

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

*Este exemplar corresponde à redação final*  
ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA TESE  
*de Humberto César Chaves Fernandes*  
DEFENDIDA POR HUMBERTO CÉSAR CHAVES FERNANDES E A  
*prova realizada em 09/07/1984*  
PROVADA PELA COMISSÃO JULGADORA EM 09/07/1984.

*Atílio José Giarola*  
Assinatura do Orientador

Prof. Dr. ATTÍLIO JOSÉ GIAROLA  
ORIENTADOR  
CURSOS DE PÓS-GRADUAÇÃO DA  
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

ESTRUTURAS PLANARES GERAIS  
EM GUIAS DE ONDAS MILIMÉTRICAS:  
LINHAS DE LÂMINAS

*Humberto César Chaves Fernandes*  
HUMBERTO CÉSAR CHAVES FERNANDES

Orientador : Prof. Dr. ATTÍLIO JOSÉ GIAROLA

057/84

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia de Campinas, da Universidade Estadual de Campinas-UNICAMP, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de DOUTOR EM CIÊNCIAS.

CAMPINAS  
JUNHO - 1984

Aos meus pais e irmãos,

À minha esposa, Maria Cristina,  
e aos meus filhos, Humberto e  
Álvaro,

Pelos incentivos, apoio e dedica  
ção sempre presentes no período  
do deste trabalho.

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof.Dr.Attílio José Giarola, pelo grande esforço e colaboração na excelente orientação desta tese;

Ao Prof.Dr.Rui Fragassi Souza pelas várias sugestões e atenção dispensadas ao longo deste trabalho;

Aos Profs.Dr.David A.Rogers, Dr.Gabriel F.O.Freire, Dr.Tatsuo Itoh, Dr.Raj Mittra e Msc.Mauro L.Coimbra por valiosas sugestões;

Aos colegas da Universidade Federal do Rio Grande do Norte e da Universidade Estadual de Campinas, que direta ou indiretamente contribuíram para o bom desenvolvimento deste trabalho;

À Sra.Maria Júlia D.Fray e ao Sr.Washington Luiz de Paula Pereira, pelos trabalhos de datilografia; ao Sr.Luiz C. Pasquini por confecções de desenhos; e aos funcionários da UNICAMP pela atenção e interesse em trabalhos realizados;

À UNICAMP, à UFRN, ao PICD-CAPES, à TELEBRÁS e ao CNPq, que auxiliaram e possibilitaram a execução deste trabalho.

## SUMÁRIO

O principal objetivo desta tese consiste na caracterização de novas e modernas estruturas de microondas, as "Linhas de Lâminas" ou "Fin Lines". Estas estruturas são compostas de linhas de fitas ou microfitas adaptadas no plano-E de pequenos guias reangulares de ondas milimétricas.

As linhas de lâminas são muito importantes em comunicações, pois além de poderem ser utilizadas numa faixa de frequências muito grande, da ordem de 15 GHz a 300 GHz, não apresentam vários problemas existentes em microfitas nas frequências mais altas. São também usadas na fabricação de quase todos os dispositivos de microondas nestas frequências, tais como filtros, acopladores, etc., incluindo dispositivos híbridos de estado sólido, a baixo custo e pequenas dimensões.

Neste trabalho, estudos foram desenvolvidos para analisar as seguintes novas estruturas: a) Linhas de Lâminas Unilaterais com uma camada dielétrica localizada arbitrariamente no plano-E do guia de ondas; b) Linhas de Lâminas Unilaterais com duas camadas dielétricas justapostas e com localizações arbitrárias no plano-E; c) Linhas de Lâminas Unilaterais com duas camadas dielétricas em lados opostos e localizações arbitrárias; d) Linhas de Lâminas Bilaterais uni-dielétrica com localização arbitrária; e) Linhas de Lâminas Bilaterais contendo duas camadas dielétricas justapostas e internas às lâminas localizadas arbitrariamente no plano-E do guia de ondas milimétricas, e f) Linhas de Lâminas Trilaterais.

O método principal de análise utilizado, consiste em usar o eficiente conceito da Linha de Transmissão Equivalente, no domínio espectral da transformada de Fourier, através do poderoso método dos momentos.

Um outro método igualmente eficiente também foi desenvol

vido, baseando-se nas expansões dos campos elétricos e magnéticos, por meio de funções potenciais, no domínio espectral. Este método contudo, conduz a cálculos mais extensos do que o anterior, para estruturas mais complexas. Neste processo, obtém-se as transformadas de Fourier das funções diádicas de Green, e também aplica-se o método dos momentos.

Vários resultados são obtidos para a constante dielétrica efetiva de todas as estruturas citadas, e também para a impedância característica de várias delas, através da elaboração de programas computacionais. Uma grande eficiência e rapidez computacional foi verificada, confirmando a eficácia dos métodos desenvolvidos nesta tese.

## SUMMARY

The main objective of this thesis is to characterize various configurations of the new and modern microwave structures known as Fin Lines. These structures are obtained by placing strip or microstrip lines along the E-plane of rectangular millimeter waveguides.

Fin Lines are very important in communications because, in addition to their possible use in a wide frequency range, extending from 15 GHz to 300 GHz, they do not have some of the limitations observed at the higher frequencies by microstrip lines. Most of the microwave devices that use strip or microstrip lines at lower frequencies, such as filters, couplers, dividers, etc, including hybrid solid state devices, may be constructed with fin lines, with reasonably small dimensions and at a low cost.

In the present work studies were developed to analyze the following new structures: a) Unilateral Fin Lines with a single dielectric layer arbitrarily located in the E-plane of the waveguide; b) Unilateral Fin Lines with two adjacent dielectric layers, arbitrarily located in the E-plane of the waveguide, c) Unilateral Fin Lines with two dielectric layers oppositely located with respect to the metal fin and arbitrarily located in the E-plane of the waveguide, d) Bilateral Fin Lines with a single dielectric layer arbitrarily located in the E-plane of the waveguide, e) Bilateral Fin Lines with two adjacent dielectric layers between the two metal fins and arbitrarily located in the E-plane of the waveguide, and f) Trilateral Fin Lines.

For most of the analysis, the efficient equivalent transmission line method in the spectral domain of the Fourier transform through the powerful moment method was used.

Another method, equally efficient and based in the expansion of the electric and magnetic fields by means of potential functions in the spectral domain has also been developed. However, this

method leads to more extensive calculations than the previous one when used in more complex structures. In this method the Fourier transform of the dyadic Green's functions are obtained and the moment method is also used.

Various results were obtained of the effective dielectric constant for all the structures considered here and of the characteristic impedance of a few of them by means of a digital computer program in a DEC-10 system. A high computational velocity and efficiency were observed, confirming the efficacy of the methods developed in this thesis.

## ÍNDICE

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO .....	1
CAPÍTULO II - LINHAS DE LÂMINAS UNILATERAIS. TEORIA DA EXPANSÃO DOS CAMPOS ELÉTRICOS E MAGNÉTICOS EM FUNÇÕES POTENCIAIS NO DOMÍNIO DA TRANSFORMADA DE FOURIER .....	7
II.1 - INTRODUÇÃO .....	8
II.2 - DESCRIÇÃO TEÓRICA GERAL DO MÉTODO DA EXPANSÃO DOS CAMPOS ELÉTRICOS E MAGNÉTICOS EM FUNÇÕES POTENCIAIS NO DOMÍNIO ESPECTRAL .....	9
II.3 - NOVAS ESTRUTURAS DE LINHAS DE LÂMINAS UNILATERAIS BLINDADAS BIDIELÉTRICAS ARBITRÁRIAS. UMA EXTENSÃO ÀS LINHAS DE LÂMINAS UNILATERAIS UNIDIELÉTRICA .....	22
II.4 - RESULTADOS NUMÉRICOS .....	39
II.5 - CONCLUSÃO .....	54
CAPÍTULO III - LINHAS DE LÂMINAS BILATERAIS. TEORIA DA EXPANSÃO DAS FUNÇÕES POTENCIAIS NO DOMÍNIO ESPECTRAL .....	55
III.1 - INTRODUÇÃO .....	56
III.2 - TEORIA DE LINHAS DE LÂMINAS BILATERAIS TRIDIELÉTRICAS .....	56
III.3 - RESULTADOS NUMÉRICOS .....	70
III.4 - CONCLUSÃO .....	74
CAPÍTULO IV - ANÁLISE DAS LINHAS DE LÂMINAS PELA TEORIA DA LINHA DE TRANSMISSÃO EQUIVALENTE NO DOMÍNIO DA TRANSFORMADA DE FOURIER. ESTRUTURAS UNILATERAIS UNIDIELÉTRICAS .....	77



IV.1 - INTRODUÇÃO .....	78
IV.2 - PROBLEMA DE AUTO-VALORES. DESCRIÇÃO TEÓRICA GERAL DO MÉTODO DA LINHA DE TRANSMISSÃO EQUIVALENTE .....	78
IV.3 - LINHAS DE LÂMINAS UNILATERAIS ARBITRÁRIAS COM UMA REGIÃO DIELÉTRICA .....	85
IV.4 - RESULTADOS NUMÉRICOS .....	91
IV.5 - CONCLUSÃO .....	100
 CAPÍTULO V - LINHAS DE LÂMINAS UNILATERAIS BIDIELÉTRICAS ...	101
V.1 - INTRODUÇÃO .....	102
V.2 - LINHAS DE LÂMINAS UNILATERAIS BIDIELÉTRICAS JUSTAPOSTAS .....	102
V.3 - LINHAS DE LÂMINAS UNILATERAIS BIDIELÉTRICAS OPOSTAS .....	111
V.4 - RESULTADOS NUMÉRICOS .....	118
V.5 - CONCLUSÃO .....	127
 CAPÍTULO VI - LINHAS DE LÂMINAS BILATERAIS UNIDIELÉTRICA E BIDIELÉTRICAS .....	128
VI.1 - INTRODUÇÃO .....	129
VI.2 - LINHAS DE LÂMINAS BILATERAIS UNIDIELÉTRICAS .....	129
VI.3 - LINHAS DE LÂMINAS BILATERAIS BIDIELÉTRICAS .....	138
VI.4 - RESULTADOS NUMÉRICOS .....	148
VI.5 - CONCLUSÃO .....	151
 CAPÍTULO VII - LINHAS DE LÂMINAS TRILATERAIS: NOVAS ESTRUTURAS DE MICROONDAS .....	152
VII.1 - INTRODUÇÃO .....	153
VII.2 - TEORIA DAS LINHAS DE LÂMINAS TRILATERAIS .....	153

VII.3 - RESULTADOS NUMÉRICOS .....	174
VII.4 - CONCLUSÃO .....	178
CAPÍTULO VIII - CONCLUSÕES .....	181
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	185
APÊNDICE A .....	193

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O principal objetivo desta tese consiste no desenvolvimento de novas e modernas estruturas de LINHAS DE LÂMINAS ou "Fin Lines" para ondas milimétricas em microondas. Estas estruturas são constituídas de linhas de fita ou microfita simples ou acopladas, adaptadas no Plano-E de pequenos guias de ondas milimétricas, como mostradas na Fig. 1.1.

O surgimento das linhas de lâminas nestes últimos anos [1]-[10], permitiu que vários problemas das linhas de microfita, sem o guia de ondas, fossem superados. Por exemplo, para frequências mais altas, da ordem de 15 GHz a 50 GHz, as microfitas diminuem seu desempenho, aparecendo perdas por irradiação, acoplamentos espúrios, propagação de modos mais altos, dispersão, e ainda, suas dimensões tornam-se muito pequenas a ponto de se tornarem irrealizáveis fisicamente, etc. [1],[11].

As linhas de lâminas continuam sendo desenvolvidas intensamente [12]-[41], e além de não apresentarem estes problemas das microfitas, possuem as vantagens adicionais de poderem ser utilizadas numa faixa de frequências muito grande, da ordem de 15 GHz a 300 GHz, possuem aplicações na fabricação fácil a baixo custo e pequenas dimensões, da maioria dos dispositivos de microondas nestas frequências, tais como Linhas de Transmissão, Junções no plano E-Y, Isoladores, Atenuadores, Filtros, Acopladores, Circuladores, Limitadores, Osciladores, Misturadores, Divisores de Potência, Amplificadores, Antenas, etc., e possuem também aplicações na construção de dispositivos híbridos de filme fino em estado sólido.

Sistemas completos de recepção e transmissão, já utilizam estes dispositivos para comunicações usando ondas milimétricas, e continuam em desenvolvimento. As utilizações destes sistemas nestas frequências são as mais gerais, abrangendo desde a telefonia, comunicações em geral entre as pessoas, e utilizações militares vantajosas, até observações solares e comunicações astronômicas e cósmicas.

Neste trabalho, estudos foram desenvolvidos para analisar novas estruturas de linhas de lâminas unilaterais, bilaterais e trilaterais.

O principal método de análise utilizado neste desenvolvi

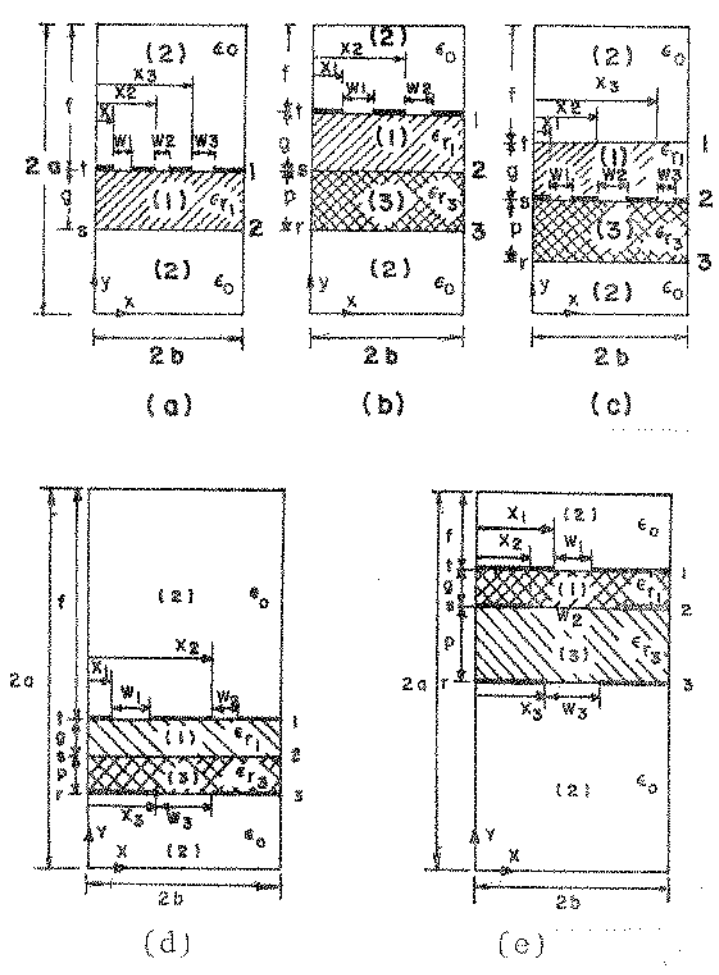


Fig. I.1 - Seções transversais de novas estruturas de Linhas de Lâminas, ou "Fin Lines", contendo lâminas metálicas com fendas arbitrárias e substratos dielétricos localizados simétrica e assimetricamente, no plano-E do guia de ondas milimétricas, para (a) Linhas de Lâminas Unilaterais Unidielétricas, (b) Linhas de Lâminas Unilaterais Bidielétricas Justapostas, (c) Linhas de Lâminas Unilaterais Bidielétricas Opostas, (d) Linhas de Lâminas Bilaterais Unidielétricas ou Bidielétricas, e (e) Linhas de Lâminas Trilaterais.

mento consiste em usar o eficiente conceito da Linha de Transmissão Equivalente, no domínio espectral da transformada de Fourier, através do importante método dos momentos. Neste procedimento, uma transformação de coordenadas espacial é realizada, e são desenvolvidas as admitâncias próprias e de transferências na direção transversa de cada estrutura, relacionando os campos elétricos às densidades de correntes. Em seguida retornam-se às coordenadas originais e eliminam-se as densidades de correntes, através do método dos momentos, usando-se o teorema de Parseval. Funções base apropriadas são desenvolvidas no domínio da transformada de Fourier, satisfazendo todas as condições de contorno, e são substituídas nas expressões dos campos elétricos nas fendas das linhas de lâminas.

Este processo resulta em equações matriciais homogêneas de autovalores, das quais a constante dielétrica efetiva é obtida pela pesquisa das raízes dos seus determinantes, através de métodos numéricos em somatórios.

Outro método igualmente eficiente, e que conduz aos mesmos resultados do anterior, também foi desenvolvido para a análise de novas estruturas de linhas de lâminas. Este método baseia-se na expansão dos campos elétricos e magnéticos, em termos de funções potenciais no domínio espectral da transformada de Fourier, para as diferentes regiões dielétricas no interior das estruturas das linhas de lâminas. Neste procedimento são desenvolvidas funções admitâncias, relacionando campos e densidades de correntes elétricas, que são as transformadas de Fourier das Funções Diádicas de Green das estruturas. Em seguida, o método dos momentos é aplicado, para se obter a constante de propagação.

Conhecida a constante de propagação, a impedância característica é obtida, no domínio espectral, utilizando a mais útil definição para as estruturas de linhas de lâminas, relacionando a voltagem à potência nas fendas. A voltagem é obtida da integral do campo elétrico expandido na fenda, e a potência resulta da integral na direção transversa dos termos longitudinais do vetor de Poynting Complexo.

A descrição desta tese é composta de mais sete capítulos. Dois deles tratam do desenvolvimento das linhas de lâminas pelo mé

todo de análise usando a expansão dos campos através de funções potenciais; outros quatro capítulos descrevem várias novas estruturas pelo método da linha de transmissão equivalente no domínio espectral, e no oitavo capítulo descrevem-se as conclusões deste trabalho.

No capítulo segundo são analisadas as Linhas de Lâminas Unilaterais pelo método da expansão dos campos elétricos e magnéticos no domínio espectral. A análise inclui o desenvolvimento que conduz à obtenção da constante de propagação e da impedância característica de algumas destas estruturas unilaterais.

Por este mesmo método citado, as Linhas de Lâminas Bilaterais são desenvolvidas no terceiro capítulo, com cálculos da constante de propagação e da impedância característica.

No quarto capítulo é iniciado o estudo geral das linhas de lâminas utilizando o conceito da linha de transmissão equivalente no domínio espectral da transformada de Fourier através do método dos momentos. Neste capítulo são desenvolvidas estruturas unilaterais contendo uma região dielétrica simétrica e assimetricamente localizada no plano-E do guia de ondas, e com fendas simples e acopladas.

No quinto capítulo a constante dielétrica efetiva é calculada para novas estruturas de linhas de lâminas unilaterais, contendo duas regiões dielétricas justapostas e duas regiões dielétricas opostas em relação às lâminas metálicas.

Uma análise das estruturas de Linhas de Lâminas Bilaterais contendo uma e duas regiões dielétricas é apresentada no sexto capítulo.

No sétimo capítulo as modernas Linhas de Lâminas Trilaterais são descritas, pelo método da linha de transmissão equivalente no domínio espectral para duas regiões dielétricas e três fendas, com localizações arbitrárias no plano-E do guia de ondas.

Finalmente, no oitavo capítulo descrevem-se as conclusões destes trabalhos e dos resultados apresentados nos capítulos anteriores.

Para as teorias desenvolvidas nesta tese, foram elabora

dos programas computacionais na linguagem FORTRAN-IV, utilizando um sistema DEC-10. Os estudos aqui desenvolvidos foram comprovados, comparando-se os resultados para os casos mais simples de simetrias existentes na literatura recente, através de curvas e resultados experimentais. Uma excelente concordância foi verificada nestes ca sos possíveis. Em outros novos trabalhos aqui apresentados, teve-se sempre o cuidado de se fazerem todas as comparações de simetrias opostas, necessárias para comprovações corretas.

Uma excelente convergência e rapidez computacional foi conseguida, confirmando a eficiência dos métodos desenvolvidos pa ra estas novas estruturas de Linhas de Lâminas de ondas milimétricas.



CAPÍTULO II

LINHAS DE LÂMINAS UNILATERAIS. TEORIA DA EXPANSÃO  
DOS CAMPOS ELÉTRICOS E MAGNÉTICOS EM FUNÇÕES PO-  
TENCIAIS NO DOMÍNIO DA TRANSFORMADA DE FOURIER

## 11.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo é iniciado o estudo analítico das estruturas de linhas de lâminas de ondas milimétricas, em microondas, que são desenvolvidas na descrição deste trabalho.

O principal objetivo deste capítulo consiste em desenvolver a teoria da constante de propagação e da impedância característica, de algumas estruturas de linhas de lâminas unilaterais. Estas estruturas consistem de uma linha de lâminas condutoras com uma ou duas regiões dielétricas diferentes, adaptadas no plano-E de pequenos guias retangulares de ondas milimétricas. Fendas nas lâminas metálicas, estão também presentes na direção longitudinal dos guias de ondas.

Um eficiente método de análise é desenvolvido. Este método consiste em expandir os campos elétricos e magnéticos, no domínio espectral da transformada de Fourier, através de funções potenciais elétricas e magnéticas [42], para as diferentes regiões dielétricas de novas estruturas de linhas de lâminas. Este método é exato.

Funções base são então expandidas para os campos elétricos nas fendas. Na referência [12] foi escolhida uma função de grau unitário, naquela expansão. Contudo alguns critérios importantes de convergência [43] não são atendidos com aquelas funções. Neste trabalho outras funções base mais apropriadas às condições de contorno nas fendas, e atendendo de melhor forma a critérios de convergência computacional, são desenvolvidos.

Em seguida, o método dos momentos [44] é aplicado no processo, utilizando-se também o teorema de Parseval [45], para eliminar as densidades de corrente das lâminas metálicas, nas equações matriciais não-homogêneas, que relacionam campos elétricos e densidades de corrente. Estas relações são desenvolvidas em termos de funções admitâncias que são as transformadas de Fourier das funções Diádicas de Green [46]-[48], para as linhas de lâminas.

Então a constante de propagação é calculada por métodos iterativos [49]-[50], pela pesquisa dos zeros de equações trans-

condenciais, proveniente do determinante da equação matricial homogênea de autovalores, resultante do processo.

Uma análise baseada na teoria de "Ridged Waveguide" [51]-[54] e em resultados experimentais [2], também é verificada neste capítulo.

A impedância característica é obtida após a constante de propagação ser calculada, utilizando uma definição que relaciona a voltagem à potência nas fendas, e que é a mais útil definição para fins experimentais e teóricos de estruturas de linhas de lâminas. A voltagem é obtida pela integral do campo elétrico na fenda, e a potência resulta da integral na direção transversa dos termos longitudinais do vetor de Poynting Complexo, no domínio espectral da transformada de Fourier.

## II.2 - DESCRIÇÃO TEÓRICA GERAL DO MÉTODO DA EXPANSÃO DOS CAMPOS ELÉTRICOS E MAGNÉTICOS EM FUNÇÕES POTENCIAIS NO DOMÍNIO ESPECTRAL.

Um método de análise geral, expandido para o desenvolvimento de estruturas de linhas de lâminas, com várias lâminas metálicas nas interfaces de diversos substratos dielétricos, é desenvolvido nesta seção. Este desenvolvimento inclui a descrição da constante de propagação e da impedância característica. O método consiste em expandir os campos elétricos e magnéticos em termos de funções potenciais [42], no domínio espectral da transformada de Fourier, para estruturas de linhas de lâminas gerais como mostradas na Fig.II.1.

Esta estrutura de linhas de lâminas cuja seção transversal é mostrada na Fig.II.1, consiste de um guia retangular de ondas milimétricas, com dimensões  $2a$  e  $2b$ ,  $n$  interfaces dielétricas,  $(n+1)$  regiões dielétricas, e contém fendas arbitrárias,  $w_j$ , nas lâminas metálicas. O sistema de coordenadas escolhido, também está indicado na figura.

As linhas de lâminas, são estruturas não homogêneas contendo diferentes regiões dielétricas, e portanto, os campos nes-

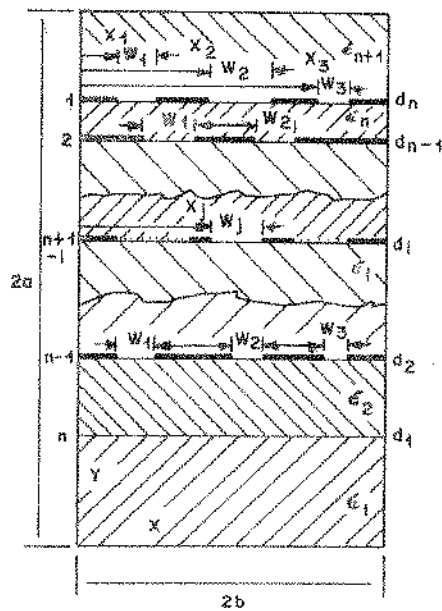


Fig.11.1 - Seção transversal de uma estrutura de Linhas de Lâminas geral, com  $n$  interfaces,  $(n+1)$  regiões dielétricas, e  $K$  fendas com larguras  $W_j$ , nas lâminas metálicas. O guia de ondas milimétrico que também compõe a estrutura tem dimensões internas  $2a$  e  $2b$ .

tas estruturas são compostos de modos híbridos Transversais Elétricos e Transversais Magnéticos [55]-[57]. Os campos elétricos e magnéticos para as  $i$ -ésimas regiões dielétricas na Fig.II.1, podem ser obtidos a partir de funções potenciais escalares,  $\phi^e(x,y)$  e  $\phi^h(x,y)$ , elétricas e magnéticas, respectivamente.

As componentes dos campos na direção longitudinal,  $z$ , das linhas de lâminas são então definidas por:

$$E_{z(i)} = j \frac{(K_{(i)}^2 - \beta^2)}{\beta} \phi_{(i)}^e(x,y) e^{-j\beta z} \quad (\text{II.2.1})$$

para os campos elétricos, e

$$H_{z(i)} = j \frac{(K_{(i)}^2 - \beta^2)}{\beta} \phi_{(i)}^h(x,y) e^{-j\beta z} \quad (\text{II.2.2})$$

para os campos magnéticos. Nestas expressões,  $\beta$  é a constante de propagação na direção  $z$ , e

$$K_{(i)} = \omega(\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r(i)})^{1/2} \quad (\text{II.2.3})$$

é o número de onda na  $i$ -ésima região dielétrica;  $\omega = 2\pi f$  é a frequência angular dada em radianos por segundo,  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo;  $\epsilon_0$  é a permissividade do espaço livre e  $\epsilon_{r(i)}$  é a permissividade relativa do  $i$ -ésimo substrato dielétrico.

A variação com o tempo,  $t$ , dos campos, é da forma exponencial,  $(e^{j\omega t})$ , e é omitida ao longo deste trabalho.

As componentes transversais,  $x$  e  $y$ , dos campos elétricos e magnéticos são obtidos dos campos longitudinais definidos nas eqs. II.2.1 e II.2.2, e das equações de Maxwell,

$$\nabla \times \vec{E}_{(i)} = -j\omega\mu_0 \vec{H}_{(i)} \quad (\text{II.2.4})$$

$$\nabla \times \vec{H}_{(i)} = j\omega\epsilon_0 \epsilon_{r(i)} \vec{E}_{(i)} \quad (\text{II.2.5})$$

onde após alguns desenvolvimentos algébricos [56], [58], e separações das componentes, obtêm-se,

$$\vec{E}_T(i) = \vec{E}_x(i) + \vec{E}_y(i) = \frac{1}{K(i)^{-\beta^2}} (j\beta \nabla_T E_z(i) - j\omega\mu_0 \hat{z} \times \nabla_T H_z(i)) \quad (\text{II.2.6})$$

e

$$\vec{H}_T(i) = \vec{H}_x(i) + \vec{H}_y(i) = \frac{1}{K(i)^{-\beta^2}} (j\beta \nabla_T H_z(i) + j\omega\epsilon_0 \epsilon_r(i) \hat{z} \times \nabla_T E_z(i)) \quad (\text{II.2.7})$$

para os campos transversais na estrutura de linhas de lâminas, onde o símbolo "x" indica aqui a notação do produto vetorial, " $\nabla_T$ " é o operador "nabla" transverso, e o símbolo " $\hat{z}$ " indica a direção vetorial z, ou seja, o versor z. As perdas dielétricas e condutoras são desprezíveis no estudo.

Nas expressões (II.2.6) e (II.2.7) as operações nos campos transversais são realizadas e obtêm-se,

$$E_x(i) = - \frac{j}{K(i)^{-\beta^2}} \left( \beta \frac{\partial}{\partial x} E_z(i) + \omega\mu_0 \frac{\partial}{\partial y} H_z(i) \right) \quad (\text{II.2.8})$$

$$E_y(i) = - \frac{j}{K(i)^{-\beta^2}} \left( \beta \frac{\partial}{\partial y} E_z(i) - \omega\mu_0 \frac{\partial}{\partial x} H_z(i) \right) \quad (\text{II.2.9})$$

para os campos elétricos, e

$$H_x(i) = - \frac{j}{K(i)^{-\beta^2}} \left( \beta \frac{\partial}{\partial x} H_z(i) - \omega\epsilon_0 \epsilon_r(i) \frac{\partial}{\partial y} E_z(i) \right) \quad (\text{II.2.10})$$

$$H_y(i) = - \frac{j}{K(i)^{-\beta^2}} \left( \beta \frac{\partial}{\partial y} H_z(i) + \omega\epsilon_0 \epsilon_r(i) \frac{\partial}{\partial x} E_z(i) \right) \quad (\text{II.2.11})$$

para os campos magnéticos. Os símbolos " $\frac{\partial}{\partial x}$ " e " $\frac{\partial}{\partial y}$ " indicam as de-

derivadas parciais com relação a  $x$  e a  $y$ , respectivamente.

As componentes longitudinais dos campos na estrutura, expressas nas eqs. (II.2.1) e (II.2.2) são então substituídas nas eqs. (II.2.8) a (II.2.11), fornecendo as seguintes expressões em termos das funções potenciais elétricas e magnéticas:

$$E_{x(i)} = \left[ \frac{\partial}{\partial x} \phi_{(i)}^e(x, y) + \frac{\omega \mu_0}{\beta} \frac{\partial}{\partial y} \phi_{(i)}^h(x, y) \right] e^{-j\beta z} \quad (\text{II.2.12})$$

$$E_{y(i)} = \left[ \frac{\partial}{\partial y} \phi_{(i)}^e(x, y) - \frac{\omega \mu_0}{\beta} \frac{\partial}{\partial x} \phi_{(i)}^h(x, y) \right] e^{-j\beta z} \quad (\text{II.2.13})$$

para os campos elétricos, e

$$H_{x(i)} = \left[ \frac{\partial}{\partial x} \phi_{(i)}^h(x, y) - \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r(i)}{\beta} \frac{\partial}{\partial y} \phi_{(i)}^e(x, y) \right] e^{-j\beta z} \quad (\text{II.2.14})$$

$$H_{y(i)} = \left[ \frac{\partial}{\partial y} \phi_{(i)}^h(x, y) + \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r(i)}{\beta} \frac{\partial}{\partial x} \phi_{(i)}^e(x, y) \right] e^{-j\beta z} \quad (\text{II.2.15})$$

para os campos magnéticos.

Os campos elétricos e magnéticos devem ser soluções das equações de onda na estrutura de linhas de lâminas, obedecendo as leis que regem as equações de Maxwell. Desta forma, como esta estrutura é não homogênea e fechada em um guia de ondas,  $E_z$  e  $H_z$ , das equações (II.2.1) e (II.2.2) devem satisfazer as seguintes equações de ondas de Helmholtz, nas  $i$ -ésimas regiões dielétricas:

$$\nabla_T^2 E_z(i) + (K_{(i)}^2 - \beta^2) E_z(i) = 0 \quad (\text{II.2.16})$$

e

$$\nabla_T^2 H_z(i) + (K_{(i)}^2 - \beta^2) H_z(i) = 0 \quad (\text{II.2.17})$$

O passo seguinte, consiste em transformar as grandezas dos campos espaciais para o domínio espectral da transformada de Fourier. Para isto, definem-se as seguintes transformadas das funções potenciais  $\phi_{(i)}^e(x,y)$  e  $\phi_{(i)}^h(x,y)$ ,

$$\bar{\phi}_{(i)}^e(\alpha, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{(i)}^e(x, y) e^{j\alpha x} dx \quad (\text{II.2.18})$$

e

$$\bar{\phi}_{(i)}^h(\alpha, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{(i)}^h(x, y) e^{j\alpha x} dx \quad (\text{II.2.19})$$

onde o símbolo " $\bar{\phantom{x}}$ " indica as transformadas de Fourier das funções, cujas transformadas inversas de Fourier são,

$$\phi_{(i)}^e(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\phi}_{(i)}^e(\alpha, y) e^{-j\alpha x} d\alpha \quad (\text{II.2.20})$$

e

$$\phi_{(i)}^h(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\phi}_{(i)}^h(\alpha, y) e^{-j\alpha x} d\alpha \quad (\text{II.2.21})$$

respectivamente, para as funções potenciais elétricas e magnéticas.

Nestas expressões,  $\alpha$  é a variável espectral satisfazendo as condições de contorno nas paredes do guia, para  $x=0$  e  $x=2b$  no sistema de coordenadas indicado na Fig.II.1, e é dada por

$$\alpha = \alpha_n = \frac{n\pi}{2b}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{II.2.22})$$

Outros sistemas de coordenadas contudo, podem ser usados e os valores de  $\alpha$  tomam outras expressões.

As equações de Helmholtz em (II.2.16) e (II.2.17), são então desenvolvidas para o domínio da transformada de Fourier, fazendo-se uso das eqs.(II.2.1) e (II.2.2). Destas equações, obtêm-se,



$$\nabla_T^2 \phi_{(i)}(x, y) + (K_{(i)}^2 - \beta^2) \phi_{(i)}(x, y) = 0 \quad (\text{II.2.23})$$

que é válida para  $\phi_{(i)}^e$  e  $\phi_{(i)}^h$ . Nesta equação (II.2.23),

$$\nabla_T^2 \phi_{(i)} = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{x} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \bar{y} \right) \phi_{(i)} \quad (\text{II.2.24})$$

As transformadas de Fourier das funções  $\phi_{(i)}$ , são então utilizadas através de (II.2.18) e (II.2.19). Fazendo-se uso das transformadas de Fourier da referência [59], após alguns desenvolvimentos matemáticos obtêm-se, que a transformada da função  $f(x)$  com derivada de ordem  $n$  é dada por

$$\tilde{f} [f^n(x)] = j^n (-\alpha)^n \tilde{f}(\alpha) \quad (\text{II.2.25})$$

e portanto,

$$\nabla_T^2 \tilde{\phi}_{(i)}(\alpha, y) = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{\phi}_{(i)}(\alpha, y) - \alpha^2 \tilde{\phi}_{(i)}(\alpha, y) \quad (\text{II.2.26})$$

Tomando-se então a transformada de Fourier da expressão (II.2.23) e utilizando-se a eq.(II.2.26), obtêm-se:

$$\left( \frac{d^2}{dy^2} - \gamma_{(i)}^2 \right) \tilde{\phi}_{(i)}^e(\alpha, y) = 0 \quad (\text{II.2.27})$$

e

$$\left( \frac{d^2}{dy^2} - \gamma_{(i)}^2 \right) \tilde{\phi}_{(i)}^h(\alpha, y) = 0 \quad (\text{II.2.28})$$

onde,

$$\gamma_{(i)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2 \epsilon_r(i))^{1/2} \quad (\text{II.2.29})$$

é a constante de propagação na direção transversa  $y$ , para as diferentes regiões dielétricas da estrutura, e  $K_0$  é o número de onda no espaço livre.

Portanto, no domínio espectral os campos serão expandi-

dos nas regiões dielétricas considerando-se uma propagação transversal em  $y$ .

As componentes dos campos nas eqs.(II.2.1), (II.2.2), e (II.2.12) a (II.2.15) são então expressas no domínio da transformada de Fourier, e após desenvolvidas, usando-se a eq.(II.2.25), obtêm-se as seguintes expressões gerais:

$$\bar{E}_z(i) = j \frac{(K_{(i)}^2 - \beta^2)}{\beta} \bar{\phi}^e(i) e^{-j\beta z} \quad (II.2.30)$$

$$\bar{H}_z(i) = j \frac{(K_{(i)}^2 - \beta^2)}{\beta} \bar{\phi}^h(i) e^{-j\beta z} \quad (II.2.31)$$

$$\bar{E}_x(i) = -j\alpha \bar{\phi}^e(i) + \frac{\omega\mu_0}{\beta} \frac{\partial}{\partial y} \bar{\phi}^h(i) e^{-j\beta z} \quad (II.2.32)$$

$$\bar{H}_x(i) = -j\alpha \bar{\phi}^h(i) - \frac{\omega\epsilon_0 \epsilon_r(i)}{\beta} \frac{\partial}{\partial y} \bar{\phi}^e(i) e^{-j\beta z} \quad (II.2.33)$$

$$\bar{E}_y(i) = \left( \frac{\partial}{\partial y} \bar{\phi}^e(i) + j \frac{\omega\mu_0}{\beta} \alpha \bar{\phi}^h(i) \right) e^{-j\beta z} \quad (II.2.34)$$

e,

$$\bar{H}_y(i) = \left( \frac{\partial}{\partial y} \bar{\phi}^h(i) - j \frac{\omega\epsilon_0 \epsilon_r(i)}{\beta} \alpha \bar{\phi}^e(i) \right) e^{-j\beta z} \quad (II.2.35)$$

As condições de contorno para as paredes da estrutura de linhas de lâminas da Fig.II.1, em  $y=0$  e  $y=2a$  são aplicadas,

$$\bar{E}_x(l) = 0 \quad y=0, \quad 0 < x < 2b \quad (II.2.36)$$

$$\bar{E}_x(n+1) = 0 \quad y=2a, \quad 0 < x < 2b \quad (II.2.37)$$

$$\bar{E}_z(l) = 0 \quad y=0, \quad 0 < x < 2b \quad (II.2.38)$$

$$\bar{E}_z(n+1) = 0 \quad y=2a, \quad 0 < x < 2b \quad (II.2.39)$$

Com estas condições, soluções apropriadas das equações diferenciais parciais de segunda ordem, nas eqs.(II.2.27) e (II.2.28), podem ser dadas em termos de funções hiperbólicas [60], como segue:

$$\bar{\phi}_{(1)}^e(\alpha, y) = A_{(1)}^e \sinh(\gamma_{(1)} y) \quad (\text{II.2.40})$$

$$\bar{\phi}_{(1)}^h(\alpha, y) = A_{(1)}^h \cosh(\gamma_{(1)} y) \quad (\text{II.2.41})$$

$$\begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \bar{\phi}_{(i)}^e(\alpha, y) = A_{(i)}^e \sinh(\gamma_{(i)} y) + B_{(i)}^e \cosh(\gamma_{(i)} y) \end{array} \quad (\text{II.2.42})$$

$$\bar{\phi}_{(i)}^h(\alpha, y) = A_{(i)}^h \cosh(\gamma_{(i)} y) + B_{(i)}^h \sinh(\gamma_{(i)} y) \quad (\text{II.2.43})$$

$$\begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \bar{\phi}_{(n+1)}^e(\alpha, y) = A_{(n+1)}^e \sinh[\gamma_{(n+1)} (2a-y)] \end{array} \quad (\text{II.2.44})$$

$$\bar{\phi}_{(n+1)}^h(\alpha, y) = A_{(n+1)}^h \cosh[\gamma_{(n+1)} (2a-y)] \quad (\text{II.2.45})$$

As condições de contorno para  $y=0$  e  $y=2a$ , nas eqs.(II.2.36) a (II.2.39), podem ser verificadas facilmente, substituindo-se as eqs.(II.2.40), (II.2.41) e (II.2.44), (II.2.45), nas expressões dos campos elétricos no domínio espectral em (II.2.30) e (II.2.32).

Os parâmetros  $A_{(1)}^e, A_{(1)}^h, \dots, A_{(i)}^e, A_{(i)}^h, B_{(i)}^e, B_{(i)}^h, \dots, A_{(n+1)}^e$  e  $A_{(n+1)}^h$  nas eqs.(II.2.40) a (II.2.45), são constantes não conhecidas, a serem determinadas ou eliminadas, através da aplicação de novas condições de contorno, dadas a seguir:

a) Para interfaces que não contenham lâminas metálicas,

$$\bar{E}_{x(i)} = \bar{E}_{x(i+1)}, \quad y=d_{(i)} \quad (\text{II.2.46})$$

$$\bar{E}_{z(i)} = \bar{E}_{z(i+1)}, \quad y=d_{(i)} \quad (\text{II.2.47})$$

$$\tilde{H}_x(i) = \tilde{H}_x(i+1) \quad , \quad y=d(i) \quad (II.2.48)$$

$$\tilde{H}_z(i) = \tilde{H}_z(i+1) \quad , \quad y=d(i) \quad (II.2.49)$$

b) Para interfaces contendo lâminas metálicas,

$$\tilde{E}_x(i) - \tilde{E}_x(i+1) = 0 \quad , \quad y=d(i) \quad (II.2.50)$$

$$\tilde{E}_z(i) - \tilde{E}_z(i+1) = 0 \quad , \quad y=d(i) \quad (II.2.51)$$

$$\tilde{H}_x(i) - \tilde{H}_x(i+1) = \tilde{J}_z \quad , \quad y=d(i) \quad (II.2.52)$$

$$\tilde{H}_z(i) - \tilde{H}_z(i+1) = -\tilde{J}_x \quad , \quad y=d(i) \quad (II.2.53)$$

onde  $\tilde{J}_x$  e  $\tilde{J}_z$  são as transformadas de Fourier das densidades de corrente nas lâminas para  $y=d(i)$ .

Quando estas condições de contorno, expressas nas eqs. (II.2.46) a (II.2.53), são desenvolvidas, extensivas manipulações algébricas são realizadas, para eliminar as constantes e para obterem-se todas as relações entre as densidades de corrente  $\tilde{J}_x$ ,  $\tilde{J}_z$ , e os campos elétricos,  $\tilde{E}_{x,d_i}$ ,  $\tilde{E}_{z,d_i}$ , onde existem as lâminas metálicas.

Este processo resulta numa equação matricial não homogênea, relacionando as densidades de corrente nas lâminas aos campos elétricos nas fendas da estrutura de linhas de lâminas da Fig.II.1, através de funções admitâncias que são as transformadas de Fourier das funções diádicas de Green da estrutura. Esta equação matricial tem a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \tilde{J}_x(\alpha, d_n) \\ \tilde{J}_z(\alpha, d_n) \\ \vdots \\ \tilde{J}_x(\alpha, d_1) \\ \tilde{J}_z(\alpha, d_1) \\ \vdots \\ \tilde{J}_x(\alpha, d_2) \\ \tilde{J}_z(\alpha, d_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{XX}^{(1)} & Y_{XZ}^{(1)} & \dots & Y_{XX}^{(n+1-i)} & Y_{XZ}^{(n+1-i)} & \dots & Y_{XX}^{(n-1)} & Y_{XZ}^{(n-1)} \\ Y_{ZX}^{(1)} & Y_{ZZ}^{(1)} & \dots & Y_{ZX}^{(n+1-i)} & Y_{ZZ}^{(n+1-i)} & \dots & Y_{ZX}^{(n-1)} & Y_{ZZ}^{(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{XX}^{(n+1-i)1} & Y_{XZ}^{(n+1-i)1} & \dots & Y_{XX}^{(n+1-i)(n+1-i)} & Y_{XZ}^{(n+1-i)(n+1-i)} & \dots & Y_{XX}^{(n+1-i)(n-1)} & Y_{XZ}^{(n+1-i)(n-1)} \\ Y_{ZX}^{(n+1-i)1} & Y_{ZZ}^{(n+1-i)1} & \dots & Y_{ZX}^{(n+1-i)(n+1-i)} & Y_{ZZ}^{(n+1-i)(n+1-i)} & \dots & Y_{ZX}^{(n+1-i)(n-1)} & Y_{ZZ}^{(n+1-i)(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{XX}^{(n-1)1} & Y_{XZ}^{(n-1)1} & \dots & Y_{XX}^{(n-1)(n+1-i)} & Y_{XZ}^{(n-1)(n+1-i)} & \dots & Y_{XX}^{(n-1)(n-1)} & Y_{XZ}^{(n-1)(n-1)} \\ Y_{ZX}^{(n-1)1} & Y_{ZZ}^{(n-1)1} & \dots & Y_{ZX}^{(n-1)(n+1-i)} & Y_{ZZ}^{(n-1)(n+1-i)} & \dots & Y_{ZX}^{(n-1)(n-1)} & Y_{ZZ}^{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_x(\alpha, d_n) \\ \tilde{E}_z(\alpha, d_n) \\ \vdots \\ \tilde{E}_x(\alpha, d_1) \\ \tilde{E}_z(\alpha, d_1) \\ \vdots \\ \tilde{E}_x(\alpha, d_2) \\ \tilde{E}_z(\alpha, d_2) \end{bmatrix} \quad (II.2.54)$$

Nesta equação, os elementos da matriz admitância são funções dos parâmetros de cada estrutura considerada, e da constante de propagação  $\beta$ .

Para determinar a constante de propagação, o procedimento seguinte é da mesma forma do procedimento do método da linha de transmissão equivalente, no domínio espectral. Este método, também será descrito e desenvolvido a partir do capítulo IV.

Os campos elétricos em (II.2.54) são expandidos em termos das transformadas de Fourier de funções base conhecidas  $f_x$  e  $f_z$ , com coeficientes não conhecidos,

$$\tilde{E}_x(\alpha, d_i) = \sum_{\ell=1}^L a_{xj\ell} \bar{f}_{xj\ell}(\alpha, d_i) \quad (\text{II.2.55})$$

$$\tilde{E}_z(\alpha, d_i) = \sum_{m=1}^M a_{zjm} \bar{f}_{zjm}(\alpha, d_i) \quad (\text{II.2.56})$$

onde o  $j$  refere-se a  $j$ -ésima fenda da  $i$ -ésima lâmina metálica.

Para o sistema de coordenadas da estrutura da Fig.II.1, grupos completos de funções base e suas transformadas de Fourier são descritos no Apêndice A. Contudo outras funções base serão descritas na próxima seção.

O eficaz método dos momentos [44] é então aplicado a (II.2.54), escolhendo-se as funções peso iguais às funções base. Produtos escalares são realizados com estas funções, e o processo resulta na equação matricial homogênea de autovalores seguinte:

$$\begin{bmatrix} K_{XX}^{11} & K_{XZ}^{11} & \dots & K_{XX}^{1(n+1-i)} & K_{XZ}^{1(n+1-i)} & \dots & K_{XX}^{1(n-1)} & K_{XZ}^{1(n-1)} \\ K_{ZX}^{11} & K_{ZZ}^{11} & \dots & K_{ZX}^{1(n+1-i)} & K_{ZZ}^{1(n+1-i)} & \dots & K_{ZX}^{1(n-1)} & K_{ZZ}^{1(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{XX}^{(n+1-i)1} & K_{XZ}^{(n+1-i)1} & \dots & K_{XX}^{(n+1-i)(n+1-i)} & K_{XZ}^{(n+1-i)(n+1-i)} & \dots & K_{XX}^{(n+1-i)(n-1)} & K_{XZ}^{(n+1-i)(n-1)} \\ K_{ZX}^{(n+1-i)1} & K_{ZZ}^{(n+1-i)1} & \dots & K_{ZX}^{(n+1-i)(n+1-i)} & K_{ZZ}^{(n+1-i)(n+1-i)} & \dots & K_{ZX}^{(n+1-i)(n-1)} & K_{ZZ}^{(n+1-i)(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{XX}^{(n-1)1} & K_{XZ}^{(n-1)1} & \dots & K_{XX}^{(n-1)(n+1-i)} & K_{XZ}^{(n-1)(n+1-i)} & \dots & K_{XX}^{(n-1)(n-1)} & K_{XZ}^{(n-1)(n-1)} \\ K_{ZX}^{(n-1)1} & K_{ZZ}^{(n-1)1} & \dots & K_{ZX}^{(n-1)(n+1-i)} & K_{ZZ}^{(n-1)(n+1-i)} & \dots & K_{ZX}^{(n-1)(n-1)} & K_{ZZ}^{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{xj\ell}(d_n) \\ a_{zjm}(d_n) \\ \vdots \\ a_{xj\ell}(d_1) \\ a_{zjm}(d_1) \\ \vdots \\ a_{xj\ell}(d_2) \\ a_{zjm}(d_2) \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{II.2.57})$$

onde os elementos  $K_{pq}^{rs}$ ,  $p, q = x, z$ , e  $r, s = 1, \dots, (n-1)$ , são expressões complexas fornecidas em termos das funções base, tomadas em produtos escalares, e em termos dos elementos da matriz admittância da eq. (II.2.54).

