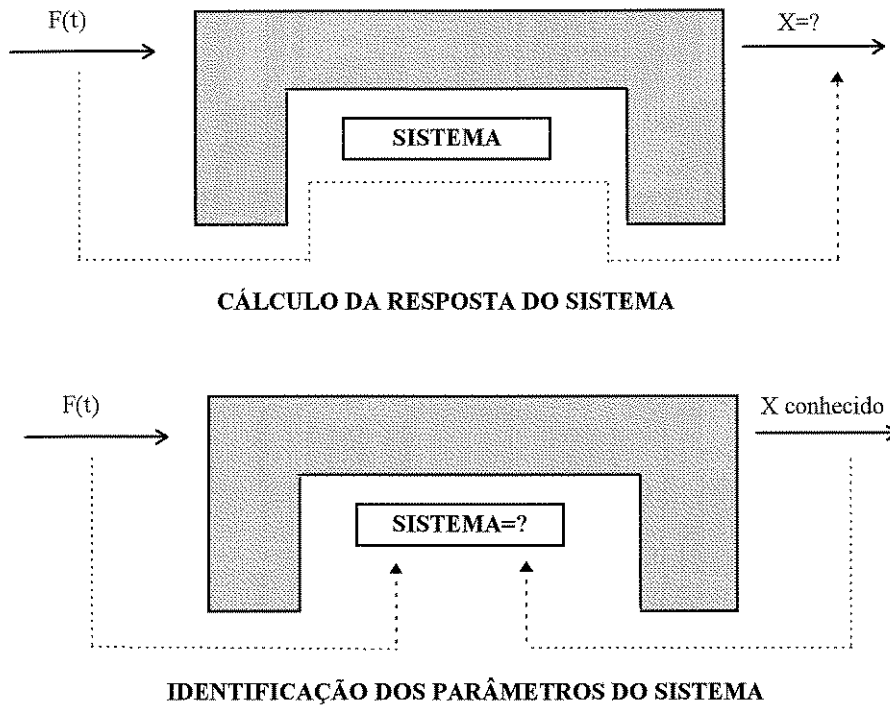


Figura 5.1 - Esquema comparativo entre Cálculo de Resposta e Identificação

## 5.2 Método das Forças

Esse método de identificação se baseia no fato de que as forças atuantes na fundação e as originadas dela têm sentidos opostos e devem ser iguais em módulo, pois, a não ser pelas vibrações envolvidas, o sistema está em equilíbrio dinâmico. As primeiras podem ser determinadas diretamente, a partir de medições experimentais (ou simuladas, conforme capítulo 3) do rotor; já as últimas não, pois devem ser funções dos parâmetros modais da fundação. Tais parâmetros são então iterados de modo a aproximar aquelas forças da igualdade, através de uma função de minimização, representada por “f1”.

$$f1 = \sum_{\Omega} \sum_k (Ffo_k^r(\Omega, Fro, Xfo) - Ffo_k^f(\Omega, p, Xfo))^2 \quad (5.1)$$

- onde:  $Ffo_k^r$  = força oriunda do rotor

$Ffo_k^f$  = força oriunda da fundação

$Fro$  = força de excitação exercida pelo rotor (calculada)

$Xfo$  = deslocamento absoluto do suporte do mancal, atrelado à fundação (dado medido ou simulado)

$\Omega$  = velocidade de rotação da turbina

$k$  = mancal

$p$  = vetor dos parâmetros modais da fundação

$f_l$  = função de minimização

As forças advindas da fundação podem ser obtidas da equação 4.26:

$$Ffo^f = -[\phi^T]^{-1} \cdot (-\Omega^2 \cdot [mf] + i \cdot \Omega \cdot [rf] + [kf]) \cdot [\phi]^{-1} \cdot Xfo \quad (5.2)$$

Fazendo  $[G(\Omega, p)]$  a matriz de impedância mecânica generalizada da fundação:

$$[G(\Omega, p)] = (-\Omega^2 \cdot [mf] + i \cdot \Omega \cdot [rf] + [kf]) \quad (5.3)$$

Substituindo-a em 5.2:

$$Ffo^f = -[\phi^T]^{-1} \cdot [G(\Omega, p)] \cdot [\phi]^{-1} \cdot Xfo \quad (5.4)$$

Já as forças  $Ffo_k^r$  oriundas do rotor podem ser calculadas uma vez que se disponha dos deslocamentos  $Xfo$  da fundação e de  $Fro$ .

$Fro$ , por sua vez, pode ser expressa em função dos deslocamentos absolutos do rotor, da rotação, e dos parâmetros dinâmicos do rotor e do filme de óleo, conforme equação 4.46. Desenvolvendo a última para  $Fr$ , na primeira linha, tem-se:

$$[Mrr] \cdot \ddot{Xr} + [Rrr] \cdot \dot{Xr} + [Rrf] \cdot [\phi] \cdot \dot{q} + [Krr] \cdot Xr + [Krf] \cdot [\phi] \cdot q = Fr \quad (5.5)$$

Considerando agora uma força de excitação senoidal:

$$Fr = Fro \cdot e^{i\Omega t}$$



$$\begin{aligned} \dot{X}_r &= \dot{X}_{ro} \cdot e^{i\Omega t} \\ q &= q_o \cdot e^{i\Omega t} \end{aligned} \quad (5.6)$$

Fazendo-se as derivações com relação ao tempo em  $\dot{X}_r$  e  $q$ , e substituindo as equações 5.6 na equação 5.5, tem-se:

$$(-\Omega^2 \cdot [Mrr] + i\Omega \cdot [Rrr] + [Krr]) \cdot \dot{X}_{ro} + (i\Omega \cdot [Rrf] \cdot [\phi] + [Krf] \cdot [\phi]) \cdot q_o = F_{ro} \quad (5.7)$$

Separando-se os efeitos do rotor e do filme de óleo, fica:

$$\begin{aligned} (-\Omega^2 \cdot [Mr] + i\Omega \cdot [Rr] + [Kr]) \cdot \dot{X}_{ro} + (i\Omega \cdot [Rorr] + [Korr]) \cdot \dot{X}_{ro} + \\ + (i\Omega \cdot [Rorf] + [Korf]) \cdot [\phi] \cdot q_o = F_{ro} \end{aligned} \quad (5.8)$$

- onde  $[\phi] \cdot q_o = \dot{X}_{fo}$ , e cabendo ressaltar que  $[Mr] = [Mrr]$ , pois  $[Morr] = [0]$

Reescrevendo a equação a equação 4.17 do subsistema *rotor - filme de óleo*, mantendo a consideração da massa de filme de óleo desprezível:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} [Mrr] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{X}_r \\ \ddot{X}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [Rrr] & [Rrf] \\ [Rfr] & [Rff] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{X}_r \\ \dot{X}_f \end{Bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} [Krr] & [Krf] \\ [Kfr] & [Kff] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_r \\ X_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_r \\ F_f \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Resolvendo para as duas linhas:

$$[Mrr] \cdot \ddot{X}_r + [Rrr] \cdot \dot{X}_r + [Rrf] \cdot \dot{X}_f + [Krr] \cdot X_r + [Krf] \cdot X_f = F_r \quad (5.10)$$

$$[Rfr] \cdot \dot{X}_r + [Rff] \cdot \dot{X}_f + [Kfr] \cdot X_r + [Kff] \cdot X_f = F_f \quad (5.11)$$

- sendo  $F_f$ , na realidade,  $F_f^r$ , que deve ser função de  $F_r$  e  $X_f$

Com excitação harmônica resulta:

$$(-\Omega^2 \cdot [Mrr] + i \cdot \Omega \cdot [Rrr] + [Krr]) \cdot Xro + (i \cdot \Omega \cdot [Rrf] + [Krf]) \cdot Xfo = Fro \quad (5.12)$$

$$(i \cdot \Omega \cdot [Rfr] + [Kfr]) \cdot Xro + (i \cdot \Omega \cdot [Rff] + [Kff]) \cdot Xfo = Ffo' \quad (5.13)$$

A equação 5.12 é a mesma que a 5.8, pois seus termos matriciais apenas estão agrupados para o sistema inteiro, ao invés de discriminados para rotor e filme de óleo isoladamente.

Resolvendo-a para  $Xro$ :

$$Xro = (Fro - (i \cdot \Omega \cdot [Rrf] + [Krf]) \cdot Xfo) \cdot (-\Omega^2 \cdot [Mrr] + i \cdot \Omega \cdot [Rrr] + [Krr])^{-1} \quad (5.14)$$

Substituindo 5.14 em 5.13:

$$(i \cdot \Omega \cdot [Rfr] + [Kfr]) \cdot (Fro - (i \cdot \Omega \cdot [Rrf] + [Krf]) \cdot Xfo) \cdot (-\Omega^2 \cdot [Mrr] + i \cdot \Omega \cdot [Rrr] + [Krr])^{-1} + \\ + (i \cdot \Omega \cdot [Rff] + [Kff]) \cdot Xfo = Ffo' \quad (5.15)$$

Desenvolvendo agora o mesmo equacionamento para coordenadas mistas, a equação 5.9 fica:

$$\begin{bmatrix} [Mrr] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{Xr} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [Rrr] & [Rrf] \cdot [\phi] \\ [\phi^T] \cdot [Rfr] & [\phi^T] \cdot [Rff] \cdot [\phi] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{Xr} \\ \dot{q} \end{Bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} [Krr] & [Krf] \cdot [\phi] \\ [\phi^T] \cdot [Kfr] & [\phi^T] \cdot [Kff] \cdot [\phi] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} Xr \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Fr \\ Ff \end{Bmatrix} \quad (5.16)$$

Analogamente a 5.10 e 5.11:

$$[Mrr] \cdot \ddot{Xr} + [Rrr] \cdot \dot{Xr} + [Rrf] \cdot [\phi] \cdot \dot{q} + [Krr] \cdot Xr + [Krf] \cdot [\phi] \cdot q = Fr \quad (5.17)$$

$$[\phi^T].[Rfr].\dot{Xr} + [\phi^T].[Rff].[\phi].\dot{q} + [\phi^T].[Kfr].Xr + [\phi^T].[Kff].[\phi].q = Ff \quad (5.18)$$

Com excitação harmônica:

$$(-\Omega^2.[Mrr] + i.\Omega.[Rrr] + [Krr]).Xro + (i.\Omega.[Rrf].[\phi] + [Krf].[\phi]).qo = Fro \quad (5.19)$$

$$(i.\Omega.[\phi^T].[Rfr] + [\phi^T].[Kfr]).Xro + (i.\Omega.[\phi^T].[Rff].[\phi] + [\phi^T].[Kff].[\phi]).qo = Ffo \quad (5.20)$$

Definindo as matrizes de flexibilidade:

$$[Hrr] = (-\Omega^2.[Mrr] + i.\Omega.[Rrr] + [Krr])$$

$$[Hrf] = (i.\Omega.[Rrf].[\phi] + [Krf].[\phi])$$

$$[Hfr] = (i.\Omega.[\phi^T].[Rfr] + [\phi^T].[Kfr]) \quad (5.21)$$

$$[Hff] = (i.\Omega.[\phi^T].[Rff].[\phi] + [\phi^T].[Kff].[\phi])$$

Substituindo as equações 5.21 em 5.19 e 5.20:

$$[Hrr].Xro + [Hrf].qo = Fro \quad (5.22)$$

$$[Hfr].Xro + [Hff].qo = Ffo \quad (5.23)$$

$$\text{Mas } X = [\phi].q \quad \Rightarrow \quad qo = [\phi]^{-1}.Xo \quad (5.24)$$

Aplicando 5.24 em 5.22 e 5.23:

$$[Hrr].Xro + [Hrf].[\phi]^{-1}.Xfo = Fro \quad (5.25)$$

$$[Hfr].Xro+[Hff].[\phi]^{-1}.Xfo = Ffo \quad (5.26)$$

Da equação 5.26:

$$Xro = [Hrr]^{-1} \cdot (Fro - [Hrf] \cdot [\phi]^{-1} \cdot Xfo) \quad (5.27)$$

Substituindo 5.27 em 5.26:

$$Ffo = Ffo' = [Hfr] \cdot [Hrr]^{-1} \cdot Fro - [Hfr] \cdot [Hrr]^{-1} \cdot [Hrf] \cdot [\phi]^{-1} \cdot Xfo + \\ + [Hff] \cdot [\phi]^{-1} \cdot Xfo \quad (5.28)$$

Com base nas expressões 5.15 (ou 5.28) e 5.4 e, dispendo-se dos dados necessários, fl pode ser iterada para as incógnitas  $mf_i$ ,  $rf_i$  e  $kf_i$ , para todas as rotações de interesse.

Uma particularidade desvantajosa desse método provém do fato dele depender da inversão de  $[\phi]$ , conforme a equação 5.4. Isso acarreta na necessidade dessa matriz ser quadrada, o que implica no número de graus de liberdade da fundação nos pontos de conexão ter de ser igual ao número de modos dela vibrar.

### 5.3 Método dos Deslocamentos

Da mesma forma que no método anterior, os parâmetros incógnitos são iterados para uma função de minimização que, nesse caso, lida com as diferenças entre as respostas em frequência da fundação (nos pontos de conexão) obtidas por medições dos deslocamentos absolutos e relativos, e as respectivas respostas analíticas, obtidas por um modelo matemático.

$$f2 = \sum_{\Omega} \sum_k (Xfo_k^{med} - Xfo_k(\Omega, Xro, p))^2 \quad (5.29)$$

- onde:  $p$  = vetor dos parâmetros modais da fundação

$Xfo_k^{med}$  = deslocamento absoluto do suporte do mancal (medido)

$Xfo$  = deslocamento absoluto do suporte do mancal (calculado)

$Xro$  = deslocamento relativo entre rotor e mancal

$\Omega$  = rotação

$k$  = mancal

$f2$  = função de minimização respectiva

Os deslocamentos  $Xfo$  analíticos são função da rotação, dos parâmetros modais e dos deslocamentos relativos  $Xrfo$ . Sua dedução é proveniente das expressões relativas à fundação em coordenadas modais.

Desenvolvendo-se a equação 4.27 para uma excitação harmônica:

$$(-\Omega^2 \cdot [mf] + i \cdot \Omega \cdot [rf] + [kf]) \cdot qo = -[\phi^T] \cdot Ffo \quad (5.30)$$

Da equação 4.38 se obtém os esforços (analíticos) transmitidos à fundação pelo filme de óleo, também para uma excitação harmônica:

$$Ffo = (i \cdot \Omega \cdot [Ro] + [Ko]) \cdot Xrfo \quad (5.31)$$

Substituindo a equação 5.31 na 5.30:

$$(-\Omega^2 \cdot [mf] + i \cdot \Omega \cdot [rf] + [kf]) \cdot qo = -[\phi^T] \cdot (i \cdot \Omega \cdot [Ro] + [Ko]) \cdot Xrfo \quad (5.32)$$

Observa-se que esse método não depende da inversão da matriz modal  $[\phi]$  da fundação e nem é necessário o conhecimento da força de excitação externa  $Fro$ . Todavia, precisa-se dos deslocamentos relativos  $Xrf$  entre rotor e carcaças de mancais.

Analisando a equação 5.32, nota-se que, de acordo com o desenvolvimento demonstrado, devem ser conhecidos, quando do início do cálculo, as matrizes do filme de óleo e também a matriz modal da fundação (conforme item 3.1.3), da mesma forma que no método anterior. A matriz dos modos da fundação deve ser fornecida pelo usuário do programa, fato

que, à medida de uma maior complexidade do modelo, pode afetar a confiabilidade dos cálculos em função das menores possibilidades dos modos assumidos corresponderem à realidade. No caso, sendo a fundação em análise um corpo rígido, tornou-se simples a sua construção, tendo sido considerados apenas os movimentos de rotação e translação de corpo rígido nas direções transversais ao rotor (item 8.2.1). Obtidas as medições dos deslocamentos relativos, pode-se então calcular  $q_0$ , uma vez que já se tenha os valores iniciais dos parâmetros (como no método anterior), juntamente com suas faixas de variação, que são nada mais do que intervalos arbitrários abrangentes o suficiente para que os valores calculados recaiam dentro deles próprios, estipulados pelo bom senso e experiência. Finalmente, os deslocamentos absolutos analíticos podem ser calculados através da equação 4.24. Fazendo-se as comparações necessárias, pela aplicação da função de minimização, o método deve convergir, através de sucessivas iterações, para os valores corretos de parâmetros modais desejados.

Comparando-se os dois métodos apresentados, o dos deslocamentos proporciona uma vantagem evidente, quando da sua aplicação, por permitir que se insira no sistema apenas os modos da fundação (nos mancais) que são relevantes, ou os que são conhecidos, ou simplesmente disponíveis. Já o método anterior das forças impõe que  $[\phi]$  seja inversível e que, portanto, seja quadrada, exigindo que se estime (ou mesmo se crie) modos adicionais que viabilizem os cálculos envolvidos. Tal procedimento fornece resultados pouco confiáveis. Contudo, o Método dos Deslocamentos depende de uma instrumentação mais sofisticada por não necessitar apenas dos deslocamentos absolutos da fundação como dados experimentais; ele depende também do conhecimento dos deslocamentos relativos.

## **Capítulo 6**

### **Métodos numéricos de minimização**

As funções de minimização decorrentes dos métodos de identificação podem requisitar uma sistemática bem complexa para sua solução, dependendo do modelo em análise. Além disso, diversas estratégias podem ser seguidas, dependendo do interesse em questão. Idealmente, a melhor sistemática seria aquela que alcançasse resultados perfeitos com custo computacional mínimo. Mas, na realidade, tenta-se achar uma solução de compromisso entre precisão e demanda de processamento, tendendo mais para um ou outro conforme o objetivo da análise e a capacidade dos equipamentos utilizados para o modelagem.

Dois métodos numéricos são estudados: o Método das Probabilidades e o Método da Razão Áurea (desenvolvido no trabalho), ambos aplicados à função de minimização do Método dos Deslocamentos de identificação de parâmetros modais de fundação.

#### **6.1 Método das Probabilidades**

Este método numérico trabalha com os intervalos de incerteza estipulados para cada parâmetro, dividindo-os e alterando-os em subintervalos, baseando-se, para isso, nas maiores probabilidades de se encontrar o valor mínimo da função, assumidas como localizadas nas proximidades do subintervalo em que a função assume menor valor, na iteração.

Inicialmente, cada intervalo de incerteza é previamente estabelecido de modo arbitrário com base em expectativas para cada parâmetro, inseridas na forma de intervalos amplos.

Cada um deles, então, é dividido em 6 segmentos, para os quais a função de minimização é calculada em cada ponto médio. Dependendo de onde, nessa iteração, o mínimo se localiza, os limites de todo o conjunto de subintervalos são calculados novamente no sentido da aproximação daquele mínimo. Os cálculos são baseados em ponderações específicas para cada um dos seis subintervalos a partir dos valores iniciais e dos limites inferiores e superiores inicialmente fornecidos pelo usuário do método.

Chamando cada subintervalo de segmento, assim eles são posicionados:

1° segmento:  $X(I) = (3.XS(I) + L(I))/4$

2° segmento:  $X(I) = (3.XS(I) + U(I))/4$

3° segmento:  $X(I) = (XS(I) + U(I))/2$

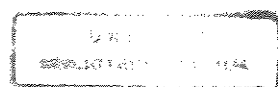
4° segmento:  $X(I) = (XS(I) + L(I))/2$

5° segmento:  $X(I) = (XS(I) + 3.L(I))/4$

6° segmento:  $X(I) = (XS(I) + 3.U(I))/4$

Assim, o intervalo arbitrado inicialmente é subdividido em seis segmentos, definidos em torno de seis pontos  $X(I)$ , estimados conforme o equacionamento acima por meio das ponderações entre os valores iniciais  $XS(I)$  e os valores extremos, superiores e inferiores  $U(I)$  e  $L(I)$ , respectivamente. A função de minimização é, então, calculada para cada um dos seis pontos  $X(I)$ . O segmento cujo  $X(I)$  tem o menor valor para a função de minimização é selecionado, e o intervalo de procura, conseqüentemente, é reduzido e deslocado na direção desta região, abrangendo-a inclusive.

Esse deslocamento dos novos limites, recalculados segundo um critério próprio estabelecido (DEDINI [18]), é também realizado considerando-se as maiores probabilidades de ocorrência do mínimo dentro da nova faixa estabelecida. Para tanto, assume-se que o objetivado valor mínimo da função se localiza, provavelmente, nas proximidades do ponto selecionado, no interior da região englobada pelo novo intervalo. Os limites dos novos intervalos podem, inclusive, ultrapassar os limites originais prévios, o que constitui uma particularidade interessante do método.





## 6.2 Método da Razão Áurea

O Método da Razão Áurea minimiza a função “ $f_2$ ” do Método dos Deslocamentos e, como consequência disso, calcula os parâmetros modais da fundação. Para tal, utiliza como fundamento o Algoritmo da Razão Áurea (ARORA [2]) - que consiste num tipo básico de otimização de funções unidimensionais e unimodais - dirigindo-o a uma condição mais adversa.

Promovendo nesse algoritmo uma adaptação para funções unidimensionais de comportamento desconhecido, ou seja, não necessariamente unimodais, pode-se aplicá-lo mais genericamente. Mas, para o tipo de estudo de fundação pretendo, a função em foco a ser minimizada depende de mais de uma variável e, portanto, torna-se não-unidimensional. O método desenvolvido abre as possibilidades de aplicação a funções não só com mais de um modo, como também a funções de mais de uma dimensão (ou, no caso, ambos os tipos).

### 6.2.1 Algoritmo da Razão Áurea

A sistemática de minimização de funções unidimensionais e unimodais (*com concavidade voltada para cima*), pelo algoritmo em questão, obedece a uma lógica simples. Estabelecido um intervalo inicial de procura na coordenada independente (parâmetro modal, no caso), a função é calculada para os seus valores extremos, chamados de  $\alpha_l$  e  $\alpha_u$ , e para dois valores intermediários simétricos,  $\alpha_a$  e  $\alpha_b$  (estes *alfas* são denominados, neste trabalho, de parâmetros temporários, já que são ferramentas utilizadas nas tentativas de melhor aproximação do real parâmetro “ $\alpha$ ”, e vão assumindo novos valores no desenvolver das iterações).

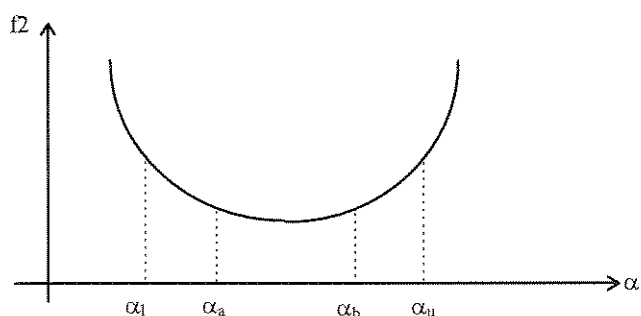


Figura 6.1 - Exemplo de Função Unimodal e Unidimensional.

Faz-se, então, as seguintes comparações e conclusões:

- 1) Se  $f(\alpha_a) < f(\alpha_b)$ , então o mínimo de  $f_2$  deve se localizar entre  $\alpha_l$  e  $\alpha_b$ ;
- 2) Se  $f(\alpha_a) > f(\alpha_b)$ , então o mínimo de  $f_2$  deve se localizar entre  $\alpha_a$  e  $\alpha_u$ ;
- 3) Se  $f(\alpha_a) = f(\alpha_b)$ , então o mínimo deve ficar entre  $\alpha_a$  e  $\alpha_b$ .

Após cada comparação, uma fração do intervalo de procura é dispensada, reduzindo-o a cada iteração, para cada parâmetro investigado. No primeiro caso, é dispensada a fração de  $\alpha_b$  a  $\alpha_u$ ; no segundo, de  $\alpha_l$  a  $\alpha_a$ ; e finalmente, se  $f(\alpha_a) = f(\alpha_b)$ , situação bem pouco freqüente, são dispensadas as frações de  $\alpha_l$  a  $\alpha_a$  e de  $\alpha_b$  a  $\alpha_u$ . Uma vez definido o novo intervalo, novos parâmetros temporários são estipulados, repetindo-se o processo até que se alcance a precisão desejada, ou até que seja atingido um número finito de iterações.

O algoritmo, todavia, pelo fato de usar a razão áurea da Série de Fibonacci, adquire uma propriedade que o torna bastante vantajoso em relação a outros algoritmos semelhantes, tais como o de procura por intervalos iguais ou o de intervalos iguais alternados.

A Série de Fibonacci consiste em uma seqüência numérica onde cada número é resultado da soma dos dois imediatamente antecessores. Começando com 0 e 1, tem-se:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ... , etc

À medida que a série tende a infinito, a razão entre dois números subseqüentes tende ao valor da razão áurea, que é de aproximadamente 1,618. Ainda que essa característica seja bem ilustrativa, a real contribuição desse valor provém de uma propriedade única, melhor demonstrada pelo equacionamento a seguir.

Seja  $\alpha$  o parâmetro em análise. Deseja-se posicionar  $\alpha_a$  e  $\alpha_b$  de modo que, dispensada uma fração do intervalo, um ou outro (conforme o lado da fração dispensada) coincida com os novos  $\alpha_b'$  ou  $\alpha_a'$ , nesta ordem respectivamente, do intervalo remanescente.

