

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Método de Pontos Interiores e Vínculos Implícitos nas Restrições do Fluxo de Potência Ótimo Reativo

Autor: Rodrigo Gonçalves

Orientador: Prof. Dr. Anésio dos Santos Junior

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: **Energia Elétrica.**

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Anésio dos Santos Junior - DENSIS/UNICAMP
Prof. Dr. Marcos Trevisan Vasconcellos - DEE/PUC-Minas
Prof. Dr. Paulo Augusto Valente Ferreira - DT/UNICAMP

Campinas, SP
Junho/2008

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

G586m Gonçalves, Rodrigo
Método de Pontos Interiores e Vínculos Implícitos
nas Restrições do Fluxo de Potência Ótimo Reativo / Rodrigo
Gonçalves. – Campinas, SP: [s.n.], 2008.

Orientador: Anésio dos Santos Junior.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas,
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Potência reativa (Engenharia Elétrica). 2. Energia elétrica
-Transmissão 3. Sistemas de energia elétrica. I. Santos Junior,
Anésio dos. II. Universidade Estadual de Campinas.
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título

Título em Inglês: Interior Point Method and Implicit Entails
in Constraints of the Reactive Optimal Power Flow

Palavras-chave em Inglês: Reactive power (Electrical Engineering), Electricity - Transmission,
Electric power systems

Área de concentração: Energia Elétrica

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora: Marcos Trevisan Vasconcellos e Paulo Augusto Valente Ferreira

Data da defesa: 30/06/2008

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica.

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

Candidato: Rodrigo Gonçalves

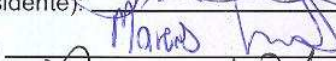
Data da Defesa: 30 de junho de 2008

Título da Tese: "Método de Pontos Interiores e Vínculos Implícitos nas Restrições do Fluxo de Potência Ótimo Reativo"

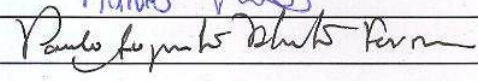
Prof. Dr. Anésio dos Santos Júnior (Presidente):



Prof. Dr. Marcos Trevisan Vasconcellos:



Prof. Dr. Paulo Augusto Valente Ferreira:



Resumo

O Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR) é representado por um modelo matemático que visa a obtenção do estado operativo ótimo de um sistema elétrico de potência sujeito ao atendimento de um conjunto de restrições lineares/não lineares, sem garantia de convexidade, ao passo que otimiza um critério de performance. Soluções do FPOR podem ser utilizadas principalmente no planejamento da operação do sistema. A técnica de pontos interiores aplicada as restrições de desigualdade canalizadas é utilizada como estratégia na solução do problema de FPOR visando a redução das expressões que compõem o modelo e redução da dimensão da matriz. Com a modelagem utilizada obtém-se uma nova estratégia de atualização do parâmetro de barreira. É proposto um novo modelo de FPOR através da relaxação total das restrições em magnitudes de tensão em barras de carga (FPORR), fundamentado no vínculo implícito entre as variáveis do problema. O FPORR apresenta algumas vantagens de convergência e factibilidade em comparação com o FPOR. Resultados e análises são apresentados através de estudos de casos aplicados nas redes de teste do IEEE até o sistema de 162 barras, para comprovar a hipótese de relaxação.

Palavras-chave: Fluxo de Potência Ótimo, Pontos Interiores, Programação Não Linear.

Abstract

The Reactive Optimal Power Flow (ROPF) is represented for a mathematic model that has being seeking obtainment the optimal operative status of an electric power system, subject to supplying a set of linear/nonlinear constraints, no guarantee of convexity, and optimize a rule of performance. ROPF solutions can be used mainly in power system planning. Interior point technique applied to canalized inequality constraints is useful as strategy of ROPF problem solution to reduce the expression of the model and to reduce the matrix dimension. About the modeling can obtain a new strategy of updating the barrier function parameter. It is proposed a new ROPF model through the relaxation of all load bus voltage constraints (RROPF), based on implicit entails on variables of the problem. RROPF presents some convergence advantages and feasibility in comparison with ROPF. Results and analyses are obtained through the case studies applied to the IEEE test nets for systems up to 162 buses.

Keywords: Optimal Power Flow, Interior Point, Nonlinear Programming.

Agradecimentos

Ao meu orientador Prof. Anésio dos Santos Junior, sou grato pela orientação, amizade e incentivo, principalmente em momentos decisivos.

Ao Prof. Marcos Trevisan Vasconcellos pela motivação, amizade, confiança e ajuda na pesquisa sobre Fluxo de Potência Ótimo na graduação.

Aos professores da PUC Minas pela amizade e confiança depositada em mim na atuação como professor auxiliar.

Aos colegas Celso Iwata Frison, Daniel de Figueiredo e Marcos Ricardo Covre, pelas sugestões e principalmente pelo companherismo.

Aos demais colegas de pós-graduação, e não menos importantes, pelas críticas, sugestões e amizades.

A minha família, minha esposa e filho pelo apoio durante todo o período de dedicação.

À PUC-Minas, *campus* Poços de Caldas pelo suporte e incentivo.

Aos meus pais, irmãos, avós e esposa

"As pessoas sempre culpam as circunstâncias por aquilo que são. Eu não acredito em circunstâncias. Quem se sai bem neste mundo são as pessoas que saem a procura das circunstâncias, que desejam e, se não as encontram, criam-nas".
(George Bernard Shaw)

Sumário

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xv
Lista de Símbolos	xvi
1 Introdução	1
2 Fluxo de Potência Ótimo Reativo	5
2.1 Modelo do Sistema de Geração-Transmissão-Carga	7
2.1.1 Matriz Admitância Nodal	9
2.1.2 Cálculo das Injeções Nodais de Potência Ativa e Reativa - Gerações e Cargas	13
2.2 Problema do Fluxo de Potência Estendido	14
2.2.1 Cálculo do Fluxo de Potência	14
2.2.2 Resolução do Problema FP pelo Método de Newton	15
2.2.3 Relaxação da Variável u e Restrições de Desigualdade no Problema de FP . .	18
2.3 Formulação do Problema de FPO Reativo	19
3 Restrições de Canalização e Não Convergência do Método de Pontos Interiores	21
3.1 Variáveis Auxiliares e Condições de KKT	22
3.2 Problema de Barreira e Condições Necessárias de 1 ^a Ordem	24
3.3 Condições para Obtenção da Solução de PS através de PB	26
3.3.1 Parâmetro de Barreira e Método de Newton	26
3.3.2 Regra de Atualização com Base na Restrição Dual	28
3.3.3 Método de Newton como Estratégia de Solução do Problema de Barreira . .	29
3.3.4 Controle de Passo Utilizando Preditor Corretor Primal	30
3.4 Não Convergência e Perfil de Magnitudes de Tensão	32
4 Sensibilidade entre Variáveis e Relaxação de Restrições no Modelo do FPOR	47
4.1 Relaxação de Restrições em Magnitudes de Tensão	48
4.2 Estudo de Caso do Modelo de FPORR	51
5 Estudo de Casos	61
5.1 Estudo de Casos para a Rede de Teste IEEE 14 Barras	62
5.2 Estudo de Casos para a Rede de Teste IEEE 30 Barras	73

5.3	Estudo de Casos para a Rede de Teste IEEE 57 Barras	85
5.4	Estudo de Casos para a Rede de Teste IEEE 118 Barras	95
5.5	Estudo de Casos para a Rede de Teste IEEE 162 Barras	106
6	Conclusão	117
	Referências bibliográficas	120
A	Formulação do Problema de FPORR Pela Técnica de Pontos Interiores	125
A.1	Problema de Barreira e Condições Necessárias de 1 ^a . Ordem	127
A.2	Método de Newton na Solução do Problema PB	128
B	Expressões do Problema de FPORR Utilizando Grandezas do Sistema de Potência	129
B.1	Condições Necessárias de 1 ^a . Ordem do Problema PB	130
B.2	Hessiana do Problema de FPOR	131
C	Derivadas de Primeira Ordem	137
C.1	Derivadas de Primeira Ordem da Função Objetivo	137
C.2	Derivadas de Primeira Ordem das Potências Ativa e Reativa	138
D	Derivadas de Segunda Ordem	141
D.1	Derivadas de Segunda Ordem da Função Objetivo	141
D.2	Derivadas de Segunda Ordem das Potências Ativa e Reativa	144

Lista de Figuras

2.1	Modelo π da linha de transmissão.	8
2.2	Modelo π dos circuitos com injeções de potência nas barras terminais.	9
2.3	Algoritmo para resolução do problema de FP.	17
3.1	Barreira logarítmica.	25
3.2	Algoritmo para resolução do problema PB utilizando o método de PI.	32
3.3	Magnitudes de tensão em barras SL, PV . IEEE 14 barras. Caso $Q1$	36
3.4	Magnitudes de tensão em barras SL, PV . IEEE 14 barras. Caso $Q2$	36
3.5	Magnitudes de tensão em barras SL, PV . IEEE 14 barras. Caso $Q3$	37
3.6	Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 14 barras. Caso $Q1$	37
3.7	Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 14 barras. Caso $Q2$	38
3.8	Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 14 barras. Caso $Q3$	38
3.9	Histograma do perfil de tensão em barras SL, PV . IEEE 14 barras.	39
3.10	Histograma do perfil de tensão em barras PQ . IEEE 14 barras.	39
3.11	Magnitudes de tensão em barras SL, PV . IEEE 30 barras. Caso $Q2$	40
3.12	Magnitudes de tensão em barras SL, PV . IEEE 30 barras. Caso $Q3$	40
3.13	Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 30 barras. Caso $Q2$	41
3.14	Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 30 barras. Caso $Q3$	41
3.15	Histograma do perfil de tensão em barras SL, PV . IEEE 30 barras.	42
3.16	Histograma do perfil de tensão em barras PQ . IEEE 30 barras.	42
3.17	Magnitudes de tensão em barras SL, PV . IEEE 57 barras. Caso $Q3$	44
3.18	Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 57 barras. Caso $Q3$	44
3.19	Histograma do perfil de tensão em barras SL, PV . IEEE 57 barras.	45
3.20	Histograma do perfil de tensão em barras PQ . IEEE 57 barras.	45
4.1	Matriz de incidência da jacobiana do problema de FP. IEEE 118 barras.	49
4.2	Estrutura numérica da matriz jacobiana do problema de FP. IEEE 118 barras.	49
4.3	Magnitudes de tensão em barras SL, PV . IEEE 14 barras. Caso $Q1$	53
4.4	Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 14 barras. Caso $Q1$	53
4.5	Histograma do perfil de tensão em barras SL, PV . IEEE 14 barras.	54
4.6	Histograma do perfil de tensão em barras PQ . IEEE 14 barras.	55
4.7	Magnitudes de tensão em barras SL, PV . IEEE 30 barras. Caso $Q1$	56
4.8	Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 30 barras. Caso $Q1$	56
4.9	Histograma do perfil de tensão em barras SL, PV . IEEE 30 barras.	57

4.10	Histograma do perfil de tensão em barras PQ . IEEE 30 barras.	57
4.11	Magnitudes de tensão em barras SL, PV . IEEE 57 barras. Caso $Q1$	58
4.12	Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 57 barras. Caso $Q1$	58
4.13	Histograma do perfil de tensão em barras SL, PV . IEEE 57 barras.	59
4.14	Histograma do perfil de tensão em barras PQ . IEEE 57 barras.	59
5.1	Diagrama unifilar da rede de teste IEEE 14 barras.	63
5.2	Magnitudes de tensão em barras SL, PV (superior) e PQ (inferior). IEEE 14 barras.	65
5.3	Histograma do perfil de tensão em SL, PV (superior) e PQ (inferior). IEEE 14 barras.	65
5.4	Suporte de reativos em barras SL e PV . IEEE 14 barras.	66
5.5	Comportamento das perdas ativas na solução do FPOR. IEEE 14 barras.	66
5.6	Comportamento das perdas reativas na solução do FPOR. IEEE 14 barras.	67
5.7	Comportamento das perdas aparentes na solução do FPOR. IEEE 14 barras.	67
5.8	Magnitudes de tensão em barras SL e PV . IEEE 14 barras. Caso $Q1$	68
5.9	Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 14 barras. Caso $Q1$	68
5.10	Histograma da tensão em barras SL e PV . IEEE 14 barras. Caso $Q1$	69
5.11	Histograma da tensão em barras PQ . IEEE 14 barras. Caso $Q1$	69
5.12	Diagrama unifilar da região de baixa tensão da rede de teste IEEE 14 barras.	70
5.13	Suporte de reativos em barras SL e PV . IEEE 14 barras. Caso $Q1$	70
5.14	Comportamento das perdas ativas na solução do FPORR. IEEE 14 barras.	72
5.15	Comportamento das perdas reativas na solução do FPORR. IEEE 14 barras.	72
5.16	Comportamento das perdas aparentes na solução do FPORR. IEEE 14 barras.	73
5.17	Diagrama unifilar da rede de teste IEEE 30 barras.	74
5.18	Magnitudes de tensão em barras SL, PV (superior) e PQ (inferior). IEEE 30 barras.	75
5.19	Histograma do perfil de tensão em SL, PV (superior) e PQ (inferior). IEEE 30 barras.	76
5.20	Suporte de reativos em barras SL e PV . IEEE 30 barras.	76
5.21	Comportamento das perdas ativas na solução do FPOR. IEEE 30 barras.	77
5.22	Comportamento das perdas reativas na solução do FPOR. IEEE 30 barras.	78
5.23	Comportamento das perdas aparentes na solução do FPOR. IEEE 30 barras.	78
5.24	Magnitudes de tensão em barras SL e PV . IEEE 30 barras. Caso $Q2$	79
5.25	Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 30 barras. Caso $Q2$	79
5.26	Histograma da tensão em barras SL e PV . IEEE 30 barras. Caso $Q2$	80
5.27	Histograma da tensão em barras PQ . IEEE 30 barras. Caso $Q2$	80
5.28	Diagrama unifilar da região de baixa tensão da rede de teste IEEE 30 barras.	81
5.29	Suporte de reativos em barras SL e PV . IEEE 30 barras. Caso $Q2$	82
5.30	Comportamento das perdas ativas na solução do FPORR. IEEE 30 barras.	83
5.31	Comportamento das perdas reativas na solução do FPORR. IEEE 30 barras.	84
5.32	Comportamento das perdas aparentes na solução do FPORR. IEEE 30 barras.	84
5.33	Diagrama unifilar da rede de teste IEEE 57 barras.	86
5.34	Magnitudes de tensão em barras SL, PV (superior) e PQ (inferior). IEEE 57 barras.	87
5.35	Histograma do perfil de tensão em SL, PV (superior) e PQ (inferior). IEEE 57 barras.	87
5.36	Suporte de reativos em barras SL e PV . IEEE 57 barras.	88
5.37	Comportamento das perdas ativas na solução do FPOR. IEEE 57 barras.	89
5.38	Comportamento das perdas reativas na solução do FPOR. IEEE 57 barras.	89

5.39	Comportamento das perdas aparentes na solução do FPOR. IEEE 57 barras.	90
5.40	Magnitudes de tensão em barras <i>SL</i> e <i>PV</i> . IEEE 57 barras. Caso <i>Q3</i>	90
5.41	Magnitudes de tensão em barras <i>PQ</i> . IEEE 57 barras. Caso <i>Q3</i>	91
5.42	Histograma da tensão em barras <i>SL</i> e <i>PV</i> . IEEE 57 barras. Caso <i>Q3</i>	92
5.43	Histograma da tensão em barras <i>PQ</i> . IEEE 57 barras. Caso <i>Q3</i>	92
5.44	Suporte de reativos em barras <i>SL</i> e <i>PV</i> . IEEE 57 barras. Caso <i>Q3</i>	93
5.45	Comportamento das perdas ativas na solução do FPORR. IEEE 57 barras.	94
5.46	Comportamento das perdas reativas na solução do FPORR. IEEE 57 barras.	95
5.47	Comportamento das perdas aparentes na solução do FPORR. IEEE 57 barras.	95
5.48	Diagrama unifilar da rede de teste IEEE 118 barras.	96
5.49	Magnitudes de tensão em barras <i>SL</i> , <i>PV</i> (superior) e <i>PQ</i> (inferior). IEEE 118 barras.	98
5.50	Histograma do perfil de tensão em <i>SL</i> , <i>PV</i> (superior) e <i>PQ</i> (inferior). IEEE 118 barras.	98
5.51	Suporte de reativos em barras <i>SL</i> e <i>PV</i> . IEEE 118 barras.	99
5.52	Comportamento das perdas ativas na solução do FPOR. IEEE 118 barras.	100
5.53	Comportamento das perdas reativas na solução do FPOR. IEEE 118 barras.	100
5.54	Comportamento das perdas aparentes na solução do FPOR. IEEE 118 barras.	101
5.55	Magnitudes de tensão em barras <i>SL</i> e <i>PV</i> . IEEE 118 barras. Caso <i>Q1</i>	101
5.56	Magnitudes de tensão em barras <i>PQ</i> . IEEE 118 barras. Caso <i>Q1</i>	102
5.57	Histograma da tensão em barras <i>SL</i> e <i>PV</i> . IEEE 118 barras. Caso <i>Q1</i>	102
5.58	Histograma da tensão em barras <i>PQ</i> . IEEE 118 barras. Caso <i>Q1</i>	103
5.59	Suporte de reativos em barras <i>SL</i> e <i>PV</i> . IEEE 118 barras. Caso <i>Q1</i>	104
5.60	Comportamento das perdas ativas na solução do FPORR. IEEE 118 barras.	105
5.61	Comportamento das perdas reativas na solução do FPORR. IEEE 118 barras.	105
5.62	Comportamento das perdas aparentes na solução do FPORR. IEEE 118 barras.	106
5.63	Magnitudes de tensão em barras <i>SL</i> , <i>PV</i> (superior) e <i>PQ</i> (inferior). IEEE 162 barras.	108
5.64	Histograma do perfil de tensão em <i>SL</i> , <i>PV</i> (superior) e <i>PQ</i> (inferior). IEEE 162 barras.	108
5.65	Suporte de reativos em barras <i>SL</i> e <i>PV</i> . IEEE 162 barras.	109
5.66	Comportamento das perdas ativas na solução do FPOR. IEEE 162 barras.	109
5.67	Comportamento das perdas reativas na solução do FPOR. IEEE 162 barras.	110
5.68	Comportamento das perdas aparentes na solução do FPOR. IEEE 162 barras.	110
5.69	Magnitudes de tensão em barras <i>SL</i> e <i>PV</i> . IEEE 162 barras. Caso <i>Q1</i>	111
5.70	Magnitudes de tensão em barras <i>PQ</i> . IEEE 162 barras. Caso <i>Q1</i>	112
5.71	Histograma da tensão em barras <i>SL</i> e <i>PV</i> . IEEE 162 barras. Caso <i>Q1</i>	112
5.72	Histograma da tensão em barras <i>PQ</i> . IEEE 162 barras. Caso <i>Q1</i>	113
5.73	Suporte de reativos em barras <i>SL</i> e <i>PV</i> . IEEE 162 barras. Caso <i>Q1</i>	113
5.74	Comportamento das perdas ativas na solução do FPORR. IEEE 162 barras.	115
5.75	Comportamento das perdas reativas na solução do FPORR. IEEE 162 barras.	115
5.76	Comportamento das perdas aparentes na solução do FPORR. IEEE 162 barras.	116

Lista de Tabelas

3.1	No. de iterações. Critério: minimizar RI^2	34
3.2	No. de iterações. Critério: minimizar XI^2	34
3.3	No. de iterações. Critério: minimizar $ Z I^2$	35
4.1	No. de iterações. Critério: minimizar RI^2 , XI^2 e $ Z I^2$. Caso $Q1$	52
5.1	Índices operativos. Solução do FP e FPOR. IEEE 14 barras. Caso $Q1$	64
5.2	Índices operativos. Solução do FP e FPORR. IEEE 14 barras. Caso $Q1$	71
5.3	Índices operativos. Solução do FP e FPOR. IEEE 30 barras. Caso $Q2$	75
5.4	Índices operativos. Solução do FP e FPORR. IEEE 30 barras. Caso $Q1$	83
5.5	Índices operativos. Solução do FP e FPOR. IEEE 57 barras. Caso $Q3$	85
5.6	Índices operativos. Solução do FP e FPORR. IEEE 57 barras. Caso $Q1$	93
5.7	Índices operativos. Solução do FP e FPOR. IEEE 118 barras. Caso $Q1$	97
5.8	Índices operativos. Solução do FP e FPORR. IEEE 118 barras. Caso $Q1$	104
5.9	Índices operativos. Solução do FP e FPOR. IEEE 162 barras. Caso $Q1$	107
5.10	Índices operativos. Solução do FP e FPOR. IEEE 162 barras. Caso $Q1$	114

Lista de Símbolos

- PQ - Conjunto de barras de Carga
 PV - Conjunto de barras de Geração
 SL - Barra de Referência
 β - Parâmetro de barreira do problema modelado via pontos interiores
 \mathcal{T} - Conjunto de ramos com transformadores em série
 P_j - Potência ativa na barra j
 Q_j - Potência reativa na barra j
 E_j - Tensão complexa na barra k : $E_j = V_j e^{j\theta_j}$
 V_j - Magnitude da tensão na barra j
 θ_j - Ângulo de fase da tensão na barra j
 I_{km} - corrente do ramo $k - m$ partindo do nó k para o nó m
 I_{km}^{sh} - corrente na susceptância shunt no lado do nó k do ramo $k - m$
 I_j - Injeção líquida de corrente na barra j
 I_j^{sh} - Injeção de corrente na barra j devido o elemento shunt conectado à barra
 r_{km} - Resistência do ramo $k - m$
 x_{km} - Reatância do ramo $k - m$
 g_{km} - Condutância do ramo $k - m$
 b_{km} - Susceptância do ramo $k - m$
 b_{km}^{sh} - Susceptância shunt do ramo $k - m$ no lado da barra k
 b_j^{sh} - Susceptância shunt do dispositivo ligado à barra j
 z_{km} - Impedância do ramo $k - m$
 y_{km} - Admitância do ramo $k - m$
 Y - Matriz Admitância Nodal
 G - Matriz condutância contendo a parte real da matriz Y
 B - Matriz susceptância contendo a parte imaginária da matriz Y
 P_j^g - Geração de potência ativa na barra j
 Q_j^g - Geração de potência reativa na barra j
 P_j^{esp} - potência ativa especificada na barra j
 Q_j^{esp} - potência reativa especificada na barra j
 P_j^{cal} - potência ativa na barra j calculada à partir do estado de operação da rede
 Q_j^{cal} - potência reativa na barra j calculada à partir do estado de operação da rede
 Q_j^c - carga ativa especificada na barra j
 Q_j^c - carga reativa especificada na barra j
 Q_j^{gI} - geração reativa indutiva na barra j
 Q_j^{gC} - geração reativa capacitiva na barra j

Ω_j	- Conjunto das barras vizinhas à barra j
\mathcal{K}	- Conjunto das barras vizinhas à barra j inclusive a própria barra j
λ	- multiplicador de lagrange associado ao conjunto de restrições de igualdade de balanço de potência
μ	- multiplicador de lagrange associado ao conjunto de restrições de igualdade referente aos limites normalizados
$\bar{\mu}$	- multiplicador de lagrange associado ao limite superior das variáveis controladas
$\underline{\mu}$	- multiplicador de lagrange associado ao limite inferior das variáveis controladas
\bar{V}_{SLUPV}	- tensão média nas barras de geração
$std(\bar{V}_{SLUPV})$	- desvio padrão da tensão nas barras de geração
\bar{V}_{PQ}	- tensão média nas barras de carga
$std(\bar{V}_{PQ})$	- desvio padrão da tensão nas barras de carga
$Q1$	- Qualidade do perfil de magnitudes de tensão com variação máxima de -5% e +5% em torno do valor nominal
$Q2$	- Qualidade do perfil de magnitudes de tensão com variação máxima de -10% e +5% em torno do valor nominal
$Q3$	- Qualidade do perfil de magnitudes de tensão com variação máxima de -15% e +5% em torno do valor nominal
RI^2	- Perdas ativas
XI^2	- Perdas reativas
$ Z I^2$	- Perdas aparentes

Capítulo 1

Introdução

Percorrendo a história pode-se observar os inúmeros avanços tecnológicos presentes em cada sociedade. Sem dúvida, as evoluções suscitaram mudanças de paradigmas impulsionando as gerações à novas visões sobre o espaço em que vivem e como podem ser modificados, muitas vezes imprudentemente, procurando melhor qualidade de vida e lucro.

A revolução industrial, Inglaterra no século XVIII, modificou todo um sistema existente, antes movido a tração animal, para as grandiosas máquinas a vapor. A energia elétrica também teve seu grande salto devido esta revolução, onde posteriormente grande número destas máquinas movidas à vapor seriam substituídas por máquinas elétricas.

A indústria foi a grande precursora dos altos investimentos naquela que seria a energia do futuro, desenvolvendo inúmeros sistemas de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica. O controle de todo este processo foi se aperfeiçoando à medida que a demanda de potência era exigida, criando-se técnicas de análise e diagnóstico da operação de toda a rede de energia. Estas técnicas são baseadas em métodos de cálculo dos fluxos de potência (FP).

Basicamente o problema do fluxo de potência é formulado como uma equação não linear que visa obter o estado operativo do sistema e as potências ativas e reativas que devem ser geradas para atender as cargas presentes em toda a rede. O atendimento das cargas pela geração se dá através dos fluxos de potência ativa e reativa no sistema de transmissão. A potência ativa em um sistema elétrico é produzida por geradores síncronos e uma parcela desta é perdida na própria geração e na transmissão. A potência reativa também é produzida ou consumida por geradores síncronos, porém podem ser geradas ou consumidas por compensação ou pela própria rede (características indutivas e capacitivas das linhas de transmissão e transformadores) [1].

O que se deseja conhecer inicialmente no sistema elétrico é o estado operativo da rede, sendo este as magnitudes e ângulos das tensões em todas as barras. A partir do estado da rede pode-se determinar os fluxos de potência ativa e reativa, bem como as injeções de potência em cada barra.

Devido às perdas na transmissão de potência uma das barras do sistema deve ser configurada no problema para fechar o balanço de potência do sistema, sendo definida como barra de referência.

Com a expansão dos sistemas de potência, as interligações de várias redes, os intercâmbios, etc., desencadearam vários problemas operacionais, tais como: perdas excessivas na transmissão, oscilações nas tensões em determinadas barras, circulação excessiva de reativos, dentre outros. Isto começou a preocupar os profissionais de gerenciamento da operação. A qualidade da energia e a preservação dos equipamentos que compõem a rede começavam a ficar comprometidas.

Modelos obtidos de estudos visando uma operação otimizada do sistema foram sendo desenvolvidos em várias partes do mundo para solucionar problemas operacionais. O chamado fluxo de potência ótimo reativo (FPOR), então desenvolvido, prevê a operação do sistema a partir de considerações ou critérios especificados para um melhor desempenho do sistema. Estes critérios normalmente visam:

- reduzir as perdas na transmissão da potência;
- reduzir a geração e circulação de reativos na rede;
- operar o sistema com perfil de magnitudes de tensão o mais próximo do nominal (1 p.u.);

O FPOR é um problema formulado através de modelo matemático, normalmente não linear, que obtém a solução otimizada da operação do sistema de potência, dado um critério de desempenho, com um conjunto de restrições que definem a região de operação. Estas restrições estão relacionadas com o atendimento da potência especificada no modelo, de limites operacionais de equipamentos e limites relacionados à qualidade operativa [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7].

O FPOR pode ser utilizado como uma ferramenta de planejamento da operação com informações que permitem identificar problemas operacionais e com isso desenvolver estratégias que melhorem a operação do sistema.

Atualmente, um dos grandes problemas operacionais está relacionado com o suporte de reativos na rede. Com o acréscimo de cargas com exigência de reativos, o sistema não consegue manter as tensões em operação nominal por falta de reativos. Em algumas situações isto pode ocasionar sérios problemas, tais como colapsos de tensão e sobrecorrentes.

O problema de fluxo de potência ótimo com controle de reativos (FPOR) foi então desenvolvido visando solucionar os problemas operativos decorrentes da escassez de reativos e também desenvolver técnicas que permitam o gerenciamento eficiente dos reativos gerados na rede. O fluxo coordenado de reativos, principalmente procurando atender os reativos localmente, permite uma operação robusta para a mesma estrutura existente [8].

Inúmeras técnicas de otimização tem sido utilizadas para solução geral do FPO [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16], [17], [18]. Dentre as várias técnicas, o método de pontos interiores [19] apresenta grande robustez na solução do problema. Juntamente com o método de Newton utilizado na

resolução de problemas não lineares, inúmeras pesquisas foram desenvolvidas por décadas e vários estudos foram publicados comprovando a eficiência do método [20], [21], [22], [23], [24], [25], [26]. Porém, em alguns estudos o algoritmo não alcançou convergência, no caso do problema de FPOR.

Pesquisas sobre a não convergência do algoritmo procuravam descobrir as razões pelas quais o problema não encontrava solução. Algumas pesquisas justificavam a não convergência assumindo limitações do próprio método de pontos interiores, destacando problemas de inicialização, infactibilidades devido ao conjunto de restrições formar uma região factível muito estreita, problemas no passo de atualização das variáveis de decisão, dentre outros [27]. Outras pesquisas tentavam encontrar respostas da não convergência na matriz do problema, analisando autovalores, autovetores e outras características extraídas da matriz [28]. Porém não foi encontrado registro de pesquisas responsabilizando o modelo do FPOR pela não convergência do algoritmo.

O modelo utilizado para representar o sistema de potência como um problema de otimização não faz nenhuma distinção entre as variáveis do problema. Porém as magnitudes de tensão em barras com tensão controlada tem comportamento operacional distinto em comparação com as magnitude de tensão em barras de carga.

Stott, em 1972 [29], publicou um estudo no qual comprova numericamente a distinção entre as variáveis do problema de FP. Verificou também a existência de vínculos entre tais variáveis que permite então obter de forma desacoplada o estado operacional da rede. O vínculo forte relaciona as potências ativas, especificadas no modelo, com os ângulos nas correspondentes barras com tensão controlada (acoplamento $P\theta$), e as potências reativas, também especificadas no modelo, com as respectivas magnitudes de tensão nas barras de carga (acoplamento QV).

Neste estudo é feita uma avaliação do modelo de FPOR considerando a distinção entre as variáveis do problema para identificar a razão da não convergência do método de pontos interiores em determinadas situações. A partir deste estudo é proposta uma formulação na qual são relaxadas restrições que a priori podem ser consideradas como responsáveis por situações de não convergência.

No capítulo 2 será desenvolvido o modelo e cálculo do fluxo de potência e do fluxo de potência ótimo reativo, baseado em pesquisas e publicações sobre o assunto. A formulação do FPOR será construída do próprio modelo de FP.

No capítulo 3 será formulado o FPOR como um problema de otimização não linear e resolvido utilizando a técnica de pontos interiores e Newton. Será também realizado um estudo de casos em sistemas de teste identificando casos de não convergência do algoritmo.

No capítulo 4 será proposto um novo modelo de FPOR fazendo a relaxação nas restrições correspondentes aos limites nas magnitudes de tensão em barras de carga. Será realizado um estudo de casos comparando as soluções obtidas por este modelo proposto com as soluções obtidas pelo FPOR (clássico), descrito na literatura.

No capítulo 5 será desenvolvido estudos de casos mais detalhados que os apresentados nos capítulos 3 e 4, de forma a analisar o comportamento dos sistemas para os métodos de otimização adotados.

E finalmente, no capítulo 6, serão obtidas as possíveis conclusões sobre o método proposto e comprovação das hipóteses levantadas em cada capítulo.

Capítulo 2

Fluxo de Potência Ótimo Reativo

O problema do fluxo de potência ótimo (FPO) consiste em despachar os recursos de operação estática de um sistema elétrico de potência de modo a otimizar um critério de desempenho atendendo a carga e os limites operativos dos equipamentos [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7].

O FPO pode ser formulado como um problema de programação matemática com a representação do sistema elétrico, partindo dos seguintes requisitos:

- Deve conter um modelo estático da rede elétrica de geração-transmissão de energia, geralmente baseado na formulação de injeções constantes de potência;
- Deve despachar os recursos do sistema de forma a atender a carga total mais as perdas de transmissão (restrições de igualdade);
- Deve impor limites de operação e segurança em equipamentos (restrições de desigualdade);
- Deve minimizar um critério ou uma combinação de critérios tais que favoreçam, do ponto de vista econômico e/ou de segurança, a operação do sistema elétrico (função objetivo).

A formulação do FPO leva a um conjunto de equações não-lineares, descrevendo o atendimento da carga, e a um conjunto de inequações não-lineares, descrevendo os limites de operação de certos equipamentos. Assim, originalmente, o FPO pode ser formulado matematicamente como um problema de otimização não-linear.

A resolução do FPO é realizada, geralmente, por um algoritmo extraído de técnicas de resolução de problemas de programação matemática. O FPO pode ser modelado como um problema de programação não-linear ou, partindo-se de algumas premissas simplificadoras, como um problema de programação linear. Assim, a escolha do método de resolução segue a forma de modelagem do problema. Em particular, o método de pontos interiores aplica-se à problemas de programação linear e não-linear [19].

Em sistemas elétricos de potência, o que define primordialmente sua eficiência e confiabilidade, na análise estática da operação, tanto no sistema de transmissão como de distribuição, é o gerenciamento do atendimento da potência reativa requerida. Este ponto garante a estabilidade da tensão nas barras, consequência do despacho controlado de potência reativa.

Uma das soluções do planejamento de reativos é a instalação de bancos de suporte (bancos de capacitores ou indutores) em locais estratégicos, onde a exigência de reativos é intensa. Isto permite que as barras de carga (PQ) reduzam a exigência de reativos provenientes da rede. As cargas absorvendo reativos localmente operam na unidade de fator de potência ou bem próximo deste. O atendimento local de reativos auxilia na redução de circulação destes em toda a rede.

As principais vantagens desta compensação de reativos são [8]:

Eficiência

- Fontes reativas são localizadas onde é mais necessário o suporte da tensão, reduzindo as perdas nos circuitos de transmissão;
- Geradores operando com fator de potência próximo da unidade são capazes de aumentar a produção de potência ativa sem sobrecarga de reativos.

Confiabilidade

- A resposta de um gerador para a solicitação de emergência de reativos é mais rápida e precisa que o chaveamento de blocos de fontes estáticas de suporte;
- Os reativos provenientes dos geradores não são afetados pelo nível de tensão do sistema, porém os reativos gerados pelos bancos são diretamente proporcionais ao quadrado da tensão;
- A perda de uma unidade geradora operando próximo ao fator de potência unitário agride menos o sistema e os equipamentos que a mesma perda quando a unidade suporta um grande fluxo de reativos.

A operação de bancos de suporte de reativos deve ser integrada e controlada criticamente para coordenar os fluxos de reativos com a rede existente. O sistema de transmissão e distribuição eficientemente atendido por fontes reativas pode operar com razoáveis níveis de carga sem reduzir a confiabilidade do serviço.

O problema do fluxo de potência ótimo com controle no suporte de reativos, definido como FPOR, incorpora o gerenciamento de reativos aliado a otimização de critérios de desempenho, tais como:

- Minimizar perdas ativas, reativas e aparentes pela diminuição da circulação de reativos, atendendo as restrições de carga tanto quanto possível;

- Perfil adequado de magnitudes de tensão coordenado com limites operativos dos dispositivos de suporte de reativos na transmissão e distribuição;
- Reserva de reativos com a operação do sistema o mais próximo possível do fator de potência unitário nas unidades geradoras;
- Redução da geração de potência reativa, aumentando a capacidade de transmissão de potência ativa do sistema.

Na seção 2.1 será descrito o modelo estático da rede elétrica de geração-transmissão de energia, baseado na formulação de injeções constantes de potência para representação das gerações e cargas.

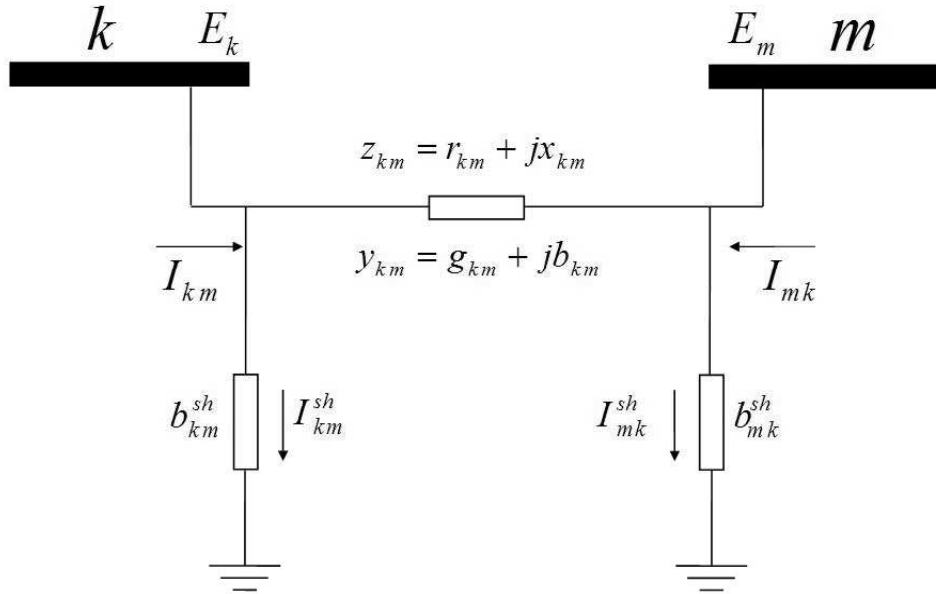
2.1 Modelo do Sistema de Geração-Transmissão-Carga

Em todas as partes do sistema elétrico, seja geração, transmissão e distribuição de energia, são necessários modelos que descrevem suas características operativas em regime permanente de forma a tornar possível a previsão do seu comportamento. Sua análise prevê principalmente a obtenção do estado de operação da rede, dado pelas magnitudes e ângulos das tensões em todos os nós do sistema. Este sistema, analisando de forma simplificada, é composto de linhas de transmissão, transformadores em fase e nós. Os nós de geração de energia elétrica e de consumo são considerados no sistema como barras de geração (SL , PV) e barras de carga (PQ), respectivamente.

- SL - barra de folga (*slack*) e de referência angular do sistema analisado. Este nó responde pelo fechamento do balanço de potência ativa, levando em conta as perdas ativas na transmissão. Nesta barra é especificado a magnitude de tensão e o ângulo de fase;
- PV - barras de geração e as com fontes de reativos com tensão controlada, nas quais são especificadas a injeção líquida de potência ativa e a magnitude de tensão;
- PQ - barras de carga, onde são especificadas as injeções líquidas de potência ativa e reativa.

Na rede elétrica consideram-se as barras como nós e os outros elementos (linhas de transmissão e transformadores) como ramos que conectam estas barras. Para cada equipamento presente tem-se um modelo específico que determina sua atuação no sistema. O modelo π adotado é composto por uma impedância série entre as barras (linha de transmissão e transformadores) e susceptâncias shunt [30], [31].