Através do teorema de Parseval [45], as densidades de corrente,  $\bar{J}_x$  e  $\bar{J}_z$ , em (II.2.54) foram eliminadas no processo do método dos momentos, para a obtenção de (II.2.57), pois as densidades de corrente e campos elétricos espaciais, são definidas em regiões complementares.

Utilizando métodos numérico e computacionais eficientes [49], [61], obtém-se a constante de propagação, implícita na eq. (II.2.57), através da pesquisa das raízes do determinante da sua matriz quadrada.

A constante dielétrica efetiva, definida por,

$$\epsilon_{ef} = (\beta/k_0)^2 \quad (II.2.58)$$

é então calculada para as estruturas de linhas de lâminas consideradas.

Um outro trabalho realizado no desenvolvimento deste método de análise, consiste na obtenção da impedância característica para as linhas de lâminas. Isto é realizado após ter sido determinada a constante de propagação  $\beta$ .

Como as estruturas de linhas de lâminas não são homogêneas, não existe uma definição única de impedância característica para estas formas não TEM. Algumas definições existem na literatura especializada [42]-[43].

Contudo, para efeitos experimentais e teóricos, a mais útil definição de impedância característica de linhas de lâminas é usada neste trabalho, e é desenvolvida para as análises aqui apresentadas. Esta definição é baseada na voltagem e potência transportada na  $j$ -ésima fenda. Sua expressão é dada por [14],

$$Z_{cj} = \frac{V_{xj}^2}{2P_j} \quad (II.2.59)$$

Esta definição é geral, e pode ser aplicada às fendas simples ou acopladas, localizadas simétrica ou assimetricamente nas lâminas.

A voltagem na  $j$ -ésima fenda pode ser obtida analiticamente, integrando-se a correspondente expansão em série dos campos naquela fenda, da  $i$ -ésima lâmina, na direção  $x$ ,

$$V_{xj} = \sum_{W_j} E_{xj}(x, d_i) dx \quad (\text{II.2.60})$$

O campo  $E_{xj}$  é obtido da expansão em série de funções base,  $f_{xj}$ , cuja transformada de Fourier foi indicada na eq.(II.2.55), ou seja,

$$E_{xj}(x, d_i) = \sum_{\ell=1}^{L_1} a_{xj} f_{xj\ell}(x, d_i) \quad (\text{II.2.61})$$

A potência na eq.(II.2.59) transportada na fenda, é obtida do vetor do Poynting Complexo [62], e é dada por:

$$P_j = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (E_{xj} H_y^* - E_{yj} H_x^*) dy dx \quad (\text{II.2.62})$$

onde,

$$H_s^* = \sum_j H_j, \quad s = x, y \quad (\text{II.2.63})$$

A potência em (II.2.62) pode ser calculada no domínio da transformada de Fourier [63], usando-se o teorema de Parseval [45],

$$\int_0^{2b} \int_0^{2a} (E_{xj} H_y^* - E_{yj} H_x^*) dy dx = \frac{1}{4b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{2a} (\tilde{E}_{xj} \tilde{H}_y^* - \tilde{E}_{yj} \tilde{H}_x^*) dy \quad (\text{II.2.64})$$

onde os campos à direita de (II.2.64) são funções de  $\alpha_n$ , a variável espectral, dada na eq.(II.2.22), para o sistema de coordenadas da Fig.II.1. Substituindo (II.2.64) na eq.(II.2.62), obtém-se para a potência,

$$P_j = \frac{1}{8B} R_e \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{2a} (\tilde{E}_{x,j} \tilde{\Pi}_y^* - \tilde{E}_{y,j} \tilde{\Pi}_x^*) dy \quad (\text{II.2.65})$$

Através de extenso desenvolvimento algébrico, as quantidades dos campos acima são desenvolvidas em termos dos campos elétricos  $\tilde{E}_x$  e  $\tilde{E}_z$  nas fendas, e em função da variável  $y$ . As expressões dos campos nas  $i$ -ésimas regiões dielétricas, dadas nas eqs. (II.2.30) a (II.2.35), são desenvolvidas juntamente com as funções potenciais transformadas, dadas nas eqs. (II.2.40) a (II.2.45).

No procedimento acima mencionado, os  $\tilde{E}_x$  e  $\tilde{E}_z$ , também são dados em termos das transformadas de Fourier das funções base para as fendas. Em seguida, suas expressões são idênticamente substituídas pelas expansões em série das transformadas de Fourier das funções base, dadas nas eqs. (II.2.55) e (II.2.56).

Após então, uma integração analítica em  $y$ , na eq. (II.2.65), é realizada para cada região dielétrica da estrutura de linhas de lâminas considerada.

Este processo será desenvolvido, de forma simplificada na seção seguinte para uma estrutura de linhas de lâminas unilateral, e, de forma mais detalhada no capítulo III, para uma estrutura bilateral.

### II.3 - NOVAS ESTRUTURAS DE LINHAS DE LÂMINAS UNILATERAIS BLINDADAS BIDIELÉTRICAS ARBITRÁRIAS. UMA EXTENSÃO ÀS LINHAS DE LÂMINAS UNILATERAIS UNIDIELÉTRICA.

Esta seção é iniciada com o estudo das linhas de lâminas unilaterais blindadas, contendo duas regiões dielétricas arbitrárias. Estas estruturas são constituídas de guias de ondas milimétricas, contendo em seu plano-E uma linha de condutores, entre as regiões de substratos dielétricos, como mostrados na Fig. II.2. Nesta figura, uma dessas regiões dielétricas pode ser o ar. Os substratos têm permissividades relativas  $\epsilon_{r1}$  e  $\epsilon_{r2}$ , e espessuras  $f$  e  $s$ . O guia de ondas tem dimensões  $2a$  e  $2b$  e a fenda tem largura  $2W_1$ . As nomenclaturas de alguns parâmetros neste procedi-



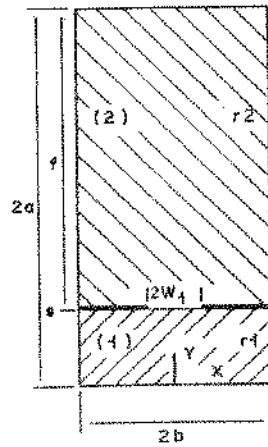


Fig.II.2 - Seção transversal de uma estrutura de linha de lâminas unilateral blindada, contendo duas regiões dielétricas arbitrarias.

mento, serão substituídas em relação às usadas na seção anterior, com o objetivo de simplificar o desenvolvimento realizado.

Somente as etapas principais e específicas serão aqui desenvolvidas, considerando-se que o procedimento complementar e geral, foi descrito na seção 11.2.

Baseando-se, portanto, no método da expansão dos campos nas regiões dielétricas em termos de funções potenciais, no domínio espectral da transformada de Fourier, esta nova estrutura da Fig.11.2, é analisada.

O sistema de coordenadas está indicado nesta figura, e o eixo  $y$  está centralizado na largura menor do guia de ondas. Como existem paredes elétricas para  $y=0$  e  $y=2a$ , para esta linha de lâminas da Fig.11.2, as seguintes condições de contorno são aí aplicadas:

$$\tilde{E}_{x(1)} = 0 \quad y=0, \quad -b < x < b \quad (\text{II.3.1})$$

$$\tilde{E}_{x(2)} = 0 \quad y=2a, \quad -b < x < b \quad (\text{II.3.2})$$

$$\tilde{E}_{z(1)} = 0 \quad y=0, \quad -b < x < b \quad (\text{II.3.3})$$

$$\tilde{E}_{z(2)} = 0 \quad y=2a, \quad -b < x < b \quad (\text{II.3.4})$$

Para satisfazer estas condições de contorno nas eqs. (II.2.30) e (II.2.32), as seguintes funções potenciais no domínio espectral, são obtidas das eqs.(II.2.40) a (II.2.45), para as duas regiões dielétricas:

$$\tilde{\phi}_{(1)}^e(\alpha, y) = A_{(1)}^e \sinh(\gamma_{(1)} y) \quad (\text{II.3.5})$$

e

$$\tilde{\phi}_{(1)}^h(\alpha, y) = A_{(1)}^h \cosh(\gamma_{(1)} y) \quad (\text{II.3.6})$$

para as funções potenciais elétricas e magnéticas, respectivamente, na região (1), e

$$\bar{\phi}_{(2)}^e(x, y) = A_{(2)}^e \sinh[\gamma_{(2)}(2a - y)] \quad (\text{II.3.7})$$

e

$$\bar{\phi}_{(2)}^h(x, y) = A_{(2)}^h \cosh[\gamma_{(2)}(2a - y)] \quad (\text{II.3.8})$$

para as funções potenciais na região (2).

Nas expressões (II.3.5) a (II.3.8),  $\gamma_{(i)}$ ,  $i = 1, 2$ , são as constantes de propagação na direção  $y$ , dadas por

$$\gamma_{(1)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2 \epsilon_{r(1)})^{1/2} \quad (\text{II.3.9})$$

e

$$\gamma_{(2)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2 \epsilon_{r(2)})^{1/2} \quad (\text{II.3.10})$$

para as regiões dielétricas (1) e (2), respectivamente.  $\beta$  é a constante de propagação na direção longitudinal  $z$ ;  $K_0$  é o número de onda no espaço livre,  $c$ ,  $\alpha$  é a variável espectral, que para satisfazer as condições de contorno, em  $x = \pm b$ , agora é dada por,

$$\alpha_n = \alpha = \frac{n\pi}{b} \quad , \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{II.3.11})$$

para os modos,  $H_z$  par e  $E_z$  ímpar, e

$$\alpha_n = \alpha = (n-0,5)\pi/b \quad , \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{II.3.12})$$

para os modos,  $H_z$  ímpar e  $E_z$  par.

Em seguida, as funções potenciais dadas nas eqs.(II.3.5) a (II.3.8), são substituídas nas expressões gerais dos campos dadas nas eqs.(II.2.30) a (II.2.35). No que segue, subentende-se propagação da forma exponencial  $e^{-j\beta z}$ , e considera-se que os sub-índices nas regiões dielétricas estão sem os parênteses.

Portanto, para as expressões dos campos elétricos e magnéticos na região (1) da Fig.II.2, obtêm-se:

$$\bar{E}_{z1} = j \frac{(K_1^2 - \beta^2)}{\beta} A_1^e \sinh(\gamma_1 y) \quad (\text{II.3.13})$$

$$\bar{H}_{z1} = j \frac{(K_1^2 - \beta^2)}{\beta} \Lambda_1^h \cosh(\gamma_1 y) \quad (\text{II.3.14})$$

$$\bar{E}_{x1} = -j\alpha\Lambda_1^e \sinh(\gamma_1 y) + \frac{\omega\mu_0}{\beta} \gamma_1 \Lambda_1^h \sinh(\gamma_1 y) \quad (\text{II.3.15})$$

$$\bar{H}_{x1} = -j\alpha\Lambda_1^h \cosh(\gamma_1 y) - \frac{\omega\epsilon_0}{\beta} \epsilon_{r1} \gamma_1 \Lambda_1^e \cosh(\gamma_1 y) \quad (\text{II.3.16})$$

$$\bar{H}_{y1} = \gamma_1 \Lambda_1^e \cosh(\gamma_1 y) + j\frac{\omega\mu_0}{\beta} \alpha\Lambda_1^h \cosh(\gamma_1 y) \quad (\text{II.3.17})$$

e

$$\bar{H}_{y1} = \gamma_1 \Lambda_1^h \sinh(\gamma_1 y) - j\frac{\omega\epsilon_0}{\beta} \epsilon_{r1} \alpha\Lambda_1^e \sinh(\gamma_1 y) \quad (\text{II.3.18})$$

$$\text{onde } K_1^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r1} \quad (\text{II.3.19})$$

E para os campos na região (2) da Fig.II.2, obtêm-se:

$$\bar{E}_{z2} = j \frac{(K_2^2 - \beta^2)}{\beta} \Lambda_2^e \sinh[\gamma_2 (2a-y)] \quad (\text{II.3.20})$$

$$\bar{H}_{z2} = j \frac{(K_2^2 - \beta^2)}{\beta} \Lambda_2^h \cosh[\gamma_2 (2a-y)] \quad (\text{II.3.21})$$

$$\bar{E}_{x2} = -j\alpha\Lambda_2^e \sinh[\gamma_2 (2a-y)] - \frac{\omega\mu_0}{\beta} \gamma_2 \Lambda_2^h \sinh[\gamma_2 (2a-y)] \quad (\text{II.3.22})$$

$$\bar{H}_{x2} = -j\alpha\Lambda_2^h \cosh[\gamma_2 (2a-y)] + \frac{\omega\epsilon_0}{\beta} \epsilon_{r2} \gamma_2 \Lambda_2^e \cosh[\gamma_2 (2a-y)] \quad (\text{II.3.23})$$

$$\bar{E}_{y2} = -\gamma_2 \Lambda_2^e \cosh[\gamma_2 (2a-y)] + j\frac{\omega\mu_0}{\beta} \alpha\Lambda_2^h \cosh[\gamma_2 (2a-y)] \quad (\text{II.3.24})$$

$$\bar{H}_{y2} = -\gamma_2 \Lambda_2^h \sinh[\gamma_2 (2a-y)] - j\frac{\omega\epsilon_0}{\beta} \epsilon_{r2} \alpha\Lambda_2^e \sinh[\gamma_2 (2a-y)] \quad (\text{II.3.25})$$

onde

$$K_2^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r2} \quad (\text{II.3.26})$$

Para o cálculo da constante de propagação, as constan-

tes  $\Lambda_1^e$ ,  $\Lambda_1^h$ ,  $\Lambda_2^e$  e  $\Lambda_2^h$ , nestas equações dos campos, para a linha de lâminas da Fig.II.2, são excluídas no processo, através da aplicação das condições de contorno na interface dielétrica para  $y = s$ ,

$$\tilde{E}_{x1} = \tilde{E}_{x2} \quad (II.3.27)$$

$$\tilde{E}_{z1} = \tilde{E}_{z2} \quad (II.3.28)$$

$$\tilde{H}_{x1} - \tilde{H}_{x2} = \tilde{J}_z \quad (II.3.29)$$

$$\tilde{H}_{z1} - \tilde{H}_{z2} = -\tilde{J}_x \quad (II.3.30)$$

Desde que as componentes dos campos elétricos nas direções  $x$  e  $z$ , para  $y = s$ , são dadas por,

$$\tilde{E}_{x1} = \tilde{E}_{xs} = \left( -j\alpha\Lambda_1^e + \frac{\omega\mu_0}{\beta} \gamma_1\Lambda_1^h \right) \sinh(\gamma_1 s) \quad (II.3.31)$$

$$\tilde{E}_{x2} = \tilde{E}_{xs} = \left( -j\alpha\Lambda_2^e - \frac{\omega\mu_0}{\beta} \gamma_2\Lambda_2^h \right) \sinh\left[\gamma_2(2a-s)\right] \quad (II.3.32)$$

$$\tilde{E}_{z1} = \tilde{E}_{zs} = j \frac{(\kappa_1^2 - \beta^2)}{\beta} \Lambda_1^e \sinh(\gamma_1 s) \quad (II.3.33)$$

$$\tilde{E}_{z2} = \tilde{E}_{zs} = j \frac{(\kappa_2^2 - \beta^2)}{\beta} \Lambda_2^e \sinh\left[\gamma_2(2a-s)\right] \quad (II.3.34)$$

a aplicação das condições de contorno em (II.3.27) a (II.3.30), fornece, após várias manipulações algébricas, as relações entre as densidades de corrente e os campos elétricos no ponto do eixo  $y$ , onde existem as lâminas metálicas, através do eixo  $x$ . Estas relações são funções admitâncias, que são as transformadas de Fourier das funções diádicas de Green [46], da estrutura da Fig.II.2, e são dadas na seguinte equação matricial não-homogênea:

$$\begin{bmatrix} Y_{xx}^{11} & Y_{xz}^{11} \\ Y_{zx}^{11} & Y_{zz}^{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{E}_{xs} \\ \tilde{E}_{zs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_{xs} \\ \tilde{J}_{zs} \end{bmatrix} \quad (\text{II.3.35})$$

onde,

$$Y_{xx}^{11} = \frac{-j}{\omega\mu_0} \left[ (\epsilon_{r1} K_0^2 - \beta^2) \frac{\coth(\gamma_1 s)}{\gamma_1} + (\epsilon_{r2} K_0^2 - \beta^2) \frac{\coth(\gamma_2 f)}{\gamma_2} \right] \quad (\text{II.3.36})$$

$$Y_{xz}^{11} = \frac{-j}{\omega\mu_0} \alpha\beta \left[ \frac{\coth(\gamma_1 s)}{\gamma_1} + \frac{\coth(\gamma_2 f)}{\gamma_2} \right] \quad (\text{II.3.37})$$

$$Y_{zx}^{11} = Y_{xz}^{11} \quad (\text{II.3.38})$$

e

$$Y_{zz}^{11} = \frac{-j}{\omega\mu_0} \left[ (\epsilon_{r1} K_0^2 - \alpha^2) \frac{\coth(\gamma_1 s)}{\gamma_1} + (\epsilon_{r2} K_0^2 - \alpha^2) \frac{\coth(\gamma_2 f)}{\gamma_2} \right] \quad (\text{II.3.39})$$

A etapa seguinte consiste em se aplicar o método dos momentos [44] à equação (II.3.35). Para isto expandem-se os campos elétricos na fenda, em termos de funções base  $f_x$  e  $f_z$  conhecidas, com constantes  $a_x$  e  $a_z$  não conhecidas.

Um par destas funções base, que satisfaz as condições de contorno nas bordas da fenda, e satisfaz mais alguns critérios de convergência numérica [43], é dado aqui por:

$$f_{x1}(x) = (W_1^2 - x^2)^{-1/2}, \quad -W_1 < x < W_1 \quad (\text{II.3.40})$$

$$f_{x1}(x) = 0, \quad \text{nas lâminas metálicas} \quad (\text{II.3.41})$$

$$f_{z1}(x) = x(W_1^2 - x^2)^{1/2}, \quad -W_1 < x < W_1 \quad (\text{II.3.42})$$

$$f_{z1}(x) = 0, \quad \text{nas lâminas metálicas} \quad (\text{II.3.43})$$

As transformadas de Fourier destas funções podem ser

obtidas analiticamente, utilizando-se as definições exponenciais como indicadas nas eqs.(II.2.18) e (II.2.19),

$$\tilde{f}_{x1}(\alpha) = \int_{-b}^b (W_1^2 - x^2)^{-1/2} e^{j\alpha x} dx \quad (\text{II.3.44})$$

e

$$\tilde{f}_{z1}(\alpha) = \int_{-b}^b x(W_1^2 - x^2)^{1/2} e^{j\alpha x} dx \quad (\text{II.3.45})$$

Após algumas transformações de coordenadas de formas espaciais e trigonométricas, obtêm-se expressões polares integrais, para as quais utilizando-se a referência [61], obtêm-se:

$$\tilde{f}_{x1}(\alpha) = \pi J_0(W_1 |\alpha|) \quad (\text{II.3.46})$$

e

$$\tilde{f}_{z1}(\alpha) = j \frac{W_1^2}{\alpha} \pi J_2(W_1 |\alpha|) \quad (\text{II.3.47})$$

onde,  $J_0(v)$  é a função de Bessel de primeira espécie e ordem zero de argumento  $v$ , e,  $J_2(v)$  é a função de Bessel de primeira espécie e ordem dois, e também do argumento  $v$ . Nestes argumentos a função modular da variável espectral,  $\alpha$ , está indicada nas equações.

Neste procedimento, os campos elétricos em (II.3.35) são dados por:

$$\tilde{E}_{xs} = a_{x1} \tilde{f}_{x1}(\alpha) \quad (\text{II.3.48})$$

e,

$$\tilde{E}_{zs} = a_{z1} \tilde{f}_{z1}(\alpha) \quad (\text{II.3.49})$$

Efetua-se então produtos escalares na eq.(II.3.35), escolhendo-se as funções peso, iguais às funções base [44]. Este processo resulta na seguinte equação matricial de autovalores homogênea:

$$\begin{bmatrix} K_{xx}^{11} & K_{xz}^{11} \\ K_{zx}^{11} & K_{zz}^{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{x1} \\ a_{z1} \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{II.3.50})$$

onde,

$$K_{xx}^{11} = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{f}_{x1}(\alpha_n) Y_{xx}^{11} \tilde{f}_{x1}(\alpha_n) \quad (\text{II.3.51})$$

$$K_{xz}^{11} = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{f}_{x1}(\alpha_n) Y_{xz}^{11} \tilde{f}_{z1}(\alpha_n) \quad (\text{II.3.52})$$

$$K_{zx}^{11} = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{f}_{z1}(\alpha_n) Y_{zx}^{11} \tilde{f}_{x1}(\alpha_n) \quad (\text{II.3.53})$$

e

$$K_{zz}^{11} = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{f}_{z1}(\alpha_n) Y_{zz}^{11} \tilde{f}_{z1}(\alpha_n) \quad (\text{II.3.54})$$

Neste procedimento do método dos momentos, as densidades de correntes  $\tilde{J}_x$  e  $\tilde{J}_z$ , na eq.(II.3.35), são excluídas através do uso do teorema de Parseval [45], do qual obtém-se,

$$\frac{\pi}{b} \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{f}_{x1}(\alpha_n) \tilde{J}_x(\alpha_n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-b}^b f_{x1}(x) J_x(x) dx = 0 \quad (\text{II.3.55})$$

e

$$\frac{\pi}{b} \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{f}_{z1}(\alpha_n) \tilde{J}_z(\alpha_n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-b}^b f_{z1}(x) J_z(x) dx = 0 \quad (\text{II.3.56})$$

Desde que,  $f_{x1}$  e  $J_x$ , e,  $f_{z1}$  e  $J_z$ , são diferentes de zero em locais diferentes, nas fendas e nas lâminas metálicas, respectivamente, estas expressões são nulas.

A constante de propagação,  $\beta$ , do modo dominante, para a estrutura de linhas de lâminas da Fig.II.2, é obtida através da pesquisa da raiz do determinante da matriz quadrada na eq.(II.3.50), utilizando métodos numéricos computacionais. Resultados numéricos são apresentados para a constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , defini



da por,

$$c_{ef} = (\beta/K_0)^2 \quad (II.3.57)$$

Em seguida a impedância característica será determinada. Conhecendo-se o valor de  $\beta$ , obtêm-se a impedância característica para a fenda da linha de lâminas da Fig.II.2, utilizando-se a definição (II.2.59), ou seja,

$$Z_{cl} = \frac{V_{xl}^2}{2P_1} \quad (II.3.58)$$

onde  $V_{xl}$  é a voltagem através da fenda 1, e  $P_1$  é a potência transportada ao longo desta fenda.

A voltagem, definida na eq.(II.2.60), é obtida por integrar a componente x do campo elétrico, cuja função base é dada na eq.(II.3.40),

$$V_{xl} = a_{xl} \int_{-W_1}^{W_1} (W_1^2 - x^2)^{-1/2} dx \quad (II.3.59)$$

Esta integral é facilmente resolvida analiticamente, usando-se transformações de coordenadas. Obtêm-se então,

$$V_{xl}^2 = a_{xl}^2 \pi^2 \quad (II.3.60)$$

A potência, definida na eq.(II.2.65), é obtida, para o sistema de coordenadas da Fig.II.2, por:

$$P_1 = \frac{1}{2b} \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{2a} (\bar{E}_{xl} \bar{H}_{yl}^* - \bar{E}_{yl} \bar{H}_{xl}^*) dy \quad (II.3.61)$$

onde, o subíndice 1 aqui indica a fenda 1.

Os campos nesta integral em (II.3.61) são obtidos, depois de muitos cálculos, em termos da variável  $y$ , e dos campos na fenda,  $\bar{E}_{xs}$  e  $\bar{E}_{zs}$ .

Utilizando-se portanto, as eqs. (II.3.15) a (II.3.18), dos campos  $x$  e  $y$  na região (1), e as eqs. (II.3.31) e (II.3.33) das componentes dos campos elétricos  $x$  e  $z$ , para a fenda em  $y = s$ , referente à região (1), obtêm-se para esta região dielétrica as seguintes expressões dos campos:

$$\bar{E}_{x1} = \sinh(\gamma_1 y) \frac{\bar{E}_{xs}}{\sinh(\gamma_1 s)} \quad (\text{II.3.62})$$

$$\bar{H}_{y1} = \sinh(\gamma_1 y) \frac{(\beta \bar{E}_{xs} - \alpha \bar{E}_{zs})}{\omega \mu_0 \sinh(\gamma_1 s)} \quad (\text{II.3.63})$$

$$\bar{E}_{y1} = \cosh(\gamma_1 y) j \frac{(\alpha \bar{E}_{xs} + \beta \bar{E}_{zs})}{\gamma_1 \sinh(\gamma_1 s)} \quad (\text{II.3.64})$$

e

$$\bar{H}_{x1} = \cosh(\gamma_1 y) (-j) \frac{[\alpha \beta \bar{E}_{xs} + (K_1^2 - \alpha^2) \bar{E}_{zs}]}{\omega \mu_0 \gamma_1 \sinh(\gamma_1 s)} \quad (\text{II.3.65})$$

onde subentende-se propagação da forma  $e^{j(\omega t - \beta z)}$ . O subíndice 1 agora indica a região dielétrica (1).

Para os campos  $x$  e  $y$  na região dielétrica (2), da Fig. II.2, utilizando-se as eqs. (II.3.22) a (II.3.25), e as eqs. (II.3.32) e (II.3.34) das componentes  $x$  e  $z$  dos campos elétricos na fenda, para  $y = s$ , obtêm-se:

$$\bar{E}_{x2} = \sinh[\gamma_2 (2a - y)] \frac{\bar{E}_{xs}}{\sinh(\gamma_2 f)} \quad (\text{II.3.66})$$

$$\bar{H}_{y2} = \sinh[\gamma_2 (2a - y)] \frac{(\beta \bar{E}_{xs} - \alpha \bar{E}_{zs})}{\omega \mu_0 \sinh(\gamma_2 f)} \quad (\text{II.3.67})$$

$$\bar{E}_{y2} = \cosh[\gamma_2 (2a - y)] (-j) \frac{(\alpha \bar{E}_{xs} + \beta \bar{E}_{zs})}{\gamma_2 \sinh(\gamma_2 f)} \quad (\text{II.3.68})$$

e

$$\bar{H}_{x2} = \cosh[\gamma_2 (2a - y)] j \frac{[\alpha \beta \bar{E}_{xs} + (K_2^2 - \alpha^2) \bar{E}_{zs}]}{\omega \mu_0 \gamma_2 \sinh(\gamma_2 f)} \quad (\text{II.3.69})$$

Nestas expressões, os números de onda  $K_1$  e  $K_2$  são obtidos de (II.3.19) e (II.3.26).

Verificam-se nas expressões (II.3.62) a (II.3.69) que as constantes dos campos,  $\Lambda_1^c$ ,  $\Lambda_1^h$ ,  $\Lambda_2^c$  e  $\Lambda_2^h$ , foram excluídas, pois estão implícitas nos campos da fenda,  $\tilde{E}_{xs}$  e  $\tilde{E}_{zs}$ .

Os valores complexos conjugados dos campos  $\tilde{H}$ , são tomados, e esses campos são substituídos na eq.(II.3.61) da potência, fornecendo

$$P_1 = \frac{1}{2b} \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} (P_A + P_B) \quad (\text{II.3.70})$$

onde  $P_A$ , representa a integral dos campos na região (1), dada por,

$$P_A = P_{A1} + P_{A2} \quad (\text{II.3.71})$$

$$P_{A1} = \int_0^s \tilde{E}_{x1} \tilde{H}_{y1}^* dy \quad (\text{II.3.72})$$

$$P_{A2} = - \int_0^s \tilde{E}_{y1} \tilde{H}_{x1}^* dy \quad (\text{II.3.73})$$

e  $P_B$  representa a integral dos campos na região (2), dada por,

$$P_B = P_{B1} + P_{B2} \quad (\text{II.3.74})$$

$$P_{B1} = \int_s^{2a} \tilde{E}_{x2} \tilde{H}_{y2}^* dy \quad (\text{II.3.75})$$

$$P_{B2} = - \int_s^{2a} \tilde{E}_{y2} \tilde{H}_{x2}^* dy \quad (\text{II.3.76})$$

Estas integrais são resolvidas analiticamente desenvolvendo-se as eqs.(II.3.62) a (II.3.65) em (II.3.72) e (II.3.73), e desenvolvendo as eqs.(II.3.66) a (II.3.69) em (II.3.75) e (II.3.76). Considerando que  $\epsilon_{r1} \geq \epsilon_{r2}$ , três possibilidades podem ocorrer:

- a)  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  reais
- b)  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  imaginários, e
- c)  $\gamma_1$  imaginário e  $\gamma_2$  real.

Então, se  $\gamma_i$ ,  $i = 1, 2$  é imaginário, que ocorre para valores pequenos de  $\alpha$ , as funções hiperbólicas são substituídas por funções trigonométricas, e outros cálculos são realizados ao longo de todas as expressões, incluindo as da constante de propagação. Também são aplicadas regras limites de convergências quando  $\gamma_i = 0$ ,  $i = 1, 2$  e quando  $\gamma_i$  é muito elevado, de tal forma que as funções hiperbólicas fornecem valores da ordem de  $10^{+39}$ , evitando assim, que ocorram "overflows" ou "underflows", nos cálculos computacionais.

Após estes vários cálculos serem realizados, as transformadas de Fourier dos campos elétricos  $\tilde{E}_{xS}$  e  $\tilde{E}_{zS}$ , dadas nas eqs.(II.3.46) a (II.3.49), são substituídas nas expressões da potência. A constante  $a_{z1}$  é obtida em termos da constante  $a_{x1}$ , após a constante de propagação ter sido determinada.

A potência obtida neste procedimento, juntamente com a voltagem dada na eq. (II.3.60), são substituídas na equação (II.3.58), da impedância característica. Resultados numéricos são então calculados através dos somatórios dos

componentes espectrais. Alguns destes procedimentos mencionados, serão descritos mais detalhadamente no capítulo III, para uma estrutura de linha de lâminas bilateral.

Antes de apresentar os resultados da constante de propagação e da impedância característica da linha de lâminas da Fig. II.2, entretanto, será descrito um estudo em extensão às linhas de lâminas unilaterais unidielétrica, mostrada na Fig.II.3.

Para esta estrutura de linha de lâminas, aplicando-se as condições de contorno para  $y = 0$  e  $y = 2a$ , e utilizando-se as eqs.(II.2.40) a (II.2.45), obtêm-se as seguintes equações para as transformadas de Fourier das funções potenciais:

$$\tilde{\phi}_{(1)}^e(\alpha, y) = A_{(1)}^e \sinh(\gamma_{(1)} y) \quad (II.3.77)$$

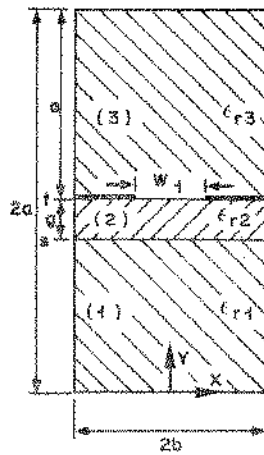


Fig.II.3 - Seção transversal de uma estrutura de linhas de lâminas unilateral tridielétrica. As lâminas estão no centro do plano-E do guia, e o dielétrico de espessura  $g$ , está localizado assimetricamente no plano-E do guia de ondas de dimensões  $2a$  e  $2b$ .

$$\bar{\psi}_{(1)}^h(\alpha, y) = A_{(1)}^h \cosh(\gamma_{(1)} y) \quad (\text{II.3.78})$$

$$\bar{\psi}_{(2)}^e = A_{(2)}^e \sinh(\gamma_{(2)} y) + B_{(2)}^e \cosh(\gamma_{(2)} y) \quad (\text{II.3.79})$$

$$\bar{\psi}_{(2)}^h = A_{(2)}^h \cosh(\gamma_{(2)} y) + B_{(2)}^h \sinh(\gamma_{(2)} y) \quad (\text{II.3.80})$$

$$\bar{\psi}_{(3)}^e = A_{(3)}^e \sinh[\gamma_{(3)} (2a-y)] \quad (\text{II.3.81})$$

e

$$\bar{\psi}_{(3)}^h = A_{(3)}^h \cosh[\gamma_{(3)} (2a-y)] \quad (\text{II.3.82})$$

Substituindo estas eqs. (II.3.77) a (II.3.82), nas expressões gerais dos campos elétricos e magnéticos dados nas eqs. (II.2.30) a (II.2.35), obtém-se,

a) Para os campos na região (1):

$$\bar{E}_{z1} = j \frac{(K_1^2 - \beta^2)}{\beta} A_1^e \sinh(\gamma_1 y) \quad (\text{II.3.83})$$

$$\bar{H}_{z1} = j \frac{(K_1^2 - \beta^2)}{\beta} A_1^h \cosh(\gamma_1 y) \quad (\text{II.3.84})$$

$$\bar{E}_{x1} = (-j\alpha A_1^e + \frac{\omega\mu_0}{\beta} \gamma_1 A_1^h) \sinh(\gamma_1 y) \quad (\text{II.3.85})$$

$$\bar{H}_{x1} = (-j\alpha A_1^h - \frac{\omega\epsilon_0}{\beta} \epsilon_{r1} \gamma_1 A_1^e) \cosh(\gamma_1 y) \quad (\text{II.3.86})$$

$$\bar{E}_{y1} = (\gamma_1 A_1^e + j \frac{\omega\mu_0}{\beta} \alpha A_1^h) \cosh(\gamma_1 y) \quad (\text{II.3.87})$$

e,

$$\bar{H}_{y1} = (\gamma_1 A_1^h - j \frac{\omega\epsilon_0}{\beta} \epsilon_{r1} \alpha A_1^e) \sinh(\gamma_1 y) \quad (\text{II.3.88})$$

b) Para os campos na região (2):

$$\bar{E}_{z2} = j \frac{(K_2^2 - \beta^2)}{\beta} \left[ A_2^e \sinh(\gamma_2 y) + B_2^e \cosh(\gamma_2 y) \right] \quad (\text{II.3.89})$$

$$\bar{H}_{z2} = j \frac{(K_2^2 - \beta^2)}{\beta} \left[ A_2^h \cosh(\gamma_2 y) + B_2^h \sinh(\gamma_2 y) \right] \quad (\text{II.3.90})$$

$$\bar{E}_{x2} = (-j\alpha A_2^e + \frac{\omega\mu_0}{\beta} \gamma_2 A_2^h) \sinh(\gamma_2 y) + (-j\alpha B_2^e + \frac{\omega\mu_0}{\beta} \gamma_2 B_2^h) \cosh(\gamma_2 y) \quad (\text{II.3.91})$$

$$\bar{H}_{x2} = (-j\alpha B_2^h - \frac{\omega\epsilon_0}{\beta} \epsilon_{r2} \gamma_2 B_2^e) \sinh(\gamma_2 y) + (-j\alpha A_2^h - \frac{\omega\epsilon_0}{\beta} \epsilon_{r2} \gamma_2 A_2^e) \cosh(\gamma_2 y) \quad (\text{II.3.92})$$

$$\bar{E}_{y2} = (\gamma_2 B_2^e + j \frac{\omega\mu_0}{\beta} \alpha B_2^h) \sinh(\gamma_2 y) + (\gamma_2 A_2^e + j \frac{\omega\mu_0}{\beta} \alpha A_2^h) \cosh(\gamma_2 y) \quad (\text{II.3.93})$$

$$\bar{H}_{y2} = (\gamma_2 A_2^h - j \frac{\omega\epsilon_0}{\beta} \epsilon_{r2} \alpha A_2^e) \sinh(\gamma_2 y) + (\gamma_2 B_2^h - j \frac{\omega\epsilon_0}{\beta} \epsilon_{r2} \alpha B_2^e) \cosh(\gamma_2 y) \quad (\text{II.3.94})$$

c) Para os campos na região (3):

$$\bar{E}_{z3} = j \frac{(K_3^2 - \beta^2)}{\beta} A_3^e \sinh[\gamma_3(2a-y)] \quad (\text{II.3.95})$$

$$\bar{H}_{z3} = j \frac{(K_3^2 - \beta^2)}{\beta} A_3^h \cosh[\gamma_3(2a-y)] \quad (\text{II.3.96})$$

$$\bar{E}_{x3} = (-j\alpha A_3^e - \frac{\omega\mu_0}{\beta} \gamma_3 A_3^h) \sinh[\gamma_3(2a-y)] \quad (\text{II.3.97})$$

$$\bar{H}_{x3} = (-j\alpha A_3^h + \frac{\omega\epsilon_0}{\beta} \epsilon_{r3} \gamma_3 A_3^e) \cosh[\gamma_3(2a-y)] \quad (\text{II.3.98})$$

$$\bar{E}_{y3} = (-\gamma_3 A_3^e + j \frac{\omega\mu_0}{\beta} \alpha A_3^h) \cosh[\gamma_3(2a-y)] \quad (\text{II.3.99})$$

e,

$$\tilde{H}_{y3} = (-\gamma_3 A_3^h - j \frac{\omega \epsilon_0}{\beta} \epsilon_{r3} a A_3^e) \sinh [\gamma_3 (2a - y)] \quad (II.3.100)$$

Um procedimento para continuar desenvolvendo estes campos, neste método de análise, para a linha de lâminas da Fig.II.3, seria aplicar as condições de contorno nas interfaces dielétricas, apresentadas nas eqs.(II.2.46) a (II.2.53), e seguir o desenvolvimento descrito na seção II.2.

Contudo, extensivos cálculos seriam efetuados, para excluir as constantes  $A_i^{\ell}$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $\ell = e, h$ , na determinação da constante de propagação. Também, devido à dificuldade de se colocar a variável  $y$  em evidência nas expressões dos campos na região (2), estas constantes necessitariam ser calculadas, para se determinar a impedância característica da estrutura. Isto seria feito após ter sido determinada a constante de propagação.

Para simplificar este desenvolvimento, todavia, a constante de propagação, e conseqüentemente a constante dielétrica efetiva, podem ser calculadas pelo método da linha de transmissão equivalente no domínio espectral, desenvolvido no capítulo IV, deste trabalho. A constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , também pode ser obtida através de medidas experimentais [2].

Então, baseando-se nestas determinações da constante dielétrica efetiva, para uma frequência determinada de operação na estrutura de linhas de lâminas, podem-se calcular a constante de propagação ou o comprimento de onda, e a impedância característica, para várias frequências, com aproximações de 1 a 5 por cento [12]. Consideram-se substratos dielétricos com baixa permissividade de relativa [2].

Este procedimento fundamenta-se na teoria do guia de ondas com saliências, os "ridged waveguides", [51]-[54].

Portanto, para pequenos valores da permissividade relativa, o comprimento de onda e a impedância característica podem ser dados, respectivamente por:

$$\lambda = \lambda_0 / \left[ \epsilon_{ef} - (\lambda_0 / \lambda_c)^2 \right]^{1/2} \quad (II.3.101)$$



e

$$Z_c = Z_{c^{\infty}} / \left[ \epsilon_{ef} - (\lambda_0/\lambda_c)^2 \right]^{1/2} \quad (11.3.102)$$

onde  $\epsilon_{ef}$  é a constante dielétrica efetiva;  $\lambda_0$  é o comprimento de onda no espaço livre;  $\lambda_c$  é o comprimento de onda de corte do guia de onda "ridge", de mesmas dimensões da linha de lâminas, cujo dielétrico é o ar, e espessura do "ridge" como mostrado na Fig. 11.4, é considerada zero [53]; e  $Z_{c^{\infty}}$ , é a impedância característica do guia de onda "ridge", de mesmas dimensões, para frequência infinita, [51]. Nestas expressões o valor de  $\epsilon_{ef}$ , é assumido constante com a frequência, através da faixa de frequências do guia de ondas.

Alguns resultados neste procedimento, também serão apresentados na próxima seção.

#### 11.4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Utilizando a teoria da expansão dos campos elétricos e magnéticos em termos de funções potenciais, no domínio espectral, nas Figs. 11.5 e 11.6, são apresentados vários resultados para a constante dielétrica efetiva e para a impedância característica, de uma estrutura de linha de lâminas unilateral blindada.

Nas Figs. 11.7 a 11.10, resultados são apresentados para o comprimento de onda e para a impedância característica, de uma estrutura de linhas de lâminas unilateral, usando as eqs. (11.3.101) e (11.3.102). Um desenvolvimento explicativo para a obtenção destas figuras, é também efetuado. Os resultados mostrados nestas figuras, dependem de resultados experimentais, ou de resultados teóricos obtidos pelo método da linha de transmissão equivalente desenvolvidos e apresentados no Cap. IV, deste trabalho.

Na Fig. 11.5, são mostradas curvas da constante dielétrica efetiva em função da frequência, para uma estrutura de linhas de lâminas unilateral blindada. Os resultados foram obtidos, para esta figura e para a Fig. 11.6, utilizando-se um sistema computacional DEC-10, e os programas foram elaborados a partir da

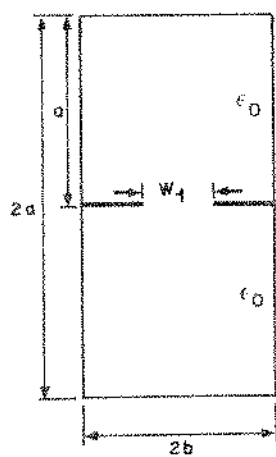


Fig.II.4 - Seção transversal de um guia de onda, com "ridge", para o centro do seu plano-E. Este "ridged waveguide" é equivalente a uma estrutura de linhas de lâminas de mesmas dimensões, cujo dielétrico é o ar.

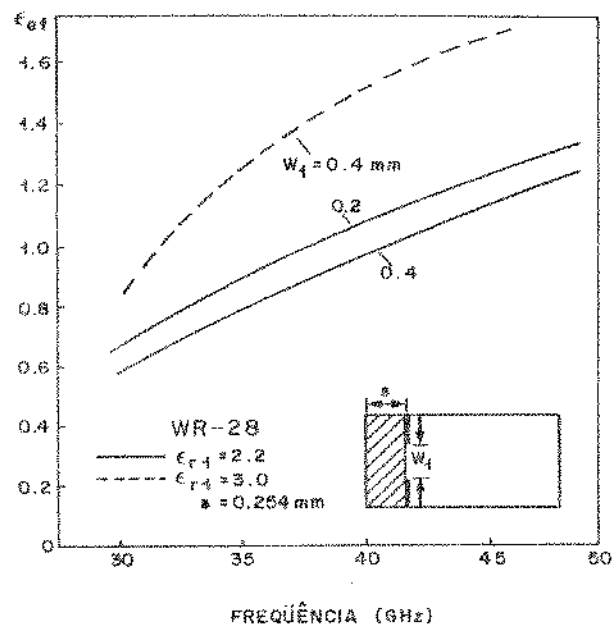


Fig.II.5 - Curvas da constante dielétrica efetiva  $\epsilon_{ef}$ , em função da frequência, dada em GHz, para uma estrutura de linhas de lâminas unilateral blindada.

teoria desenvolvida, na linguagem FORTRAN-IV. Métodos numéricos eficientes de extração de raízes de equações transcendentais, foram utilizados [49],[61]. Uma rápida convergência computacional foi verificada confirmando a eficiência do método no domínio espectral.

Nesta Fig. II.5, são considerados diferentes substratos dielétricos, e diferentes larguras das fendas, em um guia de onda WR-28, com dimensões  $2a = 7,112$  mm e  $2b = 3,556$  mm.

Verifica-se nesta figura que o valor de  $\epsilon_{ef}$  aumenta com o aumento no valor da permissividade relativa, com o aumento no valor da frequência, e com o decréscimo no valor da largura da fenda.

Na Fig. II.6, são apresentados os resultados da impedância característica em função da frequência, para a mesma estrutura de linhas de lâminas unilateral blindada, considerada na Fig. II.5.

Observa-se nesta Fig. II.6, que também o valor da impedância característica,  $Z_c$ , aumenta com o aumento no valor da frequência, com o aumento no valor da permissividade relativa, e com o decréscimo no valor da largura da fenda.

Para efeitos de explicação e comprovação de cálculos, nas Figs. II.7 e II.8 serão apresentados resultados, das linhas de lâminas unilaterais, utilizando as eqs. (II.3.101) e (II.3.102). Dielétricos com permissividades relativas  $\epsilon_{r1} = 2,2$  são usados.

Na Fig. II.7 são mostradas curvas do comprimento de onda do guia normalizado,  $\lambda/\lambda_0$ , em função da frequência, para uma estrutura de linhas de lâminas unilateral, utilizando-se resultados experimentais [2] e a teoria do "ridged waveguide" [53]. Para a obtenção de resultados procede-se da seguinte forma:

- a) Escolhe-se uma frequência média de operação na faixa de passagem do guia de ondas. Para o guia de onda WR-28, com dimensões internas,  $2a = 7,112$  mm e  $2b = 3,556$  mm, selecionando-se esta frequência em 31 GHz, obtém-se, para o comprimento de onda no espaço livre,

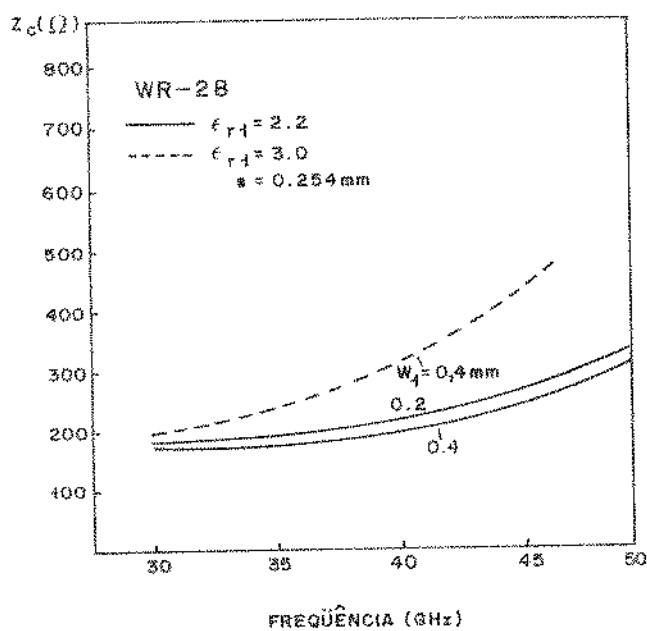


Fig.II.6 - Curvas da impedância característica,  $Z_c$ , em função da frequência, dada em GHz, para a estrutura de linhas de lâminas unilateral blindada, considerada também na Fig.II.5.

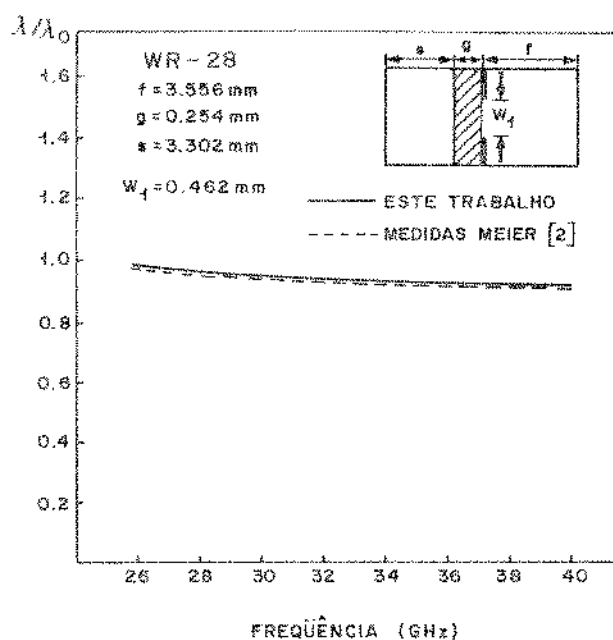


Fig. II.7 - Curvas do comprimento de onda normalizado,  $\lambda/\lambda_0$ , em função da freqüência, para uma estrutura de linhas de lâminas unilaterais, usando-se a teoria do "ridged waveguide", em WR-28.  $\epsilon_r = 2,2$ .

$$\lambda_0 = \frac{C_0}{f} = 9,6774 \text{ mm} \quad (\text{II.4.1})$$

onde  $C_0$  é a velocidade da luz no espaço livre, e  $f$  é a frequência;

- b) Para uma determinada largura da fenda, constrói-se a linha de lâminas, e mede-se experimentalmente o valor da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , para a frequência média do item a). Para esta frequência de 31 GHz, o valor medido experimentalmente para o comprimento de onda  $\lambda$ , numa linha de lâminas com guia WR-28, e largura da fenda  $W_1 = 0,0182'' = 0,46228\text{mm}$ , foi [2],

$$\lambda = 0,361'' = 9,1694 \text{ mm} \quad (\text{II.4.2})$$

- c) Utiliza-se a teoria de "ridged waveguide", usando -se a Fig. 2 da Ref.[53], para se determinar o comprimento de onda de corte, do "ridged waveguide", de mesmas dimensões da linha de lâminas, com espessura do "ridge" nula, e com as lâminas localizadas no centro do plano-E do guia de ondas cujas dimensões têm relações  $2b/(2a) = 0,5$ . Para este exemplo,  $W_1/(2b) = 0,13$ , e da Fig.2 da Ref.[53] obtém-se,

$$\frac{\lambda_c}{2a} = 3,07 \quad \therefore \quad \lambda_c = 21,834 \text{ mm} \quad (\text{II.4.3})$$

Observação 1: A Fig. 2 da Ref.[53] mostra curvas do comprimento de onda de corte dividido pelo comprimento maior de um "ridged waveguide",  $\lambda_c/(2a)$ , em função da largura do "ridge", dividido pelo comprimento maior do "ridged waveguide", e, para diferentes valores da largura da fenda divididos pela largura menor do "ridged waveguide",  $W_1/(2b)$ . O modo

dominante  $TE_{10}$  é considerado naquela figura, e os "ridges" estão localizados no centro do plano-E do guia.