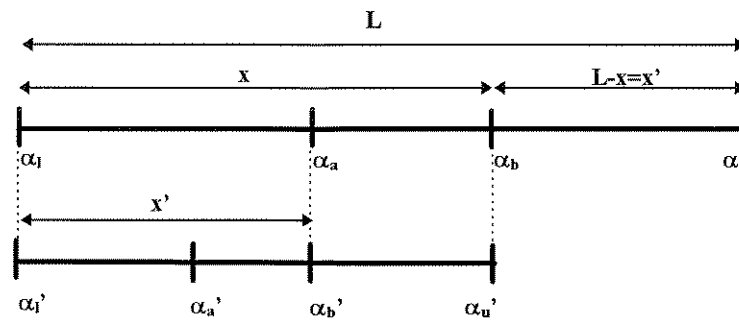


Figura 6.2 - Esquema de Intervalos em Proporção Áurea

Conforme o caso da figura 6.2,  $f(\alpha_a) < f(\alpha_b)$ . Considerando que se queira fazer as seguintes igualdades:

- $\alpha_u' - \alpha_l' = \alpha_b - \alpha_l = x$
- $\alpha_b' - \alpha_l' = \alpha_a - \alpha_l = L - x = x'$

Assim, valem as proporções:  $L/x = x/(L-x)$

O que resulta :  $x^2 + L \cdot x - L^2 = 0$

Resolvendo para x:  $x = (-L + \sqrt{L^2 + 4L^2})/2$

Solução possível:  $x = L \cdot (\sqrt{5} - 1)/2 = \text{aprox. } 0,618 \cdot L^*$

\*Convém ressaltar que a razão áurea consiste na proporção  $L/x$ , que vale  $2/(\sqrt{5} - 1)$  ou, como já mencionado, aproximadamente 1,618.

Ou seja, para cada intervalo de procura, os parâmetros temporários  $\alpha_a$  e  $\alpha_b$  devem se posicionar a aproximadamente respectivos 0,382 e 0,618 do comprimento total “L”, para que, no intervalo subsequente um dos dois permaneça “utilizável”, com a posição relativa invertida. A grande vantagem dessa característica se encerra no fato de que, a cada iteração, a função precisa ser calculada apenas uma vez: ou é calculada para o novo  $\alpha_a$ , ou para o novo  $\alpha_b$ . Um

dos dois sempre coincide com o simétrico do intervalo anterior e, além disso, naturalmente, os novos valores extremos também são aproveitados a partir dos parâmetros temporários anteriores (vide figura). No exemplo:  $\alpha_1' = \alpha_1$ ,  $\alpha_a' = 0,382 \cdot (\alpha_u' - \alpha_1')$ ,  $\alpha_b' = \alpha_a$  e  $\alpha_u = \alpha_b$ . Conseqüentemente, são conhecidos  $f(\alpha_1')$ ,  $f(\alpha_b')$  e  $f(\alpha_u')$ , sendo necessário calcular apenas  $f(\alpha_a')$ .

Outra característica importante do algoritmo é a forma como o intervalo inicial de procura é estabelecido. A partir de um intervalo prévio mais amplo, estipulado arbitrariamente para cada parâmetro, o algoritmo procura a primeira região onde certamente deve haver um ponto para o qual a função atinge um valor mínimo, definindo assim aquele intervalo inicial. Para tanto, ele inicia calculando  $f_2$  para o valor mínimo de  $\alpha$  (chamado de  $\alpha_{\min}$ ) e o compara com  $f_2$  para  $\alpha_{\min}$  acrescido de um incremento. Havendo um decréscimo na função, um novo incremento é somado ao segundo  $\alpha$ , e a sua respectiva  $f_2$  é também calculada. Uma nova comparação é feita, e o processo é repetido até que seja encontrado um parâmetro temporário para o qual a sua correspondente  $f_2$  é maior que a  $f_2$  do  $\alpha$  imediatamente anterior. Quando isso acontece, necessariamente existe um ponto de mínimo entre o último e o antepenúltimo  $\alpha$ . Deste modo, o intervalo inicial de procura fica definido e a sua redução em direção ao ponto de mínimo pode ser inicializada.

No entanto, o incremento adotado no Algoritmo da Razão Áurea não é constante. A cada iteração ele é multiplicado pela razão áurea, o que significa um crescente avanço do parâmetro temporário na direção de  $\alpha_{\max}$ . Uma desvantagem desse procedimento consiste da possibilidade do intervalo inicial de procura resultar muito grande em comparação com o caso de um incremento sem fator multiplicativo. Todavia, a definição desse intervalo ocorre rapidamente, mesmo quando o incremento inicial é pequeno, proporcionando, nesse aspecto, alívio na demanda de cálculos.

Equacionando a sistemática acima, tem-se:

Sejam:      $ra$  = razão áurea  
           $\alpha_{\min}$  = limite inferior do intervalo inicial arbitrário  
           $\alpha_{\max}$  = limite superior do intervalo inicial arbitrário

$\delta$  = fator multiplicativo do incremento

$q$  = número da iteração de definição de intervalo

Para	$q = 0;$	$\alpha_0 = \alpha_{\min}$
	$q = 1;$	$\alpha_1 = \alpha_0 + ra \cdot \delta$
	$q = 2;$	$\alpha_2 = \alpha_1 + ra^2 \cdot \delta$
	$q = 3;$	$\alpha_3 = \alpha_2 + ra^3 \cdot \delta \dots$

Sintetizando:  $\alpha_q = \alpha_{q-1} + ra^q \cdot \delta$  (6.1)

### 6.2.2 O Método Desenvolvido

Fundamentado no Algoritmo da Razão Áurea, esse método foi desenvolvido para tratar com funções multimodais e multidimensionais, pois a função de minimização tem a princípio um comportamento desconhecido e é dependente de todos os parâmetros modais incógnitos, ou seja, ela pode ter muitos modos (e correspondentes concavidades) e número de dimensões igual ao número de parâmetros.

O algoritmo, então, foi incorporado a um programa computacional onde a função é tratada dimensão por dimensão, ou melhor, parâmetro por parâmetro, cada um por vez se comportando como variável. Além disso, o programa lida com a possibilidade de haver muitos modos, dentro de cada dimensão, através da partição do intervalo prévio arbitrário em um número inteiro de subintervalos iguais, e da análise do comportamento da curva em cada um deles. Independentemente das concavidades ou dos detalhes das formas dos subintervalos, seus mínimos são localizados, assumidos como únicos mínimos locais em suas respectivas partições, e comparados entre si de modo que o menor deles é tomado como mínimo global.

Entretanto, toda a manipulação de dados e cálculos se faz a nível numérico, o que não viabiliza um discernimento claro da conduta da função. O ponto de mínimo, na verdade, não é realmente localizado, mas sim a sua região dentro do intervalo, a qual não necessariamente é a única, mas muito possivelmente é a primeira, dependendo do nível de oscilação da curva e do grau de refinamento adotado para o estabelecimento do intervalo inicial de procura. Ainda que

o programa esteja habilitado a lidar com os casos de concavidade voltada para baixo, ou casos de funções puramente crescentes ou decrescentes, sempre há a chance da função omitir extremos marginais dentro dos intervalos dos processos iterativos. Tudo depende do  $\delta$  inicial, do número de subintervalos estipulados, do grau de precisão exigido, do limite de iterações existente, ou mesmo de limitações computacionais. Mesmo que o algoritmo em si faça uso de um incremento progressivo, nada impede que, no intuito da precaução a oscilações inesperadas na curva, se faça necessário manter esse incremento constante.

O funcionamento do método pode ser mostrado no exemplo hipotético:

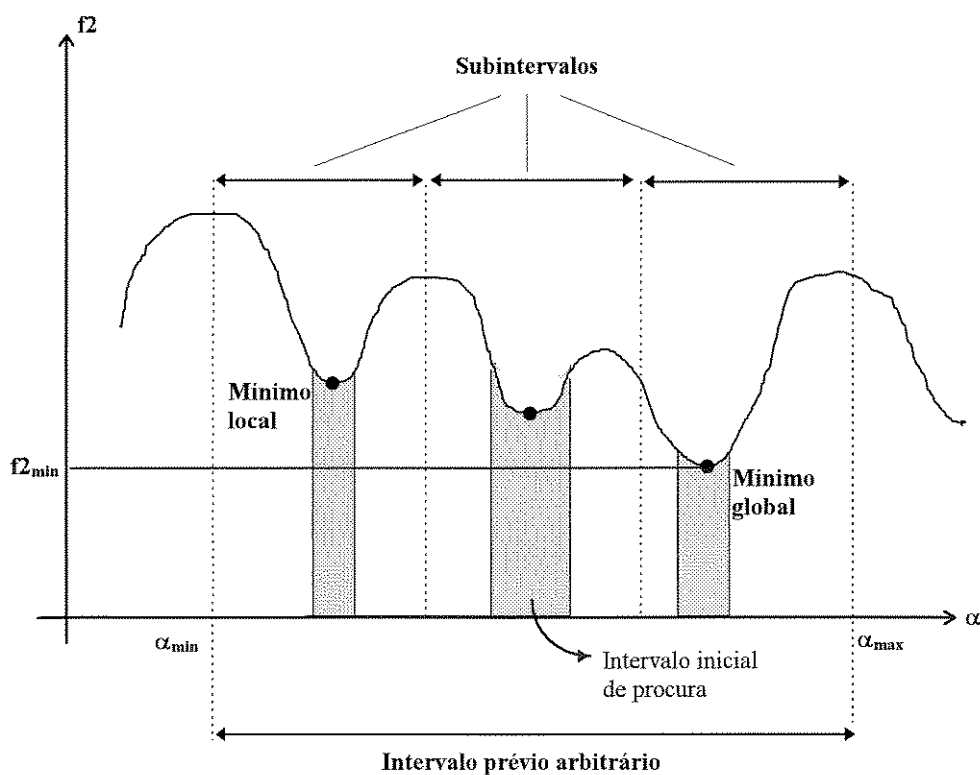


Figura 6.3 - Esquema da Estratégia de Procura de cada Parâmetro

Conforme se observa na figura, a função tem mais de um modo, mas é unidimensional. Isso corresponde ao tipo de função analisado pelo método, dimensão por dimensão, isto é, parâmetro por parâmetro. Na verdade, o número de dimensões é maior que 1, sendo equivalente ao número de parâmetros procurados, que, no caso, são a massa modal, a frequência natural e o fator de amortecimento, para cada grau de liberdade da fundação, correspondente aos mancais. O método em questão, tratando a função parâmetro por

parâmetro, analisa-a unidimensionalmente, mantendo constante os valores dos parâmetros restantes.

É importante comentar que ainda que os referidos parâmetros constituam a base das referências e iterações de ambos métodos, o seu processamento interno aos programas segue as equações descritas nos Capítulos 4 e 5, onde os parâmetros tratados da fundação são, diferentemente, “mf”, “rf” e “kf”. O que ocorre, quando da etapa de minimização e conseqüente interação com o usuário, é uma conversão para os parâmetros modais do “tipo” primeiro, por serem mais “amigáveis” quanto ao significado prático para a compreensão da dinâmica do sistema. Assim, é melhor dispor-se de dados na forma de frequência natural e fator de amortecimento do que na de rigidez modal e amortecimento modal.

Equivalência:

- frequência natural ( $\omega$ ) =  $\sqrt{kf / mf}$
- fator de amortecimento ( $\zeta$ ) =  $rf / (2 \cdot mf \cdot \omega)$
- massa modal (mf) = mf

O Algoritmo da Razão Áurea, por si só, apenas calcula o valor cada de parâmetro para o primeiro mínimo da função, segundo uma estratégia\* definida, dentro do intervalo estabelecido, para o primeiro modo de uma função com a concavidade voltada para cima. A adaptação do método aqui desenvolvido, quanto ao tratamento com funções de mais de um modo, consiste no cálculo do primeiro mínimo para cada um dos subintervalos de igual comprimento, definidos por um número arbitrário fornecido como dado de entrada ao programa e, conseqüentemente, na seleção do subintervalo “vencedor” como o subsequente para a continuidade da procura. Além disso, para se tratar com concavidades de diferente orientação, ou mesmo com funções puramente crescentes ou decrescentes, foram incluídos procedimentos apropriados, de modo a sempre ser definida uma região, o mais estreita possível, onde o mínimo provavelmente se encontra.

Os procedimentos citados consistem numa sistemática minuciosa de análise de cada intervalo onde, para cada iteração, são comparados os respectivos valores de “f2” dois a dois e, conforme o resultado, o comportamento da curva é “enquadrado” em uma das várias possíveis categorias previstas: - função crescente; - função decrescente; - reta horizontal; -

função côncava para cima; - função côncava para baixo. No caso das funções côncavas, os valores de  $f_2$  para as fronteiras dos subintervalos podem perfazer o mínimo local. Claro que é possível que a função, mesmo dentro do subintervalo, possa ter o seu comportamento enquadrado erroneamente ou não se assemelhar com nenhuma das formas previstas; porém, pode-se tentar evitar isso através de uma boa administração do valor do incremento de procura, pois tais mal interpretações provavelmente devem se originar de um fenômeno semelhante ao “leakage” da análise de sinais, decorrente da baixa resolução de amostragem.

\*Utilizou-se no trabalho de uma estratégia simples com relação à priorização dos parâmetros modais a serem investigados. Apenas obedecendo à ordem de entrada dos dados iniciais, os parâmetros são calculados um a um, a partir dos dados sugeridos inicialmente a todos eles. À medida que cada um é calculado, o parâmetro subsequente é determinado a partir da mesma base de dados do anterior, apenas com a diferença de que o valor correspondente a esse mesmo anterior fica atualizado. Portanto, o último dos parâmetros acaba por ser o que tem maiores probabilidades de se aproximar do seu respectivo valor correto.

Ainda que tal estratégia não seja propriamente “democrática”, promoveu bons resultados (Capítulo 8); talvez pela simplicidade do modelo analisado (Capítulo 7). Todavia, mesmo que rudimentar, ela mostrou, inserida no contexto dos métodos envolvidos, um ótimo desempenho comparativo. Por conseguinte, o Método da Razão Áurea oferece amplas possibilidades de aperfeiçoamento, o que sugere interessantes potencialidades; últimas tais que podem se estender desde à sua aplicação a fundações mais complexas e flexíveis, como também a qualquer outro problema que envolva otimização de funções multimodais e/ou multidimensionais. Porém, convém lembrar que o manejo adequado de qualquer ferramenta computacional depende diretamente do nível de consciência das características e particularidades do sistema em análise, assim como, obviamente, do conhecimento e domínio das ciências envolvidas.



## Capítulo 7

### Descrição do sistema analisado

O Método dos Deslocamentos, para a identificação de parâmetros modais de fundação, foi aplicado a um sistema constituído por um rotor horizontal, dois mancais hidrodinâmicos e uma fundação. No sentido de se atingir o objetivo proposto, o intento da aplicação foi a verificação do funcionamento dos métodos numéricos, comparando os seus resultados obtidos com respectivos valores já esperados, previamente estabelecidos, e comparando-os também entre si.

Primeiramente, dispondo-se dos modelos analíticos do rotor e do filme de óleo dos mancais, assim como de um modelo estabelecido de fundação rígida, calculou-se a resposta em frequência do sistema através de um programa computacional previamente implementado, versado em FORTRAN, correspondente ao Método dos Deslocamentos. De posse destes dados (devidamente preparados), dos modos de vibrar de corpo rígido da fundação nos pontos correspondentes aos mancais, e dos intervalos iniciais de incerteza de cada parâmetro modal da última (juntamente com seus respectivos valores iniciais), identificou-se tais parâmetros fazendo-se uso dos dois métodos numéricos de minimização. O programa utilizado para a identificação também foi versado em FORTRAN e permite a opção entre duas subrotinas, cada uma correspondendo a um método numérico, a saber, o Método das Probabilidades e o Método da Razão Áurea. Com os valores identificados, conforme Capítulo 8, novamente foi calculada a resposta em frequência do sistema, permitindo assim uma análise comparativa dos métodos numéricos, baseada na resposta inicial (com os parâmetros da fundação arbitrados).

## 7.1 O rotor

O modelo do rotor, por elementos finitos, é composto de 26 elementos, ou seja, 27 nós, sendo que, nas linhas de conexão com os mancais e fundação, estão os nós 2 e 25.

A modelagem pelo Método dos Elementos Finitos parte de uma aproximação de sua geometria a um eixo de simetria radial maciço. Sua resposta em frequência foi calculada com base no conhecimento das características do seu material constituinte, no modelo analítico do filme de óleo e, por último, no conhecimento dos parâmetros modais da fundação, arbitrariamente estabelecidos com o objetivo de aproximá-la de um comportamento rígido.

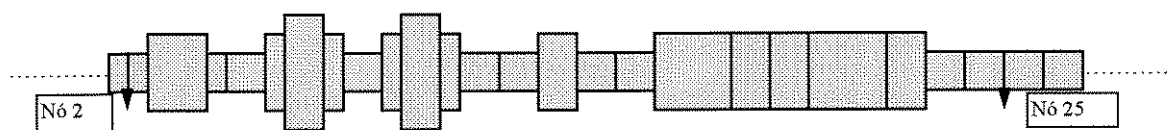


Figura 7.1 - Exemplo de rotor discretizado em elementos finitos  
(26 elementos e com a localização que teriam os nós 2 e 25)

Conforme foi mostrado no Capítulo 3, o rotor foi discretizado em elementos de viga circular com oito graus de liberdade, sendo quatro graus em cada extremidade. Todavia, para efeito de avaliação da sua resposta em frequência, foram exibidos apenas os seus deslocamentos verticais e horizontais no plano transversal ao eixo de rotação, juntamente com as respectivas fases. As rotações nos nós (não incluindo a rotação axial segundo o próprio eixo) foram omitidas por não adicionarem informações relevantes à análise do comportamento vibratório.

A figura 7.1 mostra um modelo esquemático de rotor. Na tabela 7.1 são relacionadas as dimensões do rotor analisado, distribuídas elemento a elemento, assim como as massas inerciais “acrescentadas” aos elementos maiores. Tais acréscimos constituem um artifício para se contornar problemas de mal condicionamento de matriz, decorrentes de variações muito grandes entre os valores dos seus elementos. Na verdade, as massas grandes são divididas em duas partes, sendo apenas uma delas incluída numa matriz em separado. Vale ressaltar que o rotor é maciço, tendo portanto somente diâmetro externo.

Número do Elemento	Diâmetro Externo (mm)	Comprimento Longitudinal (mm)	Massa Acrescentada (Kg)
1	85	95	0
2	85	90	0
3	92	60	0
4	98	180	0
5	108	76.2	0
6	121.4	87.6	18.6
7	115	86.2	0
8	117	76.2	0
9	136.8	73.8	12.5
10	118	66.2	0
11	128.6	83.8	13
12	160	40	50
13	160	40	50
14	128.5	83.7	0
15	123.7	66.2	0
16	120	73.8	12.5
17	123.6	66.3	0
18	136.7	73.7	12.5
19	111	61.3	0
20	125	57.4	0
21	122	57.5	0
22	98	190	0
23	92	60	0
24	85	90	0
25	85	70	0
26	82	190	0

Tabela 7.1 - Dimensões do rotor do sistema analisado

O material do eixo é uma aço carbono, cujo módulo de elasticidade (E) e densidade ( $\rho$ ) apresentam os seguintes valores padronizados:

$$E = 206.8 \text{ E9 N/m}^2$$

$$\rho = 7800 \text{ Kg/m}^3$$

O amortecimento estrutural equivalente do eixo é considerado proporcional à sua rigidez, podendo ser calculado através da respectiva matriz, obtida do seu modelo analítico, segundo a expressão:

$$[R] = \beta.[K] \tag{7.1}$$

- onde  $\beta = 0.005$ , aproximadamente

## 7.2 O filme de óleo

O filme de óleo, calculado analiticamente, foi modelado a partir da integração da equação de Reynolds (Capítulo 3). Sua massa foi considerada desprezível, restando como parâmetros dinâmicos apenas os seus coeficientes equivalentes de amortecimento e rigidez.

Tais parâmetros, ou coeficientes equivalentes, variam com a velocidade de rotação da turbina e apresentam, para ambos parâmetros K e R, nos dois mancais, termos mistos em ambas direções x (horizontal) e y (vertical). Isso constitui uma evidência do acoplamento que ocorre entre ambas direções acima, resultado do comportamento assimétrico do filme de óleo, confinado entre os lobos dos mancais e o rotor em movimento. Nesta situação, o próprio peso do rotor imprime uma carga sobre o filme de óleo que, cedendo, permite ao primeiro um posicionamento assimétrico, que por sua vez é “combatido” pelo movimento de rotação, que arrasta o óleo à uma melhor hegemonia, graças à sua viscosidade. Como resultados desses esforços dinâmicos, ocorre uma interdependência entre as impedâncias horizontal e vertical e uma variação na posição de “flutuação” do rotor, além de outras variações dependentes da rotação, tais como as temperaturas e a própria viscosidade.

### 7.3 A fundação

Toda a estrutura que compõe os mancais, à exceção do filme de óleo, está rigidamente atrelada à estrutura da fundação, fazendo então parte dela. Como mencionado anteriormente, essa primeira estrutura (carcaça) pode ser descrita como um detalhe do subsistema fundação.

Os mancais do modelo analisado são hidrodinâmicos do tipo bilobado, e suportam o rotor nos pontos equivalentes aos nós 2 e 25. Suas especificações são resumidas abaixo:

Diâmetro:	85 mm
Largura:	20 mm
Folga radial:	100 $\mu\text{m}$
Lobo inferior:	20° a 160°
Lobo superior:	180° a 360°

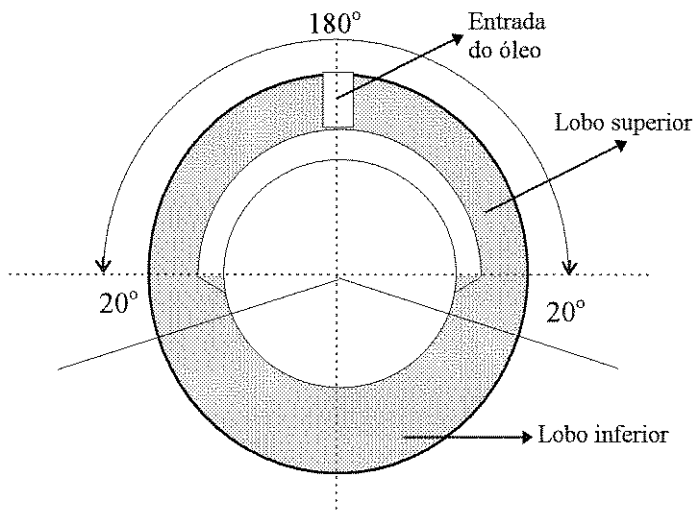


Figura 7.2 - Esquema da Seção Transversal do Mancal

Os coeficientes dinâmicos de rigidez ( $K_o$ ) e amortecimento ( $R_o$ ) equivalentes do filme de óleo são estimados numa faixa de 500 a 15000 rpm, onde se deseja analisar a resposta em frequência do rotor. A escolha dessa amplitude de faixa de rotação se baseou nos

procedimentos usuais adotados em trabalhos da área, conforme bibliografia. A temperatura de entrada do filme de óleo, neste caso, foi considerada de 60 °C.

As características estruturais e/ou demais especificações da fundação propriamente dita, e também do solo, não são relevantes para o estudo. O que realmente importa são os efeitos dinâmicos trocados entre o subsistema fundação, como um todo, e o subsistema rotor/filme de óleo, através das conexões apropriadas. Os dados dos mancais, todavia, são importantes por serem necessários à modelagem do filme de óleo.

O subsistema fundação, conforme o Capítulo 1, encerra as estruturas dos mancais, a estrutura da fundação e o solo. Mas, por simplicidade, quando se menciona apenas fundação, deve ser entendido como todo o subsistema respectivo.

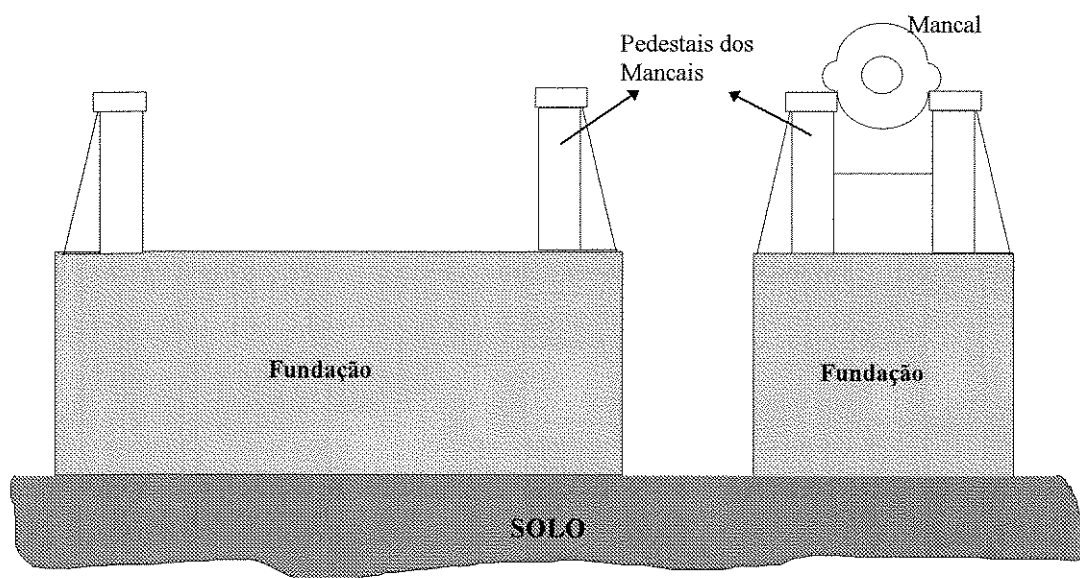


Figura 7.3 - Representação da Estrutura do Subsistema Fundação.

A fundação do sistema em análise teve seu comportamento dinâmico previamente definido como sendo rígido. Para tal, os seus parâmetros modais, a serem identificados em outra etapa, foram arbitrariamente estipulados com esse propósito.