A modelagem do sistema é estática, ou seja, desprezam-se os efeitos transitórios e dinâmicos de operação representando seu estado em regime permanente. Para a representação das linhas de transmissão, o modelo a parâmetros concentrados é ilustrado na figura 2.1.

Fig. 2.1: Modelo π da linha de transmissão.

De acordo com o modelo da figura 2.1, a impedância série no ramo $k - m$, que conecta as barras k e m , é dado pela expressão (2.1), que é função da resistência r_{km} e da reatância x_{km} da linha.

$$z_{km} = r_{km} + jx_{km} \quad (2.1)$$

À partir de (2.1) obtém-se a admitância série do ramo $k - m$ através da expressão:

$$y_{km} = g_{km} + jb_{km} = \frac{1}{z_{km}} \quad (2.2)$$

Da admitância série (2.2) define-se a condutância g_{km} e susceptância b_{km} , em função das grandezas da impedância (2.1), como:

$$g_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (2.3)$$

$$b_{km} = -\frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (2.4)$$

Os elementos b_{km}^{sh} no modelo da linha de transmissão são susceptâncias (elementos shunt) definidas com o mesmo valor para os lados k e m , que modelam o efeito capacitivo entre a linha de transmissão e o solo.

Com o modelo adotado na figura 2.1 e a especificação das grandezas presentes são analisados os fluxos de corrente nos elementos série e paralelo para cada ramo $k - m$ da rede elétrica a partir das

leis de Kirchhoff.

As correntes são convencionadas no sentido da barra k para m e também no sentido de m para k . As correntes I_{km} e I_{mk} são formadas por uma componente em série e uma componente shunt (paralela) a partir das tensões nodais E_k e E_m , e dos parâmetros do modelo π , como segue [30].

$$I_{km} = y_{km}(E_k - E_m) + jb_{km}^{sh} E_k \quad (2.5)$$

$$I_{mk} = y_{km}(E_m - E_k) + jb_{mk}^{sh} E_m \quad (2.6)$$

2.1.1 Matriz Admitância Nodal

O sistema elétrico de potência é estruturado como uma rede com vários nós (barras) conectados através de ramos (linhas de transmissão e transformadores em fase), onde há transmissão de potência ativa e reativa de um nó k para um nó m . Para cada nó da rede, existe uma configuração de geração ou consumo de potência de acordo com o tipo de nó (SL , PV , PQ). De forma geral, as barras k e m possuem as grandezas mostradas na figura 2.2. Para as barras PQ , não há geração de potência.

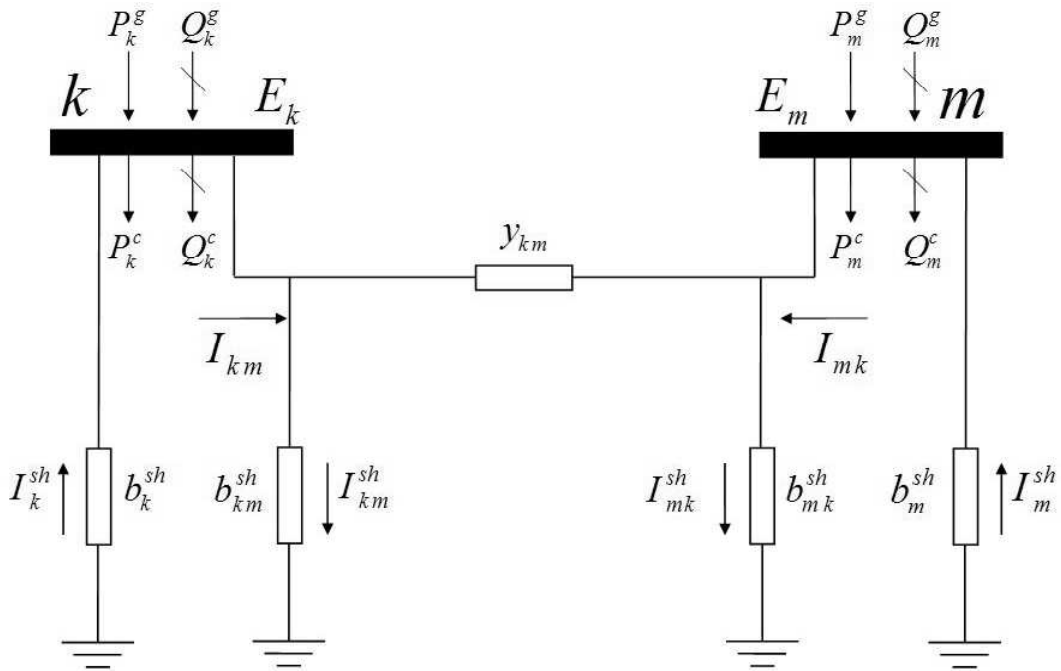


Fig. 2.2: Modelo π dos circuitos com injeções de potência nas barras terminais.

As grandezas presentes no modelo estático da rede de potência, (figura 2.2), são:

- E_k - tensão complexa (fasor) na barra k : $E_k = V_k e^{j\theta_k}$, sendo V_k a magnitude e θ_k o ângulo da tensão na barra k ;

- I_{km} - corrente do ramo $k - m$ partindo do nó k no circuito para o nó m ;
- I_{km}^{sh} - corrente na susceptância shunt no lado do nó k do ramo $k - m$;
- I_k^{sh} - injeção de corrente na barra k devido o elemento shunt conectado à barra (banco de capacitores ou indutores);
- P_k^c - carga ativa na barra k ;
- Q_k^c - carga reativa na barra k ;
- P_k^g - geração de potência ativa na barra k ;
- Q_k^g - geração de potência reativa na barra k ;
- y_{km} - admitância do ramo $k - m$;
- b_k^{sh} - susceptância shunt do dispositivo ligado à barra k ;
- b_{km}^{sh} - susceptância shunt do ramo $k - m$ no lado da barra k ;

De acordo com os sentidos descritos para a potência gerada e a carga, ilustrados na figura 2.2, podemos convencionar a injeção líquida de potência ativa e reativa na barra k como:

$$P_k^{esp} = P_k^g - P_k^c \quad (2.7)$$

$$Q_k^{esp} = Q_k^g - Q_k^c \quad (2.8)$$

A primeira lei de Kirchhoff define que as correntes que entram em uma barra k é igual as correntes que saem, ou seja, a injeção de corrente em uma barra k pode ser obtida como a soma de todas as correntes que partem para as barras conectadas (vizinhas) a k . A expressão obtida da lei de Kirchhoff é descrita como:

$$I_k + I_k^{sh} = \sum_{m \in \Omega_k} I_{km}, \quad k = 1, \dots, NB \quad (2.9)$$

sendo:

- I_k - injeção líquida de corrente na barra k ;
- $\sum_{m \in \Omega_k} I_{km}$ - somatório das correntes que partem para as barras m vizinhas (Ω_k) a barra k ;
- Ω_k - conjunto das barras vizinhas conectadas à barra k ;
- NB - número de barras da rede elétrica analisada.

A injeção de corrente devido ao elemento shunt conectado a barra k é definido como:

$$I_k^{sh} = -jb_k^{sh} E_k \quad (2.10)$$

Substituindo as correntes definidas em (2.5) e (2.6), e (2.10) na expressão de injeção de corrente (2.9), obtém-se a expressão (2.11).

$$I_k = \left[jb_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (jb_{km}^{sh} + y_{km}) \right] E_k + \sum_{m \in \Omega_k} -y_{km} E_m \quad (2.11)$$

A expressão (2.11) pode ser estruturada na forma matricial, tendo um vetor de injeções líquidas de correntes nodais e de tensões nodais, dados respectivamente por I e E , e uma matriz de admitância nodal Y [30], [31].

$$I = [Y] E \quad (2.12)$$

As componentes do vetor de injeções líquidas de correntes nodais e de magnitudes das tensões nodais são numeradas de acordo com o número de barras da rede, ou seja, I_k ($k = 1, 2, \dots, NB$).

A matriz admitância nodal Y , por ser uma matriz complexa, pode ser redefinida separando a parte real e imaginária, como segue.

$$Y = G + jB \quad (2.13)$$

sendo:

- G - matriz condutância nodal contendo a parte real da matriz Y ;
- B - matriz susceptância nodal contendo a parte imaginária da matriz Y .

Os elementos da diagonal principal da matriz Y são descritos em (2.14), sendo que cada posição da diagonal é expressa pelo somatório das vizinhanças ($m \in \Omega_k$) da barra k selecionada:

$$\begin{aligned} Y_{kk} &= jb_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (jb_{km}^{sh} + y_{km}) \\ \dots G_{kk} &= \sum_{m \in \Omega_k} g_{km} \\ \dots B_{kk} &= b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (b_{km}^{sh} + b_{km}) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Os elementos fora da diagonal da matriz Y são definidos através dos ramos aos quais estão co-

nectadas as barras, como segue:

$$\begin{aligned}
 Y_{km} &= -y_{km} \\
 \cdots G_{km} &= -g_{km} \\
 \cdots B_{km} &= -b_{km}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Para o ramo $m - k$ tem-se os elementos da matriz Y , definidos como:

$$Y_{mk} = Y_{km} = -y_{km} \tag{2.16}$$

Os elementos da diagonal da matriz admitância nodal indexados pelas barras m também são obtidos através do somatório das barras vizinhas ($i \in \Omega_m$) a barra m selecionada:

$$\begin{aligned}
 Y_{mm} &= jb_m^{sh} + \sum_{i \in \Omega_m} (jb_{mi}^{sh} + y_{mi}) \\
 \cdots G_{mm} &= \sum_{i \in \Omega_m} g_{mi} \\
 \cdots B_{mm} &= b_m^{sh} + \sum_{i \in \Omega_m} (b_{mi}^{sh} + b_{mi})
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Devido as características da rede elétrica de potência contendo uma estrutura com poucas conexões entre barras, a matriz admitância nodal Y é esparsa (possui grande quantidade de valores nulos), pois $Y_{km} = 0$ sempre que os nós k e m não estão conectados, ou seja, sempre que k e m não forem vizinhas.

Analisando novamente a injeção de corrente I_k definida em (2.11), verifica-se que o primeiro membro de (2.11) é igual a expressão Y_{kk} , definida em (2.14). Com isso podemos reescrever a expressão da injeção de corrente como:

$$I_k = Y_{kk}E_k + \sum_{m \in \Omega_k} Y_{km}E_m = \sum_{m \in \mathcal{K}} Y_{km}E_m \tag{2.18}$$

sendo \mathcal{K} o conjunto formado pelas barras vizinhas à barra k incluindo a própria barra k . Separando Y_{km} em sua parte real G_{km} e imaginária B_{km} , e substituindo a tensão complexa E_m pela forma fasorial $V_m e^{j\theta_m}$, obtém-se:

$$I_k = \sum_{m \in \mathcal{K}} (G_{km} + jB_{km})V_m e^{j\theta_m} \tag{2.19}$$

2.1.2 Cálculo das Injeções Nodais de Potência Ativa e Reativa - Gerações e Cargas

Como já descrito, o estado operativo de um sistema de potência é dado pelas magnitudes e ângulos de fase das tensões em todas as barras da rede (V_k, θ_k) . À partir do estado da rede é possível determinar os fluxos de corrente em todos os ramos, e conseqüentemente a injeção de corrente em cada barra. Com a tensão nodal e a injeção líquida de corrente podemos então determinar a injeção líquida de potência complexa como [30]:

$$S_k = P_k + jQ_k = E_k I_k^* \quad (2.20)$$

Substituindo a injeção de corrente (2.19) em (2.20), e utilizando a representação fasorial de $E_k = V_k e^{j\theta_k}$, tem-se:

$$S_k = V_k e^{j\theta_k} \sum_{m \in \mathcal{K}} (G_{km} - jB_{km}) V_m e^{-j\theta_m} \quad (2.21)$$

As injeções líquidas de potência ativa e reativa são calculadas a partir do estado operativo da rede e são obtidas de (2.21) aplicando a igualdade de Euler e separando a parte real e imaginária da expressão. Como observado em (2.20), a parte real corresponde a potência ativa P_k e a parte imaginária a potência reativa Q_k , como segue.

$$P_k^{calc}(V, \theta) = V_k \sum_{m \in \mathcal{K}} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (2.22)$$

$$Q_k^{calc}(V, \theta) = V_k \sum_{m \in \mathcal{K}} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (2.23)$$

sendo:

- (V, θ) - vetores compostos com as magnitudes e ângulos de fase das tensões nodais;
- θ_{km} - abertura angular entre as barras k e m ($\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$).

Na seção 2.2 será usado este modelo de rede elétrica de potência para a formulação de um problema de forma a obter o estado operativo da rede.

2.2 Problema do Fluxo de Potência Estendido

2.2.1 Cálculo do Fluxo de Potência

O problema de cálculo do fluxo de potência (FP) é definido como uma equação não linear para obtenção do estado operativo do sistema elétrico de potência a partir dos dados do sistema, da estimativa das cargas, do pré-despacho da geração de potência ativa e da fixação de variáveis controladas (como magnitudes de tensão e tap's de transformadores em fase).

No problema de FP, cada barra específica do sistema (SL , PV e PQ) apresenta grandezas que são especificadas no problema de acordo com suas características de operação (Seção 2.1), e outras obtidas após a resolução do problema de FP. As grandezas especificadas e calculadas para cada tipo de barra são:

- PQ - são especificadas as injeções líquidas de potência ativa P_k^{esp} e reativa Q_k^{esp} , e calculados V_k e θ_k , estado operativo das barras;
- PV - são especificadas as injeções líquidas de potência ativa P_k^{esp} e as magnitudes de tensão V_k , e calculados as injeções líquidas de potência reativa Q_k^{calc} e os ângulos de fase θ_k da tensão;
- SL - é especificada a magnitude V_k e o ângulo θ_k da tensão, e calculada a injeção líquida de potência ativa P_k^{calc} e reativa Q_k^{calc} .

Note que cada barra k tem duas grandezas especificadas e duas a serem calculadas no problema de FP. A barra Slack (SL), considerada a referência angular da rede, fica então responsável por fechar o balanço de potência ativa, suprindo as perdas de potência na transmissão.

O problema de FP é formulado de forma simplificada à partir do atendimento das injeções líquidas de potências ativas e reativas especificadas, como:

$$FP \begin{cases} P_k^{esp} - P_k^{calc}(V, \theta) = 0, & k \in PV \cup PQ \\ Q_k^{esp} - Q_k^{calc}(V, \theta) = 0, & k \in PQ \end{cases} \quad (2.24)$$

ou seja, as potências P_k^{calc} e Q_k^{calc} , definidas em (2.22) e (2.23)), calculadas a partir do estado operativo (V_k, θ_k) devem atender as potências especificadas P_k^{esp} e Q_k^{esp} , definidas em (2.7) e (2.8).

As injeções líquidas de potência P^{calc} e Q^{calc} são grandezas apresentadas de forma explícita nas equações (2.22) e (2.23), tornando seu cálculo relativamente fácil. As magnitudes de tensão V e os ângulos θ são grandezas apresentadas implicitamente em (2.22) e (2.23), onde torna-se necessário a utilização de métodos matemáticos de resolução de sistemas não lineares para a obtenção de V e θ .

Para obter o estado de operação da rede e as injeções de potência ativa e reativa nas barras onde estas grandezas não são especificadas, o problema é estruturado em dois subproblemas: subproblema (I) e subproblema (II).

- O subproblema (I) é definido pelas equações de FP (2.24) obtendo na solução o estado operativo da rede (V, θ) . O subproblema (I) é resolvido através de algum método numérico de resolução de sistemas não lineares.
- O subproblema (II) é definido pelas injeções de potências ativa (2.22) e reativa (2.23) obtidas à partir do estado operativo, dado na solução do subproblema (I).

$$(II) \begin{cases} P_k^{calc}(V, \theta), & k \in SL \\ Q_k^{calc}(V, \theta), & k \in SL \cup PV \end{cases}$$

O método de Newton tem sido bastante utilizado como estratégia para resolver o problema de FP [31], sendo então a nossa escolha para este estudo. O método de Newton será apresentado na seção 2.2.2.

2.2.2 Resolução do Problema FP pelo Método de Newton

O problema de fluxo de potência pode ser resolvido por vários métodos, classificados como diretos ou iterativos [32]. De forma geral, métodos diretos convergem com poucas iterações e não estão sujeitos a situações de mau condicionamento. Porém a exigência computacional e de memória aumentam na medida em que se aumentam os sistemas, restringindo então estes métodos a sistemas de potência de menor porte.

Os métodos iterativos convergem mais lentamente em comparação com os métodos diretos e estão sujeitos a situações de mau condicionamento. Porém a exigência computacional é minimamente dependente do tamanho do sistema, e está diretamente relacionado ao número de iterações. Para problemas de grande porte somente os métodos iterativos foram bem sucedidos.

Em 1967, Tinney [31] propôs então uma versão melhorada dos métodos diretos publicados anteriormente utilizando o método de Newton na solução do problema de FP descrito em (2.24). Dentre as vantagens apresentadas nesta proposta destacam-se: velocidade, precisão e exigência computacional.

O número de iterações exigidas para a solução do problema é praticamente independente do tamanho do sistema de potência analisado, considerando a inicialização em *flat start* (magnitudes de tensão em barras *SL* e *PV* especificadas e em barras *PQ* em valor nominal, e os ângulos das tensões com o mesmo valor da barra *SL*). Em testes realizados, a solução foi obtida com poucas iterações. Isto se deve principalmente a característica de convergência quadrática do método de Newton.

A precisão da solução do fluxo de potência é limitada somente pelos erros de arredondamento.

Mesmo com a necessidade de mais memória na solução do problema (2.24), em comparação com os métodos iterativos, o método de Newton não perde sua competitividade. A exigência de memória e o tempo de processamento são aproximadamente diretamente proporcionais ao tamanho do sistema. Devido as poucas iterações necessárias para a solução do problema, o método de adapta muito bem em sistemas de grande porte.

A formulação apresentada neste trabalho possui algumas particularidades distintas do algoritmo proposto por Tinney [31]. Com isso é necessário então descrever nesta seção os procedimentos para a solução do problema de FP pelo método de Newton.

De forma a desenvolver melhor a modelagem das expressões e as relações para compor os sistemas de equações não lineares, consideremos o estado da rede definido pelos vetores u e x :

$$u = \left[V_k, k \in SL \cup PV \right] \quad (2.25)$$

$$x = \left[\begin{array}{l} \theta_k, k \in PV \cup PQ \\ V_k, k \in PQ \end{array} \right] \quad (2.26)$$

onde a composição dos vetores u e x pode ser descrita pelo vetor y , como:

$$y = \left[\begin{array}{l} u \\ x \end{array} \right] \quad (2.27)$$

Considere o seguinte problema

$$g(y) = 0 \quad (2.28)$$

onde:

$$g(y) = \left[\begin{array}{l} \Delta P_k(y), k \in PV \cup PQ \\ \Delta Q_k(y), k \in PQ \end{array} \right] \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} \Delta P_k &= P_k^{esp} - P_k^{calc}(y) \\ \Delta Q_k &= Q_k^{esp} - Q_k^{calc}(y) \end{aligned} \quad (2.30)$$

A equação não linear (2.28) apresenta uma solução determinada quando arbitramos um valor específico para $u = u^{esp}$. Ela representa, neste caso, a equação de FP dada em (2.24). Para resolvê-la adotamos um método de solução para se determinar o valor de x da expressão (2.28) que satisfaça a igualdade. Como $g(y)$ é não linear, a solução não é obtida a partir de métodos convencionais de solução de sistemas lineares, surgindo à necessidade de processos iterativos para sua resolução. O método de Newton apresenta o seguinte procedimento para a obtenção da solução de x (Fig. 2.3):

Algoritmo

- i.* Criar um contador para o vetor x e inicializá-lo, $v = 0$. Inicializar $x = x^v = x^0$.
- ii.* Calcular o valor do vetor funcional $g(y)$ no ponto $y^v = \begin{bmatrix} u^{esp} \\ x^v \end{bmatrix}$.
- iii.* Comparar o valor calculado $g(y^v)$ com a tolerância especificada ε , através do procedimento:
- se $|g(y^v)| \leq \varepsilon$, então $y = y^v$ será a solução desejada dentro da faixa de tolerância $\pm \varepsilon$;
 - se $|g(y^v)| > \varepsilon$, o algoritmo deverá prosseguir para o item *iv*.

- iv.* Expandir $g(y)$ em torno do ponto $(y^v; g(y^v))$ através da série de Taylor truncada no termo de primeira ordem para manter a linearidade em relação a $\Delta y = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta x \end{bmatrix}$:

$$g(y + \Delta y) \cong g(y^v) + \left[\frac{\partial}{\partial x} g(y^v) \right] \Delta x^v$$

sendo $g'(y^v)$ a matriz jacobiana de sensibilidades J , descrita como:

$$J(y^v) = \frac{\partial}{\partial x} g(y^v) = \begin{bmatrix} \partial g_1 / \partial x_1 & \partial g_1 / \partial x_2 & \dots & \partial g_1 / \partial x_n \\ \partial g_2 / \partial x_1 & \partial g_2 / \partial x_2 & \dots & \partial g_2 / \partial x_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \partial g_n / \partial x_1 & \partial g_n / \partial x_2 & \dots & \partial g_n / \partial x_n \end{bmatrix}$$

- v.* Resolver o problema linearizado, determinando o valor de Δy^v , impondo, para encontrar o valor que anula a função, a seguinte equação linear:

$$J(y^v) \Delta y^v = -g(y^v)$$

que determina variação em torno do ponto atual y^v . O próximo valor de y será atualizado à partir da equação linear acima, sendo:

$$y^{v+1} = y^v + \Delta y^v$$

- vi.* Atualizar o índice de iteração, $v + 1 \rightarrow v$, e voltar para o item *ii*.

Fig. 2.3: Algoritmo para resolução do problema de FP.

Sustituindo as definições (2.27) e (2.29) na equação $\{J(y^v) \Delta y^v = -g(y^v)\}$ obtém-se o problema

de FP, na forma matricial, a ser resolvido pelo método de Newton:

$$\begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

onde H, N, M e L são matrizes de sensibilidade entre as potências e as tensões, definidas como:

$$\begin{aligned} H &= \frac{\partial P^{calc}}{\partial \theta} & N &= \frac{\partial P^{calc}}{\partial V} \\ M &= \frac{\partial Q^{calc}}{\partial \theta} & L &= \frac{\partial Q^{calc}}{\partial V} \end{aligned} \quad (2.32)$$

2.2.3 Relaxação da Variável u e Restrições de Desigualdade no Problema de FP

Consideremos agora a relaxação sobre a restrição na variável $u = u^{esp}$, para a obtenção da solução do FP, representada como uma restrição de desigualdade da seguinte forma:

$$u^{min} \leq u \leq u^{max} \quad (2.33)$$

Assim a equação de FP pode levar em consideração os limites operacionais decorrentes dos equipamentos utilizados. O suprimento de potência reativa Q^g nas barras SL e PV possui uma capacidade de acordo com seus aspectos construtivos e de controle. Para as barras de geração contendo conversores síncronos, o suporte de reativo está relacionado com a corrente de campo das máquinas, operando sobreexcitada ou subexcitada, injetando ou absorvendo reativos da rede de transmissão.

Com isso as unidades geradoras e demais compensadores de reativos controlados presentes nas barras SL e PV possuem limites que podem ser modelados como [2], [30]:

$$Q_k^{g\ min} \leq Q_k^g(y) \leq Q_k^{g\ max} \quad (2.34)$$

sendo:

- Q_k^g - potência reativa gerada a partir do estado operativo (y), dado por:

$$Q_k^g = Q_k^{calc}(y) + Q_k^c \quad (2.35)$$

- $Q_k^{g\ min}$, $Q_k^{g\ max}$ - limites mínimo e máximo de geração de potência reativa especificados para cada barra de geração k .

Com a relaxação sobre a variável u (2.33) implicada na equação de FP, dada em (2.28), podemos encontrar pontos soluções y que atendem os limites de Q_k^g , (entre $Q_k^{g\ min}$ e $Q_k^{g\ max}$), respeitando as restrições (2.34), para as barras k do conjunto SL, PV . Com isso o estado operativo dado por soluções de (2.28) deve ser factível em relação a restrição (2.34).

Uma estratégia para corrigir soluções de FP é através de heurísticas, de forma a alterar o ponto solução dado por FP, ou seja, permitir que as magnitudes de tensão especificadas para as barras SL e PV (presentes na variável u) sejam alteradas de forma a factibilizar a geração de potência reativa.

Como as magnitudes de tensão em u contidas em y foram relaxadas, torna-se interessante introduzir limites canalizados nas magnitudes de tensão descritas em x , também contida em y , para garantir não somente a factibilidade de Q^g , mas manter a qualidade do perfil de magnitudes de tensão nas barras PQ da rede. A equação (2.36) define então os limites em y .

$$y^{min} \leq y \leq y^{max} \quad (2.36)$$

O problema de *Fluxo de Potência Estendido* pode então ser definido a partir da relaxação da equação (2.28), devida a relaxação em u , introduzindo as restrições (2.34) e (2.36). Com isso podemos definir um problema de fluxo de potência estendido (FPE) como o seguinte sistema de equações e inequações não lineares:

$$FPE \left\{ \begin{array}{l} g(y) = 0 \\ Q_k^{g\ min} \leq Q_k^g(y) \leq Q_k^{g\ max} \\ y^{min} \leq y \leq y^{max} \end{array} \right. \quad (2.37)$$

2.3 Formulação do Problema de FPO Reativo

Quando se adota um índice de desempenho a ser otimizado para orientar a busca da solução do problema de FPE obtém-se um problema não linear de otimização. Sua solução y pode ser obtida através de técnicas de otimização aplicadas à problemas não lineares. Esta estratégia permite que a escolha de um valor especificado para as magnitudes de tensão nas barras SL, PV seja feita não por uma heurística, mas através da solução de um problema de otimização. O ponto solução ótimo y^* será encontrado tendo como critério de desempenho da operação uma função que se deseja minimizar ou maximizar.

O problema de fluxo de potência ótimo reativo (FPOR) é formulado então como um problema

não linear de otimização do tipo:

$$FPOR \begin{cases} \min & f_O(y) \\ \text{s.a} & g(y) = 0 \\ & h^{\min} \leq h(y) \leq h^{\max} \end{cases} \quad (2.38)$$

sendo:

- $y \in \mathbb{R}^m$ - conjunto de variáveis de decisão, definido em (2.27), compreendendo as magnitudes de tensão (V_k) em todas as barras (SL , PV , PQ), e os ângulos de tensão (θ_k) em todas as barras, exceto na barra SL ;
- $f_O : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ - função objetivo, representativa de um critério de performance que se deseja minimizar. Por exemplo: perdas ativas (RI^2), reativas (XI^2), aparentes ($|Z|I^2$), etc.;
- $g : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ - conjunto de restrições funcionais de igualdade, compreendendo o atendimento da potência ativa especificada ($P^{esp} - P^{calc}(y) = 0$) nas barras PV e PQ , e potência reativa especificada ($Q^{esp} - Q^{calc}(y) = 0$) nas barras PQ do sistema, sendo definidas em (2.24);
- $h : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^p$ - conjunto de restrições funcionais de desigualdade, compreendendo limites de suporte de reativos ($Q^{g \min} \leq Q^g(y) \leq Q^{g \max}$), bem como limites nas magnitudes de tensão, presentes nas variáveis de decisão ($y^{\min} \leq y \leq y^{\max}$), sendo definido em (2.39);

$$h = \begin{bmatrix} Q^g(y) \\ y \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

- h^{\min}, h^{\max} - conjunto de limites das restrições funcionais de desigualdade.

O problema de otimização FPOR (2.38) é resolvido através de técnicas de otimização de problemas de programação matemática não lineares.

O método de pontos interiores (PI) tem sido uma estratégia de solução de problemas de FPOR [20], e o método de Newton tem apresentado grande robustez na resolução de tais problemas [33].

O capítulo 3 descreve a formulação completa do problema de FPOR com pontos interiores e sua resolução pelo método de Newton.

Capítulo 3

Restrições de Canalização e Não Convergência do Método de Pontos Interiores

O método de pontos interiores (PI) tem sido muito aplicado em problemas lineares e não lineares [19], [34], [35], [36], [37], [38], [39], apresentando grande competitividade com outras técnicas de programação, como por exemplo o método simplex [40], considerado sinônimo de programação linear. Em 1984, Karmakar propôs um método de pontos interiores, chamado de método dos elipsóides [41]. Após quinze anos de testes verificou-se que o método de pontos interiores superava o método simplex em vários aspectos, sendo capaz de modelar problemas lineares e não lineares. Atualmente esta técnica tem sido empregada na solução de inúmeros problemas de programação matemática, como por exemplo o fluxo de potência ótimo [20], [21], [22], [23], [24], [25], [26].

Basicamente os métodos de PI trabalham sempre na região factível do problema. Consistem em adicionar à função objetivo do problema um termo de barreira que a penaliza quando o ponto corrente aproxima-se da fronteira definida pelo conjunto de restrições de desigualdade. Com isso, a solução se mantém na região de factibilidade.

Na grande maioria das aplicações do método de PI as restrições de desigualdade são transformadas em restrições de igualdade, introduzindo-se variáveis de folga. Assim as restrições de desigualdade são tratadas de forma indireta impondo-se o controle de factibilidade nas variáveis de folga, permitindo então a infactibilidade das restrições originais durante o processo iterativo, na busca do ponto ótimo.

Na técnica de PI utilizada neste estudo, iremos tratar as restrições de desigualdade lineares e não lineares de forma canalizada, normalizando-as através de variáveis auxiliares. O problema a ser modelado por PI será o FPOR (2.38), porém tratado neste capítulo como um problema geral para abranger a técnica empregada a qualquer problema linear ou não linear.

Considera-se então o problema de programação não linear (3.1) com restrições de igualdade e

desigualdade formulado como:

$$P \begin{cases} \min & f_0(y) \\ \text{s.a} & g(y) = 0 \\ & h^{\min} \leq h(y) \leq h^{\max} \end{cases} \quad (3.1)$$

3.1 Variáveis Auxiliares e Condições de KKT

As restrições funcionais do problema (3.1) formam um conjunto não robusto, pois o conjunto $\Gamma = \{y : g(y) = 0\} \cap \{y : h^{\min} \leq h(y) \leq h^{\max}\}$ não tem interior, ou seja, $\Gamma^\circ = \{ \}$. Com isso, a solução factível para (y) está condicionada ao atendimento da restrição de igualdade $g(y) = 0$. A restrição funcional de desigualdade ($h^{\min} \leq h(y) \leq h^{\max}$) descreve porém um conjunto robusto, apresentando um conjunto com interior não vazio. Assim o método de pontos interiores deverá ser aplicado somente nas restrições de desigualdade.

Organizando as restrições funcionais de desigualdade do problema (3.1) em duas restrições, tem-se:

$$\begin{aligned} \min & f_0(y) \\ \text{s.a} & g(y) = 0 \\ & [diag(h_j^{\max} - h_j^{\min})]^{-1} [h(y) - h^{\min}] \geq 0 \\ & e - [diag(h_j^{\max} - h_j^{\min})]^{-1} [h(y) - h^{\min}] \geq 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde:

$$\bullet e = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$$

Podemos escrever o problema (3.2) através da formulação equivalente na variável auxiliar s , obtendo o que será definido como problema original (PS).

$$PS \begin{cases} \min & f_0(y) \\ \text{s.a} & g(y) = 0 & a) \\ & h(y) - h^{\min} - S(h^{\max} - h^{\min}) = 0 & b) \\ & s \geq 0 & c) \\ & e - s \geq 0 & d) \end{cases} \quad (3.3)$$

sendo:

- $S = diag(s_j)$ - matriz diagonal de variáveis auxiliares do conjunto de restrições funcionais de desigualdade, normalizadas entre 0 e 1. Cada componente da diagonal da matriz S é dado por

$$s_j = \frac{h_j(y) - h_j^{min}}{h_j^{max} - h_j^{min}};$$

$$S = \begin{bmatrix} s_1 & & & \\ & s_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & s_j \end{bmatrix}$$

Considere então a função lagrangeana do problema PS (3.3) descrita em (3.4).

$$\mathcal{L} = f_O(y) + \lambda^T g(y) + \mu^T [h(y) - h^{min} - S(h^{max} - h^{min})] - \underline{\mu}^T s - \bar{\mu}^T (e - s) \quad (3.4)$$

sendo:

- λ - multiplicador de lagrange associado ao conjunto de restrições funcionais de igualdade (3.3a);
- μ - multiplicador de lagrange associado ao conjunto de restrições funcionais de igualdade referente aos limites normalizados (3.3b);
- $\underline{\mu}$ - variável dual associada ao limite inferior das restrições funcionais (3.3c);
- $\bar{\mu}$ - variável dual associada ao limite superior das restrições funcionais (3.3d).

A solução ótima do problema PS deve satisfazer as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) de 1ª ordem obtidas à partir da lagrangeana (3.4) [34], [35], [42].

$$\begin{aligned} \nabla_y f_O + \nabla_y g^T \lambda + \nabla_y h^T \mu &= 0 & a) \\ -H\mu - \underline{\mu} + \bar{\mu} &= 0 & b) \\ g(y) &= 0 & c) \\ h(y) - h^{min} - S(h^{max} - h^{min}) &= 0 & d) \\ S\underline{\mu} = 0, \quad \underline{\mu} \geq 0 & & e) \\ (I - S)\bar{\mu} = 0, \quad \bar{\mu} \geq 0 & & f) \end{aligned} \quad (3.5)$$

sendo:

$$H = \begin{bmatrix} h_1^{max} - h_1^{min} & & & \\ & h_2^{max} - h_2^{min} & & \\ & & \dots & \\ & & & h_j^{max} - h_j^{min} \end{bmatrix}$$

$$\bullet I = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \dots & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

As expressões (3.5a) e (3.5b) correspondem ao conjunto de restrições duais e as expressões (3.5c) e (3.5d) descrevem o conjunto de restrições primais. E por fim, (3.5e) e (3.5f) são as restrições de folga complementar dos limites em s e $(e - s)$, respectivamente.

3.2 Problema de Barreira e Condições Necessárias de 1^a. Ordem

No método de Pontos Interiores (PI) adiciona-se uma função barreira à função objetivo de forma a penalizar as restrições do problema que tendem a infactibilidade. Para o problema descrito em (3.3), os valores de s e $(e - s)$ devem ser não negativos. Então, deve-se adicionar à função objetivo um termo que tende a infinito quando os valores de s e $(e - s)$ se aproximam de zero. Este termo, também chamado de termo de barreira, tenta manter a solução do problema dentro da região factível das restrições funcionais de desigualdade, que correspondem ao conjunto robusto $(0 \leq s_j \leq 1)$, para cada restrição.

Para que a função barreira não seja descontínua quando o ponto se aproxima da fronteira pode-se utilizar uma função logarítmica. Esta modela o comportamento que se quer visando manter a factibilidade $(s \geq 0)$ e $(e - s \geq 0)$. Assim um termo de barreira, indexado por um parâmetro β , é adicionado à função objetivo para cada variável do conjunto s , $(e - s)$, como segue em (3.6) [43].

$$f_O(y) - \beta \left[\sum_j \ln s_j + \sum_j \ln(1 - s_j) \right] \quad (3.6)$$

A figura (3.1) mostra o comportamento da função barreira definida em (3.6) para cada valor de β . Pode-se observar que a medida que o parâmetro β vai diminuindo a curva representativa da barreira penaliza a função objetivo da maneira desejada, ou seja, seu valor tende a infinito na fronteira do conjunto de restrições e tende a zero, caso contrário.

O problema de barreira proposto pelo método de PI é dado por:

$$PB \left\{ \begin{array}{l} \min \quad f_O(y) - \beta \left[\sum_j \ln s_j + \sum_j \ln(1 - s_j) \right] \\ \text{s.a} \quad g(y) = 0 \\ \quad \quad h(y) - h^{\min} - S(h^{\max} - h^{\min}) = 0 \end{array} \right. \quad (3.7)$$

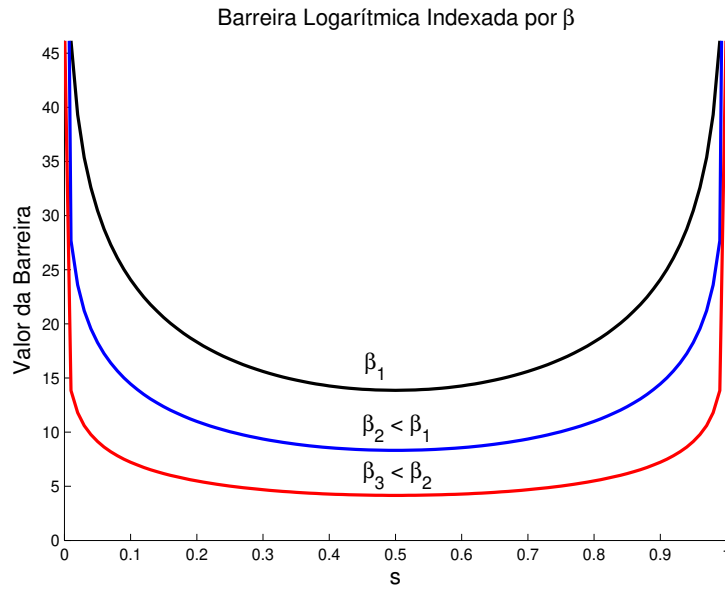


Fig. 3.1: Barreira logarítmica.

A função lagrangeana associada ao problema de barreira PB (3.7) é descrita como:

$$\mathcal{L}_B = f_O(y) - \beta \left[\sum_j \ln s_j + \sum_j \ln(1 - s_j) \right] + \lambda^T g(y) + \mu^T [h(y) - h^{min} - S(h^{max} - h^{min})] \quad (3.8)$$

O ponto estacionário da função lagrangeana (3.8) é, então, a condição necessária de 1ª. ordem para a solução do problema (3.7):

$$\frac{\partial \mathcal{L}_B}{\partial y} = \nabla_y f_O + \nabla_y g^T \lambda + \nabla_y h^T \mu = 0 \quad a)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_B}{\partial s} = -H\mu - \beta[S^{-1} - (I - S)^{-1}]e = 0 \quad b)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_B}{\partial \lambda} = g(y) = 0 \quad c)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_B}{\partial \mu} = h(y) - h^{min} - S(h^{max} - h^{min}) = 0 \quad d)$$

(3.9)

sendo:

$$\bullet S^{-1} = \begin{bmatrix} 1/s_1 & & & \\ & 1/s_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & 1/s_j \end{bmatrix}$$

A expressão (3.5) descreve as condições de KKT de primeira ordem para o problema PS, enquanto que a expressão (3.9) descreve as condições de estacionaridade da lagrangeana do problema PB. O método de pontos interiores aplicado ao problema de barreira visa então encontrar a solução (y^*) do problema PS à partir da solução da sequência de problemas PB indexados pelo parâmetro β .