- d) Da eq.(II.3.101), obtêm-se para a constante dielétrica efetiva,

$$\epsilon_{ef} = \left( \frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^2 + \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_c} \right)^2 \quad (II.4.4)$$

Substituindo-se os valores obtidos em (II.4.1) a (II.4.3) em (II.4.4), obtêm-se para este exemplo,

$$\epsilon_{ef} = 1,31 \quad (II.4.5)$$

Usando-se então a eq.(II.3.101), e os valores obtidos acima, podem-se calcular os resultados de  $\lambda/\lambda_0$  em função da frequência, mostrados na Fig. II.7. Observa-se nesta figura, que os resultados aqui obtidos, estão dentro de 1%, em relação àqueles medidos na Ref. [2]. A aproximação de 1% foi obtida na Ref.[12].

Na Fig. II.8 são mostradas as curvas da impedância característica em função da frequência, para uma estrutura de linha de lâminas unilateral, utilizando-se valores do comprimento de onda normalizado [12], e a teoria do "ridged waveguide", [51],[53].

O guia de onda usado é o WR-28 ( $2a=7,112$  mm e  $2b=3,556$  mm), e as lâminas estão localizadas para o centro do plano-E do guia de ondas. Três larguras de fendas são consideradas, para  $W_1/(2b)=0,1$ ,  $W_1/(2b) = 0,5$  e  $W_1/(2b) = 1,0$ . Valores pequenos da constante dielétrica efetiva devem ser usados, para se utilizar a teoria do "ridged waveguide".

Na Tabela II.1 são apresentados valores numéricos de parâmetros utilizados no cálculo da impedância característica, usando a eq.(II.3.102), cujo procedimento é o seguinte:

- a) Obtêm-se os valores de  $\lambda/\lambda_0$ , da Fig. II.8 da Ref.[12],



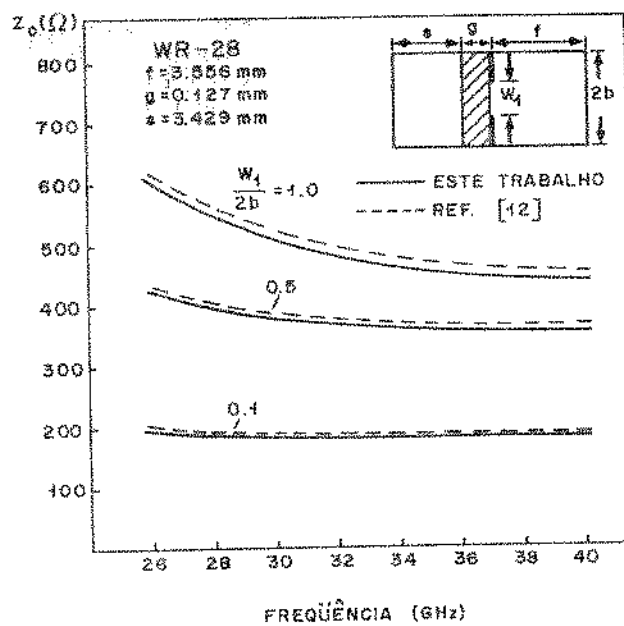


Fig. II.8 - Curvas da impedância característica,  $Z_c$ , em função da frequência, para uma estrutura de linhas de lâminas unilateral, usando a teoria do "ridged waveguide", em WR-28.  $\epsilon_r = 2,2$ .

Tabela II.1

Parâmetros utilizados para a obtenção  
da impedância característica da  
linha de lâminas unilateral da Fig. II.8

$W_1/2b$	$\lambda/\lambda_0$	$\lambda_c/(2a)$	$\lambda_c$ (mm)	$W_1/2a$	$Z_{c\infty}(\Omega)$	$\epsilon_{ef}$
0,1	0,980	3,10	22,04720	0,05	191,0	1,2112552
0,5	1,145	2,28	16,21536	0,25	322,0	1,0770735
1,0	1,255	2,00	14,22400	0,50	376,7	1,0433898

considerando-se a frequência média de 33 GHz, na faixa de operação do guia WR-28, diretamente para os resultados de  $W_1/(2b)$  iguais a 0,1, 0,5 e 1,0;

- b) Para esta frequência, obtêm-se o valor de  $\lambda_0 = C_0/f$ ;
- c) Utiliza-se a teoria do "ridged waveguide", e obtêm-se os valores  $\lambda_c/(2a)$  da Fig. 2 da Ref.[53], de mesmas dimensões do guia WR-28, e com espessura nula do ridge. Na tabela são também apresentados os valores de  $\lambda_c$ .
- d) Utiliza-se a eq.(II.4.4), e obtêm-se os valores da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , para a frequência média de 33 GHz;
- e) Utiliza-se a teoria do "ridged waveguide", os valores da impedância característica para a frequência infinita,  $Z_{C\infty}$ , usando-se a Fig. 3 da Ref.[51], considerando-se o "ridged waveguide" de mesmas dimensões do guia WR-28, e com o dielétrico preenchendo o "ridge" sendo o ar,  $\epsilon_r = 1,0$ .

Observação 2: A Fig. 3 da Ref.[51] mostra curvas da impedância característica para frequência infinita vezes a raiz quadrada da permissividade relativa preenchendo o "ridge",  $Z_{C\infty}\sqrt{\epsilon_r}$ , em função da relação entre as dimensões do guia,  $2b/(2a)$ , de um "ridged waveguide", com espessura nula do "ridge", e para diferentes relações entre a largura da fenda e o comprimento do guia,  $W_1/(2a)$ .

Então, usando-se os valores mostrados na Tab. II.1, e a eq. (II.3.102), podem-se calcular os resultados da impedância característica,  $Z_c$ , em função da frequência, mostrados na Fig. II.8. Outra vez a aproximação é melhor do que aquela descrita na Ref.[12].

Nas Figs. II.9 e II.10 são apresentados resultados da impedância característica de linhas de lâminas unilaterais, utilizando-se a teoria da linha de transmissão equivalente no domínio espectral, desenvolvida no Cap. IV desta tese, para o cálculo da constante dielétrica efetiva, e, a teoria do "ridged waveguide" e a eq. (II.3.102).

Para estas Figs. II.9 e II.10, utiliza-se um guia de on da WR-90, fazendo-se um corte na sua dimensão maior de  $0,1''$ . Os resultados apresentados são então para o guia com dimensões  $2a = 0,8'' = 20,32\text{ mm}$  e  $2b = 0,4'' = 10,16\text{ mm}$ . O substrato utilizado é o RT-DUROID da ROGERS, com permissividade relativa  $\epsilon_{r1} = 2,2$  e espesura  $g = 0,01'' = 0,254\text{ mm}$ . As linhas de lâminas assim constituídas, operam normalmente na banda X, para fins experimentais.

Na Tabela II.2 são apresentados alguns valores numéricos de parâmetros utilizados no cálculo da impedância característica, cujo procedimento é o seguinte:

- a) Obtém-se os valores da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{\text{ef}}$ , da teoria da linha de transmissão equivalente, desenvolvida no Cap. IV desta tese, como podem ser obtidos das Figs. IV.8 e IV.9, diretamente, para diferentes larguras da fenda, na frequência de 12 GHz, na faixa do guia de ondas;
- b) Utiliza-se a teoria do "ridged waveguide", e obtém-se os valores de  $\lambda_c/(2a)$ , da Fig. 2 da Ref.[53], de mesmas dimensões do guia usado nestes exemplos, e com a espessura nula do "ridge";
- c) Utiliza-se a teoria de "ridged waveguide", e obtém-se os valores da impedância característica para a frequência infinita,  $Z_{c\infty}$ , usando-se a Fig. 3 da Ref.[51], e considerando-se o "ridged waveguide" de mesmas dimensões do guia usado nestes exemplos, e com espessura nula do "ridge".

Então, usando-se os valores mostrados na Tab. II.2, e a eq. (II.3.102), podem-se calcular resultados da impedância característica,  $Z_c$ , em função da frequência e da largura da fenda, mostrados respectivamente nas Figs. II.9 e II.10.

Observa-se na Fig. II.9, que o valor da impedância característica, dada em Ohms, decresce com o aumento da frequência, e, na Fig. II.10, verifica-se que o valor da impedância característica aumenta com o aumento da largura da fenda.

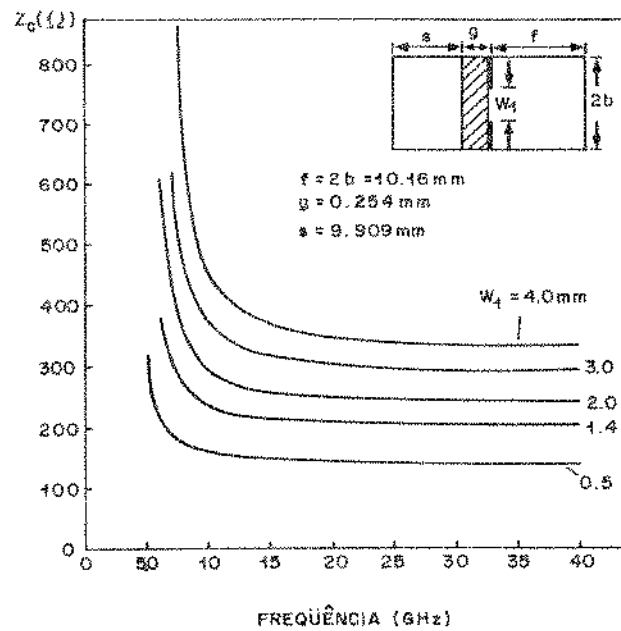


Fig. 11.9 - Curvas da impedância característica,  $Z_c$ , em função da frequência, para uma estrutura de linha de lâminas unilateral, usando um guia de onda WR-90.  $\epsilon_T = 2,2$ .

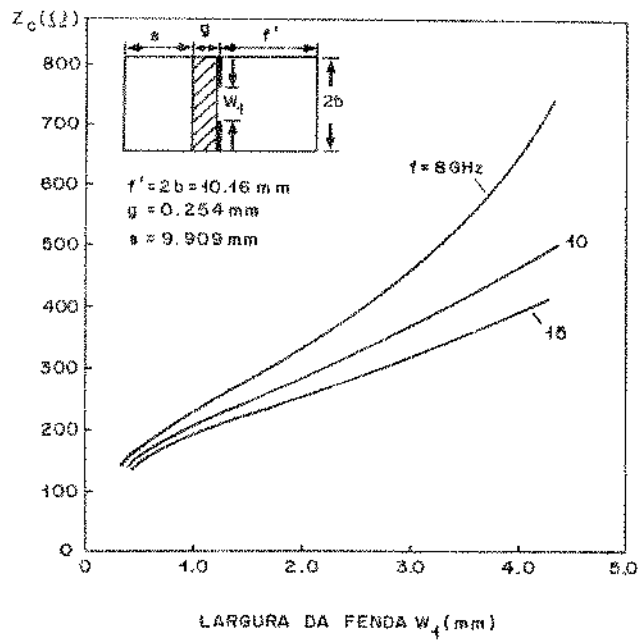


Fig. II.10 - Curvas da impedância característica  $Z_c$ , em função da largura da fenda,  $W_1$ , para uma estrutura de linha de lâminas unilateral, usando um guia de onda WR-90.  $\epsilon_r = 2,2$ .

Tabela II.2

Parâmetros utilizados para a obtenção  
da impedância característica das  
linhas de lâminas unilaterais, das Figs. II.9 e II.10

$W_1$ (mm)	$\epsilon_{ef}$	$W_1/(2b)$	$\lambda_c/(2a)$	$\lambda_c$ (mm)	$W_1/(2a)$	$Z_{c\infty}$ ( $\Omega$ )
0,5	1,0749	0,0492	3,20	65,02	0,0246	150
1,4	0,9536	0,1378	3,00	60,96	0,0689	200
2,0	0,9082	0,1969	2,81	57,10	0,0984	230
3,0	0,8512	0,2953	2,59	52,63	0,1476	268
4,0	0,8056	0,3937	2,40	48,77	0,1969	295

## 11.5. CONCLUSÃO

Neste capítulo foi desenvolvido, um método geral para a nalisar estruturas de linhas de lâminas ou "fin-lines", e este es tudo foi aplicado a uma estrutura de linhas de lâminas unilateral blindada.

O método de análise desenvolvido é baseado na expansão dos campos elétricos e magnéticos, em termos de funções potenciais no domínio espectral da transformada de Fourier [42]. O método dos momentos é também usado no procedimento.

As expressões dos campos elétricos e magnéticos no domí nio espectral de uma estrutura de linha de lâminas unilateral uni dielétrica, são apresentadas e sugeridas para serem aplicados em em continuação ao método desenvolvido. Estas mesmas expressões podem ser utilizadas para novas estruturas bilaterais unidielétrica arbi trárias.

Em substituição, para aplicação às linhas de lâminas uni laterais, um método alternativo baseando-se na teoria do "ridged waveguide"[51],[53] foi apresentado. Neste método, também são usa dos resultados experimentais, ou a teoria da linha de transmissão equivalente desenvolvida no Cap. IV, desta tese.

Resultados numéricos para a constante dielétrica efetiva e para a impedância característica, foram obtidos para várias es truturas unilaterais. Para as linhas de lâminas unilaterais blinda das, foram elaborados programas computacionais em FORTRAN-IV, e foi utilizado um sistema computacional DEC-10. Uma rápida convergência foi observada, na obtenção dos resultados. Para as linhas de lâmi nas unilaterais unidielétrica, também foi usado o sistema DEC-10, e resultados apresentados na literatura especializada. Foram consi deradas linhas de lâminas com guias de onda na banda X e na banda K.



CAPÍTULO III

LINHAS DE LÂMINAS BILATERAIS , TEORIA  
DA EXPANSÃO DAS FUNÇÕES POTENCIAIS  
NO DOMÍNIO ESPECTRAL

### III.1. INTRODUÇÃO

Um estudo é realizado neste capítulo, para analisar a constante de propagação e a impedância característica de estruturas de linhas de lâminas bilaterais.

Estas estruturas consistem de duas linhas de condutores, nas interfaces de substratos dielétricos adaptados no plano-E de guias de ondas milimétricas, como mostrado na Fig. III.1. Nesta figura as regiões dielétricas (1) e (3) são idênticas e podem ou não ser o ar. As espessuras dos substratos são arbitrárias, e podem-se escolher quaisquer dimensões dos guias de ondas.

O método de análise desenvolvido consiste em expandir os campos elétricos e magnéticos, no domínio espectral da transformada de Fourier, para as diferentes regiões dielétricas, usando o método dos momentos, como foi descrito na seção II.2.

Resultados numéricos para a constante de propagação e para a impedância característica, destas estruturas de linhas de lâminas bilaterais, serão apresentados.

### III.2. TEORIA DE LINHAS DE LÂMINAS BILATERAIS TRIDIELÉTRICAS

O estudo das linhas de lâminas bilaterais da Fig. III.1 é desenvolvido nesta seção. Este estudo compreende a análise da constante de propagação e da impedância característica, baseando-se na teoria da expansão dos campos elétricos e magnéticos, em termos de funções potenciais no domínio espectral, para as três regiões dielétricas.

Esta análise é uma aplicação da teoria geral desenvolvida na seção II.2. Considerando-se que as duas lâminas são simétricas, em relação ao centro da dimensão maior do guia de ondas da Fig. III.1, o estudo pode ser realizado numa metade desta estrutura, como mostrado na Fig. III.2. Para uma configuração de campos elétricos e magnéticos, na linha de lâminas, criando uma parede magnética [42] na estrutura, e usando-se o sistema de coordenadas indicado na Fig. III.2, as seguintes condições de contorno são agora aplicadas:

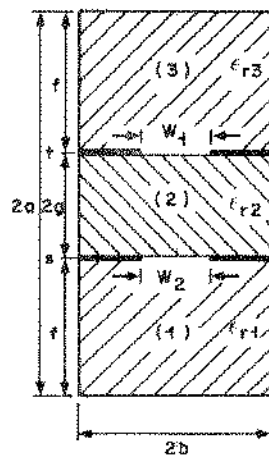


Fig. III.1 - Seção transversal de uma estrutura de linhas de lâminas bilaterais, contendo três regiões dielétricas, e com duas fendas.

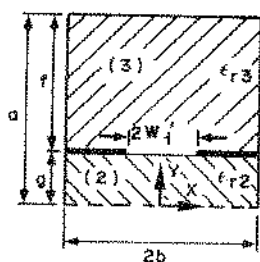


Fig.III.2 - Estrutura equivalente à da Fig.III.1, para fins de estudo analítico, quando  $W_1 = W_2$ . Uma parede magnética é considerada para  $y = 0$ , e  $2W_1' = W_1$ .

$$H_{x(2)} = 0 \quad y = 0 \quad , \quad -b < x < b \quad (\text{III.2.1})$$

$$H_{z(2)} = 0 \quad y = 0 \quad , \quad -b < x < b \quad (\text{III.2.2})$$

$$E_{x(3)} = 0 \quad y = a \quad , \quad -b < x < b \quad (\text{III.2.3})$$

$$E_{z(3)} = 0 \quad y = a \quad , \quad -b < x < b \quad (\text{III.2.4})$$

Para se satisfazerem estas condições de contorno nas eqs. (II.2.30) a (II.2.33), as seguintes funções potenciais no domínio espectral [42] são obtidas das eqs. (II.2.40) a (II.2.45):

$$\phi_{(2)}^e(\alpha, y) = B_{(2)}^e \cosh(\gamma_{(2)} y) \quad (\text{III.2.5})$$

$$e \quad \phi_{(2)}^h(\alpha, y) = B_{(2)}^h \sinh(\gamma_{(2)} y) \quad (\text{III.2.6})$$

para as funções potenciais elétricas e magnéticas, respectivamente, na região (2), e,

$$\phi_{(3)}^e(\alpha, y) = A_{(3)}^e \sinh[\gamma_{(3)}(a-y)] \quad (\text{III.2.7})$$

$$\phi_{(3)}^h(\alpha, y) = A_{(3)}^h \cosh[\gamma_{(3)}(a-y)] \quad (\text{III.2.8})$$

para as funções potenciais elétricas e magnéticas, respectivamente, na região (3).

Nas expressões (III.2.5) a (III.2.8),  $\gamma_{(i)}$ ,  $i = 2, 3$ , são as constantes de propagação na direção transversa  $y$ , dadas por:

$$\gamma_{(2)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2 \epsilon_{r(2)})^{1/2} \quad (\text{III.2.9})$$

$$e \quad \gamma_{(3)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2 \epsilon_{r(3)})^{1/2} \quad (\text{III.2.10})$$

para as regiões dielétricas (2) e (3), respectivamente.  $\alpha$  é a variável espectral, satisfazendo as condições de contorno em  $x = \pm b$ , e é dada por:

$$\alpha = \alpha_n = \frac{n\pi}{b} \quad , \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{III.2.11})$$

para os modos,  $H_z$  par e  $E_z$  ímpar, e

$$\alpha = \alpha_n = (n - 0,5) \pi / b \quad , \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{III.2.12})$$

para os modos,  $H_z$  ímpar e  $E_z$  par.

As funções potenciais dadas nas eqs.(III.2.5) a (III.2.8), são então substituídas nas expressões gerais dos campos dados nas eqs.(II.2.30) a (II.2.35). Substituindo propagação da forma  $e^{-j\beta z}$ , e indicando-se os subíndices das regiões dielétricas sem o parêntese, obtêm-se as seguintes expressões dos campos elétricos e magnéticos, na Fig. III.2:

a) para a região (2):

$$\tilde{E}_{z2} = j \frac{(K_2^2 - \beta^2)}{\beta} B_2^e \cosh(\gamma_2 \cdot y) \quad (\text{III.2.13})$$

$$\tilde{H}_{z2} = j \frac{(K_2^2 - \beta^2)}{\beta} B_2^h \sinh(\gamma_2 \cdot y) \quad (\text{III.2.14})$$

$$\tilde{E}_{x2} = \left( -j\alpha B_2^e + \frac{\omega\mu_0}{\beta} \gamma_2 B_2^h \right) \cosh(\gamma_2 \cdot y) \quad (\text{III.2.15})$$

$$\tilde{H}_{x2} = \left( -j\alpha B_2^h - \frac{\omega\epsilon_0}{\beta} \gamma_2 \epsilon_{r2} B_2^e \right) \sinh(\gamma_2 \cdot y) \quad (\text{III.2.16})$$

$$\tilde{E}_{y2} = \left( \gamma_2 B_2^e + j \frac{\omega\mu_0}{\beta} \alpha B_2^h \right) \sinh(\gamma_2 \cdot y) \quad (\text{III.2.17})$$

$$e \quad \tilde{H}_{y2} = \left( \gamma_{(2)} B_2^h - j \frac{\omega\epsilon_0}{\beta} \epsilon_{r2} \alpha B_2^e \right) \cosh(\gamma_2 \cdot y) \quad (\text{III.2.18})$$

onde:

$$K_2^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r2} \quad (\text{III.2.19})$$

b) para a região (3):

$$\ddot{E}_{z3} = j \frac{(K_3^2 - \beta^2)}{\beta} A_3^e \sinh[\gamma_3(a-y)] \quad (\text{III.2.20})$$

$$\ddot{H}_{z3} = j \frac{(K_3^2 - \beta^2)}{\beta} A_3^h \cosh[\gamma_3(a-y)] \quad (\text{III.2.21})$$

$$\ddot{E}_{x3} = \left( -j \alpha A_3^e - \frac{\omega \mu_0}{\beta} \gamma_3 A_3^h \right) \sinh[\gamma_3(a-y)] \quad (\text{III.2.22})$$

$$\ddot{H}_{x3} = \left( -j \alpha A_3^h + \frac{\omega \epsilon_0}{\beta} \gamma_3 \epsilon_{r3} A_3^e \right) \cosh[\gamma_3(a-y)] \quad (\text{III.2.23})$$

$$\ddot{E}_{y3} = \left( -\gamma_3 A_3^e + j \frac{\omega \mu_0}{\beta} \alpha A_3^h \right) \cosh[\gamma_3(a-y)] \quad (\text{III.2.24})$$

$$e \quad \ddot{H}_{y3} = \left( -\gamma_3 A_3^h - j \frac{\omega \epsilon_0}{\beta} \epsilon_{r3} \alpha A_3^e \right) \sinh[\gamma_3(a-y)] \quad (\text{III.2.25})$$

onde:

$$K_3^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r3} \quad (\text{III.2.26})$$

As constantes  $A_2^e$ ,  $A_2^h$ ,  $A_3^e$  e  $A_3^h$ , nestas equações dos campos são excluídas no procedimento da constante de propagação, através da aplicação das condições de contorno na interface dielétrica.

para  $y = g$ ,

$$\tilde{E}_{x2} = \tilde{E}_{x3} \quad (\text{III.2.27})$$

$$\tilde{E}_{z2} = \tilde{E}_{z3} \quad (\text{III.2.28})$$

$$\tilde{H}_{x2} - \tilde{H}_{x3} = \tilde{J}_z \quad (\text{III.2.29})$$

$$\tilde{H}_{z2} - \tilde{H}_{z3} = \tilde{J}_x \quad (\text{III.2.30})$$

Como as componentes  $x$  e  $z$ , dos campos elétricos para  $y = g$  são dadas por:

$$\tilde{E}_{x2} = \tilde{E}_{xg} = \left( -j \alpha B_2^e + \frac{\omega \mu_0}{\beta} \gamma_2 B_2^h \right) \cosh(\gamma_2 \cdot g) \quad (\text{III.2.31})$$

$$\tilde{E}_{x3} = \tilde{H}_{xg} = \left( -j\alpha \Lambda_3^c - \frac{\omega\mu_0}{\beta} \gamma_3 \Lambda_3^h \right) \sinh(\gamma_3 \cdot f) \quad (\text{III.2.32})$$

$$\tilde{E}_{z2} = \tilde{H}_{zg} = j \frac{(K_2^2 - \beta^2)}{\beta} B_2^c \cosh(\gamma_2 \cdot g) \quad (\text{III.2.33})$$

$$e \quad \tilde{E}_{z3} = \tilde{E}_{zg} = j \frac{(K_3^2 - \beta^2)}{\beta} \Lambda_3^c \sinh(\gamma_3 \cdot f) \quad (\text{III.2.34})$$

a aplicação das condições de contorno, expressas nas eqs. (III.2.27) a (III.2.30) fornece, após várias manipulações matemáticas, as relações entre as densidades de corrente e os campos elétricos, onde existem as lâminas metálicas, no ponto do eixo y, igual a g. Estas relações são funções admitâncias, que são as transformadas de Fourier das funções diádicas de Green [46], da estrutura da Fig. III.2. Obtém-se portanto a seguinte equação matricial não-homogênea:

$$\begin{bmatrix} Y_{XX}^{11} & Y_{XZ}^{11} \\ Y_{ZX}^{11} & Y_{ZZ}^{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{xg} \\ \tilde{E}_{zg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_{xg} \\ \tilde{J}_{zg} \end{bmatrix} \quad (\text{III.2.35})$$

onde as funções admitâncias são dadas por:

$$Y_{XX}^{11} = \frac{-j}{\omega\mu_0} \left[ (\epsilon_{r2} K_0^2 - \beta^2) \frac{\text{tgh}(\gamma_2 g)}{\gamma_2} + (\epsilon_{r3} K_0^2 - \beta^2) \frac{\text{coth}(\gamma_3 f)}{\gamma_3} \right] \quad (\text{III.2.36})$$

$$Y_{XZ}^{11} = \frac{-j}{\omega\mu_0} \alpha \beta \left( \frac{\text{tgh}(\gamma_2 g)}{\gamma_2} + \frac{\text{coth}(\gamma_3 f)}{\gamma_3} \right) \quad (\text{III.2.37})$$

$$Y_{ZX}^{11} = Y_{XZ}^{11} \quad (\text{III.2.38})$$

$$e \quad Y_{ZZ}^{11} = \frac{-j}{\omega\mu_0} \left[ (\epsilon_{r2} K_0^2 - \alpha^2) \frac{\text{tgh}(\gamma_2 g)}{\gamma_2} + (\epsilon_{r3} K_0^2 - \alpha^2) \frac{\text{coth}(\gamma_3 f)}{\gamma_3} \right] \quad (\text{III.2.39})$$



No procedimento, o método dos momentos é aplicado à equação matricial (III.2.35) e expandindo-se os campos elétricos nas fendas, em termos de funções base  $f_x$  e  $f_z$ , que podem ser as mesmas descritas nas eqs.(II.3.40) a (II.3.49), produtos internos ou escalares são efetuados com funções peso [44], resultando na equação matricial de autovalores homogênea, a seguir:

$$\begin{bmatrix} K_{XX}^{11} & K_{XZ}^{11} \\ K_{ZX}^{11} & K_{ZZ}^{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{x1} \\ a_{z1} \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{III.2.40})$$

onde:

$$K_{XX}^{11} = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{f}_{x1}(\alpha_n) Y_{XX}^{11} \tilde{f}_{x1}(\alpha_n) \quad (\text{III.2.41})$$

$$K_{XZ}^{11} = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{f}_{x1}(\alpha_n) Y_{XZ}^{11} \tilde{f}_{z1}(\alpha_n) \quad (\text{III.2.42})$$

$$K_{ZX}^{11} = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{f}_{z1}(\alpha_n) Y_{ZX}^{11} \tilde{f}_{x1}(\alpha_n) \quad (\text{III.2.43})$$

$$e \quad K_{ZZ}^{11} = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{f}_{z1}(\alpha_n) Y_{ZZ}^{11} \tilde{f}_{z1}(\alpha_n) \quad (\text{III.2.44})$$

A constante de propagação,  $\beta$ , do modo dominante, para a estrutura de linhas de lâminas bilateral da Fig.III.1, é obtida através da pesquisa da raiz do determinante da matriz quadrada na equação de autovalores (III.2.40), utilizando métodos numéricos [49], [61]. A impedância característica é também determinada, usando-se a definição em (II.3.58).

Conhecendo-se o valor da constante de propagação, a impedância característica relacionada a uma das fendas da linha de lâminas da Fig. III.1 é determinada por:

$$Z_{c1} = \frac{V_{x1}^2}{P_1} \quad (\text{III.2.45})$$

Nesta expressão,  $V_{x1}$  é a voltagem através da fenda 1, definida na

eq.(II.2.60), e, para a mesma função base dada na eq.(II.3.40), ob-  
têm-se como resultado a eq.(II.3.60), ou seja

$$V_{x1}^2 = a_{x1}^2 u^2 \quad (\text{III.2.46})$$

A potência, definida na eq.(II.2.65), é obtida para a eq.(III.2.45),  
utilizando-se a integração na Fig.III.2,

$$P_1 = \frac{1}{2b} R_e \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^a (\tilde{E}_{x1} \tilde{H}_{y1}^* - \tilde{E}_{y1} \tilde{H}_{x1}^*) dy \quad (\text{III.2.47})$$

onde esta integral é resolvida através das duas regiões dielétricas,  
(2) e(3), da Fig.III.2, para os campos expandidos em função dos cam-  
pos na fenda,

$$P_1 = \frac{1}{2b} R_e \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \int_0^g (\tilde{E}_{x2} \tilde{H}_{y2}^* - \tilde{E}_{y2} \tilde{H}_{x2}^*) dy + \int_g^a (\tilde{E}_{x3} \tilde{H}_{y3}^* - \tilde{E}_{y3} \tilde{H}_{x3}^*) dy \right\} \quad (\text{III.2.48})$$

Estes campos na eq.(III.2.48) são obtidos após vários cálculos, em  
termos da variável  $y$ , e dos campos elétricos expandidos para a fen-  
da,  $\tilde{E}_{xg}$  e  $\tilde{E}_{zg}$ .

Utilizando-se, portanto, as eqs.(III.2.15) a (III.2.18),  
dos campos  $x$  e  $y$  na região (2), e as eqs.(III.2.31) e (III.2.33) das  
componentes dos campos elétricos  $x$  e  $z$ , para a fenda em  $y = g$ , refe-  
rente à região (2), obtêm-se as seguintes expressões dos campos pa-  
ra esta região dielétrica (2):

$$\tilde{E}_{x2} = \cosh(\gamma_2 y) \frac{\tilde{E}_{xg}}{\cosh(\gamma_2 g)} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (\text{III.2.49})$$

$$\tilde{H}_{y2}^* = \cosh(\gamma_2^* y) \frac{(\beta \tilde{E}_{xg}^* - \alpha \tilde{E}_{zg}^*)}{\omega \mu_0 \cosh(\gamma_2^* g)} e^{-j(\omega t - \beta z)} \quad (\text{III.2.50})$$

$$\tilde{E}_{y2} = \sinh(\gamma_2 y) \frac{(\alpha \tilde{E}_{xg} + \beta \tilde{E}_{zg})}{\gamma_2 \cosh(\gamma_2 g)} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (\text{III.2.51})$$

$$e \quad \tilde{H}_{x2}^* = \sinh(\gamma_2^* y) \cdot j \frac{[\alpha \beta \tilde{E}_{xg}^* + (K_2^2 - \alpha^2) \tilde{E}_{zg}^*]}{\omega \mu_0 \gamma_2^* \cosh(\gamma_2^* g)} e^{-j(\omega t - \beta z)} \quad (\text{III.2.52})$$

Para a região dielétrica (3), utilizando-se as eqs.(III.2.22) a (III.2.25) das componentes dos campos x e y, e as eqs.(III.2.32) e (III.2.34) das componentes x e z, dos campos elétricos na fenda, para  $y = g$ , obtêm-se as seguintes expressões:

$$\tilde{E}_{x3} = \sinh[\gamma_3(a-y)] \frac{\tilde{E}_{xg}}{\sinh(\gamma_3 f)} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (\text{III.2.53})$$

$$\tilde{H}_{y3}^* = \sinh[\gamma_3^*(a-y)] \frac{(\beta \tilde{E}_{xg}^* - \alpha \tilde{E}_{zg}^*)}{\omega \mu_0 \sinh(\gamma_3^* f)} e^{-j(\omega t - \beta z)} \quad (\text{III.2.54})$$

$$\tilde{E}_{y3} = \cosh[\gamma_3(a-y)] \frac{(\alpha \tilde{E}_{xg} + \beta \tilde{E}_{zg})}{\gamma_3 \sinh(\gamma_3 f)} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (\text{III.2.55})$$

$$e \quad \tilde{H}_{x3}^* = \cosh[\gamma_3^*(a-y)] (-j) \frac{[\alpha \beta \tilde{E}_{xg}^* + (K_3^2 - \alpha^2) \tilde{E}_{zg}^*]}{\omega \mu_0 \gamma_3^* \sinh(\gamma_3^* f)} e^{-j(\omega t - \beta z)} \quad (\text{III.2.56})$$

Nestas expressões os números de onda  $K_2$  e  $K_3$  são obtidas de (III.2.19) e (III.2.26).

Substituindo-se as expressões dos campos, dados nas eqs. (III.2.49) a (III.2.56) na eq.(III.2.48), da potência, obtêm-se as integrais, considerando as partes que compõem os quatro termos da potência:

$$P_{A1} = R_e \int_0^g \tilde{E}_{x2} \tilde{H}_{y2}^* dy = R_e \left\{ \frac{\tilde{E}_{xg} (\beta \tilde{E}_{xg} - \alpha \tilde{E}_{zg})}{\omega \mu_0 \cosh(\gamma_2 g) \cosh(\gamma_2^* g)} \int_0^g \cosh(\gamma_2 y) \cosh(\gamma_2^* y) dy \right\} \quad (\text{III.2.57})$$

$$P_{A2} = -R_e \int_0^g \tilde{E}_{y2} \tilde{H}_{x2}^* dy = -R_e \left\{ \frac{(\alpha \tilde{E}_{xg} + \beta \tilde{E}_{zg}) (\alpha \beta \tilde{E}_{xg}^* + (K_2^2 - \alpha^2) \tilde{E}_{zg}^*)}{\omega \mu_0 \gamma_2 \gamma_2^* \cosh(\gamma_2 g) \cosh(\gamma_2^* g)} \int_0^g \sinh(\gamma_2 y) \cosh(\gamma_2^* y) dy \right\} \quad (\text{III.2.58})$$

$$A_{r1} = P_0 \int_g^a f_{2,1}(R_1) dy = P_0 \left\{ \frac{1}{2\gamma_2} \frac{(\cosh(2\gamma_2 a) - 1) \cosh(\gamma_2 f)}{\cosh(\gamma_2 a) + \cosh(\gamma_2 f)} - \int_g^a \cosh(\gamma_2(a-y)) \cosh(\gamma_2 y) dy \right\} \quad \text{(III.2.57)}$$

$$A_{r2} = P_0 \int_g^a f_{2,2}(R_1) dy = P_0 \left\{ \frac{(\cosh(2\gamma_2 a) - 1) \cosh(\gamma_2 f) + (\cosh(\gamma_2 a) + \cosh(\gamma_2 f))}{2\gamma_2 (\cosh(\gamma_2 a) + \cosh(\gamma_2 f))} - \int_g^a \cosh(\gamma_2(a-y)) \cosh(\gamma_2 y) dy \right\} \quad \text{(III.2.58)}$$

Desta forma o problema se resume na integração de funções hiperbólicas e trigonométricas.

As integrais nas eqs. (III.2.57) a (III.2.60) são resolvidas analiticamente, para duas situações possíveis: a)  $\gamma_2$  e  $\gamma_3$  reais e b)  $\gamma_2$  e  $\gamma_3$  imaginários. Após usarem-se algumas identidades matemáticas [61], obtêm-se:

a) para  $\gamma_2$  e  $\gamma_3$  reais:

$$A_{r1} = \int_0^g \cosh^2(\gamma_2 y) dy = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sinh(2\gamma_2 g)}{2\gamma_2} + g \right] \quad \text{(III.2.61)}$$

$$e \quad A_{r2} = \int_0^g \sinh^2(\gamma_2 y) dy = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sinh(2\gamma_2 g)}{2\gamma_2} - g \right] \quad \text{(III.2.62)}$$

para as integrais em (III.2.57) e (III.2.58), e

$$B_{r1} = \int_g^a \sinh^2[\gamma_3(a-y)] dy = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sinh(2\gamma_3 f)}{2\gamma_3} - f \right] \quad \text{(III.2.63)}$$

$$e \quad B_{r2} = \int_g^a \cosh^2[\gamma_3(a-y)] dy = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sinh(2\gamma_3 f)}{2\gamma_3} + f \right] \quad \text{(III.2.64)}$$

para as integrais em (III.2.59) e (III.2.60), e

b) para  $\gamma_2$  e  $\gamma_3$  imaginários:

$$A_{I1} = \int_0^g \cos^2(\gamma_2 y) dy = \frac{1}{2} \left[ \frac{\text{sen}(2\gamma_2 g)}{2\gamma_2} + g \right] \quad (\text{III.2.65})$$

c

$$A_{I2} = - \int_0^g \text{sen}^2(\gamma_2 y) dy = \frac{1}{2} \left[ g - \frac{\text{sen}(2\gamma_2 g)}{2\gamma_2} \right] \quad (\text{III.2.66})$$

para as integrais em (III.2.57) e (III.2.58), e

$$B_{I1} = - \int_g^a \text{sen}^2[\gamma_3(a-y)] dy = \frac{1}{2} \left[ f - \frac{\text{sen}(2\gamma_3 f)}{2\gamma_3} \right] \quad (\text{III.2.67})$$

e

$$B_{I2} = \int_g^a \cos^2[\gamma_3(a-y)] dy = \frac{1}{2} \left[ \frac{\text{sen}(2\gamma_3 f)}{2\gamma_3} + f \right] \quad (\text{III.2.68})$$

para as integrais em (III.2.59) e (III.2.60).

Considerando-se em seguida que  $\epsilon_{r2} \geq \epsilon_{r3}$ , três possibilidades podem ocorrer:

- a)  $\gamma_2$  e  $\gamma_3$  reais
- b)  $\gamma_2$  e  $\gamma_3$  imaginários, e
- c)  $\gamma_2$  imaginário e  $\gamma_3$  real.

Então, as expressões (III.2.57) a (III.2.60), são desenvolvidas e fornecem para as possibilidades a), b) e c):

a) para  $\gamma_2$  e  $\gamma_3$  reais:

$$P_{A1} = \frac{A_{r1} \cdot C_{A1}}{\omega \mu_0 \cosh^2(\gamma_2 g)} \quad (\text{III.2.69})$$

onde  $A_{r1}$  é dado na eq.(III.2.61) e,

$$C_{A1} = \beta R_e (\tilde{E}_{xg} \tilde{E}_{xg}^*) - \alpha R_e (\tilde{E}_{xg} \tilde{E}_{zg}^*) \quad (\text{III.2.70})$$

$$P_{A2} = \frac{A_{r2} \cdot C_{A2}}{\omega \mu_0 \gamma_2^2 \cosh^2(\gamma_2 g)} \quad (\text{III.2.71})$$

onde  $A_{r2}$  é dado na eq.(III.2.62) e,

$$C_{A2} = \alpha^2 \beta R_e (\tilde{E}_{xg} \tilde{E}_{xg}^*) + \beta (K_2^2 - \alpha^2) R_e (\tilde{E}_{zg} \tilde{E}_{zg}^*) + \\ + \alpha \beta^2 R_e (\tilde{E}_{zg} \tilde{E}_{xg}^*) + \alpha (K_2^2 - \alpha^2) R_e (\tilde{E}_{xg} \tilde{E}_{zg}^*) \quad (\text{III.2.72})$$

$$P_{B1} = \frac{B_{r1} \cdot C_{A1}}{\omega \mu_0 \sinh^2(\gamma_3 f)} \quad (\text{III.2.73})$$

onde  $B_{r1}$  é dado na eq.(III.2.63) e  $C_{A1}$  é dado na eq.(III.2.70), e

$$P_{B2} = \frac{B_{r2} \cdot C_{A4}}{\omega \mu_0 \gamma_3^2 \sinh^2(\gamma_3 f)} \quad (\text{III.2.74})$$

onde  $B_{r2}$  é dado na eq.(III.2.64) e,

$$C_{A4} = \alpha^2 \beta R_e (\tilde{E}_{xg} \tilde{E}_{xg}^*) + \beta (K_3^2 - \alpha^2) R_e (\tilde{E}_{zg} \tilde{E}_{zg}^*) + \\ + \alpha \beta^2 R_e (\tilde{E}_{zg} \tilde{E}_{xg}^*) + \alpha (K_3^2 - \alpha^2) R_e (\tilde{E}_{xg} \tilde{E}_{zg}^*) \quad (\text{III.2.75})$$

b) para  $\gamma_2$  e  $\gamma_3$  imaginários:

$$P_{A1} = \frac{A_{I1} \cdot C_{A1}}{\omega \mu_0 \cos^2(\gamma_2 g)} \quad (\text{III.2.76})$$

onde  $A_{I1}$  é dado na eq.(III.2.65), e  $C_{A1}$  é dado na eq.(III.2.70):

$$P_{A2} = \frac{A_{I2} \cdot C_{A2}}{\omega \mu_0 \gamma_2^2 \cos^2(\gamma_2 g)} \quad (\text{III.2.77})$$

onde  $A_{I2}$  é dado na eq.(III.2.66), e  $C_{A2}$  é dado na eq.(III.2.72).

$$P_{B1} = \frac{B_{I1} \cdot C_{A1}}{\omega \mu_0 \text{sen}^2(\gamma_3 f)} \quad (\text{III.2.78})$$

onde  $B_{I1}$  é dado na eq.(III.2.67), e  $C_{A1}$  é dado na eq.(III.2.70), e

$$P_{B2} = \frac{-B_{I2} \cdot C_{A4}}{\omega \mu_0 \gamma_3^2 \text{sen}^2(\gamma_3 f)} \quad (\text{III.2.79})$$

onde  $B_{I2}$  é dado na eq.(III.2.68) e  $C_{A4}$  é dado na eq.(III.2.75).

c) para  $\gamma_2$  imaginário e  $\gamma_3$  real:

$P_{A1}$  e  $P_{A2}$  são dados nas eqs.(III.2.76) e (III.2.77), e  $P_{B1}$  e  $P_{B2}$  são dados nas eqs.(III.2.73) através de (III.2.78).

Regras de limites de convergências [60] são aplicadas, quando  $\gamma_i = 0$ ,  $i = 2, 3$ , e quando  $\gamma_i$  é muito elevado, de tal forma que as funções hiperbólicas fornecem valores da ordem de  $10^{+39}$ , evitando, portanto, que ocorram "overflows" ou "underflows", nos cálculos computacionais.

Após estes vários desenvolvimentos matemáticos terem sido realizados, as transformadas de Fourier dos campos elétricos nas fendas,  $\tilde{E}_{xg}$  e  $\tilde{E}_{zg}$  dados nas eqs.(II.3.46) a (II.3.49), são substituídas nas expressões da potência, nos termos  $P_{A1}$ ,  $P_{A2}$ ,  $P_{B1}$  e  $P_{B2}$  descritos. A constante  $a_{z1}$ , da eq.(II.3.49) é obtida em termos da constante  $a_{x1}$  em (II.3.48), após a constante de propagação ter sido calculada.

A potência obtida neste procedimento desenvolvido, através das eqs.(III.2.48) a (III.2.79), juntamente com a voltagem dada na eq.(III.2.46), são substituídas na eq.(III.2.45), da impedância característica, onde as constantes  $a_{x1}$  são canceladas.

Resultados numéricos são então obtidos numericamente através dos somatórios dos inúmeros termos espectrais.

### III.3. RESULTADOS NUMÉRICOS

Utilizando-se um sistema computacional DEC-10, os resultados numéricos foram obtidos, para as linhas de lâminas bilaterais, usando a teoria desenvolvida na seção II.2. Usando esta teoria, os programas e subprogramas computacionais foram elaborados na linguagem FORTRAN-IV, e foram utilizados métodos numéricos eficientes de extração de raízes de equações transcendentais [49]-[50]. O modo dominante [42] com fases positivas dos campos nas fendas foi calculado, pois é o mais importante para fins de projeto.

Os resultados apresentaram uma rápida convergência computacional, confirmando a eficiência do método da expansão dos campos em termos de funções potenciais no domínio espectral, mais o método dos momentos.

Na Fig. III.3, são mostradas curvas da constante dielétrica efetiva e da impedância característica, em função da frequência, para uma estrutura de linhas de lâminas bilaterais, em guia de onda WR-28. A permissividade do dielétrico de espessura  $g = 0,125$  mm é de  $\epsilon_{r1} = 3,0$ . Duas larguras de fendas,  $W_1 = 0,15$  mm e  $W_1 = 0,5$  mm, são consideradas.

Observa-se nesta figura que os resultados apresentados concordam com aqueles da Ref. [42].

Na Fig. III.4 são mostradas curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da frequência, para uma estrutura de linhas de lâminas bilaterais, também com guia de onda WR-28, com dimensões  $2a = 7,112$  mm e  $2b = 3,556$  mm, usando-se um substrato RT - DUROID-5880, da ROGERS, com espessura  $g = 0,254$  mm e permissividade relativa,  $\epsilon_{r1} = 2,2$ .

Verifica-se nesta figura que  $\epsilon_{ef}$  aumenta com o aumento da frequência, e com o decréscimo na largura da fenda,  $W_1$ .

Na Fig. III.5, curvas da impedância característica em função da frequência, são mostradas para a mesma estrutura de linhas de lâminas bilaterais, considerada na Fig. III.4.

Observa-se nesta Fig. III.5, que o valor da impedância característica aumenta com o aumento na largura da fenda  $W_1$ .



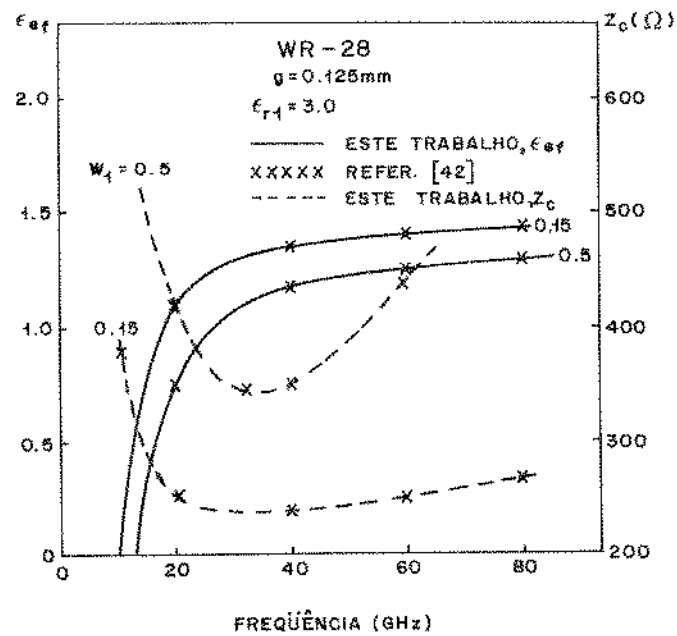


Fig. III.3 - Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , e da impedância característica,  $Z_c$ , em função da frequência, para uma estrutura de linhas de lâminas bilaterais usando um guia de ondas WR-28.

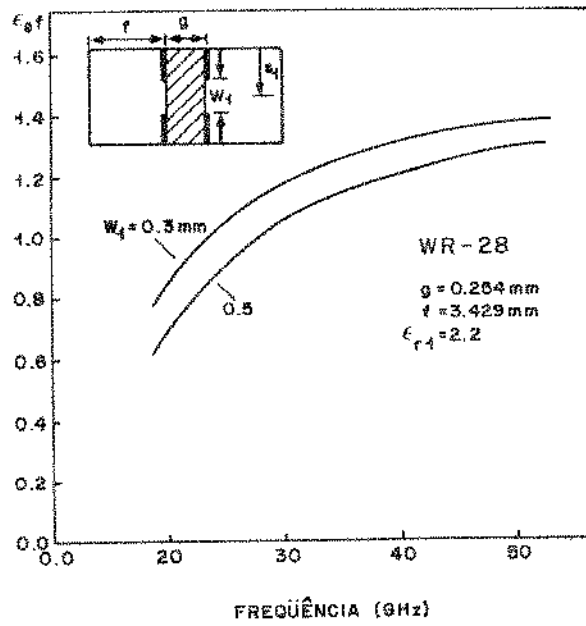


Fig. III.4 - Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da frequência, para uma estrutura de linhas de lâminas bilaterais, com guia de ondas WR-28.