Os parâmetros estabelecidos, para os dois mancais e nas duas direções, foram:

Massa modal:	$m_f = 10 \text{ Kg}$
Amortecimento modal:	$r_f = 1.0 \text{ E6 N.s/m}$
Rigidez modal:	$k_f = 1.0 \text{ E9 N/m}$

Em termos de frequência natural e de fator de amortecimento, resulta:

$$\omega = (k_f/m_f)^{1/2} = (10^9/10)^{1/2} = 10^4 \Rightarrow \omega = 10000 \text{ rad/s}$$

$$\xi = r_f/r_{\text{critico}} = r_f/(2.m_f.\omega) = 10^6/(2.10.10^4) \Rightarrow \xi = 5$$

Portanto, a fundação a ser identificada deve convergir, idealmente, para os valores de parâmetros supracitados. No caso, o programa de minimização utilizado apresenta seus resultados finais na forma de frequência natural, fator de amortecimento e massa modal.

#### 7.4 Dados de Entrada para Resposta em Frequência

Como foi dito anteriormente, a resposta em frequência foi analisada na faixa da 500 a 15000 rpm, com passo de 100 rpm. Os nós selecionados, a partir do modelo por elementos finitos (27 nós), foram os seguintes: 1, 2, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 25 e 27. Destes pontos, os de número 2 e 25 correspondem, como previamente citado, ao posicionamento dos mancais.

A excitação externa por massas desbalanceadas foi localizada em dois nós, entre os mancais, a saber:

Nó 6:        massa de 0.0125 Kg        distância radial de 0.1 m a 90°

Nó 20:      massa de 0.0250 Kg        distância radial de 0.1 m a 90°

Desta forma, para maior facilidade de aplicação do método de identificação, a excitação imposta ao sistema atua, de maneira mais significativa, no primeiro modo flexional do eixo.

## Capítulo 8

### Aplicações e Resultados

Para o sistema descrito no Capítulo 7, foi calculada a resposta em frequência através de um programa computacional específico, previamente desenvolvido e implementado neste trabalho. Este programa, chamado ANSTANFOND, é parte integrante do ROTORTEST e corresponde ao bloco 5 do Apêndice A. Esta resposta foi computada em arquivos diferenciados, de modo a ficar preparada para ser utilizada pelo programa de minimização. Naturalmente, a fundação a ser identificada a partir destes dados deve se comportar rigidamente, ou melhor, deve ter seus parâmetros modais próximos (se possível iguais) aos estabelecidos, quando do primeiro cálculo. De posse dos parâmetros identificados, novamente foi calculada a resposta em frequência do sistema, podendo-se, assim, avaliar de duas maneiras o grau de convergência do método de identificação para os dois processos numéricos de procura de parâmetros, seja pela comparação entre os valores dos parâmetros modais, ou seja pela comparação entre as respostas em frequência.

#### 8.1 Resposta Inicial

Inicialmente, para o cálculo da resposta em frequência do sistema com fundação estabelecida rígida, não foram tomados os deslocamentos (e fases) de todos os 27 nós do rotor discretizado, mas sim de 17 deles, para facilidade de cálculo, contendo obrigatoriamente, porém, os nós de extremidade do eixo e os nós de posicionamento dos mancais (2 e 25), que foram analisados. O critério de escolha assumido se baseou na avaliação qualitativa da representatividade de cada nó, segundo as características físicas do rotor em cada região



correspondente. Também foram calculadas as respostas dos dois nós associados às estruturas dos mancais (subsistema fundação). Os valores encontrados mostram claramente que, em vista dos parâmetros impostos à fundação, praticamente só o rotor vibra. Conforme as tabelas 8.1 a 8.4, nota-se que os deslocamentos dos nós do rotor, nos pontos correspondentes aos mancais, são da ordem de  $10^{-6}$  a  $10^{-7}$  metros, de acordo com a rotação, enquanto que os nós da fundação, para uma mesma rotação da turbina, sofrem deslocamentos da ordem de 100 vezes menores. Essa comparação torna-se mais consistente quando se observa os casos dos nós medidos 2 e 25 do rotor, alinhados com os mancais. Como os últimos têm maior atrelamento à fundação, a sua proporção tende a ficar mais constante (e menor) que as proporções análogas para os outros nós, cuja liberdade é maior à medida que estão mais afastados dos mancais. Isso pode ser conferido através das tabelas 8.1 e 8.2, que contém os valores para o caso da fundação estabelecida. Para os casos das fundações identificadas, apesar dos deslocamentos correspondentes também terem sido calculados da mesma forma, eles não são mostrados na dissertação por diferenciarem muito pouco entre si. O mais preponderante para análise são os efeitos da fundação sobre o rotor, ou seja, os mencionados deslocamentos do eixo.

As tabelas deste Capítulo relacionam os deslocamentos (em metros) e as respectivas fases (em graus) para uma faixa de velocidades de rotação da turbina cobrindo de 500 a 1200 rpm. As simulações, na verdade, foram feitas para uma abrangência maior (conforme Capítulo 7), de 500 a 15000 rpm, com passo de 100 rpm. A razão para se ter escolhido mostrar uma faixa menor, apenas em nível de tabelas (e não de gráficos), resultou do fato dos valores obtidos não se diferenciarem mais a partir de 1200 rpm (inclusive) entre o caso da fundação com os parâmetros estabelecidos e o caso da fundação identificada pelo uso do Método da Razão Áurea. Assim, coerentemente, as tabelas referentes ao Método das Probabilidades também seguiu essa abrangência.

As tabelas 8.3 e 8.4 devem ser confrontadas com as correspondentes 8.5 e 8.6, do Método das Probabilidades, e as 8.7 e 8.8, do Método dos Deslocamentos. Isso consiste em uma das formas comparativas entre a resposta em frequência simulada obtida a partir dos parâmetros identificados pelo Método dos Deslocamentos, através do dois métodos numéricos, e a resposta em frequência fornecida (da fundação estabelecida) como dado de

entrada para os programas de minimização. Futuramente, prevê-se a entrada direta das funções de transferência do rotor, medidas nos pontos de posicionamento dos mancais.

### 8.1.1 Resposta da Fundação

NÓ I DA FUNDAÇÃO (1º mancal)

Rotação	Desl. Vertical	Fase	Desl. Horizontal	Fase
500	4.52411E-9	89.7447	4.52453E-9	179.640
600	6.58022E-9	89.6744	6.58020E-9	179.536
700	9.08706E-9	89.5940	9.08481E-9	179.413
800	1.24135E-8	89.4300	1.24038E-8	179.125
900	1.60538E-8	89.2659	1.60313E-8	168.906
1000	2.06514E-8	89.0338	2.06017E-8	178.578
1100	2.55950E-8	88.7569	2.55097E-8	178.258
1200	3.36354E-8	88.3885	3.34792E-8	177.817

Tabela 8.1

NÓ II DA FUNDAÇÃO (2º mancal)

Rotação	Desl. Vertical	Fase	Desl. Horizontal	Fase
500	6.07077E-9	89.7365	6.07158E-9	179.653
600	8.80374E-9	89.6788	8.80438E-9	179.568
700	1.20926E-8	89.6041	1.20915E-8	179.461
800	1.63374E-8	89.4723	1.63297E-8	179.229
900	2.10343E-8	89.3371	2.10141E-8	179.041
1000	2.67881E-8	89.1460	2.67408E-8	178.767
1100	3.29744E-8	88.9281	3.28920E-8	178.511
1200	4.28090E-8	88.6395	4.26573E-8	178.162

Tabela 8.2

Colocando na forma gráfica, agora para a faixa completa de rotação simulada, tem-se plotados os correspondentes diagramas de amplitude e fase, nas duas direções:

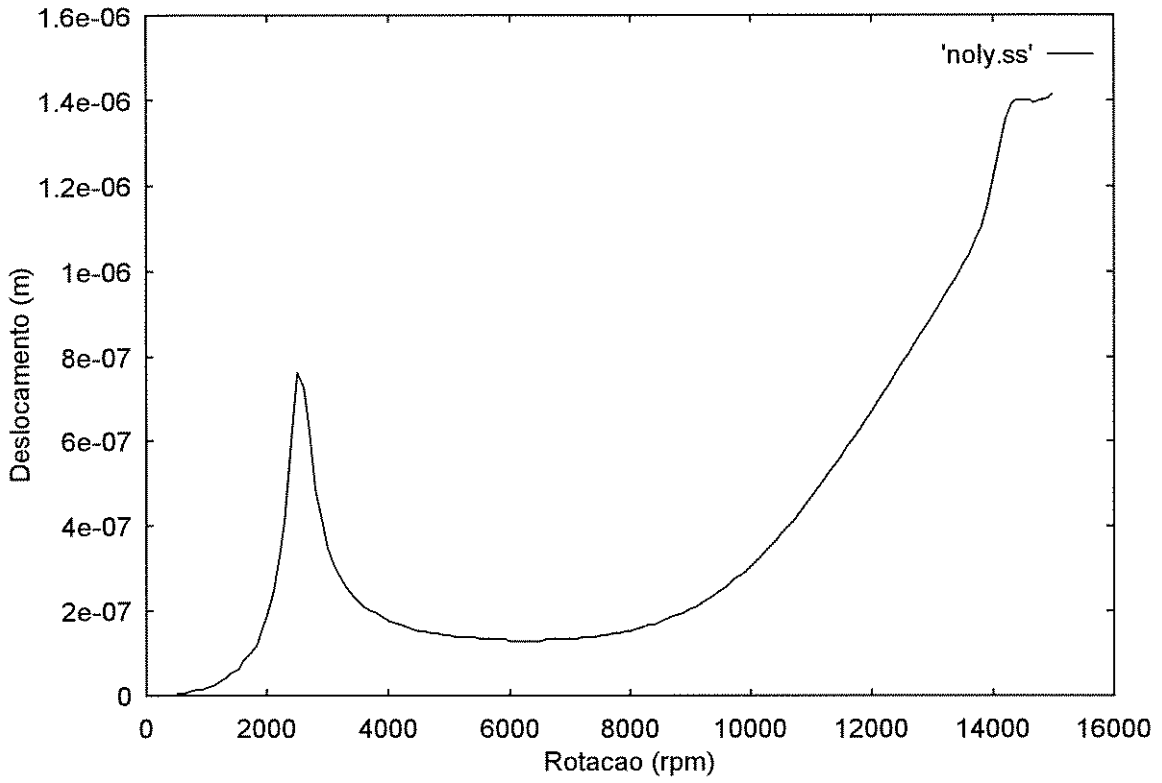


Figura 8.1: Nó I - Deslocamento Vertical

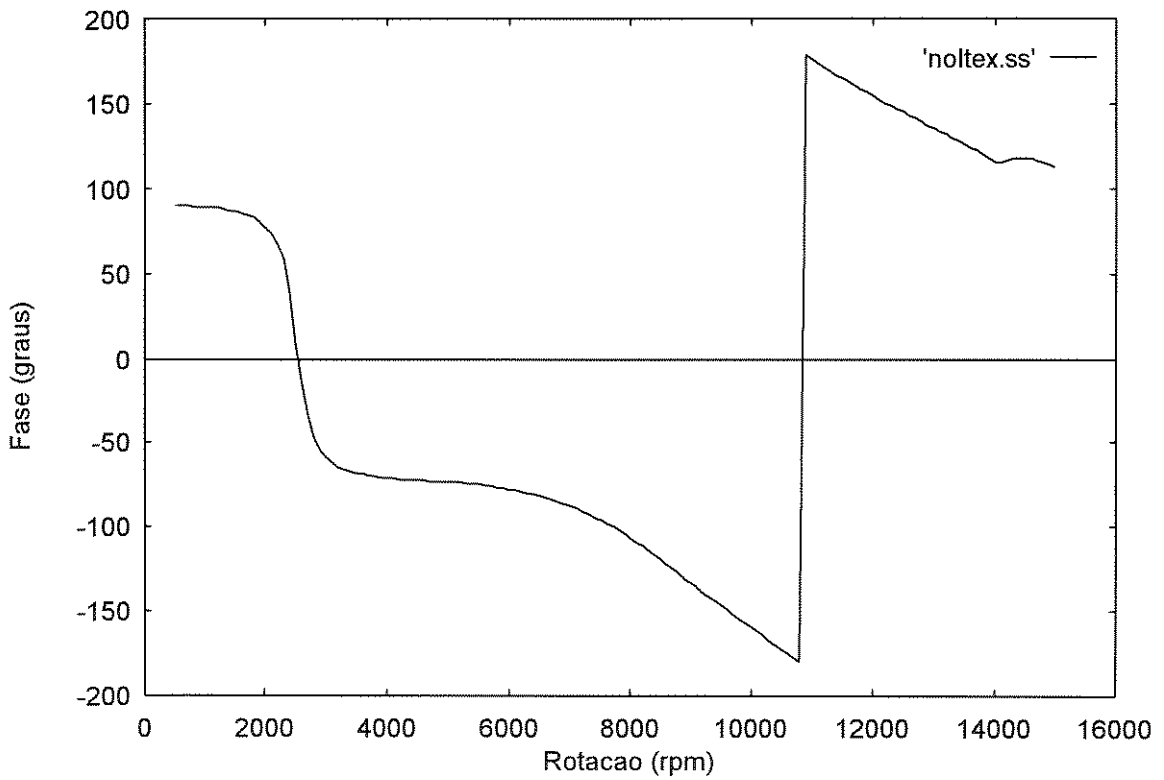


Figura 8.2: Nó I - Fase Vertical

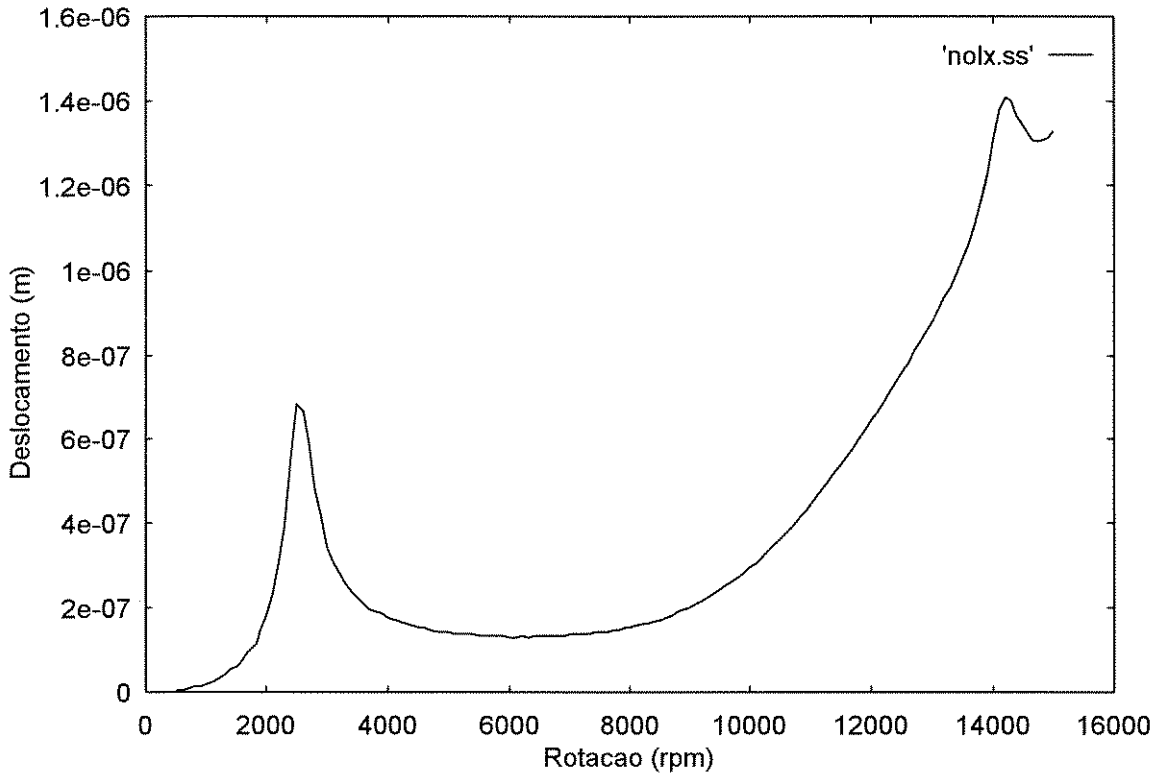


Figura 8.3: Nó I - Deslocamento Horizontal

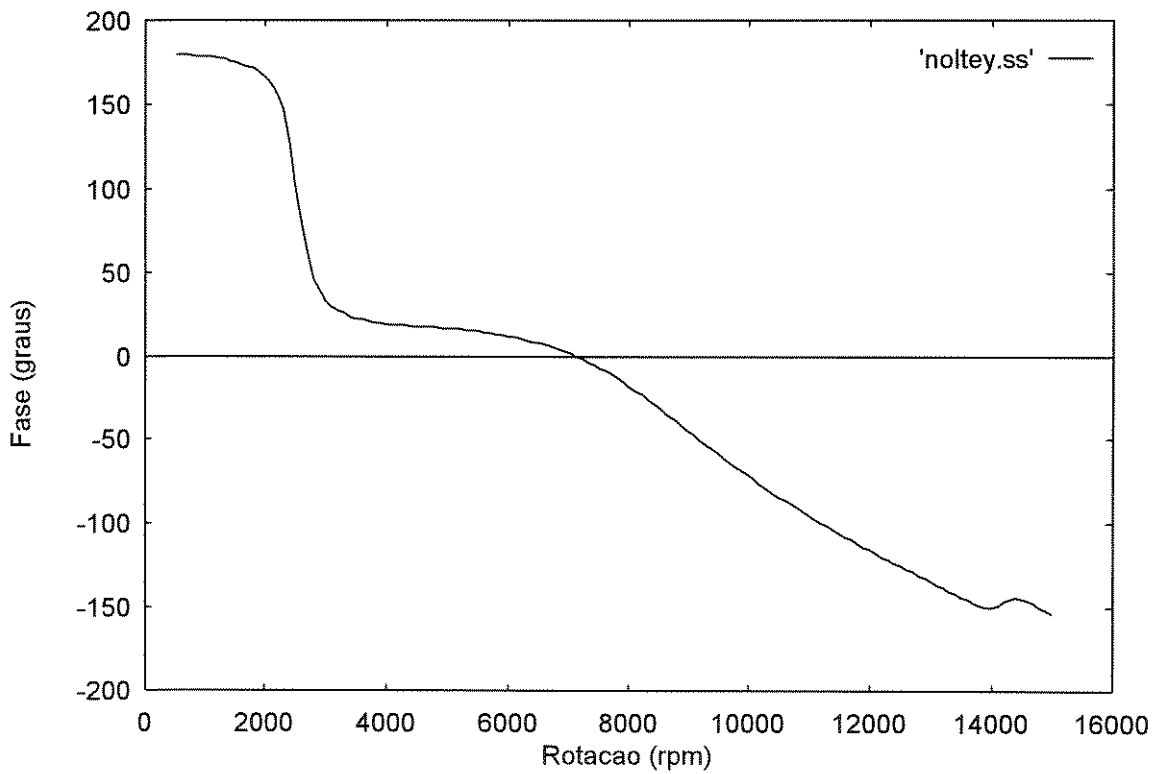


Figura 8.4: Nó I - Fase Horizontal

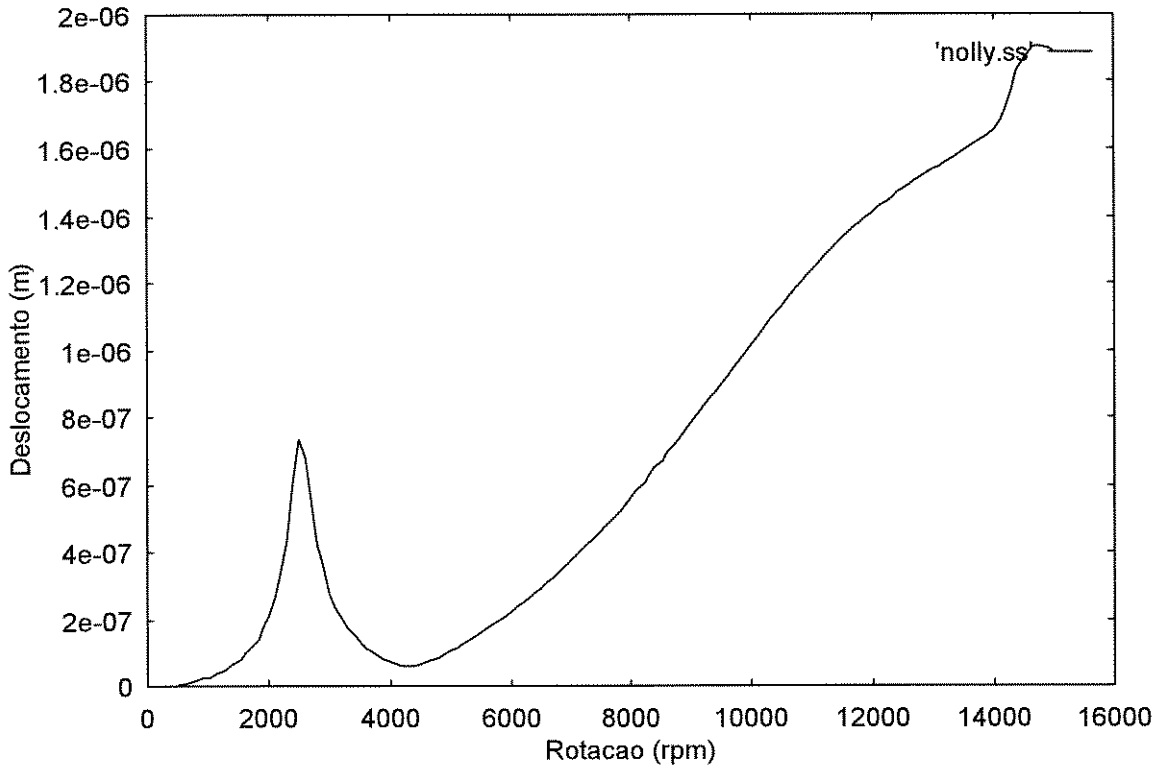


Figura 8.5: Nó II - Deslocamento Vertical

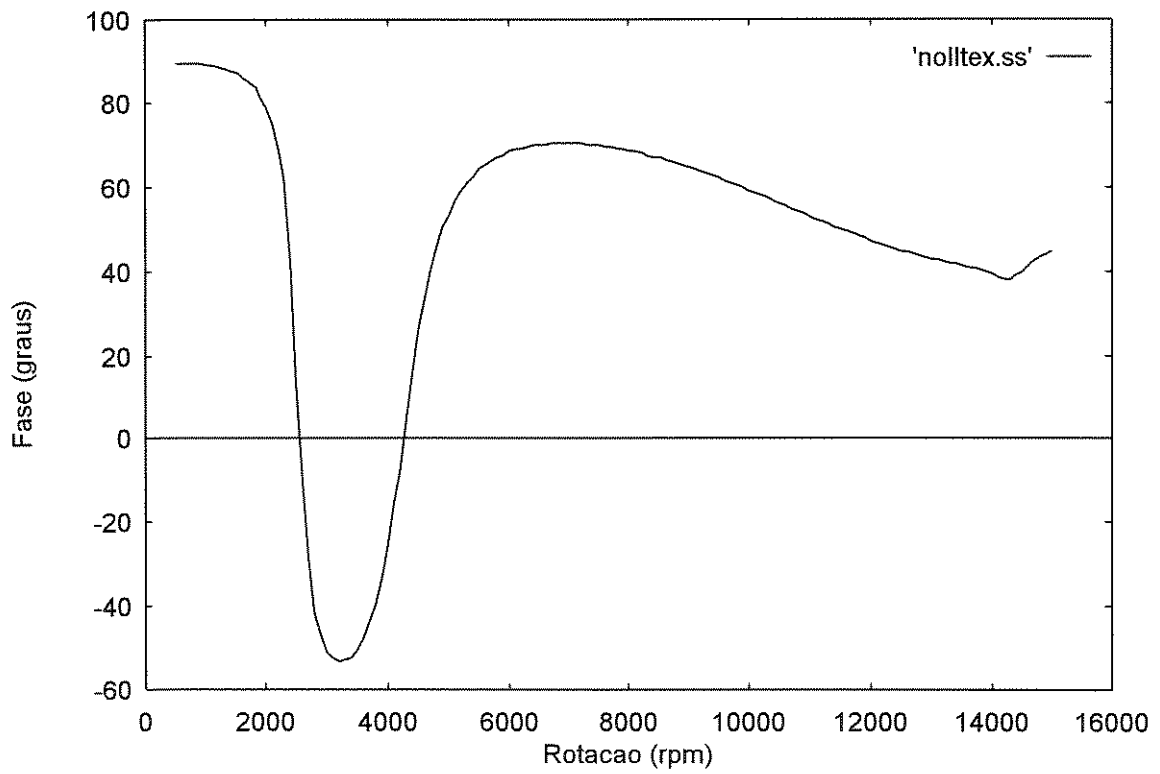


Figura 8.6: Nó II - Fase Vertical

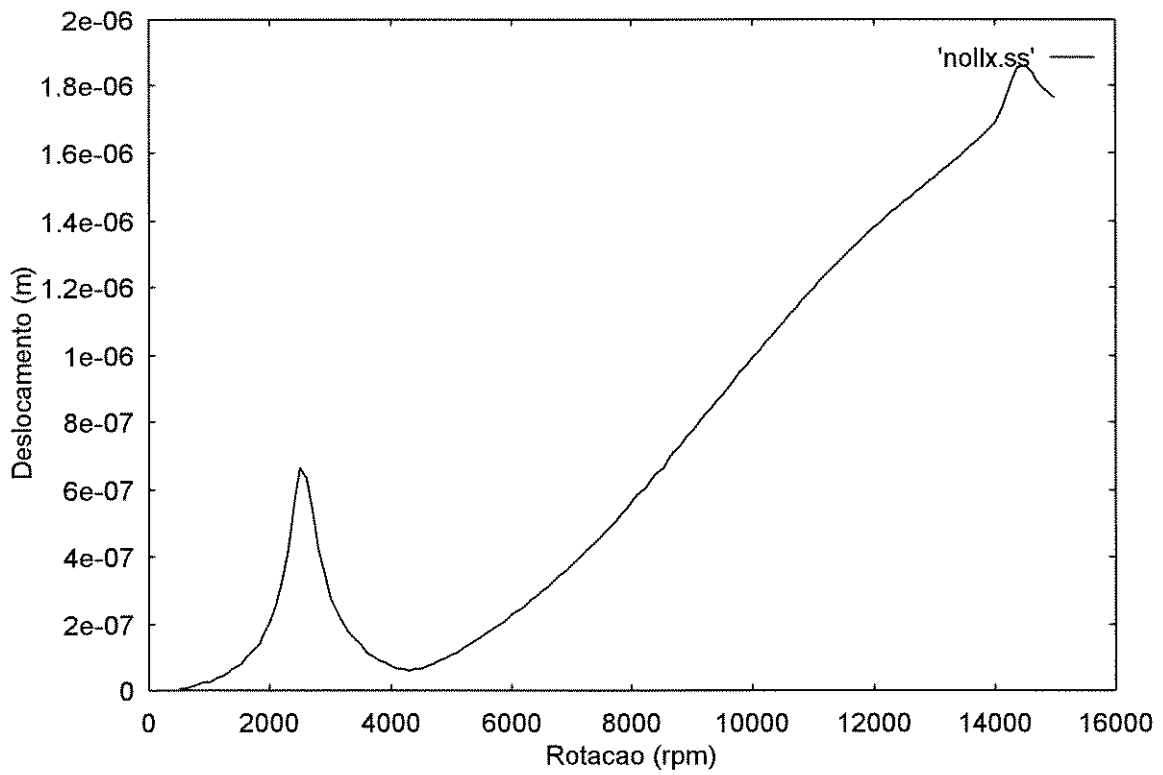


Figura 8.7: Nó II - Deslocamento Horizontal

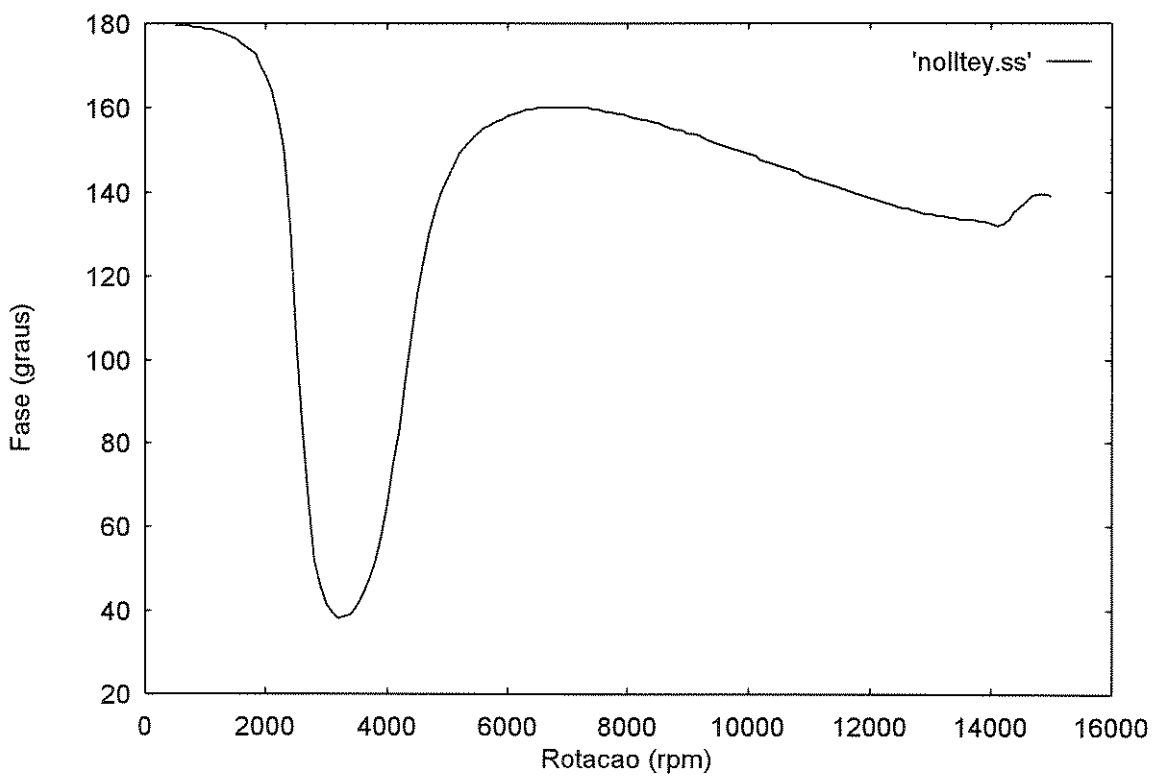


Figura 8.8: Nó II - Fase Horizontal

## 8.1.2 Resposta do Rotor

NÓ 2 DO ROTOR (1º mancal)

Rotação	Desl. Vertical	Fase	Desl. Horizontal	Fase
500	2.56916E-7	132.402	1.84861E-7	-179.231
600	3.84738E-7	126.529	2.87800E-7	176.372
700	5.41935E-7	120.230	4.19841E-7	171.313
800	7.46488E-7	113.549	5.96663E-7	165.694
900	9.60693E-7	106.877	7.90043E-7	159.969
1000	1.21451E-6	100.278	1.02462E-6	154.227
1100	1.46297E-6	94.0145	1.26339E-6	148.765
1200	1.74967E-6	88.1016	1.54323E-6	143.609

Tabela 8.3

NÓ 25 DO ROTOR (2º mancal)

Rotação	Desl. Vertical	Fase	Desl. Horizontal	Fase
500	2.83252E-7	134.866	2.32591E-7	179.078
600	4.27139E-7	129.971	3.58701E-7	175.593
700	6.06265E-7	124.689	5.19971E-7	171.575
800	8.39726E-7	119.014	7.34314E-7	167.046
900	1.09763E-6	113.192	9.77585E-7	162.289
1000	1.40483E-6	107.247	1.27256E-6	157.345
1100	1.72032E-6	101.401	1.58343E-6	152.453
1200	2.08183E-6	95.6767	1.94458E-6	147.691

Tabela 8.4

Colocando esses resultados em forma de gráficos, foram plotados os diagramas de amplitude de vibração e fase, para os nós 2 e 25, nas direções vertical e horizontal:

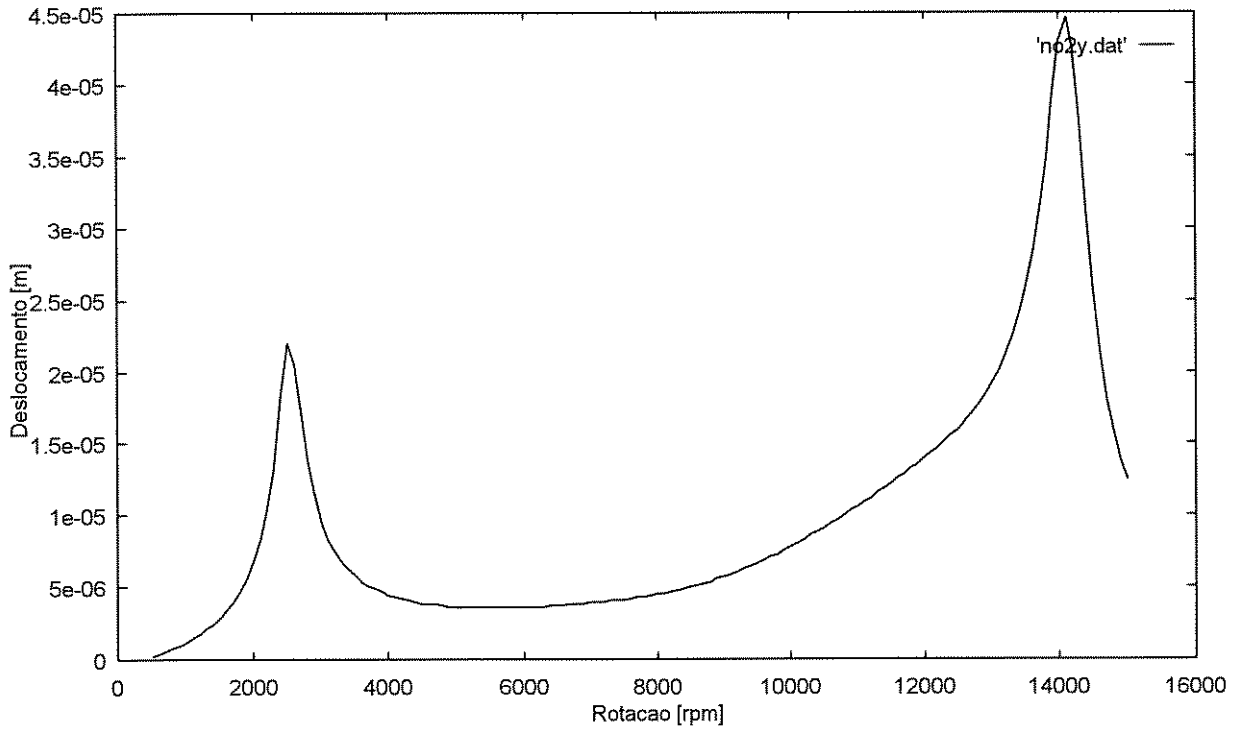


Figura 8.9: Nó 2 - Deslocamento Vertical

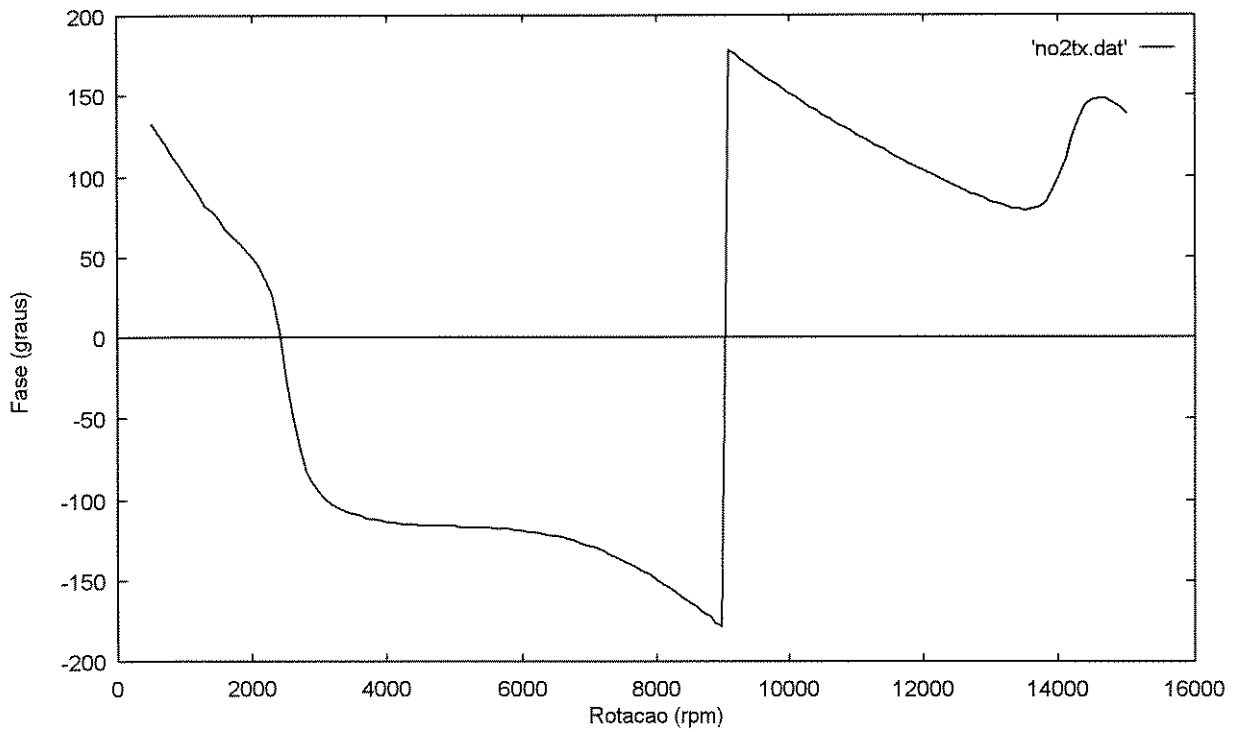


Figura 8.10: Nó 2 - Fase Vertical



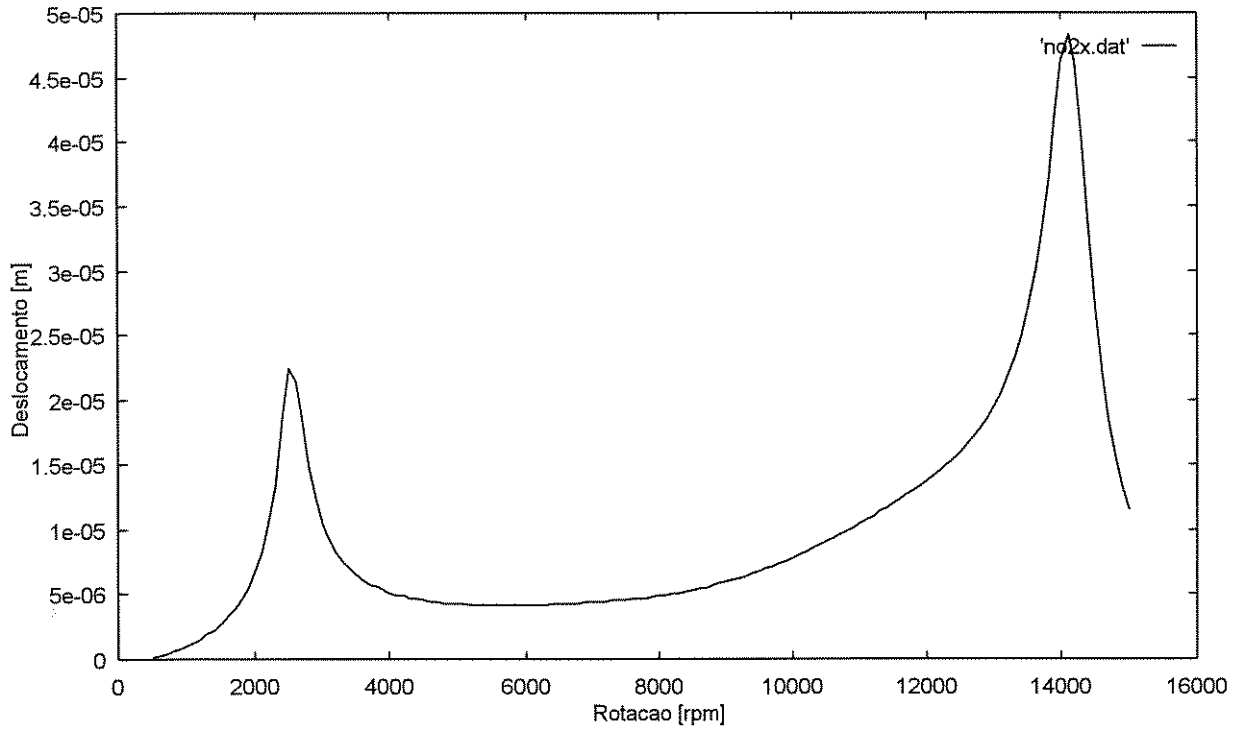


Figura 8.11: N3 2 - Deslocamento Horizontal

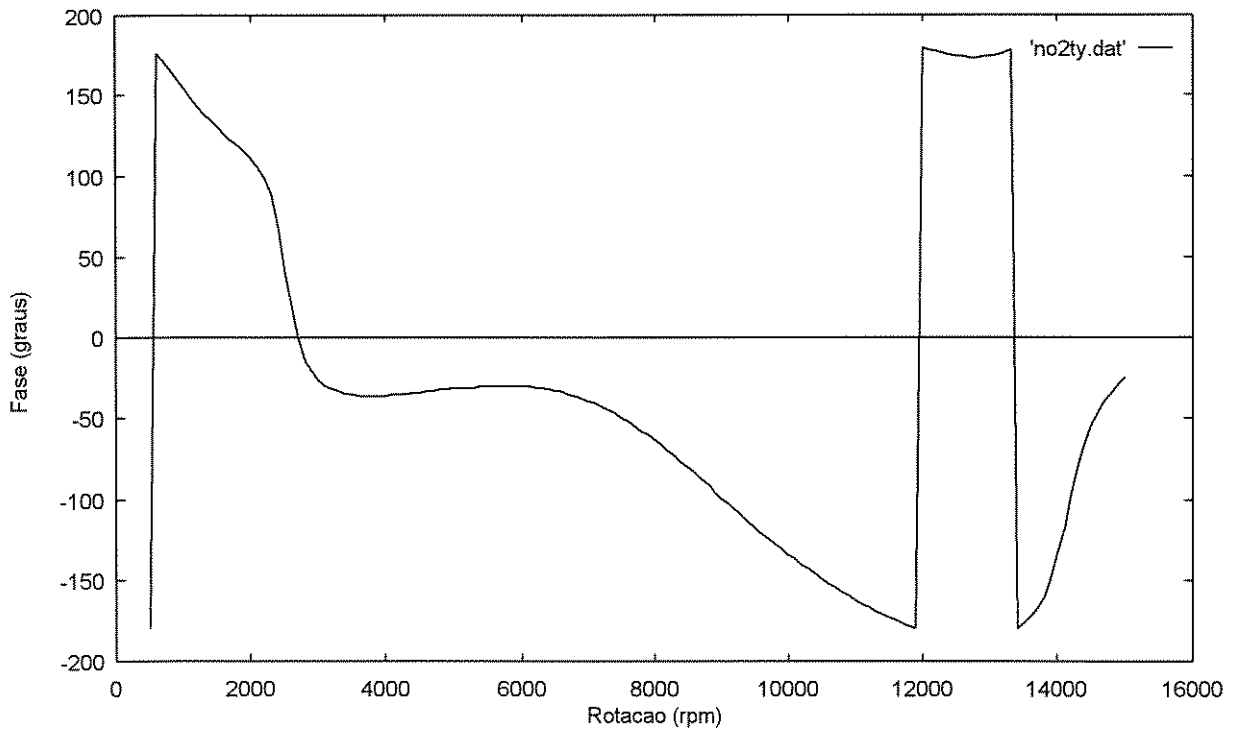


Figura 8.12: N3 2 - Fase Horizontal

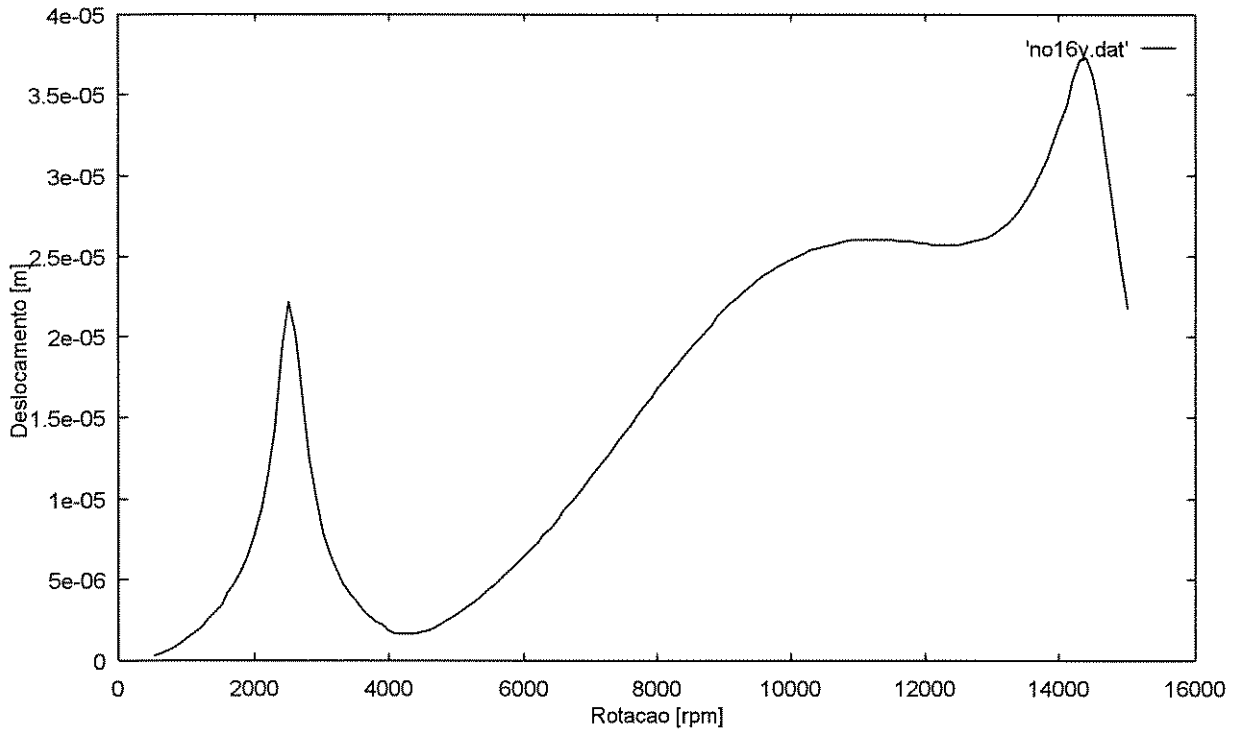


Figura 8.13: N3 25 - Deslocamento Vertical

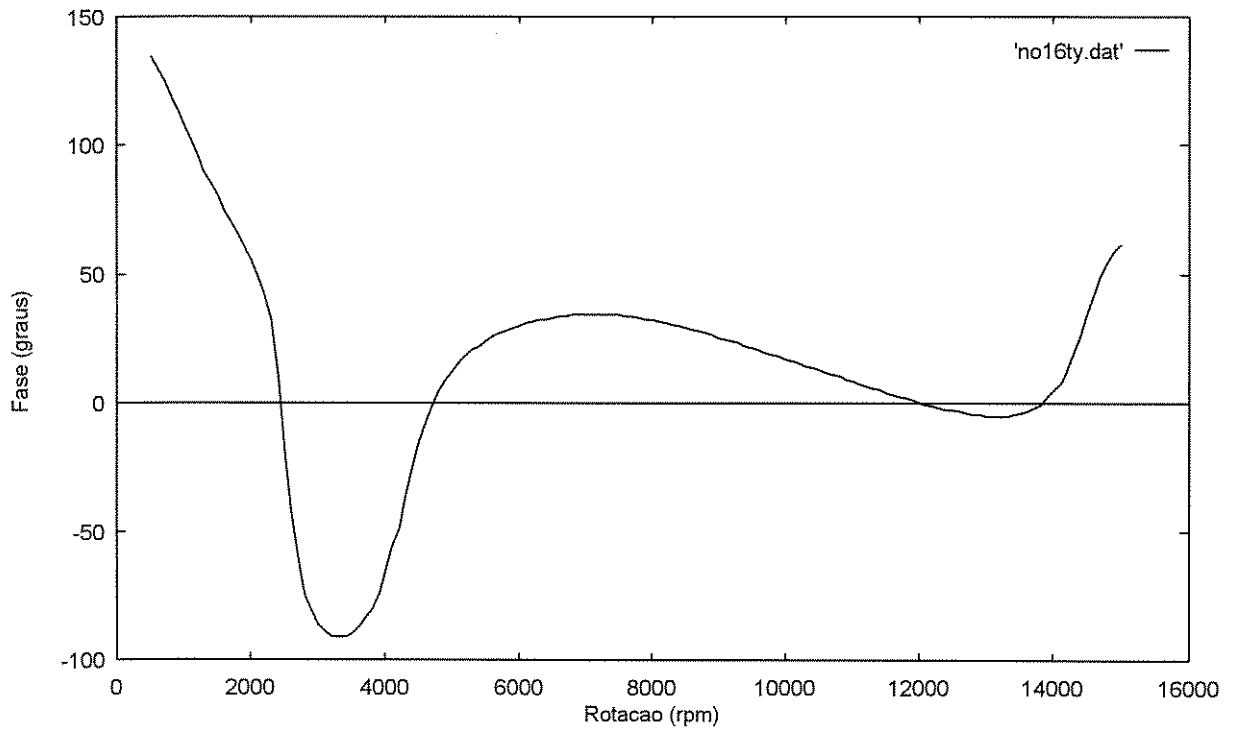


Figura 8.14: N3 25 - Fase Vertical

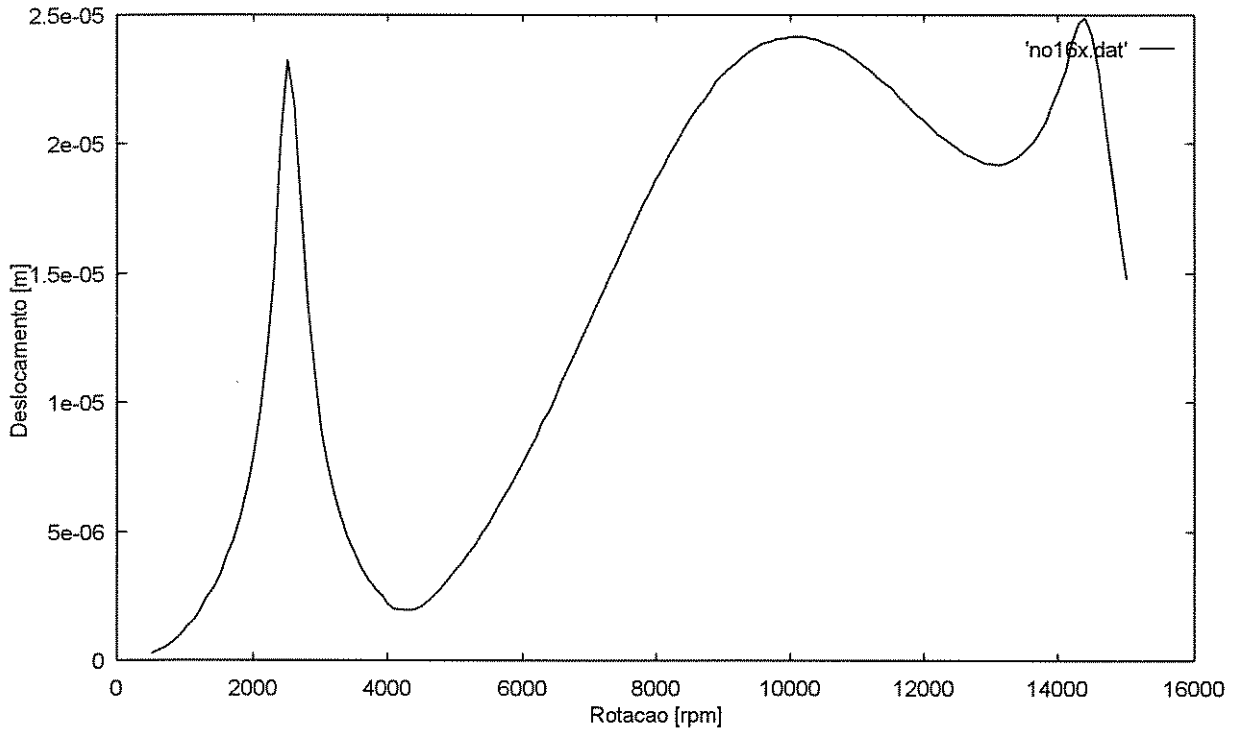


Figura 8.15: N3 25 - Deslocamento Horizontal

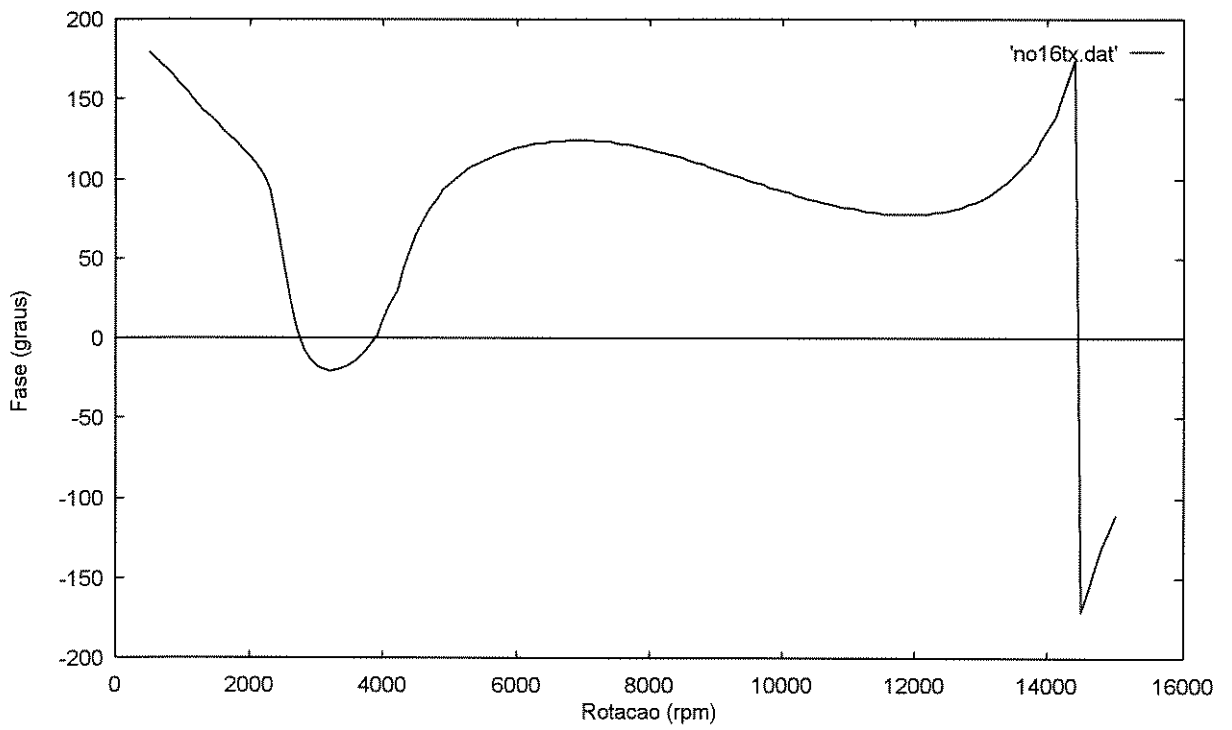


Figura 8.16: N3 25 - Fase Horizontal

Os gráficos evidenciam claramente duas velocidades críticas: uma em torno de 2500 rpm e outra em torno de 14500 rpm, de acordo com os picos visualizados na resposta em frequência do rotor (Figuras 8.1 e 8.3 para o primeiro mancal, e Figuras 8.5 e 8.7 para o segundo), bem como da inversão de 90 ou 180 graus nos diagramas de fase (Figuras 8.2 e 8.4 para o primeiro mancal, e Figuras 8.6 e 8.8 para o segundo).

Pode-se observar que o segundo mancal, localizado no nó 25, apresenta um comportamento dinâmico muito semelhante ao do mancal posicionado no nó 2, em relação ao primeiro modo vibracional a 2500 rpm. Contudo, o segundo modo, a 14000 rpm, é mais evidente no nó 2, com maiores amplitudes de vibração, apresentando, também, inversões de fase mais abruptas. Neste caso, o segundo mancal (nó 25) trabalha com maior amortecimento que o primeiro.

## **8.2 Parâmetros Identificados**

O programa de simulação gera não só a resposta em frequência representada nos diagramas, como também dados simulados de deslocamentos relativos entre o eixo do rotor e a estrutura de fundação, através dos mancais, necessários à função de minimização do Método dos Deslocamentos.

Mas, além disso, são necessários também, como dados de entrada, os modos de vibrar da fundação (nos pontos de conexão), bem como os intervalos prévios de variação, estabelecidos para cada parâmetro modal a ser identificado, assim como seus respectivos valores iniciais. Estes dados são, até este ponto, fornecidos pelo usuário.

### **8.2.1 Dados de Entrada**

Os modos de vibrar da fundação foram considerados desacoplados e, levando em conta que o subsistema possui apenas dois mancais, com dois graus de liberdade translacionais cada um, a matriz modal resultou com 4 modos de vibrar e, conseqüentemente, 4 graus de liberdade. Vale ressaltar, porém, que o Método dos Deslocamentos para identificação não exige essa identidade, que é meramente incidental. Se, por exemplo, o sistema tivesse 3

mancais, o número total de graus de liberdade a eles associados seria de 6, enquanto que o número, necessários à identificação, poderia variar de 4 a 6 modos. Nada impede, portanto, que se trabalhe com um número de modos menor que o número de graus de liberdade associados aos pontos de conexão eixo - fundação.

A matriz modal  $[\phi]$  da fundação foi construída da seguinte maneira:

1º modo vertical:

1º mancal (parte real; parte imaginária):	(1; 0)
2º mancal (parte real; parte imaginária):	(1; 0)

2º modo vertical:

1º mancal (parte real; parte imaginária):	(1; 0)
2º mancal (parte real; parte imaginária):	(-1; 0)

1º modo horizontal:

1º mancal (parte real; parte imaginária):	(1; 0)
2º mancal (parte real; parte imaginária):	(1; 0)

2º modo horizontal:

1º mancal (parte real; parte imaginária):	(1; 0)
2º mancal (parte real; parte imaginária):	(-1; 0)

Portanto,

$$[\phi] = \begin{bmatrix} (1;0) & (1;0) & (0;0) & (0;0) \\ (0;0) & (0;0) & (1;0) & (1;0) \\ (1;0) & (-1;0) & (0;0) & (0;0) \\ (0;0) & (0;0) & (1;0) & (-1;0) \end{bmatrix}$$

Os intervalos prévios de variação dos parâmetros modais foram definidos amplos e com parâmetros iniciais bem afastados dos valores finais esperados, como forma de melhor avaliar o desempenho dos métodos.

Frequência natural:

$$\omega_{\min} ; \omega_{\max} ; \omega_0 \text{ (rad/s):} \quad 2000; 20000; 5000$$

Fator de amortecimento:

$$\xi_{\min} ; \xi_{\max} ; \xi_0 : \quad 1; 10; 1$$

Massa modal:

$$m_{\min} ; m_{\max} ; m_0 \text{ (Kg):} \quad 1; 20; 1$$

## 8.2.2 Aplicação dos Métodos Numéricos

Aplicando-se os dois métodos numéricos de procura de parâmetros, foram obtidos os seguintes resultados:

Método das Probabilidades:

Nos dois mancais, na direção vertical:

$$\omega = 13672 \text{ rad/s} \quad \xi = 7,8643 \quad mf = 9,8279 \text{ Kg}$$

Nos dois mancais, na direção horizontal:

$$\omega = 13672 \text{ rad/s} \quad \xi = 5,3721 \quad mf = 11,894 \text{ Kg}$$

Método da Razão Áurea:

Nos dois mancais, em ambas direções vertical e horizontal:

$$\omega = 10000 \text{ rad/s} \quad \xi = 5,0013 \quad mf = 9,4454 \text{ Kg}$$

### 8.3 Resposta em Frequência obtida com os Parâmetros Identificados

A partir dos parâmetros identificados pelo Método dos Deslocamentos, a resposta em frequência do sistema completo foi calculada novamente, para comparação com aquela fornecida como entrada ao programa de minimização. Para isso, foram substituídos os valores inicialmente atribuídos a massa, rigidez e amortecimento equivalentes da fundação, por aqueles identificados (item 8.2.2) através dos dois métodos de procura: o das probabilidades e o da razão áurea.

Os desempenhos dos métodos numéricos podem ser confrontados de duas maneiras. Primeiramente através de tabelas, que correspondem mesmos nós das tabelas 8.3 e 8.4 do sistema com fundação estabelecida. A outra maneira é através de gráficos, que correspondem analogamente aos gráficos 8.9 a 8.16, também para a fundação estabelecida.

No caso da fundação identificada pelo Método da Razão Áurea, poderá ser notado que todas as suas curvas são visualmente idênticas às correspondentes do caso da fundação estabelecida (8.9 a 8.16). Daí a necessidade de se incluir as tabelas como base adicional de comparação.

O mesmo desempenho não ocorre para o Método das Probabilidades. Assim, para facilidade de comparação, as suas curvas foram postas juntas às curvas do Método da Razão Áurea, o que acaba implicando, indiretamente, na comparação com as curvas para a fundação estabelecida também.

Seguindo a mesma sistemática, as tabelas foram intercaladas também.

Conforme item 8.1, as respostas mostradas para o sistema com fundação identificada correspondem aos nós 2 e 25 do rotor, alinhados com os nós da fundação, nas posições dos mancais.

### 8.3.1 Resposta na forma de Tabelas

NÓ 2 DO ROTOR (1º mancal)

Rotação	Desl. Vertical	Fase	Desl. Horizontal	Fase
500	2.55300E-7	132.693	1.82784E-7	-179.261
600	3.82160E-7	126.771	2.84782E-7	176.291
700	5.38157E-7	120.423	4.15771E-7	171.180
800	7.40962E-7	113.687	5.91192E-7	165.510
900	9.53294E-7	106.963	7.83267E-7	159.734
1000	1.20475E-7	100.3094	1.01633E-6	153.943
1100	1.45076E-6	93.9924	1.25374E-6	148.432
1200	1.73459E-6	88.0250	1.53207E-6	143.230

Tabela 8.5 - Método das Probabilidades

NÓ 2 DO ROTOR (1º mancal)

Rotação	Desl. Vertical	Fase	Desl. Horizontal	Fase
500	2.57112E-7	132.362	1.85127E-7	-179.233
600	3.85042E-7	126.494	2.88182E-7	176.376
700	5.42399E-7	120.201	4.20373E-7	171.323
800	7.47150E-7	113.526	5.97370E-7	165.710
900	9.61601E-7	106.860	7.90940E-7	159.991
1000	1.21571E-6	100.266	1.02574E-6	154.255
1100	1.46448E-6	94.0091	1.26472E-7	148.798
1200	1.75157E-6	88.1018	1.54479E-6	143.648

Tabela 8.6 - Método da Razão Áurea



NÓ 25 DO ROTOR (2º mancal)

Rotação	Desl. Vertical	Fase	Desl. Horizontal	Fase
500	2.80824E-7	135.335	2.29240E-7	179.045
600	4.23328E-7	130.378	3.53864E-7	175.511
700	6.00648E-7	125.034	5.13394E-7	171.442
800	8.31635E-7	119.295	7.25553E-7	166.863
900	1.08668E-6	113.410	9.66577E-7	162.056
1000	1.39034E-6	107.403	1.25898E-6	157.062
1100	1.70204E-6	101.495	1.56742E-6	152.123
1200	2.05670E-6	95.7180	1.92381E-6	147.278

Tabela 8.7 - Método das Probabilidades

NÓ 25 DO ROTOR (2º mancal)

Rotação	Desl. Vertical	Fase	Desl. Horizontal	Fase
500	2.83502E-7	134.815	2.32946E-7	179.079
600	4.27534E-7	129.926	3.59218E-7	175.599
700	6.06847E-7	124.650	5.20676E-7	171.585
800	8.40567E-7	118.982	7.35257E-7	167.062
900	1.09877E06	113.166	9.78777E-7	162.310
1000	1.40633E-6	107.228	1.27403E-6	157.370
1100	1.72224E-6	101.387	1.58518E-6	152.484
1200	2.08183E-6	95.6767	1.94458E-6	147.691