3.3 Condições para Obtenção da Solução de PS através de PB

Como descrito anteriormente, o método de PI procura encontrar a solução do problema PS através da solução de uma sequência de problemas PB indexados pelo parâmetro de barreira β . Para que a solução de PB se aproxime da solução de PS deve existir uma relação entre as condições de KKT (3.5) do problema PS e as condições necessárias de 1ª ordem (3.9) do problema PB.

3.3.1 Parâmetro de Barreira e Método de Newton

Segundo o teorema de Fiacco & McCormick [44], quando $\beta \rightarrow 0$ a solução do problema de barreira ($y(\beta)$) aproxima-se de (y^*), solução do problema original PS. Observa-se então, sob esta hipótese, que a expressão (3.9b) do problema PB deve-se aproximar da expressão (3.5b) do problema PS quando $\beta \rightarrow 0$. Para esta condição, podemos fazer a seguinte aproximação para cada componente das expressões (3.9b) e (3.5b):

$$-\beta \left(\frac{1}{s_j} - \frac{1}{1-s_j} \right) = -\underline{\mu}_j + \bar{\mu}_j \quad (3.10)$$

Dentro do conjunto de restrições funcionais de desigualdade, existem variáveis s_j que são ativas na solução ótima e variáveis não ativas.

Considerando somente restrições ativas s_j , pode-se representar a equação (3.10) de duas formas distintas:

- para $s_j \approx 0$, a restrição funcional está ativa no limite inferior, o multiplicador associado $\underline{\mu}_j > 0$ e o multiplicador associado ao limite superior $\bar{\mu}_j = 0$. Como $1/s_j \gg 1/(1-s_j)$, a equação (3.10) resulta na aproximação (3.11).

$$s_j \underline{\mu}_j = \beta \quad (3.11)$$

- para $s_j \approx 1$, a restrição funcional está ativa no limite superior, o multiplicador associado $\bar{\mu}_j > 0$ e o multiplicador associado ao limite inferior $\underline{\mu}_j = 0$. Como $1/(1 - s_j) \gg 1/s_j$, a equação (3.10) resulta na aproximação (3.12).

$$(1 - s_j)\bar{\mu}_j = \beta \quad (3.12)$$

As equações (3.11) e (3.12) são as aproximações das condições de folga complementar. Se $\beta = 0$, então (3.11) e (3.12) correspondem as condições de folga complementar do problema PS descritas em (3.5e) e (3.5f), respectivamente.

O problema PB depende do valor do parâmetro β para que a sua solução se aproxime da solução de PS. Para valores de β muito grandes, a seqüência de soluções de PB pode convergir para o centro analítico do conjunto factível, que não é a solução ótima do problema PS. Porém, para valores de β muito pequenos, a seqüência de soluções de PB pode extraviar distanciando-se muito do ponto dado pela iteração do método utilizado para a resolução do problema não-linear. Com isto o algoritmo pode bater em uma borda do conjunto factível de restrições do problema que é um local de subotimalidade [43].

O algoritmo para a estimativa do parâmetro β deve então conter uma estratégia com o compromisso entre os dois extremos analisados acima. O que se pode fazer é escolher um valor representativo para β e fazer com que a cada iteração do algoritmo, na resolução do problema PB, este parâmetro da barreira diminua. Isto pode ser implementado através de uma heurística, como pode ser obtido à partir das próprias condições de folga complementar. O parâmetro deve então respeitar as seguintes condições:

$$\begin{aligned} i. & \quad \beta^k, & k = 0, 1, 2, \dots, n \\ ii. & \quad \beta^{k+1} < \beta^k \\ iii. & \quad \beta^k \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Considerando as aproximações das condições de folga complementar (3.11) e (3.12) pode-se estimar o valor de β , a cada iteração k , através de uma média aritmética de (3.11) e (3.12), baseado na atualização de β obtido da programação linear [43].

$$\beta^{k+1} = \delta \frac{\underline{\mu}^T s + \bar{\mu}^T (e - s)}{2p} \quad (3.14)$$

onde $\beta^{k+1} = f(s(\beta^k), \underline{\mu}, \bar{\mu})$, δ é um fator entre 0 e 1 que faz com que a atualização de β seja dado por uma fração da média das aproximações de folga complementar, e p é o número de restrições funcionais de desigualdade ativas na iteração corrente.

O que se observa no problema de barreira PB é a ausência dos multiplicadores de lagrange $\underline{\mu}$ e

$\bar{\mu}$ associados às restrições normalizadas s e $(e - s)$, respectivamente, presentes no problema PS e na atualização de β em (3.14). Como as restrições $s \geq 0$ e $(e - s) \geq 0$ tem um vínculo com a restrição de igualdade $\{h(y) - h^{min} - S(h^{max} - h^{min}) = 0\}$, os correspondentes multiplicadores de lagrange associados também possuem um vínculo entre eles. Com base nestas características, torna-se interessante estimar estes multiplicadores à partir do multiplicador μ associado a restrição de igualdade, presente tanto em PS como em PB.

3.3.2 Regra de Atualização com Base na Restrição Dual

Considere a expressão das condições de KKT (3.5b) do problema PS reescrita da seguinte forma:

$$\bar{\mu} - \underline{\mu} = H\mu \quad (3.15)$$

A expressão (3.15) mostra a relação de proporcionalidade entre μ e a diferença dos multiplicadores $\bar{\mu}$ e $\underline{\mu}$. Para as restrições ativas no limite inferior nas quais $s_j \approx 0$, então $\bar{\mu}_j = 0$ e (3.15) resulta em $\underline{\mu}_j = -H\mu_j$. Para as restrições ativas no limite superior nas quais $s_j \approx 1$, então $\underline{\mu}_j = 0$ e (3.15) resulta em $\bar{\mu}_j = H\mu_j$. Com estas análises podemos descrever β^{k+1} em função somente de μ e s . Para as restrições não ativas, $0 \ll s_j \ll 1$, e $\mu_j = 0$.

Reescrevendo as expressões de (3.9) à partir das considerações descritas acima, tem-se:

$$\begin{aligned} \nabla_y f_O + \nabla_y g^T \lambda + \nabla_y h^T \mu &= 0 & a) \\ -[S^{-1} - (I - S)^{-1}]^{-1} H\mu - \beta e &= 0 & b) \\ g(y) &= 0 & c) \\ h(y) - h^{min} - S(h^{max} - h^{min}) &= 0 & d) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Como o parâmetro β deve mudar gradativamente de acordo com as condições descritas em (3.13), o método de pontos interiores, na realidade, modela o problema PS como uma sequência de problemas de barreira (3.16) que muda a cada valor de β . O método de programação não linear empregado deve então resolver uma sequência de problemas de barreira ($PB(\beta^k)$).

Ainda sobre o aspecto de atualização do parâmetro β , pode-se desenvolver uma estratégia de atualização baseada nas expressões do problema (3.16).

Considere a expressão (3.16b) que é dependente do parâmetro β . A regra de atualização de β pode então ser extraída à partir da média aritmética dessa expressão, obtendo (3.17), que será a estratégia de atualização utilizada neste estudo.

$$\beta^{k+1} = \delta \frac{-\mu^T [S^{-1} - (I - S)^{-1}]^{-1} H e}{p} \quad (3.17)$$

A resolução de cada problema não linear (3.16) pode ser obtida por inúmeros métodos de programação matemática. Neste estudo será utilizado o método de Newton para obter tal solução.

3.3.3 Método de Newton como Estratégia de Solução do Problema de Barreira

A função lagrangeana do problema de barreira pode ser escrita como $\mathcal{L}_B(z)$, na qual $z = (y, s, \lambda, \mu)$.

As condições necessárias (3.16) podem ser resolvidas pelo método de Newton através da expansão de Taylor truncada no termo de 1^a. ordem para manter a linearidade em relação a Δz [45], como segue:

$$\nabla_z \mathcal{L}_B(z) = 0$$

$$\nabla_z \mathcal{L}_B(z) + \nabla_z^2 \mathcal{L}_B(z) \Delta z = 0 \quad (3.18)$$

$$[\nabla_z^2 \mathcal{L}_B(z)] \Delta z = -\nabla_z \mathcal{L}_B(z)$$

As seguintes expressões descrevem então a expansão do gradiente da lagrangeana em série de Taylor truncada no termo de 1^a. ordem do problema (3.16).

$$[\nabla_y^2 f_O + e\lambda^T \nabla_y^2 g + e\mu^T \nabla_y^2 h] \Delta y + \nabla_y g^T \Delta \lambda + \nabla_y h^T \Delta \mu = -[\nabla_y f_O + \nabla_y g^T \lambda + \nabla_y h^T \mu]$$

$$-\Upsilon [S^{-2} + (I - S)^{-2}] H \Delta s - [S^{-1} - (I - S)^{-1}] H \Delta \mu = -[(S^{-1} - (I - S)^{-1}) H \mu + \beta e]$$

$$\nabla_y g^T \Delta y = -g(y)$$

$$\nabla_y h^T \Delta y - H \Delta s = -[h(y) - h^{min} - S(h^{max} - h^{min})]$$

(3.19)

sendo:

$$\bullet \Upsilon = \begin{bmatrix} \mu_1 & & & \\ & \mu_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \mu_j \end{bmatrix}$$

Fazendo as seguintes considerações de simplificação das expressões:

$$\bullet \mathcal{H} = \nabla_y^2 f_O + e\lambda^T \nabla_y^2 g + e\mu^T \nabla_y^2 h$$

$$\bullet \mathcal{S}_1 = S^{-1} - (I - S)^{-1}$$

$$\bullet \mathcal{S}_2 = S^{-2} - (I - S)^{-2}$$

e reescrevendo as expressões (3.19) na forma matricial obtém-se a matriz Hessiana da lagrangeana M , o vetor gradiente da lagrangeana $\nabla \mathcal{L}_B$ e o vetor de atualização das variáveis primais e duais Δz , como segue.

$$M = \begin{bmatrix} \mathcal{H} & 0 & \nabla_y g^T & \nabla_y h^T \\ 0 & -\Upsilon \mathcal{S}_2 H & 0 & -\mathcal{S}_1 H \\ \nabla_y g^T & 0 & 0 & 0 \\ \nabla_y h^T & -H & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$\nabla \mathcal{L}_B = \begin{bmatrix} \nabla_y f_O + \nabla_y g^T \lambda + \nabla_y h^T \mu \\ -[S^{-1} - (I - S)^{-1}]H\mu - \beta e \\ g(y) \\ h(y) - h^{min} - S(h^{max} - h^{min}) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\Delta z = \begin{bmatrix} \Delta y \\ \Delta s \\ \Delta \lambda \\ \Delta \mu \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

A equação linear do método de Newton é então representado como:

$$M\Delta z = -\nabla \mathcal{L}_B \quad (3.23)$$

3.3.4 Controle de Passo Utilizando Preditor Corretor Primal

Considere o problema de barreira a ser resolvido pelo método de Newton, para o qual a equação básica é descrita em (3.23) e a atualização das variáveis é dada por:

$$z^{k+1} = z^k + \Delta z^{k+1} \quad (3.24)$$

Em algumas iterações, o passo dado na resolução da equação (3.23) pode violar alguma restrição do problema. Uma estratégia utilizada para evitar a infactibilidade em uma iteração k na resolução de (3.23) é reduzir o tamanho do passo de todas as variáveis por um fator α , para não mudar a sua direção, de forma a garantir que:

$$s_j + \alpha \Delta s_j > 0, \quad j = 1, 2, \dots, p^1 \quad (3.25)$$

¹ s_j na iteração k e Δs_j na iteração $k + 1$.

$$(1 - s_j) + \alpha \Delta s_j > 0, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (3.26)$$

Isolando o parâmetro α da expressão (3.25) e (3.26), obtém-se as expressões (3.27) e (3.28), respectivamente.

$$\frac{1}{\alpha} > -\frac{\Delta s_j}{s_j}, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (3.27)$$

$$\frac{1}{\alpha} > -\frac{\Delta s_j}{1 - s_j}, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (3.28)$$

O valor de α deve então ser obtido pelo maior valor entre as expressões (3.27) e (3.28), como segue.

$$\alpha = \left[\max_j \left\{ -\frac{\Delta s_j}{s_j}, -\frac{\Delta s_j}{1 - s_j} \right\} \right]^{-1} \quad (3.29)$$

Caso o valor do fator de redução do passo, dado por (3.29), for maior que 1, adota-se $\alpha = 1$.

Para o problema de barreira (3.23), a atualização das variáveis após uma iteração de Newton é dado por:

$$z^{k+1} = z^k + \rho \alpha \Delta z^{k+1} \quad (3.30)$$

onde α é dado pela equação (3.29) e ρ é um fator de redução para evitar que as restrições fiquem estritamente ativas, sendo $\rho \approx 0,995$.

Diante de toda formulação apresentada nesta seção para a resolução do problema PB, pode-se desenvolver um algoritmo de forma a permitir a implementação computacional do método de pontos interiores e Newton para sua resolução. A figura 3.2 mostra então o algoritmo para obter a solução de PB.

A implementação do algoritmo descrito na figura 3.2 pode ser realizada por qualquer software com capacidade de programação de cálculo numérico e tratamento matricial.

Para aplicação do algoritmo em problemas de FPOR, onde a estrutura da matriz hessiana possui características de esparsidade, é possível tirar proveito dessa característica quando o software utilizado para sua implementação tem capacidade de tratamento de tais estruturas.

Algoritmo

i. inicializar as variáveis primais y , s e duais λ , μ .

ii. calcular o parâmetro β :

$$\beta = \delta \frac{-\mu^T [S^{-1} - (I - S)^{-1}]^{-1} H e}{p}$$

iii. calcular o gradiente da lagrangeana $\nabla \mathcal{L}_B$ formulado em (3.21).

iv. calcular a hessiana da lagrangeana M formulada em (3.20).

v. resolver pelo método de Newton o problema:

$$M \Delta z = -\nabla \mathcal{L}_B$$

vi. calcular o preditor-corretor de variáveis primais:

$$\alpha' = \left[\max_j \left\{ -\frac{\Delta s_j}{s_j}, -\frac{\Delta s_j}{1 - s_j} \right\} \right]^{-1}$$

$$\alpha = \min\{\alpha', 1\}$$

vii. atualizar as variáveis primais e duais do problema:

$$y \leftarrow y + \rho \alpha \Delta y$$

$$s \leftarrow s + \rho \alpha \Delta s$$

$$\lambda \leftarrow \lambda + \rho \alpha \Delta \lambda$$

$$\mu \leftarrow \mu + \rho \alpha \Delta \mu$$

viii. Se: $|\nabla \mathcal{L}_B| < \epsilon$ e $\beta < \epsilon$, finalizar o programa. Caso contrário, vá para o passo *ii*.

Fig. 3.2: Algoritmo para resolução do problema PB utilizando o método de PI.

3.4 Não Convergência e Perfil de Magnitudes de Tensão

Em estudos aplicando o método de PI no problema de FPOR o algoritmo pode não alcançar convergência. Segundo Momoh e Zhu [27], a não convergência está associada a algumas características do próprio método de PI. Primeiramente, existe uma sensibilidade alta do método na inicialização das variáveis de decisão. Uma má inicialização pode acarretar em um número elevado de iterações na solução do problema, bem como a sua não convergência.

Outro aspecto que pode dificultar a convergência do algoritmo é o conjunto de restrições do problema. Se a região formada pelas restrições é muito estreita, pode acarretar em infactibilidade em todas as soluções do problema. Com isso há a necessidade de uma relaxação adequada nos limites das restrições violadas para que exista soluções factíveis.

Com relação à atualização das variáveis de decisão, verifica-se que a direção dada pelo passo de Newton pode gerar solução infactível. Esta solução pode levar a uma região do conjunto restrição em que o algoritmo não converge para um ponto factível. O controle no passo de Newton para manter a factibilidade das restrições é então necessário para que haja convergência.

Nesta seção analisamos as características operativas de redes de transmissão através das soluções do problema de FPOR resolvido pela técnica de pontos interiores e Newton. Os dados das redes de teste para o estudo são extraídos de <http://www.ee.washington.edu/research/pstca>, que representam os parâmetros do modelo de teste do IEEE para sistemas com 14, 30, 57, 118 e 162 barras.

Em sistemas de geração/transmissão de potência, o estado de operação da rede está condicionado à limites operacionais tanto sob o aspecto de restrições dos equipamentos como de qualidade da energia que chega nos pontos consumidores.

Como descrito na seção 2.2.3, os limites de suporte de potência reativa $\{Q_j^{g\ min} \leq Q_j(y) \leq Q_j^{g\ max}\}$ nas barras *SL* e *PV* (geradores e compensadores de reativos) são definidos de acordo com a capacidade física dos equipamentos. Estes limites são então fixos para cada unidade de suporte, sendo informações que devem ser consideradas na formulação do FPOR.

Os limites para as magnitudes de tensão $\{V_j^{min} \leq V_j \leq V_j^{max}\}$ nas barras do sistema de geração/transmissão de potência são definidos de acordo com um critério de qualidade operativa desejada. Limites mais restritivos garantem uma qualidade maior no perfil de tensão do sistema, sob o aspecto de uniformidade do perfil de tensão próximo de 1 p.u. (nominal). Limites menos restritivos permitem que o perfil de tensão apresente variação maior entre as tensões no limite máximo e mínimo reduzindo então a qualidade operativa.

Visando então definir um escopo de qualidade operativa, podemos analisar três exigências distintas para os limites de tensão:

1. Perfil de magnitudes de tensão com variação de 10% (-5% e +5% em torno de 1 p.u.)
 $Q1 \{0,95 \leq V_j \leq 1,05\}$
2. Perfil de magnitudes de tensão com variação de 15% (-10% e +5% em torno de 1 p.u.)
 $Q2 \{0,90 \leq V_j \leq 1,05\}$
3. Perfil de magnitudes de tensão com variação de 20% (-15% e +5% em torno de 1 p.u.)
 $Q3 \{0,85 \leq V_j \leq 1,05\}$

Nas definições de qualidade $Q1$, $Q2$ e $Q3$, observa-se que o limite superior se manteve em 5% acima do nominal (1 p.u.) enquanto que os limites inferiores foram relaxados em 5%, 10% e 15% do nominal, respectivamente. Esta estratégia permite avaliar nos estudos o perfil das magnitudes de tensão sustentado pela capacidade de suporte de reativos disponível no sistema. Esta análise pode ser estendida ainda para três critérios de otimização:

- minimização de perdas ativas RI^2 (MW)
- minimização de perdas reativas série XI^2 (MVA_r)
- minimização de perdas aparentes série $|Z|I^2$ (MVA)²

Como as redes de teste utilizadas possuem características de configuração distintas permitindo uma análise mais abrangente do comportamento do algoritmo, é interessante fazer um estudo de casos analisando o comportamento das redes para cada estratégia de solução e qualidade do FPOR.

Neste etapa é então analisado a exigência computacional do problema de FPOR para as redes de testes descritas acima, tendo como critério de operação: mínimas perdas ativas, reativas série e aparentes série. É também avaliado o perfil das magnitudes de tensão para cada critério.

A tabela 3.1 mostra a exigência computacional para o critério de mínimas perdas ativas.

Caso	Limites de Tensão		Sistema de Teste IEEE				
	V^{min} (p.u.)	V^{max} (p.u.)	14 barras	30 barras	57 barras	118 barras	162 barras
$Q1$	0,95	1,05	25	não conv.	não conv.	28	30
$Q2$	0,90	1,05	26	26	não conv.	30	28
$Q3$	0,85	1,05	26	26	27	29	28

Tab. 3.1: No. de iterações. Critério: minimizar RI^2 .

A tabela 3.2 mostra a exigência computacional para o critério de mínimas perdas reativas série.

Caso	Limites de Tensão		Sistema de Teste IEEE				
	V^{min} (p.u.)	V^{max} (p.u.)	14 barras	30 barras	57 barras	118 barras	162 barras
$Q1$	0,95	1,05	24	não conv.	não conv.	27	33
$Q2$	0,90	1,05	26	26	não conv.	29	27
$Q3$	0,85	1,05	25	27	26	28	29

Tab. 3.2: No. de iterações. Critério: minimizar XI^2 .

A tabela 3.3 mostra a exigência computacional para o critério de mínimas perdas aparentes série.

² $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$

Caso	Limites de Tensão		Sistema de Teste IEEE				
	V^{min} (p.u.)	V^{max} (p.u.)	14 barras	30 barras	57 barras	118 barras	162 barras
Q1	0,95	1,05	25	não conv.	não conv.	27	31
Q2	0,90	1,05	25	27	não conv.	30	27
Q3	0,85	1,05	25	27	26	28	28

Tab. 3.3: No. de iterações. Critério: minimizar $|Z|I^2$.

Para os três critérios operativos analisados, o sistema de teste IEEE 30 barras não convergiu para os limites de magnitudes de tensão definidos por Q1. Para a rede de teste IEEE 57 barras, os limites definidos em Q1 e Q2 não permitiram a convergência do algoritmo. Somente com o limite Q3 houve convergência para todos os sistemas.

Analisando somente o desempenho computacional, não temos informações que permitem inferir sobre a causa de não convergência de alguns sistemas de teste. Mesmo relaxando os limites das magnitudes de tensão, o número de iterações não se alterou significativamente. Vamos então fazer uma análise do perfil de magnitudes de tensão das barras *SL* e *PV* e de carga para as redes IEEE 14, 30 e 57 barras.

O sistema IEEE 14 barras é estruturada da seguinte forma:

- 5 barras *SL*, *PV* e 9 barras de carga;
- 15 linhas de transmissão e 5 transformadores entre barras;
- Carga ativa de 259,00 MW;
- Carga reativa indutiva de 77,40 MVAR e reativa capacitiva de -3,90 MVAR.

As figuras 3.3, 3.4 e 3.5 mostram o perfil de magnitudes de tensão das barras *SL* e *PV* do sistema IEEE 14 barras para os três critérios operativos adotados neste estudo, e para os limites Q1, Q2 e Q3, respectivamente.

Os pontos de operação dados por cada critério de performance foram bem próximos, porém para o caso de mínimas perdas ativas, as magnitudes foram ligeiramente maiores que os outros critérios adotados. Com relação aos limites definidos em Q1, Q2 e Q3, o ponto de operação dado pela solução do problema PB (3.7) manteve-se o mesmo, como observado em Fig. 3.3, 3.4 e 3.5.

Com os critérios de mínimas perdas reativas série e aparentes série a performance do ponto operativo foi similar. Ao observar os dados da rede de teste verificamos que a resistência série no modelo de rede é bem menor que a reatância série, fazendo com que a expressão que descreve as perdas aparentes ($\sqrt{R^2 + X^2}I^2$) seja numericamente próxima da expressão das perdas reativas (XI^2).

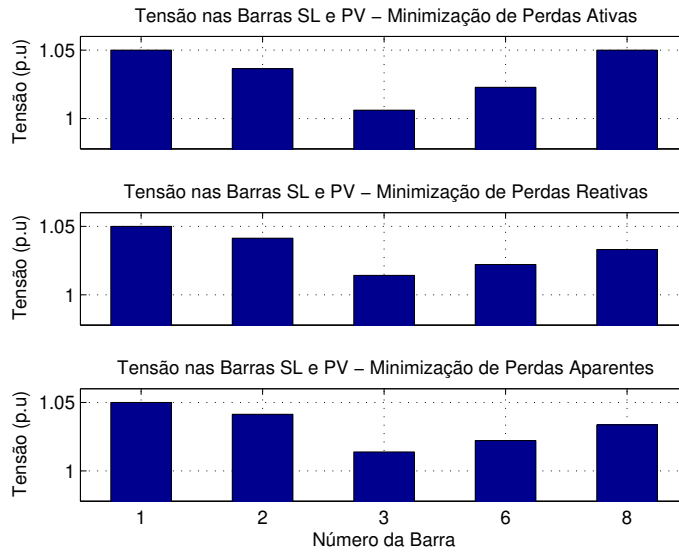


Fig. 3.3: Magnitudes de tensão em barras SL , PV . IEEE 14 barras. Caso $Q1$.

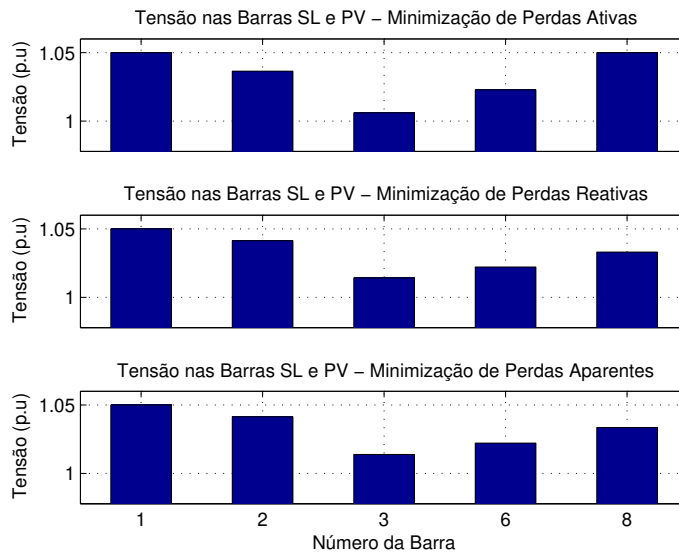


Fig. 3.4: Magnitudes de tensão em barras SL , PV . IEEE 14 barras. Caso $Q2$.

As figuras 3.6, 3.7 e 3.8 mostram o perfil de magnitudes de tensão das barras de carga do sistema IEEE 14 barras para os três critérios operativos, e também para os limites nas magnitudes de tensão definidos em $Q1$, $Q2$ e $Q3$.

O mesmo comportamento presente nas barras SL e PV é observado nas barras PQ , no que se refere ao modo de operação para cada critério de otimização. Porém, de modo geral, as magnitudes de tensão são relativamente menores, apresentando barras com tensão abaixo do nominal. Para os

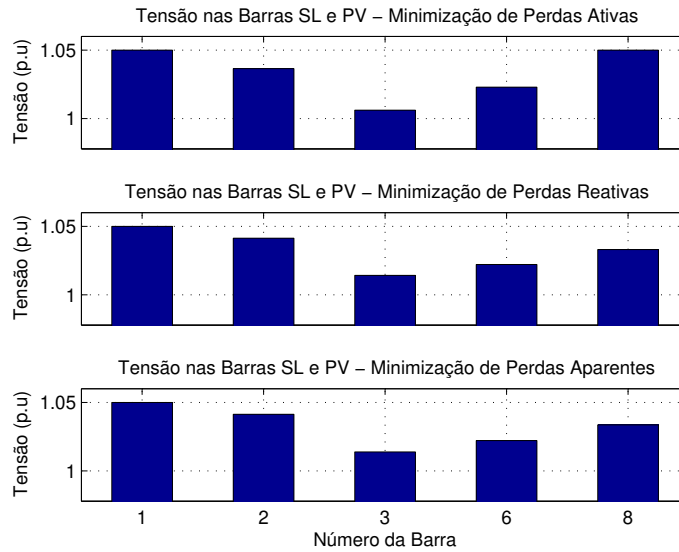


Fig. 3.5: Magnitudes de tensão em barras *SL*, *PV*. IEEE 14 barras. Caso *Q3*.

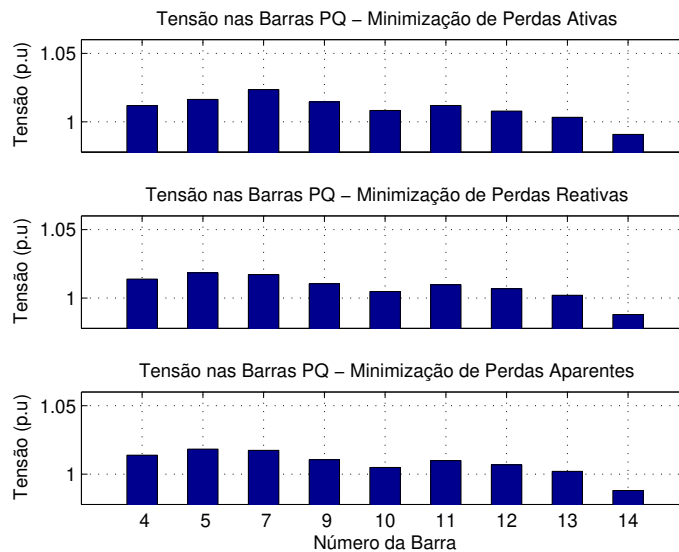


Fig. 3.6: Magnitudes de tensão em barras *PQ*. IEEE 14 barras. Caso *Q1*.

limites definidos em *Q1*, *Q2* e *Q3*, o comportamento do algoritmo manteve também o mesmo ponto operativo.

O perfil de magnitudes de tensão pode ser analisado quantitativamente através do seu histograma. A figura 3.9 mostra o histograma para as barras *SL*, *PV*, sendo selecionado os limites definidos em *Q1*, porém válido para os limites definidos em *Q2* e *Q3*.

Para mínimas perdas ativas, a tensão média em *SL*, *PV* ficou em torno de 1,033 p.u.. Já para

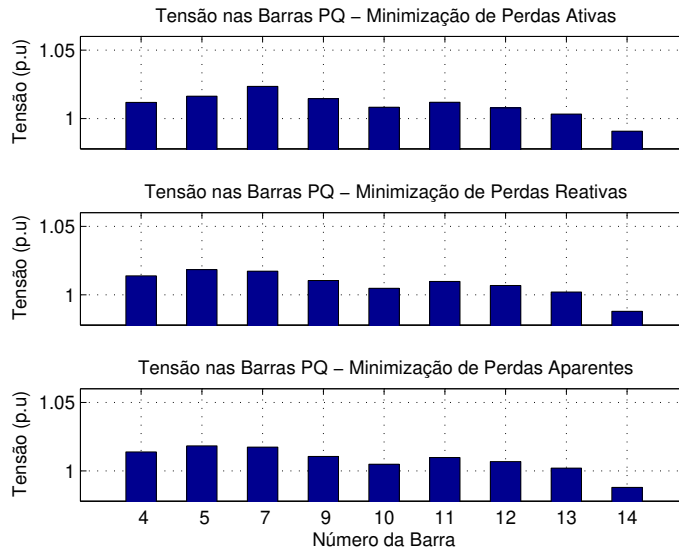


Fig. 3.7: Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 14 barras. Caso $Q2$.

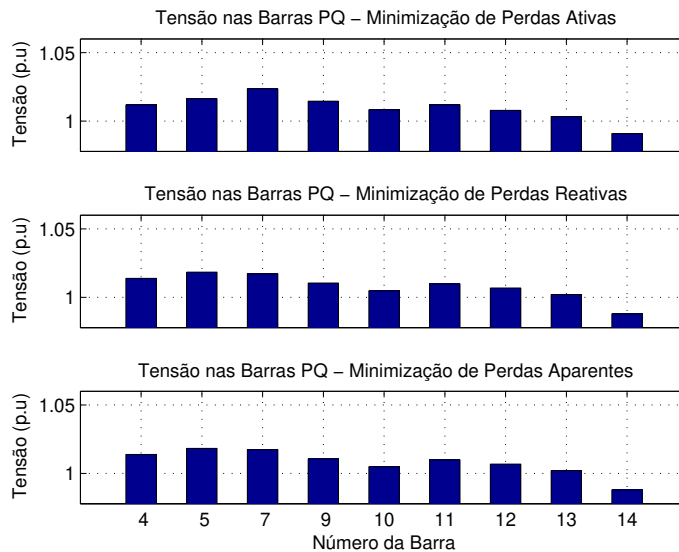


Fig. 3.8: Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 14 barras. Caso $Q3$.

as mínimas perdas reativas série e aparentes série, a tensão média ficou em torno de 1,032 p.u., apresentando em ambos os casos um perfil médio acima do valor nominal.

A figura 3.10 mostra o histograma para as barras PQ , selecionando novamente os limites de $Q1$. De forma análoga, o ponto de operação para as barras PQ possui tensão média de 1,010 p.u. para o critério de mínimas perdas ativas, e tensão média de 1,008 p.u. para o critério de mínimas perdas reativas série e aparentes série.

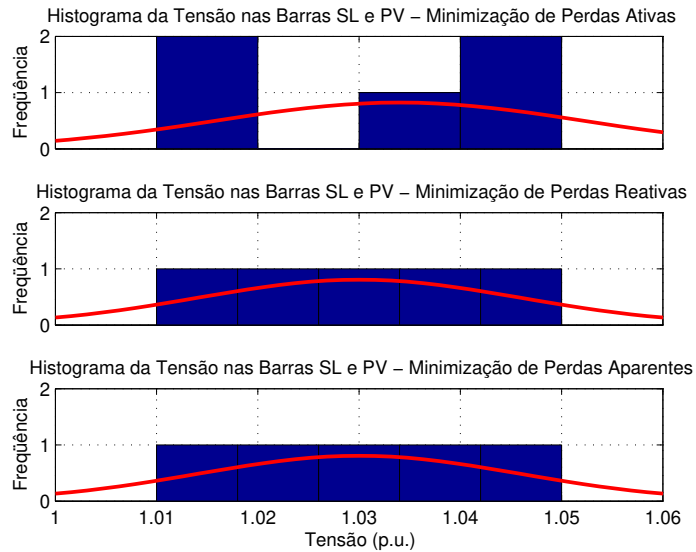


Fig. 3.9: Histograma do perfil de tensão em barras SL , PV . IEEE 14 barras.

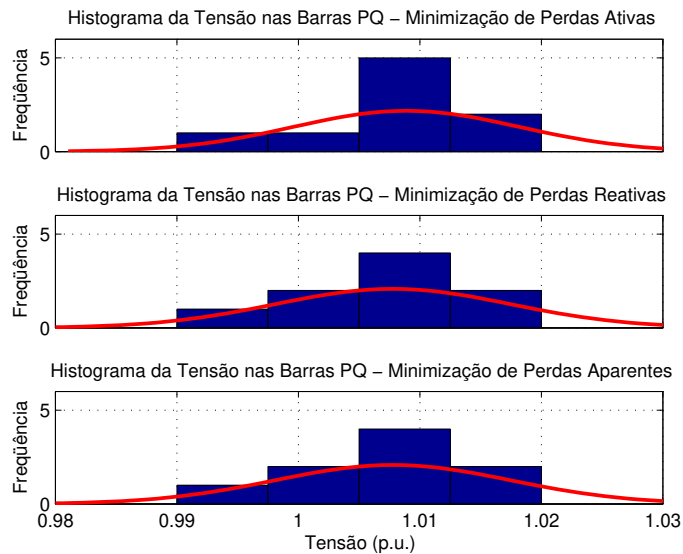


Fig. 3.10: Histograma do perfil de tensão em barras PQ . IEEE 14 barras.

O sistema de teste IEEE 30 barras não apresentou convergência para os limites definidos em $Q1$, então é apresentado o perfil de magnitudes de tensão e o histograma para os limites definidos em $Q2$ e $Q3$. A estrutura desta rede de teste é dada por:

- 6 barras SL , PV e 24 barras de carga;
- 36 linhas de transmissão e 5 transformadores entre barras;

- Carga ativa de 283,40 MW;
- Carga reativa indutiva de 126,20 MVar.

As figuras 3.11 e 3.12 mostram o perfil de magnitudes de tensão em SL , PV do sistema IEEE 30 barras para os três critérios operativos, e para os limites definidos em $Q2$ e $Q3$, respectivamente.

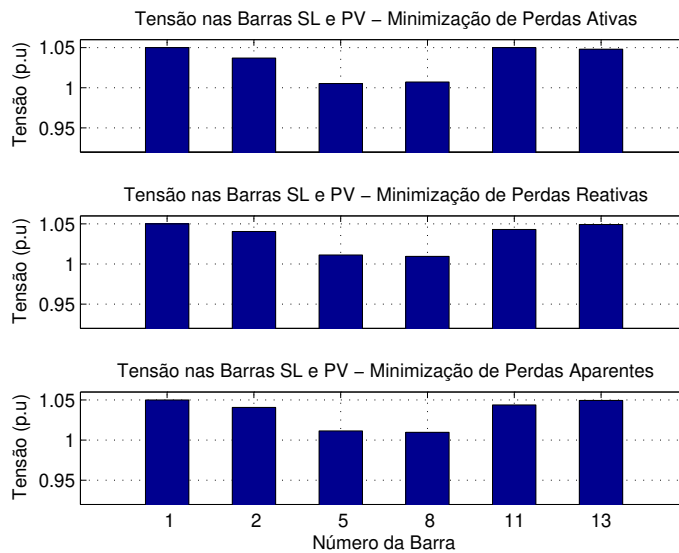


Fig. 3.11: Magnitudes de tensão em barras SL , PV . IEEE 30 barras. Caso $Q2$.

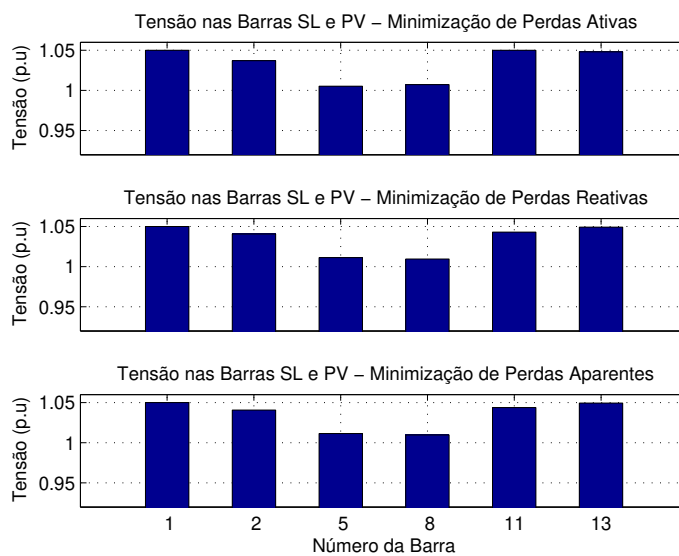


Fig. 3.12: Magnitudes de tensão em barras SL , PV . IEEE 30 barras. Caso $Q3$.

O comportamento observado no sistema IEEE 14 barras ocorre também para o sistema IEEE 30 barras. Mesmo relaxando os limites de $Q2$ para $Q3$, o ponto operativo permaneceu o mesmo.

As figuras 3.13 e 3.14 mostram o perfil de magnitudes de tensão das barras PQ do sistema IEEE 30 barras, para os limites definidos em $Q2$ e $Q3$.

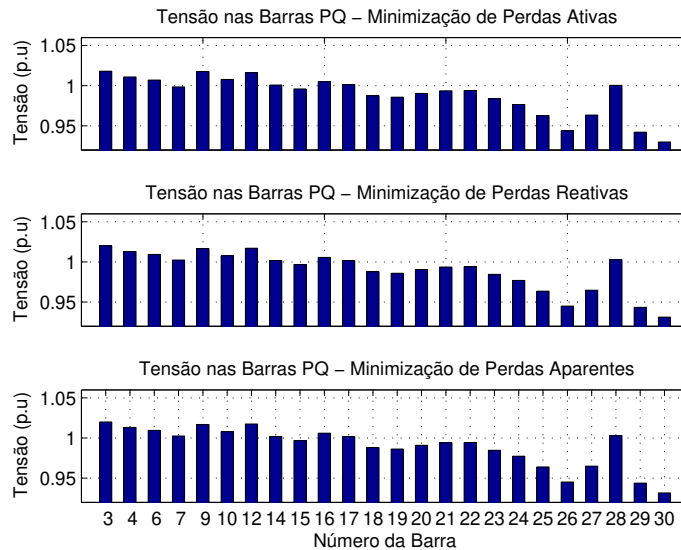


Fig. 3.13: Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 30 barras. Caso $Q2$.