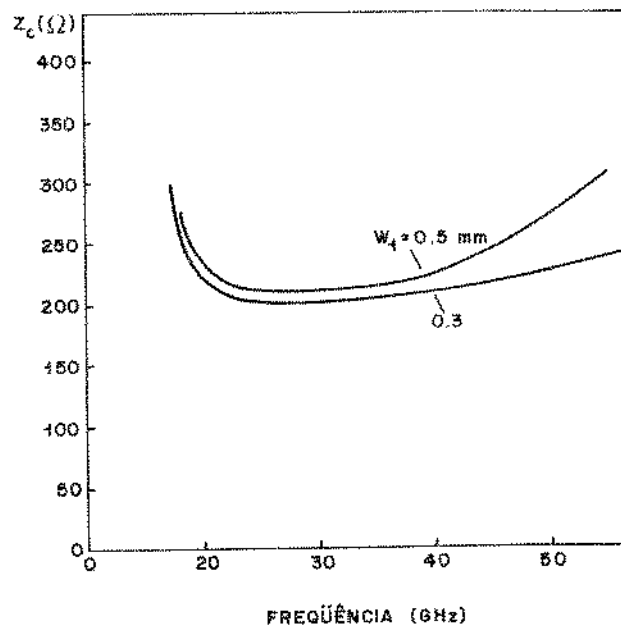


Fig. III.5 - Curvas da impedância característica,  $Z_c$ , em função da frequência, para uma estrutura de linhas de lâminas bilaterais, usando um guia WR-28, considerado na Fig. III.4.

Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da frequência, são mostradas na Fig. III.6, para uma estrutura de linhas de lâminas bilaterais, com guia de onda WR-90, que tem dimensões  $2a = 22,86$  mm e  $2b = 10,16$  mm, e operam normalmente na banda X. O substrato utilizado é o RT-DUROID-5880, com permissividade relativa  $\epsilon_r = 2,2$ , e espessura  $g = 0,254$  mm. As larguras das duas fendas são iguais, e dois valores são considerados,  $W_1 = 0,3$  mm e  $W_1 = 1,0$  mm.

Desta figura, observa-se que para frequências mais altas, os valores da constante dielétrica efetiva tendem a aumentar muito pouco com a frequência.

Na Fig. III.7, são mostradas curvas da impedância característica em função da frequência, para a mesma estrutura de linhas de lâminas bilaterais, considerada na Fig. III.6, com guia de ondas WR-90.

Verifica-se na Fig. III.7, que o valor das impedância característica aumenta consideravelmente, com o aumento da frequência.

#### III.4. CONCLUSÃO

Permitindo maiores flexibilidades para projetos de estruturas de linhas de lâminas, neste capítulo foi desenvolvida a teoria destas estruturas bilaterais, pelo método da expansão dos campos nas diferentes regiões dielétricas, no domínio da transformada de Fourier.

Foi utilizado um sistema de computador DEC-10, para o cálculo da constante dielétrica efetiva e da impedância característica.

Vários resultados foram apresentados para linhas de lâminas operando nas bandas X e K. Uma rápida convergência foi verificada na obtenção dos resultados para os quais foram elaborados programas computacionais na linguagem FORTRAN-IV.

Comprovações rigorosas foram efetuadas, para uma estrutura de linha de lâminas bilateral, operando na banda K, comparando-se os resultados obtidos, com aqueles apresentados na Ref. [42], para uma única espessura do substrato dielétrico, compondo a linha de lâminas apresentada naquela referência.

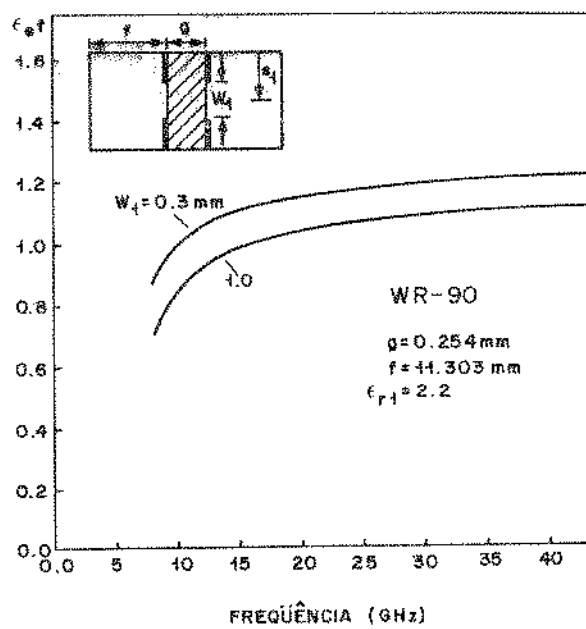


Fig. III.6 - Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da frequência, para uma estrutura de linhas de lâminas bilaterais, com guia de ondas WR-90.

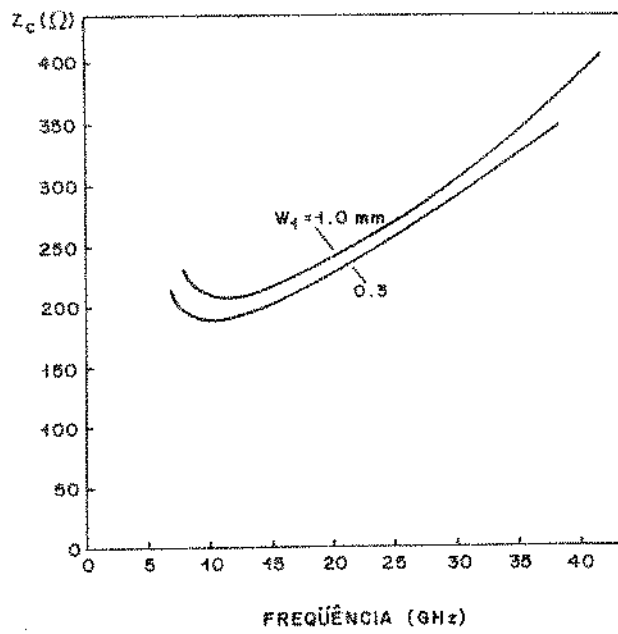


Fig. III.7 - Curvas da impedância característica,  $Z_c$ , em função da frequência, para uma estrutura de linhas de lâminas bilaterais, usando um guia WR-90, considerado na Fig.III.6.

CAPÍTULO IV

ANÁLISE DAS LINHAS DE LÂMINAS PELA TEORIA DA  
LINHA DE TRANSMISSÃO EQUIVALENTE NO DOMÍNIO  
DA TRANSFORMADA DE FOURIER.  
ESTRUTURAS UNILATERAIS UNIDIELÉTRICAS

#### IV.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo, um moderno método de análise para novas estruturas de linhas de lâminas, é apresentado. Este método baseia-se na eficiente teoria da linha de transmissão equivalente [64], no domínio espectral da transformada de Fourier, através do poderoso método dos momentos.

Este método de análise tem muitas vantagens sobre todos os outros, pois conduz aos resultados mais precisos, trata o problema de forma simples, com menos cálculos para estruturas complexas, e de forma eficiente. Ele será descrito na seção IV.2, e utilizado para o desenvolvimento de novas estruturas, na seção IV.3, e nos capítulos seguintes, V ao VII. Para o nosso conhecimento este método é o que existe de mais moderno e preciso no desenvolvimento de estruturas planares de ondas guiadas em microondas.

Uma teoria geral e o estudo de novas estruturas de linhas de lâminas unilaterais simétrica e assimetricamente localizadas no plano-E do guia de ondas, e com fendas simples e acopladas, contendo uma região dielétrica, são desenvolvidas neste capítulo. Vários resultados serão apresentados para a constante dielétrica efetiva.

#### IV.2. PROBLEMA DE AUTO-VALORES. DESCRIÇÃO TEÓRICA GERAL DO MÉTODO DA LINHA DE TRANSMISSÃO EQUIVALENTE

O método de análise descrito nesta seção é geral, e é expandido para uma estrutura de linhas de lâminas com diversas regiões dielétricas e diversos condutores nas interfaces dos substratos dielétricos. O método consiste em se usar o conceito da linha de transmissão equivalente na direção transversa y [64], no domínio espectral da transformada de Fourier, para estruturas de linhas de lâminas como mostradas na Fig. IV.1.

Considera-se inicialmente que as lâminas metálicas nas interfaces dielétricas tenham sido removidas. A estrutura não homogênea com diferentes regiões dielétricas resultante é então estudada no domínio espectral. As equações de ondas dos campos elétricos e magnéticos são então desenvolvidas, resultando em expressões que são as equações de Helmholtz para as componentes transver



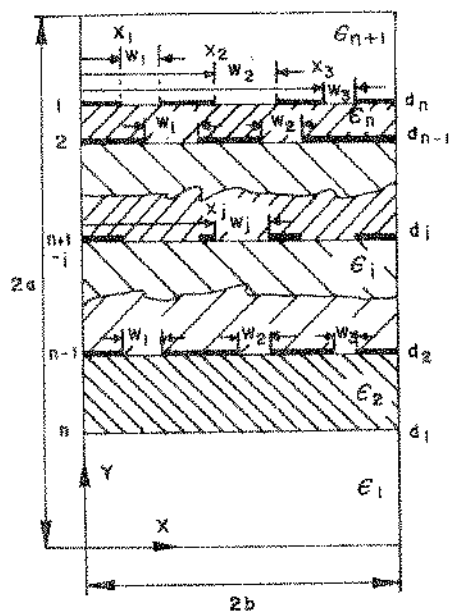


Fig. IV.1 - Seção transversal de uma estrutura de linhas de lâminas geral, com  $n$  interfaces e  $(n+1)$  regiões dielétricas com dimensões arbitrárias. As lâminas condutoras podem ou não estar presentes nas interfaces dielétricas, e contendo  $K$  fendas com larguras  $W$ , quaisquer. As dimensões internas do guia de ondas milimétricas são  $2a$  e  $2b$  respectivamente.

sais dos campos em  $y$ .

Desta forma, os campos elétricos e magnéticos consistem de modos híbridos espectrais TE em  $y$  e TM em  $y$  somente, [55], [56], e para a estrutura os campos serão superposições destes modos. As transformadas de Fourier destes campos ao longo da direção  $y$  são então utilizadas no desenvolvimento e definidas como mostrado a seguir:

$$\tilde{E}_y(\alpha, y) = \int_0^{2b} E_y(x, y) e^{j\alpha x} dx \quad (IV.2.1)$$

$$e \quad \tilde{H}_y(\alpha, y) = \int_0^{2b} H_y(x, y) e^{j\alpha x} dx \quad (IV.2.2)$$

cujas transformadas inversas [63] resultam em:

$$E_y(x, y) e^{-j\beta z} = \frac{1}{4b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{E}_y(\alpha_n, y) e^{-j(\alpha_n x + \beta z)} \quad (IV.2.3)$$

$$e \quad H_y(x, y) e^{-j\beta z} = \frac{1}{4b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{H}_y(\alpha_n, y) e^{-j(\alpha_n x + \beta z)} \quad (IV.2.4)$$

para os campos elétricos e magnéticos, respectivamente. Nestas expressões  $\alpha = \alpha_n = n\pi/(2b)$ ,  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  é a constante de separação espectral na direção  $x$ , e  $\beta$  é a constante de propagação na direção longitudinal  $z$ , da estrutura de linhas de lâminas. As outras componentes dos campos são obtidas através das equações de Maxwell.

Observa-se das equações (IV.2.3) e (IV.2.4) que os campos são superposições de ondas planas não homogêneas propagando-se nas direções  $x$  e  $z$  com constantes de fases  $\alpha$  e  $\beta$ , respectivamente. Uma transformação de coordenadas de  $(x, z)$  para  $(u, v)$ , na linha de transmissão equivalente como mostrada na Fig. IV.2, é então efetuada. Toma-se a direção  $u$  como a direção de propagação das ondas planas, de tal forma que  $\hat{u} = N_x \cdot \hat{x} + N_z \cdot \hat{z}$ , onde  $N_x = \sin\theta = \alpha/(\alpha^2 + \beta^2)^{1/2}$  e  $N_z = \cos\theta = \beta/(\alpha^2 + \beta^2)^{1/2}$ . Os campos são então decompostos para ondas TM em  $y$  com componentes  $\tilde{E}_y$ ,  $\tilde{E}_u$  e  $\tilde{H}_v$ , e em ondas TE em  $y$  com componentes  $\tilde{H}_y$ ,  $\tilde{H}_u$  e  $\tilde{E}_v$ .

Em seguida retorna-se à estrutura original, da Fig. IV.1,

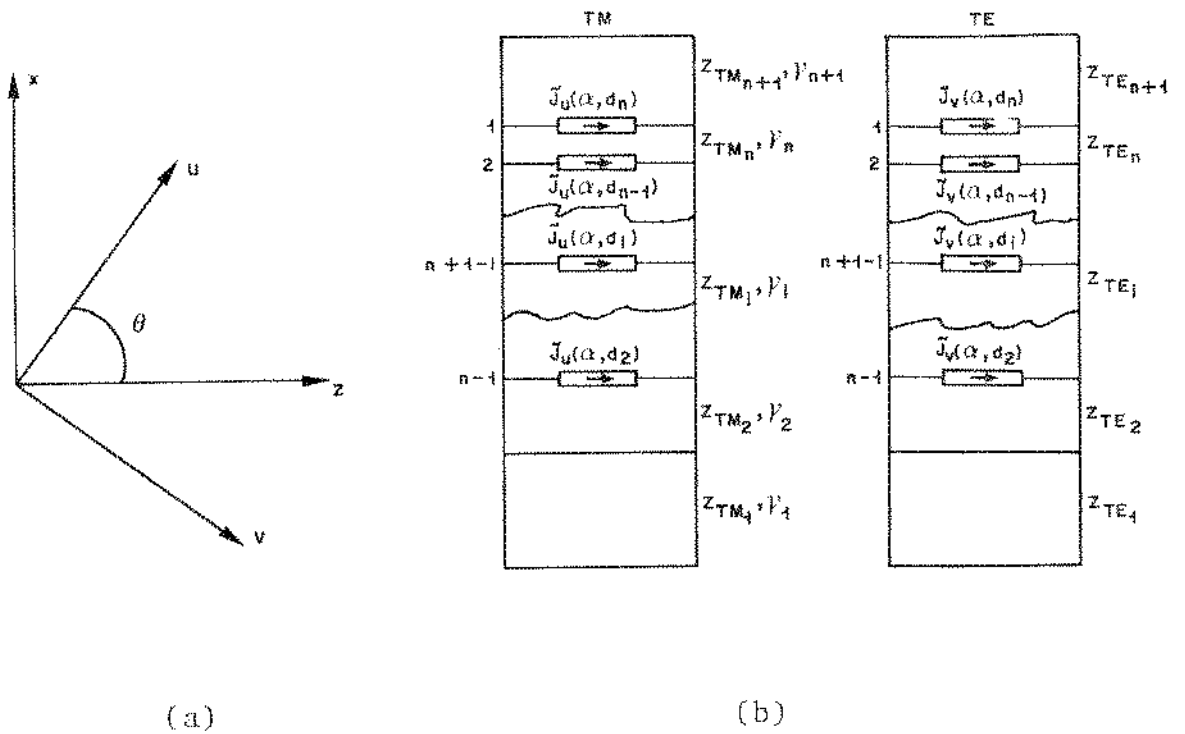


Fig. IV.2 - Transformação de coordenadas e linha de transmissão equivalente para a estrutura geral de linhas de lâminas da Fig. IV.1. Em (a), transformação de coordenadas de  $(x, z)$  para  $(u, v)$ , e em (b) circuito equivalente para ondas TM em  $y$  e TE em  $y$ .

contendo as lâminas metálicas. As densidades de correntes  $\tilde{J}_u$  e  $\tilde{J}_v$ , provenientes dos campos magnéticos, e que geram os campos de ondas TM e TE respectivamente, são então introduzidas, para as  $i$ -ésimas interfaces dielétricas que contêm lâminas. Elas estão relacionadas aos campos elétricos nesta figura [65], como segue:

$$\tilde{J}_u(\alpha, d_n) = Y_{11}^e \tilde{E}_u(\alpha, d_n) + \dots + Y_{1(n+1-i)}^e \tilde{E}_u(\alpha, d_i) + \dots + Y_{1(n-1)}^e \tilde{E}_u(\alpha, d_2) \quad (\text{IV.2.5})$$

$$\tilde{J}_v(\alpha, d_n) = Y_{11}^h \tilde{E}_v(\alpha, d_n) + \dots + Y_{1(n+1-i)}^h \tilde{E}_v(\alpha, d_i) + \dots + Y_{1(n-1)}^h \tilde{E}_v(\alpha, d_2) \quad (\text{IV.2.6})$$

$$\begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \quad \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \quad \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array}$$

$$\tilde{J}_u(\alpha, d_i) = Y_{(n+1-i)1}^e \tilde{E}_u(\alpha, d_n) + \dots + Y_{(n+1-i)(n+1-i)}^e \tilde{E}_u(\alpha, d_i) + \dots + Y_{(n+1-i)(n-1)}^e \tilde{E}_u(\alpha, d_2) \quad (\text{IV.2.7})$$

$$\tilde{J}_v(\alpha, d_i) = Y_{(n+1-i)1}^h \tilde{E}_v(\alpha, d_n) + \dots + Y_{(n+1-i)(n+1-i)}^h \tilde{E}_v(\alpha, d_i) + \dots + Y_{(n+1-i)(n-1)}^h \tilde{E}_v(\alpha, d_2) \quad (\text{IV.2.8})$$

$$\begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \quad \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \quad \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array}$$

$$\tilde{J}_u(\alpha, d_2) = Y_{(n-1)1}^e \tilde{E}_u(\alpha, d_n) + \dots + Y_{(n-1)(n+1-i)}^e \tilde{E}_u(\alpha, d_i) + \dots + Y_{(n-1)(n-1)}^e \tilde{E}_u(\alpha, d_2) \quad (\text{IV.2.9})$$

$$\tilde{J}_v(\alpha, d_2) = Y_{(n-1)1}^h \tilde{E}_v(\alpha, d_n) + \dots + Y_{(n-1)(n+1-i)}^h \tilde{E}_v(\alpha, d_i) + \dots + Y_{(n-1)(n-1)}^h \tilde{E}_v(\alpha, d_2) \quad (\text{IV.2.10})$$

onde  $Y_{KK}^\ell$ ,  $K=1,2,\dots,n-1$ ,  $\ell=e,h$  são as admitâncias próprias e  $Y_{Km}^\ell$ ,  $K \neq m$  são as admitâncias de transferências nas  $n$ -ésimas interfaces contendo lâminas metálicas, para os modos TM ou 'e', e TE ou 'h'. Estas admitâncias são determinadas para cada uma das estruturas que podem ser particularizadas da Fig. IV.1, e são funções de todos os parâmetros das linhas de lâminas e das admitâncias de ondas obtidas do desenvolvimento das expressões dos campos, que são definidas por:

$$Y_{TE(i)} = -\tilde{H}_u / \tilde{E}_v = \gamma(i) / (j\omega\mu_0) \quad (\text{IV.2.11})$$

para as admitâncias de ondas TE, e

$$Y_{TM(i)} = \tilde{H}_v / \tilde{E}_u = j\omega\epsilon_0\epsilon_r(i) / \gamma(i) \quad (\text{IV.2.12})$$

para as admitâncias de ondas TM.

Nestas duas últimas expressões,

$$\gamma_{(i)} = (\alpha^2 + \beta^2 - \epsilon_{r(i)} K_0^2)^{1/2} \quad (\text{IV.2.13})$$

é a constante de propagação na  $i$ -ésima região dielétrica na direção transversa  $y$ ;  $\alpha$  é a variável espectral na direção  $x$ ;  $\beta$  é a constante de propagação na direção longitudinal;  $\epsilon_{r(i)}$  é a permissividade relativa da  $i$ -ésima região dielétrica;  $K_0$  é o número de onda no espaço livre;  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética e  $\epsilon_0$  é a permissividade no vácuo, e  $\omega = 2\pi f$  é a frequência angular dada em radianos/s.

Retornando-se em seguida ao sistema de coordenadas  $(x, z)$ , as densidades de correntes ficam relacionadas aos campos elétricos, para a linha de lâminas da Fig. IV.1 na forma matricial seguinte:

$$\begin{bmatrix} \tilde{J}_x(\alpha, d_n) \\ \tilde{J}_z(\alpha, d_n) \\ \vdots \\ \tilde{J}_x(\alpha, d_1) \\ \tilde{J}_z(\alpha, d_1) \\ \vdots \\ \tilde{J}_x(\alpha, d_2) \\ \tilde{J}_z(\alpha, d_2) \\ \vdots \\ \tilde{J}_x(\alpha, d_2) \\ \tilde{J}_z(\alpha, d_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{XX}^{(1)} & Y_{XZ}^{(1)} & \dots & Y_{XX}^{(1)(n-1)} & Y_{XZ}^{(1)(n-1)} & \dots & Y_{XX}^{(1)(n-1)} & Y_{XZ}^{(1)(n-1)} \\ Y_{ZX}^{(1)} & Y_{ZZ}^{(1)} & \dots & Y_{ZX}^{(1)(n-1)} & Y_{ZZ}^{(1)(n-1)} & \dots & Y_{ZX}^{(1)(n-1)} & Y_{ZZ}^{(1)(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{XX}^{(n-1)} & Y_{XZ}^{(n-1)} & \dots & Y_{XX}^{(n-1)(n-1)} & Y_{XZ}^{(n-1)(n-1)} & \dots & Y_{XX}^{(n-1)(n-1)} & Y_{XZ}^{(n-1)(n-1)} \\ Y_{ZX}^{(n-1)} & Y_{ZZ}^{(n-1)} & \dots & Y_{ZX}^{(n-1)(n-1)} & Y_{ZZ}^{(n-1)(n-1)} & \dots & Y_{ZX}^{(n-1)(n-1)} & Y_{ZZ}^{(n-1)(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{XX}^{(n-1)} & Y_{XZ}^{(n-1)} & \dots & Y_{XX}^{(n-1)(n-1)} & Y_{XZ}^{(n-1)(n-1)} & \dots & Y_{XX}^{(n-1)(n-1)} & Y_{XZ}^{(n-1)(n-1)} \\ Y_{ZX}^{(n-1)} & Y_{ZZ}^{(n-1)} & \dots & Y_{ZX}^{(n-1)(n-1)} & Y_{ZZ}^{(n-1)(n-1)} & \dots & Y_{ZX}^{(n-1)(n-1)} & Y_{ZZ}^{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_x(\alpha, d_n) \\ \tilde{E}_z(\alpha, d_n) \\ \vdots \\ \tilde{E}_x(\alpha, d_1) \\ \tilde{E}_z(\alpha, d_1) \\ \vdots \\ \tilde{E}_x(\alpha, d_2) \\ \tilde{E}_z(\alpha, d_2) \\ \vdots \\ \tilde{E}_x(\alpha, d_2) \\ \tilde{E}_z(\alpha, d_2) \end{bmatrix}$$

(IV.2.14)

Nesta equação matricial, os elementos da matriz admitância são funções das admitâncias próprias e de transferências e dos parâmetros da transformação de coordenadas,  $N_x$  e  $N_z$ , já definidas.

Os campos elétricos em (IV.2.14) são então expandidos em termos das transformadas de Fourier de funções base conhecidas  $f_x$  e  $f_z$ ,

$$\tilde{E}_x(\alpha, d_i) = \sum_{\ell=1}^L a_{xj\ell} f_{xj\ell}(\alpha, d_i) \quad (\text{IV.2.15})$$

$$\tilde{E}_z(\alpha, d_i) = \sum_{m=1}^M a_{zjm} f_{zjm}(\alpha, d_i) \quad (\text{IV.2.16})$$

onde aqui,  $j$  refere-se a  $j$ -ésima fenda da  $i$ -ésima interface dielétrica com lâminas.

As funções base são então desenvolvidas e selecionadas, preferencialmente com derivadas primeiras e segundas, para atender critérios de rápida convergência, e satisfazendo todas as condições de contorno para as fendas. Em seguida, suas transformadas de Fourier são obtidas, e em geral são dadas em termos de funções de Bessel.

Aplica-se neste ponto o método dos momentos a (IV.2.14), com as funções peso iguais às funções base [44], resultando na seguinte equação matricial de autovalores:

$$\begin{bmatrix}
 K_{XX}^{11} & K_{XZ}^{11} & \dots & K_{XX}^{1(n+1-i)} & K_{XZ}^{1(n+1-i)} & \dots & K_{XX}^{1(n-1)} & K_{XZ}^{1(n-1)} \\
 K_{ZX}^{11} & K_{ZZ}^{11} & \dots & K_{ZX}^{1(n+1-i)} & K_{ZZ}^{1(n+1-i)} & \dots & K_{ZX}^{1(n-1)} & K_{ZZ}^{1(n-1)} \\
 \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
 K_{XX}^{(n+1-i)1} & K_{XZ}^{(n+1-i)1} & \dots & K_{XX}^{(n+1-i)(n+1-i)} & K_{XZ}^{(n+1-i)(n+1-i)} & \dots & K_{XX}^{(n+1-i)(n-1)} & K_{XZ}^{(n+1-i)(n-1)} \\
 K_{ZX}^{(n+1-i)1} & K_{ZZ}^{(n+1-i)1} & \dots & K_{ZX}^{(n+1-i)(n+1-i)} & K_{ZZ}^{(n+1-i)(n+1-i)} & \dots & K_{ZX}^{(n+1-i)(n-1)} & K_{ZZ}^{(n+1-i)(n-1)} \\
 \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
 K_{XX}^{(n-1)1} & K_{XZ}^{(n-1)1} & \dots & K_{XX}^{(n-1)(n+1-i)} & K_{XZ}^{(n-1)(n+1-i)} & \dots & K_{XX}^{(n-1)(n-1)} & K_{XZ}^{(n-1)(n-1)} \\
 K_{ZX}^{(n-1)1} & K_{ZZ}^{(n-1)1} & \dots & K_{ZX}^{(n-1)(n+1-i)} & K_{ZZ}^{(n-1)(n+1-i)} & \dots & K_{ZX}^{(n-1)(n-1)} & K_{ZZ}^{(n-1)(n-1)}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 a_{xj}^{(d_n)} \\
 a_{zj}^{(d_n)} \\
 \vdots \\
 a_{xj}^{(d_1)} \\
 a_{zj}^{(d_1)} \\
 \vdots \\
 a_{xj}^{(d_2)} \\
 a_{zj}^{(d_2)}
 \end{bmatrix} = 0$$

(IV.2.17)

onde os elementos  $K_{pq}^{rs}$  são expressões complexas fornecidas em termos das funções base, tomadas em produtos escalares, e em termos dos elementos da matriz admitância da eq.(IV.2.14).

As densidades de corrente  $\tilde{J}_x$  e  $\tilde{J}_z$  em (IV.2.14) são excluídas no processo através da aplicação do teorema de Parseval [45], pois as funções base e as densidades de corrente para cada componente,  $x$  e  $z$ , são diferentes de zero somente em regiões complementares, nas fendas e nas lâminas, respectivamente.

As constantes de propagação dos modos dominantes e de ordens superiores, para estruturas de linhas de lâminas gerais como a da Fig. IV.1, são obtidas através da pesquisa dos zeros do determinante da equação matricial de autovalores homogênea (IV.2.17),  $\underline{u}$

utilizando-se métodos numérico-computacionais eficientes.

A constante dielétrica efetiva, definida como  $\epsilon_{ef} = (B/K_0)^2$  é então calculada para as diferentes estruturas de linhas de lâminas descritas nas próximas seções e capítulos.

#### IV.3. LINHAS DE LÂMINAS UNILATERAIS ARBITRÁRIAS COM UMA REGIÃO DIELETRICA

Nesta seção o estudo das linhas de lâminas unilaterais contendo uma região dielétrica, para localizações arbitrárias das lâminas e dielétrico no plano-E do guia de ondas, e para fendas arbitrárias, é desenvolvido. A seção transversal desta estrutura de linhas de lâminas é mostrada na Fig. IV.3. As nomenclaturas de alguns parâmetros nesta figura e nas das seções e capítulos seguintes serão substituídas, em relação às usadas na seção anterior, fornecendo contudo os mesmos resultados, e objetivando simplificar o desenvolvimento efetuado.

Somente as etapas principais e específicas serão desenvolvidas para cada estrutura, considerando que o procedimento complementar e geral foi descrito na seção IV.2.

Para a estrutura de linhas de lâminas unilateral e unidielétrica da Fig. IV.3, usando a teoria da linha de transmissão equivalente no domínio espectral, as densidades de corrente e os campos elétricos podem ser relacionados no sistema de coordenadas  $(u,v)$ , para a localização das lâminas em  $y=t$ . Esta relação é apresentada como:

$$\tilde{J}_u(\alpha, t) = Y_{11}^e \tilde{E}_u(\alpha, t) \quad (IV.3.1)$$

$$\text{e} \quad \tilde{J}_v(\alpha, t) = Y_{11}^h \tilde{E}_v(\alpha, t) \quad (IV.3.2)$$

Nestas expressões  $\tilde{J}_u$  e  $\tilde{J}_v$  são as densidades de corrente que geram os campos elétricos  $\tilde{E}_u$  e  $\tilde{E}_v$ , para os modos TM ou 'e', e TE ou 'h', respectivamente, para a localização das lâminas,  $t$ . O símbolo "~" acima de  $J$  e  $E$ , já vem sendo usado, indicando que estes termos estão no domínio da transformada de Fourier, e  $\alpha$  é a variável espectral.

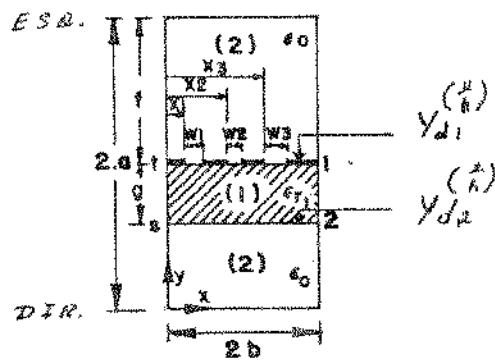


Fig. IV.3 - Seção transversal de uma estrutura de linhas de lâminas unilateral, com uma região dielétrica localizada arbitrariamente no plano -E do guia de ondas, e também com fendas arbitrárias. As dimensões do guia são  $2a$  e  $2b$ .



Os parâmetros  $Y_{11}^e$  e  $Y_{11}^h$  são as admitâncias próprias em 1 na Fig. IV.3 para os modos TM e TE respectivamente. Para  $Y_{11}^e$  obtêm-se:

$$Y_{11}^e = Y_{e1}^e + Y_{d1}^e \quad (\text{IV.3.3})$$

onde  $Y_{e1}^e$  é a admitância no sistema (u,v), à esquerda de 1 nesta figura, olhando-se perpendicularmente ao eixo y, na direção x, e  $Y_{d1}^e$  é a admitância vista à direita de 1, da mesma forma. Suas expressões são dadas em termos de funções trigonométricas e hiperbólicas, como segue:

$$Y_{e1}^e = Y_{TM(2)} \coth(\gamma_{(2)} f) \quad (\text{IV.3.4})$$

$$Y_{d1}^e = Y_{TM(1)} [Y_{TM(1)} + Y_{d2}^e \coth(\gamma_{(1)} g)] [Y_{d2}^e + Y_{TM(1)} \coth(\gamma_{(1)} g)]^{-1} \quad (\text{IV.3.5})$$

onde

$$Y_{d2}^e = Y_{TM(2)} \cdot \coth(\gamma_{(2)} \cdot s) \quad (\text{IV.3.6})$$

é a admitância vista à direita de 2 na Fig. IV.3. Os parâmetros f, g e s são as dimensões indicadas nesta figura, e

$$Y_{TM(1)} = j\omega\epsilon_0\epsilon_{r(1)}/\gamma_{(1)} \quad (\text{IV.3.7})$$

$$Y_{TM(2)} = j\omega\epsilon_0/\gamma_{(2)} \quad (\text{IV.3.8})$$

$$\gamma_{(1)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2 \epsilon_{r(1)})^{1/2} \quad (\text{IV.3.9})$$

$$e \quad \gamma_{(2)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2)^{1/2} \quad (\text{IV.3.10})$$

onde  $\beta$  é a constante de propagação na direção z;  $\gamma$  é a constante de propagação transversa na direção y;  $K_0$  é o número de onda no espaço livre;  $\epsilon_0$  é a permissividade do vácuo e  $\epsilon_{r(1)}$  é a permissividade relativa na região dielétrica (1). O j em (IV.3.7) e (IV.3.8), simboliza o valor imaginário.

De forma semelhante, para  $Y_{11}^h$  em (IV.3.2) dos modos TE, obtêm-se:

$$Y_{11}^h = Y_{e1}^h + Y_{d1}^h \quad (\text{IV.3.11})$$

onde,

$$Y_{e1}^h = Y_{TE(2)} \cdot \coth(\gamma_{(2)} \cdot f) \quad (IV.3.12)$$

$$Y_{d1}^h = Y_{TE(1)} [Y_{TE(1)} + Y_{d2}^h \cdot \coth(\gamma_{(1)} \cdot g)] [Y_{d2}^h + Y_{TE(1)} \coth(\gamma_{(1)} \cdot g)]^{-1} \quad (IV.3.13)$$

$$e \quad Y_{d2}^h = Y_{TE(2)} \coth(\gamma_{(2)} \cdot s) \quad (IV.3.14)$$

Nestas expressões,

$$Y_{TE(1)} = \gamma_{(1)} / (j\omega\mu_0) \quad (IV.3.15)$$

$$e \quad Y_{TE(2)} = \gamma_{(2)} / (j\omega\mu_0) \quad (IV.3.16)$$

onde  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo.

Tendo-se obtido as admitâncias próprias  $Y_{11}^e$  e  $Y_{11}^h$ , retorna-se ao sistema de coordenadas  $(x, z)$ . As densidades de corrente e os campos elétricos neste sistema, ficam relacionados para a Fig. IV.3, na forma matricial seguinte:

$$\begin{bmatrix} \tilde{J}_x(\alpha, t) \\ \tilde{J}_z(\alpha, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{XX}^{11} & Y_{XZ}^{11} \\ Y_{ZX}^{11} & Y_{ZZ}^{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{E}_x(\alpha, t) \\ \tilde{E}_z(\alpha, t) \end{bmatrix} \quad (IV.3.17)$$

onde as admitâncias são dadas por:

$$Y_{XX}^{11} = N_x^2 Y_{11}^e + N_z^2 Y_{11}^h \quad (IV.3.18)$$

$$Y_{XZ}^{11} = Y_{ZX}^{11} = N_x N_z (Y_{11}^e - Y_{11}^h) \quad (IV.3.19)$$

$$e \quad Y_{ZZ}^{11} = N_z^2 Y_{11}^e + N_x^2 Y_{11}^h \quad (IV.3.20)$$

$N_x$  e  $N_z$  são provenientes da transformação de coordenadas como mencionados na seção IV.2:

$$N_x = \alpha / (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} \quad (IV.3.21)$$

$$e \quad N_z = \beta / (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} \quad (IV.3.22)$$

O passo seguinte consiste em expandir os campos elétri

cos em (IV.3.17) em termos das transformadas de Fourier, de funções base  $f_x$  e  $f_z$  conhecidas, para as fendas  $W_j$ ,

$$\tilde{E}_x(\alpha, t) = \sum_{\ell=1}^L a_{xj\ell} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha, t) \quad (\text{IV.2.23})$$

$$\tilde{E}_z(\alpha, t) = \sum_{m=1}^M a_{zjm} \tilde{f}_{zjm}(\alpha, t) \quad (\text{IV.3.24})$$

onde os coeficientes  $a_{xj\ell}$  e  $a_{zjm}$  são constantes não conhecidas.

Vários tipos de funções podem ser utilizadas [42],[43]. Contudo para atender os vários critérios de condições de contorno e rápida convergência, eles devem possuir derivadas primeira e segunda [43]. Um conjunto de funções satisfazendo adequadamente estas condições foi selecionado e cuidadosamente desenvolvido para utilização nos próximos resultados, e de acordo com o sistema da Fig. IV.3. Para as funções  $f_x$  tem-se [66]

$$f_{xj\ell}(x) = \{\cos[\ell\pi(x-x_j)/W_j]\} / \{1 - [2(x-x_j)/W_j - 1]^2\}^{1/2}, \quad x_j < x < (x_j+W_j) \quad (\text{IV.3.25})$$

e para as funções  $f_z$ ,

$$f_{zjm}(x) = \{\sin[m\pi(x-x_j)/W_j]\} / \{1 - [2(x-x_j)/W_j - 1]^2\}^{1/2}, \quad x_j < x < (x_j+W_j) \quad (\text{IV.3.26})$$

para a  $j$ -ésima fenda distando de  $x_j$  do eixo  $y$ , na direção  $x$ .

As transformadas de Fourier destas funções [65], são obtidas analiticamente em termos de funções exponenciais e de funções de Bessel e serão desenvolvidas no Apêndice A.

Como um resultado, para  $f_{zjm}(x)$ , por exemplo, obtêm-se

$$\tilde{f}_{zjm}(\alpha) = -j0,25\pi W_j e^{j\alpha(x_j+0,5W_j)} \cdot \{ e^{jm\pi/2} J_0[0,5(\alpha W_j + m\pi)] - e^{-jm\pi/2} J_0[0,5(\alpha W_j - m\pi)] \} \quad (\text{IV.3.27})$$

onde  $J_0(v)$ , é a função de Bessel de primeira espécie e de ordem zero do argumento  $v$ .

Conhecidos os elementos da matriz admitância em termos de  $\beta$ , e as transformadas dos campos elétricos, aplica-se o método dos momentos a (IV.3.17), com as funções peso iguais às funções base [44], conduzindo ao método de Galerkin. Efetua-se portanto um produto escalar ou interno com funções base que resulta na seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} K_{XX}^{11} & K_{XZ}^{11} \\ K_{ZX}^{11} & K_{ZZ}^{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{xj\ell} \\ a_{zjm} \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{IV.3.28})$$

onde,

$$K_{XX}^{11} = \sum_{\ell=1}^L \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{zjp}(\alpha_n) Y_{XX}^{11} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha_n), \quad p = 1, 2, \dots, L \quad (\text{IV.3.29})$$

$$K_{XZ}^{11} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{xjp}(\alpha_n) Y_{XZ}^{11} \tilde{f}_{zjm}(\alpha_n), \quad p = 1, 2, \dots, L \quad (\text{IV.3.30})$$

$$K_{ZX}^{11} = \sum_{\ell=1}^L \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{zjq}(\alpha_n) Y_{ZX}^{11} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha_n), \quad q = 1, 2, \dots, M \quad (\text{IV.3.31})$$

$$K_{ZZ}^{11} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{zjq}(\alpha_n) Y_{ZZ}^{11} \tilde{f}_{zjm}(\alpha_n), \quad q = 1, 2, \dots, M \quad (\text{IV.3.32})$$

Nesta aplicação do método dos momentos, as densidades de corrente  $\tilde{J}_x$  e  $\tilde{J}_z$  em (IV.3.17) são excluídas no processo através da aplicação do teorema de Parseval [45], onde, por exemplo, obtém-se:

$$\frac{\pi}{2b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{xjp}(\alpha_n) \tilde{J}_x(\alpha_n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2b} \tilde{f}_{xjp}(x) J_x(x) dx = 0 \quad (\text{IV.3.33})$$

$$\text{e} \quad \frac{\pi}{2b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{zjq}(\alpha_n) \tilde{J}_z(\alpha_n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2b} \tilde{f}_{zjq}(x) J_z(x) dx = 0 \quad (\text{IV.3.34})$$

Estas expressões são iguais a zero pois  $\tilde{f}_{xjp}$  e  $J_x$ , e  $\tilde{f}_{zjq}$  e  $J_z$  são diferentes de zero somente em regiões complementares, nas fendas e nas lâminas respectivamente.

As constantes de propagação dos modos dominantes e de ordens superiores, para a estrutura em linhas de lâminas da Fig. IV.3, são obtidas através da pesquisa dos zeros do determinante da equação matricial de auto-valores homogênea (IV.3.28). A constante dielétrica efetiva é então definida como

$$\epsilon_{ef} = (\beta/K_0)^2 \quad (IV.3.35)$$

para as quais os resultados são apresentados.

Para valores pequenos de  $\gamma_{(1)}$  ou  $\gamma_{(2)}$ , da ordem de  $10^0$ , as funções hiperbólicas são substituídas por funções trigonométricas e todos os cálculos são repetidos para os três casos possíveis: a)  $\gamma_{(1)}$  e  $\gamma_{(2)}$  reais; b)  $\gamma_{(1)}$  e  $\gamma_{(2)}$  imaginárias; e, c)  $\gamma_{(1)}$  imaginário e  $\gamma_{(2)}$  real. Também, para valores de  $\gamma$  reais elevados, de tal forma que os valores das funções hiperbólicas se aproximam da ordem de  $10^{+39}$ , e para valores de  $\gamma$  iguais a zero, os cálculos são protegidos através de aplicações de métodos tais como a Regra de L'Hôpital e de limites de convergência [60] para se evitarem "overflows" e "underflows", no programa computacional.

#### IV.4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Utilizando-se um sistema computacional DEC-10, os resultados foram obtidos. O programa e subprogramas foram elaborados na linguagem FORTRAN-IV, e foram utilizados métodos numéricos eficientes de extração de raízes de equações transcendentais [49]-[50], [67].

Os resultados apresentaram uma rápida convergência computacional, que confirmam a eficiência do método no domínio espectral da transformada de Fourier, mais o método dos momentos. Para estas estruturas unilaterais, somente 5 segundos de tempo de CPU por ponto foram necessários, para a obtenção da maior parte dos resultados, quando consideraram-se 2 funções base para cada componente de campos elétricos e 200 termos espectrais.

Embora os cálculos possam ser gerais, os resultados apresentados nas Figs. IV.4 a IV.6, são para linhas de lâminas consistindo de guias de onda WR-28, com  $2a = 7,112\text{mm}$  e  $2b = 3,556\text{mm}$ , e para

substratos dielétricos com  $\epsilon_R = 2,2$  e espessuras de 0,125mm. Nas Figs. IV.7 a IV.9 outros dados serão calculados.

Na literatura especializada [14], somente estruturas unilaterais com a camada dielétrica localizada simetricamente no plano-E do guia de ondas foi considerada. Neste capítulo foi desenvolvido o estudo destas linhas de lâminas com a camada dielétrica localizada simétrica ou assimetricamente no plano-E do guia de ondas, e para diferentes frequências, quando consideradas 2 fendas na estrutura.

Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da largura da fenda  $W_1$ , em localização de simetria, são mostradas na Fig. IV.4, para as frequências de 20, 30, 40 e 50 GHz. Também são mostrados nestas curvas os resultados obtidos na referência [14]. Mesmo as funções base sendo diferentes daquelas usadas por Schmidt et al. [14], porém com semelhantes características de derivadas primeira e segunda e de condições de contorno satisfeitas nas fendas, verifica-se uma perfeita concordância nos resultados.

Observa-se também nesta Fig. IV.4 que o valor de  $\epsilon_{ef}$  aumenta com o valor da frequência, e diminui com o alargamento da fenda.

Na Fig. IV.5 a influência da localização do substrato ao longo do plano-E do guia de ondas é mostrada, para uma fenda com largura de 0,2mm, desta mais geral e nova estrutura de linhas lâminas, nesta análise. São mostrados também os resultados para  $W_1 = 0,1$ mm e para  $S = 3,4935$ mm, com o substrato localizado simetricamente no plano-E, para comparação com os valores obtidos por Schmidt et al. [14]. Uma perfeita concordância é observada novamente. Não são mostradas nesta figura os resultados obtidos para  $W_1$  igual a 0,25mm e 0,5mm que concordaram igualmente com aqueles publicados em [14].

Verifica-se ainda nesta Fig. IV.5, que o valor da constante dielétrica efetiva diminui à medida que o substrato é deslocado em direção à parede do guia, quando  $S$  diminui.

Uma estrutura com fendas acopladas é considerada na Fig. IV.6. Nesta figura são mostradas curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da posição central,  $S$ , de duas fendas acopladas [65]. Para a frequência de 33 GHz, os resultados concordam

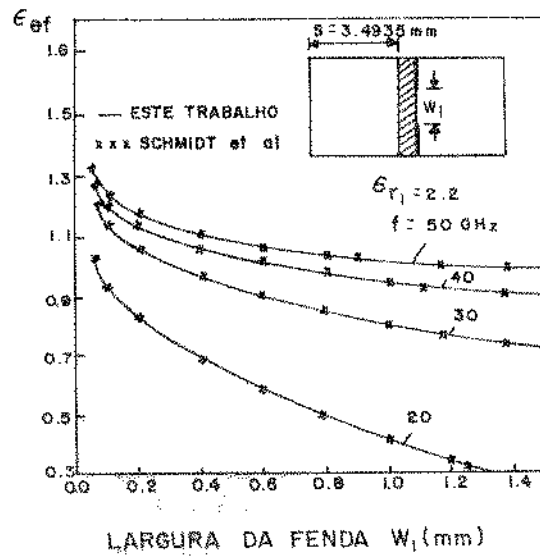


Fig. IV.4 - Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef} = (\beta/K_0)^2$ , em função da largura da fenda,  $W_1$ , localizada simetricamente, para uma estrutura de linhas de lâminas unilateral.

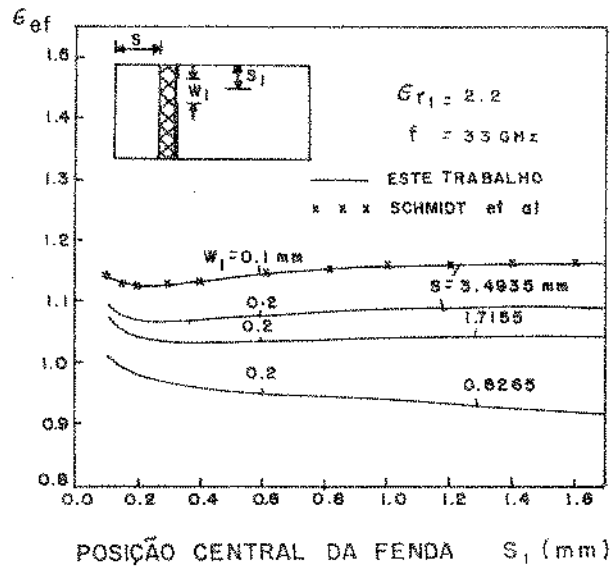


Fig. IV.5 - Curvas da constante dielétrica efetiva em função da posição central da fenda, para linhas de lâminas unilaterais localizadas simetricamente ou assimetricamente no plano-E do guia de ondas.



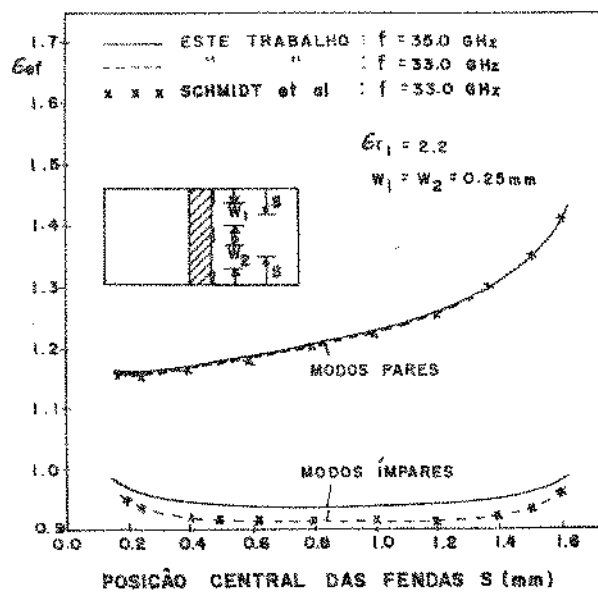


Fig. IV.6 - Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da posição central,  $S$ , de duas fendas acopladas, numa estrutura de linhas de lâminas unilaterais.

exatamente com aqueles apresentados em [14].

Verifica-se nesta figura que, para um aumento na frequência de 33 para 35 GHz,  $\epsilon_{ef}$  aumenta mais para os modos ímpares, enquanto somente um pequeno acréscimo é observado para os modos pares dominantes.

Em continuação, na Fig. IV.7, novos resultados são apresentados para linhas de lâminas com novas dimensões. Estas consistem de guias de onda, WR-34, com  $2a = 8,636\text{mm}$  e  $2b = 4,318\text{mm}$ , que operam normalmente na banda K, contendo regiões dielétricas com permissividades relativas de 2,2 e 4,4. Resultados são mostrados para a constante dielétrica efetiva em função da frequência.