Tabela 8.8- Método da Razão Áurea

### 8.3.2 Resposta na forma de Diagramas

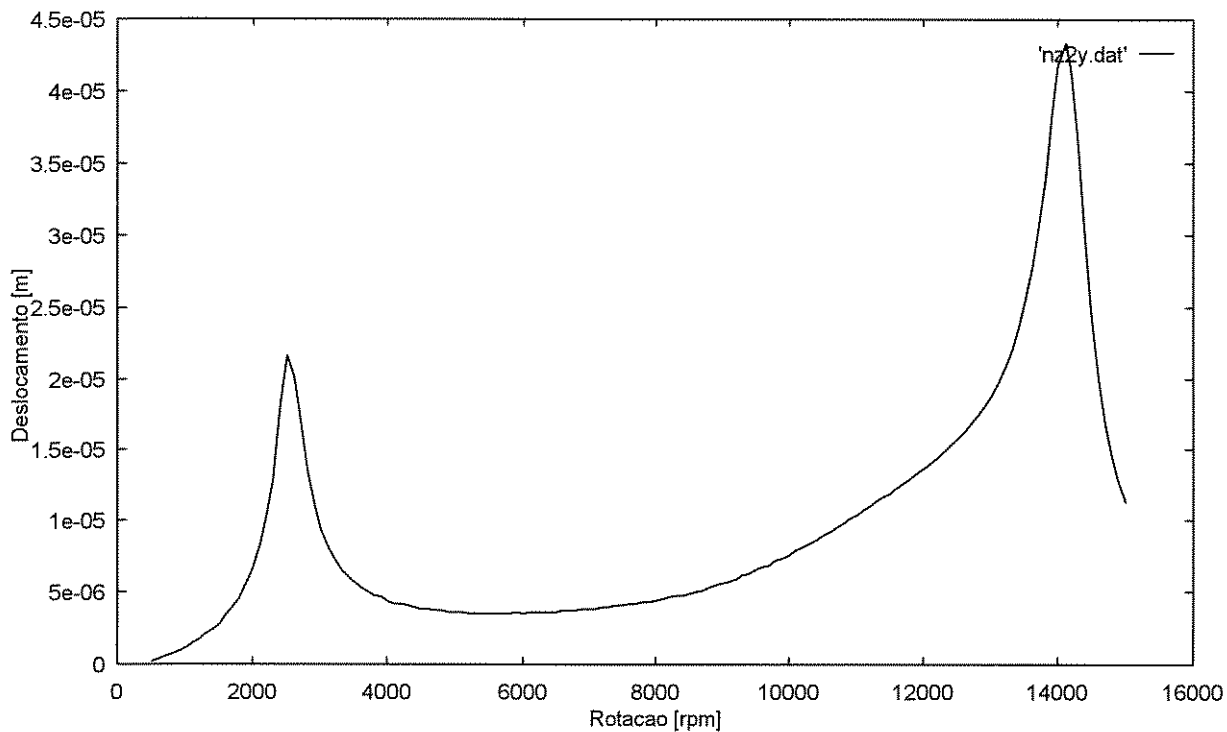


Figura 8.17: Nó 2 - Deslocamento Vertical - Método das Probabilidades

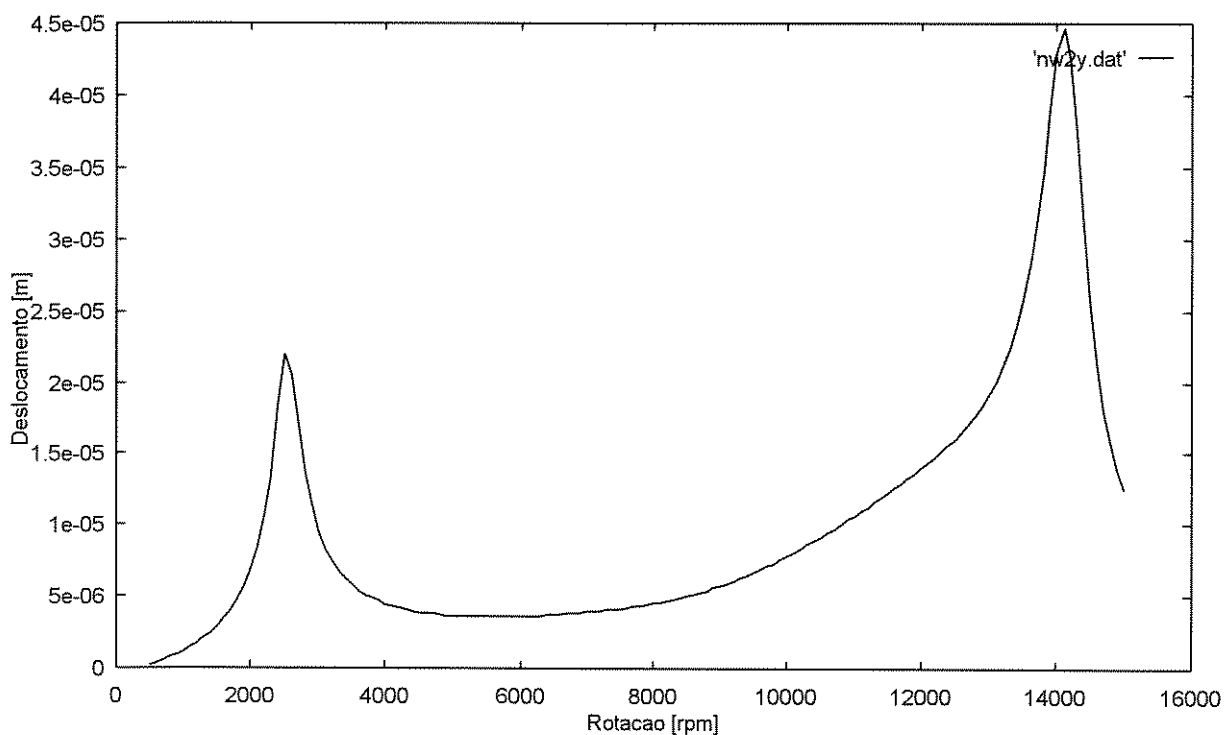


Figura 8.18: Nó 2 - Deslocamento Vertical - Método da Razão Área

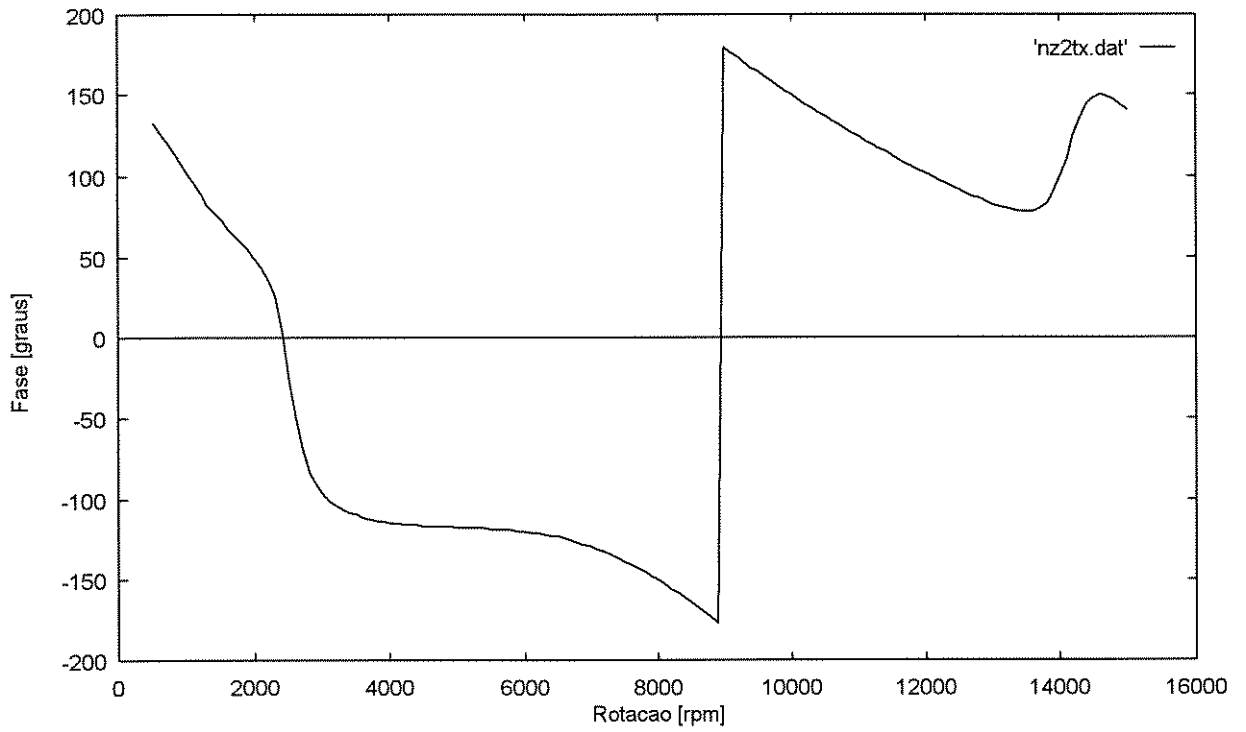


Figura 8.19: Nó 2 - Fase Vertical - Método das Probabilidades

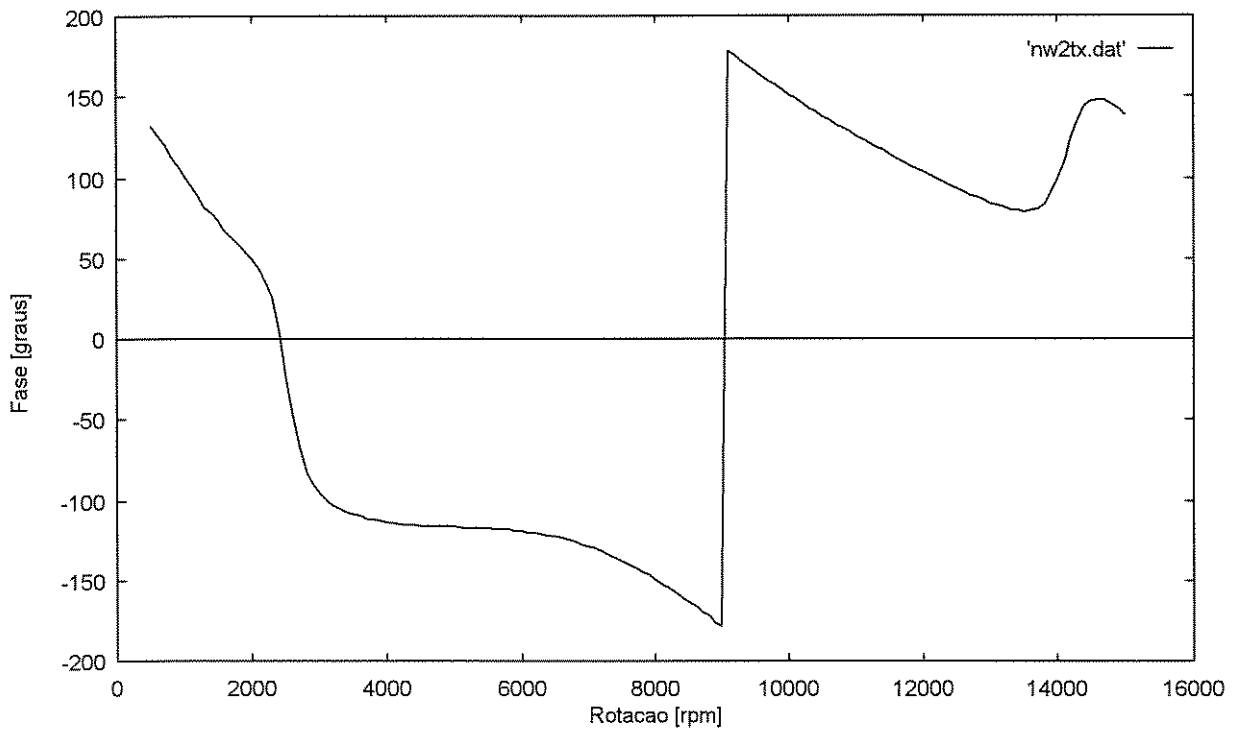


Figura 8.20: Nó 2 - Fase Vertical - Método da Razão Áurea

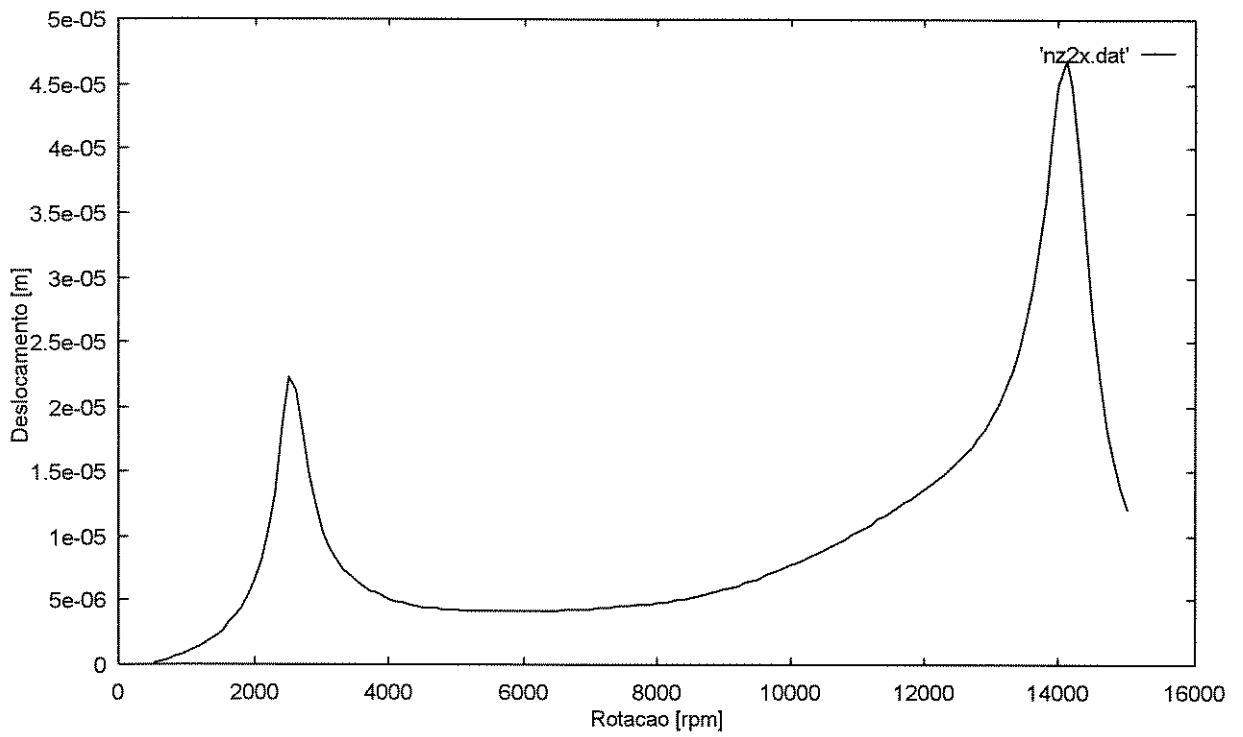


Figura 8.21: Nó 2 - Deslocamento Horizontal - Método das Probabilidades

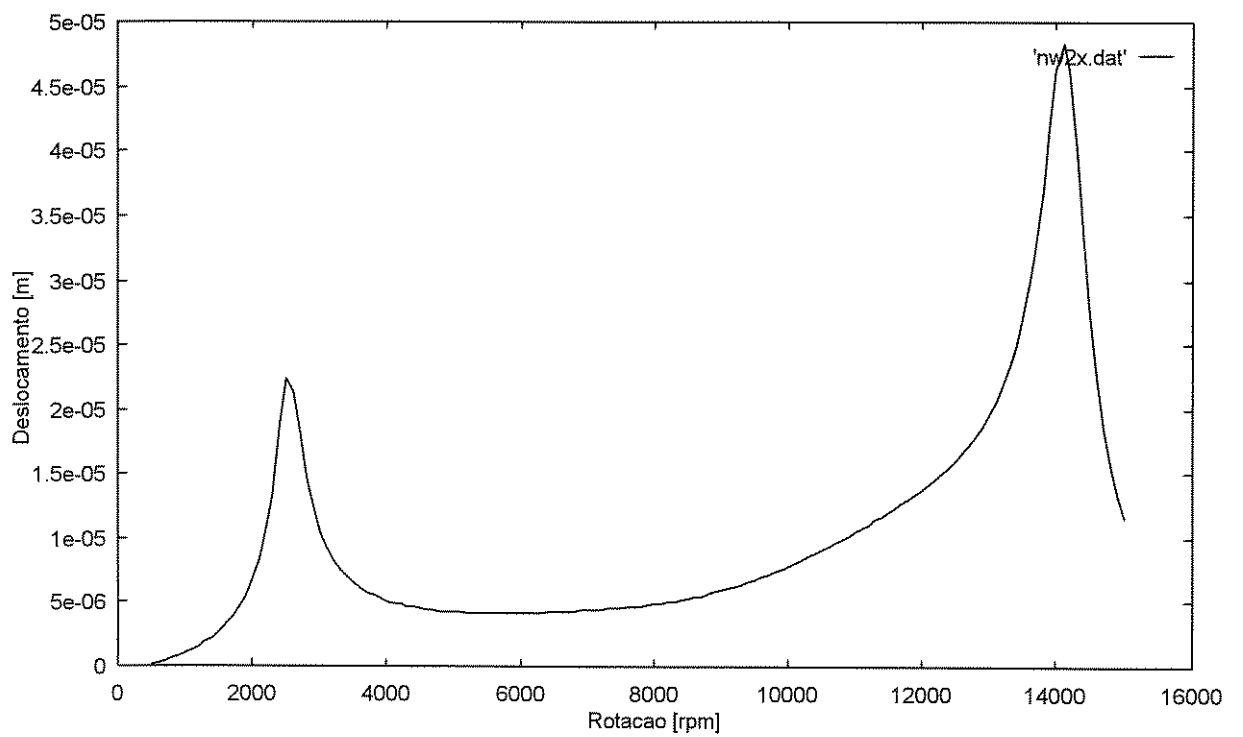


Figura 8.22: Nó 2 - Deslocamento Horizontal - Método da Razão Áurea

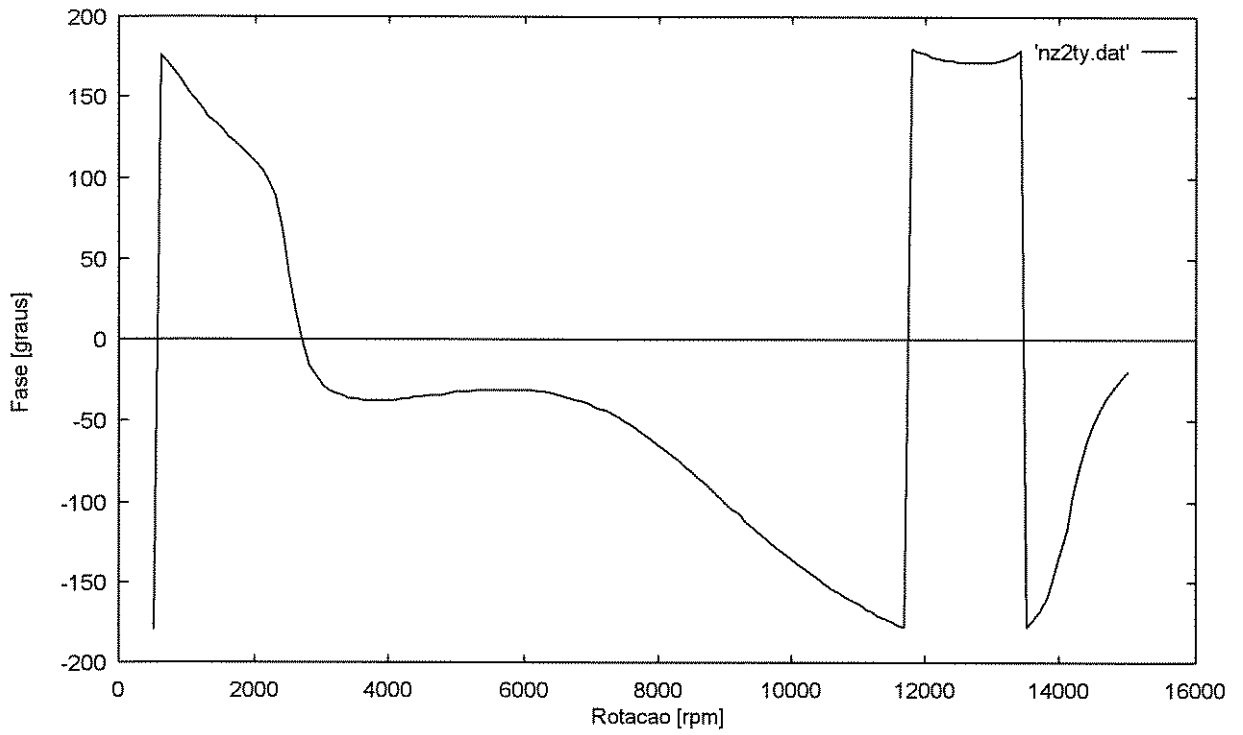


Figura 8.23: Nó 2 - Fase Horizontal - Método das Probabilidades

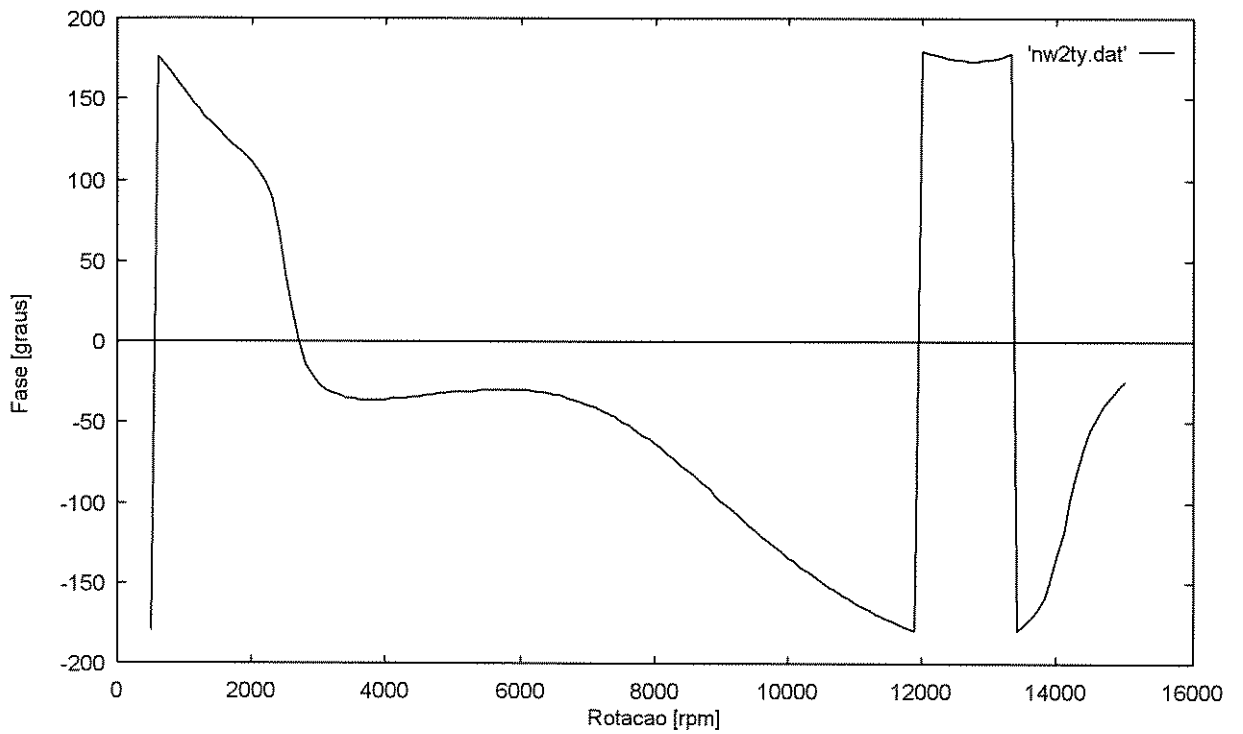


Figura 8.24: Nó 2 - Fase Horizontal - Método da Razão Áurea

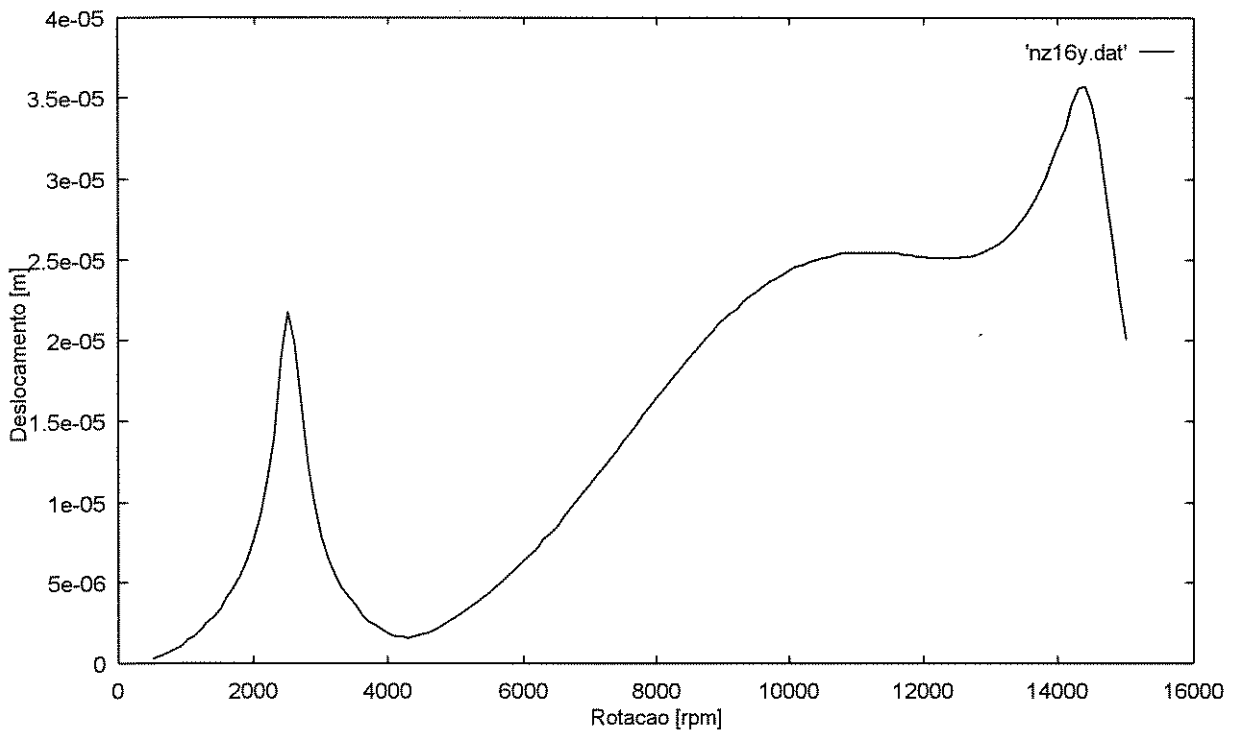


Figura 8.25: Nó 25 - Deslocamento Vertical - Método das Probabilidades

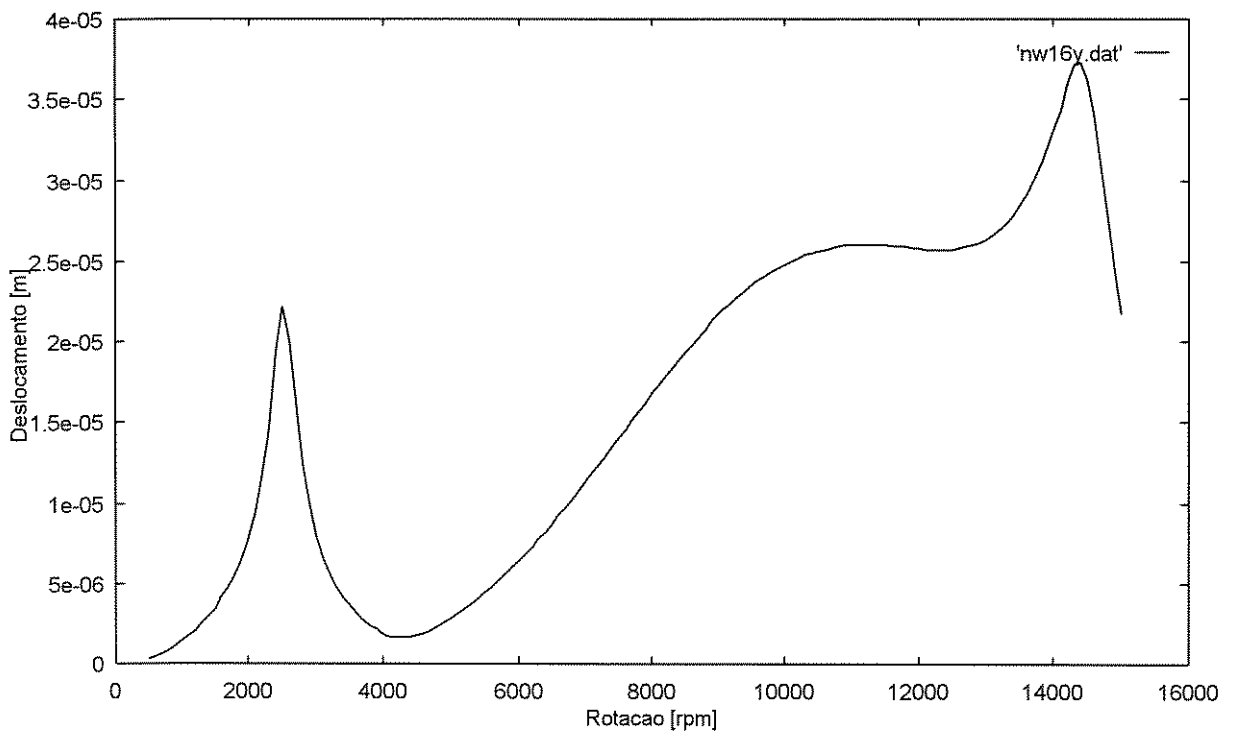


Figura 8.26: Nó 25 - Deslocamento Vertical - Método da Razão Áurea

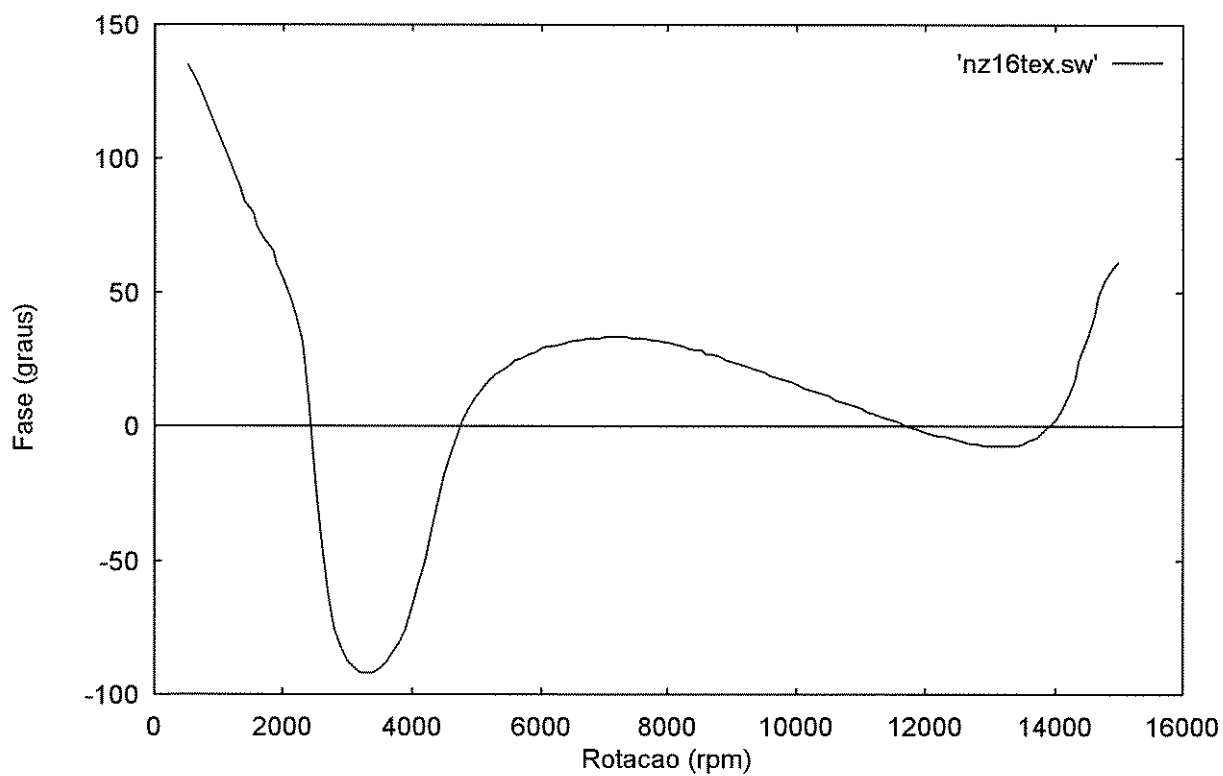


Figura 8.27: Nó 25 - Fase Vertical - Método das Probabilidades

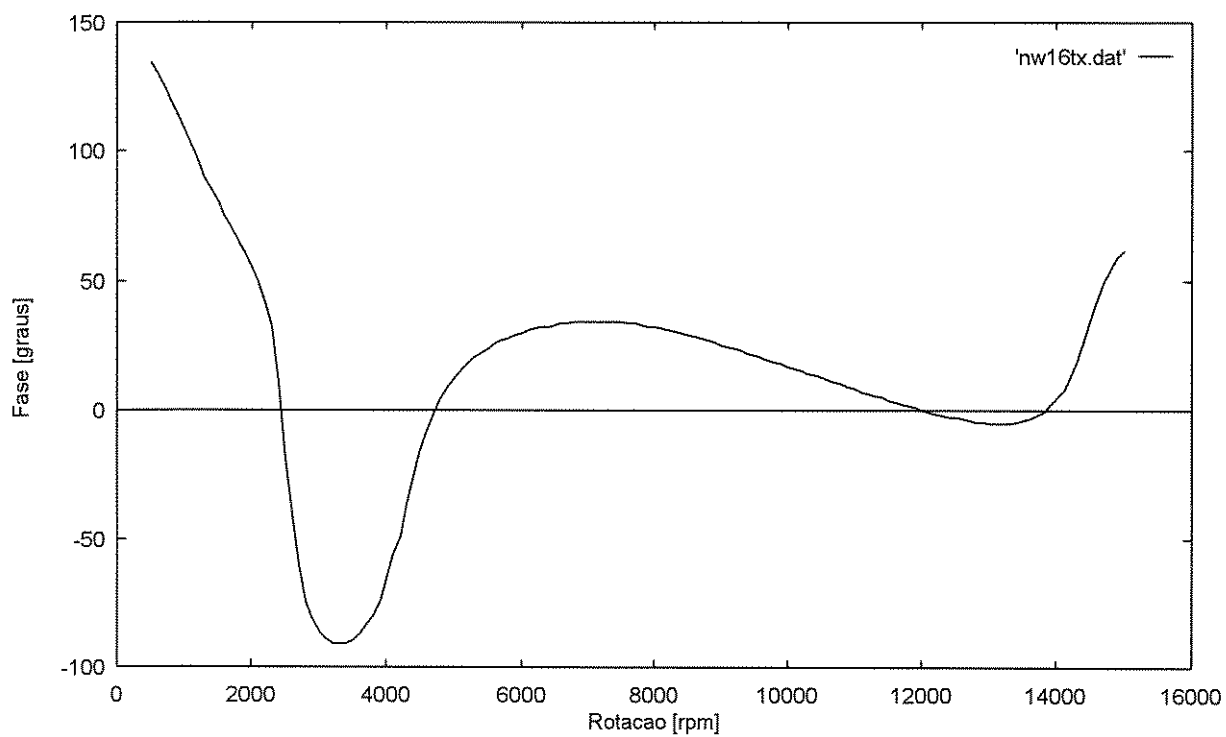


Figura 8.28: Nó 25 - Fase Vertical - Método da Razão Áurea

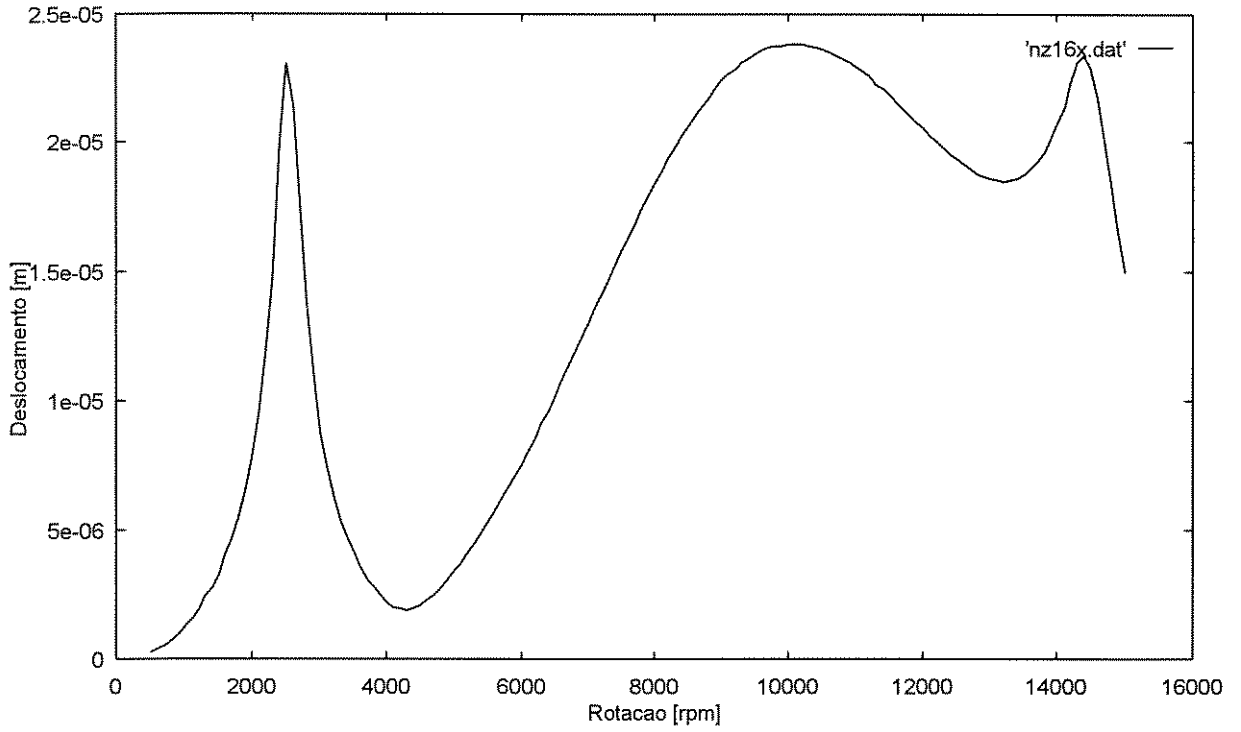


Figura 8.29: Nó 25 - Deslocamento Horizontal - Método das Probabilidades

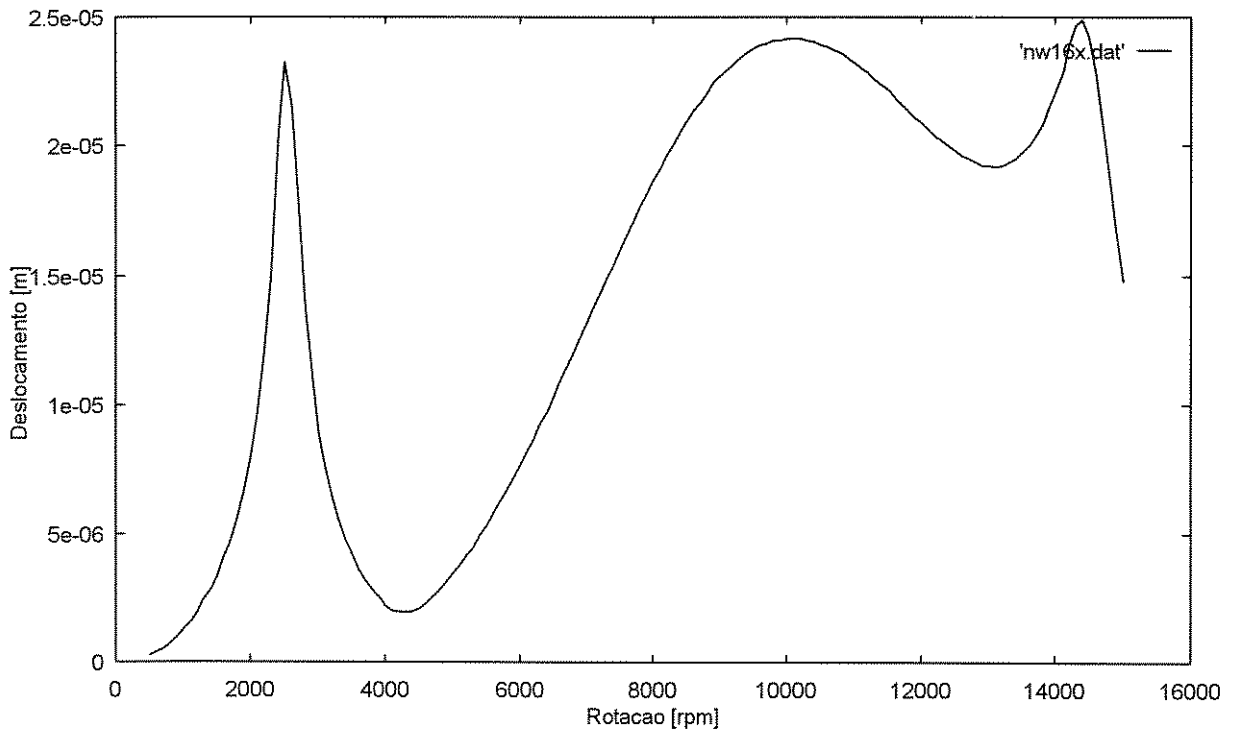


Figura 8.30: Nó 25 - Deslocamento Horizontal - Método da Razão Áurea



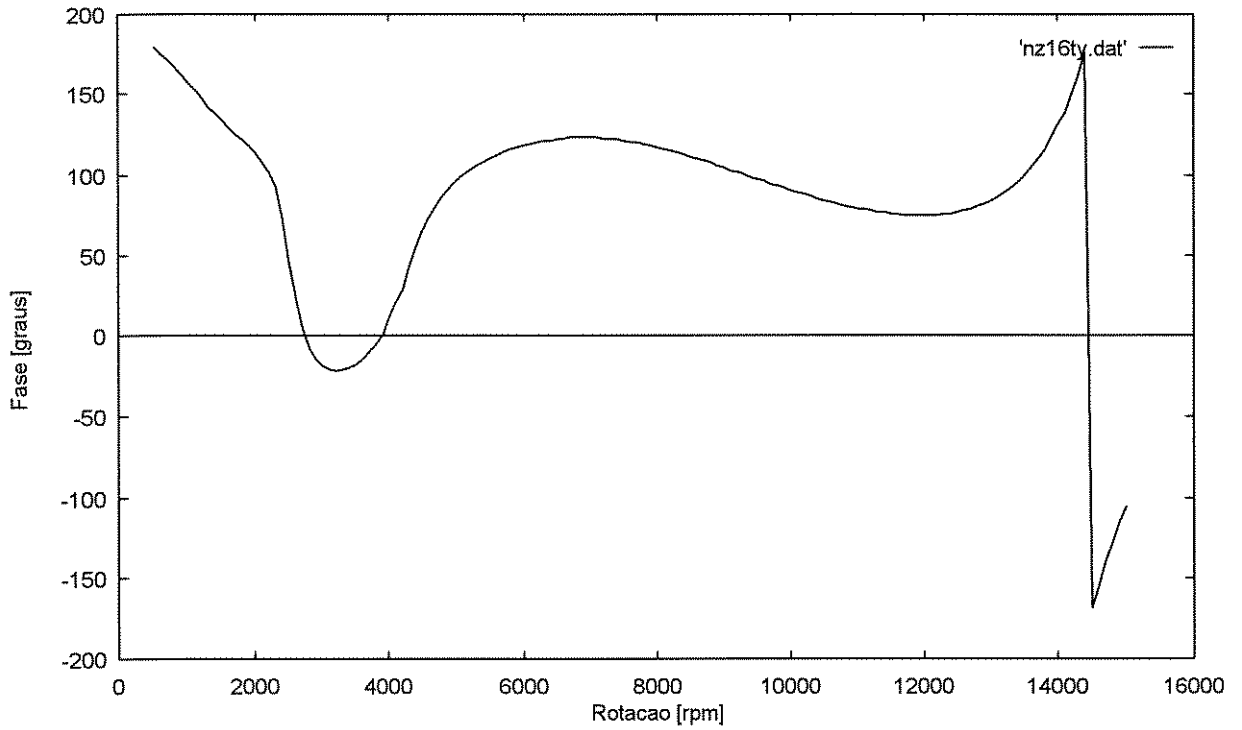


Figura 8.31: Nó 25 - Fase Horizontal - Método das Probabilidades

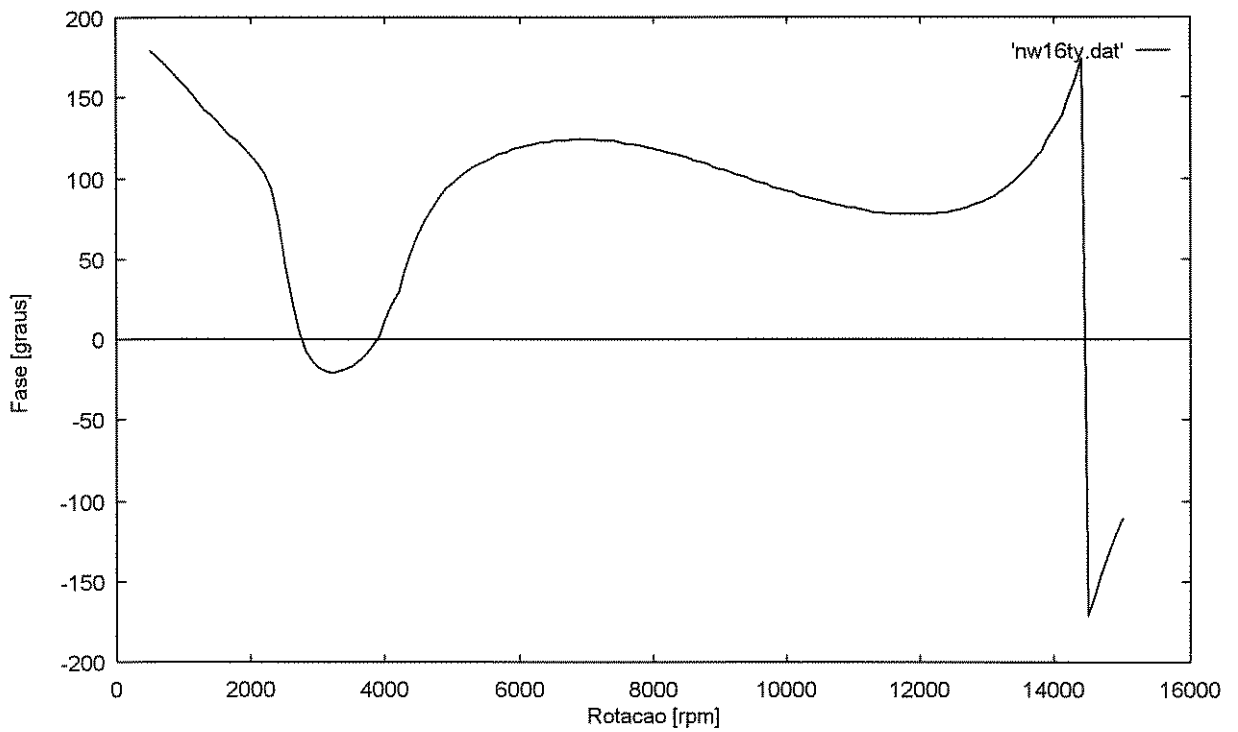


Figura 8.32: Nó 25 - Fase Horizontal - Método da Razão Áurea

## 8.4 Comentários Gerais.

O número de iterações (entende-se por iteração o cálculo da função de minimização) e o correspondente tempo despendido foram:

<u>Método das Probabilidades:</u>	191 iterações e 16 segundos.
<u>Método da Razão Áurea:</u>	541 iterações e 29 segundos.

Usou-se como instrumento de simulação uma estação de trabalho da Sun Microsystems com configuração ULTRA 1.

O Método das Probabilidades, embora apresente, neste caso, um número de iterações um pouco inferior à metade do requerido pelo Método da Razão Áurea, forneceu também uma estimativa de parâmetros menos precisa, o que eventualmente pode acarretar em maiores distorções na obtenção da resposta dinâmica do sistema.

Houve uma pequena perda de informação na resposta em frequência simulada a partir dos parâmetros identificados, quando utilizado o procedimento de procura pelo Método das Probabilidades. Contudo, a eficiência desta técnica é mantida, uma vez que, com os parâmetros por ela identificados, foi possível reproduzir as curvas fornecidas como entrada inicial do programa de minimização.

Uma pequena (mas visível) diferença entre os métodos numéricos pode ser notada nas amplitudes de vibração. Com relação às fases, pouca diferença pode ser notada.

Um detalhe muito importante que deve ser comentado é o fato de toda a base de cálculos ser abrangida apenas pela faixa de rotação utilizada (500 a 15000 rpm). Isto significa que a função de minimização “busca” valores de parâmetros que representem um sistema para o específico comportamento limitado àquela faixa, o que não implica necessariamente em se aproximar dos parâmetros reais do sistema físico. Daí o apreço em se avaliar a vastidão da faixa de rotação em análise.

Durante o presente trabalho, não foram investigadas as sensibilidades dos parâmetros modais com relação aos modos assumidos de vibrar do subsistema fundação. Tais modos apenas foram escolhidos na forma numérica mais simples possível para um corpo rígido.

Uma avaliação mais extensa, envolvendo um maior número de casos estudados, inclusive e principalmente com fundação flexível, se faz de fundamental importância na continuidade do trabalho, para uma verificação mais aprofundada do Método dos Deslocamentos de identificação.

No que diz respeito aos métodos numéricos, o seu aprimoramento independe, a princípio, do objeto de aplicação, o qual pode ser um método de identificação empregado a uma fundação flexível com muitos mancais, ou qualquer outra função de minimização sob quaisquer outras condições. Todavia, considerando que esse aprimoramento consista em modificações no sentido de uma melhoria na precisão e confiabilidade sob os menores custos possíveis de processamento, devem haver direções preferenciais para essas alterações, segundo as características do problema, de modo a maximizar os seus efeitos. Por conseguinte, o método numérico acaba assumindo peculiaridades adaptadas ao tipo de aplicação em específico, o que pode exigir uma readaptação para o caso de uma situação mais distinta. Os valores dos incrementos iterativos aqui utilizados, por exemplo, dificilmente serviriam para o caso da minimização de uma função que retratasse outro sistema físico.

## Capítulo 9

### Conclusões

Os métodos teórico-experimentais abordados no presente trabalho, conforme demonstrado, apresentam uma grande praticidade de aplicação, em comparação com os métodos analíticos e os experimentais. O estudo realizado evidencia isso através da explanação do equacionamento envolvido, onde a contribuição da fundação (e do solo) na vibração de todo o sistema dinâmico do turbogruppo é calculada através de medidas experimentais de deslocamentos, obtidas nas regiões dos mancais, e dos modelos analíticos do rotor e do filme de óleo (para o segundo método). Deste modo, evita-se a comumente complexa modelagem da fundação e ocorre uma maior fidelidade do modelo do sistema completo ao sistema real, já que se torna dispensável um modelo específico do solo (complexo), uma vez que ele é considerado indiretamente, inserido num modelo mais simples para toda a estrutura que envolve o rotor e o filme de óleo. Além disso, as medições são feitas “in situ”, com a máquina em funcionamento, o que viabiliza uma maior agilidade nos procedimentos de análise por não se exigir que a fundação esteja isolada do rotor. Também como consequência da mencionada simplicidade, ocorrem vantagens de ordem computacional, pois a modelagem analítica de uma estrutura de fundação pode incorrer em um oneroso processamento numérico, e também resultar em valores imprecisos devido aos inevitáveis erros cumulativos.

Ainda com relação aos métodos de identificação, ficou demonstrado que o Método dos Deslocamentos possui uma importante vantagem, quando comparado com o Método das Forças. Esta consiste no fato dele não exigir a inversão da matriz modal da fundação, o que acarreta na possibilidade do seu número de modos poder ser diferente do número de graus de

liberdade associados aos pontos de conexão entre a fundação e o rotor, isto é, o número de modos de vibrar pode ser menor, resumido aos modos de maior relevância.

Os métodos numéricos de procura de parâmetros, aplicados ao segundo método de identificação, mostraram que, para se minimizar a função respectiva, estratégias bem distintas podem ser tomadas. Para o caso de um rotor suportado por dois mancais em uma fundação rígida, o Método da Razão Áurea resultou ser mais eficiente que o Método das Probabilidades; em contrapartida, ele foi mais oneroso. Porém, a sua implementação ainda está em fase inicial, havendo, portanto, possibilidades de significativas melhorias em seus processos iterativos.

O propósito de se pesquisar métodos de modelagem de fundações (ou de qualquer outra parte de um turbogruppo) consiste em viabilizar aperfeiçoamentos em técnicas de monitoramento de falhas, assim como em contribuir para seus métodos de detecção, diagnose e localização. Naturalmente, o elemento motor de todos esses esforços é a redução de custos. Quanto menos freqüentemente ocorrem falhas em turbogrupos - assim como em qualquer outro equipamento - menores se tornam os dispêndios envolvidos, o que pode refletir em melhorias na receita de uma sociedade. Não se trata apenas de valores financeiros, mas também da qualidade do produto gerado. Assim, pode-se entender que o índice de falhas em turbogrupos pode influenciar na qualidade de vida de uma sociedade, seja pela qualidade envolvida ou pelos custos de manutenção. Espera-se, deste modo, que o trabalho possa contribuir de alguma forma para um benefício social.