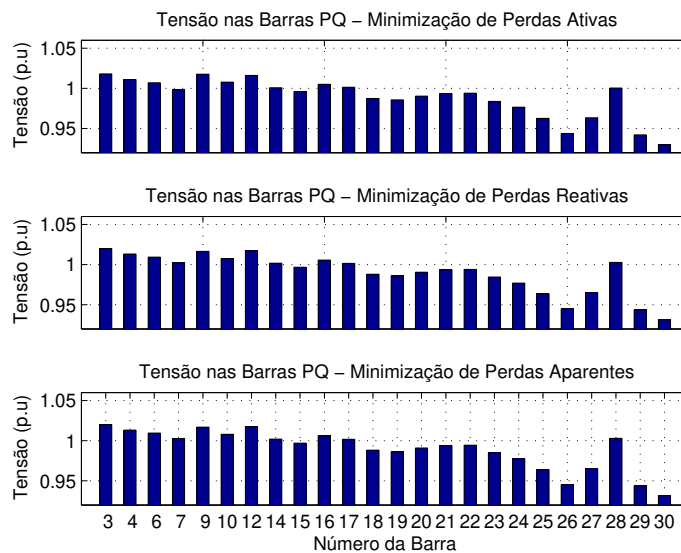


Fig. 3.14: Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 30 barras. Caso $Q3$.

O ponto operativo manteve-se, mesmo com a relaxação de $Q2$ para $Q3$. Fica então evidente que

estes limites não estão determinando o ponto solução do problema para tais barras. Entretanto são estes limites nas magnitudes de tensão das barras PQ que estão determinando a convergência ou não do algoritmo. Como a menor magnitude de tensão em PQ é 0,930 p.u., o algoritmo somente converge com limite inferior de 0,900 p.u. ($Q2$) e 0,850 p.u. ($Q3$).

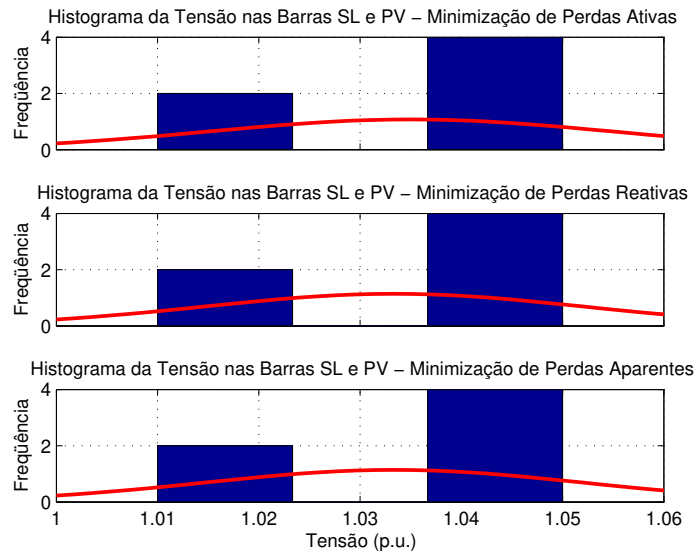


Fig. 3.15: Histograma do perfil de tensão em barras SL , PV . IEEE 30 barras.

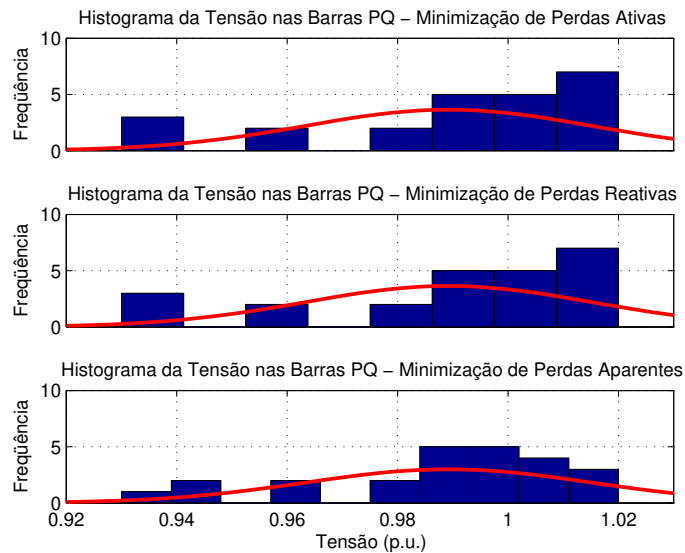


Fig. 3.16: Histograma do perfil de tensão em barras PQ . IEEE 30 barras.

Considerando a análise tendo como foco os critérios de operação, o ponto dado pela solução

do problema de FPOR (2.38) não apresentou diferenças substanciais, como observado em Fig. 3.11 e 3.12 para as barras *SL* e *PV*, e Fig. 3.13 e 3.14 para as barras *PQ*. As magnitudes de tensão estão com ponto de operação acima do nominal para as barras *SL* e *PV*, e apresenta um ponto de operação bem diversificado para as barras *PQ*. Este comportamento é quantificado pelos histogramas dos perfis de magnitudes de tensão.

A figura 3.15 mostra o histograma para as barras *SL*, *PV*, selecionando os limites definidos em *Q2*. A tensão média do perfil de tensão ficou em torno de 1,033 p.u..

Para as barras *PQ*, a tensão média do perfil de tensão ficou em torno de 0,989 p.u., como mostrado em Fig. 3.16.

O problema do FPOR, resolvido pelo algoritmo de pontos interiores, para o sistema de teste IEEE 57 barras não alcançou convergência nos limites definidos em *Q1* e *Q2*. Somente relaxando os limites das magnitudes de tensão (caso *Q3*) foi possível convergência. Com isso vamos então analisar o ponto operativo tendo os limites de magnitudes de tensão definidos em *Q3*.

A rede IEEE 57 barras é estruturada com:

- 7 barras *SL*, *PV* e 50 barras de carga;
- 63 linhas de transmissão e 17 transformadores entre barras;
- Carga ativa de 1.250,80 MW;
- Carga reativa indutiva de 336,40 MVar.

A figura 3.17 mostra o perfil de magnitudes de tensão das barras *SL*, *PV* para o sistema IEEE 57 barras, para os três critérios de operação adotados.

O ponto operativo obtido nos três critérios de otimização apresentam magnitudes de tensão próximas do limite superior (1,05 p.u.). De forma qualitativa, verifica-se que as magnitudes de tensão em *SL* e *PV* são elevadas visando minimizar as perdas ativas na transmissão e também atender o reativo exigido na rede.

Para as barras *PQ* o perfil de magnitudes de tensão é mostrado na figura 3.18.

Diferente do comportamento apresentado para as barras *SL* e *PV*, as barras *PQ* tem um perfil de magnitudes de tensão não uniforme. Algumas poucas barras estão operando com tensão próxima do limite superior (1,05 p.u.), enquanto que a maioria apresenta um ponto operativo com tensão abaixo do nominal, sendo algumas bem próximas do limite inferior (0,85 p.u.). Com isso podemos verificar que as barras *PQ* são as responsáveis pela não convergência do algoritmo com limites definidos em *Q1* e *Q2*. Verifica-se que mesmo com os limites inferiores relaxados em *SL* e *PV*, o ponto permaneceu acima do nominal, descartando então estas barras como causa de não convergência do algoritmo.

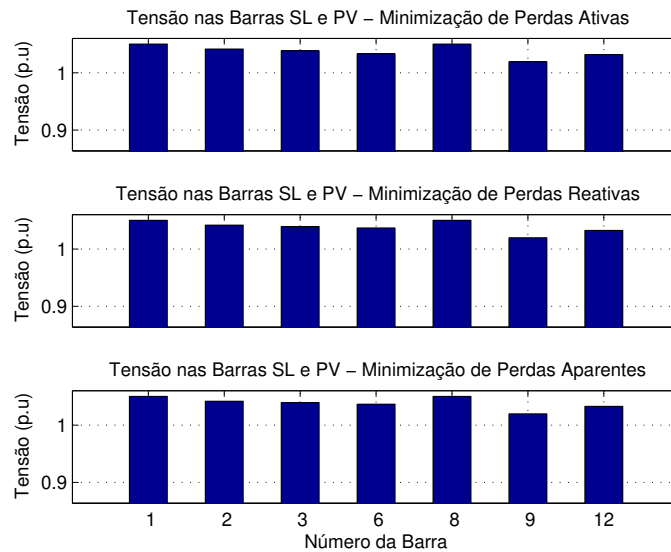


Fig. 3.17: Magnitudes de tensão em barras SL , PV . IEEE 57 barras. Caso $Q3$.

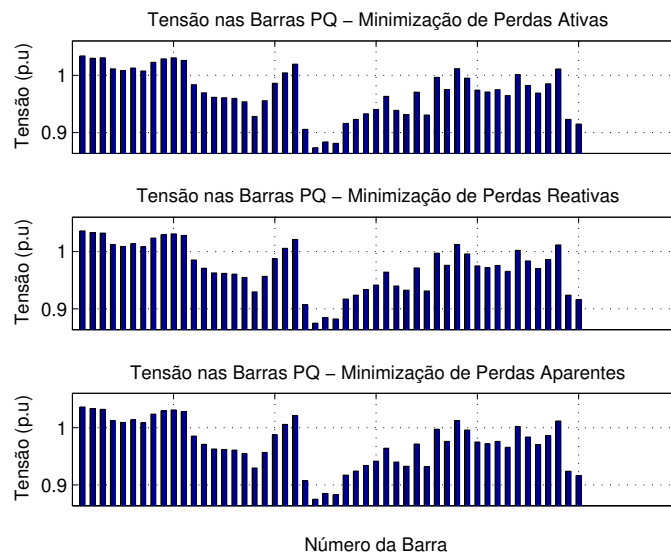


Fig. 3.18: Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 57 barras. Caso $Q3$.

O histograma do perfil de magnitudes de tensão quantifica a análise observada em Fig. 3.17 e 3.18, para cada critério de performance. A figura 3.19 mostra então os histogramas para as barras SL , PV .

A tensão média do perfil de tensão observado em Fig. 3.19 ficou em torno de 1,038 p.u., apresentando uma distribuição em torno da média. O desvio padrão aproximado ficou em torno de 0,011 p.u..

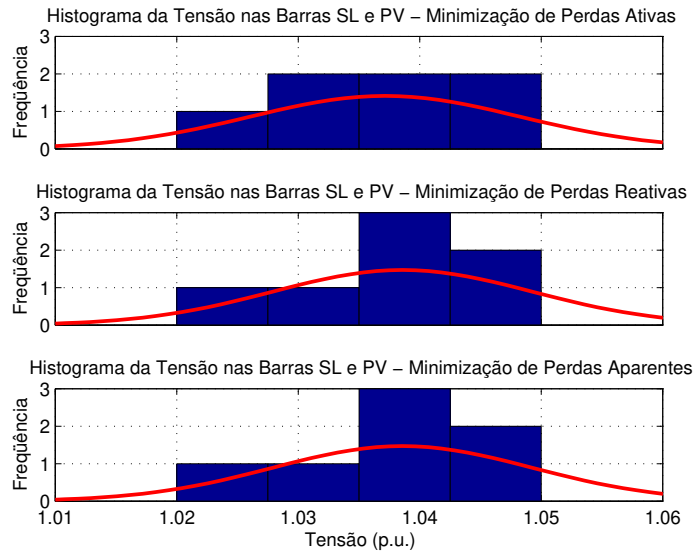


Fig. 3.19: Histograma do perfil de tensão em barras *SL*, *PV*. IEEE 57 barras.

A figura 3.20 mostra os histogramas do perfil de magnitudes de tensão das barras *PQ*.

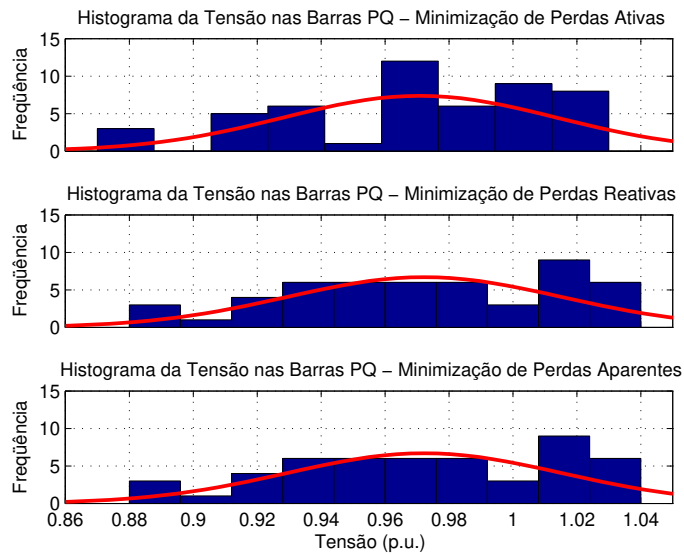


Fig. 3.20: Histograma do perfil de tensão em barras *PQ*. IEEE 57 barras.

Para as barras *PQ* a tensão média do perfil ficou em torno de 0,971 p.u., com desvio padrão alto, em torno de 0,043 p.u..

Analisando os resultados de forma geral, verifica-se que a obtenção da convergência está relacionado com os limites inferiores especificados para as magnitudes de tensão.

Para o sistema IEEE 30 barras, a convergência foi alcançada quando os limites foram relaxados de $Q1$ para $Q2$ e $Q3$. Nas figuras de magnitudes de tensão, Fig 3.13 e 3.14, observa-se que o efeito da relaxação, que possibilitou a convergência, está relacionado com as barras de carga, onde o ponto de operação factível para a barra de carga 30 estava em torno de 0,930 p.u.. Porém ao se relaxar os limites de $Q2$ para $Q3$, o ponto de operação foi o mesmo, onde podemos inferir que o ponto de operação das barras PQ não está condicionado aos limites impostos.

Para o sistema IEEE 57 barras, a convergência foi alcançada quando os limites foram relaxados de $Q2$ para $Q3$. Nas figuras 3.17 e 3.18 observa-se que a convergência está relacionada com a relaxação não de todas as barras, mas mais precisamente das barras de carga, sendo a barra de carga 31 a responsável pela infactibilidade (0,874 p.u.) quando os limites eram definidos por $Q1$ e $Q2$.

No capítulo 4 será então proposto uma reformulação do problema de FPOR onde as restrições nas magnitudes de tensão nas barras PQ serão relaxadas, baseado fundamentalmente nas características das relações entre as variáveis do problema de fluxo de potência.

Capítulo 4

Sensibilidade entre Variáveis e Relaxação de Restrições no Modelo do FPOR

Os casos de não convergência do algoritmo de pontos interiores, para os sistemas de teste IEEE 30 e 57 barras, são apresentados nas tabelas 3.1, 3.2 e 3.3, para os respectivos critérios de mínimas perdas ativas, reativas série e aparentes série.

No caso do sistema IEEE 30 barras o algoritmo converge respectivamente para limites mínimos de tensão em barras de carga, fixados em 0,90 e 0,85 p.u., para as mesmas soluções de acordo com cada função objetivo. E a solução obtida nos dois limites mínimos são respectivamente as mesmas em cada caso de função objetivo. Ou seja, o perfil de magnitudes de tensão do sistema obtido nos casos convergentes $Q2$ e $Q3$ são respectivamente idênticos para os três critérios de mérito otimizados, como demonstram os diagramas das figuras 3.11 e 3.12, para as barras SL e PV , e também as figuras 3.13 e 3.14, para as barras de carga.

A hipótese que é assumida neste trabalho é que o limite mínimo exigido para as tensões nas barras de carga é a causa da não convergência para o caso $Q1$, no sistema IEEE 30 barras.

Observa-se ainda que nos casos $Q2$ e $Q3$ não ocorrem problemas de infactibilidade com magnitudes de tensão em barras com controle de tensão (SL e PV). Esta característica se manifesta em todos os casos estudados neste trabalho com os critérios de mérito adotados (perdas ativas, reativas série e aparentes série).

O algoritmo aplicado no sistema IEEE 57 barras não converge para os limites mínimos nas tensões definidos em $Q1$ e $Q2$. A causa da não convergência está novamente relacionado com a infactibilidade nas magnitudes de tensão em barras de carga, como mostrado nos diagramas das tensões em Fig. 3.18. No diagrama das tensões em SL e PV (Fig. 3.17) não há infactibilidades para os limites definidos em $Q1$ e $Q2$, estando o perfil médio das tensões acima do nominal.

Neste capítulo é proposto um modelo e cálculo do FPOR que relaxa totalmente as restrições em

magnitudes de tensão em barras de carga. Este modelo será apresentado juntamente com os resultados obtidos com todos os sistemas do IEEE testados.

Na seção 4.1 é analisado algumas considerações sobre o modelo das relações entre as variáveis de potência e tensão que justificam a proposição desta relaxação aplicada ao FPOR. Em seguida é analisado no detalhe parte dos resultados obtidos com este FPOR relaxado. Resultados mais detalhados com as respectivas análises que justificam a hipótese de relaxação adotada serão discutidos no capítulo 5.

4.1 Relaxação de Restrições em Magnitudes de Tensão

No problema de FPOR, formulado em (2.38), são relaxadas as magnitudes de tensão nas barras SL e PV representadas através da variável u no problema de otimização, anteriormente especificadas (u^{esp}) no problema de FP. Isto permite a obtenção de soluções factíveis levando em consideração os limites funcionais de suporte de reativos na rede, como formulado em FPE e FPOR. Dentre o conjunto de restrições do problema de FPOR está presente as restrições funcionais de igualdade $g(y) = 0$, que correspondem ao atendimento das injeções líquidas de potência ativa e reativa nas barras, sendo estas injeções especificadas no problema (P^{esp} e Q^{esp}).

Na resolução do problema de FP pelo método de Newton está presente a matriz jacobiana que descreve a sensibilidade entre as potências (P e Q) e as tensões (θ e V). Esta matriz é descrita à partir das suas sub-matrizes de sensibilidades (H, M, N e L) em (2.31) e representada à partir das variáveis do modelo de FP em (4.1).

$$\begin{bmatrix} \partial P/\partial\theta & \partial P/\partial V \\ \partial Q/\partial\theta & \partial Q/\partial V \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

sendo a matriz que compõe o problema (4.1) definida então como jacobiana.

A matriz jacobiana está presente também no problema de FPOR, incorporada à matriz hessiana da lagrangeana M em (3.20), descrita como $\nabla_y g(y)$. Com isso a sensibilidade presente entre as variáveis do problema de FP está presente também no problema de FPOR.

Analisemos então a matriz jacobiana do problema de FP representada inicialmente através da estrutura de ligações entre as barras do sistema, mostrada na figura 4.1 para a rede de teste IEEE 118 barras.

Observa-se em Fig. 4.1 que as sub-matrizes da matriz jacobiana são, em suas estruturas, predominantemente diagonais. Isto é uma característica da própria arquitetura dos sistemas de transmissão de potência, que possuem configuração em rede com poucas ligações entre barras. Ao avaliar os valores presentes em cada posição da matriz jacobiana verifica-se as predominâncias entre as sensibilidades

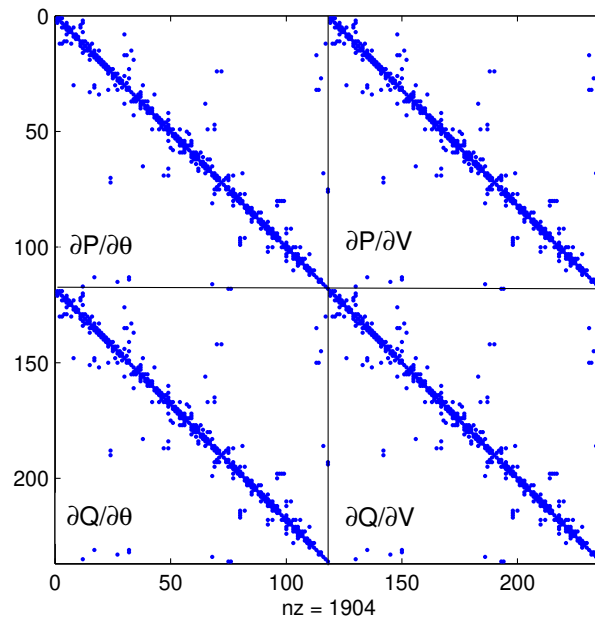


Fig. 4.1: Matriz de incidência da jacobiana do problema de FP. IEEE 118 barras.

das variáveis do problema de FP. A figura 4.2 ilustra estas sensibilidades.

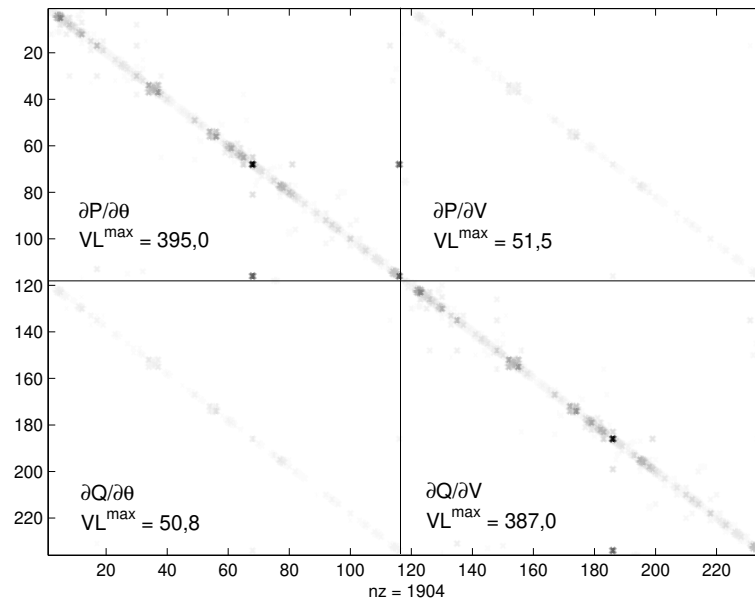


Fig. 4.2: Estrutura numérica da matriz jacobiana do problema de FP. IEEE 118 barras.

A intensidade dos pontos em Fig. 4.2 está diretamente relacionada com os valores absolutos nas

respectivas posições da matriz, sendo também mostrado o máximo valor em módulo ($V L^{max}$). Pode-se observar uma predominância numérica das sub-matrizes $\partial P/\partial\theta$ e $\partial Q/\partial V$ em relação às sub-matrizes $\partial P/\partial V$ e $\partial Q/\partial\theta$. A matriz jacobiana é então numericamente diagonal principal. Com base nestes resultados verifica-se um acoplamento entre as variáveis $P\theta$ e QV , e um desacoplamento entre as variáveis PV e $Q\theta$ [30].

Segundo Stott [29], as relações de acoplamento entre as variáveis do problema de FP são verificadas principalmente em redes de transmissão com tensões acima de 230kV (EAT) e acima de 750kV (UAT). Isto permite resolver o problema (4.1) através das seguintes aproximações:

$$[\partial P/\partial\theta] \Delta\theta = \Delta P \quad (4.2)$$

$$[\partial Q/\partial V] \Delta V = \Delta Q \quad (4.3)$$

sendo:

- $\Delta P = P^{esp} - P^{calc}(\theta, V)$ - atendimento das injeções líquidas de potência ativa especificadas no modelo da rede;
- $\Delta Q = Q^{esp} - Q^{calc}(\theta, V)$ - atendimento das injeções líquidas de potência reativa especificadas no modelo da rede.

Na determinação do estado operativo da rede (θ, V) através da resolução dos problemas (4.2) e (4.3), observa-se que algumas variáveis são implicitamente dependentes no problema. A identificação de tais variáveis é obtida analisando numericamente a matriz jacobiana. Como as injeções líquidas de potência ativa são especificadas no problema de FP para as barras PV e PQ , os ângulos de tensão em tais barras estão intimamente ligados com a potência ativa nas respectivas barras, devido o acoplamento $P\theta$. Como as injeções líquidas de potência reativa são especificadas no problema de FP para as barras PQ , as magnitudes de tensão em tais barras estão intimamente ligadas com a potência reativa nas respectivas barras, devido o acoplamento QV . Com isso estas variáveis são fortemente dependentes de grandezas fixas do problema, e não de limites operativos impostos.

Na solução do FPOR pelo método de Newton, a matriz jacobiana está incorporada na matriz hessiana do problema. Com isso, o acoplamento entre as variáveis $P\theta$ e QV permanece no problema de FPOR. Então, na realidade, somente as magnitudes de tensão em barras SL e PV , e os ângulos de tensão em barras PQ podem ser classificadas efetivamente como variáveis de decisão no problema.

O acoplamento presente entre as grandezas QV força as magnitudes de tensão presentes no vetor x , definido em (2.26), ser dependente de valores especificados. Este comportamento irá refletir no modelo do FPOR, onde não faz sentido introduzir limites em x sendo estas variáveis fortemente dependente das potências reativas especificadas no modelo da rede.

Com a hipótese de variáveis dependentes implicitamente no problema de FPOR podemos então reformulá-lo, relaxando os limites nas magnitudes de tensão em barras de carga, supondo que a solução destas variáveis é dependente da potência reativa em tais barras. Assim podemos reformular o problema (2.38) como um problema de otimização da seguinte forma:

$$FPORR \begin{cases} \min & f_O(y) \\ \text{s.a} & g(y) = 0 \\ & h^{\min} \leq h(y) \leq h^{\max} \end{cases} \quad (4.4)$$

sendo:

- $y \in \mathbb{R}^m$ - conjunto de variáveis de decisão, compreendendo as magnitudes de tensão (V_k) em todas as barras (SL, PV, PQ), e os ângulos de tensão (θ_k) em barras PV e PQ , definido em (2.27);
- $f_O : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ - função objetivo, representativa de um critério de performance que se deseja minimizar. Por exemplo: perdas ativas (RI^2), reativas série (XI^2), aparentes série ($|Z|I^2$), etc.;
- $g : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ - conjunto de restrições funcionais de igualdade, compreendendo o atendimento da potência ativa especificada ($P^{esp} - P^{calc}(y) = 0$) nas barras PV e PQ , e potência reativa especificada ($Q^{esp} - Q^{calc}(y) = 0$) nas barras PQ do sistema, sendo definidas em (2.24);
- $h : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^p$ - conjunto de restrições funcionais de desigualdade, compreendendo limites de suporte de reativos ($Q^{g \min} \leq Q^g(y) \leq Q^{g \max}$), bem como limites nas magnitudes de tensão, presentes nas variáveis de decisão u (2.25) ($u^{\min} \leq u \leq u^{\max}$), sendo definido como:

$$h = \begin{bmatrix} Q^g(y) \\ u \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

- h^{\min}, h^{\max} - conjunto de limites das restrições funcionais de desigualdade.

A resolução do problema de FPORR, definido em (4.4), segue os procedimentos descritos no capítulo 3 utilizando a técnica de pontos interiores e o método de Newton na busca da solução ótima do problema.

4.2 Estudo de Caso do Modelo de FPORR

Nesta seção é analisado a viabilidade da proposta formulada em (4.4). Este estudo é sistematizado obtendo a solução do FPORR modelado pela técnica de pontos interiores e Newton, como detalhado

no capítulo 3. Os critérios de performance operacional adotados são: minimização de perdas ativas (RI^2), reativas série (XI^2) e aparentes série ($|Z|I^2$). Os limites para as magnitudes de tensão em barras SL e PV são os definidos em $Q1\{0,95 \leq V_j \leq 1,05\}$. Os limites para o suporte de reativos $\{Q_j^{min} \leq Q_j^g(y) \leq Q_j^{max}\}$, também em barras SL e PV , são os definidos pelo próprio modelo da rede, sendo normalizados entre 0 e 1. Com os resultados obtidos na solução do problema de FPORR e na solução do problema de FPOR, obtidos na seção 3.4, pode-se então inferir a viabilidade do modelo de FPORR proposto.

Os dados das redes de teste que compõem o estudo de casos para o problema de FPORR são extraídos de <http://www.ee.washington.edu/research/pstca>, que representam os parâmetros do modelo de teste do IEEE para sistemas com 14, 30, 57, 118 e 162 barras.

A tabela 4.1 mostra a exigência computacional para os três critérios de performance operacional.

Minimizar	Sistema de Teste IEEE				
	14 barras	30 barras	57 barras	118 barras	162 barras
RI^2	22	21	21	24	26
XI^2	20	22	21	25	30
$ Z I^2$	21	21	20	24	31

Tab. 4.1: No. de iterações. Critério: minimizar RI^2 , XI^2 e $|Z|I^2$. Caso $Q1$.

Para os três critérios operativos analisados, todos os sistemas de teste convergiram para os limites de magnitudes de tensão definidos por $Q1$.

Comparando os resultados da tabela 4.1 com os resultados obtidos pela solução do problema de FPOR (2.38), presentes nas tabelas 3.1, 3.2 e 3.3, para os limites definidos por $Q1$, verifica-se que o número de iterações exigido na solução do FPORR foi menor que o exigido na solução do FPOR. Isto para todos os sistemas de teste analisados.

O ponto a ser analisada com mais critério é a solução obtida nos problemas de FPORR e FPOR. A hipótese de vínculo implícito entre as variáveis do problema terá veracidade se as soluções obtidas em (2.38) e (4.4) forem iguais. Uma das grandezas do problema que é interessante analisar para comparar as soluções é a magnitude de tensão em cada barra do sistema. Com este estado operativo da rede, obtido pela solução dos problemas de otimização, é possível então verificar e comprovar a hipótese.

Nesta seção são apresentados somente os perfis de magnitudes de tensão e histogramas dos perfis de tensão correspondentes aos sistemas de teste IEEE 14, 30 e 57 barras. Os demais sistemas, bem como análises mais detalhadas da operação de cada sistema de teste serão apresentados no capítulo 5.

A figura 4.3 mostra o perfil de magnitudes de tensão das barras SL e PV do sistema IEEE 14 barras para os três critérios operativos adotados neste estudo, e para os limites definidos em $Q1$.

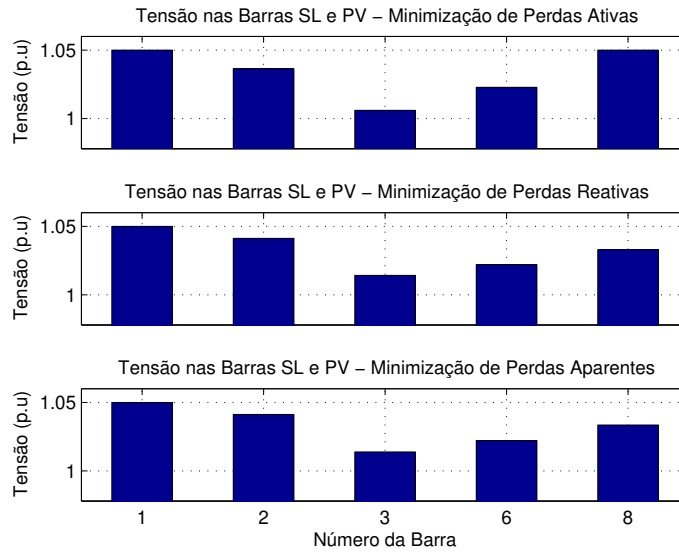


Fig. 4.3: Magnitudes de tensão em barras *SL*, *PV*. IEEE 14 barras. Caso *Q1*.

A figura 4.4 mostra o perfil de magnitudes de tensão das barras de carga do sistema IEEE 14 barras para os três critérios operativos.

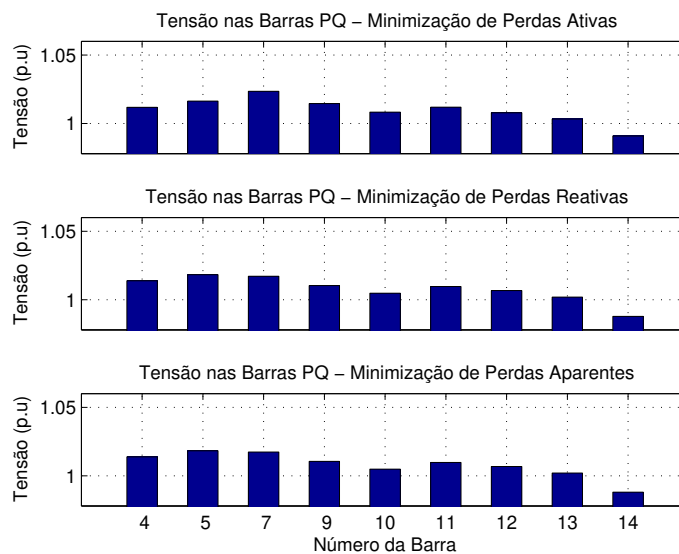


Fig. 4.4: Magnitudes de tensão em barras *PQ*. IEEE 14 barras. Caso *Q1*.

Os pontos operativos dados por cada critério de performance foram bem próximos, porém para o caso de mínimas perdas ativas, as magnitudes foram ligeiramente maiores que os outros critérios adotados. Com os critérios de mínimas perdas reativas série e aparentes série a performance do ponto

operativo foi similar.

Ao comparar as magnitudes de tensão em barras SL e PV obtidas em Fig. 4.3 e Fig. 3.3 verifica-se que os pontos operativos dados pelas soluções do problema de FPORR são os mesmos obtidos nas soluções do problema de FPOR, para as respectivas funções objetivo. Isto é verificado para as magnitudes de tensão em barras PQ , comparando Fig. 4.4 e Fig. 3.6.

De modo geral, o perfil de magnitudes de tensão em barras SL e PV opera com valor acima do nominal (1 p.u.), sendo que algumas barras estão no limite superior, como é o caso das barras de número 1 e 8. Este comportamento se deve as funções objetivo utilizadas. Para minimizar as perdas na transmissão o sistema deve operar com o perfil de tensão mais elevado.

Para o caso das barras PQ , o perfil de operação das tensões está em torno do nominal, porém a barra 14 está abaixo de 1 p.u..

O perfil de magnitudes de tensão pode ser analisado quantitativamente através do seu histograma contendo informações da média e desvio padrão. A figura 4.5 mostra o histograma para as barras SL , PV . Os limites das magnitudes de tensão são definidos por $Q1$.

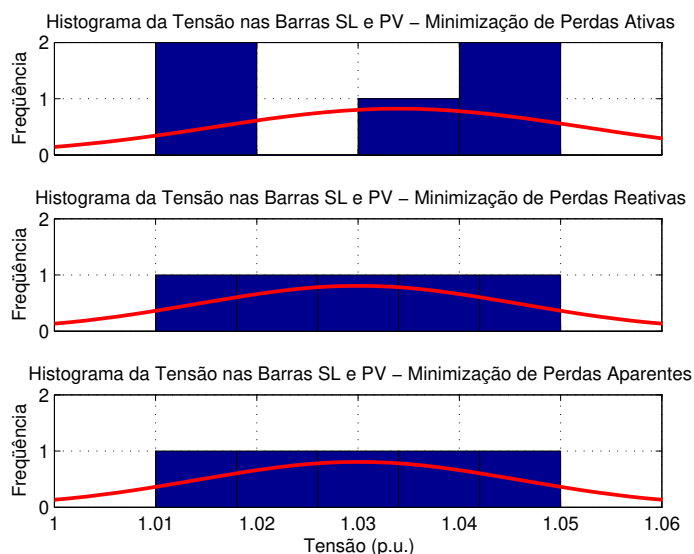


Fig. 4.5: Histograma do perfil de tensão em barras SL , PV . IEEE 14 barras.

Para mínimas perdas ativas, a tensão média em barras SL , PV ficou em torno de 1,033 p.u., com desvio padrão de 0,019 p.u.. Já para as mínimas perdas reativas série e aparentes série, a tensão média ficou em torno de 1,032 p.u., com desvio padrão de 0,014 p.u..

A figura 4.6 mostra o histograma para as barras PQ . A solução para as barras PQ possui tensão média de 1,010 p.u., com desvio padrão de 0,009 p.u. para o critério de mínimas perdas ativas, e tensão média de 1,008 p.u., com desvio padrão de 0,009 p.u. para o critério de mínimas perdas

reativas série e aparentes série.

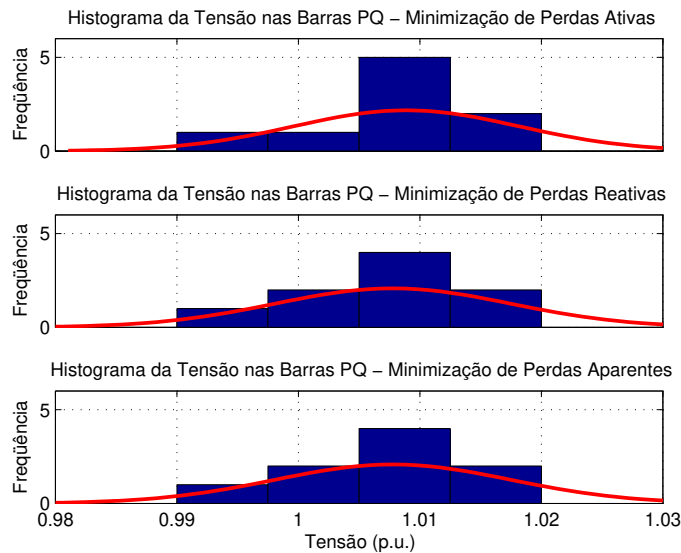


Fig. 4.6: Histograma do perfil de tensão em barras PQ . IEEE 14 barras.

Analisando agora o sistema IEEE 30 barras, verifica-se que o problema de FPORR apresenta convergência para os limites definidos em $Q1$, porém o problema de FPOR apresentou convergência somente para os limites definidos em $Q2$ e $Q3$. Neste caso vamos comparar as soluções do FPORR (limites definidos por $Q1$) com as soluções do FPOR com limites definidos em $Q2$.

A figura 4.7 mostra o perfil de magnitudes de tensão das barras SL e PV do sistema de teste IEEE 30 barras para os três critérios de performance operativa adotados neste estudo, e para os limites definidos em $Q1$.

O comportamento observado no sistema IEEE 14 barras ocorre também para o sistema IEEE 30 barras. O ponto operativo para os critérios de performance adotados foi similar. Para as barras SL e PV {1, 2, 11 e 13}, as magnitudes de tensão estão próximas do limite superior (1,05 p.u.), mantendo o perfil de tensão mais elevado. Este comportamento é esperado devido os critérios de performance utilizados no estudo.

A figura 4.8 mostra o perfil de magnitudes de tensão das barras de carga do sistema de teste IEEE 30 barras para os três critérios operativos.

Ao comparar as magnitudes de tensão em barras SL e PV para o sistema IEEE 30 barras obtidas em Fig. 4.7 e Fig. 3.11 (limites definidos por $Q2$) verifica-se que os pontos operativos dados pelas soluções do problema de FPORR (Fig. 4.7) são os mesmos obtidos nas soluções do problema de FPOR (Fig. 3.11), para os respectivos critérios de performance. O comportamento se repete ao analisar as magnitudes de tensão em barras PQ , comparando Fig. 4.8 e Fig. 3.13.