Verifica-se nesta figura, que o valor de  $\epsilon_{of}$  aumenta com o valor da frequência e com o aumento no valor da permissividade relativa. A curva tracejada mostra os resultados, ao se mudarem ligeiramente as lâminas para o centro do plano-E do guia de ondas, em  $y = 4,318\text{ mm}$ .

Nas Figs. IV.8 e IV.9 os resultados são apresentados para guias de onda WR-90, com dimensões  $2a = 22,86\text{ mm}$  e  $2b = 10,16\text{ mm}$ . Os resultados apresentados aqui, para a constante dielétrica efetiva, na banda X, são também utilizados para a determinação da impedância característica, apresentados no Cap. II. Substratos RT - DUROID com  $\epsilon_{r1} = 2,2$  e  $g = 0,254\text{mm}$  são usados.

Na Fig. IV.8, são mostradas curvas da constante dielétrica efetiva em função da frequência, num guia WR-90, para três larguras da fenda  $W_1$ . As lâminas estão localizadas na metade maior do guia, para  $y = 11,43\text{ mm}$ , (curva tracejada-pontilhada).

Observa-se nesta figura, que  $\epsilon_{ef}$  aumenta com o valor da frequência e com o decréscimo no valor da largura da fenda  $W_1$ .

Concluindo, na Fig. IV.9, curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da largura da fenda,  $W_1$ , são mostradas, para as frequências de 8, 10 e 15 GHz, do guia de ondas WR-90. Observa-se que  $\epsilon_{ef}$  aumenta com o valor da frequência. As curvas tracejada-pontilhadas, são para  $2a=22,86\text{ mm}$ ,  $2b=10,16\text{ mm}$ . A curva tracejada é para  $2a=20,32\text{ mm}$  e  $2b=10,16\text{ mm}$ , usada para as curvas II.9 e II.10, do capítulo II, e, as curvas cheias são para as lâminas fora do plano-E do guia, em  $y = 10,16\text{ mm}$ .

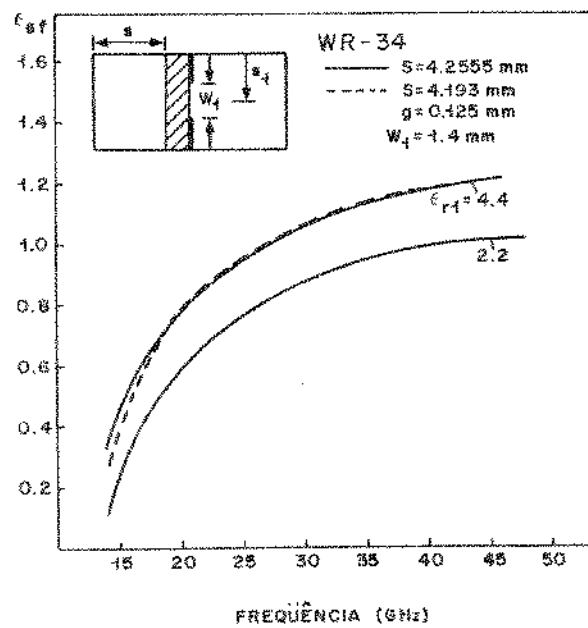


Fig. IV.7 - Curvas da constante dielétrica efetiva em função da frequência, para uma estrutura de linhas de lâminas com guia de ondas WR-34.

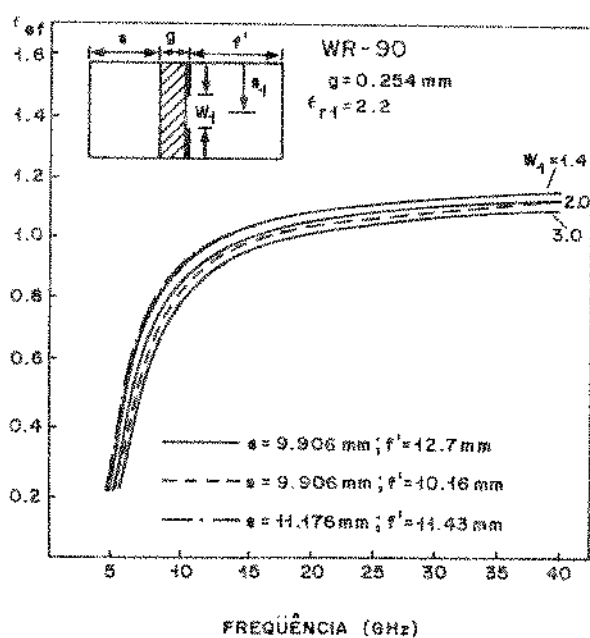


Fig. IV.8 - Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da frequência, para uma estrutura de linha de lâminas unilateral, com guia de ondas WR-90.  $S_1 = 5,08 \text{ mm}$ .

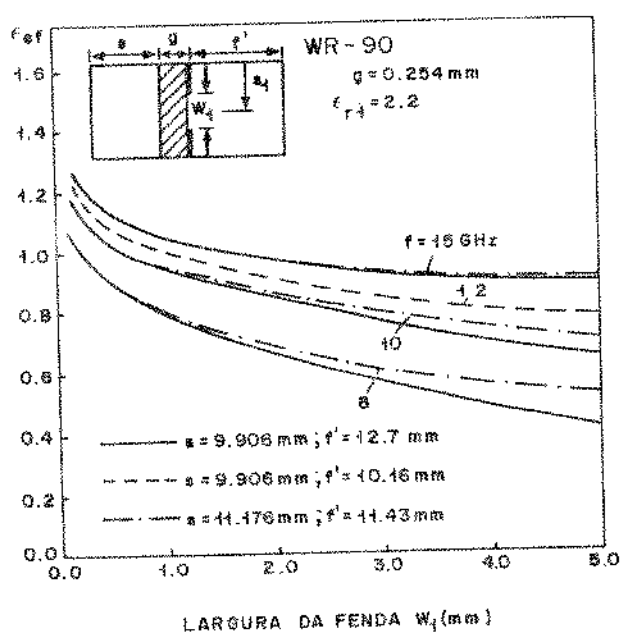


Fig. IV.9 - Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da largura da fenda,  $W_1$ , para uma estrutura de linhas de lâminas unilateral, com guia de onda WR-90.  $S_1 = 5,08 \text{ mm}$ .

#### IV.5. CONCLUSÃO

Neste capítulo foram desenvolvidos, um novo método geral para analisar qualquer tipo de estrutura, e as linhas de lâminas unilaterais unidielétricas arbitrárias.

O método de análise desenvolvido, fundamenta-se no eficiente conceito da linha de transmissão equivalente [64] no domínio espectral da transformada de Fourier, e mais o método dos momentos. O método de análise é geral e pode ser aplicado a várias estruturas planares de ondas guiadas.

Resultados numéricos precisos foram apresentados para linhas de lâminas unilaterais simples e acopladas, localizadas arbitrariamente no plano-E de guias de ondas milimétricas. Comprovações rigorosas foram efetuadas para os casos de localizações simétricas do substrato dielétrico no plano-E do guia de ondas, comparando-se igualmente os resultados obtidos com aqueles existentes na literatura [14]. Eficientes métodos numéricos foram utilizados, e uma rápida convergência computacional foi obtida para os resultados apresentados.

5742/B C

... ..  
... ..  
... ..

CAPÍTULO V

LINHAS DE LÂMINAS UNILATERAIS  
BIDIELÉTRICAS

## V.1. INTRODUÇÃO

Utilizando o eficiente método da teoria da linha de transmissão equivalente no domínio espectral da transformada de Fourier [64], novas estruturas de linhas de lâminas unilaterais, são desenvolvidas neste capítulo. Estas estruturas consistem de dois tipos: a) Linhas de lâminas unilaterais com duas regiões dielétricas justapostas num mesmo lado das lâminas, e b) Linhas de lâminas unilaterais com duas regiões dielétricas opostas em relação às lâminas metálicas.

Parte do trabalho apresentado neste capítulo foi também publicado [68], a convite do editor do IEE-H, Prof. Dr. J.Helszajn [69].

Vários resultados numéricos serão apresentados para a constante de propagação normalizada, das estruturas de linhas de lâminas aqui desenvolvidas.

## V.2. LINHAS DE LÂMINAS UNILATERAIS BIDIELÉTRICAS JUSTAPOSTAS

Nesta seção será apresentado o desenvolvimento analítico das linhas de lâminas unilaterais bidielétricas justapostas. Estas estruturas consistem de um guia de ondas contendo uma linha de lâminas condutoras e duas regiões de substratos dielétricos justapostos, localizados no seu plano-E, e cuja seção transversal é mostrada na Fig. V.1.

Baseando-se no procedimento geral descrito na seção IV.2, a estrutura de linhas de lâminas da Fig. V.1 é analisada, usando -se a teoria da linha de transmissão equivalente no domínio da transformada de Fourier. Nesta teoria, através da transformação de coordenadas  $(x,z)$  para  $(u,v)$ , os campos elétricos relacionam-se às densidades de corrente nas lâminas para  $y=t$ , através de funções admitâncias como segue [70]:

$$\tilde{J}_u(\alpha, t) = Y_{11}^e \tilde{E}_u(\alpha, t) \quad (V.2.1)$$

$$e \quad \tilde{J}_v(\alpha, t) = Y_{11}^h \tilde{E}_v(\alpha, t) \quad (V.2.2)$$



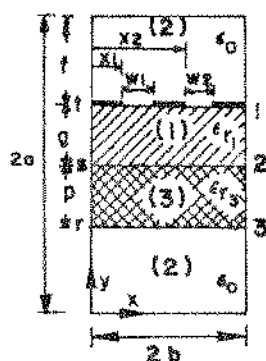


Fig. V.1 - Seção transversal de uma estrutura de linhas de lâminas unilateral com duas camadas dielétricas justapostas. As lâminas metálicas e dielétricos estão localizados arbitrariamente no plano-E do guia de ondas.

onde  $\vec{J}_u$  e  $\vec{J}_v$  são as densidades de corrente que geram os campos elétricos  $\vec{E}_u$  e  $\vec{E}_v$ , para os modos TM e TE, respectivamente, e  $\alpha$  é a variável espectral,

$$\alpha = \frac{n\pi}{2b}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (\text{V.2.3})$$

Os parâmetros  $Y_{11}^c$  e  $Y_{11}^h$  são as admitâncias próprias em 1 na Fig. V.1, para os modos TM e TE, respectivamente. Para os modos TM, obtêm-se

$$Y_{11}^c = Y_{c1}^c + Y_{d1}^c \quad (\text{V.2.4})$$

onde  $Y_{e1}^c$  é a admitância no sistema (u,v), à esquerda de 1 nesta figura, olhando-se perpendicularmente ao eixo y, na direção x, e  $Y_{d1}^c$  é a admitância quando vista à direita de 1 de forma idêntica. Suas expressões são fornecidas em termos de funções trigonométricas e hiperbólicas, a seguir

$$Y_{e1}^c = Y_{TM(2)} \coth(\gamma_{(2)} f) \quad (\text{V.2.5})$$

$$Y_{d1}^c = Y_{TM(1)} [Y_{TM(1)} + Y_{d2}^c \coth(\gamma_{(1)} g)] [Y_{d2}^c + Y_{TM(1)} \coth(\gamma_{(1)} g)]^{-1} \quad (\text{V.2.6})$$

onde,

$$Y_{d2}^c = Y_{TM(3)} [Y_{TM(3)} + Y_{d3}^c \coth(\gamma_{(3)} p)] [Y_{d3}^c + Y_{TM(3)} \coth(\gamma_{(3)} p)]^{-1} \quad (\text{V.2.7})$$

e

$$Y_{d3}^c = Y_{TM(2)} \coth(\gamma_{(2)} r) \quad (\text{V.2.8})$$

são as admitâncias vistas à direita de 2 e 3 respectivamente, na Fig. V.1. Os parâmetros f,g,p e r são as dimensões e espessuras dos substratos dielétricos indicados na figura, onde as admitâncias de onda TM são dadas por

$$Y_{TM(1)} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r(1)/\gamma(1) \quad (\text{V.2.9})$$

$$Y_{TM(2)} = j\omega\epsilon_0/\gamma(2) \quad (\text{V.2.10})$$

$$e \quad Y_{TM(3)} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r(3)/Y(3) \quad (V.2.11)$$

$$\text{com} \quad Y(1) = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2 \epsilon_r(1))^{1/2} \quad (V.2.12)$$

$$Y(2) = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2)^{1/2} \quad (V.2.13)$$

$$e \quad Y(3) = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2 \epsilon_r(3))^{1/2} \quad (V.2.14)$$

onde  $g$  é a constante de propagação na direção  $z$ ;  $K_0$  é o número de onda no espaço livre;  $\epsilon_0$  é a permissividade do vácuo e  $\epsilon_r(1)$  e  $\epsilon_r(3)$  são as permissividades relativas nas regiões dielétricas (1) e (3), respectivamente.

Na equação (V.2.2),  $Y_{11}^h$  dos modos TE, é obtido semelhantemente por

$$Y_{11}^h = Y_{e1}^h + Y_{d1}^h \quad (V.2.15)$$

onde obtêm-se para os termos à direita,

$$Y_{e1}^h = Y_{TE(2)} \coth(\gamma(2)f) \quad (V.2.16)$$

$$Y_{d1}^h = Y_{TE(1)} [Y_{TE(1)} + Y_{d2}^h \coth(\gamma(1)g)] [Y_{d2}^h + Y_{TE(1)} \coth(\gamma(1)g)]^{-1} \quad (V.2.17)$$

com as admitâncias à direita de 2 e 3 fornecidas, respectivamente, pelas seguintes expressões:

$$Y_{d2}^h = Y_{TE(3)} [Y_{TE(3)} + Y_{d3}^h \coth(\gamma(3)p)] [Y_{d3}^h + Y_{TE(3)} \coth(\gamma(3)p)]^{-1} \quad (V.2.18)$$

$$e \quad Y_{d3}^h = Y_{TE(2)} \coth(\gamma(2)r) \quad (V.2.19)$$

Nestas expressões as admitâncias de onda dos modos TE para as diferentes regiões dielétricas são obtidas de

$$Y_{TE(1)} = Y(1)/(j\omega\mu_0) \quad (V.2.20)$$

$$Y_{TE(2)} = Y(2)/(j\omega\mu_0) \quad (V.2.21)$$

$$e \quad Y_{TE(3)} = Y(3)/(j\omega\mu_0) \quad (V.2.22)$$

onde  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo, e  $\omega = 2\pi f$  é a frequência angular.  $Y_{(1)}$ ,  $Y_{(2)}$  e  $Y_{(3)}$  são dados nas eqs. (V.2.12) a (V.2.14).

Feito isto, retornam-se às coordenadas  $(x, z)$  obtendo-se as seguintes equações não homogêneas, relacionando as densidades de corrente aos campos elétricos:

$$\tilde{J}_x(\alpha, t) = Y_{XX}^{11} \tilde{E}_x(\alpha, t) + Y_{XZ}^{11} \tilde{E}_z(\alpha, t) \quad (V.2.23)$$

$$\tilde{J}_z(\alpha, t) = Y_{ZX}^{11} \tilde{E}_x(\alpha, t) + Y_{ZZ}^{11} \tilde{E}_z(\alpha, t) \quad (V.2.24)$$

onde as admitâncias agora são obtidas em termos das admitâncias próprias no sistema  $(u, v)$ ,

$$Y_{XX}^{11} = N_x^2 Y_{11}^e + N_z^2 Y_{11}^h \quad (V.2.25)$$

$$Y_{XZ}^{11} = Y_{ZX}^{11} = N_x N_z (Y_{11}^e - Y_{11}^h) \quad (V.2.26)$$

$$e \quad Y_{ZZ}^{11} = N_z^2 Y_{11}^e + N_x^2 Y_{11}^h \quad (V.2.27)$$

onde

$$N_x = \alpha / (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} \quad (V.2.28)$$

$$e \quad N_z = \beta / (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} \quad (V.2.29)$$

Expandem-se então os campos elétricos em (V.2.23) e (V.2.24) em termos de funções base,  $f_x$  e  $f_z$  com coeficientes não conhecidos e obtêm-se suas transformadas de Fourier. Este desenvolvimento é descrito no Apêndice A para as funções base dadas nas eqs. (IV.3.25) e (IV.3.26). Estes campos para  $y = t$  são dados por:

$$\tilde{E}_x(\alpha, t) = \sum_{\ell=1}^L a_{xj\ell} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha, t) \quad (V.2.30)$$

$$e \quad \tilde{E}_z(\alpha, t) = \sum_{m=1}^M a_{zjm} \tilde{f}_{zjm}(\alpha, t) \quad (V.2.31)$$

e são substituídos em (V.2.23) e (V.2.24). Obtêm-se, portanto, para cada componente espectral:

$$\tilde{J}_x(\alpha, t) = \sum_{\ell=1}^L Y_{XX}^{11} a_{xj\ell} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha, t) + \sum_{m=1}^M Y_{XZ}^{11} a_{zjm} \tilde{f}_{zjm}(\alpha, t) \quad (\text{V.2.32})$$

$$\tilde{J}_z(\alpha, t) = \sum_{\ell=1}^L Y_{ZX}^{11} a_{xj\ell} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha, t) + \sum_{m=1}^M Y_{ZZ}^{11} a_{zjm} \tilde{f}_{zjm}(\alpha, t) \quad (\text{V.2.33})$$

Conhecidos  $f_x$  e  $f_z$ , e as admitâncias em (V.2.32) e (V.2.33) em função de  $\beta$ , aplica-se o método dos momentos [44] a estas equações, com as funções peso iguais às funções base. Os produtos escalares no domínio espectral são então efetuados, obtendo-se para todo o espectro as seguintes equações:

$$\sum_{\ell=1}^L \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{xjp}(\alpha_n) Y_{XX}^{11} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha_n) a_{xj\ell} + \sum_{m=1}^M \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{xjp}(\alpha_n) Y_{XZ}^{11} \tilde{f}_{zjm}(\alpha_n) a_{zjm} = 0, \quad p = 1, 2, \dots, L \quad (\text{V.2.34})$$

$$\sum_{\ell=1}^L \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{zjq}(\alpha_n) Y_{ZX}^{11} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha_n) a_{xj\ell} + \sum_{m=1}^M \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{zjq}(\alpha_n) Y_{ZZ}^{11} \tilde{f}_{zjm}(\alpha_n) a_{zjm} = 0, \quad q = 1, 2, \dots, M \quad (\text{V.2.35})$$

Estas equações são colocadas em forma matricial de autovalores homogênea, cujo determinante fornece os valores da constante dielétrica efetiva

$$\epsilon_{ef} = (\beta/K_0)^2 \quad (\text{V.2.36})$$

que são obtidos por somatório numérico, para os modos dominantes e de ordem superior, pela pesquisa das raízes da equação transcendental resultante.

Ressalta-se aqui que as expansões das componentes dos campos elétricos  $x$  e  $z$  das eqs. (V.2.30) e (V.2.31) para a  $j$ -ésima fenda, vão tornando os cálculos mais complexos nas eqs. (V.2.34) e (V.2.35), à medida que o número de fendas nas lâminas é aumentado.

Para as expressões destes campos têm-se:

a) para 1 fenda:

$$\tilde{E}_x(\alpha, t) = \sum_{\ell=1}^L a_{x1\ell} \tilde{f}_{x1\ell}(\alpha, t) \quad (V.2.37)$$

e

$$\tilde{E}_z(\alpha, t) = \sum_{m=1}^M a_{z1m} \tilde{f}_{z1m}(\alpha, t) \quad (V.2.38)$$

b) para 2 fendas:

$$\tilde{E}_x(\alpha, t) = \sum_{\ell=1}^{L_1} a_{x1\ell} \tilde{f}_{x1\ell}(\alpha, t) + \sum_{\ell=1}^{L_2} a_{x2\ell} \tilde{f}_{x2\ell}(\alpha, t) \quad (V.2.39)$$

e

$$\tilde{E}_z(\alpha, t) = \sum_{m=1}^{M_1} a_{z1m} \tilde{f}_{z1m}(\alpha, t) + \sum_{m=1}^{M_2} a_{z2m} \tilde{f}_{z2m}(\alpha, t) \quad (V.2.40)$$

c) para J fendas:

$$\tilde{E}_x(\alpha, t) = \sum_{\ell=1}^{L_1} a_{x1\ell} \tilde{f}_{x1\ell}(\alpha, t) + \dots + \sum_{\ell=1}^{L_j} a_{xj\ell} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha, t) + \dots + \sum_{\ell=1}^{L_J} a_{xJ\ell} \tilde{f}_{xJ\ell}(\alpha, t) \quad (V.2.41)$$

e

$$\tilde{E}_z(\alpha, t) = \sum_{m=1}^{M_1} a_{z1m} \tilde{f}_{z1m}(\alpha, t) + \dots + \sum_{m=1}^{M_j} a_{zjm} \tilde{f}_{zjm}(\alpha, t) + \dots + \sum_{m=1}^{M_J} a_{zJm} \tilde{f}_{zJm}(\alpha, t) \quad (V.2.42)$$

onde consideraram-se  $L_j$  e  $M_j$  funções base em cada fenda, para os campos elétricos nas direções  $x$  e  $z$ , respectivamente.

Para as linhas de lâminas com 2 fendas e 2 camadas dielétricas justapostas obtém-se a seguinte equação matricial homogênea de autovalores:

$$\begin{bmatrix}
 K_{XX_1}^{11} & \dots & K_{XX_1}^{1L_1} & K_{XX_1}^{1L_2} & K_{XX_1}^{1M_1} & K_{XX_1}^{11} & \dots & K_{XX_1}^{1M_2} \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 K_{XX_2}^{L_1L_1} & \dots & K_{XX_2}^{L_1L_2} & K_{XX_2}^{L_1M_1} & K_{XX_2}^{L_1M_2} & K_{XX_2}^{11} & \dots & K_{XX_2}^{1M_2} \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 K_{XX_3}^{11} & \dots & K_{XX_3}^{1L_1} & K_{XX_3}^{1L_2} & K_{XX_3}^{1M_1} & K_{XX_3}^{11} & \dots & K_{XX_3}^{1M_2} \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 K_{XX_4}^{L_2L_1} & \dots & K_{XX_4}^{L_2L_2} & K_{XX_4}^{L_2M_1} & K_{XX_4}^{L_2M_2} & K_{XX_4}^{11} & \dots & K_{XX_4}^{1M_2} \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 K_{XX_5}^{11} & \dots & K_{XX_5}^{1L_1} & K_{XX_5}^{1L_2} & K_{XX_5}^{1M_1} & K_{XX_5}^{11} & \dots & K_{XX_5}^{1M_2} \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 K_{XX_6}^{M_1L_1} & \dots & K_{XX_6}^{M_1L_2} & K_{XX_6}^{M_1M_1} & K_{XX_6}^{M_1M_2} & K_{XX_6}^{11} & \dots & K_{XX_6}^{1M_2} \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 K_{XX_7}^{11} & \dots & K_{XX_7}^{1L_1} & K_{XX_7}^{1L_2} & K_{XX_7}^{1M_1} & K_{XX_7}^{11} & \dots & K_{XX_7}^{1M_2} \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 K_{XX_8}^{M_2L_1} & \dots & K_{XX_8}^{M_2L_2} & K_{XX_8}^{M_2M_1} & K_{XX_8}^{M_2M_2} & K_{XX_8}^{11} & \dots & K_{XX_8}^{1M_2}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 a_{x11} \\
 \vdots \\
 a_{x11_1} \\
 a_{x21} \\
 \vdots \\
 a_{x21_2} \\
 a_{z11} \\
 \vdots \\
 a_{z1M_1} \\
 a_{z21} \\
 \vdots \\
 a_{z2M_2}
 \end{bmatrix}$$

(V.2.43)

onde os elementos na matriz quadrada são dados em funções das admitâncias definidas a partir de (V.2.25) a (V.2.27) e dos produtos escalares provenientes das expansões dos campos elétricos nas fendas, em termos de funções base, cujas transformadas de Fourier são desenvolvidas no Apêndice A. Por exemplo:

$$K_{XX_1}^{11} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x11}(\alpha_n) Y_{XX}^{11} \tilde{f}_{x11}(\alpha_n) \quad (\text{V.2.44})$$

$$K_{XX_2}^{L_1L_1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x1L_1}(\alpha_n) Y_{XX}^{11} \tilde{f}_{x21}(\alpha_n) \quad (\text{V.2.45})$$

$$K_{XX_3}^{L_2L_1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x2L_2}(\alpha_n) Y_{XX}^{11} \tilde{f}_{x1L_1}(\alpha_n) \quad (\text{V.2.46})$$

$$K_{XX_4}^{1L_2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x21}(\alpha_n) Y_{XX}^{11} \tilde{f}_{x2L_2}(\alpha_n) \quad (\text{V.2.47})$$

$$K_{XZ_1}^{L_1 M_1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x1L_1}(\alpha_n) Y_{XZ}^{11} \tilde{f}_{z1M_1}(\alpha_n) \quad (V.2.48)$$

$$K_{XZ_2}^{1M_2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x11}(\alpha_n) Y_{XZ}^{11} \tilde{f}_{z2M_2}(\alpha_n) \quad (V.2.49)$$

$$K_{XZ_3}^{L_2 1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x2L_2}(\alpha_n) Y_{XZ}^{11} \tilde{f}_{z11}(\alpha_n) \quad (V.2.50)$$

$$K_{XZ_4}^{11} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x21}(\alpha_n) Y_{XZ}^{11} \tilde{f}_{z21}(\alpha_n) \quad (V.2.51)$$

$$K_{XZ_1}^{1L_1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x11}(\alpha_n) Y_{ZX}^{11} \tilde{f}_{z1L_1}(\alpha_n) \quad (V.2.52)$$

$$K_{ZX_2}^{M_1 L_2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z1M_1}(\alpha_n) Y_{ZX}^{11} \tilde{f}_{x2L_2}(\alpha_n) \quad (V.2.53)$$

$$K_{ZX_3}^{M_2 L_1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z2M_2}(\alpha_n) Y_{ZX}^{11} \tilde{f}_{x1L_1}(\alpha_n) \quad (V.2.54)$$

$$K_{ZX_4}^{1L_2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z21}(\alpha_n) Y_{ZX}^{11} \tilde{f}_{x2L_2}(\alpha_n) \quad (V.2.55)$$

$$K_{ZZ_1}^{11} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z11}(\alpha_n) Y_{ZZ}^{22} \tilde{f}_{z11}(\alpha_n) \quad (V.2.56)$$

$$K_{ZZ_2}^{1M_2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z11}(\alpha_n) Y_{ZZ}^{11} \tilde{f}_{z2M_2}(\alpha_n) \quad (V.2.57)$$

$$K_{ZZ_3}^{1M_1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z21}(\alpha_n) Y_{ZZ}^{11} \tilde{f}_{z1M_1}(\alpha_n) \quad (V.2.58)$$

$$K_{ZZ_4}^{M_2 M_2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z2M_2}(\alpha_n) Y_{ZZ}^{11} \tilde{f}_{z2M_2}(\alpha_n) \quad (V.2.59)$$

onde obtêm-se, para algumas transformadas das funções base, como exemplos:



$$\begin{aligned} \tilde{f}_{x11}(\alpha_n) &= j0,25\pi W_1 e^{j\alpha_n(x_1+0,5W_1)} \{ J_0[0,5(\alpha_n W_1 + \pi)] - \\ & J_0[0,5(\alpha_n W_1 - \pi)] \} \end{aligned} \quad (V.2.60)$$

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{z11}(\alpha_n) &= 0,25\pi W_1 e^{j\alpha_n(x_1+0,5W_1)} \{ J_0[0,5(\alpha_n W_1 + \pi)] + \\ & J_0[0,5(\alpha_n W_1 - \pi)] \} \end{aligned} \quad (V.2.61)$$

para a fenda 1, e

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{x22}(\alpha_n) &= -0,25\pi W_2 e^{j\alpha_n(x_2+0,5W_2)} \{ J_0[0,5(\alpha_n W_2 + 2\pi)] + \\ & J_0[0,5(\alpha_n W_2 - 2\pi)] \} \end{aligned} \quad (V.2.62)$$

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{z22}(\alpha_n) &= j0,25\pi W_2 e^{j\alpha_n(x_2+0,5W_2)} \{ J_0[0,5(\alpha_n W_2 + 2\pi)] - \\ & J_0[0,5(\alpha_n W_2 - 2\pi)] \} \end{aligned} \quad (V.2.63)$$

para uma das funções base das componentes x e z, respectivamente, para a fenda 2.

Soluções não triviais da equação matricial de autovalores homogênea (V.2.43) fornecem os valores da constante de propagação dos modos dominantes e de ordens superiores na estrutura de linhas de lâminas considerada. Métodos de operações matriciais [71], de iteração numérica de Mueller [49], são usados no processo.

### V.3. LINHAS DE LÂMINAS UNILATERAIS BIDIELÉTRICAS OPOSTAS

O desenvolvimento analítico das linhas de lâminas unilaterais bidielétricas opostas, é apresentado nesta seção. Na Fig.V. 2 é mostrada a seção transversal destas estruturas, que consiste de um guia de ondas milimétricas, contendo uma linha de lâminas condutoras e duas regiões de substratos dielétricos opostos, localizadas arbitrariamente no seu plano-E, e com fendas arbitrárias.

Para a estrutura de linhas de lâminas da Fig. V.2, utili

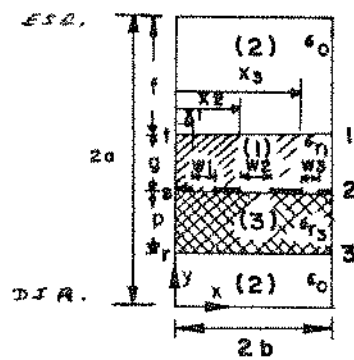


Fig. V.2 - Seção transversal de uma estrutura de linhas de lâminas unilateral com duas camadas dielétricas opostas. As lâminas metálicas e dielétricos estão localizados arbitrariamente no plano-E do guia de ondas milimétricas, com fendas arbitrárias.

zando a teoria da linha de transmissão equivalente no domínio espectral, obtêm-se a seguinte relação entre campos elétricos e densidades de corrente no sistema (u,v) de coordenadas [66],

$$\tilde{J}_u(\alpha, s) = Y_{22}^e \tilde{E}_u(\alpha, s) \quad (V.3.1)$$

e

$$\tilde{J}_v(\alpha, s) = Y_{22}^h \tilde{E}_v(\alpha, s) \quad (V.3.2)$$

Aqui,  $\tilde{J}_u$  e  $\tilde{J}_v$  são as densidades de correntes que geram os campos elétricos  $\tilde{E}_u$  e  $\tilde{E}_v$  para os modos TM e TE, respectivamente, no local das lâminas em  $y = s$ , e  $\alpha$  é a variável espectral dada em (V.2.3).

As admitâncias próprias  $Y_{22}^e$  e  $Y_{22}^h$  em (V.3.1) e (V.3.2), são fornecidas a seguir. Para os modos TM,

$$Y_{22}^e = Y_{e2}^e + Y_{d2}^e \quad (V.3.3)$$

onde  $Y_{e2}^e$  e  $Y_{d2}^e$  são as admitâncias no sistema (u,v) vistas à esquerda e à direita de 2 na Fig. V.2, respectivamente, olhando-se perpendicularmente ao eixo y, na direção x, e suas expressões são fornecidas a seguir:

$$Y_{e2}^e = Y_{TM(1)} [Y_{TM(1)} + Y_{e1}^e \coth(\gamma_{(1)} \cdot g)] [Y_{e1}^e + Y_{TM(1)} \coth(\gamma_{(1)} g)]^{-1} \quad (V.3.4)$$

onde,

$$Y_{e1}^e = Y_{TM(2)} \coth(\gamma_{(2)} f) \quad (V.3.5)$$

e

$$Y_{d2}^e = Y_{TM(3)} [Y_{TM(3)} + Y_{d3}^e \coth(\gamma_{(3)} p)] [Y_{d3}^e + Y_{TM(3)} \coth(\gamma_{(3)} p)]^{-1} \quad (V.3.6)$$

onde,

$$Y_{d3}^e = Y_{TM(2)} \coth(\gamma_{(2)} r) \quad (V.3.7)$$

Similarmente para os modos TE,

$$Y_{22}^h = Y_{e2}^h + Y_{d2}^h \quad (V.3.8)$$

cujas admitâncias à esquerda e à direita de 2 são dadas por:

$$Y_{e2}^h = Y_{TE(1)} [Y_{TE(1)} + Y_{e1}^h \coth(\gamma_{(1)} g)] [Y_{e1}^h + Y_{TE(1)} \coth(\gamma_{(1)} g)]^{-1} \quad (V.3.9)$$

onde,

$$Y_{e1}^h = Y_{TE(2)} \coth(\gamma_{(2)} f) \quad (V.3.10)$$

e

$$Y_{d2}^h = Y_{TE(3)} [Y_{TE(3)} + Y_{d3}^h \coth(\gamma_{(3)} p)] [Y_{d3}^h + Y_{TE(3)} \coth(\gamma_{(3)} p)]^{-1} \quad (V.3.11)$$

onde,

$$Y_{d3}^h = Y_{TE(2)} \coth(\gamma_{(2)} r) \quad (V.3.12)$$

Nestas expressões, as admitâncias de onda são dadas por:

$$Y_{TM(1)} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r(1)/\gamma_{(1)} \quad (V.3.13)$$

$$Y_{TM(2)} = j\omega\epsilon_0/\gamma_{(2)} \quad (V.3.14)$$

e

$$Y_{TM(3)} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r(3)/\gamma_{(3)} \quad (V.3.15)$$

para os modos TM, e

$$Y_{TE(1)} = \gamma_{(1)}/(j\omega\mu_0) \quad (V.3.16)$$

$$Y_{TE(2)} = \gamma_{(2)}/(j\omega\mu_0) \quad (V.3.17)$$

$$Y_{TE(3)} = \gamma_{(3)}/(j\omega\mu_0) \quad (V.3.18)$$

para os modos TE. As constantes de propagação na direção transversa nestas expressões são:

$$\gamma_{(1)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2 \epsilon_r(1))^{1/2} \quad (V.3.19)$$

$$\gamma_{(2)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2)^{1/2} \quad (V.3.20)$$

e

$$\gamma_{(3)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2 \epsilon_r(3))^{1/2} \quad (V.3.21)$$

onde  $\beta$  é a constante de propagação na direção  $z$  e  $\epsilon_r(1)$  e  $\epsilon_r(3)$  são as permissividades relativas nas regiões dielétricas (1) e (3), respectivamente, para a Fig. V.2.

Retornando-se às coordenadas  $(x, z)$ , obtêm-se as seguintes relações entre os campos elétricos e as densidades de corrente:

$$\tilde{J}_x(\alpha, s) = Y_{XX}^{22} \tilde{E}_x(\alpha, s) + Y_{XZ}^{22} \tilde{E}_z(\alpha, s) \quad (\text{V.3.22})$$

$$e \quad \tilde{J}_z(\alpha, s) = Y_{ZX}^{22} \tilde{E}_x(\alpha, s) + Y_{ZZ}^{22} \tilde{E}_z(\alpha, s) \quad (\text{V.3.23})$$

onde as admitâncias são dadas por:

$$Y_{XX}^{22} = N_x^2 Y_{22}^e + N_z^2 Y_{22}^h \quad (\text{V.3.24})$$

$$Y_{XZ}^{22} = Y_{ZX}^{22} = N_x N_z (Y_{22}^e - Y_{22}^h) \quad (\text{V.3.25})$$

$$e \quad Y_{ZZ}^{22} = N_z^2 Y_{22}^e + N_x^2 Y_{22}^h \quad (\text{V.3.26})$$

com  $N_x$  e  $N_z$  fornecidos em (V.2.28) e (V.2.29), e  $Y_{22}^e$  e  $Y_{22}^h$  fornecidos em (V.3.3) através de (V.3.21).

Os campos elétricos em (V.3.22) e (V.3.23) são então expandidos em termos de funções base para  $y = s$ , nas  $j$ -ésimas fendas:

$$\tilde{E}_x(\alpha, s) = \sum_{\ell=1}^L a_{xj\ell} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha, s) \quad (\text{V.3.27})$$

$$e \quad \tilde{E}_z(\alpha, s) = \sum_{m=1}^M a_{zjm} \tilde{f}_{zjm}(\alpha, s) \quad (\text{V.3.28})$$

e o método dos momentos é aplicado com as funções peso  $\tilde{f}_{xjp}$  e  $\tilde{f}_{xjq}$ , idênticas às funções base [44].

Após serem realizados os produtos escalares, com a eliminação das densidades de corrente, em (V.3.22) e (V.3.23) através da aplicação do teorema de Parseval [45], obtêm-se a seguinte equação matricial de autovalores homogênea, considerando-se uma  $j$ -ésima fenda,

$$\begin{bmatrix} K_{XX}^{11} & \dots & K_{XX}^{1L} & K_{XZ}^{11} & \dots & K_{XZ}^{1M} \\ K_{XX}^{L1} & \dots & K_{XX}^{LL} & K_{XZ}^{L1} & \dots & K_{XZ}^{LM} \\ K_{ZX}^{11} & \dots & K_{ZX}^{1L} & K_{ZZ}^{11} & \dots & K_{ZZ}^{1M} \\ K_{ZX}^{M1} & \dots & K_{ZX}^{ML} & K_{ZZ}^{M1} & \dots & K_{ZZ}^{MM} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{x11} \\ \vdots \\ a_{x1L} \\ a_{z11} \\ \vdots \\ a_{z1M} \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{V.3.29})$$

onde por exemplo,

$$K_{XX}^{11} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x11}(\alpha_n) Y_{XX}^{22} \tilde{f}_{x11}(\alpha_n) \quad (V.3.30)$$

$$K_{XX}^{1M} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x11}(\alpha_n) Y_{XX}^{22} \tilde{f}_{x1M}(\alpha_n) \quad (V.3.31)$$

$$K_{XZ}^{LM} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x1L}(\alpha_n) Y_{XZ}^{22} \tilde{f}_{z1M}(\alpha_n) \quad (V.3.32)$$

$$K_{ZX}^{11} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z11}(\alpha_n) Y_{ZX}^{22} \tilde{f}_{x11}(\alpha_n) \quad (V.3.33)$$

$$K_{ZX}^{M1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z1M}(\alpha_n) Y_{ZX}^{22} \tilde{f}_{x11}(\alpha_n) \quad (V.3.34)$$

e

$$K_{ZZ}^{MM} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z1M}(\alpha_n) Y_{ZZ}^{22} \tilde{f}_{z1M}(\alpha_n) \quad (V.3.35)$$

As transformadas de Fourier destas funções são obtidas do desenvolvimento efetuado no Apêndice A, para as funções base definidas por (IV.3.25) e (IV.3.26), agora no local das lâminas metálicas em  $y=s$ , para a  $j$ -ésima fenda, aqui para  $j=1$ . Portanto, para a  $l$ -ésima função base da componente  $x_1$ ,

$$f_{x1l}(x) = \{ \cos[l\pi(x-x_1)/W_1] \} / \{ 1 - [2(x-x_1)/W_1 - 1]^2 \}^{1/2},$$

$$x_1 < x < (x_1 + W_1) \quad (V.3.36)$$

obtêm-se do apêndice A,

$$\tilde{f}_{x1l}(\alpha) = 0,25\pi W_1 e^{j\alpha(x_1+0,5W_1)} \cdot \{ e^{j\alpha l\pi/2} J_0[0,5(\alpha W_1 + l\pi)] + e^{-j\alpha l\pi/2} J_0[0,5(\alpha W_1 - l\pi)] \}$$

$$(V.3.37)$$

e para a  $m$ -ésima função base da componente  $z$ ,

$$f_{z1m}(x) = \{ \text{sen}[m\pi(x-x_1)/W_1] \} / \{ 1 - [2(x-x_1)/W_1 - 1]^2 \}^{1/2},$$

$$x_1 < x < (x_1 + W_1) \quad (\text{V.3.38})$$

obtêm-se do Apêndice A,

$$\tilde{f}_{z1m}(\alpha) = -j0,25\pi W_1 e^{j\alpha(x_1+0,5W_1)} \cdot$$

$$\cdot \{ e^{jm\pi/2} J_0[0,5(\alpha W_1 + m\pi)] - e^{-jm\pi/2} J_0[0,5(\alpha W_1 - m\pi)] \}$$

$$(\text{V.3.39})$$

Estas transformadas de Fourier são portanto substituídas nos termos de (V.3.29), bem como nas eqs.(V.3.30) a (V.3.35).

A equação  $(L+M)x(L+M)$  matricial de autovalores homogênea em (V.3.29), fornece as soluções não triviais da constante dielétrica efetiva, através da pesquisa dos zeros do seu determinante. Estas soluções são obtidas através do método iterativo de Mueller, após terem sido efetuadas operações matriciais de inversão, subtração e produtos ao se particionar a matriz quadrada em (V.3.29) em subquadrantes [71], e fazendo-se uso da regra de Cramer, no desenvolvimento. Também foram desenvolvidas análises para fendas acopladas, destas linhas de lâminas bidielétricas opostas.

Várias etapas nos cálculos ao longo desta seção e da seção V.2 são cuidadosamente reestudadas e refeitas: 1. Para valores pequenos de  $\gamma_{(1)}$ ,  $\gamma_{(2)}$  e  $\gamma_{(3)}$  da ordem de  $10^0$ , estes  $\gamma_{(i)}$  podem tornar-se imaginários, e as funções hiperbólicas são substituídas por funções trigonométricas [61], e todos os cálculos são repetidos para os cinco casos possíveis, a)  $\gamma_{(1)}$ ,  $\gamma_{(2)}$  e  $\gamma_{(3)}$  reais, b)  $\gamma_{(1)}$ ,  $\gamma_{(2)}$  e  $\gamma_{(3)}$  imaginários, c)  $\gamma_{(2)}$  real e  $\gamma_{(1)}$  e  $\gamma_{(3)}$  imaginários, d)  $\gamma_{(1)}$  e  $\gamma_{(2)}$  reais e  $\gamma_{(3)}$  imaginário, e e)  $\gamma_{(2)}$  e  $\gamma_{(3)}$  reais e  $\gamma_{(1)}$  imaginário. 2. Para os valores de  $\gamma_{(i)}$  reais elevados, de tal forma que os valores das funções trigonométricas se aproximam de  $10^{+39}$  e, 3. Para valores de  $\gamma_{(i)}$  iguais a zero, os cálculos são protegidos através de aplicações de métodos de limites de convergência, regra de L'Hôpital, etc.[60], e possíveis "overflows" e "underflows" são evitados.

Vários resultados para as novas estruturas de linhas de

lâminas unilaterais bidielétricas desenvolvidas neste capítulo, serão apresentados na seção seguinte.

#### V.4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Os resultados numéricos apresentados nesta seção, para novas estruturas de linhas de lâminas unilaterais bidielétricas, foram obtidos utilizando um sistema de computação DEC-10. A linguagem FORTRAN-IV foi utilizada na elaboração dos programas e subprogramas computacionais.

Os resultados apresentaram rápida convergência e eficiência computacional, com a utilização deste método da linha de transmissão equivalente no domínio espectral da transformada de Fourier.

São consideradas nesta seção linhas de lâminas com guias de onda WR-28, de dimensões  $2a = 7,112\text{mm}$ , e  $2b = 3,556\text{mm}$ , porém estas dimensões podem ser arbitrárias. Diferentes espessuras e permissividades dos dielétricos são usadas, localizados simétrico e assimetricamente no plano-E do guia de ondas milimétricas.

Curvas para linhas de lâminas unilaterais bidielétricas justapostas são apresentadas nas Figs. V.3 a V.5, e para as linhas de lâminas unilaterais bidielétricas opostas, curvas são apresentadas nas Figs. V.6 a V.8.

Na Fig. V.3 curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef} = (\beta/K_0)^2$ , em função da largura da fenda,  $W_1$ , são mostradas para uma estrutura de linhas de lâminas unilateral com duas camadas dielétricas justapostas, localizadas assimetricamente no plano-E do guia de ondas. As curvas são apresentadas para diferentes frequências, e diferentes permissividades com espessuras  $g = p = 0,125\text{mm}$ .

Nesta Fig. V.3 observa-se que, para as frequências de 30 a 50 GHz com  $\epsilon_3 = \epsilon_0$  (curvas tracejadas - cruzadas), os resultados concordam perfeitamente com aqueles resultados apresentados por Schmidt et al. [14], com uma região dielétrica. Isto corresponde a uma estrutura de linhas de lâminas unilateral unidielétrica,  $r = s = 3,4935\text{mm}$ , com espessura  $g = 0,125\text{mm}$ . Um considerável aumento no valor de  $\epsilon_{ef}$  é observado para a frequência de 30 GHz com  $\epsilon_{r2} = 2.2$ , curva tracejada-pontilhada, o que corresponde também a uma estrutu



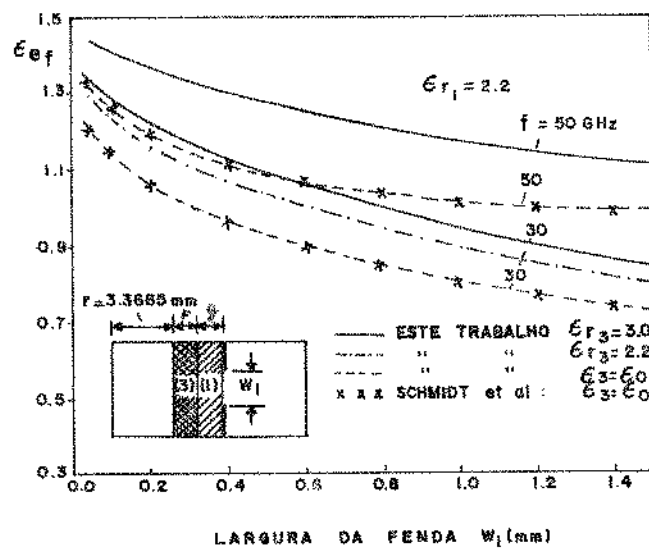


Fig. V.3 - Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da largura da fenda,  $W_1$ , para uma estrutura de linhas de lâminas unilateral, com duas camadas dielétricas justapostas, localizadas assimetricamente no plano-E do guia de ondas.  $g = p = 0,125$  mm.

ra com espessura de 0,25mm. Observa-se também que a presença da segunda camada dielétrica causa um  $\epsilon_{ef}$  maior, à medida que  $\epsilon_{r3}$  é aumentado.

Na Fig. V.4 curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da posição central da fenda,  $S_1$ , são mostradas para uma estrutura de linhas de lâminas unilaterais bidielétricas opostas. Os substratos dielétricos têm espessuras  $p = g = 0,125\text{mm}$ , e estão localizados assimetricamente no plano-E do guia de ondas milimétricas. Para a região (1), considerou-se um dielétrico com permissividade relativa de  $\epsilon_{r1} = 2,2$ .

Verifica-se nesta figura que, para a frequência de 30GHz e  $\epsilon_3 = \epsilon_0$ , os resultados concordam exatamente com aqueles publicados em [14], curva tracejada-cruzada, que corresponde à estrutura com uma camada dielétrica somente, com  $p=0$ . Um aumento no valor da permissividade relativa,  $\epsilon_{r3}$ , e um aumento no valor da frequência, provocam um acréscimo na constante dielétrica efetiva, como pode ser observado para a frequência de 30 GHz variando-se  $\epsilon_{r3}$ , e para  $\epsilon_{r3} = 3,0$  variando-se a frequência, respectivamente. A curva para  $f = 30\text{ GHz}$  e  $\epsilon_{r3} = 2,2$  é idêntica à de uma estrutura unilateral unidielétrica com espessura igual a 0,25mm.

Uma estrutura de linhas de lâminas unilateral contendo duas regiões dielétricas justapostas, localizadas assimetricamente no plano-E do guia de ondas e com fendas acopladas, é considerada na Fig. V.5. Nesta figura são mostradas curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da posição central,  $S_1$ , das fendas acopladas com  $W_1 = W_2$ , e  $p = g = 0,125\text{mm}$ .

Verifica-se que as curvas tracejadas são idênticas às que foram apresentadas na referência [14], para  $\epsilon_{r3} = \epsilon_0$ , e para os modos pares e ímpares. Pode-se observar também que para  $W_1 = W_2 = 0,25\text{mm}$ , o valor de  $\epsilon_{ef}$  aumenta devido à presença da segunda região dielétrica.

Os resultados para as linhas de lâminas unilaterais com dois dielétricos opostos em relação às lâminas condutoras serão apresentados a seguir. Na Fig. V.6 são mostradas as curvas da constante dielétrica efetiva em função da largura da fenda, para várias permissividades e frequências.