## **9.1 Perspectivas Futuras**

Na seqüência prevista para o trabalho, resumidamente, estão o aperfeiçoamento do Método da Razão Áurea e aplicações diversas para outros tipos de fundação, tais como as flexíveis com maior número de mancais, ou com selos de fluxo. Também estão previstas investigações experimentais.

## Referências Bibliográficas

- [1] ANEJA, I. A. Dynamic Interacting Response of Large Turbine-Generators Supported on Foundations of Different Flexibilities. **IFTToMM International Conference**, Rome, Italy, September, 1982.
- [2] ARORA, J. S. **Introduction to Optimum Design**, McGraw-Hill, Singapore, 1989.
- [3] BACHSCHMID, N.; CAVALCA, K.L.; CHELI, F. The relevance of the dynamic behaviour of the supporting structure in calculating critical speeds of multistage centrifugal pumps with interstage seals. **Rotordynamics'92 International Conference**, Venice, Italy, p.158-165, 1992.
- [4] BACHSCHMID, N.; PIZZIGONI, B.; Di PASQUANTONIO, F. A Method for Investigating the Dynamic Behavior of a Turbomachinery Shaft on a Foundation. **ASME, DET Conference**, Chicago, USA, p. 77-DET-16, 1977.
- [5] BACHSCHMID, N.; BERNANTE, R.; FRIGERI, C. Dynamic Analysis of a 660 MW Turbogenerator Foundation. **IFTToMM International Conference**, Rome, Italy, 1982.
- [6] BACHSCHMID, N.; PIZZIGONI, B.; VANIA, A. Some Results in The Diagnosis of Malfunctions in Rotating Machinery. **L'Energia Elettrica**, n.6, 1987.
- [7] BEOLCHINI, G. C. A Parametric Analysis for Vibrating Machine Foundations. **IFTToMM International Conference**, Rome, Italy, September, 1982.

- [8] BROWN, D. L.; ALLEMANG, R.J.; MERGEAY, M. Parameter Estimation Techniques for Modal Analysis. **Society of Automotive Engineers**, p.828-847, 1980.
- [9] CAPELLI, M.; DIANA, G.; LAPINI, G. L.; VALLINI, A. Diagnostics os Malfunctions in Large Steam Turbine-Generators: Some Case-Histories. **IFToMM International Conference**, Lyon, France, p.455-460, 1990.
- [10] CAVALCA, K. L. **L'Interazione tra Rotori e Struttura Portante: Metodologie per la sua Modellazione**. Milano: Dipartimento di Meccanica, Politecnico di Milano, 1993. Tesi di Dottorado di Ricerca in Meccanica Applicata, Politecnico di Milano, Italia, p. 3-6, 1993.
- [11] CHELI, F.; CAVALCA, K. L.; DEDINI, F. G.; VANIA, A. Dynamical Behaviour Analysis of Rotor Structure Systems by a Modal Truncation Method. **9<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference**, Florence, Italy, p. 1309-1315, Apr. 1991.
- [12] CHELI, F.; CAVALCA, K. L.; DEDINI, F. G.; VANIA, A. Supporting Structure Effects on Rotating Machinery Vibrations. **IMechE**, Bath, England, C432/119, p. 543-548, 1992.
- [13] CHELI, F.; DIANA, G.; VANIA, A. Identificazione dei Parametri Modali delle Fondazione di Machine Rotanti. **L' Energia Elettrica**, n.6, p. 229-236, 1987.
- [14] CHOY, F. K.; LIANG, R.; XU, P. Fault Identification of Beams on Elastic Foundation. **Computers end Geotechnics**, n.17, p.157-176, 1995.
- [15] CURAMI, A.; GASPARETTO, M.; ROGNONI, V. An On-line Computer System as na Aid to Solving Rotor Dynamic Problems. **IFToMM International Conference**, Rome, Italy, p.337/346, 1982.
- [16] CURAMI, A.; PIZZIGONI, B. Un Programma di Calcolo Automatico per L'Analisi Statica di una Linea A'Alberi. **L'Energia Elettrica**, n.12, p.494-502, 1981.

- [17] CURAMI, A.; VANIA, A. An Application of Modal Analysis Techniques. **L'Energia Elettrica**, n.7-8, p.294-307, 1985.
- [18] DEDINI, F. G. **Identificazione dei Cuscinetti e della Fondazione di Rotori: Metodologie e Risultati Sperimentali**. Milano: Dipartimento di Meccanica, Politecnico di Milano, 1993. Tesi di Dottorato di Ricerca in Meccanica Applicata, Politecnico di Milano, Italia, p. 3-6, 1992.
- [19] DEDINI, F. G.; CAVALCA, K. L. Aplicação de Métodos de Identificação Teórico-Experimentais na Análise de um Turbogenerador com Sete Mancais. **XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica**, Brasília, Brasil, p. 1241-1244, Dec. 1993.
- [20] DIANA, G.; BACHSCHMID, N. Influenza della Struttura Portante sulle Velocità Critiche Flessionale di Alberi Rotanti. **L' Energia Elettrica**, n.9, p. 411-418, 1978.
- [21] DIANA, G.; CHELI, F.; VANIA, A. A Method to Identify the Foundation Modal Parameters through Measurements of the Rotor Vibrations. **IMechE - Vibrations in Rotating Machinery**, Cambridge, UK, C300/88, p. 217-222, 1988.
- [22] DIANA, G.; CURAMI, A.; PIZZIGONI, B. Computer Analysis of Rotor Bearing Systems - P.A.L.L.A.: a package to analyze the dynamic behavior of a rotor-supporting structure system. **Rotordynamics 2 - Problems in Turbomachinery**, Wien-New York, 1988.
- [23] DIANA, G.; GASPARETTO, M.; CHELI, F.; MANENTI, A.; VANIA, A. A Diagnostic System to Define Malfunctioning Conditions of a Turbogenerator. **IFTtoMM International Conference on Rotordynamics**, JSME, Tokyo, Japan, p. 367-372, 1986.
- [24] DIMARAGONAS, A. D. A Brief History of Rotor Dynamics. **Rotordynamics' 92 International Conference**, Venice, Italy, p. 1-10, Apr. 1992.



- [25] FENG, N.; HAHN, E. J. Including Foundation Effects on Vibration Behavior of Rotating Machinery. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v.9, p. 243-256, 1995.
- [26] HEHL, M. E. **Linguagem de Programação Estruturada FORTRAN 77**, McGraw-Hill, São Paulo, Brasil, 1986.
- [27] LAPINI, G. L.; ZIPPO, M.; VALLINI, A.; DIANA, A.; COLLINA, A. High Vibration on a 90 MW Gas Turbine-Generator due to a Supporting Structure Resonance. **Rotordynamics'92 International Conference**, Venice, Italy, p.310-318, 1992.
- [28] NAIDU, N. R.; RAO, G. V. Free Vibration and Stability Behaviour of Uniform Beams and Columns on Nonlinear Elastic Foundation. **Computers and Structures**, v.58, n.6, p. 1213-1215, Mar. 1996.
- [29] NEWLAND, D. E. **Mechanical vibration analysis and computation**, John Wiley & Sons, New York, USA, 1989.
- [30] PRELLS, von U.; LEES, A. W.; FRISWELL, M. I.; SMART, M. G. The Identification of the Influence of a Real Foundation on Machine Dynamics. **Schwingungen in rotierenden Maschinen IV**, Universität GH Kassel, Germany, p. 291-298, Mar. 1997.
- [31] SAFAK, E. Detection and Identification of Soil- Structure Interaction in Buildings from Vibration Recordings. **Journal of Structure Engineering**, v.121, n.5, p. 899-906, May 1995.

## Anexo

### Estratégias de Busca Bibliográfica

A pesquisa bibliográfica foi realizada a partir de livros, teses e artigos obtidos de diferentes formas. Os livros utilizados foram aqueles que são de uso comum, mas capazes de fornecer todas informações e conceitos necessários à dissertação, que não os trabalhos publicados na forma de artigos e teses. As teses utilizadas foram encontradas diretamente com as pessoas que trabalham com o assunto na UNICAMP. A maior diversidade de informações proveio dos artigos, fossem eles de periódicos ou conferências.

O acesso às referências começou a ficar mais facilitado a partir de uma significativa melhora nas bases de dados na década de oitenta, desde as internacionais até as localizadas dentro das universidades. Assim, o número de trabalhos consultados teve uma tendência crescente com o tempo. Grande parte dos trabalhos foi recuperada através de anais de conferências e do “Engineering Index”.

Uma importante base de dados consultada foi a COMPENDEX, disponível na Biblioteca Central da UNICAMP. Abrangendo, quando da pesquisa, desde 1990 até final de 1996, ela permitiu que se fizesse uma investigação ágil e confiável. No caso, utilizou-se das seguintes estratégias:

A) [Vibration-ou-Vibrations-ou-Vibrating]-e-[Foundation-ou-Foundations]

B) [Identification-ou-Identifications]-e-[Foundation-ou-Foundations]

Número de trabalhos recuperados:

A: 1990: 74; 1991: 96; 1992: 120; 1993: 59; 1994: 62; 1995: 74; 1996: 47

B: 1990 a 1996: 7

Total: 539

A razão de se ter adotado uma estratégia que resultasse numa recuperação tão pouco precisa foi a cautela em se tentar minimizar as chances de não se alcançar algum trabalho relevante. Daí o número grande de artigos.

Todavia, mesmo assim, poucos trabalhos têm alguma relação importante com o tema da dissertação. Apesar disso, com base nas informações dos “abstracts” fornecidas pelo COMPENDEX nas listagens, diversas obras de conteúdo possivelmente interessante foram averiguadas na íntegra. Somente algumas puderam ser realmente aproveitadas.