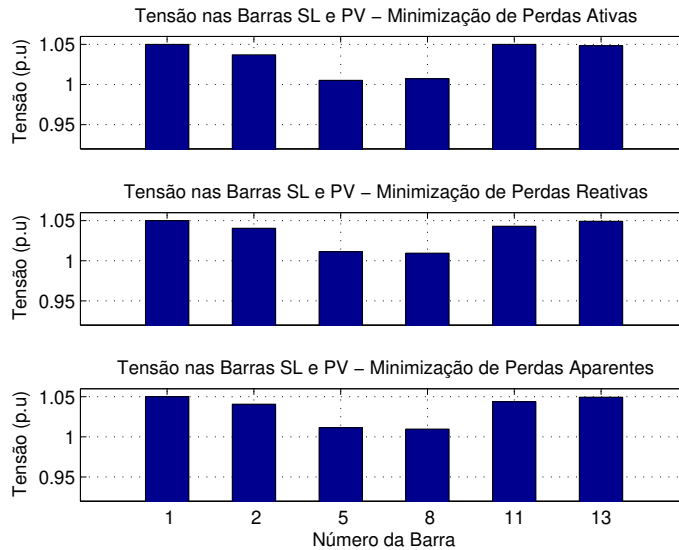


Fig. 4.7: Magnitudes de tensão em barras *SL*, *PV*. IEEE 30 barras. Caso *Q1*.

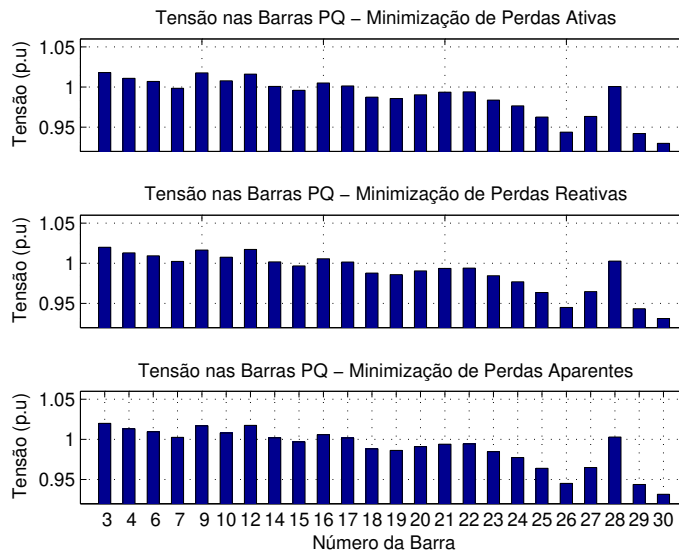


Fig. 4.8: Magnitudes de tensão em barras *PQ*. IEEE 30 barras. Caso *Q1*.

Analisando as magnitudes de tensão através de histogramas obtém-se a análise do perfil de tensão de forma quantitativa. A figura 4.9 mostra os histogramas das barras *SL*, *PV* para os três critérios de performance. Os limites das magnitudes de tensão são definidos por *Q1*.

Para mínimas perdas ativas, a tensão média em barras *SL*, *PV* ficou em torno de 1,033 p.u., com desvio padrão de 0,021 p.u.. Já para as mínimas perdas reativas série e aparentes série, a tensão média ficou em torno de 1,034 p.u., com desvio padrão de 0,019 p.u..

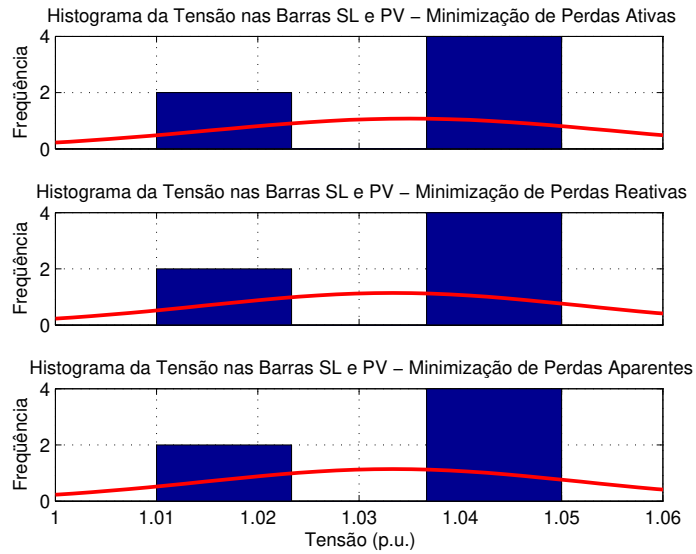


Fig. 4.9: Histograma do perfil de tensão em barras *SL*, *PV*. IEEE 30 barras.

A figura 4.10 mostra os histogramas para as barras *PQ*. Para mínimas perdas ativas, a tensão média ficou em torno de 0,989 p.u., com desvio padrão de 0,024 p.u.. Para as mínimas perdas reativas série e aparentes série, a tensão média ficou em torno de 0,990 p.u., com desvio padrão de 0,024 p.u..

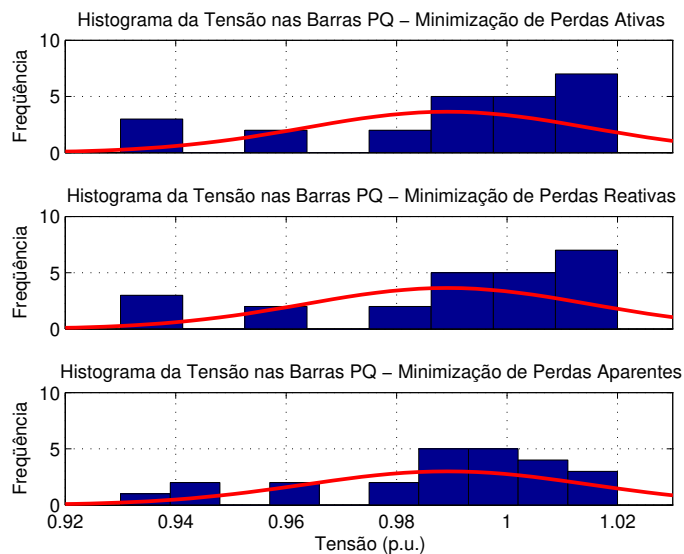


Fig. 4.10: Histograma do perfil de tensão em barras *PQ*. IEEE 30 barras.

Analisando finalmente o sistema IEEE 57 barras, verifica-se que problema de FPOR apresentou

convergência somente para os limites definidos em $Q3$. Com isso vamos comparar as soluções do FPORR (limites definidos em $Q1$) com as soluções do FPOR com limites definidos em $Q3$.

A figura 4.11 mostra o perfil de magnitudes de tensão das barras SL e PV do sistema de teste IEEE 57 barras para os três critérios de performance operativa, e para os limites definidos em $Q1$.

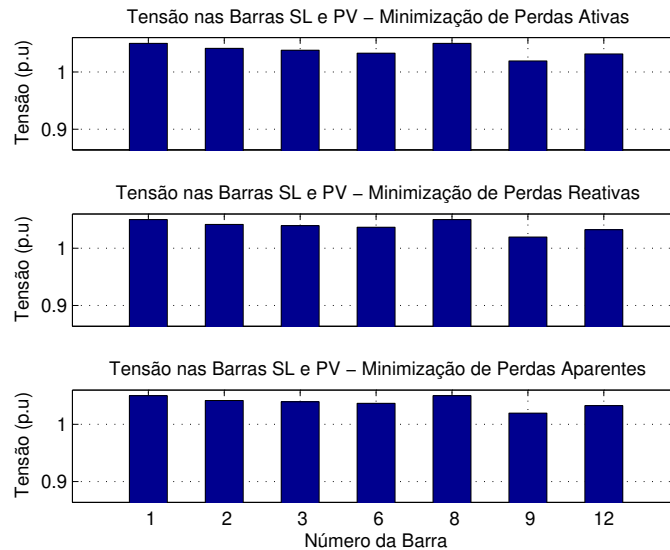


Fig. 4.11: Magnitudes de tensão em barras SL , PV . IEEE 57 barras. Caso $Q1$.

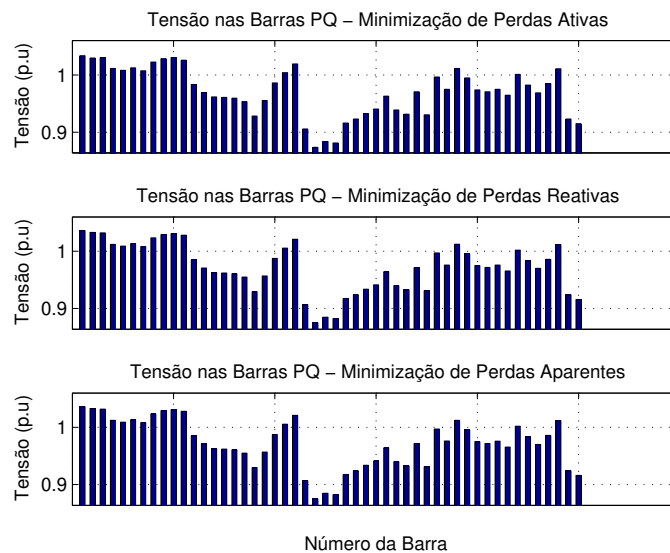


Fig. 4.12: Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 57 barras. Caso $Q1$.

A figura 4.12 mostra o perfil de magnitudes de tensão das barras PQ do sistema IEEE 30 barras.

De forma geral, as magnitudes de tensão nas barras SL e PV ficaram acima do nominal e próximas do limite superior. As magnitudes de tensão em barras PQ tiveram um perfil bem diversificado. Os histogramas presentes nas figuras 4.13 e 4.14 ilustram estes comportamentos para as barras SL e PV , e PQ , respectivamente.

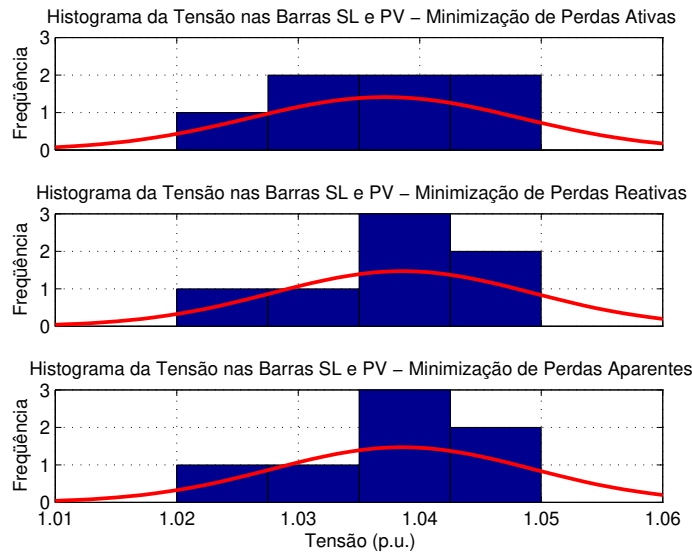


Fig. 4.13: Histograma do perfil de tensão em barras SL , PV . IEEE 57 barras.

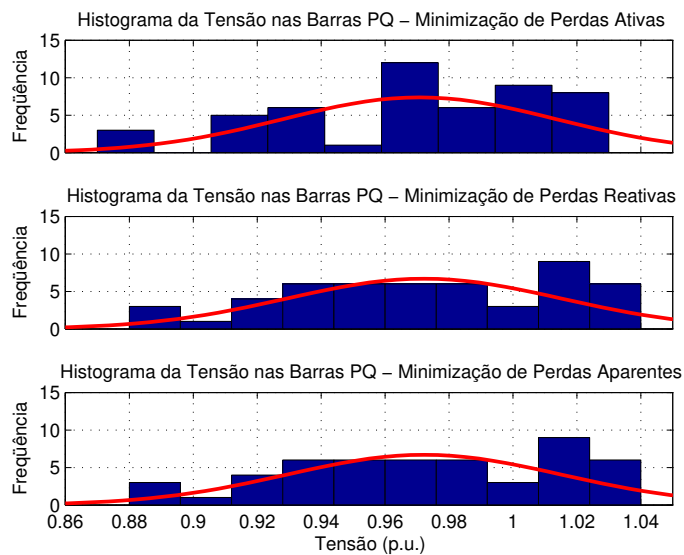


Fig. 4.14: Histograma do perfil de tensão em barras PQ . IEEE 57 barras.

Para mínimas perdas ativas, a tensão média em barras SL , PV ficou em torno de 1,038 p.u.,

com desvio padrão de 0,011 p.u.. Já para as mínimas perdas reativas série e aparentes série, a tensão média ficou em torno de 1,039 p.u., com desvio padrão de 0,011 p.u.. Como o desvio padrão foi relativamente pequeno, verifica-se que o perfil de tensão para as barras *SL* e *PV* apresenta uma uniformidade alta.

Para mínimas perdas ativas, a tensão média em barras *PQ* ficou em torno de 0,971 p.u., com desvio padrão de 0,043 p.u.. Para as mínimas perdas reativas série e aparentes série, a tensão média ficou em torno de 0,972 p.u., com desvio padrão de 0,043 p.u..

Como observado em Fig. 4.12, o perfil de tensão das barras *PQ* não apresenta uniformidade. Algumas barras apresentam magnitudes de tensão acima do nominal, enquanto que muitas outras apresentam tensão abaixo do nominal. A tensão mínima para o sistema IEEE 57 barras foi de 0,874 p.u. (barra 31). Este comportamento é quantificado através do desvio padrão relativamente alto (0,043 p.u.).

Ao comparar as magnitudes de tensão em barras *SL* e *PV* obtidas nas soluções dos problemas FPORR (Fig. 4.11) e FPOR (Fig. 3.17), sendo os limites para o FPOR definidos por $Q3$, verifica-se que os pontos operativos dados pelas respectivas soluções são os mesmos.

O comportamento se repete ao analisar as magnitudes de tensão em barras *PQ*, comparando as soluções do FPORR (Fig. 4.12) e do FPOR (Fig. 3.18).

Com isso pode-se comprovar que o modelo de FPORR apresenta a mesma solução que o problema de FPOR, como verificado nos estudos dos sistemas IEEE 14, 30 e 57 barras.

A hipótese de relaxação das variáveis x no problema de FPOR é então razoável. Existe um vínculo implícito entre as variáveis do problema que força algumas destas variáveis definidas como de decisão, a serem na realidade dependentes. Introduzir limites em tais variáveis dependentes torna o problema infactível em alguns casos, como observado nos sistemas IEEE 30 e 57 barras, onde não houve convergência do algoritmo para alguns limites impostos nas magnitudes de tensão.

No capítulo 5 será então analisado detalhadamente as soluções dos problemas de FPOR e FPORR para os sistemas IEEE 14, 30, 57, 118 e 162 barras.

Capítulo 5

Estudo de Casos

Nesta seção é analisado as características operativas de redes de transmissão através das soluções do FPOR e FPORR desenvolvido pela técnica de pontos interiores. Os dados das redes de teste utilizadas neste estudo são extraídos de <http://www.ee.washington.edu/research/pstca>, que representam os parâmetros do modelo de sistemas elétricos de potência do IEEE com 14, 30, 57, 118 e 162 barras.

Como descrito na seção 3.4, o estado de operação da rede está condicionado à limites operacionais tanto sob o aspecto de restrições dos equipamentos como de qualidade da energia que chega nos pontos consumidores.

Os limites impostos para o suporte de reativos ($Q_j^{g\ min} \leq Q_j(y) \leq Q_j^{g\ max}$) nas barras *SL* e *PV* são definidos de acordo com a capacidade física dos equipamentos. Estes limites são fixos para cada unidade de suporte, sendo informações a serem consideradas na formulação do FPOR e do FPORR.

Os limites para as magnitudes de tensão ($V_j^{min} \leq V_j \leq V_j^{max}$) em todas as barras do sistema de geração/transmissão de potência, para o FPOR, e para as barras *SL* e *PV*, para o FPORR, são definidos de acordo com um critério de qualidade operativa desejada. Limites mais restritivos garantem uma qualidade maior no perfil de tensão. Limites menos restritivos permitem que o perfil de tensão apresente variação maior entre as tensões no limite máximo e mínimo. As três exigências de qualidade para os limites de tensão são reescritas à seguir.

1. Perfil de magnitudes de tensão com variação de 10% (-5% e +5% em torno de 1 p.u.)
 $Q1 \{0,95 \leq V_j \leq 1,05\}$
2. Perfil de magnitudes de tensão com variação de 15% (-10% e +5% em torno de 1 p.u.)
 $Q2 \{0,90 \leq V_j \leq 1,05\}$
3. Perfil de magnitudes de tensão com variação de 20% (-15% e +5% em torno de 1 p.u.)
 $Q3 \{0,85 \leq V_j \leq 1,05\}$

Os critérios de performance operativa para este estudo são:

- minimização de perdas ativas RI^2 (MW)
- minimização de perdas reativas série XI^2 (MVA_r)
- minimização de perdas aparentes série $|Z|I^2$ (MVA) ¹

Os índices operativos analisados no estudo, utilizados como parâmetros comparativos entre os problemas de FPOR e FPORR, são:

- perdas ativas $\{RI^2$ (MW) $\}$, reativas $\{XI^2$ (MVA_r) $\}$ e aparentes $\{|Z|I^2$ (MVA) $\}$;
- geração ativa $\{\sum P^g$ (MW) $\}$, reativa indutiva $\{\sum Q^{gI}$ (MVA_r) $\}$ e capacitiva $\{\sum Q^{gC}$ (MVA_r) $\}$ nas barras SL e PV ;
- tensão média e desvio padrão nas SL e PV $\{\bar{V}_{SLUPV}$ e $std(\bar{V}_{SLUPV})\}$ e nas barras de carga $\{\bar{V}_{PQ}$ e $std(\bar{V}_{PQ})\}$;
- magnitude de tensão mínima V^{min} do conjunto de barras na solução do problema;
- número de barras com magnitudes de tensão fora dos limites V^{min} , V^{max} ;
- número de barras SL e PV com infactibilidade no suporte de reativos Q^g ;
- número de iterações para obter a solução o problema;

A estratégia utilizada no problema de FPOR desconsidera qualquer tipo de vínculo entre as variáveis que compõem o conjunto de restrições funcionais. Para a estratégia utilizada no problema de FPORR faz-se a consideração de um vínculo implícito entre as variáveis do problema. Neste estudo é então analisado primeiramente a solução do FPOR para cada rede de teste sob o escopo de qualidade mais restritivo e que apresenta convergência. Posteriormente é analisado a solução do FPORR para o escopo definido em $Q1$. Com as informações apresentadas nas soluções do FPOR e FPORR são realizadas análises comparativas entre os problemas.

5.1 Estudo de Casos para a Rede de Teste IEEE 14 Barras

A rede de teste IEEE 14 barras descreve os parâmetros de um modelo de sistema de potência com poucas barras, porém com configuração que permite observar o comportamento e dificuldades de operação de um sistema elétrico de potência de forma geral. Esta rede é estruturada da seguinte forma:

¹ $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$

- 5 barras *SL* e *PV* e 9 barras de carga;
- 15 linhas de transmissão 5 transformadores entre barras;
- Carga ativa de 259,00 MW;
- Carga reativa indutiva de 77,40 MVar e reativa capacitiva de -3,90 MVar.

A carga reativa total da rede de teste IEEE 14 barras é predominantemente indutiva. O diagrama unifilar da rede é mostrado na figura 5.1.

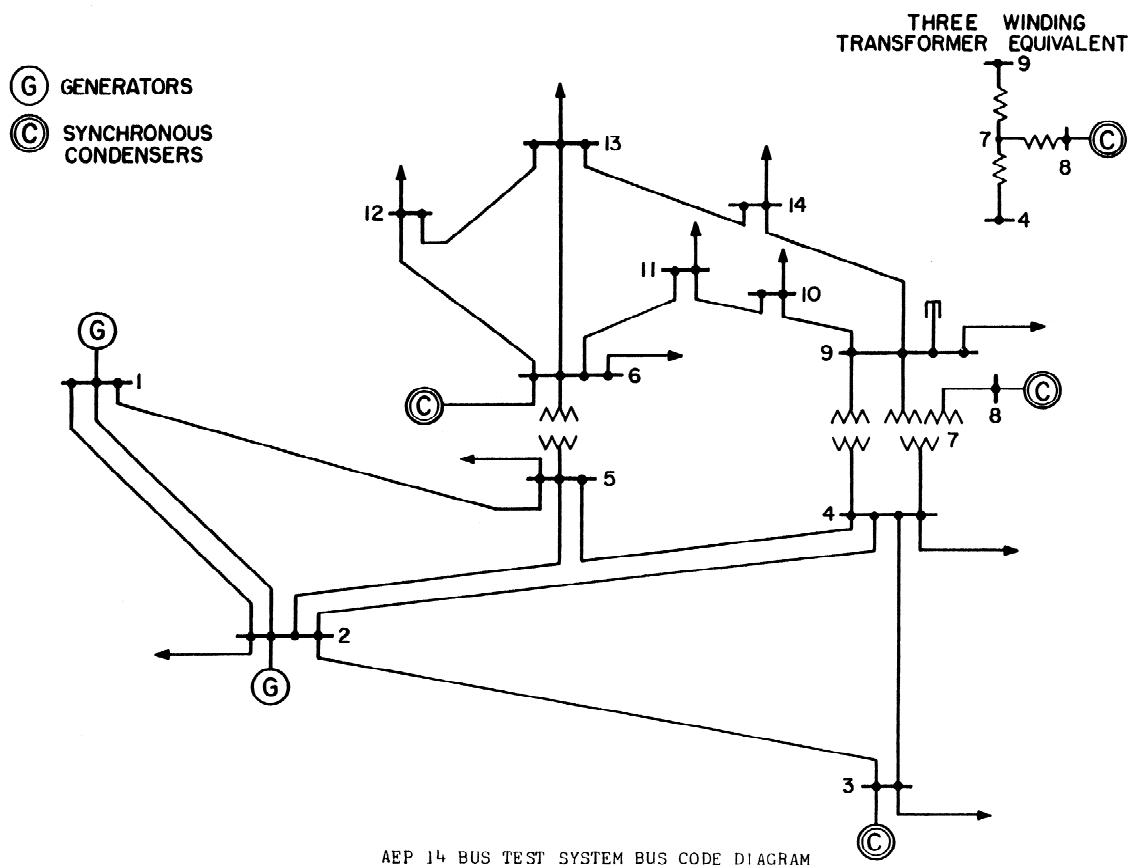


Fig. 5.1: Diagrama unifilar da rede de teste IEEE 14 barras.

A tabela 5.1 a seguir descreve os índices operativos da rede IEEE 14 barras dados pelas soluções dos problemas de FP (2.24) e FPOR (2.38).

De forma geral, as soluções dadas pelos problemas de FP e FPOR foram bem distintas sob o aspecto do estado operativo da rede, porém com relação as perdas ativas, reativas e aparentes, o valores são bem próximos. Para as perdas de potência ativa, em todos os casos apresentados, os valores são aproximadamente 5% da potência ativa total gerada.

Índices	Solução			
	FP	Mínimas Perdas Ativas	Mínimas Perdas Reativas	Mínimas Perdas Aparentes
RI^2 (MW)	13,62	13,65	13,70	13,70
XI^2 (MVar)	56,52	55,79	55,57	55,57
$ Z I^2$ (MVA)	58,53	57,80	57,59	57,59
$\sum P^g$ (MW)	272,62	272,65	272,70	272,70
$\sum Q^{gI}$ (MVar)	-29,64	-22,12	-31,65	-31,59
$\sum Q^{gC}$ (MVar)	117,73	107,78	117,08	117,01
\bar{V}_{SLUPV}	1,055	1,033	1,032	1,032
$std(\bar{V}_{SLUPV})$	0,030	0,019	0,014	0,014
\bar{V}_{PQ}	1,045	1,010	1,008	1,008
$std(\bar{V}_{PQ})$	0,008	0,009	0,009	0,009
V^{min}	1,010	0,991	0,988	0,988
V ineficazes	5	—	—	—
Q^g ineficazes	2	—	—	—
Iterações	3	25	24	25

Tab. 5.1: Índices operativos. Solução do FP e FPOR. IEEE 14 barras. Caso Q1.

Com relação ao suporte de potência reativa indutiva, verifica-se um valor muito acima do reativo capacitivo total exigido por algumas barras PQ (-3,90 MVar). Isto indica um modo de operação indesejado, onde há uma troca de reativos entre as barras da rede sem efetivamente atender a exigência das barras. Na tabela 5.1 verifica-se que este comportamento é minimizado quando é utilizado como critério de performance as mínimas de perdas ativas.

No que se refere ao número de iterações, o problema de FPOR apresenta valores maiores que o problema de FP. Ao observar somente as soluções dadas pelo FPOR verifica-se praticamente a mesma quantidade de iterações para os três critérios de performance operativa adotados.

A solução do problema de FP apresenta variação grande no perfil de magnitudes de tensão nas barras SL e PV , porém o perfil de magnitudes de tensão nas barras de carga, para cada critério de otimização, apresenta um comportamento mais uniforme, como mostrado na figura 5.2.

As barras do conjunto SL e PV possuem magnitudes de tensão especificadas, mantendo então estes valores inalterados na solução do problema de FP. O ponto solução apresenta uma variação máxima nas magnitudes de tensão de 10% (-1% e + 9% em torno do nominal), refletindo em valores acima do limite superior V^{max} em 3 barras, sendo mais precisamente nas barras {1, 6 e 8}.

Para as barras PQ , as magnitudes de tensão apresentam variação máxima de 5,4% acima do nominal. Com isso o perfil de magnitudes de tensão apresenta maior uniformidade em comparação

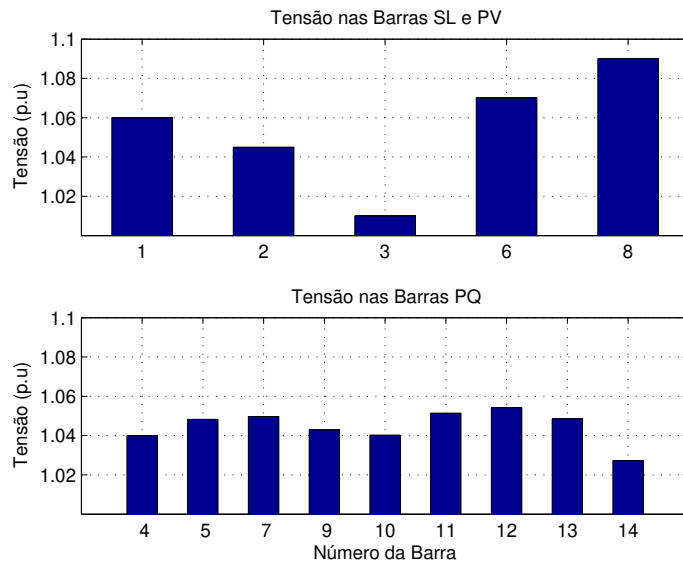


Fig. 5.2: Magnitudes de tensão em barras *SL*, *PV* (superior) e *PQ* (inferior). IEEE 14 barras.

com o perfil das barras *SL* e *PV*. Os histogramas das magnitudes de tensão para as barras *SL* e *PV* e para as barras de carga, presentes na figura 5.3, mostram então estes comportamentos.

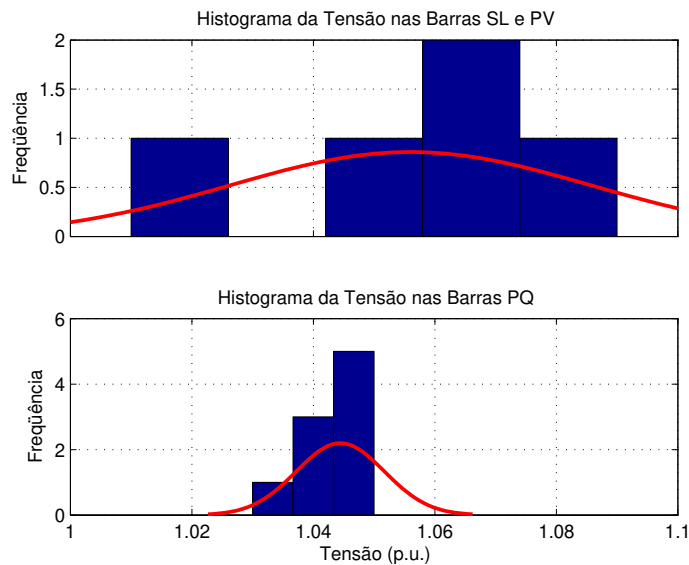


Fig. 5.3: Histograma do perfil de tensão em *SL*, *PV* (superior) e *PQ* (inferior). IEEE 14 barras.

O suporte de reativos (Q^g) nas barras *SL* e *PV* pode ser analisado na figura 5.4, sendo Q^g normalizado entre 0 e 1, correspondendo aos limites mínimo e máximo de suporte, respectivamente. O ponto de operação dado pela solução do FP viola limites de suporte de reativos nas barras {6 e 8},

com isso o estado de operação obtido é infactível.

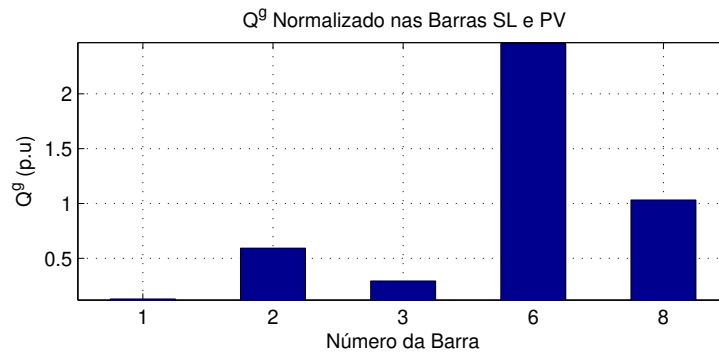


Fig. 5.4: Suporte de reativos em barras *SL* e *PV*. IEEE 14 barras.

Ao se aplicar uma estratégia de otimização na operação dada pela solução do FP introduzindo restrições funcionais ao problema e um critério de performance operativa, obtém-se soluções com maior qualidade, sob os quesitos de qualidade do perfil de tensão e factibilidade no suporte de reativos. A figura 5.5 mostra o comportamento das perdas ativas dado pela solução do FPOR para os critérios de performance operativa: mínimas perdas ativas, reativas série e aparentes série.

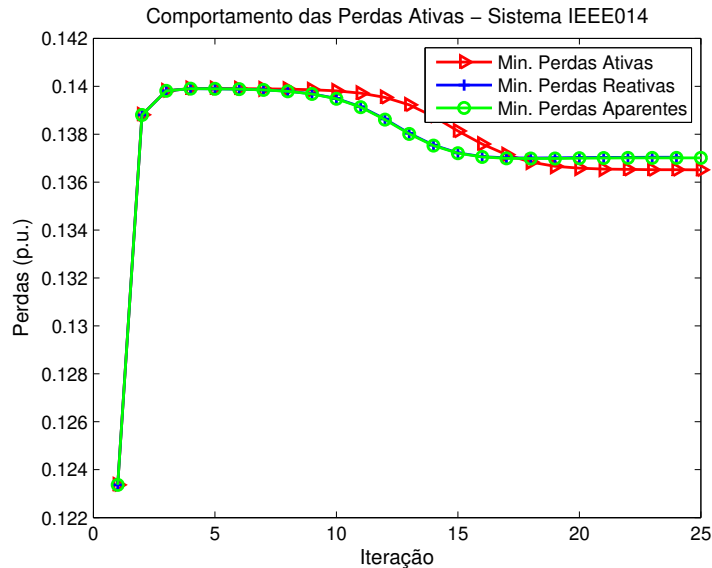


Fig. 5.5: Comportamento das perdas ativas na solução do FPOR. IEEE 14 barras.

Ao se utilizar o critério de mínimas perdas ativas, a solução apresenta a menor perda ativa em comparação com a solução dada pelos outros dois critérios de performance operativa adotados.

Utilizando o critério de mínimas perdas reativas, o problema apresenta solução com a menor perda reativa série. Esta solução é similar à obtida pelo critério de mínimas perdas aparentes série.

As figuras 5.6 e 5.7 mostram este comportamento.

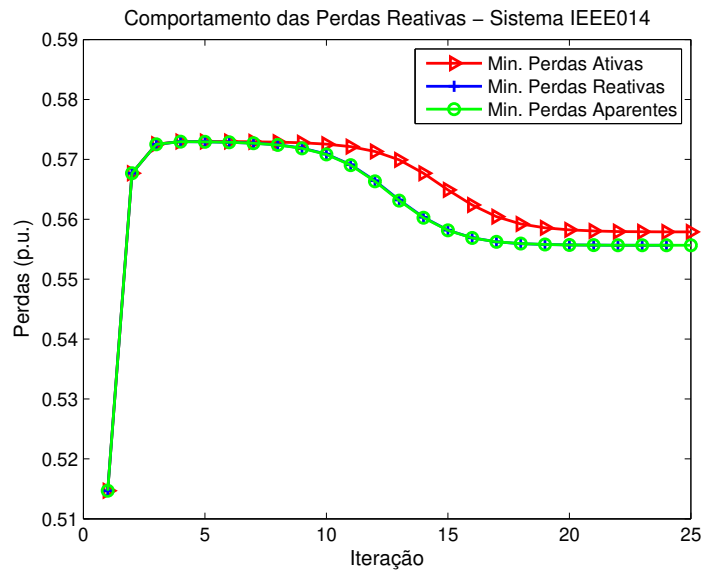


Fig. 5.6: Comportamento das perdas reativas na solução do FPOR. IEEE 14 barras.

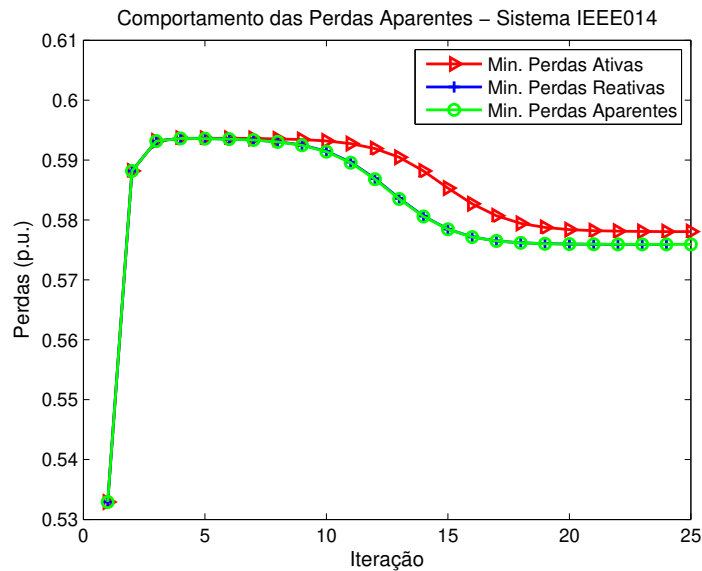


Fig. 5.7: Comportamento das perdas aparentes na solução do FPOR. IEEE 14 barras.

Ao observar os dados da rede de teste verifica-se que a resistência série no modelo da rede é bem menor que a reatância série, fazendo com que a expressão que descreve as perdas aparentes série ($\sqrt{R^2 + X^2}I^2$) seja numericamente próxima das perdas reativas série (XI^2).

As magnitudes de tensão das barras *SL* e *PV*, obtidas pela solução do problema de FPOR, são mostradas na figura 5.8. As magnitudes de tensão das barras *PQ* são mostradas na figura 5.9.

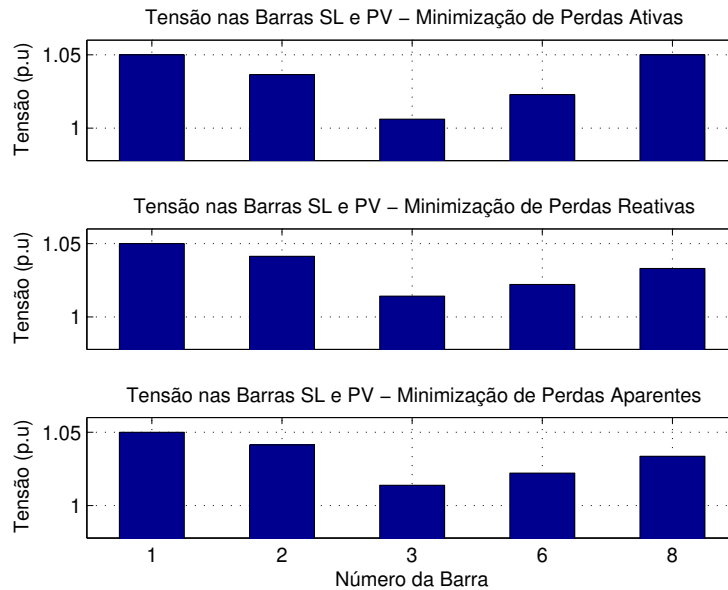


Fig. 5.8: Magnitudes de tensão em barras *SL* e *PV*. IEEE 14 barras. Caso *Q1*.

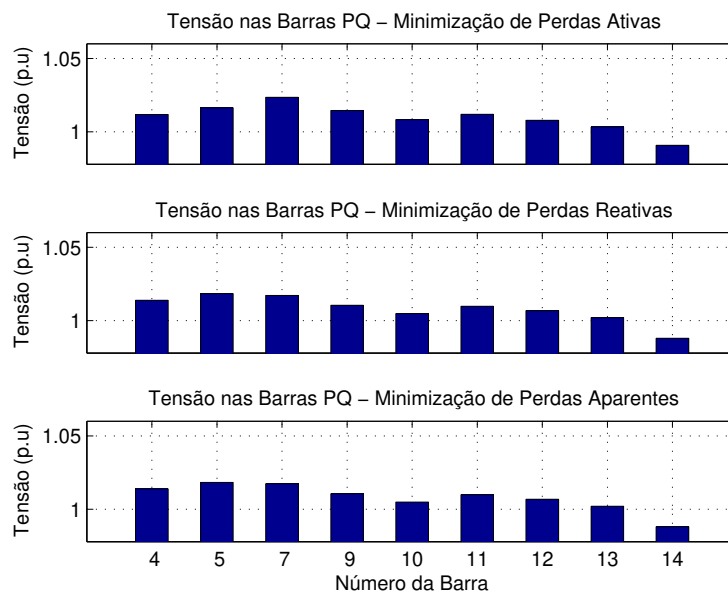


Fig. 5.9: Magnitudes de tensão em barras *PQ*. IEEE 14 barras. Caso *Q1*.

Com relação ao perfil de magnitudes de tensão, observa-se uma tensão média nas barras *SL* e *PV* de 1,033 p.u., para o critério de mínimas perdas ativas, e 1,032 p.u., para o critério de mínimas perdas

reativas e aparentes, como observado nos histogramas mostrados na figura 5.10. O perfil de tensão para as barras de carga apresenta tensão média de 1,010 p.u., para o critério de mínimas perdas ativas, e 1,008 p.u, para o critério de mínimas perdas reativas e aparentes, como mostrado na figura 5.11.