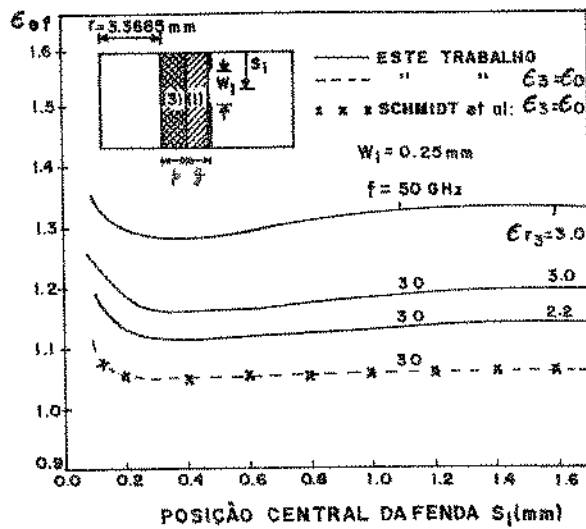


Fig. V.4 - Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da posição central da fenda,  $S_1$ , para uma estrutura de linhas de lâminas uni laterais, com duas camadas dielétricas justa postas assimetricamente no plano-E do guia de ondas.  $g = p = 0,125$  mm,  $\epsilon_{r1} = 2,2$ .

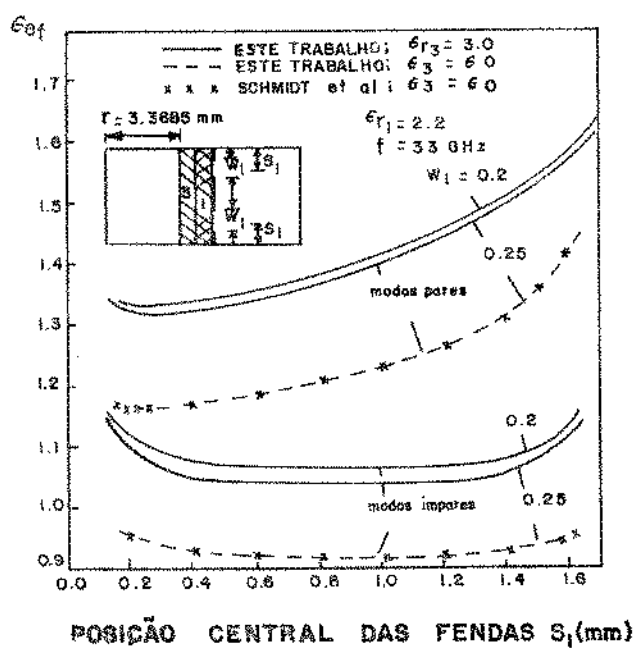


Fig. V.5 - Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da posição central,  $S_1$ , das fendas acopladas para uma estrutura em linhas de lâminas unilateral, com duas camadas dielétricas justapostas, localizadas assimetricamente no plano-E do guia de ondas milimétricas.

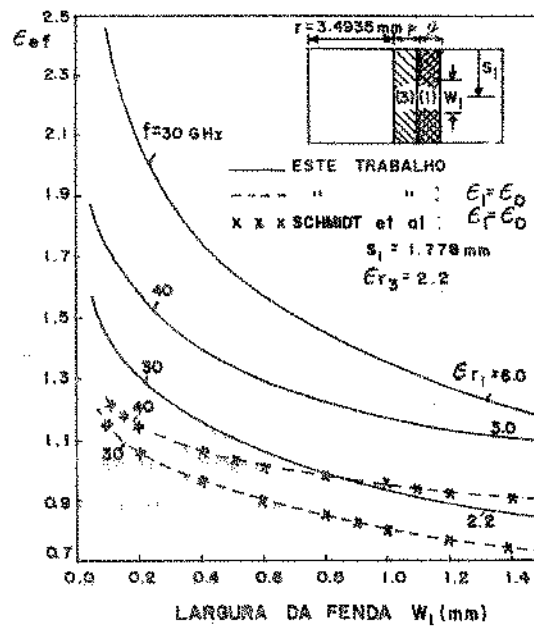


Fig. V.6 - Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da largura da fenda,  $W_1$ , para uma estrutura de linhas de lâminas unilaterais bidielétricas opostas, localizadas assimetricamente no plano-E do guia de ondas.  $g = p = 0,125$  mm.

Observa-se na Fig. V.6 que os resultados para  $\epsilon_{r1} = 1,0$  concordam com aqueles publicados por Schmidt *et al.* [14], para as frequências de 30 e 40 GHz. Isto corresponde a uma estrutura unidielétrica com espessura dielétrica igual a 0,125mm. Uma forte dependência dos resultados com o aumento em  $\epsilon_{r1}$  é também notado. Para um valor fixo de  $\epsilon_{r3}$ ,  $\epsilon_{ef}$  aumenta com o aumento de  $\epsilon_{r1}$  e com o aumento na frequência [68].

A constante dielétrica efetiva de uma estrutura de linhas de lâminas unilateral, com duas camadas dielétricas opostas em relação às lâminas metálicas, e assimetricamente localizadas ao longo do plano-E do guia de ondas, é mostrada em função da frequência e para vários valores da largura da fenda,  $W_1$ , na Fig.V.7.

Uma comparação dos valores na Fig.V.7 para as frequências de 20, 30, 40 e 50 GHz, com aqueles da Fig.V.4, mostra que a adição da segunda camada dielétrica ( $\epsilon_{r1} \neq 1$ ) causa um aumento na constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ . Nota-se também nesta figura que,  $\epsilon_{ef}$  aumenta com o aumento na frequência e com o decréscimo na largura da fenda,  $W_1$ .

Concluindo, na Fig. V.8 uma estrutura de linhas de lâminas unilateral com duas camadas dielétricas opostas e com duas fendas é considerada. Nesta figura, são mostradas curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da posição central,  $S$ , de duas fendas acopladas. As fendas são simétricas e os dielétricos estão assimetricamente localizados no plano-E do guia de ondas.

A presença da segunda camada dielétrica, com  $\epsilon_{r1} \neq 1,0$ , provoca um aumento, tanto para os modos pares como para os modos ímpares, da constante dielétrica efetiva. Para  $\epsilon_{r1} = 1,0$ , os resultados obtidos concordam com aqueles apresentados na referência [14], para somente uma região dielétrica.

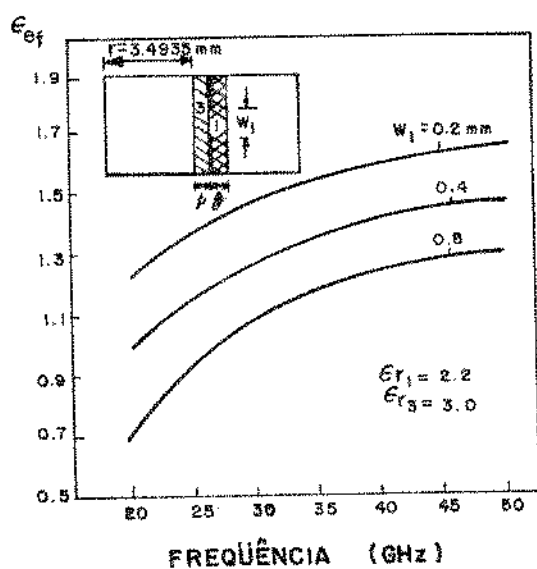


Fig. V.7 - Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da frequência, e para vários valores da largura das fendas,  $W_1$ , para uma estrutura em linhas de lâminas com duas camadas dielétricas opostas, e assimetricamente localizadas ao longo do plano-E do guia de ondas.  $g = p = 0,125$  mm.

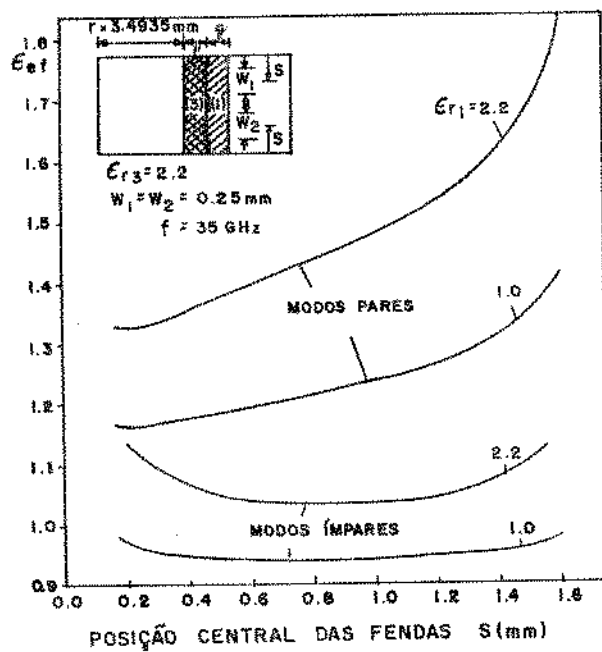


Fig. V.8 - Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função das posições centrais,  $S$ , de duas fendas acopladas, para linhas de lâminas u nilaterais com duas camadas dielétricas o postas, assimetricamente localizadas no plao no-E do guia de ondas.  $g = p = 0,125 \text{ mm}$ .



#### V.4. CONCLUSÃO

Duas novas estruturas de linhas de lâminas para ondas milimétricas foram desenvolvidas neste capítulo: 1. as linhas de lâminas unilaterais bidielétricas justapostas, e 2. as linhas de lâminas unilaterais bidielétricas opostas.

O método de análise utilizado no desenvolvimento consiste em aplicar a eficiente teoria da linha de transmissão equivalente no domínio espectral da transformada de Fourier, através do método dos momentos.

Vários resultados foram apresentados para a constante dielétrica efetiva, em função de; a) largura das fendas; b) posição central das fendas e c) frequência, para diferentes permissividades e espessuras dos dielétricos, localizados arbitrariamente no plano-E do guia de ondas.

Uma grande eficácia numérica e computacional foi constatada ao efetuarem-se os cálculos, através de programas em FORTRAN-IV, elaborados a partir do desenvolvimento teórico.

As linhas de lâminas unilaterais bidielétricas justapostas são utilizadas em dispositivos passivos, e podem ser analisadas em dispositivos utilizando ferritas, num estudo posterior. As linhas de lâminas unilaterais bidielétricas opostas são usadas diretamente em dispositivos ativos de ondas milimétricas.

CAPÍTULO VI

LINHAS DE LÂMINAS BILATERAIS  
UNIDIELÉTRICA E BIDIELÉTRICAS

## VI.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo novas estruturas de linhas de lâminas de ondas milimétricas, as linhas de lâminas bilaterais unidielétrica e as linhas de lâminas bilaterais bidielétricas, localizadas arbitrariamente no plano-E do guia de ondas, são desenvolvidas. As linhas de lâminas bilaterais consistem de duas linhas de lâminas condutoras separadas por regiões dielétricas, adaptadas no plano-E do guia de ondas retangular.

O método de análise aplicado neste estudo consiste em se usar o eficaz conceito da linha de transmissão equivalente no domínio da transformada de Fourier, utilizando o método dos momentos [64],[72].

Na literatura especializada somente as linhas de lâminas bilaterais contendo uma camada dielétrica simetricamente localizada no plano-E do guia de ondas, foi desenvolvida [20],[42].

Resultados numéricos da constante dielétrica efetiva, para as novas estruturas de linhas de lâminas bilaterais aqui desenvolvidas, serão apresentados. Estas estruturas são utilizadas na fabricação de filtros, acopladores, etc., e dispositivos passivos de ondas milimétricas.

## VI.2. LINHAS DE LÂMINAS BILATERAIS UNIDIELÉTRICAS

O estudo das linhas de lâminas bilaterais contendo uma região dielétrica, para localizações arbitrárias das lâminas e dielétrico no plano-E do guia de ondas, e para fendas arbitrárias, é desenvolvido nesta seção. A seção transversal desta estrutura de linhas de lâminas é mostrada na Fig. VI.1.

Seguindo o procedimento geral da teoria da linha de transmissão equivalente no domínio espectral descrito na seção IV.2, somente as etapas principais serão desenvolvidas neste estudo. Para a Fig. VI.1, após terem sido definidas as transformadas de Fourier dos campos transversais na direção  $y$ , uma transformação de coordenadas do sistema  $(x,y,z)$  para o sistema  $(u,v,y)$  é efetuada. Desta forma, as transformadas de Fourier dos campos elétricos  $\tilde{E}_u$  e  $\tilde{E}_v$ , relacionam-se às transformadas das densidades de corrente  $\tilde{J}_u$  e  $\tilde{J}_v$  [73], para  $y = t$  e para  $y = s$ , através das seguintes equações:

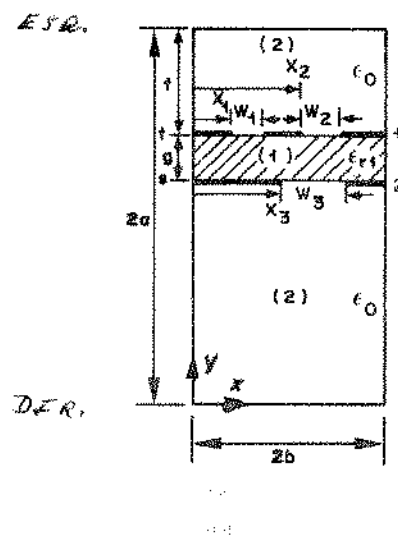


Fig. VI.1 - Seção transversal de uma estrutura de linhas de lâminas bilateral, com uma região dielétrica localizada simétrica ou assimetricamente no plano  $E$  do guia de ondas, e com fendas arbitrárias.

$$\tilde{J}_u(\alpha, t) = Y_{11}^e \tilde{E}_u(\alpha, t) + Y_{12}^e \tilde{E}_u(\alpha, s) \quad (\text{VI.2.1})$$

$$\tilde{J}_u(\alpha, s) = Y_{21}^e \tilde{E}_u(\alpha, t) + Y_{22}^e \tilde{E}_u(\alpha, s) \quad (\text{VI.2.2})$$

$$\tilde{J}_v(\alpha, t) = Y_{11}^h \tilde{E}_v(\alpha, t) + Y_{12}^h \tilde{E}_v(\alpha, s) \quad (\text{VI.2.3})$$

$$e \quad \tilde{J}_v(\alpha, s) = Y_{21}^h \tilde{E}_v(\alpha, t) + Y_{22}^h \tilde{E}_v(\alpha, s) \quad (\text{VI.2.4})$$

Nestas equações  $\tilde{J}_u(\alpha, t)$ ,  $\tilde{J}_u(\alpha, s)$  e  $\tilde{J}_v(\alpha, t)$ ,  $\tilde{J}_v(\alpha, s)$  são as densidades de corrente que geram os campos elétricos  $\tilde{E}_u(\alpha, t)$ ,  $\tilde{E}_u(\alpha, s)$  e  $\tilde{E}_v(\alpha, t)$ ,  $\tilde{E}_v(\alpha, s)$ , respectivamente para os modos TM ou "e", e TE ou "h".

Os parâmetros  $Y_{ii}^l$ ,  $i = 1, 2$ ,  $l = e, h$  são as admitâncias próprias em 1 e 2 na Fig. VI.1 para os modos "e" e "h", e  $Y_{im}^l$ ,  $i \neq m = 1, 2$ , são as admitâncias de transferências para os modos TM e TE, respectivamente, através das lâminas metálicas em 1 e 2 na mesma figura.

Para os modos TM nas eqs.(VI.2.1) e (VI.2.2), obtêm-se:

a) para as admitâncias próprias:

$$Y_{11}^e = Y_{e1}^e + Y_{d1}^e \quad (\text{VI.2.5})$$

onde  $Y_{e1}^e$  é a admitância no sistema (u,v) à esquerda de 1, e  $Y_{d1}^e$  à direita de 1, na Fig.VI.1, olhando-se perpendicularmente ao eixo y, na direção x, e são dados por:

$$Y_{e1}^e = Y_{TM(2)} \cdot \coth(\gamma_{(2)} f) \quad (\text{VI.2.6})$$

$$Y_{d1}^e = Y_{TM(1)} \cdot \coth(\gamma_{(1)} g) \quad (\text{VI.2.7})$$

$$e \quad Y_{22}^e = Y_{e2}^e + Y_{d2}^e \quad (\text{VI.2.8})$$

onde  $Y_{e2}^e$  e  $Y_{d2}^e$  são as admitâncias à esquerda e à direita de 2 na Fig. VI.1, respectivamente, olhando-se perpendicularmente ao eixo y, na direção x, e são dadas por:

$$Y_{e2}^e = Y_{TM(1)} \coth(\gamma_{(1)} g) \quad (\text{VI.2.9})$$

$$Y_{d2}^e = Y_{TM(2)} \coth(\gamma_{(2)} s) \quad (\text{VI.2.10})$$

Os parâmetros  $f$ ,  $g$  e  $s$  são as dimensões indicadas na Fig.VI.1, e

$$Y_{TM(1)} = j \omega \epsilon_0 \epsilon_{r(1)} / \gamma_{(1)} \quad (\text{VI.2.11})$$

$$Y_{TM(2)} = j \omega \epsilon_0 / \gamma_{(2)} \quad (\text{VI.2.12})$$

$$\gamma_{(1)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2 \epsilon_{r(1)})^{1/2} \quad (\text{VI.2.13})$$

$$e \quad \gamma_{(2)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2)^{1/2} \quad (\text{VI.2.14})$$

onde

$$\alpha = \frac{n\pi}{2b}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (\text{VI.2.15})$$

$\alpha$  é a variável espectral;  $\beta$  é a constante de propagação na direção  $z$ ;  $\gamma_{(i)}$ ,  $i = 1, 2$  é a constante de propagação na direção transversa  $y$ ;

b) para as admitâncias de transferências,

$$Y_{12}^e = Y_{TM(1)} / \sinh(\gamma_{(1)} g) \quad (\text{VI.2.16})$$

$$Y_{21}^e = Y_{12}^e \quad (\text{VI.2.17})$$

Semelhantemente para os modos TE nas eqs.(VI.2.3) e (VI.2.4), obtém-se:

a) para as admitâncias próprias:

$$Y_{11}^h = Y_{e1}^h + Y_{d1}^h \quad (\text{VI.2.18})$$

onde,

$$Y_{e1}^h = Y_{TE(2)} \coth(\gamma_{(2)} f) \quad (\text{VI.2.19})$$

$$Y_{d1}^h = Y_{TE(1)} \coth(\gamma_{(1)} g) \quad (\text{VI.2.20})$$

$$e \quad Y_{22}^h = Y_{e2}^h + Y_{d2}^h \quad (\text{VI.2.21})$$

onde

$$Y_{e2}^h = Y_{TE(1)} \coth(\gamma_{(1)} g) \quad (\text{VI.2.22})$$

$$Y_{d2}^h = Y_{TE(2)} \coth(\gamma_{(2)} s) \quad (\text{VI.2.23})$$

e

b) para as admitâncias de transferências:

$$Y_{12}^h = Y_{TE(1)} / \sinh(\gamma_{(1)} g) \quad (\text{VI.2.24})$$

e

$$Y_{21}^h = Y_{12}^h \quad (\text{VI.2.25})$$

onde:

$$Y_{TE(1)} = \gamma_{(1)} / (j\omega\mu_0) \quad (\text{VI.2.26})$$

e

$$Y_{TE(2)} = \gamma_{(2)} / (j\omega\mu_0) \quad (\text{VI.2.27})$$

são as admitâncias de onda dos modos TE, nas regiões dielétricas (1) e (2), respectivamente.

Conhecendo-se as admitâncias próprias e de transferência, retorna-se ao sistema de coordenadas (x,z), e após manipulações matemáticas obtêm-se a seguinte equação matricial não homogênea, relacionando-se os campos elétricos às densidades de corrente:

$$\begin{bmatrix} \tilde{J}_x(\alpha, t) \\ \tilde{J}_x(\alpha, s) \\ \tilde{J}_z(\alpha, t) \\ \tilde{J}_z(\alpha, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{XX}^{11} & Y_{XX}^{12} & Y_{XZ}^{11} & Y_{XZ}^{12} \\ Y_{XX}^{21} & Y_{XX}^{22} & Y_{XZ}^{21} & Y_{XZ}^{22} \\ Y_{ZX}^{11} & Y_{ZX}^{12} & Y_{ZZ}^{11} & Y_{ZZ}^{12} \\ Y_{ZX}^{21} & Y_{ZX}^{22} & Y_{ZZ}^{21} & Y_{ZZ}^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_x(\alpha, t) \\ \tilde{E}_x(\alpha, s) \\ \tilde{E}_z(\alpha, t) \\ \tilde{E}_z(\alpha, s) \end{bmatrix} \quad (\text{VI.2.28})$$

onde as admitâncias nesta equação são dadas por:

$$Y_{XX}^{11} = Y_{11}^o N_X^2 + Y_{11}^h N_Z^2 \quad (\text{VI.2.29})$$

$$Y_{XX}^{12} = Y_{12}^e N_x^2 + Y_{12}^h N_z^2 \quad (\text{VI.2.30})$$

$$Y_{XX}^{21} = Y_{21}^e N_x^2 + Y_{21}^h N_z^2 \quad (\text{VI.2.31})$$

$$Y_{XX}^{22} = Y_{22}^e N_x^2 + Y_{22}^h N_z^2 \quad (\text{VI.2.32})$$

$$Y_{XZ}^{11} = Y_{ZX}^{11} = N_x N_z (Y_{11}^e - Y_{11}^h) \quad (\text{VI.2.33})$$

$$Y_{XZ}^{12} = Y_{ZX}^{12} = N_x N_z (Y_{12}^e - Y_{12}^h) \quad (\text{VI.2.34})$$

$$Y_{XZ}^{21} = Y_{ZX}^{21} = N_x N_z (Y_{21}^e - Y_{21}^h) \quad (\text{VI.2.35})$$

$$Y_{XZ}^{22} = Y_{ZX}^{22} = N_x N_z (Y_{22}^e - Y_{22}^h) \quad (\text{VI.2.36})$$

$$Y_{ZZ}^{11} = Y_{11}^h N_x^2 + Y_{11}^e N_z^2 \quad (\text{VI.2.37})$$

$$Y_{ZZ}^{12} = Y_{12}^h N_x^2 + Y_{12}^e N_z^2 \quad (\text{VI.2.38})$$

$$Y_{ZZ}^{21} = Y_{21}^h N_x^2 + Y_{21}^e N_z^2 \quad (\text{VI.2.39})$$

$$e \quad Y_{ZZ}^{22} = Y_{22}^h N_x^2 + Y_{22}^e N_z^2 \quad (\text{VI.2.40})$$

onde  $N_x$  e  $N_z$  são obtidos da transformação de coordenadas de  $(x,z)$  para  $(u,v)$ :

$$N_x = \alpha / (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} \quad (\text{VI.2.41})$$

$$e \quad N_z = \beta / (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} \quad (\text{VI.2.42})$$

O passo seguinte consiste em expandir os campos elétricos em (VI.2.28) em termos das transformadas de Fourier de funções base,  $f_x$  e  $f_z$ , conhecidas para as fendas  $W_j$  em  $y=t$  e  $s$ ,

$$\tilde{E}_x(\alpha, t) = \sum_{\ell=1}^{L_1} a_{xj\ell} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha, t) \quad (\text{VI.2.43})$$

$$\tilde{E}_x(\alpha, s) = \sum_{\ell=1}^{L_2} a_{xj\ell} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha, s) \quad (\text{VI.2.44})$$



$$\tilde{E}_z(\alpha, t) = \sum_{m=1}^{M_1} a_{zjm} \tilde{f}_{zjm}(\alpha, t) \quad (\text{VI.2.45})$$

$$\tilde{E}_z(\alpha, s) = \sum_{m=1}^{M_1} a_{zjm} \tilde{f}_{zjm}(\alpha, s) \quad (\text{VI.2.46})$$

onde os coeficientes  $a_{xj\ell}$ ,  $a_{zj\ell}$  são constantes não conhecidas, e as transformadas de Fourier destas funções base são obtidas do Apêndice A.

Aplica-se então o método dos momentos a (VI.2.28), com as funções peso iguais às funções base [44], resultando no método de Galerkin. Efetuam-se produtos escalares ou internos com funções base, dos quais obtêm-se a seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} A_{XX}^{11} & \dots & A_{XX}^{1L_1} & A_{XX}^{12} & \dots & A_{XX}^{1L_2} & B_{XZ}^{11} & \dots & B_{XZ}^{1M_1} & B_{XZ}^{12} & \dots & B_{XZ}^{1M_2} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{XX}^{L_1 1} & \dots & A_{XX}^{L_1 L_1} & A_{XX}^{L_1 2} & \dots & A_{XX}^{L_1 L_2} & B_{XZ}^{L_1 1} & \dots & B_{XZ}^{L_1 M_1} & B_{XZ}^{L_1 2} & \dots & B_{XZ}^{L_1 M_2} \\ A_{XX}^{21} & \dots & A_{XX}^{2L_1} & A_{XX}^{22} & \dots & A_{XX}^{2L_2} & B_{XZ}^{21} & \dots & B_{XZ}^{2M_1} & B_{XZ}^{22} & \dots & B_{XZ}^{2M_2} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{XX}^{L_2 1} & \dots & A_{XX}^{L_2 L_1} & A_{XX}^{L_2 2} & \dots & A_{XX}^{L_2 L_2} & B_{XZ}^{L_2 1} & \dots & B_{XZ}^{L_2 M_1} & B_{XZ}^{L_2 2} & \dots & B_{XZ}^{L_2 M_2} \\ C_{ZX}^{11} & \dots & C_{ZX}^{1L_1} & C_{ZX}^{12} & \dots & C_{ZX}^{1L_2} & D_{ZZ}^{11} & \dots & D_{ZZ}^{1M_1} & D_{ZZ}^{12} & \dots & D_{ZZ}^{1M_2} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{ZX}^{M_1 1} & \dots & C_{ZX}^{M_1 L_1} & C_{ZX}^{M_1 2} & \dots & C_{ZX}^{M_1 L_2} & D_{ZZ}^{M_1 1} & \dots & D_{ZZ}^{M_1 M_1} & D_{ZZ}^{M_1 2} & \dots & D_{ZZ}^{M_1 M_2} \\ C_{ZX}^{21} & \dots & C_{ZX}^{2L_1} & C_{ZX}^{22} & \dots & C_{ZX}^{2L_2} & D_{ZZ}^{21} & \dots & D_{ZZ}^{2M_1} & D_{ZZ}^{22} & \dots & D_{ZZ}^{2M_2} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{ZX}^{M_2 1} & \dots & C_{ZX}^{M_2 L_1} & C_{ZX}^{M_2 2} & \dots & C_{ZX}^{M_2 L_2} & D_{ZZ}^{M_2 1} & \dots & D_{ZZ}^{M_2 M_1} & D_{ZZ}^{M_2 2} & \dots & D_{ZZ}^{M_2 M_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{x11} \\ \vdots \\ a_{x1L_1} \\ a_{x21} \\ \vdots \\ a_{x2L_2} \\ a_{z11} \\ \vdots \\ a_{z1L_1} \\ a_{z21} \\ \vdots \\ a_{z2L_2} \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{VI.2.47})$$

onde, como exemplos, alguns dos termos da matriz quadrada  $(L_1 + L_2 + M_1 + M_2) \times (L_1 + L_2 + M_1 + M_2)$  por  $(j \times j)$  fendas em cada lâmina, são dadas por:

$$A_{XX}^{11} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x11} Y_{XX}^{11} \tilde{f}_{x11} \quad (\text{VI.2.48})$$

$$A_{XX}^{12} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x11} Y_{XX}^{12} \tilde{f}_{x21} \quad (\text{VI.2.49})$$

$$A_{XX}^{21} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x21} Y_{XX}^{21} \tilde{f}_{x11} \quad (\text{VI.2.50})$$

$$A_{XX}^{22} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x21} Y_{XX}^{22} \tilde{f}_{x21} \quad (\text{VI.2.51})$$

$$B_{XZ}^{11} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x11} Y_{XZ}^{11} \tilde{f}_{z11} \quad (\text{VI.2.52})$$

$$B_{XZ}^{21} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x21} Y_{XZ}^{21} \tilde{f}_{z11} \quad (\text{VI.2.53})$$

$$B_{XZ}^{22} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x21} Y_{XZ}^{22} \tilde{f}_{z21} \quad (\text{VI.2.54})$$

$$C_{ZX}^{12} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z11} Y_{ZX}^{12} \tilde{f}_{x21} \quad (\text{VI.2.55})$$

$$C_{ZX}^{21} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z21} Y_{ZX}^{21} \tilde{f}_{x11} \quad (\text{VI.2.56})$$

$$C_{ZX}^{22} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z21} Y_{ZX}^{22} \tilde{f}_{x21} \quad (\text{VI.2.57})$$

$$D_{ZZ}^{11} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z11} Y_{ZZ}^{11} \tilde{f}_{z11} \quad (\text{VI.2.58})$$

$$D_{ZZ}^{12} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z11} Y_{ZZ}^{12} \tilde{f}_{z21} \quad (\text{VI.2.59})$$

$$D_{ZZ}^{21} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z21} Y_{ZZ}^{21} \tilde{f}_{z11} \quad (\text{VI.2.60})$$

$$\Lambda_{ZZ}^{22} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{Y_{ZZ}^{22}}{Z_{21}^{22}} \Gamma_{ZZ}^{22} \quad (\text{VI.2.61})$$

As densidades de corrente em (VI.2.28) são eliminadas no processo do método dos momentos, através do teorema de Parseval [45].

Então a constante dielétrica efetiva definida por:

$$\epsilon_{ef} = (\beta/K_0)^2 \quad (\text{VI.2.62})$$

para a estrutura em linhas de lâminas da Fig. VI.1, é obtida através da pesquisa dos zeros do determinante desta equação matricial de autovalores homogênea.

Quando  $\gamma_{(1)}$  ou  $\gamma_{(2)}$  tornam-se imaginários, as funções hiperbólicas são substituídas por funções trigonométricas, e todos os cálculos são repetidos para os três casos possíveis: a)  $\gamma_{(1)}$  e  $\gamma_{(2)}$  reais; b)  $\gamma_{(1)}$  e  $\gamma_{(2)}$  imaginários, e c)  $\gamma_{(1)}$  imaginário e  $\gamma_{(2)}$  real. Os cálculos também são refeitos e protegidos, com a finalidade de evitar possíveis "overflows" e "underflows", para valores de  $\gamma_{(i)} = 0$ ,  $i = 1, 2$  e  $\gamma_{(i)}$  reais tendendo para  $10^{+39}$ , aplicando-se regras de L' Hôpital e de limites de convergência à estrutura.

Os resultados serão então apresentados para a constante dielétrica efetiva. Somente o modo básico [20], é calculado, pois ele é o mais importante na determinação de parâmetros que conduz a projetos de circuitos integrados de ondas milimétricas. Este modo tem configurações de campos, de tal forma que, quando as lâminas são simétricas no plano-E da estrutura considerada, a constante dielétrica efetiva fornece sempre os valores mais elevados. Neste caso, somente termos espectrais pares necessitam ser considerados.

Contudo, modos de ordem mais alta, menos importantes existem [42], podendo ser excitados normalmente nas estruturas. Este trabalho abre espaço, portanto, para a análise destes modos, pelas pesquisas das soluções da constante dielétrica efetiva, com valores menores.

### VI.3. LINHAS DE LÂMINAS BILATERAIS BIDIELÉTRICAS

O desenvolvimento das novas estruturas de linhas de lâminas bilaterais contendo duas regiões dielétricas, é descrito nesta seção. Na Fig.VI.2 é mostrada a seção transversal destas estruturas, que consistem de um guia de ondas milimétricas, contendo duas linhas de lâminas condutoras e duas regiões de substratos dielétricos justapostos, localizados arbitrariamente no seu plano-E, e com fendas arbitrárias.

Para a estrutura de linhas de lâminas da Fig.VI.2, utilizando a eficiente teoria da linha de transmissão equivalente no domínio da transformada de Fourier, efetua-se uma transformação de coordenadas do sistema  $(x,z)$  para  $(u,v)$ , e obtém-se a seguinte relação entre campos elétricos e densidades de corrente :

$$\tilde{J}_u(\alpha, t) = Y_{11}^e \tilde{E}_u(\alpha, t) + Y_{13}^e \tilde{E}_u(\alpha, r) \quad (\text{VI.3.1})$$

$$\tilde{J}_u(\alpha, r) = Y_{31}^e \tilde{E}_u(\alpha, t) + Y_{33}^e \tilde{E}_u(\alpha, r) \quad (\text{VI.3.2})$$

$$\tilde{J}_v(\alpha, t) = Y_{11}^h \tilde{E}_v(\alpha, t) + Y_{13}^h \tilde{E}_v(\alpha, r) \quad (\text{VI.3.3})$$

$$e \quad \tilde{J}_v(\alpha, r) = Y_{31}^h \tilde{E}_v(\alpha, t) + Y_{33}^h \tilde{E}_v(\alpha, r) \quad (\text{VI.3.4})$$

onde  $\tilde{J}_u(\alpha, t)$ ,  $\tilde{J}_u(\alpha, r)$  e  $\tilde{J}_v(\alpha, t)$ ,  $\tilde{J}_v(\alpha, r)$  são as transformadas de Fourier das densidades de corrente, que geram os campos elétricos com transformadas  $\tilde{E}_u(\alpha, t)$ ,  $\tilde{E}_u(\alpha, r)$  e  $\tilde{E}_v(\alpha, t)$ ,  $\tilde{E}_v(\alpha, r)$ , respectivamente, para  $y = t$  e  $y = r$ , nas localizações das lâminas, para os modos TM ou 'e', e TE ou 'h' [72].

Os parâmetros  $Y_{ii}^{\ell}$ ,  $i = 1, 3, \ell = e, h$  são as admitâncias próprias em 1 e 3 na Fig. VI.2 para os modos "e" e "h", e  $Y_{im}^{\ell}$ ,  $i \neq m = 1, 3$ , são as admitâncias de transferências para os modos TM e TE, através das lâminas metálicas em 1 e 3 nesta figura, respectivamente.

Para os modos TM nas eqs.(VI.3.1) e (VI.3.2), obtém-se:

a) para as admitâncias próprias,

$$Y_{11}^e = Y_{e1}^e + Y_{d1}^e \quad (\text{VI.3.5})$$

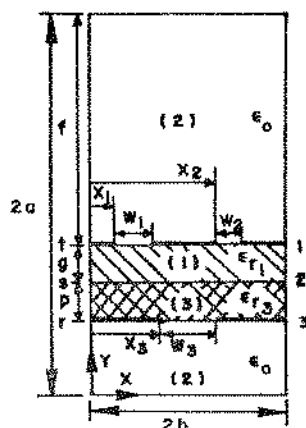


Fig. VI.2 - Seção transversal de nova estrutura de linhas de lâminas bilateral, com duas regiões dielétricas justapostas entre as lâminas metálicas. As lâminas e dielétricos estão localizados arbitrariamente no plano-E do guia de ondas milimétricas, e com fendas arbitrárias.

onde  $Y_{e1}^e$  e  $Y_{d1}^e$  são as admitâncias à esquerda e à direita de 1, na Fig. VI.2, olhando-se perpendicularmente ao eixo y, na direção x, e são dadas por:

$$Y_{e1}^e = Y_{TM(2)} \coth(\gamma_{(2)} f) \quad (\text{VI.3.6})$$

$$Y_{d1}^e = Y_{TM(1)} [Y_{TM(1)} + Y_{d2}^e \coth(\gamma_{(1)} g)] [Y_{d2}^e + Y_{TM(1)} \coth(\gamma_{(1)} g)]^{-1} \quad (\text{VI.3.7})$$

onde,

$$Y_{d2}^e = Y_{TM(3)} \coth(\gamma_{(3)} p) \quad (\text{VI.3.8})$$

$$e \quad Y_{33}^e = Y_{e3}^e + Y_{d3}^e \quad (\text{VI.3.9})$$

onde  $Y_{e3}^e$  e  $Y_{d3}^e$  são as admitâncias à esquerda e à direita de 3 na Fig. VI.2, respectivamente, no eixo y, e têm as seguintes expressões:

$$Y_{e3}^e = Y_{TM(3)} [Y_{TM(3)} + Y_{e2}^e \coth(\gamma_{(3)} p)] [Y_{e2}^e + Y_{TM(3)} \coth(\gamma_{(3)} p)]^{-1} \quad (\text{VI.3.10})$$

onde,

$$Y_{e2}^e = Y_{TM(1)} \coth(\gamma_{(1)} g) \quad (\text{VI.3.11})$$

$$e \quad Y_{d3}^e = Y_{TM(2)} \coth(\gamma_{(2)} r) \quad (\text{VI.3.12})$$

Os parâmetros f, g, p e r são as dimensões indicadas na figura, e

$$Y_{TM(1)} = j \omega \epsilon_0 \epsilon_{r(1)} / \gamma_{(1)} \quad (\text{VI.3.13})$$

$$Y_{TM(2)} = j \omega \epsilon_0 / \gamma_{(2)} \quad (\text{VI.3.14})$$

$$Y_{TM(3)} = j \omega \epsilon_0 \epsilon_{r(3)} / \gamma_{(3)} \quad (\text{VI.3.15})$$

$$\gamma_{(1)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2 \epsilon_{r(1)})^{1/2} \quad (\text{VI.3.16})$$

$$\gamma_{(2)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2)^{1/2} \quad (\text{VI.3.17})$$

$$e \quad \gamma_{(3)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2 \epsilon_{r(3)})^{1/2} \quad (\text{VI.3.18})$$

onde  $\alpha$  é a variável espectral dada em (VI.2.15);  $\beta$  é a constante de propagação na direção  $z$  e  $\gamma_{(i)}$ ,  $i=1,2,3$  é a constante de propagação na direção transversa  $y$ ,

b) para as admitâncias de transferências após um desenvolvimento detalhado da estrutura da Fig.VI.2, obtêm-se, da linha de transmissão equivalente [72],[74],

$$Y_{13}^e = \{ [\sinh(\gamma_{(3)}p) \cosh(\gamma_{(1)}g) / Y_{TM(3)}] + [\cosh(\gamma_{(3)}p) \sinh(\gamma_{(1)}g) / Y_{TM(1)}] \}^{-1} \quad (\text{VI.3.19})$$

e

$$Y_{31}^e = \{ [\sinh(\gamma_{(1)}g) \cosh(\gamma_{(3)}p) / Y_{TM(1)}] + [\cosh(\gamma_{(1)}g) \sinh(\gamma_{(3)}p) / Y_{TM(3)}] \}^{-1} \quad (\text{VI.3.20})$$

onde por exemplo  $Y_{13}^e$  é a admitância de transferência dos modos TM, que relaciona as densidades de corrente nas lâminas para  $y=t$  aos campos elétricos nas fendas para  $y=r$ .

Semelhantemente para os modos TE nas eqs.(VI.3.3) e (VI.3.4), obtêm-se:

a) para as admitâncias próprias:

$$Y_{11}^h = Y_{e1}^h + Y_{d1}^h \quad (\text{VI.3.21})$$

onde,

$$Y_{e1}^h = Y_{TE(2)} \coth(\gamma_{(2)}f) \quad (\text{VI.3.22})$$

$$Y_{d1}^h = Y_{TE(1)} [Y_{TE(1)} + Y_{d2}^h \coth(\gamma_{(1)}g) [Y_{d2}^h + Y_{TE(1)} \coth(\gamma_{(1)}g)]^{-1}] \quad (\text{VI.3.23})$$

com

$$Y_{d2}^h = Y_{TE(3)} \coth(\gamma_{(3)}p) \quad (\text{VI.3.24})$$

e

$$Y_{33}^h = Y_{e3}^h + Y_{d3}^h \quad (\text{VI.3.25})$$

onde,

$$Y_{e3}^h = Y_{TE(3)} [Y_{TE(3)} + Y_{e2}^h \coth(\gamma_{(3)}p)] [Y_{e2}^h + Y_{TE(3)} \coth(\gamma_{(3)}p)]^{-1} \quad (\text{VI.3.26})$$

$$Y_{e2}^h = Y_{TE(1)} \coth(\gamma_{(1)}g) \quad (\text{VI.3.27})$$

e

$$Y_{d3}^h = Y_{TE(2)} \coth(\gamma_{(2)}r) \quad (\text{VI.3.28})$$

As admitâncias de onda dos modos TE, nestas expressões são dadas por:

$$Y_{TE(1)} = \gamma_{(1)} / (j\omega\mu_0) \quad (\text{VI.3.29})$$

$$Y_{TE(2)} = \gamma_{(2)} / (j\omega\mu_0) \quad (\text{VI.3.30})$$

e

$$Y_{TE(3)} = \gamma_{(3)} / (j\omega\mu_0) \quad (\text{VI.3.31})$$

para as regiões dielétricas (1), (2) e (3), respectivamente.

b) para as admitâncias de transferências, obtêm-se:

$$Y_{13}^h = \{ [\sinh(\gamma_{(3)}p) \cosh(\gamma_{(1)}g) / Y_{TE(3)}] + [\cosh(\gamma_{(3)}p) \sinh(\gamma_{(1)}g) / Y_{TE(1)}] \}^{-1} \quad (\text{VI.3.32})$$

e

$$Y_{31}^h = \{ [\sinh(\gamma_{(1)}g) \cosh(\gamma_{(3)}p) / Y_{TE(1)}] + [\cosh(\gamma_{(1)}g) \sinh(\gamma_{(3)}p) / Y_{TE(3)}] \}^{-1} \quad (\text{VI.3.33})$$

Cinco possibilidades podem ocorrer nos cálculos, para a estrutura da Fig.VI.2: a)  $\gamma_{(1)}$ ,  $\gamma_{(2)}$  e  $\gamma_{(3)}$  reais; b)  $\gamma_{(1)}$ ,  $\gamma_{(2)}$  e  $\gamma_{(3)}$  imaginários; c)  $\gamma_{(2)}$  real e  $\gamma_{(1)}$  e  $\gamma_{(3)}$  imaginários; d)  $\gamma_{(1)}$  e  $\gamma_{(2)}$  reais e  $\gamma_{(3)}$  imaginário; e e)  $\gamma_{(2)}$  e  $\gamma_{(3)}$  reais e  $\gamma_{(1)}$  imaginário. Todas as expressões são então modificadas convenientemente para cada uma destas possibilidades. Como exemplo, para o caso d)  $\gamma_{(1)}$  e  $\gamma_{(2)}$  reais e  $\gamma_{(3)}$  imaginário, obtêm-se para algumas das admitâncias:



$$Y_{13}^e = j \{ [-\text{sen}(\gamma_{(3)}p) \cosh(\gamma_{(1)}g) / Y_{TM(3)}] + \\ + [\text{senh}(\gamma_{(1)}g) \cos(\gamma_{(3)}p) / Y_{TM(1)}] \}^{-1} \quad (\text{VI.3.34})$$

com

$$Y_{TM(1)} = |j \omega \epsilon_0 \epsilon_{r(1)} / \gamma_{(1)}| \quad (\text{VI.3.35})$$

e

$$Y_{TM(3)} = \omega \epsilon_0 \epsilon_{r(3)} / \gamma_{(3)} \quad (\text{VI.3.36})$$

para a admitância de transferência  $Y_{13}^c$  dos modos TM e, para a admitância própria  $Y_{33}^h$  obtêm-se:

$$Y_{33}^h = Y_{e3}^h + Y_{d3}^h \quad (\text{VI.3.37})$$

onde,

$$Y_{e3}^h = j Y_{TE(3)} \left[ Y_{TE(3)} + Y_{e2}^h \frac{\cos(\gamma_{(3)}p)}{\text{sen}(\gamma_{(3)}p)} \right] \left[ -Y_{e2}^h + Y_{TE(3)} \frac{\cos(\gamma_{(3)}p)}{\text{sen}(\gamma_{(3)}p)} \right]^{-1} \quad (\text{VI.3.38})$$

$$Y_{e2}^h = j Y_{TE(1)} / \text{tgh}(\gamma_{(1)}g) \quad (\text{VI.3.39})$$

e

$$Y_{d3}^h = j Y_{TE(2)} \coth(\gamma_{(2)}r) \quad (\text{VI.3.40})$$

onde,

$$Y_{TE(1)} = -|j \gamma_{(1)} / (\omega \mu_0)| \quad (\text{VI.3.41})$$

$$Y_{TE(2)} = -|j \gamma_{(2)} / (\omega \mu_0)| \quad (\text{VI.3.42})$$

e

$$Y_{TE(3)} = \gamma_{(3)} / (\omega \mu_0) \quad (\text{VI.3.43})$$

e assim por diante, para todas expressões e possibilidades de  $\gamma_{(i)}$ ,  $i = 1, 2, 3$  reais e imaginários.

Conhecendo-se as admitâncias próprias e de transferências no sistema  $(u, v)$  retorna-se ao sistema de coordenadas  $(x, z)$ . Com esta transformação de coordenadas, e após desenvolvimentos matemáticos, obtêm-se a seguinte equação matricial não homogênea, relacionando os campos elétricos às densidades de corrente :

$$\begin{bmatrix} \tilde{J}_X(\alpha, t) \\ \tilde{J}_X(\alpha, r) \\ \tilde{J}_Z(\alpha, t) \\ \tilde{J}_Z(\alpha, r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{XX}^{11} & Y_{XX}^{13} & Y_{XZ}^{11} & Y_{XZ}^{13} \\ Y_{XX}^{31} & Y_{XX}^{33} & Y_{XZ}^{31} & Y_{XZ}^{33} \\ Y_{ZX}^{11} & Y_{ZX}^{13} & Y_{ZZ}^{11} & Y_{ZZ}^{13} \\ Y_{ZX}^{31} & Y_{ZX}^{33} & Y_{ZZ}^{31} & Y_{ZZ}^{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_X(\alpha, t) \\ \tilde{E}_X(\alpha, r) \\ \tilde{E}_Z(\alpha, t) \\ \tilde{E}_Z(\alpha, r) \end{bmatrix} \quad (\text{VI.3.44})$$

onde as admitâncias próprias e de transferência neste sistema (x,z) são dadas por:

$$Y_{XX}^{11} = Y_{11}^e N_x^2 + Y_{11}^h N_z^2 \quad (\text{VI.3.45})$$

$$Y_{XX}^{13} = Y_{13}^e N_x^2 + Y_{13}^h N_z^2 \quad (\text{VI.3.46})$$

$$Y_{XX}^{31} = Y_{31}^e N_x^2 + Y_{31}^h N_z^2 \quad (\text{VI.3.47})$$

$$Y_{XX}^{33} = Y_{33}^e N_x^2 + Y_{33}^h N_z^2 \quad (\text{VI.3.48})$$

$$Y_{XZ}^{11} = Y_{ZX}^{11} = N_x N_z (Y_{11}^e - Y_{11}^h) \quad (\text{VI.3.49})$$

$$Y_{XZ}^{13} = Y_{XZ}^{13} = N_z N_z (Y_{13}^e - Y_{13}^h) \quad (\text{VI.3.50})$$

$$Y_{XZ}^{31} = Y_{ZX}^{31} = N_x N_z (Y_{31}^e - Y_{31}^h) \quad (\text{VI.3.51})$$

$$Y_{XZ}^{33} = Y_{ZX}^{33} = N_x N_z (Y_{33}^e - Y_{33}^h) \quad (\text{VI.3.52})$$

$$Y_{ZZ}^{11} = Y_{11}^h N_x^2 + Y_{11}^e N_z^2 \quad (\text{VI.3.53})$$

$$Y_{ZZ}^{13} = Y_{13}^h N_x^2 + Y_{13}^e N_z^2 \quad (\text{VI.3.54})$$

$$Y_{ZZ}^{31} = Y_{31}^h N_x^2 + Y_{31}^e N_z^2 \quad (\text{VI.3.55})$$

$$Y_{ZZ}^{33} = Y_{33}^h N_x^2 + Y_{33}^e N_z^2 \quad (\text{VI.3.56})$$

$N_x$  e  $N_z$  são definidas em (VI.2.41) e (VI.2.42).