A razão dessa escassez de trabalhos no assunto é resultada do fato de que, em se tratando de fundações, a maior parte das pesquisas de modelamento busca soluções analíticas. Por isso se encontra também muitos trabalhos de modelamento de solo, juntamente com estudos das suas interações com as estruturas, comumente de turbogrupos ou edifícios.

## Apêndice A

### Configuração do Programa Computacional ROTORTEST

O ROTORTEST é um programa versado em FORTRAN que trata de todo o sistema completo *rotor - filme de óleo - fundação*. Dividido em cinco blocos, cada um deles tem uma função específica (CAVALCA [10]) que varia desde a preparação dos dados de entrada, passando pelos cálculos, até a apresentação dos resultados, feita conjuntamente com os blocos de cálculos. Primeiramente, de posse dos dados de entrada, as características dinâmicas do rotor são calculadas analiticamente pelo Método dos Elementos Finitos, conforme descrito no Capítulo 3. Posteriormente, são calculados os modelos analíticos dos selos de fluxo e dos mancais hidrodinâmicos. Por fim, são calculados os parâmetros modais da fundação, seja por dados de métodos experimentais, analíticos ou teórico-experimentais. Com base em todos os parâmetros do sistema completo, é feita então a montagem da sua matriz elastodinâmica e o cálculo da sua resposta em frequência.

Detalhando melhor as funções de cada um dos cinco blocos, tem-se a seguir:

BLOCO 1: Este bloco recebe os dados de entrada do rotor e do filme de óleo. Também é feita a esquematização da distribuição das massas pelos elementos de eixo, e também são calculadas as forças de reação estática nos mancais, para a definição dos mesmos.

BLOCO 2: Aqui são recebidos os dados de entrada da geometria dos selos mecânicos. Além disso, são realizados os cálculos dos coeficientes dinâmicos equivalentes para

os selos, a partir das equações da continuidade e das de Bernoulli, através da linearização das forças originadas dos fluxos axial e circunferencial, nas vizinhanças do equilíbrio estático.

BLOCO 3: Os coeficientes equivalentes de amortecimento e rigidez do filme de óleo são calculados com base na linearização das forças em torno da posição de equilíbrio, obtidas da equação de Reynolds.

BLOCO 4: Neste bloco são calculados os parâmetros modais da fundação. No caso do trabalho apresentado, aqui são inseridos os programas dedicados à identificação destes parâmetros, pelos métodos teórico-experimentais.

BLOCO 5: Enfim, neste bloco são calculadas e montadas as matrizes globais do sistema completo, incluindo a matriz elastodinâmica. A resposta em frequência também é calculada, a partir dos dados de entrada das forças de excitação, originadas de um conhecido desbalanço. Aqui também são obtidas as curvas características de rigidez e amortecimento dos selos de fluxo e dos mancais.

## **A.1 BLOCO 4 - Cálculo da Fundação**

Nesta seção do programa principal ROTORTEST são agrupados todos os programas, rotinas e subrotinas necessários à identificação dos parâmetros modais pelos métodos descritos. A figura A.1 ilustra o diagrama do atual procedimento teórico para o cálculo dos parâmetros modais de fundação. Neste trabalho, propõe-se uma nova opção para o bloco 4, configurada no diagrama da figura A.2, onde a organização e a hierarquia das etapas implicadas para o Método dos Deslocamentos são esquematizadas.

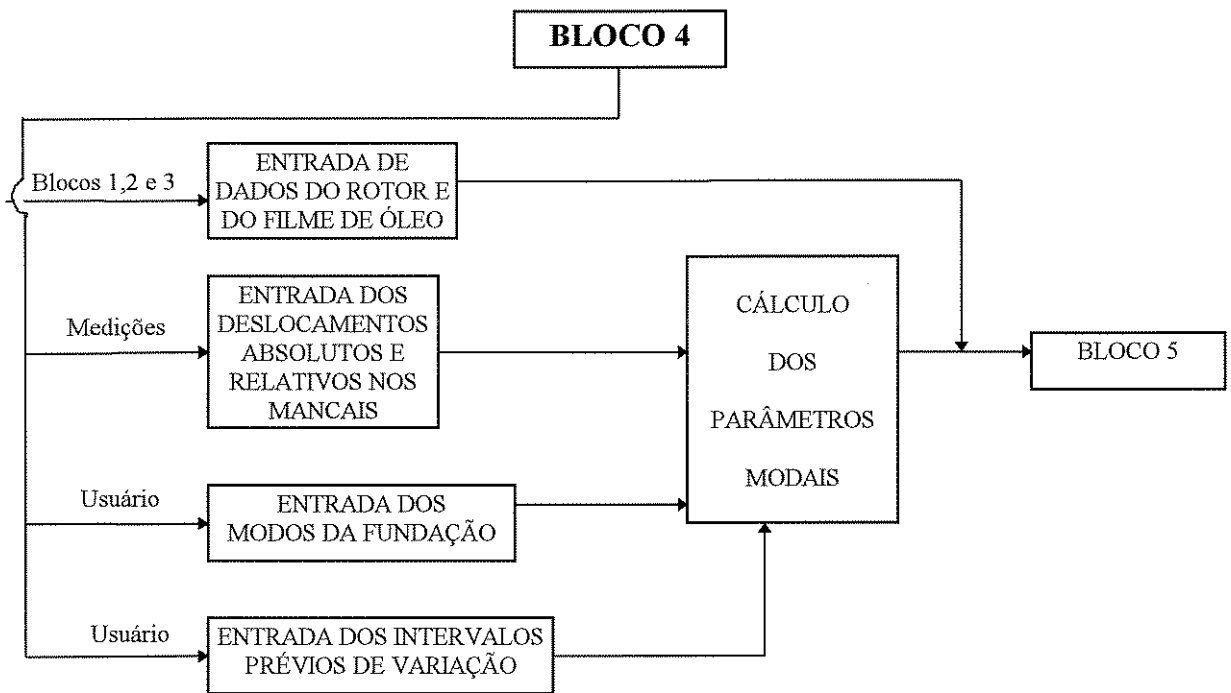


Figura A.1 - Diagrama para Cálculo Teórico

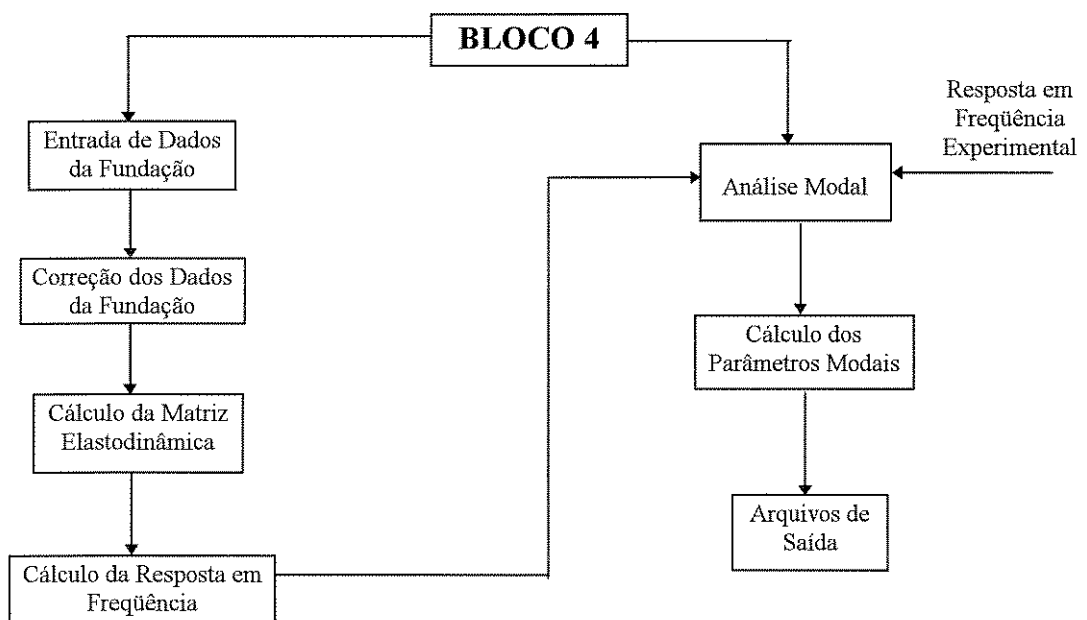


Figura A.2 - Diagrama para Método Teórico-Experimental

## Apêndice B

### Programas Implementados e Desenvolvidos

O método de identificação aplicado foi programado em FORTRAN, assim como as suas duas subrotinas, correspondentes aos dois métodos numéricos.

São mostradas, a seguir, as listagens abaixo relacionadas:

- Programa principal do Método dos Deslocamentos;
- Subrotina do Método das Probabilidades;
- Subrotina do Método da Razão Áurea.

#### B.1 Método dos Deslocamentos

```
PARAMETER (NMAX=50000)
DIMENSION A(NMAX)
DIMENSION AGOLD(700)
COMMON/ADRA/NP/NVAL/NRAN/IMIN/ISTAMP/IRR/FO
COMMON/PAT/NPX,ISTAMPX,EPS1,EPS2,IMINX,FOX,LIMIT,IER
COMMON/FUN/NMAXX,NSUP,N7,A
COMMON/FUN1/NMODV,NMODO,NMODI,ISPER
EXTERNAL FUNCTA
C11-----
NMAXX=NMAX
OPEN(UNIT=8,NAME='MIN92A\j\DAT.DAT',TYPE='UNKNOWN',FORM='FORMATTED',
# READONLY)
WRITE(6,*) ' Xf experimental [1] ou analitico [0] ?'
READ(5,*) ISPER
WRITE(8,*) ISPER
```

```

IF(ISPER.EQ.1) OPEN(UNIT=13,NAME='VIBSUP.DAT',TYPE='OLD',
# FORM='UNFORMATTED',READONLY)
IF(ISPER.EQ.1) OPEN(UNIT=12,NAME='VIBROT.DAT',TYPE='OLD',
# FORM='UNFORMATTED',READONLY)
IF(ISPER.EQ.1) WRITE(6,*) '* ATENZIONE DATI SPERIMENTALI * '

```

C-----

```

WRITE(6,*) ' Numero de Suportes: '
READ(5,*) NSUP
WRITE(8,*) NSUP
WRITE(6,*) ' Numero de Modos Verticais: '
READ(5,*) NMODV
WRITE(8,*) NMODV
WRITE(6,*) ' Numero de Modos Horizontais: '
READ(5,*) NMODO
WRITE(8,*) NMODO
NMODI=NMODO+NMODV
WRITE(6,*) ' Numero Total de Modos nos Suportes: ',NMODI
NP=NMODI*3
NPX=NP
FOX=FO
C WRITE(6,*) ' Forneca ISCEL: '
C READ(5,*) ISCEL
C WRITE(8,*) ISCEL
WRITE(6,*) ' Numero de Iteracoes: '
READ(5,*) LIMIT
WRITE(8,*) LIMIT
WRITE(6,*) ' NUMERO MASSIMO VALUTAZIONI ',LIMIT
IMINX=-1
ISTAMPX=0
EPS1=1.E-4
EPS2=1.E-8
N1=1
N2=N1+NP ! XS
N3=N2+NP ! XMIN
N4=N3+NP ! XMAX
N5=N4+NP ! X
N6=N5+NP ! EPS
N7=N6+NP ! COM
IF(N7.GT.NMAX) STOP ' ERRO DIMENSIONAL EM MIN92A'
M1=1 !GOLD F
M2=M1+NP*NF !GOLD AL
M3=M2+NP !GOLD AU
M4=M3+NP !GOLD AA
M5=M4+NP !GOLD AB
M6=M5+NP !GOLD FL
M7=M6+NP !GOLD FU
M8=M7+NP !GOLD FA
M9=M8+NP !GOLD FB
M10=M9+NP !GOLD ALFA
M11=M10+NP*NF !GOLD G

```



```

IF(M10.GT.700) STOP ' ERRO DIMENSIONAL EM MIN92A'
WRITE (6,*) 'PATMOD [1] ou PATGOLD [2] ?'
READ (5,*) ISCEL
C
CALL INI(NP,A(N2),A(N3),A(N1))
C
GO TO (1001,1002),ISCEL
C
1001 CONTINUE
CALL PATMOD(FUNCTA,A(N1),A(N4),A(N6),A(N5),A(N2),A(N3))
C
WRITE(2,*) ' PATMOD '
WRITE(6,*) ' PATMOD'
501 WRITE(2,*) ' FUNZIONE OBIETTIVO ',FOX
WRITE(2,*) ' PARAMETRI CALCOLATI '
WRITE(2,100) (A(N1-1+IR),A(N2-1+IR),A(N3-1+IR),IR=1,NP)
100 FORMAT(1X,E12.5,(' ',E12.5,E12.5,','))
WRITE(6,*) ' FUNZIONE OBIETTIVO ',FOX
WRITE(6,*) ' PARAMETRI CALCOLATI '
WRITE(6,100) (A(N1-1+IR),A(N2-1+IR),A(N3-1+IR),IR=1,NP)
STOP
1002 CONTINUE
CALL PATGOLD(FUNCTA,A(N1),A(N4),A(N6),A(N5),A(N2),A(N3),
# AGOLD(M1),AGOLD(M2),AGOLD(M3),AGOLD(M4),AGOLD(M5),AGOLD(M6),
# AGOLD(M7),AGOLD(M8),AGOLD(M9),AGOLD(M10),AGOLD(M11))
WRITE(2,*) ' PATGOLD '
WRITE(6,*) ' PATGOLD '
WRITE(6,*) ' '
C WRITE(6,*) 'Forneca o Numero de Fracoes (NF): '
C READ(5,*) NF
GO TO 501
END

```

## B.2 Método das Probabilidades

```

SUBROUTINE PATMOD(FUNCT,XS,X,COM,EPS,L,U)
COMMON /PAT/ N,ISTAMP,EPS1,EPS2,IMIX,F0,LIMIT,IER
REAL X(N),XS(N),EPS(N),L(N),U(N),COM(N)
CHARACTER*8 NOME(60)
OPEN(UNIT=98,NAME='PATMOD.DAT',TYPE='UNKNOWN',FORM='FORMATTED')
C
C INIZIALIZZAZIONE
C
IF (EPS1.LE.0.) GO TO 331
DO 332 I=1,N
332 EPS(I)=EPS1
331 CONTINUE
DO 333 I=1,N/3
333 NOME(I)='VELOCITA'
DO 334 I=N/3+1,2*N/3

```

```

334 NOME(I)='..R/Rc..'
do 335 I=2*N/3+1,N
335 NOME(I)='..MASSA.'
ICONT=0
IDIM=0
DO 1 I=1,N
COM(I)=(U(I)-L(I))/10
1 X(I)=XS(I)
A=-IMIX*FUNCT(XS,N)
write(6,*) '****FUNZIONE OGGETTIVO INIZIALE =' ,A
C
C ESPLORAZIONE
BN=0
C
2 IND=0
AA=A
C
DO 3 I=1,N
write(6,1002) NOME(I),I,xs(I),L(I),U(I)
1002 FORMAT(1X,A8,1X,'ORIG.=XS(',I2,')=' ,E12.5,1X,'(', ,E12.5,E12.5,')')
C TESTE PRIMEIRA FAIXA ( * X )
X(I)=(3*XS(I)+L(I))/4
B=-IMIX*FUNCT(X,N)
IF(B.LT.A)THEN
U(I)=(XS(I)+4*U(I))/5
GO TO 30
ENDIF
C TESTE SEGUNDA FAIXA ( X * )
X(I)=(3*XS(I)+U(I))/4
B=-IMIX*FUNCT(X,N)
IF(B.LT.A)THEN
L(I)=(XS(I)+4*L(I))/5
GO TO 30
ENDIF
C TESTE TERCEIRA FAIXA ( X * )
X(I)=(XS(I)+U(I))/2
B=-IMIX*FUNCT(X,N)
IF(B.LT.A)THEN
L(I)=(XS(I)+3*L(I))/4
GO TO 30
ENDIF
C TESTE QUARTA FAIXA ( * X )
X(I)=(XS(I)+L(I))/2
B=-IMIX*FUNCT(X,N)
IF(B.LT.A)THEN
U(I)=(XS(I)+3*U(I))/4
GO TO 30
ENDIF
C TESTE QUINTA FAIXA ( * X )
X(I)=(XS(I)+3*L(I))/4

```

```

B=-IMIX*FUNCT(X,N)
IF(B.LT.A)THEN
U(I)=(XS(I)+2*U(I))/3
GO TO 30
ENDIF
C  TESTE SEXTA FAIXA (      X      * )
X(I)=(XS(I)+3*U(I))/4
B=-IMIX*FUNCT(X,N)
IF(B.LT.A)THEN
L(I)=(XS(I)+2*L(I))/3
GO TO 30
ENDIF
c  variacao dos limites
L(I)=(XS(I)+11*L(I))/12
U(I)=(XS(I)+11*U(I))/12
write(6,1003) NOME(I),I,xs(I),L(I),U(I)
1003 FORMAT(1X,A8,1X,'NUOVA=XS(',I2,')=',E12.5,1X,'(',E12.5,E12.5,')')
write(6,*) '$'
X(I)=XS(I)
GO TO 3
30  A=B
IF(ABS(XS(I)-L(I)).LT..01*L(I)) L(I)=.9*L(I)
IF(ABS(XS(I)-U(I)).LT..01*U(I)) U(I)=1.1*U(I)
write(6,1003) NOME(I),I,X(I),L(I),U(I)
write(6,*) '##### Nuova funz.Obj. =',A
write(6,*) '*'
IND=1
XS(I)=X(I)
3  CONTINUE
ICONT=ICONT+1
C
C  TEST FINE ALGORITMO
C
IF(IND.EQ.1) GO TO 7
C=A
DO 119 I=1,N
BN=-IMIX*FUNCT(XS,N)
IF(BN.LT.C) C=BN
119 CONTINUE
IF(ABS(C-AA).LE.EPS2) GO TO 12
DO 11 I=1,N
IF((U(I)-L(I))/10.GT.EPS(I)) GO TO 8
11 CONTINUE
GO TO 401
7  write(98,*) 'a-aa=',a,'-',aa, '=',abs(a-aa)
WRITE(6,*) 'EPS1=',EPS1,'EPS2=',EPS2
IF(ABS(A-AA).LE.EPS2) GO TO 13
8  IF(ICONT.GE.LIMIT) GO TO 400
WRITE(98,*) 'ITERAZIONE No',ICONT,'A=',A
GO TO 2

```

```

300 IRAD=0
12  WRITE(98,*) ' FINE ITERAZIONE No',ICONT,'CC=',C
    GO TO 15
13  WRITE(98,*) ' FINE ITERAZIONE No',ICONT,'A=',A
15  F0=-IMIX*A
    IER=0
325 CONTINUE
    DO 221 I=1,N
221  WRITE(98,1009) I,XS(I),L(I),U(I)
1009 FORMAT(/T6,'X(I,2,')= ',G12.7,'(',G12.7,G12.7,')')
    WRITE(98,1010) F0
1010 FORMAT(/T36,'VALORE OTTIMO DELLA F.O. ',G12.7)
    RETURN
400  F0=-IMIX*A
    IER=1
    WRITE(98,1012) ICONT
1012 FORMAT(T6,95('*')////T31,' IL NUMERO DI ITERAZIONI ('I5,')
    # NON E' SUFFICIENTE'/T42,'PER GARANTIRE LA CONVERGENZA',//
    # T47,'PUNTO TROVATO ')
    GO TO 325
401  F0=-IMIX*A
    IER=1
    WRITE(98,1015) ICONT
1015 FORMAT(T6,95('*')////T31,' IL NUMERO DI ITERAZIONI ('I5,')
    # chiude la fascia'/T42,'CONVERGENZA accettabile',//
    # T47,'PUNTO TROVATO ')
    GO TO 325
    END

```

### B.3 Método da Razão Áurea

```

SUBROUTINE PATMOD(FUNCT,XS,X,COM,EPS,L,U)
COMMON /PAT/ N,ISTAMP,EPS1,EPS2,IMIX,F0,LIMIT,IER
REAL X(N),XS(N),EPS(N),L(N),U(N),COM(N)
CHARACTER*8 NOME(60)
OPEN(UNIT=98,NAME='PATMOD.DAT',TYPE='UNKNOWN',FORM='FORMATTED')
C
C  INIZIALIZZAZIONE
C
    IF (EPS1.LE.0.) GO TO 331
    DO 332 I=1,N
332  EPS(I)=EPS1
331  CONTINUE
    DO 333 I=1,N/3
333  NOME(I)='VELOCITA'
    DO 334 I=N/3+1,2*N/3
334  NOME(I)='..R/Rc..'
    do 335 I=2*N/3+1,N
335  NOME(I)='..MASSA.'
    ICONT=0

```

```

IDIM=0
DO 1 I=1,N
COM(I)=(U(I)-L(I))/10
1 X(I)=XS(I)
A=-IMIX*FUNCT(XS,N)
write(6,*) '****FUNZIONE OGGETTIVO INIZIALE =',A
C
C ESPLORAZIONE
BN=0
C
2 IND=0
AA=A
C
DO 3 I=1,N
write(6,1002) NOME(I),I,xs(I),L(I),U(I)
1002 FORMAT(1X,A8,1x,'ORIG.=XS(',I2,')=',E12.5,1X,'(',E12.5,E12.5,')')
C TESTE PRIMEIRA FAIXA ( * X )
X(I)=(3*XS(I)+L(I))/4
B=-IMIX*FUNCT(X,N)
IF(B.LT.A)THEN
U(I)=(XS(I)+4*U(I))/5
GO TO 30
ENDIF
C TESTE SEGUNDA FAIXA ( X * )
X(I)=(3*XS(I)+U(I))/4
B=-IMIX*FUNCT(X,N)
IF(B.LT.A)THEN
L(I)=(XS(I)+4*L(I))/5
GO TO 30
ENDIF
C TESTE TERCEIRA FAIXA ( X * )
X(I)=(XS(I)+U(I))/2
B=-IMIX*FUNCT(X,N)
IF(B.LT.A)THEN
L(I)=(XS(I)+3*L(I))/4
GO TO 30
ENDIF
C TESTE QUARTA FAIXA ( * X )
X(I)=(XS(I)+L(I))/2
B=-IMIX*FUNCT(X,N)
IF(B.LT.A)THEN
U(I)=(XS(I)+3*U(I))/4
GO TO 30
ENDIF
C TESTE QUINTA FAIXA ( * X )
X(I)=(XS(I)+3*L(I))/4
B=-IMIX*FUNCT(X,N)
IF(B.LT.A)THEN
U(I)=(XS(I)+2*U(I))/3
GO TO 30

```

```

    ENDIF
C   TESTE SEXTA FAIXA (      X      * )
    X(I)=(XS(I)+3*U(I))/4
    B=-IMIX*FUNCT(X,N)
    IF(B.LT.A)THEN
        L(I)=(XS(I)+2*L(I))/3
        GO TO 30
    ENDIF
c   variacao dos limites
    L(I)=(XS(I)+11*L(I))/12
    U(I)=(XS(I)+11*U(I))/12
    write(6,1003) NOME(I),I,xs(I),L(I),U(I)
1003 FORMAT(1X,A8,1X,'NUOVA=XS(',I2,')=',E12.5,1X,'(',E12.5,E12.5,')')
    write(6,*) '$'
    X(I)=XS(I)
    GO TO 3
30  A=B
    IF(ABS(XS(I)-L(I)).LT..01*L(I)) L(I)=.9*L(I)
    IF(ABS(XS(I)-U(I)).LT..01*U(I)) U(I)=1.1*U(I)
    write(6,1003) NOME(I),I,X(I),L(I),U(I)
    write(6,*) '##### Nuova funz. Obj. =',A
    write(6,*) '*'
    IND=1
    XS(I)=X(I)
3   CONTINUE
    ICONT=ICONT+1
C
C   TEST FINE ALGORITMO
C
    IF(IND.EQ.1) GO TO 7
    C=A
    DO 119 I=1,N
        BN=-IMIX*FUNCT(XS,N)
        IF(BN.LT.C) C=BN
119  CONTINUE
    IF(ABS(C-AA).LE.EPS2) GO TO 12
    DO 11 I=1,N
        IF((U(I)-L(I))/10.GT.EPS(I)) GO TO 8
11   CONTINUE
    GO TO 401
7   write(98,*) 'a-aa=',a,'-',aa,'=',abs(a-aa)
    WRITE(6,*) 'EPS1=',EPS1,'EPS2=',EPS2
    IF(ABS(A-AA).LE.EPS2) GO TO 13
8   IF(ICONT.GE.LIMIT) GO TO 400
    WRITE(98,*) 'ITERAZIONE No',ICONT,'A=',A
    GO TO 2
300 IRAD=0
12  WRITE(98,*) ' FINE ITERAZIONE No',ICONT,'CC=',C
    GO TO 15
13  WRITE(98,*) ' FINE ITERAZIONE No',ICONT,'A=',A

```

```

15  F0=-IMIX*A
    IER=0
325  CONTINUE
    DO 221 I=1,N
221  WRITE(98,1009) I,XS(I),L(I),U(I)
1009  FORMAT(/T6,'X(',I2,')= ',G12.7,'(',G12.7,G12.7,')')
    WRITE(98,1010) F0
1010  FORMAT(/T36,'VALORE OTTIMO DELLA F.O. ',G12.7)
    RETURN
400  F0=-IMIX*A
    IER=1
    WRITE(98,1012) ICONT
1012  FORMAT(T6,95('*')////T31,' IL NUMERO DI ITERAZIONI (',I5,')
    # NON E' SUFFICIENTE'/T42,'PER GARANTIRE LA CONVERGENZA',//
    # T47,'PUNTO TROVATO ')
    GO TO 325
401  F0=-IMIX*A
    IER=1
    WRITE(98,1015) ICONT
1015  FORMAT(T6,95('*')////T31,' IL NUMERO DI ITERAZIONI (',I5,')
    # chiude la fascia'/T42,'CONVERGENZA accettabile',//
    # T47,'PUNTO TROVATO ')
    GO TO 325
    END

```