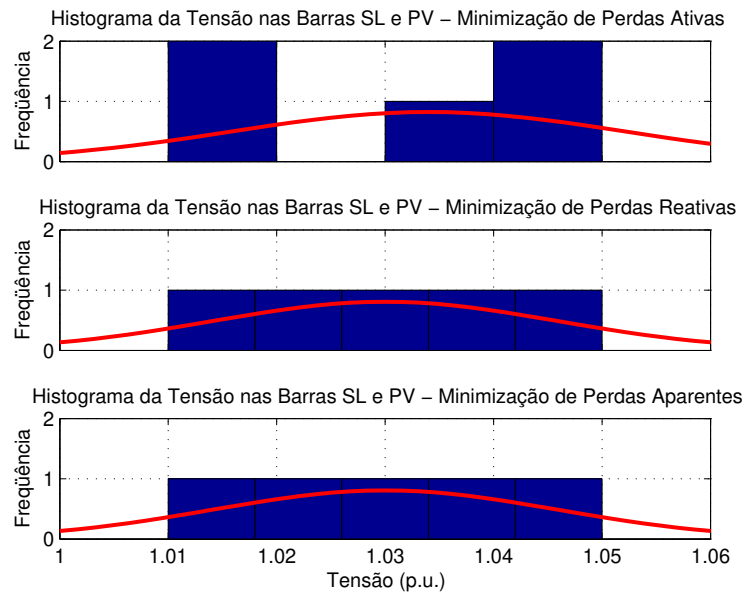


Fig. 5.10: Histograma da tensão em barras *SL* e *PV*. IEEE 14 barras. Caso *Q1*.

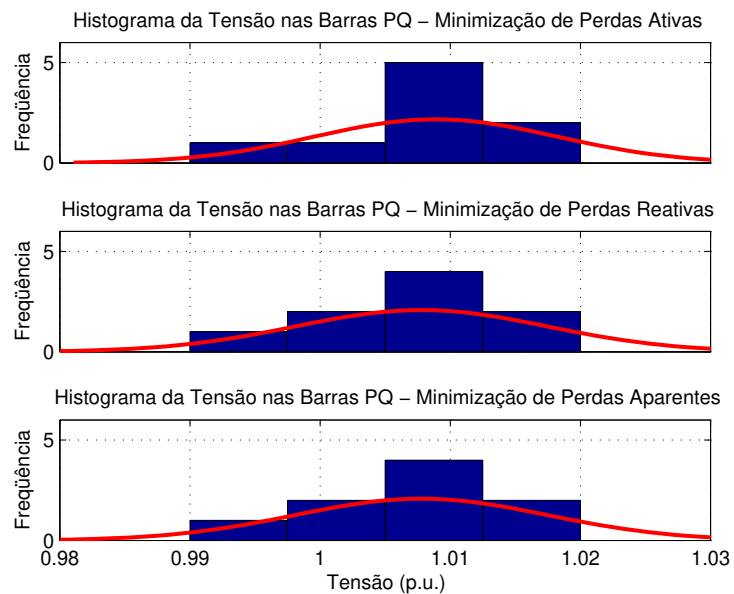


Fig. 5.11: Histograma da tensão em barras *PQ*. IEEE 14 barras. Caso *Q1*.

A rede de teste IEEE 14 barras possui regiões bem definidas de alta tensão e baixa tensão, sendo a região de baixa mostrada na figura 5.12.

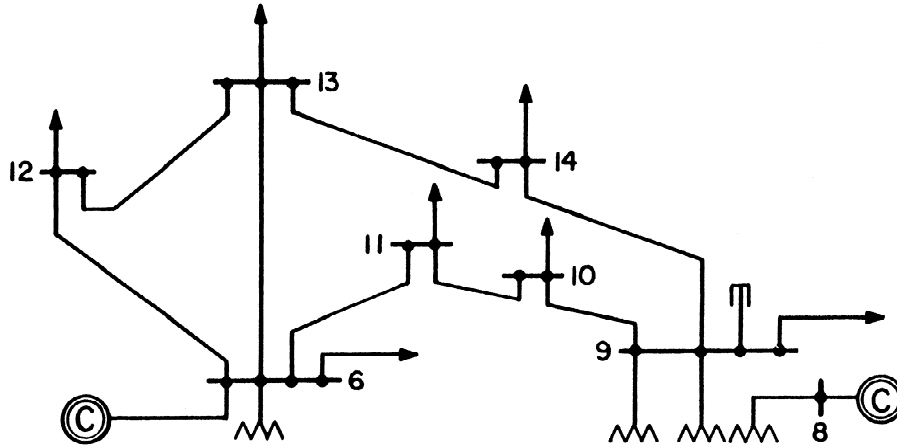


Fig. 5.12: Diagrama unifilar da região de baixa tensão da rede de teste IEEE 14 barras.

O reativo exigido pelas cargas presentes na região mostrada em Fig. 5.12 são supridos basicamente pela rede e pelos compensadores {6 e 8}. Para os três critérios de performance operativa adotados o compensador 6 fornece reativos em sua capacidade máxima, como observado na figura 5.13, onde Q^g está normalizado entre 0 e 1, indicando os limites mínimo e máximo, respectivamente.

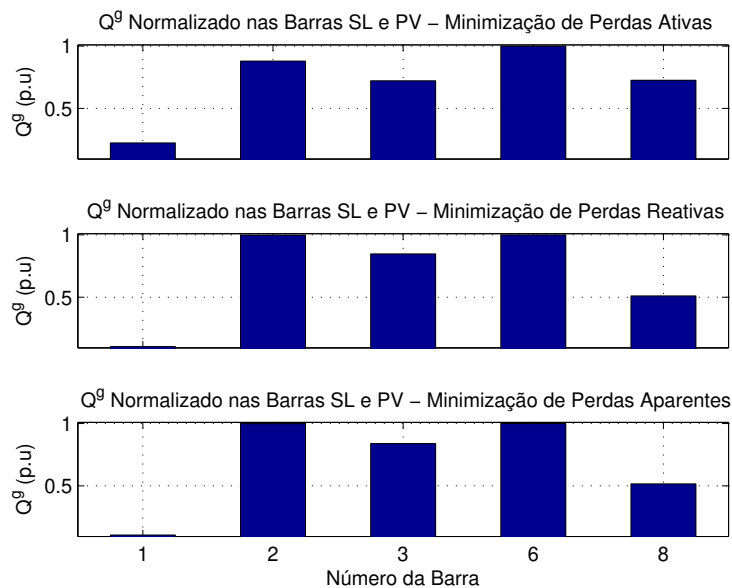


Fig. 5.13: Suporte de reativos em barras *SL* e *PV*. IEEE 14 barras. Caso $Q1$.

As barras PV {2, 3, 6, 8} estão com suporte de reativos capacitivo, e somente a barra SL {1} está com suporte indutivo.

A tabela 5.2 a seguir descreve os índices operativos da rede IEEE 14 barras dado pela solução do problema de FP (2.24) e FPORR (4.4).

Índices	Solução			
	FP	Mínimas Perdas Ativas	Mínimas Perdas Reativas	Mínimas Perdas Aparentes
RI^2 (MW)	13,62	13,65	13,70	13,70
XI^2 (MVar)	56,52	55,79	55,57	55,57
$ Z I^2$ (MVA)	58,53	57,80	57,59	57,59
$\sum P^g$ (MW)	272,62	272,65	272,70	272,70
$\sum Q^{gI}$ (MVar)	-29,64	-22,21	-31,65	-31,59
$\sum Q^{gC}$ (MVar)	117,73	107,86	117,12	117,06
\bar{V}_{SLUPV}	1,055	1,033	1,032	1,032
$std(\bar{V}_{SLUPV})$	0,030	0,019	0,014	0,014
\bar{V}_{PQ}	1,045	1,010	1,008	1,008
$std(\bar{V}_{PQ})$	0,008	0,009	0,009	0,009
V^{min}	1,010	0,991	0,988	0,988
V violados	5	—	—	—
Q^g ineficazes	2	—	—	—
Iterações	3	22	20	21

Tab. 5.2: Índices operativos. Solução do FP e FPORR. IEEE 14 barras. Caso Q1.

Analisando as tabelas 5.1 e 5.2 verifica-se que o problema de FPORR apresenta a mesma solução que o FPOR verificado através dos índices utilizados como parâmetros comparativos. Com isso os comentários descritos sobre o FP e FPOR são válidos para o FPORR.

As figuras 5.14, 5.15 e 5.16 mostram o comportamento das perdas no processo de otimização. A figura 5.14 mostra o comportamento das perdas ativas para os três critérios de performance operativa adotados. A figura 5.15 mostra o comportamento das perdas reativas série, e a figura 5.14 mostra o comportamento das perdas aparentes série.

Como observado em Fig. 5.5, na solução do FPOR, ao se utilizar o critério de mínimas perdas ativas, a solução do FPORR apresenta a menor perda ativa em comparação com a solução dada pelos outros dois critérios de performance operativa adotados. Porém as soluções são bem próximas.

Utilizando o critério de mínimas perdas reativas série, o problema de FPORR apresenta solução com a menor perda reativa. Esta solução é similar à obtida pelo critério de mínimas perdas aparentes.

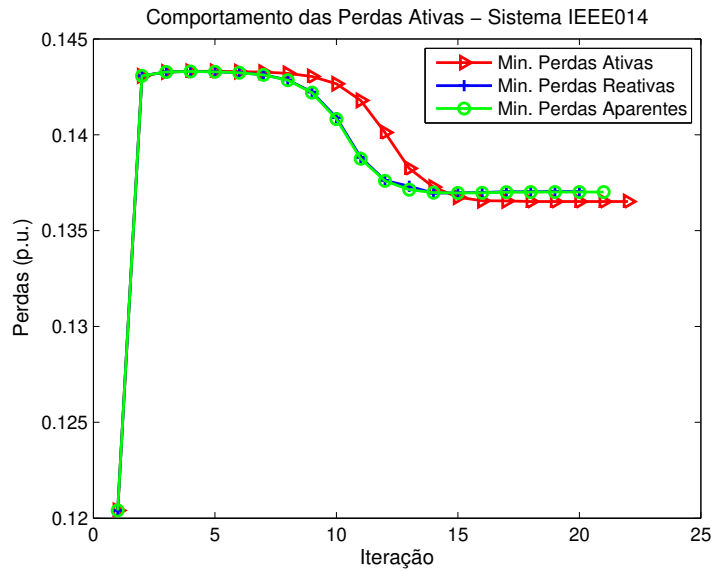


Fig. 5.14: Comportamento das perdas ativas na solução do FPORR. IEEE 14 barras.

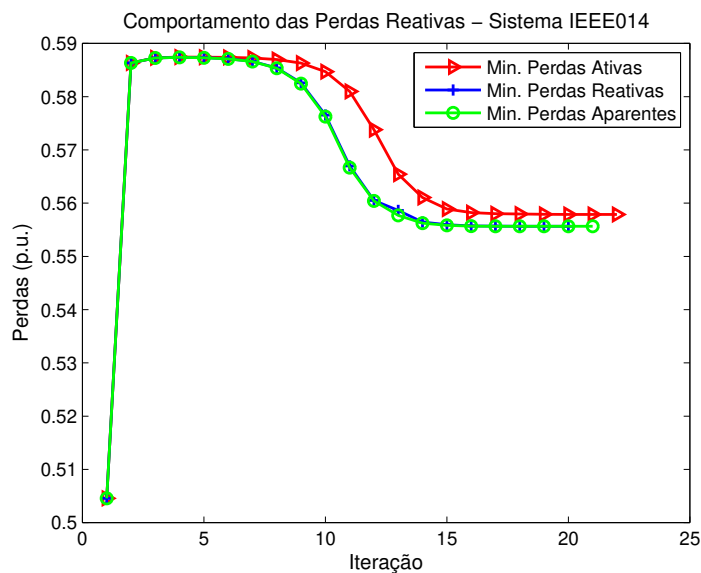


Fig. 5.15: Comportamento das perdas reativas na solução do FPORR. IEEE 14 barras.

Para os resultados obtidos na solução do FPORR verifica-se que a convergência se dá com um número menor de iterações em comparação com os resultados obtidos na solução do FPOR.

As magnitudes de tensão para as barras SL , PV e PQ do sistema IEEE 14 barras, bem como a análise do perfil de tensão através de histogramas possuem o mesmo comportamento apresentado na solução do FPOR. Com isso as figuras 5.8 e 5.9, que descrevem as magnitudes de tensão, as figuras 5.10 e 5.11, que descrevem os perfis de tensão, e a figura 5.13, que descreve o suporte de

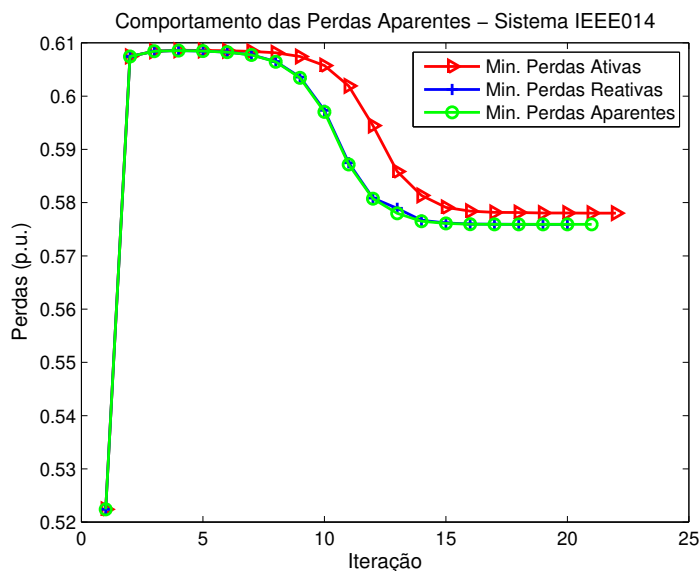


Fig. 5.16: Comportamento das perdas aparentes na solução do FPORR. IEEE 14 barras.

reativos em barras SL e PV , correspondem também ao comportamento do sistema IEEE 14 barras na solução do FPORR.

5.2 Estudo de Casos para a Rede de Teste IEEE 30 Barras

Nesta seção é analisada o comportamento do sistema de teste IEEE 30 barras nas soluções dos problemas de FP, FPOR e FPORR. Esta rede é estruturada da seguinte forma:

- 6 barras SL e PV e 24 barras de carga;
- 37 linhas de transmissão e 7 transformadores entre barras;
- Carga ativa de 283,40 MW;
- Carga reativa indutiva de 126,20 MVar.

A rede possui regiões de alta tensão e baixa tensão bem definidas, como observado no sistema IEEE 14 barras na seção 5.1. Dentro do conjunto das barras SL e PV estão presentes vários compensadores de reativos para suportar principalmente a carga exigida na região de baixa tensão.

A carga reativa total da rede de teste IEEE 30 barras é somente indutiva. O diagrama unifilar da rede, mostrado na figura 5.17, ilustra as características descritas.

A tabela 5.3 descreve os índices operativos da rede dados pelas soluções dos problemas de FP (2.24) e FPOR (2.38). A solução do problema de FP é incorporada ao estudo para comprovar

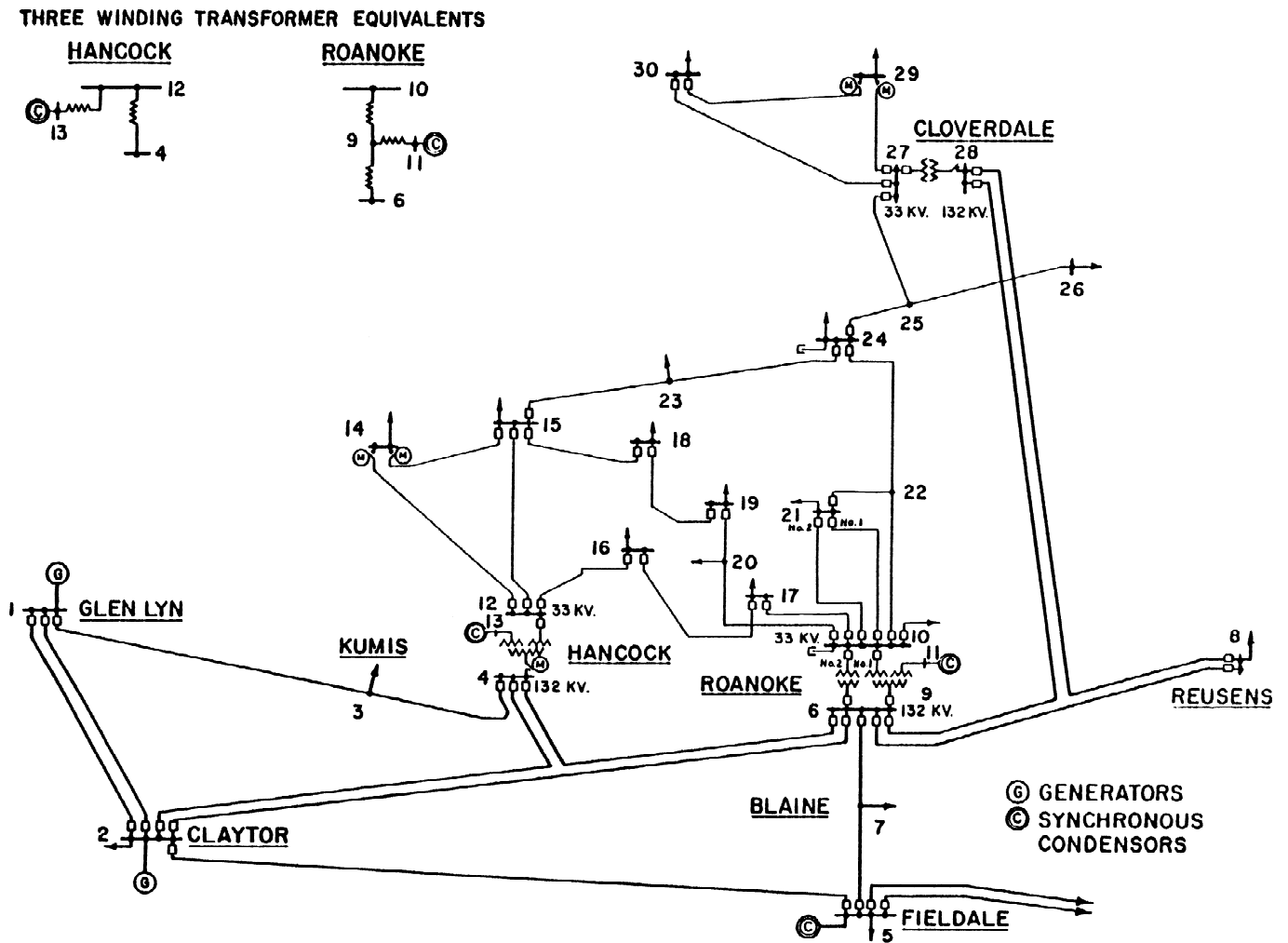


Fig. 5.17: Diagrama unifilar da rede de teste IEEE 30 barras.

a necessidade de um processo de otimização da solução do FP visando melhorar a qualidade operativa e factibilizar a solução incorporando os limites operativos dos equipamentos presentes na rede.

Como descrito na seção 3.4, a rede IEEE 30 barras não apresenta convergência para os limites nas magnitudes de tensão definidos por $Q1$. Há convergência somente para os limites definidos em $Q2$ e $Q3$, sendo a mesma solução apresentada para os dois casos. Com isso os parâmetros apresentados neste estudo são obtidos da solução do FPOR com limites definidos por $Q2$.

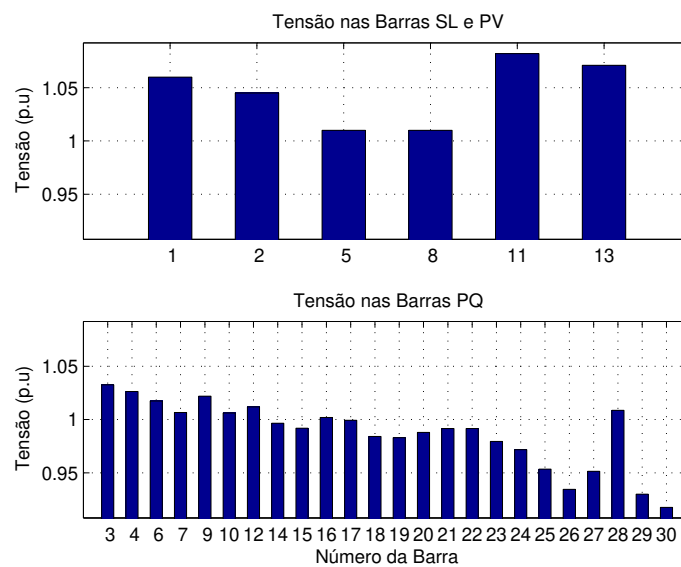
Na solução do FP o ponto operativo apresenta algumas características indesejáveis e infactibilidades na solução, tais como:

- 3 barras do sistema com magnitudes de tensão acima de $V^{max} = 1,05$ p.u.;
- 2 barras SL e PV com suporte de reativos infactíveis;

Índices	Solução			
	FP	Mínimas Perdas Ativas	Mínimas Perdas Reativas	Mínimas Perdas Aparentes
RI^2 (MW)	17,86	18,21	18,24	18,24
XI^2 (MVar)	75,82	72,89	72,72	72,72
$ Z I^2$ (MVA)	78,57	75,69	75,52	75,52
$\sum P^g$ (MW)	301,26	301,61	301,64	301,64
$\sum Q^{gI}$ (MVar)	-26,82	-27,89	-35,42	-35,64
$\sum Q^{gC}$ (MVar)	172,26	170,16	177,32	177,52
\bar{V}_{SLUPV}	1,046	1,033	1,034	1,034
$std(\bar{V}_{SLUPV})$	0,031	0,021	0,019	0,019
\bar{V}_{PQ}	0,987	0,989	0,990	0,990
$std(\bar{V}_{PQ})$	0,031	0,024	0,024	0,024
V^{min}	0,918	0,930	0,931	0,932
V violados	3	—	—	—
Q^g infactíveis	2	—	—	—
Iterações	4	26	26	27

Tab. 5.3: Índices operativos. Solução do FP e FPOR. IEEE 30 barras. Caso $Q2$.

Os diagramas da figura 5.18 descrevem as magnitudes de tensão das barras SL e PV e das barras de carga, obtidos na solução do problema de FP (2.24).

Fig. 5.18: Magnitudes de tensão em barras SL , PV (superior) e PQ (inferior). IEEE 30 barras.

O perfil de tensão das barras *SL* e *PV* está com tensão média de 1,045 p.u., com desvio padrão de 0,031 p.u.. Já o perfil de tensão das barras *PQ* está com tensão média de 0,987 p.u., com desvio também de 0,031 p.u.. Os histogramas presentes na figura 5.19 descrevem o comportamento analisado na tabela 5.3.

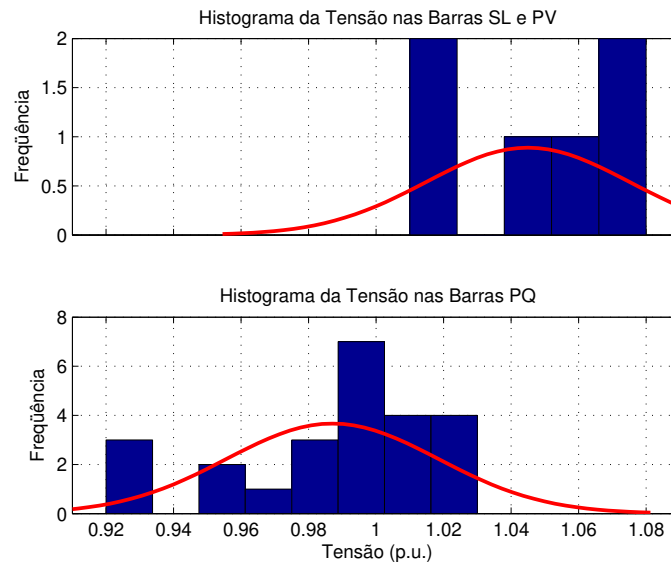


Fig. 5.19: Histograma do perfil de tensão em *SL*, *PV* (superior) e *PQ* (inferior). IEEE 30 barras.

A solução do FP apresenta problemas de infactibilidade no suporte de reativos, como pode ser observado na figura 5.20, onde os limites operativos mínimo e máximo estão normalizados entre 0 e 1. A infactibilidade ocorre nas barras {11 e 13}, onde o suporte obtido na solução do FP viola a capacidade de suporte das barras.

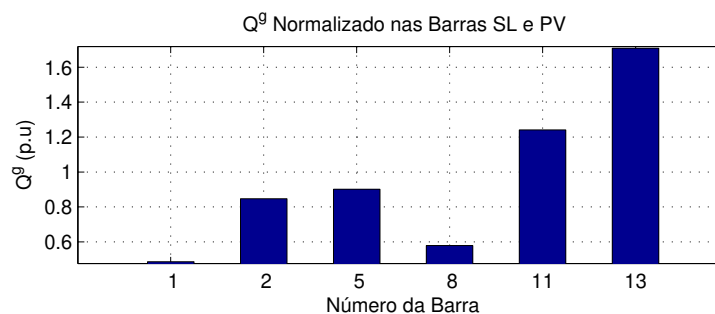


Fig. 5.20: Suporte de reativos em barras *SL* e *PV*. IEEE 30 barras.

Adotando uma estratégia de otimização da operação, tem-se a solução do FPOR. Na tabela 5.3 verifica-se que não há infactibilidades nas magnitudes de tensão e no suporte de reativos.

Com relação aos critérios de otimização observa-se que para os três critérios utilizados o valor das perdas ativas são ligeiramente maiores que as perdas obtidas na solução do FP. Porém o ponto obtido na solução do FP viola o suporte de reativos e os limites superiores das magnitudes de tensão. Com as tensões acima de $V^{max} = 1,05$ p.u. obtém-se uma redução das perdas ativas no FP, porém com solução infactível.

Para as perdas reativas série e aparentes série os valores obtidos na solução do FPOR são menores que o obtido na solução do FP.

O comportamento das perdas ativas durante o processo iterativo para os três critérios de performance adotados é mostrado na figura 5.21.

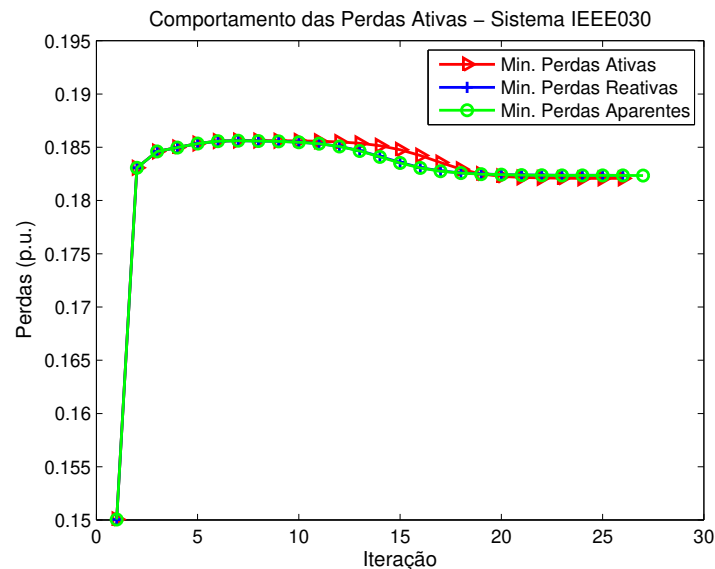


Fig. 5.21: Comportamento das perdas ativas na solução do FPOR. IEEE 30 barras.

Para as perdas ativas, observadas em Fig. 5.21, verifica-se as soluções obtidas para os respectivos critérios de performance são bem próximas.

Utilizando o critério de mínimas perdas reativas série, o problema apresenta solução com a menor perda reativa, porém as soluções são bem próximas. Esta solução é similar à obtida pelo critério de mínimas perdas aparentes série. As figuras 5.22 e 5.23 mostram este comportamento.

Comparando os três critérios de performance adotados não é possível afirmar com certeza se alguma das funções objetivo apresenta maior eficiência que as outras. Para os sistemas de teste IEEE 14 e 30 barras as respectivas soluções foram bem próximas, tanto sobre o aspecto do ponto operativo obtido quanto sobre o número de iterações do algoritmo na solução do problema de FPOR.

As magnitudes de tensão das barras SL e PV , obtidas pela solução do problema de FPOR, são mostradas na figura 5.24.

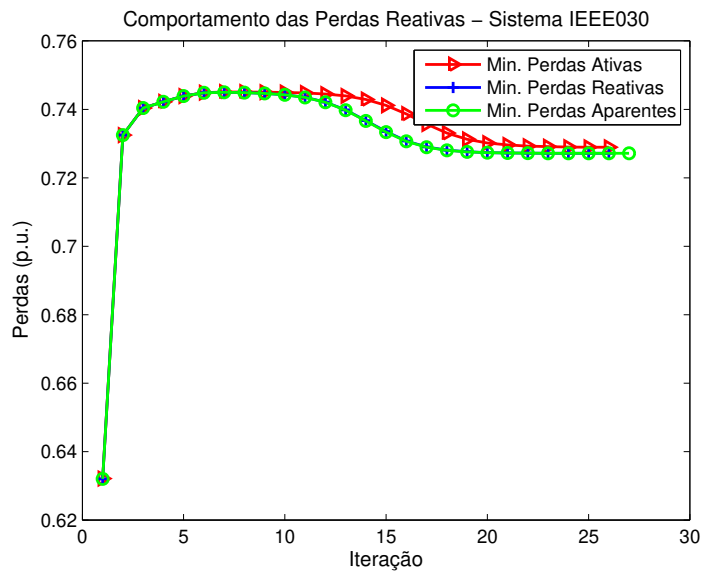


Fig. 5.22: Comportamento das perdas reativas na solução do FPOR. IEEE 30 barras.

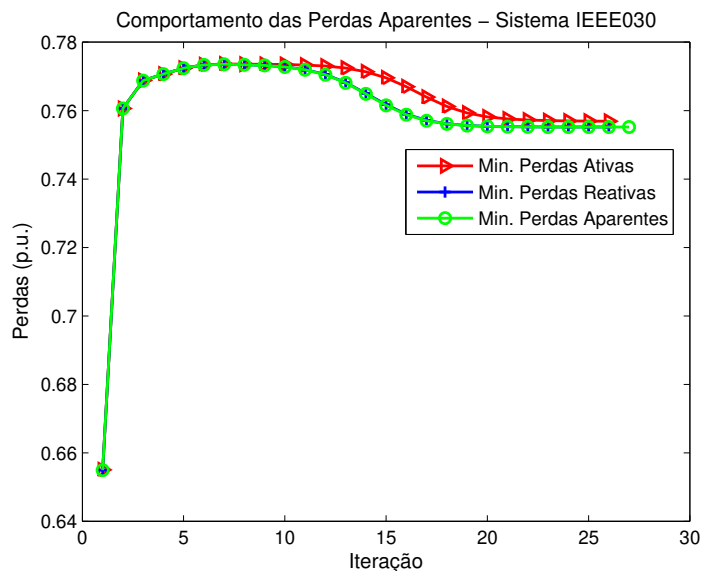


Fig. 5.23: Comportamento das perdas aparentes na solução do FPOR. IEEE 30 barras.

O ponto operativo para as barras *SL* e *PV* apresenta as magnitudes de tensão acima do nominal, sendo as barras {1, 11 e 13} próximas do limites superior (1,05 p.u.).

As magnitudes de tensão das barras *PQ* são mostradas na figura 5.25.

O ponto operativo para as barras *PQ* apresenta o perfil de magnitudes de tensão bem diversificado. Algumas barras estão com tensão em torno do nominal, enquanto que algumas barras apresentam tensões próximas do limite inferior. Pode-se verificar, através da figura 5.25, que as barras {26, 29 e

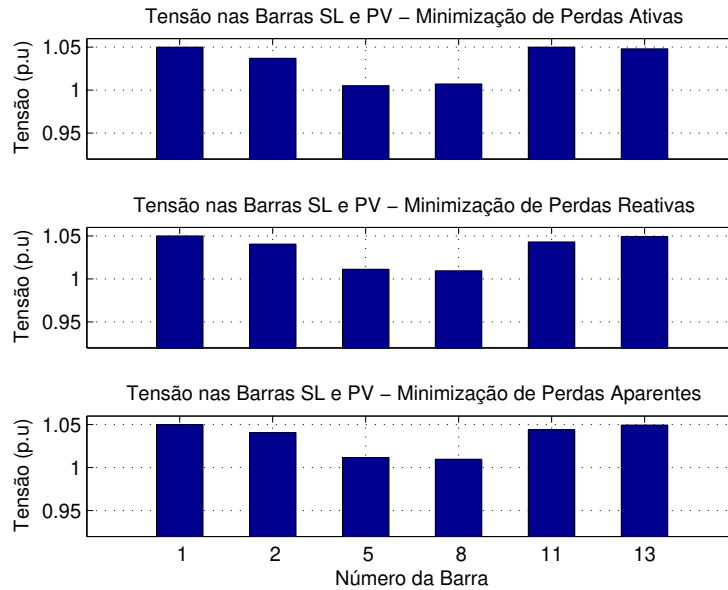


Fig. 5.24: Magnitudes de tensão em barras *SL* e *PV*. IEEE 30 barras. Caso *Q2*.

30} estão com magnitudes de tensão abaixo de 0,95 p.u., que é o limite mínimo definido em *Q1*. Com isso a convergência do algoritmo não foi alcançada com limites nas barras *PQ* definidos por *Q1*.

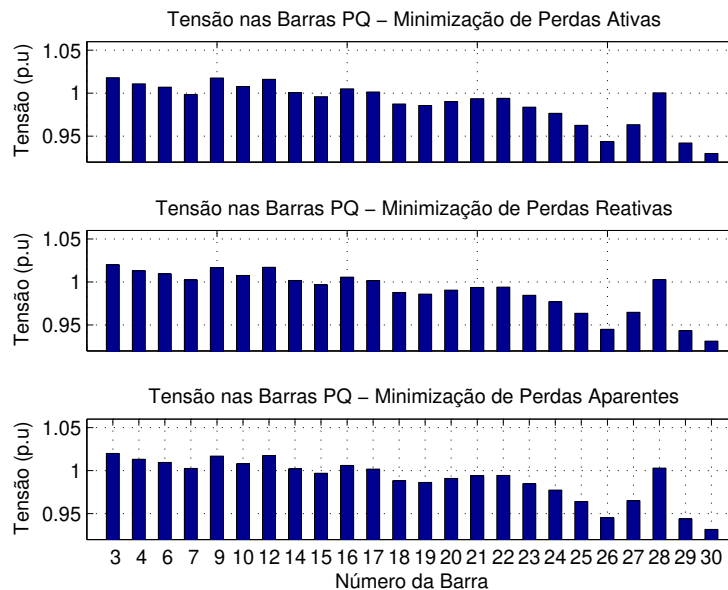


Fig. 5.25: Magnitudes de tensão em barras *PQ*. IEEE 30 barras. Caso *Q2*.

Com os histogramas dos perfis de tensão pode-se então quantificar os comportamentos analisados nas figuras 5.24 e 5.25.

A figura 5.26 mostra os histogramas dos perfis de tensão para as barras *SL* e *PV*, para os três critérios de performance.

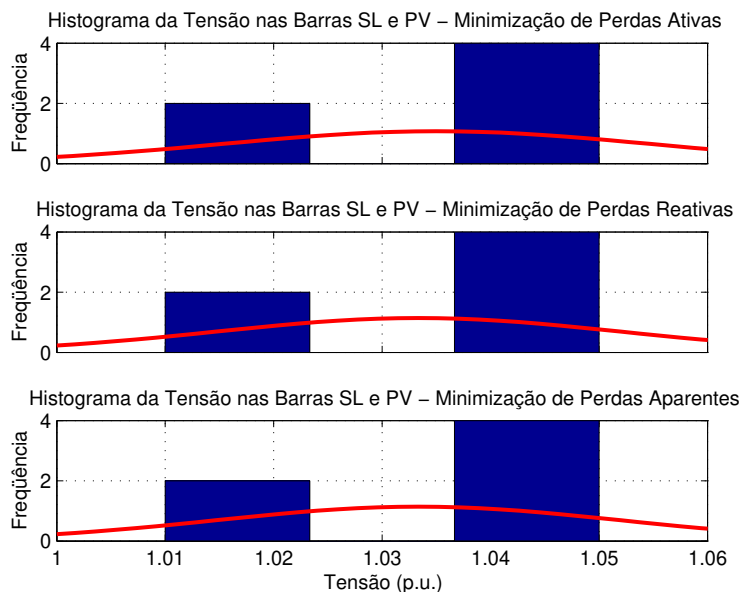


Fig. 5.26: Histograma da tensão em barras *SL* e *PV*. IEEE 30 barras. Caso *Q2*.

A figura 5.27 mostra os histogramas dos perfis de tensão para as barras *PQ*.

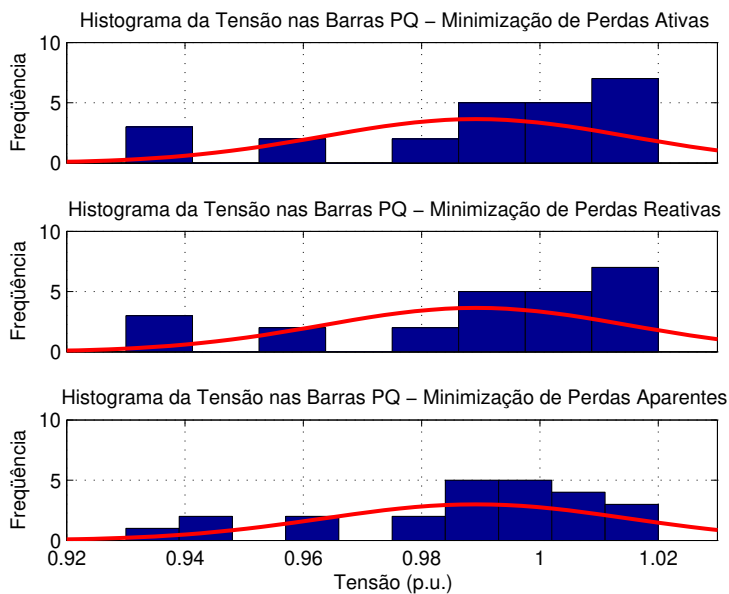


Fig. 5.27: Histograma da tensão em barras *PQ*. IEEE 30 barras. Caso *Q2*.

A tensão média nas barras SL e PV é de 1,033 p.u. com desvio de 0,021 p.u., para o critério de mínimas perdas ativas, e 1,034 p.u. com desvio de 0,019 p.u., para os critérios de mínimas perdas reativas e aparentes.

Para as barras PQ a tensão média do perfil de magnitudes de tensão está em torno de 0,990 p.u. com desvio padrão de 0,024 p.u..