A etapa seguinte consiste em se eliminar as densidades de corrente e em se expandir os campos elétricos em termos de funções base na eq.(VI.3.44). Estas funções base definidas em função de  $x$ , foram definidas nas eqs.(IV.3.25) e (IV.3.26), e a expansão dos campos agora é realizada para as fendas em  $y = t$  e  $y = r$  como:

$$\tilde{E}_x(\alpha, t) = \sum_{\ell=1}^{L_1} a_{xj\ell} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha, t) \quad (\text{VI.3.57})$$

$$\tilde{E}_x(\alpha, r) = \sum_{\ell=1}^{L_2} a_{xj\ell} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha, r) \quad (\text{VI.3.58})$$

$$\tilde{E}_z(\alpha, t) = \sum_{m=1}^{M_1} a_{zjm} \tilde{f}_{zjm}(\alpha, t) \quad (\text{VI.3.59})$$

$$\tilde{E}_z(\alpha, r) = \sum_{m=1}^{M_2} a_{zjm} \tilde{f}_{zjm}(\alpha, r) \quad (\text{VI.3.60})$$

onde os coeficientes  $a_{xj\ell}$ ,  $a_{zjm}$  são constantes não conhecidas para as localizações das lâminas, e as transformadas de Fourier destas funções base são obtidas no Apêndice A. Por exemplo, algumas destas funções, bem apropriadas para as fendas na estrutura de linhas da Fig.VI.2 são descritas como:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{x2\ell}(\alpha_n, t) = & 0,25\pi W_2 e^{j\alpha_n(x_2+0,5W_2)} \{e^{j\ell\pi/2} J_0[0,5(\alpha_n W_2 + \ell\pi)] + \\ & + e^{-j\ell\pi/2} J_0[0,5(\alpha_n W_2 - \ell\pi)]\} \end{aligned} \quad (\text{VI.3.61})$$

para as funções  $\ell$ , que compõem os campos na direção  $x$ , da fenda 2 para  $y = t$ , na figura, e

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{z3m}(\alpha_n, r) = & j0,25\pi W_3 e^{j\alpha_n(x_3+0,5W_3)} \{e^{jm\pi/2} J_0[0,5(\alpha_n W_3 + m\pi)] - \\ & - e^{-jm\pi/2} J_0[0,5(\alpha_n W_3 - m\pi)]\} \end{aligned} \quad (\text{VI.3.62})$$

para as funções  $m$ , que compõem os campos na direção  $z$ , da fenda 3 para  $y = r$ , nesta figura.

O eficaz método dos momentos é em seguida aplicado à eq. (VI.3.44). Como um resultado dos produtos escalares efetuados com funções peso iguais às funções base, eliminam-se as densidades de corrente através do uso do teorema de Parseval [45], e obtém-se a seguinte equação matricial de autovalores homogênea:

$$\begin{bmatrix}
 A_{XX}^{11} & \dots & A_{XX}^{1L_1} & A_{XX}^{13} & \dots & A_{XX}^{1L_2} & B_{XZ}^{11} & \dots & B_{XZ}^{1M_1} & B_{XZ}^{13} & \dots & B_{XZ}^{1M_2} \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 A_{XX}^{L_1 1} & \dots & A_{XX}^{L_1 L_1} & A_{XX}^{L_1 3} & \dots & A_{XX}^{L_1 L_2} & B_{XZ}^{L_1 1} & \dots & B_{XZ}^{L_1 M_1} & B_{XZ}^{L_1 3} & \dots & B_{XZ}^{L_1 M_2} \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 A_{XX}^{31} & \dots & A_{XX}^{3L_1} & A_{XX}^{33} & \dots & A_{XX}^{3L_2} & B_{XZ}^{31} & \dots & B_{XZ}^{3M_1} & B_{XZ}^{33} & \dots & B_{XZ}^{3M_2} \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 A_{XX}^{L_2 1} & \dots & A_{XX}^{L_2 L_1} & A_{XX}^{L_2 3} & \dots & A_{XX}^{L_2 L_2} & B_{XZ}^{L_2 1} & \dots & B_{XZ}^{L_2 M_1} & B_{XZ}^{L_2 3} & \dots & B_{XZ}^{L_2 M_2} \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 C_{ZX}^{11} & \dots & C_{ZX}^{1L_1} & C_{ZX}^{13} & \dots & C_{ZX}^{1L_2} & D_{ZZ}^{11} & \dots & D_{ZZ}^{1M_1} & D_{ZZ}^{13} & \dots & D_{ZZ}^{1M_2} \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 C_{ZX}^{M_1 1} & \dots & C_{ZX}^{M_1 L_1} & C_{ZX}^{M_1 3} & \dots & C_{ZX}^{M_1 L_2} & D_{ZZ}^{M_1 1} & \dots & D_{ZZ}^{M_1 M_1} & D_{ZZ}^{M_1 3} & \dots & D_{ZZ}^{M_1 M_2} \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 C_{ZX}^{31} & \dots & C_{ZX}^{3L_1} & C_{ZX}^{33} & \dots & C_{ZX}^{3L_2} & D_{ZZ}^{31} & \dots & D_{ZZ}^{3M_1} & D_{ZZ}^{33} & \dots & D_{ZZ}^{3M_2} \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 C_{ZX}^{M_2 1} & \dots & C_{ZX}^{M_2 L_1} & C_{ZX}^{M_2 3} & \dots & C_{ZX}^{M_2 L_2} & D_{ZZ}^{M_2 1} & \dots & D_{ZZ}^{M_2 M_1} & D_{ZZ}^{M_2 3} & \dots & D_{ZZ}^{M_2 M_2}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 a_{x11} \\
 \vdots \\
 a_{x1L_1} \\
 \vdots \\
 a_{x31} \\
 \vdots \\
 a_{x3L_2} \\
 \vdots \\
 a_{z11} \\
 \vdots \\
 a_{z1M_1} \\
 \vdots \\
 a_{z31} \\
 \vdots \\
 a_{z3M_2}
 \end{bmatrix}
 = 0$$

(VI.3.63)

onde alguns termos da matriz quadrada são dados por:

$$A_{XX}^{11} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x11} Y_{XX}^{11} \tilde{f}_{x11} \tag{VI.3.64}$$

$$A_{XX}^{31} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x31} Y_{XX}^{31} \tilde{f}_{x11} \tag{VI.3.65}$$

$$A_{XX}^{33} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x31} Y_{XX}^{33} \tilde{f}_{x31} \tag{VI.3.66}$$

$$B_{XZ}^{11} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x11} Y_{XZ}^{11} \tilde{f}_{z31} \quad (\text{VI.3.67})$$

$$B_{XZ}^{13} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{x11} Y_{XZ}^{13} \tilde{f}_{z31} \quad (\text{VI.3.68})$$

$$C_{ZX}^{11} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z11} Y_{ZX}^{11} \tilde{f}_{x11} \quad (\text{VI.3.69})$$

$$C_{ZX}^{31} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z31} Y_{ZX}^{31} \tilde{f}_{x11} \quad (\text{VI.3.70})$$

$$C_{ZX}^{33} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z31} Y_{ZX}^{33} \tilde{f}_{x31} \quad (\text{VI.3.71})$$

$$D_{ZZ}^{13} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z11} Y_{ZZ}^{13} \tilde{f}_{z31} \quad (\text{VI.3.72})$$

$$D_{ZZ}^{33} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{z31} Y_{ZZ}^{33} \tilde{f}_{z31} \quad (\text{VI.3.73})$$

Operações matriciais são então efetuadas na eq.(VI.3.61) , e o seu determinante,  $\Delta$ , é calculado através de submatrizes A, B, C e D da forma [71],

$$\Delta = |A| \cdot |D - CA^{-1}B| \quad (\text{VI.3.74})$$

Após os cálculos serem refeitos para outras proteções computacionais com valores limites de  $\gamma_{(i)}$ ,  $i = 1, 2, 3$ , a constante dielétrica efetiva, é obtida através da pesquisa dos zeros deste determinante. Na seção seguinte, resultados numéricos são apresentados, e são obtidos por técnicas de iteração numérica de Mueller [49],[61] . Estes resultados serão apresentados para o modo básico na estrutura [20], cujas configurações de campos são de tal forma que, quando as lâminas são simétricas no plano-E do guia de ondas, obtêm-se sempre os valores mais altos da constante dielétrica efetiva.

#### VI.4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Resultados numéricos foram obtidos por meio de programas de computador em FORTRAN-IV, usando um sistema DEC-10. Estes resultados têm mostrado uma grande convergência, e confirmam a eficiência do método no domínio espectral. Dados foram obtidos para linhas de lâminas em guia de ondas retangular WR-28 ( $2a = 7,112$  mm e  $2b = 3,556$  mm), e para a frequência de 35 GHz, contudo outros guias de onda e outras frequências podem ser consideradas.

Os modos básicos, citados nas seções anteriores, são os apresentados.

Diferentes localizações das lâminas e dielétricos no plano-E do guia, diferentes espessuras e permissividades dielétricas e diferentes larguras das fendas, são analisadas para a constante dielétrica efetiva.

Na Fig.VI.3, curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , como uma função da largura da fenda,  $W_2$ , para uma estrutura de linha de lâminas bilateral, contendo uma única camada dielétrica, é mostrada. A largura da fenda,  $W_1$ , é mantida constante e igual a 0,2 mm. As lâminas metálicas e dielétrico estão localizados simétrico ou assimetricamente no plano-E do guia de ondas retangular. A espessura da camada dielétrica é  $g = 0,25$  mm, e o centro da fenda está localizado em  $s = 1,778$  mm.

Nota-se que, para  $AS = 3,4935$  mm (posição de simetria no plano-E para o guia de onda retangular), há uma concordância com os resultados obtidos por Schmidt e Itoh [20]. A Fig. VI.3 também mostra que a constante dielétrica efetiva decresce quando as lâminas metálicas são deslocadas de  $AS = 3,4935$  mm para  $AS = 1,653$  mm; semelhante verificação é efetuada para as lâminas unilaterais do Cap.IV, o que é esperado. Resultados idênticos foram obtidos para  $AS = 5,209$  mm, e com  $W_1$  substituído por  $W_2$ , e vice-versa.

Os resultados para linhas de lâminas bilaterais com duas camadas dielétricas, tendo as lâminas metálicas e os dielétricos localizados no plano-E e centrados para o guia de ondas, são mostrados na Fig. VI.4. A espessura de ambos os dielétricos são iguais e dadas por  $p = g = 0,125$  mm. As fendas são localizadas no centro das lâminas.

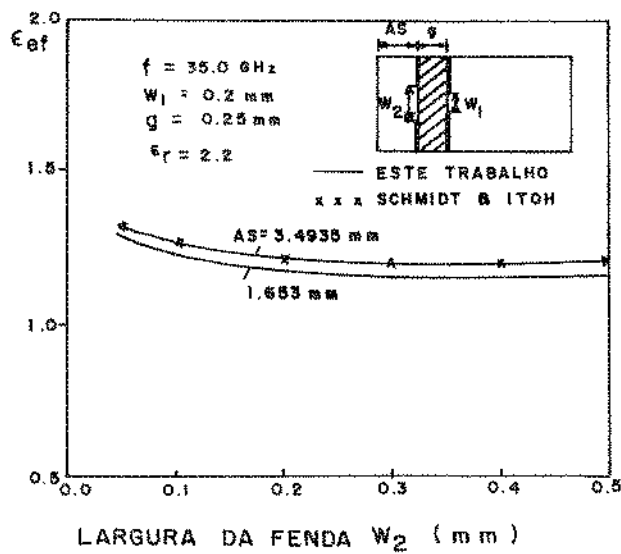


Fig. VI.3 - Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef} = (\beta/K_0)^2$ , em função da largura da fenda,  $W_2$ , para uma nova estrutura de linhas de lâminas bilaterais, contendo uma única região dielétrica, arbitrariamente localizada no plano-E do guia de ondas milimétricas.

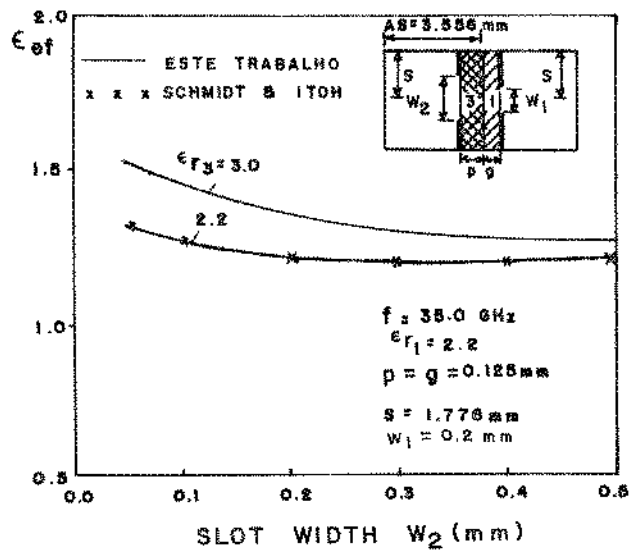


Fig. VI.4 - Curvas de constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da largura da fenda,  $W_2$ , para novas linhas de lâminas bilaterais com duas regiões dielétricas, e diferentes permissividades.



Uma das fendas foi mantida constante e igual a  $W_1 = 0,2$  mm, enquanto a outra foi variada de  $W_2 = 0,05$  mm a  $W_2 = 0,5$  mm.

Então, a constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , foi calculada em função de  $W_2$ , para dois diferentes pares de camadas dielétricas. Um destes, consistiu de dois dielétricos idênticos, com permissividades relativas  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r3} = 2,2$ , o que seria idêntico a uma camada dielétrica com espessura  $g = 0,25$  mm. A Fig. VI.4 mostra a concordância com os resultados obtidos por Schmidt e Itoh [20] para uma linha de lâminas bilateral com uma única camada dielétrica. O outro par de dielétricos consistiu de dois dielétricos diferentes com permissividades relativas,  $\epsilon_{r1} = 2,2$  e  $\epsilon_{r3} = 3,0$ . Observa-se que um aumento em  $\epsilon_{r3}$  causa um apreciável aumento no valor de  $\epsilon_{ef}$ . Como esperado, resultados idênticos, foram obtidos por intercâmbiar  $\epsilon_{r1}$  por  $\epsilon_{r3}$  e  $W_1$  por  $W_3$ .

#### VI.5. CONCLUSÃO

Neste capítulo, duas novas estruturas de linhas de lâminas para ondas milimétricas, foram desenvolvidas: 1. as linhas de lâminas bilaterais unidielétrica localizada arbitrariamente no plano-E do guia de ondas, e 2. as linhas de lâminas bilaterais bidielétricas localizadas arbitrariamente no plano-E do guia de ondas milimétricas.

O método de análise utilizado consiste em se usar o conceito da linha de transmissão equivalente no domínio espectral da transformada de Fourier, através do eficaz método dos momentos.

Resultados foram apresentados eficientemente para a constante dielétrica efetiva destas estruturas bilaterais, para várias larguras das fendas, diferentes permissividades e espessuras dielétricas, e diferentes localizações das lâminas no plano-E do guia de ondas.

Os cálculos foram efetuados através da elaboração de programas em linguagem FORTRAN-IV, a partir do estudo desenvolvido, e apresentaram uma grande eficiência numérica e computacional.

Os cálculos foram efetuados para o modo básico [20] nas estruturas, e este trabalho abre espaço para a determinação de modos de ordem mais alta, com valores menores da constante dielétrica efetiva.

CAPÍTULO VII

LINHAS DE LÂMINAS TRILATERAIS:  
NOVAS ESTRUTURAS DE MICROONDAS

## VII.1. INTRODUÇÃO

As linhas de lâminas trilaterais, **as mais novas** estruturas para ondas milimétricas em microondas, são desenvolvidas e propostas neste capítulo. Estas estruturas são constituídas de três linhas condutoras de lâminas metálicas, separadas por regiões de substratos dielétricos, adaptados simétrica ou assimetricamente no plano-E de pequenos guias retangulares de ondas milimétricas. Na Fig. VII.1, uma destas estruturas trilaterais é mostrada, contendo fendas arbitrárias.

O método de análise aplicado a estas linhas de lâminas trilaterais consiste em utilizar o eficiente conceito da linha de transmissão equivalente na direção transversa das estruturas, no domínio espectral da transformada de Fourier, através do poderoso método dos momentos [72],[74].

Uma rápida convergência computacional é obtida, com a utilização da expansão dos campos em termos de funções base, adequadamente escolhidas para as fendas da estrutura.

Vários resultados numéricos são apresentados para a constante dielétrica efetiva destas modernas estruturas de linhas de lâminas trilaterais, em função da largura de diferentes fendas e da frequência. Também são considerados resultados para diferentes espessuras de dielétricos, diferentes permissividades e diferentes localizações das lâminas e dielétricos no plano-E do guia de ondas milimétricas.

## VII.2. TEORIA DAS LINHAS DE LÂMINAS TRILATERAIS

Nesta seção, o estudo das novas estruturas de linhas de lâminas trilaterais é desenvolvido. Estas estruturas consistem de guias de ondas milimétricas com três linhas de lâminas metálicas condutoras, separadas por regiões dielétricas com permissividades quaisquer, adaptadas no plano-E dos guias.

O método analítico desenvolvido para estas estruturas, fundamenta-se no teoria da linha de transmissão equivalente no domínio da transformada de Fourier [72].

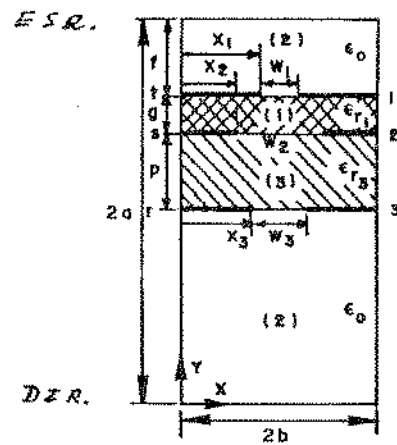


Fig. VII.1 - Seção transversal de uma nova estrutura de ondas milimétricas, as Linhas de Lâminas Trilaterais. Nesta estrutura, as lâminas com fendas arbitrárias e os dielétricos, estão localizados arbitrariamente no plano-E do guia de ondas, com dimensões internas  $2a$  e  $2b$ .

No estudo considera-se a existência de propagação na direção transversa  $y$ , da estrutura trilateral da Fig. VII.1, no domínio espectral. Para isso, inicia-se a teoria removendo-se as lâminas metálicas das interfaces dielétricas para os locais em  $y$  iguais a  $r, s$  e  $t$ . A estrutura resultante consiste de um guia de ondas retangular não homogêneo, com diferentes regiões dielétricas uniformes, ao longo do eixo  $z$ .

Dessa forma, os campos elétricos e magnéticos consistem de modos híbridos Transversais Elétricos em  $y$  e Transversais Magnéticos em  $y$ . Os campos são então calculados através das componentes  $\tilde{E}_y$  e  $\tilde{H}_y$  somente, definidos por:

$$\tilde{E}_y(\alpha, y) = \int_{-\infty}^{\infty} E_y(x, y) e^{j\alpha x} dx = \int_0^{2b} E_y(x, y) e^{j\alpha x} dx \quad (\text{VII.2.1})$$

para as transformadas de Fourier, das componentes espectrais do campo elétrico na direção transversal  $y$ , e

$$\tilde{H}_y(\alpha, y) = \int_0^{2b} H_y(x, y) e^{j\alpha x} dx \quad (\text{VII.2.2})$$

para as transformadas de Fourier, das componentes espectrais do campo magnético, e onde

$$\alpha = \alpha_n = \frac{n\pi}{2b}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (\text{VII.2.3})$$

é a constante de separação espectral na direção  $x$ .

As outras componentes dos campos podem ser determinadas, através das Equações de Maxwell no domínio espectral,

$$\nabla_x \tilde{E} = -j\omega\mu_0 \tilde{H} \quad (\text{VII.2.4})$$

$$\text{e} \quad \nabla_x \tilde{H} = j\omega\epsilon_0 \epsilon_r(i) \tilde{E} \quad (\text{VII.2.5})$$

das quais obtêm-se, após vários desenvolvimentos,

$$\tilde{E}_T = \frac{1}{j\omega\epsilon(i)} \nabla_T \times \tilde{H}_y + \frac{1}{K^2(i)} \nabla_y \times \nabla_T \times \tilde{E}_y + \frac{1}{K^2(i)} \nabla_y \times \nabla_y \times \tilde{E}_T \quad (\text{VII.2.6})$$

$$\vec{H}_T = -\frac{1}{j\omega\mu_0} \nabla_T \times \vec{E}_y + \frac{1}{K_{(i)}^2} \nabla_y \times \nabla_T \times \vec{H}_y + \frac{1}{K_{(i)}^2} \nabla_y \times \nabla_y \times \vec{H}_T \quad (\text{VII.2.7})$$

onde o subíndice "T" refere-se aos termos transversais a y, i refere-se à região dielétrica,  $\epsilon_{(i)}$  a permissividade da i-ésima região dielétrica;  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética no vácuo;  $\omega = 2\pi f$  é a frequência angular dada em radianos por segundo, e

$$K_{(i)}^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_{(i)} \quad (\text{VII.2.8})$$

onde  $K_{(i)}$  é o número de onda na região dielétrica (i),  $i = 1, 2, 3$ .

As transformadas inversas de Fourier das expressões (VII.2.1) e (VII.2.2) são então determinadas. Para a componente elétrica,

$$E_y(x, y) e^{-j\beta z} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_y(\alpha, y) e^{-j(\alpha x + \beta z)} d\alpha \quad (\text{VII.2.9})$$

que, fazendo uso de (VII.2.3), pode ser expressa em termos de somatórios espectrais nas estruturas de linhas de lâminas, ou seja,

$$\vec{E}_y = E_y(x, y) e^{-j\beta z} = \frac{1}{4b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_y(\alpha_n, y) e^{-j(\alpha_n x + \beta z)} \quad (\text{VII.2.10})$$

onde  $\beta$  é a constante de propagação na direção longitudinal z da estrutura.

Para a componente magnética obtém-se,

$$\vec{H}_y = H_y(x, y) e^{-j\beta z} = \frac{1}{4b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_y(\alpha_n, y) e^{-j(\alpha_n x + \beta z)} \quad (\text{VII.2.11})$$

Verificam-se das expressões (VII.2.10) e (VII.2.11), que os campos são superposições de ondas planas não homogêneas propagando-se nas direções x e z. Isto significa que estas ondas planas se propagam numa direção u fazendo um ângulo  $\theta$  com o eixo z, resultante de uma transformação de coordenadas de (x, z) para (u, v), indicada na Fig. IV.2.a. Desta transformação resulta,

$$\hat{u} = N_x \cdot \hat{x} + N_z \cdot \hat{z} \quad (\text{VII.2.12})$$

$$\hat{v} = -N_z \cdot \hat{x} + N_x \cdot \hat{z} \quad (\text{VII.2.13})$$

e conseqüentemente,

$$\hat{x} = N_x \cdot \hat{u} - N_z \cdot \hat{v} \quad (\text{VII.2.14})$$

$$e \quad \hat{z} = N_z \cdot \hat{u} + N_x \cdot \hat{v} \quad (\text{VII.2.15})$$

onde,

$$N_x = \text{sen} \theta = \alpha / (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} \quad (\text{VII.2.16})$$

$$e \quad N_z = \text{cos} \theta = \beta / (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} \quad (\text{VII.2.17})$$

Agora, os campos são decompostos em ondas TM em y com componentes  $\tilde{E}_y$ ,  $\tilde{E}_u$  e  $\tilde{H}_v$ , e em ondas TE em y com componentes  $\tilde{H}_y$ ,  $\tilde{H}_u$  e  $\tilde{E}_v$ . Neste sistema de coordenadas (u,v) as expressões (VII.2.6) e (VII.2.7) para as quais os rotacionais e Laplacianos são desenvolvidos, obtêm-se:

a) para os primeiros termos à direita,

$$\nabla_T \times \tilde{H}_y = -j(\alpha N_x + \beta N_z) \tilde{H}_y \hat{v} \quad (\text{VII.2.18})$$

$$e \quad \nabla_T \times \tilde{E}_y = -j(\alpha N_x + \beta N_z) \tilde{E}_y \hat{v} \quad (\text{VII.2.19})$$

b) para os segundos termos à direita,

$$\nabla_y \times \nabla_T \times \tilde{E}_y = -j(\alpha N_x + \beta N_z) \frac{\partial}{\partial y} \tilde{E}_y \hat{u} \quad (\text{VII.2.20})$$

$$e \quad \nabla_y \times \nabla_T \times \tilde{H}_y = -j(\alpha N_x + \beta N_z) \frac{\partial}{\partial y} \tilde{H}_y \hat{u} \quad (\text{VII.2.21})$$

c) e para os terceiros termos à direita das eqs.(VII.2.6) e (VII.2.7) obtêm-se,

$$\nabla_y \times \nabla_y \times \tilde{E}_T = -\gamma_{(i)}^2 \tilde{E}_T \quad (\text{VII.2.22})$$

$$e \quad \nabla_y \times \nabla_y \times \tilde{H}_T = -\gamma_{(i)}^2 \tilde{H}_T \quad (\text{VII.2.23})$$

onde,

$$\gamma_{(i)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2 \epsilon_{r(i)})^{1/2} \quad (\text{VII.2.24})$$

é a constante de propagação na direção transversa y da estrutura de linhas de lâminas da Fig.VII.1, para as regiões dielétricas,  $i = 1, 2, 3$ .

Uma substituição das expressões (VII.2.18) a (VII.2.23) nas eqs.(VII.2.6) e (VII.2.7) fornece, após manipulações matemáticas e separações das componentes transversas,

a) para os modos TM a y ( $\tilde{E}_y \neq 0, \tilde{H}_y = 0$ ),

$$\tilde{E}_u(i) = -j \frac{(\alpha N_x + \beta N_z)}{(K_{(i)}^2 + \gamma_{(i)}^2)} \frac{\partial}{\partial y} \tilde{E}_y(i) \quad (\text{VII.2.25})$$

e

$$\tilde{H}_v(i) = \frac{K_{(i)}^2}{(K_{(i)}^2 + \gamma_{(i)}^2)} \frac{(\alpha N_x + \beta N_z)}{\omega \mu_0} \tilde{E}_y(i) \quad (\text{VII.2.26})$$

b) para os modos TE a y ( $\tilde{H}_y \neq 0, \tilde{E}_y = 0$ ),

$$\tilde{E}_v(i) = - \frac{K_{(i)}^2}{(K_{(i)}^2 + \gamma_{(i)}^2)} \frac{(\alpha N_x + \beta N_z)}{\omega \epsilon_0 \epsilon_{r(i)}} \tilde{H}_y(i) \quad (\text{VII.2.27})$$

e

$$\tilde{H}_u(i) = -j \frac{(\alpha N_x + \beta N_z)}{(K_{(i)}^2 + \gamma_{(i)}^2)} \frac{\partial}{\partial y} \tilde{H}_y(i) \quad (\text{VII.2.28})$$

Estes campos de modos híbridos TM e TE na direção transversa y, são então relacionados, considerando variação temporal positiva [75]-[76] para fornecer as admitâncias de ondas, nas regiões dielétricas, que são definidas por:

$$Y_{TM(i)} = \frac{\tilde{H}_v(i)}{\tilde{E}_u(i)} = j \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_{r(i)}}{\gamma_{(i)}} \quad (\text{VII.2.29})$$



$$e \quad Y_{TE(i)} = - \frac{\tilde{H}_u(i)}{\tilde{E}_v(i)} = \frac{Y(i)}{j \omega \mu_0} \quad (\text{VII.2.30})$$

para as admitâncias de onda TM e TE, respectivamente, nas  $i$ -ésimas regiões dielétricas.

Tendo-se feito o estudo da estrutura não homogênea sem metalização, retornam-se às linhas de lâminas da Fig. VII.1 originais, contendo as lâminas metálicas nas interfaces dielétricas para  $y = r$ ,  $s$  e  $t$ .

O modelo da linha de transmissão equivalente, como aquele da Fig. IV.2.b, é então utilizado para a estrutura de linhas de lâminas trilaterais da Fig. VII.1. Densidades de corrente, provenientes dos campos magnéticos, são aplicadas às lâminas metálicas, para as componentes  $u$  e  $v$ . As componentes de densidades de corrente  $\tilde{J}_u(\alpha, t)$ ,  $\tilde{J}_u(\alpha, s)$  e  $\tilde{J}_u(\alpha, r)$  geram os campos de ondas TM,  $\tilde{E}_u(\alpha, t)$ ,  $\tilde{E}_u(\alpha, s)$  e  $\tilde{E}_u(\alpha, r)$ , enquanto as componentes de densidades de corrente  $\tilde{J}_v(\alpha, t)$ ,  $\tilde{J}_v(\alpha, s)$  e  $\tilde{J}_v(\alpha, r)$  geram os campos de ondas TE,  $\tilde{E}_v(\alpha, t)$ ,  $\tilde{E}_v(\alpha, s)$  e  $\tilde{E}_v(\alpha, r)$ , respectivamente.

No sistema de coordenadas  $(u, v, y)$ , portanto, as transformadas de Fourier dos campos elétricos nas fendas relacionam-se às transformadas de Fourier das densidades de corrente nas lâminas para  $y = t$ ,  $y = s$  e  $y = r$ , através das seguintes equações:

$$\tilde{J}_u(\alpha, t) = Y_{11}^e \tilde{E}_u(\alpha, t) + Y_{12}^e \tilde{E}_u(\alpha, s) + Y_{13}^e \tilde{E}_u(\alpha, r) \quad (\text{VII.2.31})$$

$$\tilde{J}_u(\alpha, s) = Y_{21}^e \tilde{E}_u(\alpha, t) + Y_{22}^e \tilde{E}_u(\alpha, s) + Y_{23}^e \tilde{E}_u(\alpha, r) \quad (\text{VII.2.32})$$

$$\tilde{J}_u(\alpha, r) = Y_{31}^e \tilde{E}_u(\alpha, t) + Y_{32}^e \tilde{E}_u(\alpha, s) + Y_{33}^e \tilde{E}_u(\alpha, r) \quad (\text{VII.2.33})$$

$$\tilde{J}_v(\alpha, t) = Y_{11}^h \tilde{E}_v(\alpha, t) + Y_{12}^h \tilde{E}_v(\alpha, s) + Y_{13}^h \tilde{E}_v(\alpha, r) \quad (\text{VII.2.34})$$

$$\tilde{J}_v(\alpha, s) = Y_{21}^h \tilde{E}_v(\alpha, t) + Y_{22}^h \tilde{E}_v(\alpha, s) + Y_{23}^h \tilde{E}_v(\alpha, r) \quad (\text{VII.2.35})$$

$$\tilde{J}_v(\alpha, r) = Y_{31}^h \tilde{E}_v(\alpha, t) + Y_{32}^h \tilde{E}_v(\alpha, s) + Y_{33}^h \tilde{E}_v(\alpha, r) \quad (\text{VII.2.36})$$

onde as três primeiras expressões são para os modos TM e as outras três para os modos TE.

Os parâmetros  $Y_{ii}^e$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $l = e, h$  são as admitâncias

próprias em 1, 2 e 3 na Fig. VII.1, para os modos "e" e "h", e  $Y_{im}^2$ ,  $i \neq m = 1, 2, 3$ , são as admitâncias de transferências para os modos TM e TE, através das lâminas metálicas em 1, 2 e 3 na mesma figura, relacionando a densidade de corrente na lâmina i, ao campo elétrico na lâmina m.

Para os modos TM nas eqs. (VII.2.31) a (VII.2.35), obtém-se:

a) para as admitâncias próprias,

$$Y_{11}^e = Y_{e1}^e + Y_{d1}^e \quad (\text{VII.2.37})$$

onde  $Y_{e1}^e$  e  $Y_{d1}^e$  são as admitâncias à esquerda e à direita de 1 na Fig. VII.1, respectivamente, olhando-se perpendicularmente ao eixo y, na direção x, e são dadas por:

$$Y_{e1}^e = Y_{TM(2)} \coth(\gamma_{(2)} f) \quad (\text{VII.2.38})$$

$$Y_{d1}^e = Y_{TM(1)} \coth(\gamma_{(1)} g) \quad (\text{VII.2.39})$$

$$Y_{22}^e = Y_{e2}^e + Y_{d2}^e \quad (\text{VII.2.40})$$

onde  $Y_{e2}^e$  e  $Y_{d2}^e$  são as admitâncias à esquerda e à direita de 2 na Fig. VII.1, respectivamente, olhando-se perpendicularmente ao eixo y, na direção x, e são dadas por:

$$Y_{e2}^e = Y_{TM(1)} \coth(\gamma_{(1)} g) \quad (\text{VII.2.41})$$

$$Y_{d2}^e = Y_{TM(3)} \coth(\gamma_{(3)} p) \quad (\text{VII.2.42})$$

$$e \quad Y_{33}^e = Y_{e3}^e + Y_{d3}^e \quad (\text{VII.2.43})$$

onde  $Y_{e3}^e$  e  $Y_{d3}^e$  são as admitâncias à esquerda e à direita de 3 na Fig. VII.1, respectivamente, no eixo y, e são dadas por:

$$Y_{e3}^e = Y_{TM(3)} \coth(\gamma_{(3)} p) \quad (\text{VII.2.44})$$

$$e \quad Y_{d3}^e = Y_{TM(2)} \coth(\gamma_{(2)} r) \quad (\text{VII.2.45})$$

Os parâmetros  $f$ ,  $g$ ,  $p$  e  $r$  são as dimensões indicadas na figura, e as admitâncias de onda TM são obtidas da eq.(VII.2.29),

$$Y_{TM(1)} = j \omega \epsilon_0 \epsilon_{r(1)} / \gamma_{(1)} \quad (\text{VII.2.46})$$

$$Y_{TM(2)} = j \omega \epsilon_0 / \gamma_{(2)} \quad (\text{VII.2.47})$$

e 
$$Y_{TM(3)} = j \omega \epsilon_0 \epsilon_{r(3)} / \gamma_{(3)} \quad (\text{VII.2.48})$$

onde  $\gamma_{(i)}$  é obtido de (VII.2.24),

$$\gamma_{(1)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2 \epsilon_{r(1)})^{1/2} \quad (\text{VII.2.49})$$

$$\gamma_{(2)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2)^{1/2} \quad (\text{VII.2.50})$$

e 
$$\gamma_{(3)} = (\alpha^2 + \beta^2 - K_0^2 \epsilon_{r(3)})^{1/2} \quad (\text{VII.2.51})$$

são as constantes de propagação na direção transversa  $y$ .  $\alpha$  é a variável espectral dada em (VII.2.3); e  $\beta$  é a constante de propagação da estrutura na direção  $z$ .  $\epsilon_{r(1)}$ ,  $\epsilon_{r(2)}$  e  $\epsilon_{r(3)}$  são as permissividades relativas nas regiões dielétricas (1), (2) e (3), respectivamente,  $\epsilon_0$  é a permissividade do vácuo e  $K_0$  é o número de onda no espaço livre.

b) para as admitâncias de transferências, após manipulações matemáticas aplicadas ao modelo,

$$Y_{12}^e = Y_{TM(1)} / \sinh(\gamma_{(1)} g) \quad (\text{VII.2.52})$$

$$Y_{13}^e = 0 \quad (\text{VII.2.53})$$

$$Y_{21}^e = Y_{12}^e \quad (\text{VII.2.54})$$

$$Y_{23}^e = Y_{TM(3)} / \sinh(\gamma_{(3)} p) \quad (\text{VII.2.55})$$

$$Y_{31}^e = 0 \quad (\text{VII.2.56})$$

$$e \quad Y_{32}^e = Y_{23}^e \quad (\text{VII.2.57})$$

Semelhantemente para os modos TE nas eqs.(VII.2.34) a (VI.2.36), obtêm-se:

a) para as admitâncias próprias,

$$Y_{11}^h = Y_{e1}^h + Y_{d1}^h \quad (\text{VII.2.58})$$

$$\text{onde,} \quad Y_{e1}^h = Y_{\text{TE}(2)} \coth(\gamma_{(2)} l) \quad (\text{VII.2.59})$$

$$Y_{d1}^e = Y_{\text{TE}(1)} \coth(\gamma_{(1)} g) , \quad (\text{VII.2.60})$$

$$Y_{22}^h = Y_{e2}^h + Y_{d2}^h \quad (\text{VII.2.61})$$

$$\text{onde,} \quad Y_{e2}^h = Y_{\text{TE}(1)} \coth(\gamma_{(1)} g) \quad (\text{VII.2.62})$$

$$Y_{d2}^h = Y_{\text{TE}(3)} \coth(\gamma_{(3)} p) \quad (\text{VII.2.63})$$

$$e \quad Y_{33}^h = Y_{e3}^h + Y_{d3}^h \quad (\text{VII.2.64})$$

$$\text{onde,} \quad Y_{e3}^h = Y_{\text{TE}(3)} \coth(\gamma_{(3)} p) \quad (\text{VII.2.65})$$

$$Y_{d3}^h = Y_{\text{TE}(2)} \coth(\gamma_{(2)} r) \quad (\text{VII.2.66})$$

e

b) para as admitâncias de transferências,

$$Y_{12}^h = Y_{\text{TE}(1)} / \sinh(\gamma_{(1)} g) \quad (\text{VII.2.67})$$

$$Y_{13}^h = 0 \quad (\text{VII.2.68})$$

$$Y_{21}^h = Y_{12}^h \quad (\text{VII.2.69})$$

$$Y_{23}^h = Y_{\text{TE}(3)} / \sinh(\gamma_{(3)} p) \quad (\text{VII.2.70})$$

$$Y_{31}^h = 0 \quad (\text{VII.2.71})$$

$$e \quad Y_{32}^h = Y_{23}^h \quad (\text{VII.2.72})$$

onde, de (VII.2.30),

$$Y_{\text{TE}(1)} = Y(1) / (j\omega\mu_0) \quad (\text{VII.2.73})$$

$$Y_{\text{TE}(2)} = Y(2) / (j\omega\mu_0) \quad (\text{VII.2.74})$$

$$e \quad Y_{\text{TE}(3)} = Y(3) / (j\omega\mu_0) \quad (\text{VII.2.75})$$

são as admitâncias de ondas dos modos TE nas regiões (1), (2) e (3), e  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo.

Conhecendo-se as admitâncias próprias e de transferências no sistema de coordenadas (u,v), retornam-se às coordenadas (x,z) para obterem as relações entre os campos elétricos e densidades de corrente. Para isto, são usadas as transformações das eqs.(VII.2.12) e (VII.2.13), e as eqs.(VII.2.31) a (VII.2.36).

Da transformação de coordenadas, obtêm-se

$$\tilde{J}_u(\alpha, t) = N_x \tilde{J}_x(\alpha, t) + N_z \tilde{J}_z(\alpha, t) \quad (\text{VII.2.76})$$

$$\tilde{J}_u(\alpha, s) = N_x \tilde{J}_x(\alpha, s) + N_z \tilde{J}_z(\alpha, s) \quad (\text{VII.2.77})$$

$$\tilde{J}_u(\alpha, r) = N_x \tilde{J}_x(\alpha, r) + N_z \tilde{J}_z(\alpha, r) \quad (\text{VII.2.78})$$

$$\tilde{J}_v(\alpha, t) = -N_z \tilde{J}_x(\alpha, t) + N_x \tilde{J}_z(\alpha, t) \quad (\text{VII.2.79})$$

$$\tilde{J}_v(\alpha, s) = -N_z \tilde{J}_x(\alpha, s) + N_x \tilde{J}_z(\alpha, s) \quad (\text{VII.2.80})$$

$$e \quad \tilde{J}_v(\alpha, r) = -N_z \tilde{J}_x(\alpha, r) + N_x \tilde{J}_z(\alpha, r) \quad (\text{VII.2.81})$$

para as densidades de corrente, e

$$\tilde{E}_u(\alpha, t) = N_x \tilde{E}_x(\alpha, t) + N_z \tilde{E}_z(\alpha, t) \quad (\text{VII.2.82})$$

$$\tilde{E}_u(\alpha, s) = N_x \tilde{E}_x(\alpha, s) + N_z \tilde{E}_z(\alpha, s) \quad (\text{VII.2.83})$$

$$\tilde{E}_u(\alpha, r) = N_x \tilde{E}_x(\alpha, r) + N_z \tilde{E}_z(\alpha, r) \quad (\text{VII.2.84})$$

$$\tilde{E}_V(\alpha, t) = -N_z \tilde{E}_X(\alpha, t) + N_x \tilde{E}_Z(\alpha, t) \quad (\text{VII.2.85})$$

$$\tilde{E}_V(\alpha, s) = -N_z \tilde{E}_X(\alpha, s) + N_x \tilde{E}_Z(\alpha, s) \quad (\text{VII.2.86})$$

$$e \quad \tilde{E}_V(\alpha, r) = -N_z \tilde{E}_X(\alpha, r) + N_x \tilde{E}_Z(\alpha, r) \quad (\text{VII.2.87})$$

para os campos elétricos.

As eqs. (VII.2.76) a (VII.2.87) são substituídas nas eqs. (VII.2.31) a (VII.2.36) e, trabalhamos algebricamente quando então obtêm-se as seguintes expressões relacionando os campos elétricos às densidades de corrente no sistema (x, z):

$$\begin{aligned} \tilde{J}_X(\alpha, t) &= (Y_{11}^e N_x^2 + Y_{11}^h N_z^2) E_X(\alpha, t) + N_x N_z (Y_{11}^e - Y_{11}^h) \tilde{E}_Z(\alpha, t) + \\ &+ (Y_{12}^e N_x^2 + Y_{12}^h N_z^2) E_X(\alpha, s) + N_x N_z (Y_{12}^e - Y_{12}^h) \tilde{E}_Z(\alpha, s) + \\ &+ (Y_{13}^e N_x^2 + Y_{13}^h N_z^2) E_X(\alpha, r) + N_x N_z (Y_{13}^e - Y_{13}^h) \tilde{E}_Z(\alpha, r) \end{aligned} \quad (\text{VII.2.88})$$

$$\begin{aligned} \tilde{J}_X(\alpha, s) &= (Y_{21}^e N_x^2 + Y_{21}^h N_z^2) E_X(\alpha, t) + N_x N_z (Y_{21}^e - Y_{21}^h) \tilde{E}_Z(\alpha, t) + \\ &+ (Y_{22}^e N_x^2 + Y_{22}^h N_z^2) E_X(\alpha, s) + N_x N_z (Y_{22}^e - Y_{22}^h) \tilde{E}_Z(\alpha, s) + \\ &+ (Y_{23}^h N_x^2 + Y_{23}^h N_z^2) E_X(\alpha, r) + N_x N_z (Y_{23}^e - Y_{23}^h) \tilde{E}_Z(\alpha, r) \end{aligned} \quad (\text{VII.2.89})$$

$$\begin{aligned} \tilde{J}_X(\alpha, r) &= (Y_{31}^e N_x^2 + Y_{31}^h N_z^2) E_X(\alpha, t) + N_x N_z (Y_{31}^e - Y_{31}^h) \tilde{E}_Z(\alpha, t) + \\ &+ (Y_{32}^e N_x^2 + Y_{32}^h N_z^2) E_X(\alpha, s) + N_x N_z (Y_{32}^e - Y_{32}^h) \tilde{E}_Z(\alpha, s) + \\ &+ (Y_{33}^e N_x^2 + Y_{33}^h N_z^2) E_X(\alpha, r) + N_x N_z (Y_{33}^e - Y_{33}^h) \tilde{E}_Z(\alpha, r) \end{aligned} \quad (\text{VII.2.90})$$

$$\begin{aligned} \tilde{J}_Z(\alpha, t) &= N_x N_z (Y_{11}^e - Y_{11}^h) E_X(\alpha, t) + (N_x^2 Y_{11}^h + N_z^2 Y_{11}^e) \tilde{E}_Z(\alpha, t) + \\ &+ N_x N_z (Y_{12}^e - Y_{12}^h) E_X(\alpha, s) + (N_x^2 Y_{12}^h + N_z^2 Y_{12}^e) \tilde{E}_Z(\alpha, s) + \\ &+ N_x N_z (Y_{13}^e - Y_{13}^h) E_X(\alpha, r) + (N_x^2 Y_{13}^h + N_z^2 Y_{13}^e) \tilde{E}_Z(\alpha, r) \end{aligned} \quad (\text{VII.2.91})$$

$$\begin{aligned}
\tilde{J}_z(\alpha, s) &= N_x N_z (Y_{21}^e - Y_{21}^h) \tilde{E}_x(\alpha, t) + (N_x^2 Y_{21}^h + N_z^2 Y_{21}^e) \tilde{E}_z(\alpha, t) + \\
&+ N_x N_z (Y_{22}^e - Y_{22}^h) \tilde{E}_x(\alpha, s) + (N_x^2 Y_{22}^h + N_z^2 Y_{22}^e) \tilde{E}_z(\alpha, s) + \\
&+ N_x N_z (Y_{23}^e - Y_{23}^h) \tilde{E}_x(\alpha, r) + (N_x^2 Y_{23}^h + N_z^2 Y_{23}^e) \tilde{E}_z(\alpha, r)
\end{aligned} \tag{VII.2.92}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{J}_z(\alpha, r) &= N_x N_z (Y_{31}^e - Y_{31}^h) \tilde{E}_x(\alpha, t) + (N_x^2 Y_{31}^h + N_z^2 Y_{31}^e) \tilde{E}_z(\alpha, t) + \\
&+ N_x N_z (Y_{32}^e - Y_{32}^h) \tilde{E}_x(\alpha, s) + (N_x^2 Y_{32}^h + N_z^2 Y_{32}^e) \tilde{E}_z(\alpha, s) + \\
&+ N_x N_z (Y_{33}^e - Y_{33}^h) \tilde{E}_x(\alpha, r) + (N_x^2 Y_{33}^h + N_z^2 Y_{33}^e) \tilde{E}_z(\alpha, r)
\end{aligned} \tag{VII.2.93}$$

As expressões (VII.2.88) a (VII.2.93) são colocadas então na forma matricial a seguir:

$$\begin{bmatrix} \tilde{J}_x(\alpha, t) \\ \tilde{J}_x(\alpha, s) \\ \tilde{J}_x(\alpha, r) \\ \tilde{J}_z(\alpha, t) \\ \tilde{J}_z(\alpha, s) \\ \tilde{J}_z(\alpha, r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{XX}^{11} & Y_{XX}^{12} & Y_{XX}^{13} & Y_{XZ}^{11} & Y_{XZ}^{12} & Y_{XZ}^{13} \\ Y_{XX}^{21} & Y_{XX}^{22} & Y_{XX}^{23} & Y_{XZ}^{21} & Y_{XZ}^{22} & Y_{XZ}^{23} \\ Y_{XX}^{31} & Y_{XX}^{32} & Y_{XX}^{33} & Y_{XZ}^{31} & Y_{XZ}^{32} & Y_{XZ}^{33} \\ Y_{ZX}^{11} & Y_{ZX}^{12} & Y_{ZX}^{13} & Y_{ZZ}^{11} & Y_{ZZ}^{12} & Y_{ZZ}^{13} \\ Y_{ZX}^{21} & Y_{ZX}^{22} & Y_{ZX}^{23} & Y_{ZZ}^{21} & Y_{ZZ}^{22} & Y_{ZZ}^{23} \\ Y_{ZX}^{31} & Y_{ZX}^{32} & Y_{ZX}^{33} & Y_{ZZ}^{31} & Y_{ZZ}^{32} & Y_{ZZ}^{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_x(\alpha, t) \\ \tilde{E}_x(\alpha, s) \\ \tilde{E}_x(\alpha, r) \\ \tilde{E}_z(\alpha, t) \\ \tilde{E}_z(\alpha, s) \\ \tilde{E}_z(\alpha, r) \end{bmatrix} \tag{VII.2.94}$$

onde as admitâncias são dadas por:

$$Y_{XX}^{11} = Y_{11}^e N_z^2 + Y_{11}^h N_z^2 \tag{VII.2.95}$$

$$Y_{XX}^{12} = Y_{12}^e N_x^2 + Y_{12}^h N_x^2 \tag{VII.2.96}$$

$$Y_{XX}^{13} = Y_{13}^e N_x^2 + Y_{13}^h N_x^2 = 0 \tag{VII.2.97}$$

$$Y_{XX}^{21} = Y_{21}^e N_x^2 + Y_{21}^h N_z^2 \quad (\text{VII.2.98})$$

$$Y_{XX}^{22} = Y_{22}^e N_x^2 + Y_{22}^h N_z^2 \quad (\text{VII.2.99})$$

$$Y_{XX}^{23} = Y_{23}^e N_x^2 + Y_{23}^h N_z^2 \quad (\text{VII.2.100})$$

$$Y_{XX}^{31} = Y_{31}^e N_x^2 + Y_{31}^h N_z^2 \quad (\text{VII.2.101})$$

$$Y_{XX}^{32} = Y_{32}^e N_x^2 + Y_{32}^h N_z^2 \quad (\text{VII.2.102})$$

e,

$$Y_{XX}^{33} = Y_{33}^e N_x^2 + Y_{33}^h N_z^2 \quad (\text{VII.2.103})$$

para as relações entre as componentes na direção x, das densidades de correntes e campos elétricos;

$$Y_{XZ}^{11} = Y_{ZX}^{11} = N_x N_z (Y_{11}^e - Y_{11}^h) \quad (\text{VII.2.104})$$

$$Y_{XZ}^{12} = Y_{ZX}^{12} = N_x N_z (Y_{12}^e - Y_{12}^h) \quad (\text{VII.2.105})$$

$$Y_{XZ}^{13} = Y_{ZX}^{13} = N_x N_z (Y_{13}^e - Y_{13}^h) = 0 \quad (\text{VII.2.106})$$

$$Y_{XZ}^{21} = Y_{ZX}^{21} = N_x N_z (Y_{21}^e - Y_{21}^h) \quad (\text{VII.2.107})$$

$$Y_{XZ}^{22} = Y_{ZX}^{22} = N_x N_z (Y_{22}^e - Y_{22}^h) \quad (\text{VII.2.108})$$

$$Y_{XZ}^{23} = Y_{ZX}^{23} = N_x N_z (Y_{23}^e - Y_{23}^h) \quad (\text{VII.2.109})$$

$$Y_{XZ}^{31} = Y_{ZX}^{31} = N_x N_z (Y_{31}^e - Y_{31}^h) = 0 \quad (\text{VII.2.110})$$

$$Y_{XZ}^{32} = Y_{ZX}^{32} = N_x N_z (Y_{32}^e - Y_{32}^h) \quad (\text{VII.2.111})$$

e

$$Y_{XZ}^{33} = Y_{ZX}^{33} = N_x N_z (Y_{33}^e - Y_{33}^h) \quad (\text{VII.2.112})$$

para as relações entre as componentes x e z, de densidades de correntes e campos elétricos; e

$$Y_{ZZ}^{11} = N_x^2 Y_{11}^h + N_z^2 Y_{11}^e \quad (\text{VII.2.113})$$



$$Y_{ZZ}^{12} = N_x^2 Y_{12}^h + N_z^2 Y_{12}^e \quad (\text{VII.2.114})$$

$$Y_{ZZ}^{13} = N_x^2 Y_{13}^h + N_z^2 Y_{13}^e = 0 \quad (\text{VII.2.115})$$

$$Y_{ZZ}^{21} = N_x^2 Y_{21}^h + N_z^2 Y_{21}^e \quad (\text{VII.2.116})$$

$$Y_{ZZ}^{22} = N_x^2 Y_{22}^h + N_z^2 Y_{22}^e \quad (\text{VII.2.117})$$

$$Y_{ZZ}^{23} = N_x^2 Y_{23}^h + N_z^2 Y_{23}^e \quad (\text{VII.2.118})$$

$$Y_{ZZ}^{31} = N_x^2 Y_{31}^h + N_z^2 Y_{31}^e = 0 \quad (\text{VII.2.119})$$

$$Y_{ZZ}^{32} = N_x^2 Y_{32}^h + N_z^2 Y_{32}^e \quad (\text{VII.2.120})$$

e

$$Y_{ZZ}^{33} = N_x^2 Y_{33}^h + N_z^2 Y_{33}^e \quad (\text{VII.2.121})$$

para as relações entre as componentes na direção  $z$ , das densidades de correntes e dos campos elétricos.

A etapa agora consiste em expandir os campos elétricos em (VII.2.94), em termos das transformadas de Fourier de funções base  $f_x$  e  $f_z$  conhecidas para as fendas  $W_j$  em  $y = t, s$  e  $r$ ,

$$\tilde{E}_x(\alpha, t) = \sum_{\ell=1}^{L_1} a_{xj\ell} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha, t) \quad (\text{VII.2.122})$$

$$\tilde{E}_x(\alpha, s) = \sum_{\ell=1}^{L_2} a_{xj\ell} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha, s) \quad (\text{VII.2.123})$$

$$\tilde{E}_x(\alpha, r) = \sum_{\ell=1}^{L_3} a_{xj\ell} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha, r) \quad (\text{VII.2.124})$$

$$\tilde{E}_z(\alpha, t) = \sum_{m=1}^{M_1} a_{zjm} \tilde{f}_{zjm}(\alpha, t) \quad (\text{VII.2.125})$$

$$\tilde{E}_z(\alpha, s) = \sum_{m=1}^{M_2} a_{zjm} \tilde{f}_{zjm}(\alpha, s) \quad (\text{VII.2.126})$$



lâmina, são dados por:

$$A_{XX}^{11} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{x11} Y_{XX}^{11} \bar{f}_{x11} \quad (\text{VII.2.129})$$

$$A_{XX}^{12} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{x11} Y_{XX}^{12} \bar{f}_{x21} \quad (\text{VII.2.130})$$

$$A_{XX}^{13} = 0 \quad (\text{VII.2.131})$$

$$A_{XX}^{21} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{x21} Y_{XX}^{21} \bar{f}_{x11} \quad (\text{VII.2.132})$$

$$A_{XX}^{22} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{x21} Y_{XX}^{22} \bar{f}_{x21} \quad (\text{VII.2.133})$$

$$A_{XX}^{23} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{x21} Y_{XX}^{23} \bar{f}_{x31} \quad (\text{VII.2.134})$$

$$A_{XX}^{31} = 0 \quad (\text{VII.2.135})$$

$$A_{XX}^{32} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{x31} Y_{XX}^{32} \bar{f}_{x21} \quad (\text{VII.2.136})$$

$$A_{XX}^{33} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{x31} Y_{XX}^{33} \bar{f}_{x31} \quad (\text{VII.2.137})$$

$$B_{XZ}^{11} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{x11} Y_{XZ}^{11} \bar{f}_{z11} \quad (\text{VII.2.138})$$

$$B_{XZ}^{12} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{x11} Y_{XZ}^{12} \bar{f}_{z21} \quad (\text{VII.2.139})$$

$$B_{XZ}^{13} = 0 \quad (\text{VII.2.140})$$

$$B_{XZ}^{21} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{x21} Y_{XZ}^{21} \bar{f}_{z11} \quad (\text{VII.2.141})$$

$$B_{XZ}^{22} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{x21} Y_{XZ}^{22} \bar{f}_{z21} \quad (\text{VII.2.142})$$

$$B_{XZ}^{23} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{x21} Y_{XZ}^{23} \bar{f}_{z31} \quad (\text{VII.2.143})$$

$$B_{XZ}^{31} = 0 \quad (\text{VII.2.144})$$

$$B_{XZ}^{32} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{x31} Y_{XZ}^{32} \bar{f}_{z21} \quad (\text{VII.2.145})$$

$$B_{XZ}^{33} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{x31} Y_{XZ}^{33} \bar{f}_{z31} \quad (\text{VII.2.146})$$

$$C_{ZX}^{11} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{z11} Y_{ZX}^{11} \bar{f}_{x11} \quad (\text{VII.2.147})$$

$$C_{ZX}^{12} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{z11} Y_{ZX}^{12} \bar{f}_{x21} \quad (\text{VII.2.148})$$

$$C_{ZX}^{13} = 0 \quad (\text{VII.2.149})$$

$$C_{ZX}^{21} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{z21} Y_{ZX}^{21} \bar{f}_{x11} \quad (\text{VII.2.150})$$

$$C_{ZX}^{22} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{z21} Y_{ZX}^{22} \bar{f}_{x21} \quad (\text{VII.2.151})$$

$$C_{ZX}^{23} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{z21} Y_{ZX}^{23} \bar{f}_{x31} \quad (\text{VII.2.152})$$

$$C_{ZX}^{31} = 0 \quad (\text{VII.2.153})$$

$$C_{ZX}^{32} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{z31} Y_{ZX}^{32} \bar{f}_{x21} \quad (\text{VII.2.154})$$

$$C_{ZX}^{33} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{z31} Y_{ZX}^{33} \bar{f}_{x31} \quad (\text{VII.2.155})$$

$$D_{ZZ}^{11} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{z11} Y_{ZZ}^{11} \bar{f}_{z11} \quad (\text{VII.2.156})$$

$$D_{ZZ}^{12} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{z11} Y_{ZZ}^{12} \bar{f}_{z21} \quad (\text{VII.2.157})$$

$$D_{ZZ}^{13} = 0 \quad (\text{VII.2.158})$$

$$D_{ZZ}^{21} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{z21} Y_{ZZ}^{21} \bar{f}_{z11} \quad (\text{VII.2.159})$$

$$D_{ZZ}^{22} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{z21} Y_{ZZ}^{22} \bar{f}_{z21} \quad (\text{VII.2.160})$$

$$D_{ZZ}^{23} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{z21} Y_{ZZ}^{23} \bar{f}_{z31} \quad (\text{VII.2.161})$$

$$D_{ZZ}^{31} = 0 \quad (\text{VII.2.162})$$

$$D_{ZZ}^{32} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{z31} Y_{ZZ}^{32} \bar{f}_{z21} \quad (\text{VII.2.163})$$

e

$$D_{ZZ}^{33} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_{z31} Y_{ZZ}^{33} \bar{f}_{z31} \quad (\text{VII.2.164})$$

Algumas destas funções, por exemplo, são obtidas do Apêndice A e suas transformadas de Fourier são dadas por:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{x2\ell} = & 0,25\pi W_2 e^{j\alpha(x_2+0,5W_2)} \{ e^{j\ell\pi/2} J_0[0,5(\alpha W_2+\ell\pi)] + \\ & + e^{-j\ell\pi/2} J_0[0,5(\alpha W_2-\ell\pi)] \} \end{aligned} \quad (\text{VII.2.165})$$

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{z3m} = & -j0,25\pi W_3 e^{j\alpha(x_3+0,5W_3)} \{ e^{jm\pi/2} J_0[0,5(\alpha W_3+m\pi)] - \\ & - e^{jm\pi/2} J_0[0,5(\alpha W_3-m\pi)] \} \end{aligned} \quad (\text{VII.2.166})$$

para as funções  $x$  e  $z$ , nas fendas 2 e 3, respectivamente..

As densidades de correntes em (VII.2.94), são eliminadas no procedimento do método dos momentos, através do teorema de Parseval [45]. Por exemplo,

$$\frac{\pi}{2b} \tilde{J}_x(\alpha, t) \tilde{f}_{x11}(\alpha, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} J_x(x, t) f_{x11}(x, t) dx = 0 \quad (\text{VII.2.167})$$

$$\frac{\pi}{2b} \tilde{J}_z(\alpha, t) \tilde{f}_{z11}(\alpha, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} J_z(x, t) f_{z11}(x, t) dx = 0 \quad (\text{VII.2.168})$$

$$\frac{\pi}{2b} \tilde{J}_x(\alpha, t) \tilde{f}_{x21}(\alpha, s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} J_x(x, s) f_{x21}(x, s) dx = 0 \quad (\text{VII.2.169})$$

$$\frac{\pi}{2b} \tilde{J}_z(\alpha, s) \tilde{f}_{z21}(\alpha, s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} J_z(x, s) f_{z21}(x, s) dx = 0 \quad (\text{VII.2.170})$$

$$\frac{-\pi}{2b} \tilde{J}_x(\alpha, r) \tilde{f}_{x31}(\alpha, r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} J_x(\alpha, r) f_{z31}(\alpha, s) dx = 0 \quad (\text{VII.2.171})$$

$$e \quad \frac{-\pi}{2b} \tilde{J}_z(\alpha, r) \tilde{f}_{z31}(\alpha, r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} J_z(\alpha, r) f_{z31}(\alpha, s) dx = 0 \quad (\text{VII.2.172})$$

Estas expressões são identicamente nulas, pois as densidades de corrente elétrica são diferentes de zero somente nas lâminas metálicas, enquanto os campos elétricos são diferentes de zero somente nas fendas e portanto em regiões que se completam em  $x$ , para  $y = r$ ,  $s$  e  $t$ .

Várias operações matriciais são efetuadas na equação (VII.2.128), para calcular o seu determinante  $\Delta$ , através de submatrizes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  sucessivamente, da forma,

$$\Delta = |A| |D - C A^{-1} B| \quad (\text{VII.2.173})$$

onde estão incluídas inversões, multiplicações, somas e subdeterminantes, nas partições de blocos de elementos da matriz quadrada da eq. (VII.2.128).

Estudos particularizados das expressões desenvolvidas ao longo desta seção são realizados, e toda a série de cálculos é refeita precisamente, quando necessário. Para valores de  $\gamma_{(1)}$ ,  $\gamma_{(2)}$  e  $\gamma_{(3)}$  pequenos, da ordem de  $10^0$ , a ponto de se tornarem imaginários, novas expressões são desenvolvidas, e as funções hiperbólicas são identicamente substituídas por funções trigonométricas, e cinco diferentes possibilidades podem ocorrer: a)  $\gamma_{(1)}$ ,  $\gamma_{(2)}$  e  $\gamma_{(3)}$  reais; b)  $\gamma_{(1)}$ ,  $\gamma_{(2)}$  e  $\gamma_{(3)}$  imaginários; c)  $\gamma_{(2)}$  real e  $\gamma_{(1)}$  e  $\gamma_{(3)}$  imaginários; d)  $\gamma_{(1)}$  e  $\gamma_{(2)}$  reais e  $\gamma_{(3)}$  imaginário e, e)  $\gamma_{(1)}$  imaginário e  $\gamma_{(2)}$  e  $\gamma_{(3)}$  reais.

Uma verificação cuidadosa dos cálculos também é efetuada quando  $\gamma_{(i)} = 0$ ,  $i = 1, 2$ , e  $3$ , e para valores de  $\gamma_{(i)}$  reais elevados, com as funções hiperbólicas tendendo para  $10^{+39}$ , com a

finalidade de se evitarem "overflows" e "underflows". Regras de limites de convergência são portanto aplicadas aos cálculos.

No procedimento, a constante dielétrica efetiva, definida por,

$$\epsilon_{\text{ef}} = (\beta/K_0)^2 \quad (\text{VII.2.174})$$

é então calculada para as estruturas de linhas de lâminas trilaterais, através da pesquisa das raízes do determinante da equação matricial de autovalores homogênea, para as quais vários resultados são apresentados na seção seguinte. Métodos iterativos de extração de raízes de equações transcendentais, usando o método de Mueller [49], foram utilizados para a obtenção destes resultados. Somente um dos modos mais importantes foi calculado para as estruturas, tendo as mesmas configurações de campos do modo básico, determinado no capítulo anterior, para as linhas de lâminas bilaterais. Os cálculos deste modo começam com o primeiro termo da expansão em série das funções bases desenvolvidas no Apêndice A, com as fases positivas dos campos, para todas as fendas.

Outros modos [42], com fases de campos negativas e positivas, também podem ser excitadas normalmente na estrutura, e este presente trabalho abre espaço para a análise destes modos, pela pesquisa da constante dielétrica efetiva.

### VII.3. RESULTADOS NUMÉRICOS

Vários resultados numéricos foram obtidos para estas novas estruturas de ondas milimétricas, as Linhas de Lâminas Trilaterais. Foram elaborados programas computacionais na linguagem FORTRAN-IV, e utilizou-se um sistema de computador DEC-10, fazendo -se uso de terminais de vídeo ou teletipo, para o desenvolvimento dos cálculos, e obtenção dos resultados.

As curvas são apresentadas para a constante dielétrica efetiva em função da frequência, em função das larguras de diferentes fendas, e para várias permissividades, espessuras de substratos dielétricos, e diferentes localiza



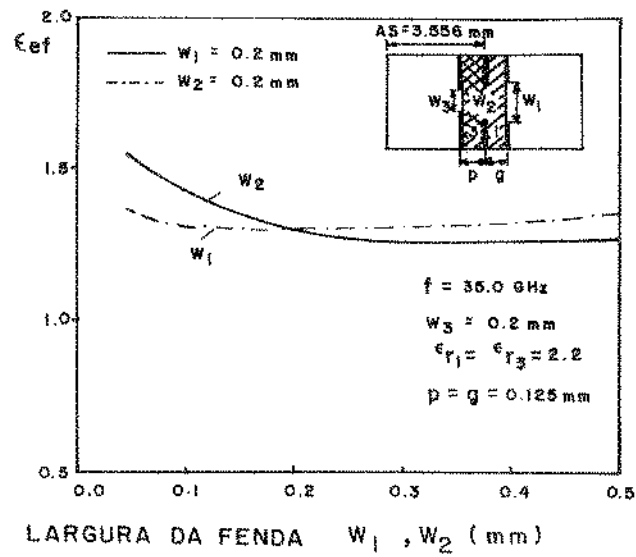


Fig. VII.2 - Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função das larguras das fendas,  $W_1$  e  $W_2$ , para uma nova estrutura de linhas de lâminas trilaterais, com duas regiões dielétricas.

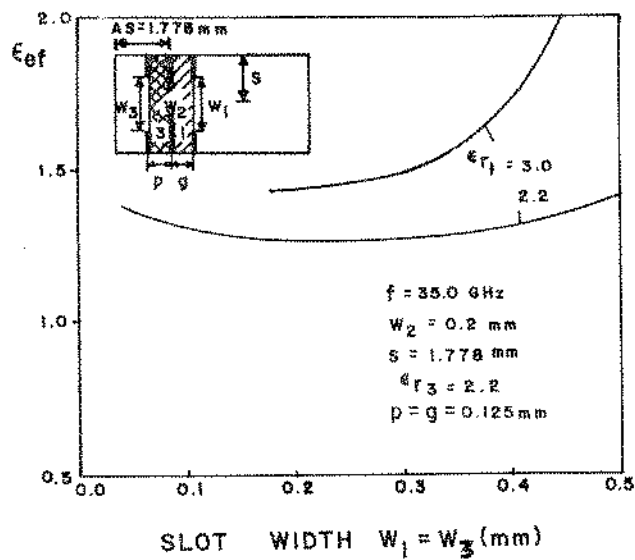


Fig. VII.3 - Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função das larguras das fendas externas  $W_1 = W_3$ , para uma estrutura de linhas de lâminas trilaterais-bidielétricas, localizada assimetricamente no plano-E do guia de ondas milimétricas.

crece consideravelmente com o aumento do valor da permissividade relativa  $\epsilon_{r3}$ , para esta estrutura.

Finalmente, a Fig. VII.4 mostra a dependência da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , com a frequência, para duas espessuras dielétricas diferentes, de linhas de lâminas trilaterais. As larguras das fendas são mantidas constantes e iguais a  $W_1 = W_2 = W_3 = 0,2$  mm, e as permissividades dielétricas são iguais a  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r3} = 2,2$ .

Observa-se nesta figura, que  $\epsilon_{ef}$  aumenta com o aumento no valor da frequência e com o aumento de uma das espessuras dos dielétricos.

#### VII.4. CONCLUSÃO

Usando o eficiente conceito da linha de transmissão e equivalente no domínio espectral da transformada de Fourier, através do método dos momentos, um estudo foi realizado para desenvolver novas estruturas de ondas milimétricas: as Linhas de Lâminas Trilaterais. O estudo incluiu o desenvolvimento destas estruturas trilaterais, constituídas de guias de ondas, com lâminas metálicas e regiões dielétricas localizadas arbitrariamente nos seus planos-E.

Expressões dos campos elétricos e magnéticos foram desenvolvidas, usando as equações de Maxwell, para a obtenção das admitâncias de ondas, e foram descritas as admitâncias próprias e de transferências, na direção transversa da estrutura trilaterial considerada. Funções base bem apropriadas foram desenvolvidas.

Os cálculos foram efetuados através da elaboração de programas computacionais na linguagem FORTRAN-IV, a partir do estudo desenvolvido. Métodos eficazes de iteração numérica, para extração de raízes de equações transcendentais, proveniente de equação matricial não homogênea, foram utilizados, através de um sistema de computador DEC-10.

Vários resultados foram apresentados, para a constante dielétrica efetiva, em função da frequência, e em função da largu

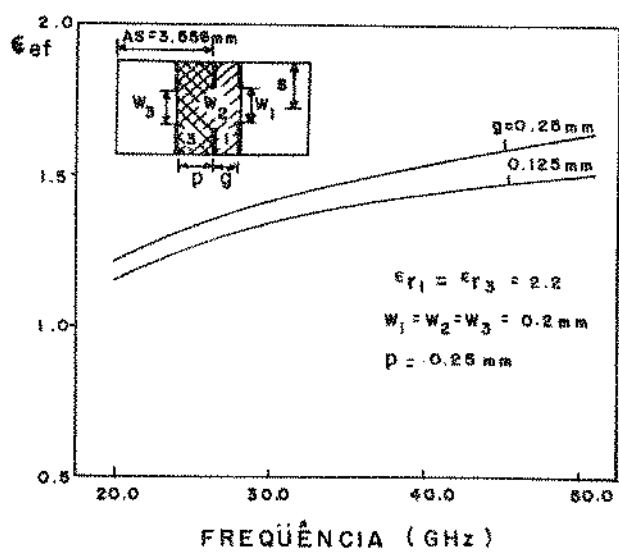
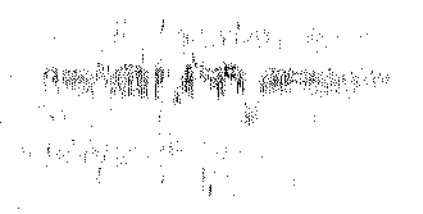


Fig. VII.4 - Curvas da constante dielétrica efetiva,  $\epsilon_{ef}$ , em função da frequência, para nova estrutura de linhas de lâminas trilaterais, com diferentes espessuras dielétricas.

ra de diferentes fendas nas lâminas. Também consideram-se várias espessuras e permissividades dielétricas.

Comprovações foram efetuadas precisamente nos casos de simetrias opostas na estrutura, e nos casos limites de estruturas mais simples. Uma excelente convergência computacional e rapidez nos cálculos, foram verificadas, confirmando a eficiência dos métodos desenvolvidos.

Os resultados foram calculados para um dos modos principais nas estruturas, e este trabalho abre o caminho para a determinação de outros modos de ordem mais alta [42].



CAPÍTULO VIII

CONCLUSÕES

Esta tese consistiu essencialmente do estudo e desenvolvimento de novas e modernas estruturas de ondas milimétricas, as linhas de lâminas ou "fin lines". Foram consideradas estruturas de linhas de lâminas unilaterais, bilaterais e trilaterais.

Este trabalho abrangeu principalmente extensivos estudos da constante dielétrica efetiva de muitas destas estruturas, utilizando um moderno e eficiente método de análise. A teoria básica foi expandida para uma grande possibilidade de utilizações, tendo aberto um amplo espaço de trabalhos nesta imensa faixa de frequências, correspondente às ondas milimétricas, e tendo atingido portanto o grande objetivo desta pesquisa.

As seguintes novas estruturas foram analisadas neste trabalho:

- a) Linhas de Lâminas Unilaterais contendo uma camada dielétrica localizada arbitrariamente no plano-E do guia de ondas;
- b) Linhas de Lâminas Unilaterais com duas camadas dielétricas justapostas localizadas arbitrariamente no plano-E do guia;
- c) Linhas de Lâminas Unilaterais contendo duas regiões dielétricas opostas em relação às lâminas, e localizadas arbitrariamente no plano-E do guia;
- d) Linhas de Lâminas Bilaterais unidielétrica com localização simétrica e assimétrica no plano-E do guia de ondas;
- e) Linhas de Lâminas Bilaterais contendo duas camadas dielétricas justapostas e internas às lâminas, localizadas arbitrariamente no plano-E do guia de ondas, e
- f) Linhas de Lâminas Trilaterais, localizadas arbitrariamente no plano-E do guia de ondas milimétricas.

O método principal de análise destas estruturas, consistiu em usar o eficiente conceito de linha de transmissão equivalente [64], no domínio espectral da transformada de Fourier, através do método dos momentos. Este método foi expandido neste trabalho, para estruturas de linhas de lâminas gerais e arbitrárias, e aplicado às diver

sas estruturas consideradas nos Capítulos IV a VII. Este eficaz método é geral, e pode ser aplicado a quaisquer estruturas planares de ondas guiadas.

Outro método igualmente eficiente, conduzindo aos mesmos resultados do método anterior, também foi desenvolvido para a análise de mais estruturas de linhas de lâminas. Este método baseia-se na expansão dos campos elétricos e magnéticos, em termos de funções potenciais no domínio espectral da transformada de Fourier, para as diferentes regiões dielétricas nas estruturas de linhas de lâminas. No procedimento, foram desenvolvidas funções admitâncias, que são as transformadas de Fourier das funções diádicas de Green das estruturas, e o método dos momentos também foi utilizado. Este método foi expandido neste trabalho para estruturas de linhas de lâminas gerais e arbitrárias, e aplicado a algumas estruturas consideradas nos Capítulos II e III. Para estruturas complexas, este método conduz a extensivos cálculos, e nestes casos é preferível se usar o método anterior da linha de transmissão equivalente, no domínio espectral.

Estruturas de linhas de lâminas unilaterais também foram analisadas no Capítulo II, usando-se a teoria dos "ridged waveguide", e, resultados experimentais ou resultados do método da linha de transmissão equivalente, foram usados para o cálculo da impedância característica. Este método contudo, foi aplicado às estruturas com as lâminas localizadas no centro do plano-E do guia de ondas, podendo ser expandido, com o estudo de "ridges" assimétricos no plano-E.

Vários resultados numéricos foram obtidos para a constante dielétrica efetiva, de todas as estruturas de linhas de lâminas citadas pelo método da linha de transmissão equivalente, e também para a impedância característica de várias delas, pelo método de expansão dos campos no domínio espectral. Uma grande eficácia e rápida convergência computacional foi verificada, confirmando a eficiência dos métodos no domínio espectral, usadas no desenvolvimento desta tese. Os estudos desenvolvidos nesta pesquisa, foram comprovados, comparando-se os resultados para casos mais simples de simetrias existentes na literatura especializada, através de curvas e resultados experimentais, e, uma excelente concordância foi verificada nestes casos possíveis. Houve sempre o cuidado de se fazerem todas as comparações de simetrias opostas, para efeitos de comprovações cor



retas, em outros novos trabalho aqui desenvolvidos.

Para os estudos realizados neste trabalho, foram elaborados programas computacionais na linguagem FORTRAN-IV, e um sistema de computador DEC-10 foi utilizado na obtenção dos resultados, através de terminais de teletipo e vídeo.

O trabalho realizado nesta pesquisa abre o horizonte para novos estudos, e em seguida apresentam-se algumas sugestões para futuros trabalhos:

1. Desenvolvimento de estruturas de linhas de lâminas bilaterais unidielétricas arbitrárias no plano-E do guia de ondas, utilizando a teoria da expansão dos campos em termos de funções potenciais, no domínio espectral da transformada de Fourier;
2. Desenvolvimento de estruturas de linhas de fendas, pelo método da linha de transmissão equivalente, usando as condições de contorno apropriadas às estruturas;
3. Determinação de outros modos de propagação em estruturas bilaterais e trilaterais desenvolvidas;
4. Determinação da impedância característica das novas estruturas de linhas de lâminas arbitrárias, usando a teoria da linha de transmissão equivalente no domínio da transformada de Fourier. O estudo de grande parte deste trabalho já foi iniciado, porém pela sua extensão não é objeto desta tese.

Espera-se que este trabalho venha a ser muito útil em outros estudos no desenvolvimento de dispositivos de ondas milimétricas, e que o esforço nele dispendido tenha sido de real valor para usar nesta área de conhecimentos.

Relatórios técnicos internos (FEC-UNICAMP) descrevendo os Programas Computacionais, foram publicados, e podem ser requisitados ao autor e orientador.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] P. J. Meier, "Equivalent relative permittivity and unloaded Q factor of integrated finline", Electron. Lett., Vol. 9, nº 7, pp.162-163, Abr.1973.
- [2] \_\_\_\_\_, "Integrated fin-line millimeter components", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.MTT-22, nº 12, pp. 1209-1216, Dec. 1974.
- [3] H. Hofmann, "Fin-line dispersion", Electron. Lett., Vol. 12 , nº 17, pp. 428-429, Agosto 1976.
- [4] \_\_\_\_\_, "Dispersion of planar waveguides for millimeter-wave application", Arch. Elek. Übertragung (Electron. Commun.), Vol.31, pp.40-44, 1977.
- [5] J. B. Davies e D.M.-Syahkal, "Spectral domain solution of arbitrary coplanar transmission line with multilayer substrate", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-25, nº 2, pp.143-146, Fev. 1977.
- [6] H. Hofmann, H. Meinel e B.Adelseck, "Integration of millimeter wave componentes (in German)", Nachrichtentech. Z. (Commun. J.), Vol. 31, pp.752-757, 1978.
- [7] P. J. Meier, "Millimeter integrated circuits suspended in the E-plane of rectangular waveguide", IEEE Trans.Microwave Theory Tech., Vol.MTT-26, nº 10, pp.726-733, Out. 1978.
- [8] A. M. K. Saad e K. Schünemann, "A simple method for analyzing fin-line structures", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.MTT-26, nº 12, pp.1002-1007, Dez.1978.
- [9] R. H. Jansen, "Unified user-oriented computation of shielded, covered and open planar microwave and millimeter-wave transmission-line characteristics", Microwaves, Optics and Acoustics, Vol.3, nº 1, pp.14-22, Jan. 1979.
- [10] R. N. Simons e R. K. Arora, "Double-slot fin-line structure for millimeter wave applications", Proc. IEEE, Vol. 67, nº 8, pp.1159-1160, Agosto 1979.

- [11] H. C. C. Fernandes e A. J. Giarola, "Análise de linhas de lâminas para a realização de novas estruturas em microondas", Relatório Técnico nº 037/83, DEE, FEC, UNICAMP, Campinas-SP, Julho 1983.
- [12] J. B. Knorr e P. M. Shayda, "Millimeter-wave fin-line characteristics", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.MTT-28, nº 7, pp.737-743, Jul. 1980.
- [13] D. M.-Syahkal e J. B. Davies, "Accurate analysis of tapered planar transmission lines for microwave integrated circuits", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-29, nº 2, pp.123-128, Fev. 1981.
- [14] L. P. Schmidt, T. Itoh e H. Hofmann, "Characteristics of unilateral fin-line structures with arbitrarily located slots", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.MTT-29, nº 4, pp.352-355, Abr. 1981.
- [15] A. K. Sharma e W. J. R. Hoefer, "Empirical analytical expressions for fin line design", IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest, Los Angeles, USA, Conf. Proc. pp.102-104, Jun. 1981.
- [16] A. Beyer e I. Wolff, "Calculation of the transmission properties of inhomogeneous fin lines" 10<sup>th</sup> European Microwave Conference, Warszawa, Polônia, Conf. Proc.pp. 322-326, Set. 1980.
- [17] A. Beyer e K. Solbach, "A new fin-line ferrite isolator for integrated millimeter-wave circuits", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.MTT-29, nº 12, pp.1344-1348, Dez. 1981.
- [18] H. A. Willing e B. E. Spielman, "Experimental assessment of bilateral fin-line impedance for device matching", IEEE MTT-S, International Microwave Symposium Digest, Los Angeles, USA, Conf. Proc. pp.105-107, Jun. 1981.
- [19] E. Pic e W. J. R. Hoefer, "Experimental characterization of fin line discontinuities using resonant techniques", IEEE MTT-S, International Microwave Symposium Digest, Los Angeles, USA, Conf.Proc.pp.108-110, Jun.1981.

- [20] L. P. Schmidt e T. Itoh, "Characteristics of a generalized fin-line for millimeter wave integrated circuits " , International J. of Infrared and Millimeter Waves , Vol.2, n° 3, pp.427-436, 1981.
- [21] A. Beyer, "Analysis of the characteristics of an earthed fin line", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.MTT-29, n° 7, pp.676-680, Jul. 1981.
- [22] A.-M. A. El-Sherbiny, "Exact analysis of shielded microstrip lines and bilateral fin lines", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.MTT-29, n° 7, pp.669-675, Jul. 1981. Correction: Vol.MTT-30, n° 1, p.109, Jan. 1982.
- [23] A. Beyer e I. Wolff, "Fin line ferrite isolator and circulator for the R-band", 11<sup>th</sup> European Microwave Conference , Amsterdam, Holanda, Conf. Proc. pp.321-326, Set. 1981.
- [24] B. Adelseck, H.Callsen, H.Meinel, W.Menzel e K.Solbach, "A survey of planar integrated mm-wave components",The Radio and Electron.Engineer, Vol.52, n° 1, pp.46-50, Jan.1982.
- [25] F. Arndt, J. Bornemann, D. Grauerholz e R. Vahldieck, "Theory and design of low-insertion loss fin-line filters " , IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.MTT-30, n° 2 , pp.155-163, Fev. 1982.
- [26] D. M.-Syahkal e J. B. Davies, "Accurate analysis of coupled strip-finline structure for phase constant, characteristic impedance, dielectric and conductor losses", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.MTT-30, n° 6, pp.906-910, Jun. 1982.
- [27] P. J. Meier, "Wideband subharmonically pumped W-band Mixer in single-ridge fin-line", IEEE MTT-S, International Microwave Symposium Digest, Dallas, USA, pp.201-203, Jun. 1982.
- [28] L. Bui e D. Ball, "Broadband planar balanced mixers for millimeter-wave applications", IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest, Dallas, USA, pp.204-205 , Jun. 1982.

- [29] U. Goebel e C. Schieblich, "Broadband fin-line circulators", IEEE MTT-S, International Microwave Symposium Digest, Dallas, USA, pp.249-251, Jun. 1982.
- [30] J. S. Wong e K-I. Chung, "A Ka-band orthogonal hybrid fin-line mixer", IEEE MTT-S, International Microwave Symposium Digest, Dallas, USA, pp.379-381, Jun. 1982.
- [31] K. Erichsen, K. Schünemann e H. El Hennawy, "MM-wave fin-line oscillator with electronic matching and tuning", 12<sup>th</sup> European Microwave Conference, Helsinki, Finlândia, Conf. Proc. pp.687-690, Set. 1982.
- [32] H. El Hennawy e K. Schünemann, "Computer-aided design of active fin-line circuits", 12<sup>th</sup> European Microwave Conference, Helsinki, Finlândia, Conf. Proc. pp.691-696, Set. 1982.
- [33] H. W. Cooper e R. S. Littlepage, "ECM at millimeter wavelengths", Microwave J., Vol.25, n° 9, pp.22-36, Set. 1982.
- [34] D. M.-Syahkal e J. B. Davies, "An accurate, unified solution to various fin-line structures, of phase constant, characteristics impedance, and attenuation", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.MTT-30, n° 11, pp.1854-1861, Nov. 1982.
- [35] H. El Hennawy e K. Schünemann, "Híbrido fin-line matching structures", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-30, n° 12, pp.2132-2139, Dez. 1982.
- [36] A. Beyer, "Millimeterwave antenna in finline technique", Third International Conference on Antennas and Propagation, Inglaterra, Conf. Proc. pp. 44-47, Abr. 1983.
- [37] K. Solbach, "The status of printed millimeter-wave E-plane circuits", IEEE Trans. Microwave Theory Tech. Vol. MTT-31, n° 2, pp.107-121, Fev. 1983.
- [38] Y.-C. Shih, T. Itoh e L. Q. Bui, "Computer-aided design of millimeter-wave E-plane filters", IEEE Trans.

- Microwave Theory Tech., Vol.MTT-31, nº 2, pp.135-142 ,  
Fev. 1983.
- [39] W. Menzel e H. Callsen, "Integrated fin-line components and subsystems at 60 and 94 GHz", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.MTT-31, nº 2, pp.142-146, Fev.1983.
- [40] A. K. Sharma e W. J. R. Hofer, "Propagation in coupled unilateral and bilateral finlines", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.MTT-31, nº 6, pp.498-502 ,  
Jun. 1983.
- [41] K. Solbach, "E-plane circulators 30 though 150 GHz for integrated mm-wave circuits", 13<sup>th</sup> European Microwave Conference, Nuremberg, Alemanha Ocidental, Conf. Proc. pp. 163-167, Set. 1983.
- [42] L. P. Schmidt e T. Itoh, "Spectral domain analysis of dominant and higher order modes in fin-lines", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.MTT-28, nº 9, pp. 981-985, Set. 1980.
- [43] R. H. Jansen, "High-speed computation of single and coupled microstrip parameters including dispersion, high-order modes, loss and finite strip thickness", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.MTT-26, nº 2, pp.75-82 ,  
Fev. 1978.
- [44] R. F. Harrington, "Field Computation by Moment Methods", N. Y., The Macmillan Company, 1968, 229 p.
- [45] J. W. Dettman, "Mathematical Methods in Physics and Engineering", McGraw Hill Book Co., 1962.
- [46] C. T. Tai, "Dyadic Green's Functions in Electromagnetic Theory", Intext Educat. Pub., 1971, 246 p.
- [47] G. P. C. Santos, "Propagação de Ondas Eletromagnéticas em Meios com Camadas Múltiplas Usando Funções de Green Diádicas e sua Aplicação no Modelamento de Florestas", Campinas, FEC, 1982. Tese (Dout.Cien.) UNICAMP. Orientador: A.J.Giarola.

- [48] S. B. A. Fonseca, "Aplicações do Formalismo das Funções de Green Diádicas na Análise de Antenas de Microfita", Campinas, FEC, 1982. Tese (Dout. Cien.) UNICAMP. Orientador: A. J. Giarola.
- [49] IBM - Application Program. System/360 Scientific Subroutine Package (360 A-CM-03X) - Version III. Programmer's Manual, N. Y., USA, 1968.
- [50] T. Pacitti e C. P. Atkinson, "Programação e Métodos Computacionais", Rio de Janeiro, Brasil, 2a. Ed., Vols. 1 e 2, 1977.
- [51] R. O. E. Lagerlöf, "Ridged waveguide for planar microwave circuits", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-21, nº 7, pp.499-501, Jul. 1973.
- [52] J. P. Montgomery, "On the complete eigenvalue solution of ridged waveguide", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.MTT-19, nº 6, pp.547-555, Jun. 1971.
- [53] S. Hopfer, "The design of ridged waveguides", IRE Trans. Microwave Theory Tech., pp.20-29, Oct. 1955.
- [54] S. B. Cohn, "Properties of ridge wave guide", Proc. IRE, Vol.35, pp. 783-788, Agosto 1947.
- [55] R. F. Harrington, "Time-Harmonic Electromagnetic Fields", N. Y., McGraw-Hill Book Co., 1961, 480 p.
- [56] R. E. Collin, "Field Theory of Guided Waves", N. Y., McGraw-Hill Book Co., 1960, 606 p.
- [57] D. S. Jones, "The Theory of Electromagnetism", Oxford, London, Pergamon Press, 1964, 807 p.
- [58] W. K. H. Panofsky and M. Phillips, "Classical Electricity and Magnetism", Addison-Wesley Pub. Co., Mass., 1955.
- [59] A. Erdélvi, W. Magnus, F. Oberhettinger e F. G. Tricomi, "Tables of Integral Transforms", McGraw-Hill Book Co., Vols. 1-3, 1954.
- [60] M. H. Protter e C. B. Morrey, "Modern Mathematical Analysis", Fundo Educat. Interamericano, 1969, 790 p.

- [61] M. Abramowitz e I. A. Stegun, "Handbook of Mathematical Functions", Dover Publ., N. Y., 1972, 1046p.
- [62] G. F. O. Freire e A. B. Diniz, "Ondas Eletromagnéticas" , Rio de Janeiro, Brasil, Liv. Tec. Cient., Ed. Univ.SP, 1973, 247 p.
- [63] H. P. Hsu, "Análisis de Fourier", Fondo Educat. Interamericano, 1973, 274 p.
- [64] T. Itoh, "Spectral domain immittance approach for dispersion characteristics of shielded microstrips with tuning septums", 9<sup>th</sup> European Microwave Conference, Conf. Proc. pp. 435-439, Brighton, England, Set. 1979.
- [65] H. C. C. Fernandes e A. J. Giarola, "Acoplamento e propagação em novos 'fin-lines'", 1º Simp. Brasileiro de Telecomunicações, Rio de Janeiro, Brasil, Simp. Proc. pp.6.63-6.71, Vol.II, Sessão VI, Microondas II, Set. 1983.
- [66] H. C. C. Fernandes e A. J. Giarola, "Propagación en 'fin-lines' unilaterales bidielétricos", V Congreso Chileno de Ingeniería Eléctrica, Vol.I, Conf. Proc. pp.469-480 , Agosto 1983.
- [67] NAG FORTRAN LIBRARY MANUAL, Mark 7, NAG Central Service , Oxford, United Kingdom.
- [68] H. C. C. Fernandes e A. J. Giarola, "Dispersion in unilateral fin lines with two dielectric layers", IEE Proc. H, Microwaves, Optics and Antennas, Inglaterra, Vol. MOA-131 , nº 3 , pp.139-143, Jun., 1984.
- [69] J. Helszajn, "Principles of Microwave Ferrite Engineering", John Wiley & Sons Ltd., London, 1969, 258 p.
- [70] H. C. C. Fernandes e A. J. Giarola, "Dispersion characteristics in fin lines with one and two dielectric layers arbitrarily located in the waveguide", 13<sup>th</sup> European Microwave Conference, Nuremberg, Alemanha Ocidental , Conf. Proc. pp.272-277, Set. 1983.



- [71] F. R. Gantmacher, "Matrix Theory", Chelsea Pub. Co., N.Y., Vol.1 1969.
- [72] H. C. C. Fernandes e A. J. Giarola, "Dispersion studies in bidielectric-bilateral and trilateral fin lines", International Symposium on Electromagnetic Compatibility, EMC-84, Tóquio, Japão, Conf. Proc. pp. , Out. 1984.
- [73] H. C. C. Fernandes e A. J. Giarola, "Constante de propagação e impedância característica em estruturas de linhas de lâminas bilaterais", I Simpósio Brasileiro de Microondas, I SBMO, São Paulo, Brasil, Conf. Proc. pp. , Jul. 1984.
- [74] H. C. C. Fernandes e A. J. Giarola, "Dispersão em novas linhas de lâminas bilaterais e trilaterais bidielétricas de frequências elevadas", I Simpósio Brasileiro de Microondas, I SBMO, São Paulo, Brasil, Conf. Proc. pp. , Jul. 1984.
- [75] K. C. Gupta, R. Carg e I. J. Bahl, "Microstrip Lines and Slotlines", Dedham, Mass., Artech House Inc., 1979 , 377 p.
- [76] R. Mittra e S. W. Lee, "Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves", N. Y., The Macmillan Co. 1971, 302p.

APÊNDICE A

FUNÇÕES BASE E SUAS TRANSFORMADAS  
DE FOURIER

Neste apêndice, são considerados os grupos de funções base que adequadamente satisfazem as condições de contorno nas fendas das linhas de lâminas. Estas funções foram usadas a partir do capítulo quarto, e são apropriadas para aquele sistema de coordenadas como indicado na Fig. IV.1, de uma estrutura de linhas de lâminas geral.

Alguns critérios importantes na seleção de funções base são mencionados na referência[43]. Entre estes critérios, citam-se que as funções base devem ser contínuas nas derivadas primeira e segunda, para evitar soluções não desejadas, satisfazerem excelentes condições de convergência, e formarem um grupo completo de funções que tornam a solução mais exata à medida que um número maior delas é considerado.

Os grupos de funções especiais, satisfazendo estes importantes critérios, e adequados ao sistema aqui desenvolvido, foram definidos nas equações (IV.3.25) e (IV.3.26), como

$$f_{xj\ell}(x) = \{ \cos[\ell\pi(x-x_j)/W_j] \} \cdot \{ [1-2(x-x_j)/W_j-1]^2 \}^{-1/2},$$

$$x_j < x < (x_j + W_j) \quad (\text{A.1})$$

para as funções base  $\ell$ , das componentes dos campos na direção  $x$ , na  $j$ -ésima fenda das lâminas, e

$$f_{zjm}(x) = \{ \text{sen}[m\pi(x-x_j)/W_j] \} \cdot \{ [1-[2(x-x_j)/W_j-1]^2] \}^{-1/2},$$

$$x_j < x < (x_j + W_j) \quad (\text{A.2})$$

para as funções base  $m$ , das componentes dos campos na direção  $z$ , na  $j$ -ésima fenda numa  $i$ -ésima lâmina qualquer. Observem-se que as funções das componentes  $x$ , têm seu primeiro termo iniciado no zero.

Para determinarem-se as transformadas de Fourier destas funções base em (A.1) e (A.2), as seguintes definições são utilizadas para uma função  $f(x)$  qualquer:

$$\bar{f}(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{j\alpha x} dx \quad (\text{A.3})$$

para a transformada de Fourier da função  $f(x)$ , e

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\alpha) e^{-j\alpha x} dx \quad (\text{A.4})$$

para a transformada inversa de Fourier.

Nestas expressões,  $\alpha$  é a variável espectral, o símbolo " $\tilde{\phantom{f}}$ " indica que a função está no domínio da transformada de Fourier, e o  $x$  é a variável espacial.

Em seguida será desenvolvida a transformada de Fourier da eq.(A.1). Seja,

$$\tilde{f}_{xj\ell}(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{xj\ell}(x) e^{j\alpha x} dx \quad (\text{A.5})$$

onde  $\tilde{f}_{xj\ell}(\alpha)$  é a transformada de Fourier de  $f_{xj\ell}(x)$  definida na eq. (A.1). Fazendo-se uma transformada de coordenadas em (A.5), da forma:

$$s = (x-x_j)/W_j, \quad 0 < s < 1 \quad (\text{A.6})$$

obtêm-se:

$$\tilde{f}_{xj\ell}(\alpha) = W_j e^{j\alpha x_j} \int_0^1 \cos(\ell\pi s) e^{j\alpha W_j s} [1-(2s-1)^2]^{-1/2} ds \quad (\text{A.7})$$

Utilizando-se a Tabela I da referência [59], pode-se eliminar a função cosseno na eq.(A.7), resultando a seguinte expressão:

$$\tilde{f}_{xj\ell}(\alpha) = 0,5 W_j e^{j\alpha x_j} [\psi_1(\alpha) + \psi_2(\alpha)] \quad (\text{A.8})$$

onde:

$$\psi_1(\alpha) = \int_0^1 e^{j(\alpha W_j + \ell\pi)s} [1-(2s-1)^2]^{-1/2} ds \quad (\text{A.9})$$

e

$$\psi_2(\alpha) = \int_0^1 e^{j(\alpha W_j - \ell\pi)s} [1-(2s-1)^2]^{-1/2} ds \quad (\text{A.10})$$

Uma nova transformação de coordenadas é aplicada a (A.9) e (A.10). Seja

$$t = 2s-1, \quad -1 < t < 1 \quad (\text{A.11})$$

Resolvendo a eq.(A.9) por exemplo, obtêm-se,

$$\psi_1(\alpha) = 0,5 e^{j0,5(\alpha W_j + \ell\pi)} \int_{-1}^1 e^{j0,5(\alpha W_j + \ell\pi)t} (1-t^2)^{-1/2} dt \quad (\text{A.12})$$

Esta integral na eq.(A.12) pode ser resolvida com uma terceira transformação de coordenadas,

$$\beta_1 = 0,5(\alpha W_j + \ell\pi) \quad (\text{A.13})$$

e tem-se para a integral em (A.12)

$$\psi_3(\beta_1) = \int_{-1}^1 e^{j\beta_1 t} (1-t^2)^{-1/2} dt \quad (\text{A.14})$$

Resolvendo-se esta equação em forma trigonométrica, com mais a seguinte transformação de coordenadas,

$$t = \cos\theta_1, \quad -\pi < \theta_1 < 0 \quad (\text{A.15})$$

obtêm-se para  $\psi_3$ :

$$\psi_3(\beta_1) = \int_0^\pi e^{j\beta_1 \cos\theta_1} d\theta_1 \quad (\text{A.16})$$

Da referência [61],

$$\psi_3(\beta_1) = \pi J_0(\beta_1) \quad (\text{A.17})$$

onde  $J_0(\beta_1)$  é a função de Bessel de primeira espécie e ordem zero do argumento  $\beta_1$ . Uma substituição de (A.17) e (A.13) em (A.12) fornece:

$$\psi_1(\alpha) = 0,5 \pi e^{j0,5(\alpha W_j + \ell\pi)} J_0[0,5(\alpha W_j + \ell\pi)] \quad (\text{A.18})$$

De forma análoga à resolução da integral de  $\psi_1$  em (A.9), a integral de  $\psi_2$  em (A.10) é obtida como,

$$\psi_2(\alpha) = 0,5 \pi e^{j0,5(\alpha W_j - \ell\pi)} J_0[0,5(\alpha W_j - \ell\pi)] \quad (\text{A.19})$$

Substituindo-se finalmente as eqs.(A.18) e (A.19) na eq. (A.8), obtêm-se:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{xj\ell}(\alpha) = & 0,25 \pi W_j e^{j\alpha(x_j + 0,5W_j)} \\ & \cdot \{e^{j\ell\pi/2} J_0[0,5(\alpha W_j + \ell\pi)] + e^{-j\ell\pi/2} J_0[0,5(\alpha W_j - \ell\pi)]\} \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Para se obter a transformada de Fourier de  $f_{zjm}(x)$  na eq. (A.2), utiliza-se um procedimento similar ao usado para se resolver  $f_{xj\ell}(x)$ , com alguma modificação mais na tabela da referência [59], para se eliminar o seno, resultando na seguinte equação:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{zjm}(\alpha) = & -j 0,25 \pi W_j e^{j\alpha(x_j + 0,5W_j)} \\ & \cdot \{e^{jm\pi/2} J_0[0,5(\alpha W_j + m\pi)] - e^{-jm\pi/2} J_0[0,5(\alpha W_j - m\pi)]\} \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Dependendo do valor de  $\ell$  e de  $m$ , e da simetria das fendas numa estrutura de linhas de lâminas, as transformadas de Fourier fornecidas em (A.20) e (A.21) serão calculadas numericamente, através da mudança nas exponenciais de argumento  $\alpha(x_j + 0,5W_j)$ , por funções trigonométricas senoidais e cossenoidais.