A rede de teste IEEE 30 barras também apresenta regiões bem definidas de alta tensão e baixa tensão, sendo a região de baixa mostrada na figura 5.28.

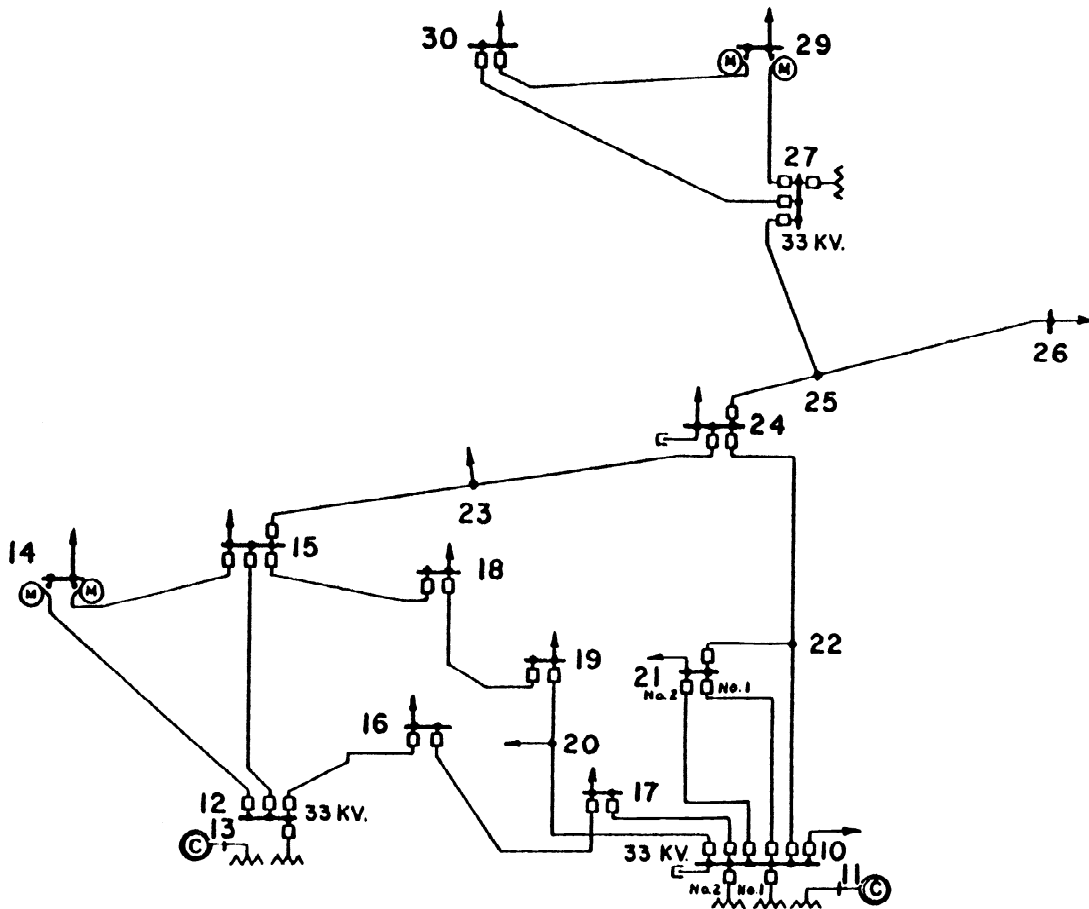


Fig. 5.28: Diagrama unifilar da região de baixa tensão da rede de teste IEEE 30 barras.

O reativo exigido pelas cargas presentes na região mostrada em Fig. 5.28 são supridos pela rede, pelos geradores e compensadores de reativos. Para os três critérios de performance operativa adotados as barras PV {2, 5, 8 e 13} fornecem reativos em capacidade próxima do limite máximo, como observado na figura 5.29, onde Q^g está normalizado entre 0 e 1, indicando os limites mínimo e máximo, respectivamente.

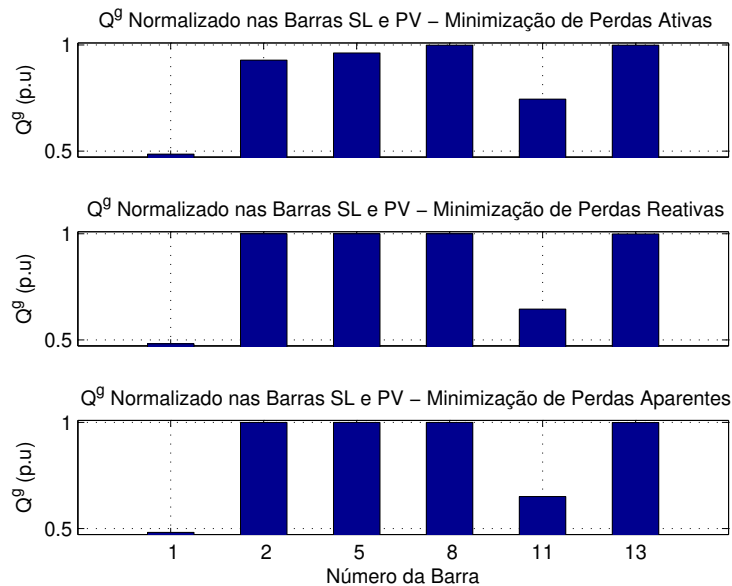


Fig. 5.29: Suporte de reativos em barras *SL* e *PV*. IEEE 30 barras. Caso *Q2*.

A tabela 5.4 a seguir descreve os índices operativos da rede IEEE 30 barras dados pela solução do problema de FP (2.24) e FPORR (4.4). Na solução do FPORR utiliza-se limites nas magnitudes de tensão em *SL* e *PV* definidos por *Q1*.

Mesmo com limites diferentes nas magnitudes de tensão os algoritmos para as soluções dos problemas de FPOR e FPORR convergem para os mesmos pontos soluções.

A tabela 5.3 descreve os índices operativos dados pela solução do FPOR com limites nas magnitudes de tensão definidos por *Q2*, que descreve também a solução para os limites definidos por *Q3*. Comparando as soluções do FPOR com o FPORR, através dos índices operativos, verifica-se que as soluções são as mesmas para os respectivos critérios de performance.

É interessante observar que as restrições ativas para as barras *SL* e *PV* estão nos limites superiores das magnitudes de tensão. Verifica-se em Tab. 5.3 e 5.4 que o perfil nas barras *SL* e *PV* tem tensão média em torno de 1,033 p.u.. As restrições correspondentes aos limites inferiores das tensões nestas barras estão inativas no ponto solução.

Para as barras *PQ* pode-se observar que as restrições ativas correspondem aos limites inferiores das tensões, sendo então inativas, no ponto solução, as restrições correspondentes aos limites superiores. A tensão média dada pela solução do FPOR e FPORR para as barras de carga está em torno de 0,990 p.u..

Os diagramas das magnitudes de tensão das barras *SL* e *PV* e de carga, dados pela solução do FPOR, apresentam o mesmo comportamento das soluções obtidas pelo FPORR.

Índices	Solução			
	FP	Mínimas Perdas Ativas	Mínimas Perdas Reativas	Mínimas Perdas Aparentes
RI^2 (MW)	17,86	18,21	18,24	18,24
XI^2 (MVar)	75,82	72,89	72,72	72,72
$ Z I^2$ (MVA)	78,57	75,69	75,52	75,52
$\sum P^g$ (MW)	301,26	301,61	301,64	301,64
$\sum Q^{gI}$ (MVar)	-26,82	-28,04	-35,47	-35,66
$\sum Q^{gC}$ (MVar)	172,26	170,30	177,37	177,53
\bar{V}_{SLUPV}	1,046	1,033	1,034	1,034
$std(\bar{V}_{SLUPV})$	0,031	0,021	0,019	0,019
\bar{V}_{PQ}	0,987	0,989	0,990	0,990
$std(\bar{V}_{PQ})$	0,031	0,024	0,024	0,024
V^{min}	0,918	0,930	0,931	0,932
V violados	3	—	—	—
Q^g ineficazes	2	—	—	—
Iterações	4	21	22	21

Tab. 5.4: Índices operativos. Solução do FP e FPORR. IEEE 30 barras. Caso Q1.

Na solução do FPORR a convergência acontece com um número de iterações menor que na solução do FPOR, como mostrado na figura 5.30, para as perdas ativas.

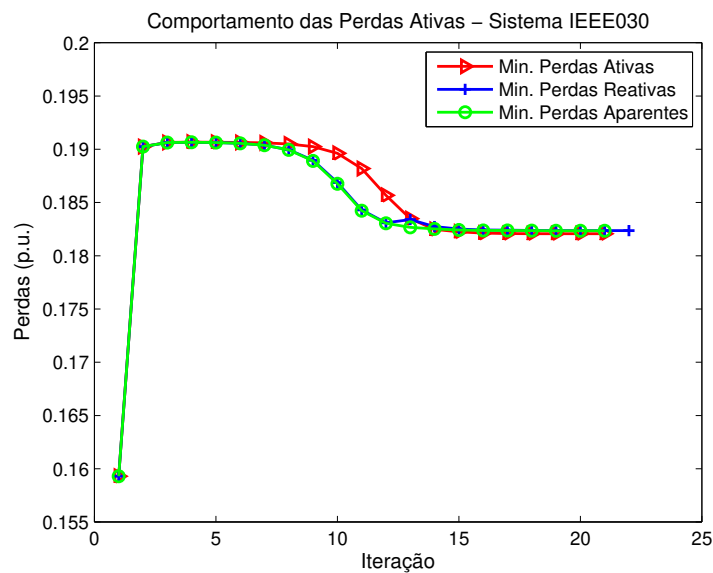


Fig. 5.30: Comportamento das perdas ativas na solução do FPORR. IEEE 30 barras.

As figuras 5.31 e 5.32 mostram o comportamento das perdas reativas série e aparentes série para os três critérios de performance operativa.

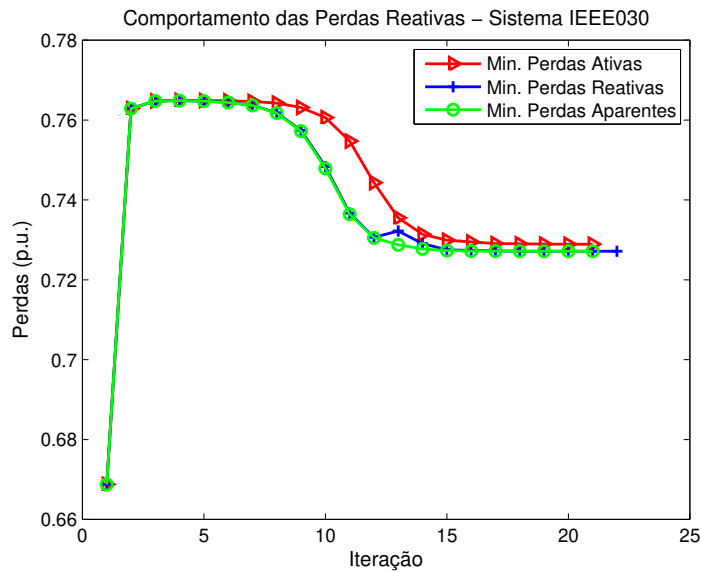


Fig. 5.31: Comportamento das perdas reativas na solução do FPORR. IEEE 30 barras.

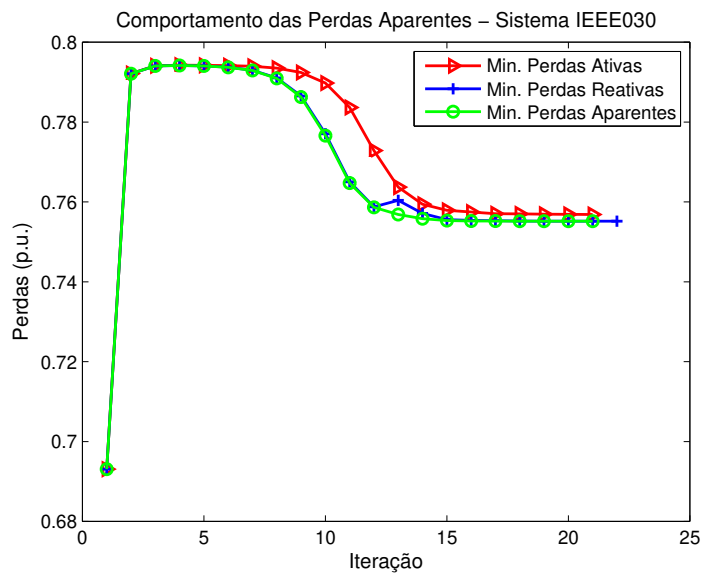


Fig. 5.32: Comportamento das perdas aparentes na solução do FPORR. IEEE 30 barras.

Devido os pontos operativos nas soluções do FPOR e FPORR serem os mesmos para os respectivos critérios de performance, as figuras 5.24 e 5.25 correspondem também aos diagramas das tensões

na solução do FPORR. Os histogramas do problema de FPOR, Fig. 5.26 e 5.27, também correspondem ao comportamento do FPORR.

5.3 Estudo de Casos para a Rede de Teste IEEE 57 Barras

Nesta seção é analisada o comportamento do sistema de teste IEEE 57 barras nas soluções dos problemas de FP, FPOR e FPORR. Esta rede é estruturada da seguinte forma:

- 7 barras *SL* e *PV* e 50 barras de carga;
- 63 linhas de transmissão e 17 transformadores entre barras;
- Carga ativa de 1.250,80 MW;
- Carga reativa indutiva de 336,40 MVar.

O diagrama unifilar da rede é mostrado na figura 5.33.

A tabela 5.5 descreve os índices operativos da rede dados pelas soluções dos problemas de FP (2.24) e FPOR (2.38).

Índices	Solução			
	FP	Mínimas Perdas Ativas	Mínimas Perdas Reativas	Mínimas Perdas Aparentes
RI^2 (MW)	30,52	25,84	25,85	25,85
XI^2 (MVar)	183,54	112,49	112,46	112,46
$ Z I^2$ (MVA)	188,60	116,59	116,56	116,56
$\sum P^g$ (MW)	1281,32	1276,64	1276,65	1276,65
$\sum Q^{gI}$ (MVar)	-0,68	0,00	0,00	0,00
$\sum Q^{gC}$ (MVar)	336,81	305,07	304,76	304,76
\overline{V}_{SLUPV}	1,002	1,038	1,039	1,039
$std(\overline{V}_{SLUPV})$	0,022	0,011	0,011	0,011
\overline{V}_{PQ}	0,872	0,971	0,972	0,972
$std(\overline{V}_{PQ})$	0,077	0,043	0,043	0,043
V^{min}	0,714	0,874	0,875	0,875
V violados	22	—	—	—
Q^g inefectivos	—	—	—	—
Iterações	5	27	26	26

Tab. 5.5: Índices operativos. Solução do FP e FPOR. IEEE 57 barras. Caso Q3.

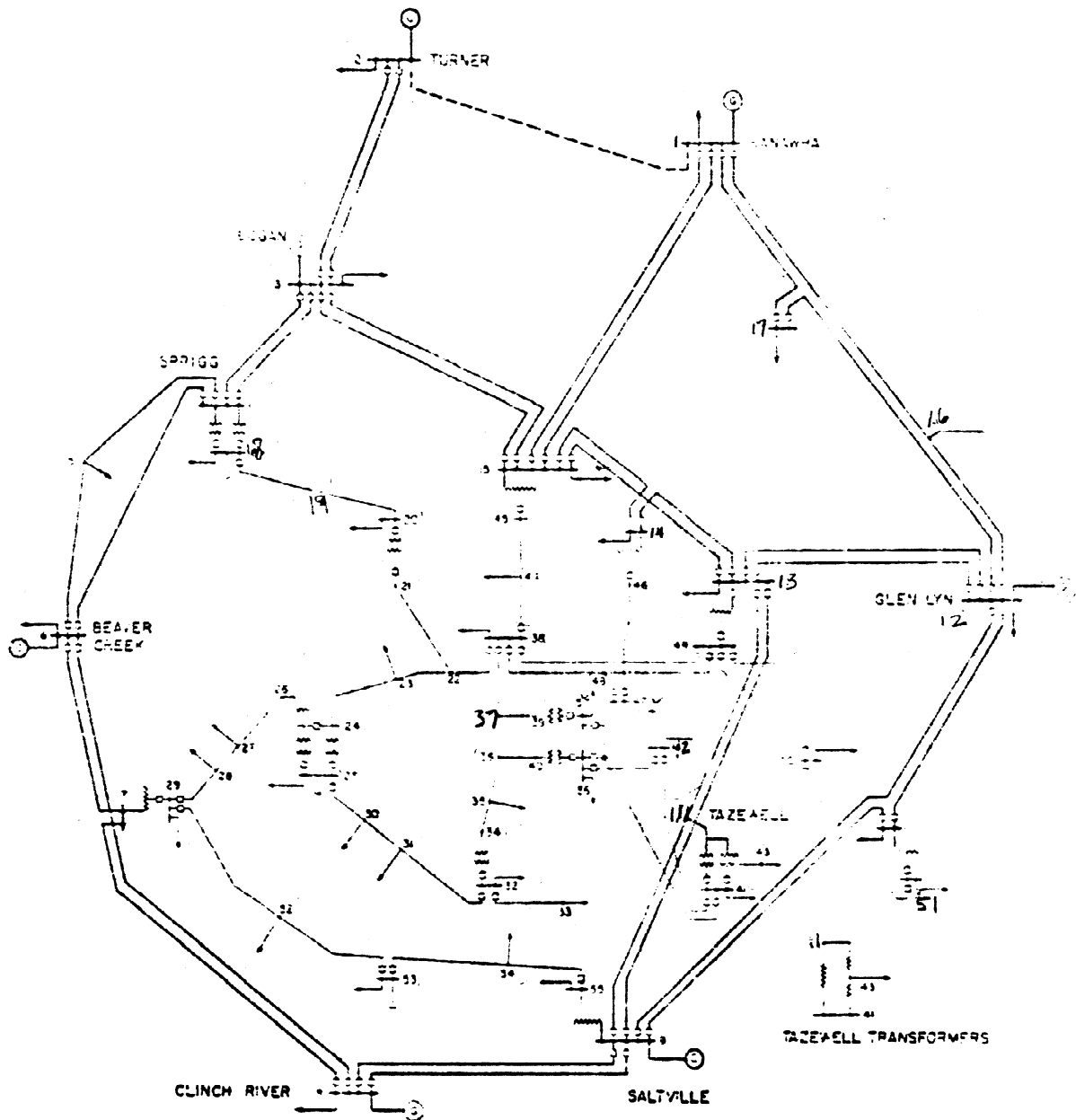


Fig. 5.33: Diagrama unifilar da rede de teste IEEE 57 barras.

Como descrito na seção 3.4, a rede IEEE 57 barras não apresenta convergência para os limites nas tensões definidos por $Q1$ e $Q2$. Há convergência somente para o caso $Q3$. Com isso os índices apresentados na tabela 5.5 são obtidos da solução do FPOR com limites definidos por $Q3$.

Na solução do FP o ponto operativo apresenta algumas características indesejáveis, tais como:

- 22 barras do sistema com magnitudes de tensão que violam os limites definidos por $Q3$;

- Perfil de magnitudes de tensão em barras PQ com desvio relativamente alto em relação a média.

Os diagramas da figura 5.34 descrevem as magnitudes de tensão das barras SL e PV e das barras de carga, obtidos na solução do problema de FP (2.24).

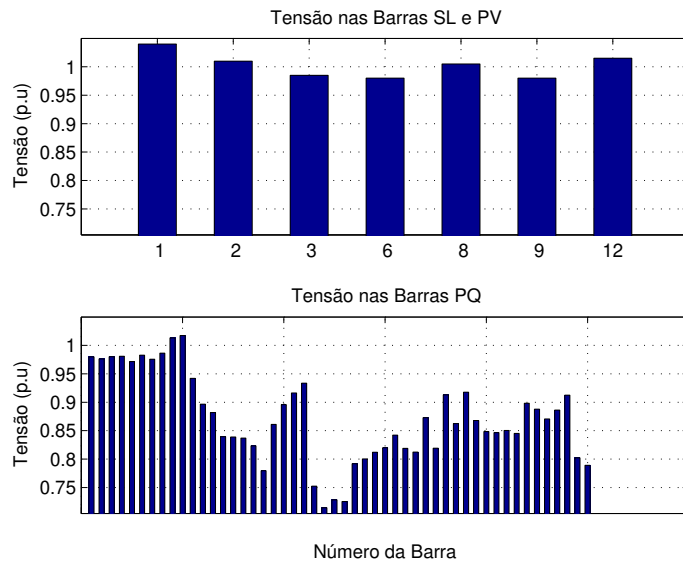


Fig. 5.34: Magnitudes de tensão em barras SL , PV (superior) e PQ (inferior). IEEE 57 barras.

Os histogramas presentes na figura 5.35 descrevem o comportamento descrito na tabela 5.5.

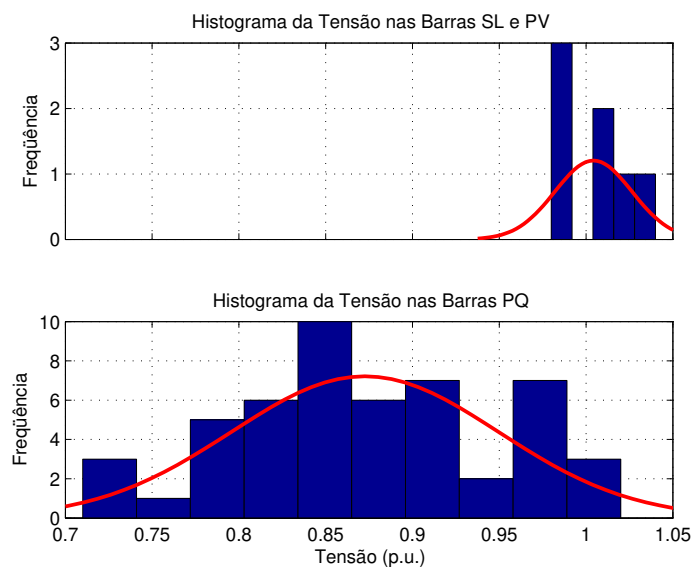


Fig. 5.35: Histograma do perfil de tensão em SL , PV (superior) e PQ (inferior). IEEE 57 barras.

O perfil de tensão das barras *SL* e *PV* está com tensão média de 1,002 p.u., com desvio padrão de 0,022 p.u.. Já o perfil de tensão das barras *PQ* está com tensão média de 0,872 p.u., com desvio de 0,077 p.u. Verifica-se então, para as barras de carga, uma variação grande no perfil de tensão.

As barras *PQ* apresentam, na solução do FP, magnitudes de tensão próximas do nominal, e uma grande quantidade abaixo de 0,85 p.u. (limite inferior definido por Q_3). A menor tensão obtida na solução é de 0,714 p.u..

A solução do FP não apresenta problemas de infactibilidade no suporte de reativos, como pode ser observado na figura 5.36, onde os limites operativos mínimo e máximo estão normalizados entre 0 e 1.

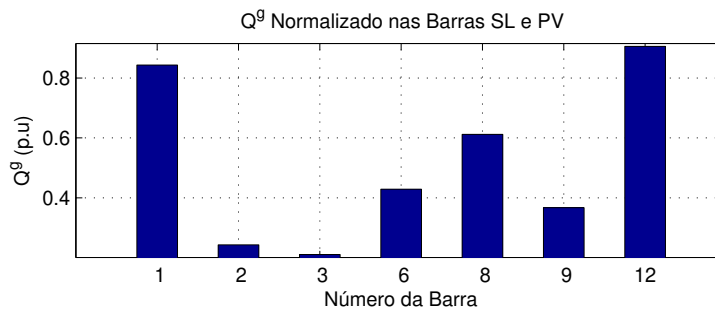


Fig. 5.36: Suporte de reativos em barras *SL* e *PV*. IEEE 57 barras.

Utilizando uma estratégia de otimização da operação, tem-se a solução do FPOR, descrito na tabela 5.5.

Com relação as perdas ativas, para os três critérios de performance adotados, verifica-se os valores bem próximos. Isto se repete para as perdas reativas série e aparentes série. De modo geral, os critérios de performance apresentam comportamentos semelhantes.

Comparando a solução do FP com o FPOR observa-se que em todos os critérios as perdas ativas, reativas série e aparentes série foram menores para o FPOR. Houve redução em torno de 15% nas perdas ativas, e redução em torno de 38% nas perdas reativas série e aparentes série.

Outro ponto importante a ser analisado é com relação a circulação de reativos. Como a rede IEEE 57 barras não possui cargas capacitivas, não há a necessidade de circulação de reativos indutivos na rede. Para a solução do FP existe uma pequena troca de reativos indutivos, porém em todas as soluções do FPOR este reativo é zero.

O comportamento das perdas ativas durante o processo iterativo, para os três critérios de performance adotados, é mostrado na figura 5.37.

O comportamento das perdas reativas durante o processo iterativo, para os três critérios de performance, é mostrado na figura 5.38.

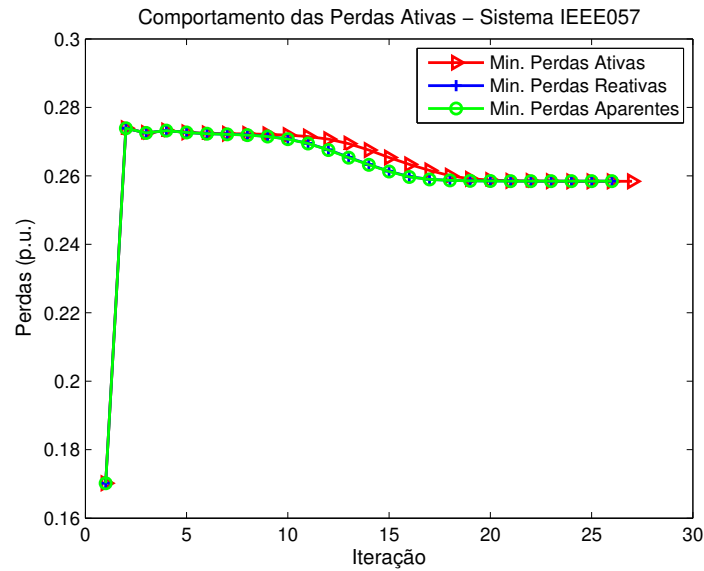


Fig. 5.37: Comportamento das perdas ativas na solução do FPOR. IEEE 57 barras.

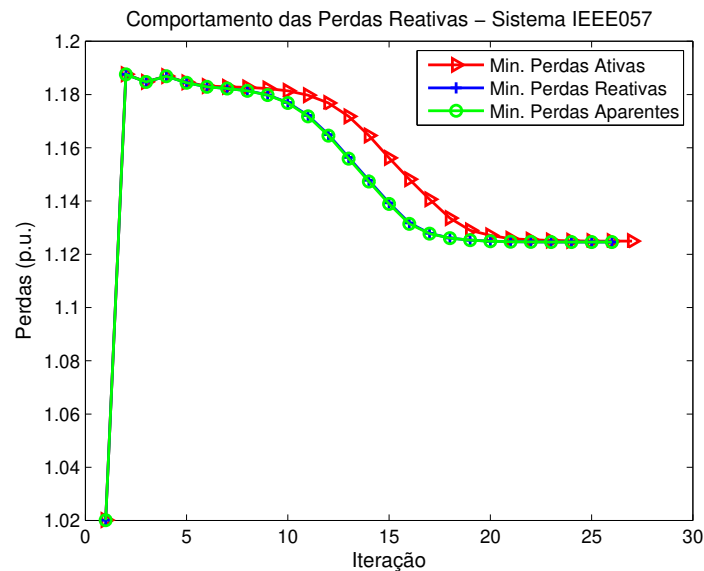


Fig. 5.38: Comportamento das perdas reativas na solução do FPOR. IEEE 57 barras.

O comportamento das perdas aparentes durante o processo iterativo, para os três critérios de performance, é mostrado na figura 5.39.

Em todos os casos mostrados em Fig. 5.37, 5.38 e 5.39 as soluções com os critérios de mínimas perdas reativas série e aparentes série apresentam convergência mais rápida que para o critério de mínimas perdas ativas.

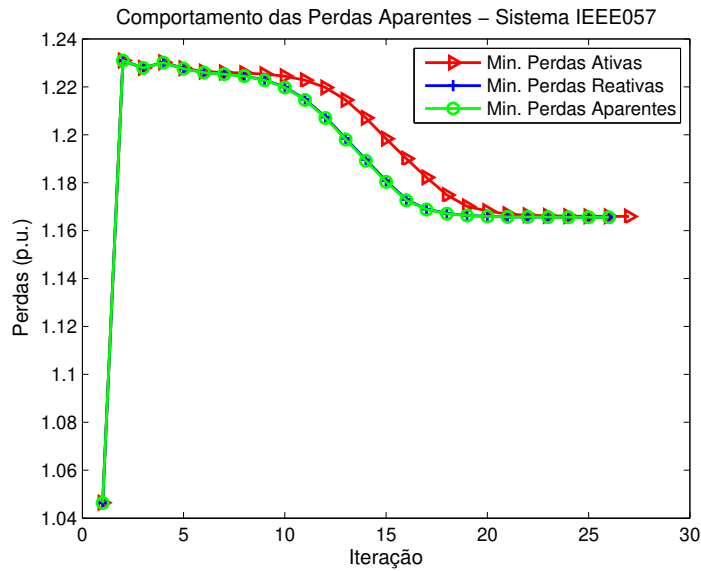


Fig. 5.39: Comportamento das perdas aparentes na solução do FPOR. IEEE 57 barras.

Os diagramas das magnitudes de tensão das barras *SL* e *PV*, obtidas pela solução do problema de FPOR, com os três critérios de performance, são mostrados na figura 5.40.

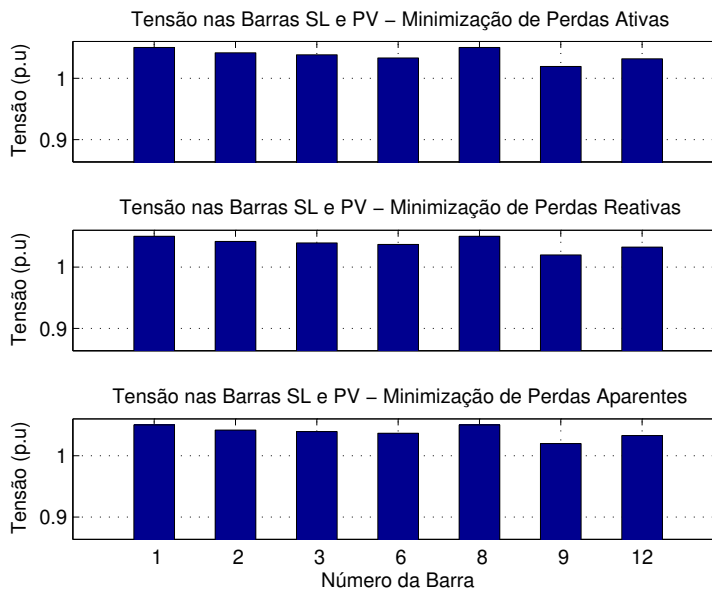


Fig. 5.40: Magnitudes de tensão em barras *SL* e *PV*. IEEE 57 barras. Caso *Q3*.

O ponto operativo para as barras *SL* e *PV* apresenta as magnitudes de tensão acima do nominal. Os diagramas das magnitudes de tensão das barras *PQ* são mostradas na figura 5.41.

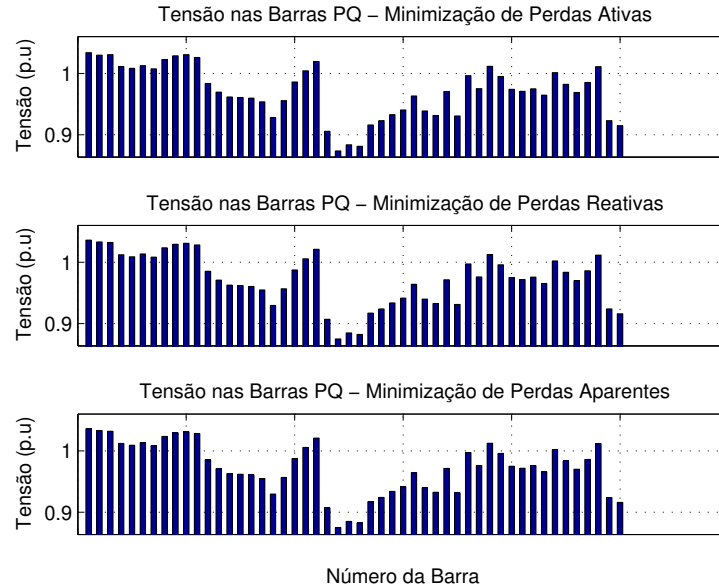


Fig. 5.41: Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 57 barras. Caso $Q3$.

O ponto operativo para as barras PQ apresenta algumas barras com tensões em torno do nominal, e outras com tensões próximas do limite inferior. Pode-se verificar que as barras {31, 32 e 33} estão com magnitudes de tensão abaixo de 0,90 p.u., que é o limite mínimo definido em $Q2$. Com isso a convergência do algoritmo não é alcançada com limites nas barras PQ definidos por $Q1$ e $Q2$.

A figura 5.42 mostra os histogramas dos perfis de tensão para as barras SL e PV , com os três critérios de performance.

A tensão média nas barras SL e PV ficou em torno de 1,038 p.u., com desvio padrão de 0,011 p.u., para os três critérios de performance.

A figura 5.43 mostra os histogramas dos perfis de tensão para as barras PQ , com os três critérios de performance.

Para as barras PQ a tensão média do perfil de tensões ficou em torno de 0,971 p.u., com desvio padrão de 0,043 p.u..

Em comparação com os índices obtidos na solução do FP verifica-se uma elevação no perfil de magnitudes de tensão em SL e PV na solução do FPOR. Isto reflete no perfil de magnitudes de tensão das barras de carga. Há uma elevação no perfil em comparação com a solução do FP e também o perfil apresenta maior uniformidade, como descrito pelos desvios padrão, para os respectivos critérios de performance.

O reativo exigido no sistema é suprido pela rede, pelos geradores e compensadores de reativos. Para os três critérios de performance operativa adotados, as barras PV {2, 3, e 9} fornecem reativos

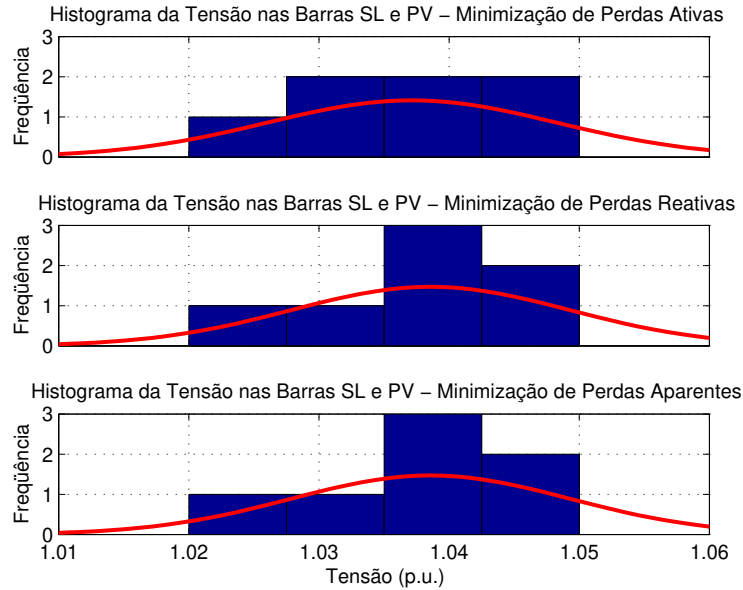


Fig. 5.42: Histograma da tensão em barras *SL* e *PV*. IEEE 57 barras. Caso *Q3*.

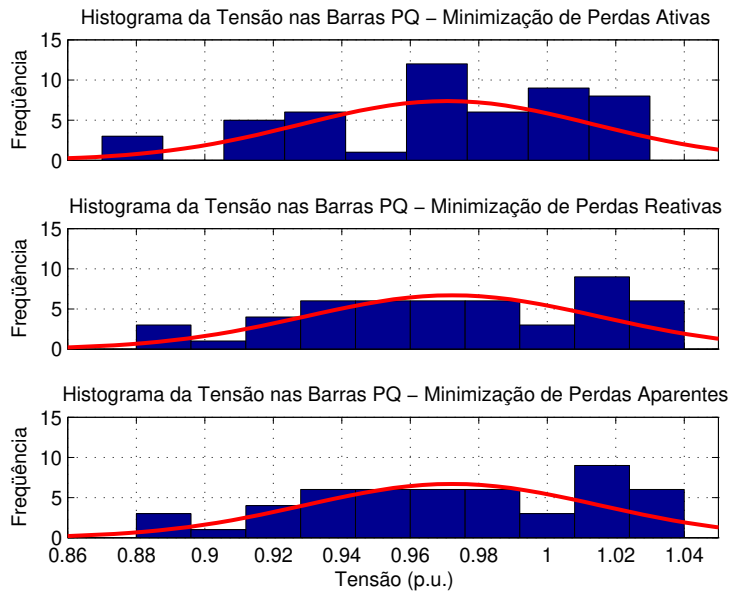
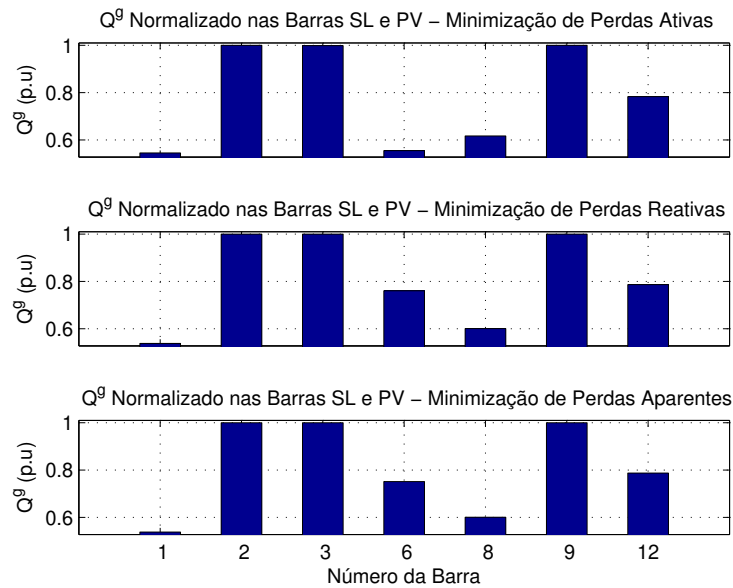


Fig. 5.43: Histograma da tensão em barras *PQ*. IEEE 57 barras. Caso *Q3*.

em sua capacidade máxima, como observado na figura 5.44, onde Q^g está normalizado entre 0 e 1, indicando respectivamente os limites mínimo e máximo de suporte.

A tabela 5.6 a seguir descreve os índices operativos da rede IEEE 57 barras dados pelas soluções dos problemas de FP (2.24) e FPORR (4.4). Nas soluções do FPORR utilizam-se limites nas

Fig. 5.44: Suporte de reativos em barras *SL* e *PV*. IEEE 57 barras. Caso *Q3*.

magnitudes de tensão em *SL* e *PV* definidos por *Q1*.

Índices	Solução			
	<i>FP</i>	Mínimas Perdas Ativas	Mínimas Perdas Reativas	Mínimas Perdas Aparentes
RI^2 (MW)	30,52	25,84	25,85	25,85
XI^2 (MVar)	183,54	112,49	112,46	112,46
$ Z I^2$ (MVA)	188,60	116,59	116,56	116,56
$\sum P^g$ (MW)	1281,32	1276,64	1276,65	1276,65
$\sum Q^{gI}$ (MVar)	-0,68	0,00	0,00	0,00
$\sum Q^{gC}$ (MVar)	336,81	305,07	304,76	304,75
\bar{V}_{SLUPV}	1,002	1,038	1,039	1,039
$std(\bar{V}_{SLUPV})$	0,022	0,011	0,011	0,011
\bar{V}_{PQ}	0,872	0,971	0,972	0,972
$std(\bar{V}_{PQ})$	0,077	0,043	0,043	0,043
V^{min}	0,714	0,874	0,875	0,875
<i>V violados</i>	22	—	—	—
<i>Q^g inactivéis</i>	—	—	—	—
<i>Iterações</i>	5	21	21	20

Tab. 5.6: Índices operativos. Solução do FP e FPORR. IEEE 57 barras. Caso *Q1*.

Mesmo com limites diferentes nas magnitudes de tensão os algoritmos para as soluções dos problemas de FPOR e FPORR convergem para os mesmos pontos soluções. A tabela 5.5 descreve os índices operativos dados pela solução do FPOR com limites nas magnitudes de tensão definidos por $Q3$. Comparando as soluções do FPOR com o FPORR, através dos índices operativos, verifica-se que as soluções são as mesmas para os respectivos critérios de performance operativa.

Como observado no sistema IEEE 30 barras, as restrições ativas para as barras SL e PV estão nos limites superiores das magnitudes de tensão. As restrições correspondentes aos limites inferiores das tensões nestas barras estão inativas no ponto solução.

Para as barras PQ observa-se novamente que as restrições ativas correspondem aos limites inferiores das tensões, sendo então inativas, no ponto solução, as restrições correspondentes aos limites superiores.

Na solução do FPORR a convergência acontece com um número de iterações menor que na solução do FPOR, como mostrado nas tabelas 5.5 e 5.6.

A figura 5.45 mostra o comportamento das perdas ativas para os três critérios de performance operativa.

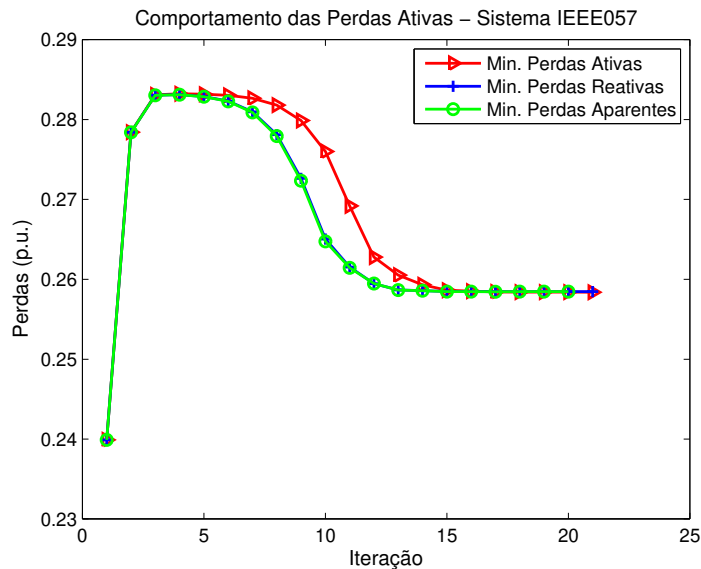


Fig. 5.45: Comportamento das perdas ativas na solução do FPORR. IEEE 57 barras.

As figuras 5.46 e 5.47 mostram o comportamento das perdas reativas e aparentes para os três critérios de performance operativa.

Devido os pontos operativos nas soluções do FPOR e FPORR serem os mesmos para os respectivos critérios de performance, as figuras 5.40 e 5.41 correspondem também aos diagramas das tensões da solução do FPORR. Os histogramas do problema de FPOR, Fig. 5.42 e 5.43, também correspon-

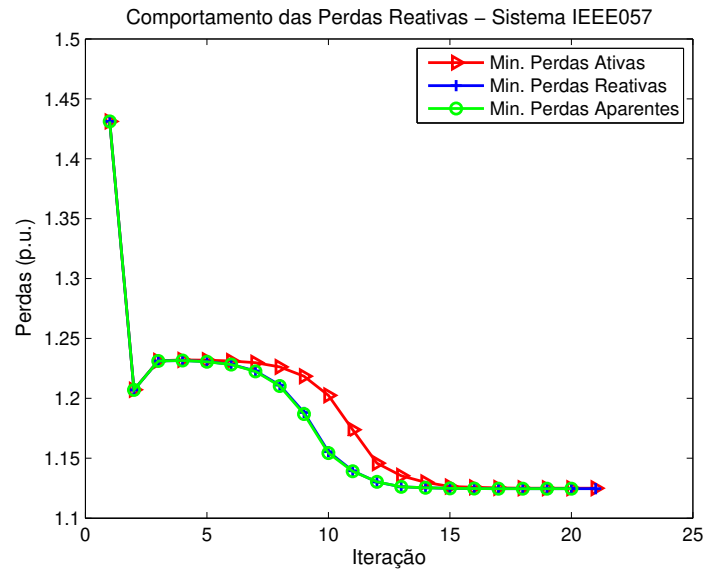


Fig. 5.46: Comportamento das perdas reativas na solução do FPORR. IEEE 57 barras.

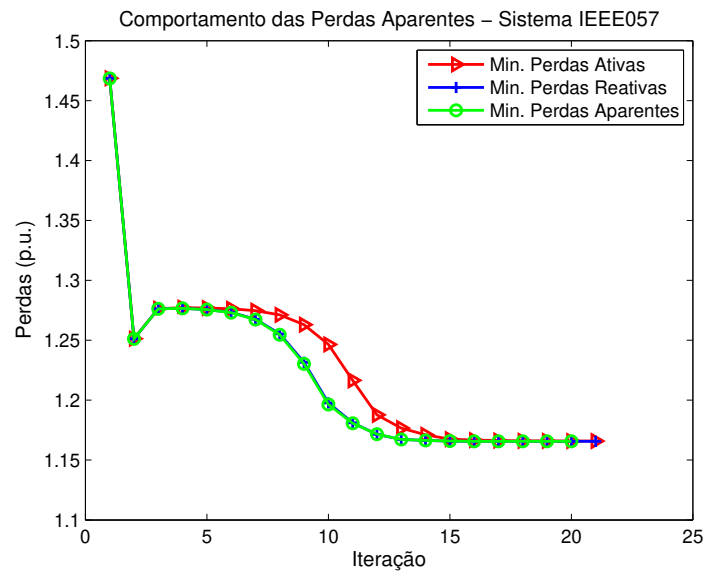


Fig. 5.47: Comportamento das perdas aparentes na solução do FPORR. IEEE 57 barras.

dem ao comportamento do FPORR.

5.4 Estudo de Casos para a Rede de Teste IEEE 118 Barras

Nesta seção é analisada o comportamento do sistema de teste IEEE 118 barras nas soluções dos problemas de FP, FPOR e FPORR. Esta rede é estruturada da seguinte forma:

- 54 barras *SL* e *PV* e 64 barras de carga;
- 170 linhas de transmissão e 9 transformadores entre barras;
- Carga ativa de 4.242,00 MW;
- Carga reativa indutiva de 1.438,00 MVar.

A rede IEEE 118 barras apresenta uma quantidade grande de barras *SL* e *PV*. Isto é uma característica importante em sistemas de potência principalmente no suporte de reativos. As barras *SL* e *PV* encontram-se relativamente próximas das barras de carga permitindo que o atendimento das potências ativas e reativas não ocorra em grandes distâncias. O diagrama unifilar da rede é mostrado na figura 5.48.

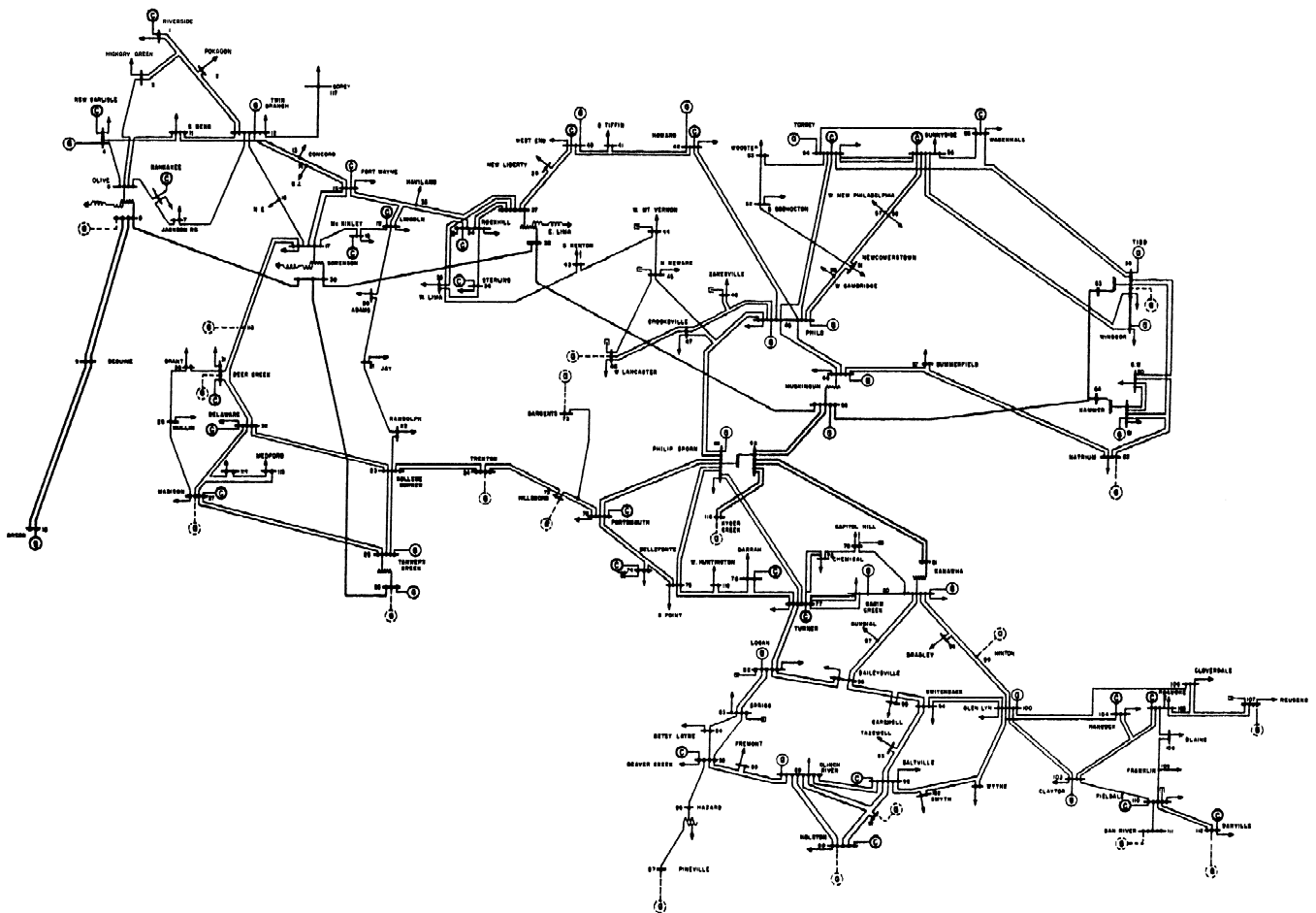


Fig. 5.48: Diagrama unifilar da rede de teste IEEE 118 barras.

A tabela 5.7 descreve os índices operativos da rede dados pelas soluções dos problemas de FP (2.24) e FPOR (2.38).

Índices	Solução			
	FP	Mínimas Perdas Ativas	Mínimas Perdas Reativas	Mínimas Perdas Aparentes
RI^2 (MW)	152,35	135,64	135,78	135,77
XI^2 (MVar)	890,75	786,21	785,76	785,76
$ Z I^2$ (MVA)	908,73	802,09	801,67	801,67
$\sum P^g$ (MW)	4.394,35	4.377,64	4.377,78	4.377,77
$\sum Q^{gI}$ (MVar)	-1.535,85	-657,32	-625,95	-626,83
$\sum Q^{gC}$ (MVar)	2.493,27	1.378,17	1.346,66	1.347,52
\bar{V}_{SLUPV}	0,990	1,034	1,034	1,034
$std(\bar{V}_{SLUPV})$	0,026	0,013	0,013	0,013
\bar{V}_{PQ}	0,986	1,029	1,029	1,029
$std(\bar{V}_{PQ})$	0,024	0,012	0,012	0,012
V^{min}	0,943	0,991	0,990	0,990
V violados	4	—	—	—
Q^g ineficazes	6	—	—	—
Iterações	5	28	27	27

Tab. 5.7: Índices operativos. Solução do FP e FPOR. IEEE 118 barras. Caso Q1.

Na solução do problema de FP, apresentado em Tab. 5.7, o ponto operativo apresenta algumas características que devem ser destacadas, tais como:

- 4 barras do sistema com magnitudes de tensão que violam os limites definidos por Q1;
- 6 barras SL e PV com suporte de reativos ineficazes;
- Circulação elevada de reativos indutivos na rede.

A violação nos limites das magnitudes de tensão reduzem a qualidade do perfil de tensão e consequentemente a qualidade da energia entregue nos pontos consumidores.

A ineficazibilidade no suporte de reativos inviabiliza a operação neste ponto solução. Diferente dos limites nas magnitudes de tensão, que caracterizam a qualidade da operação, a violação no suporte de reativos não permite tal operação. Isto devido os limites estarem relacionados a capacidade física de suporte de reativos de cada unidade de suporte.

Com relação a circulação de reativos indutivos, isto descreve uma operação indesejável. Como não há barras com carga reativa capacitiva, a circulação de reativos indutivos não está sendo utilizado para atendimento à carga. Há então uma troca desnecessária de reativos na rede, na solução do FP.

Os diagramas da figura 5.49 descrevem as magnitudes de tensão das barras SL e PV e das barras de carga, obtidos na solução do problema de FP (2.24).

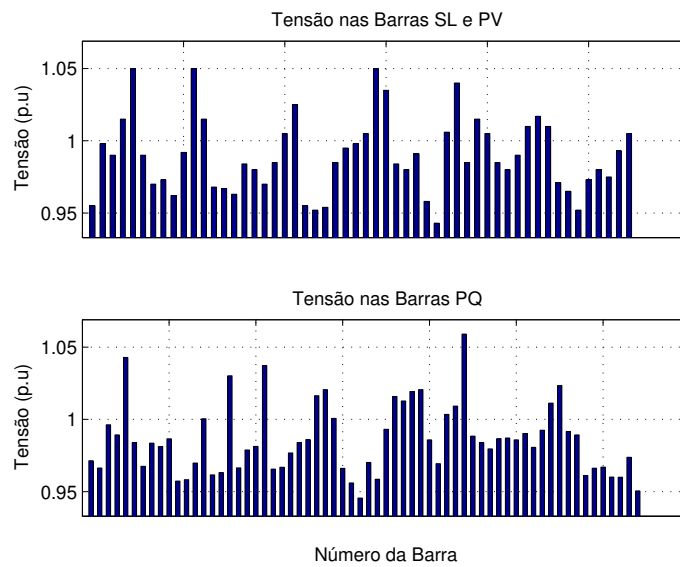


Fig. 5.49: Magnitudes de tensão em barras *SL*, *PV* (superior) e *PQ* (inferior). IEEE 118 barras.

Os histogramas presentes na figura 5.50 descrevem o comportamento descrito na tabela 5.7 para as magnitudes de tensão.

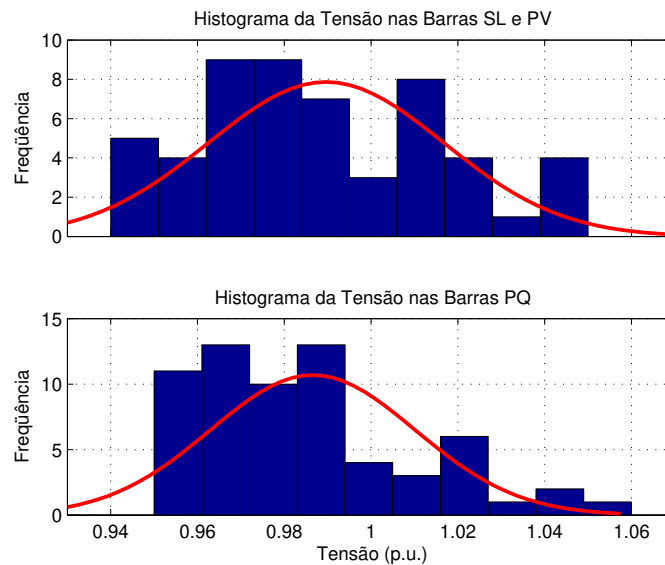


Fig. 5.50: Histograma do perfil de tensão em *SL*, *PV* (superior) e *PQ* (inferior). IEEE 118 barras.

O perfil de tensão das barras *SL* e *PV* apresenta tensão média de 0,990 p.u., com desvio padrão de 0,026 p.u.. O perfil de tensão das barras *PQ* apresenta tensão média de 0,986 p.u., com desvio de 0,024 p.u..

Como observado em Fig. 5.49 e 5.50 o perfil de magnitudes de tensão, na solução do FP, não apresenta uniformidade. Algumas barras estão próximas do limites superior enquanto que outras apresentam tensões próximas do limite inferior.

A solução do FP apresenta problemas de infactibilidade no suporte de reativos, como pode ser observado na figura 5.51, onde os limites operativos mínimo e máximo de cada unidade de suporte estão normalizados entre 0 e 1.

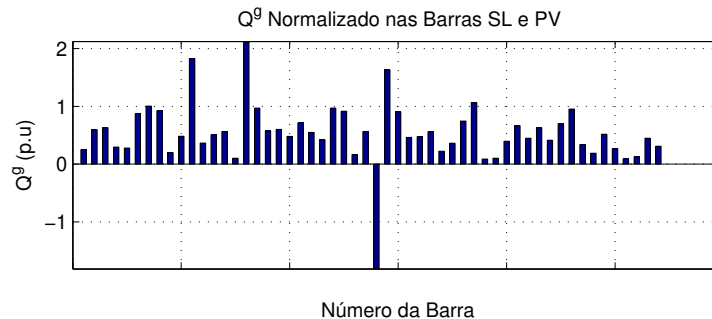


Fig. 5.51: Suporte de reativos em barras *SL* e *PV*. IEEE 118 barras.

Na solução do FPOR (Tab. 5.7) para os critérios de mínimas perdas ativas, reativas série e aparentes série, pode-se perceber pontos operativos melhores que o obtido na solução do FP.

Com relação as perdas ativas, para os três critérios de performance adotados, verifica-se os valores bem próximos. Isto se repete para as perdas reativas série e aparentes série. De modo geral, os critérios de performance apresentam comportamentos semelhantes.

Comparando a solução do FP com o FPOR observa-se que em todos os critérios as perdas ativas, reativas série e aparentes série são menores para o FPOR. A solução do FPOR apresenta redução em torno de 11% nas perdas ativas, e redução em torno de 12% nas perdas reativas e aparentes, em comparação com a solução do FP.

Outro ponto importante a ser analisado é com relação a circulação de reativos. Para todos os critérios de performance operativa há redução na circulação de reativos indutivos. Para o critério de mínimas perdas ativas, a redução é de aproximadamente 57%. Para os critérios de mínimas perdas reativas e aparentes, a redução é de aproximadamente 59%.

O comportamento das perdas ativas durante o processo iterativo, para os três critérios de performance adotados, é mostrado na figura 5.52.

Como descrito anteriormente, a solução para os três critérios de performance apresentam pontos soluções bem próximos, porém os critérios de mínimas perdas reativas série e aparentes série convergem mais rápido que o critério de mínimas perdas ativas.

O comportamento das perdas reativas série durante o processo iterativo, para os três critérios de performance, é mostrado na figura 5.53.

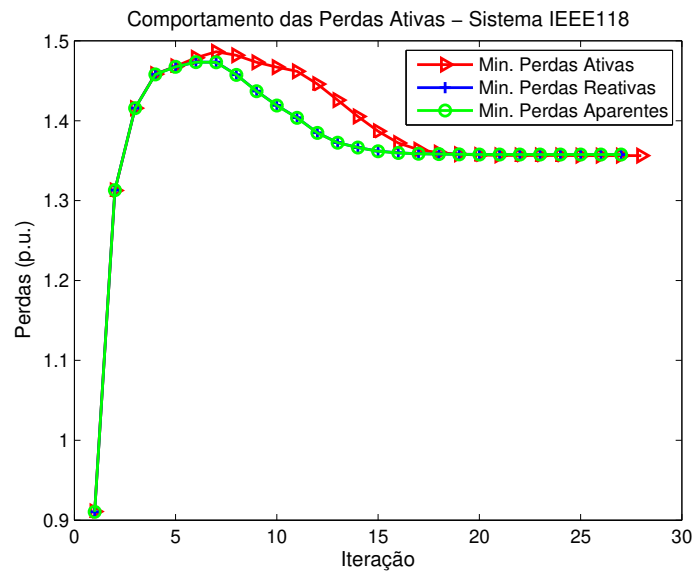


Fig. 5.52: Comportamento das perdas ativas na solução do FPOR. IEEE 118 barras.

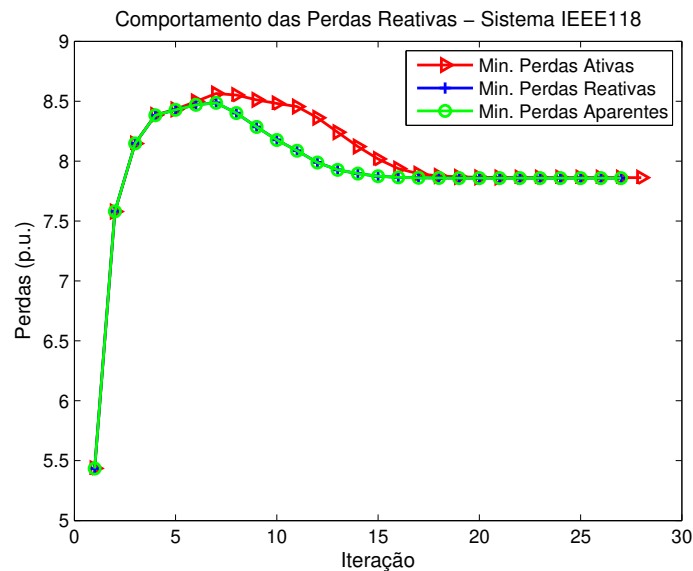


Fig. 5.53: Comportamento das perdas reativas na solução do FPOR. IEEE 118 barras.

O comportamento das perdas aparentes série durante o processo iterativo, para os três critérios de performance operativa, é mostrado na figura 5.54.

Em todos os casos mostrados em Fig. 5.52, 5.53 e 5.54 as soluções com os critérios de mínimas perdas reativas série e aparentes série apresentam convergência mais rápida que para o critério de mínimas perdas ativas.

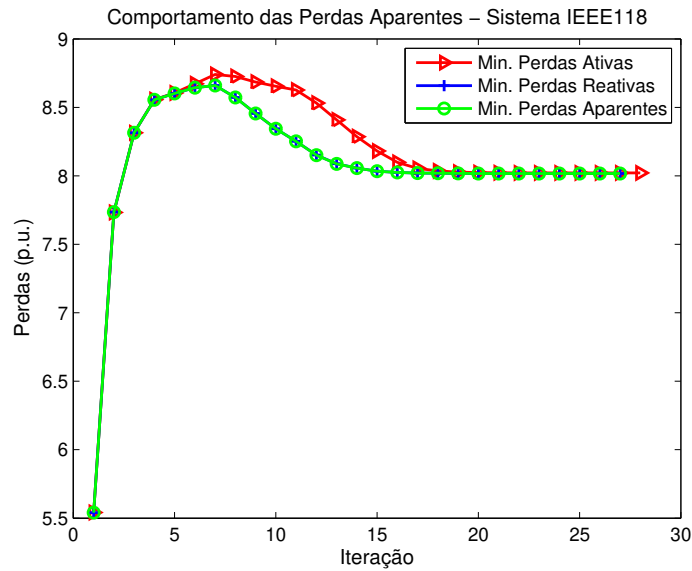


Fig. 5.54: Comportamento das perdas aparentes na solução do FPOR. IEEE 118 barras.

Os diagramas de magnitudes de tensão das barras *SL* e *PV*, obtidas pela solução do problema de FPOR, com os três critérios de performance, são mostrados na figura 5.55.

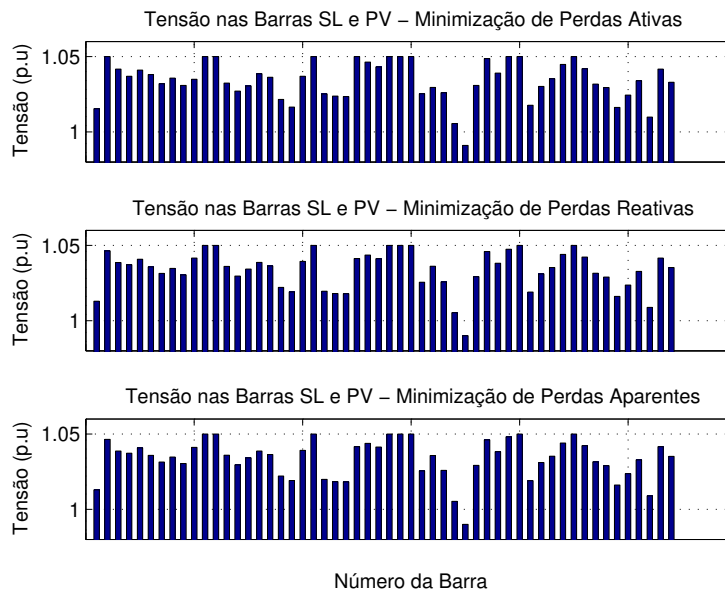


Fig. 5.55: Magnitudes de tensão em barras *SL* e *PV*. IEEE 118 barras. Caso *Q1*.

De modo geral, o ponto operativo para as barras *SL* e *PV* apresenta as magnitudes de tensão acima do nominal. Somente a barra 76 apresenta magnitude de tensão abaixo de 1 p.u..

Os diagramas de magnitudes de tensão nas barras *PQ* são mostradas na figura 5.56.

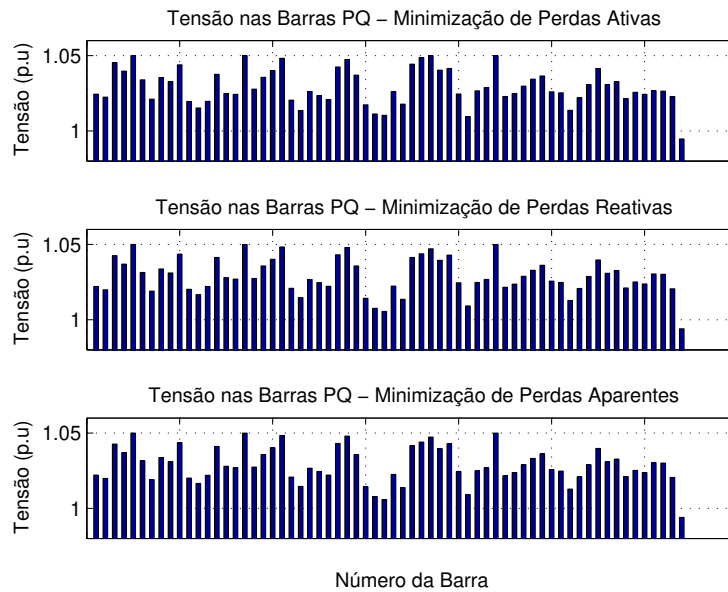


Fig. 5.56: Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 118 barras. Caso $Q1$.

O ponto operativo para as barras PQ apresenta o perfil de magnitudes de tensão acima do nominal. Somente a barra 118 apresenta tensão abaixo de 1 p.u..

A figura 5.57 mostra os histogramas dos perfis de tensão para as barras SL e PV , com os três critérios de performance.

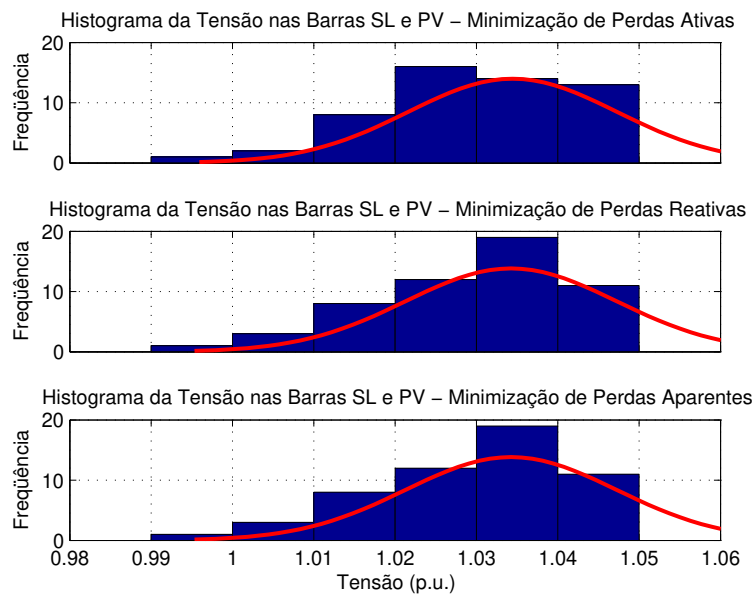


Fig. 5.57: Histograma da tensão em barras SL e PV . IEEE 118 barras. Caso $Q1$.

A tensão média nas barras SL e PV ficou em torno de 1,034 p.u., com desvio padrão de 0,013 p.u., para os três critério de performance.

A figura 5.58 mostra os histogramas dos perfis de magnitudes de tensão para as barras PQ , com os três critérios de performance operativa.

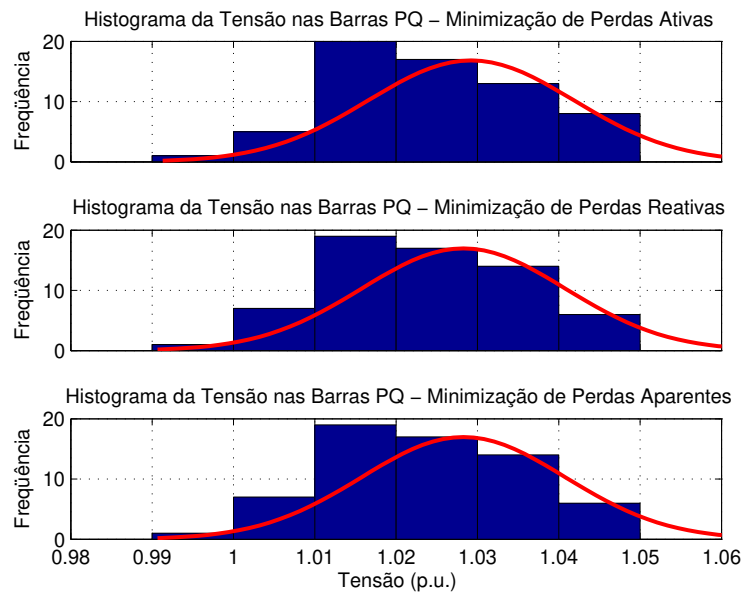


Fig. 5.58: Histograma da tensão em barras PQ . IEEE 118 barras. Caso $Q1$.

Para as barras PQ a tensão média do perfil de tensões ficou em torno de 1,029 p.u., com desvio padrão de 0,012 p.u..

As soluções do FPOR, para os respectivos critérios de performance, eliminam a infactibilidade no suporte de reativos, presente na solução do FP. Para os três critérios adotados, as barras PV {1, 15, 19, 34, 36, 55, 56, 70, 76, 77, 85, 92, 104 e 110} fornecem reativos em sua capacidade máxima, como observado na figura 5.59, onde Q^g está normalizado entre 0 e 1, indicando respectivamente os limites mínimo e máximo para cada unidade de suporte.

A tabela 5.8 a seguir descreve os índices operativos da rede IEEE 118 barras dados pelas soluções dos problemas de FP (2.24) e FPORR (4.4). Na solução do FPORR utiliza-se limites nas magnitudes de tensão em SL e PV definidos por $Q1$.

Para o sistema IEEE 118 barras houve uma ligeira diferença entre as soluções dadas pelos problemas de FPOR (Tab. 5.7) e FPORR (Tab. 5.8). Para os três critérios de performance operativa, as perdas ativas, reativas série e aparentes série são relativamente menores na solução do FPORR.

Outro aspecto observado é com relação ao número de iterações. As soluções do FPORR convergem com menos iterações que as soluções do FPOR, para os respectivos critérios de performance.

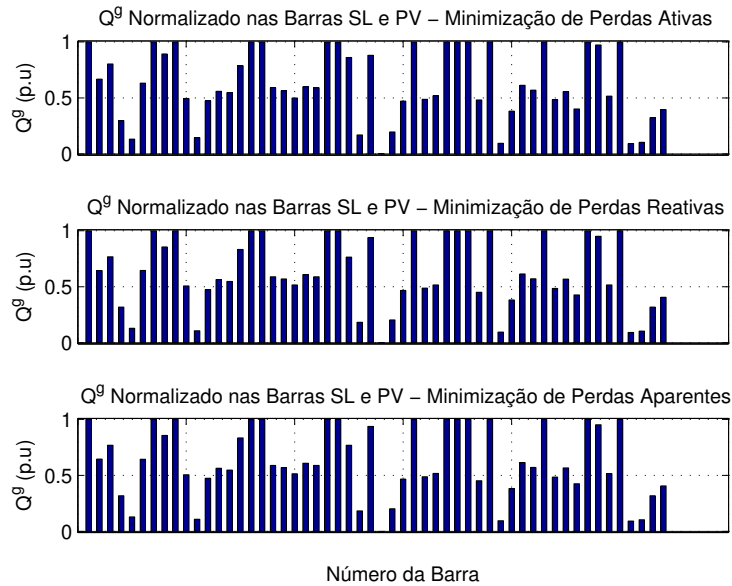


Fig. 5.59: Suporte de reativos em barras *SL* e *PV*. IEEE 118 barras. Caso *Q1*.

Índices	Solução			
	<i>FP</i>	Mínimas Perdas Ativas	Mínimas Perdas Reativas	Mínimas Perdas Aparentes
RI^2 (MW)	152,35	135,19	135,32	135,31
XI^2 (MVar)	890,75	782,16	781,60	781,60
$ Z I^2$ (MVA)	908,73	798,00	797,47	797,47
$\sum P^g$ (MW)	4.394,35	4.377,19	4.377,32	4.377,31
$\sum Q^{gI}$ (MVar)	-1.535,85	-636,54	-623,91	-624,67
$\sum Q^{gC}$ (MVar)	2.493,27	1.343,13	1.330,00	1.330,74
\bar{V}_{SLUPV}	0,990	1,036	1,036	1,036
$std(\bar{V}_{SLUPV})$	0,026	0,013	0,013	0,013
\bar{V}_{PQ}	0,986	1,032	1,032	1,032
$std(\bar{V}_{PQ})$	0,024	0,012	0,013	0,013
V^{min}	0,943	0,992	0,991	0,992
<i>V</i> violados	4	—	—	—
<i>Q^g</i> ineficazes	6	—	—	—
Iterações	5	24	25	24

Tab. 5.8: Índices operativos. Solução do FP e FPORR. IEEE 118 barras. Caso *Q1*.

A figura 5.60 mostra o comportamento das perdas ativas para os três critérios de performance operativa.

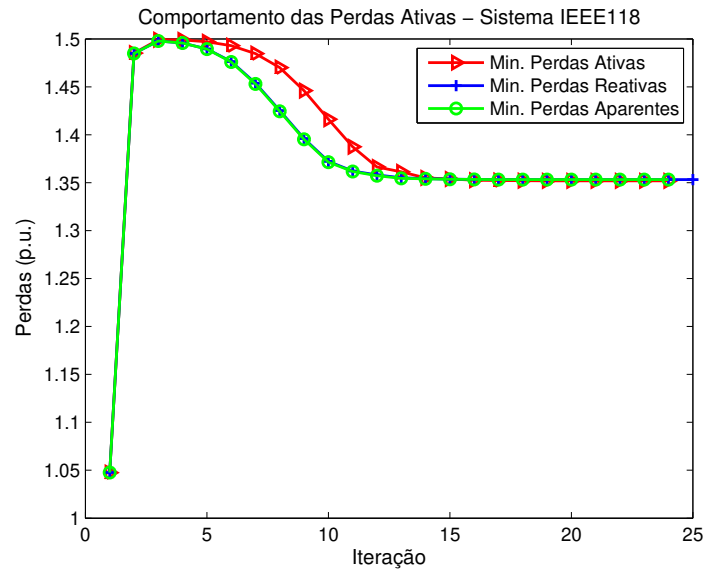


Fig. 5.60: Comportamento das perdas ativas na solução do FPORR. IEEE 118 barras.

As figuras 5.61 e 5.62 mostram o comportamento das perdas reativas série e aparentes série para os três critérios de performance operativa.

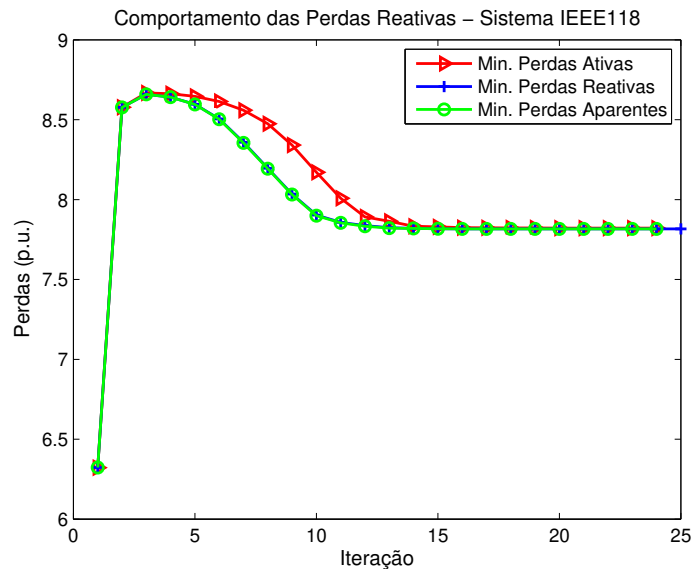


Fig. 5.61: Comportamento das perdas reativas na solução do FPORR. IEEE 118 barras.

Devido os pontos operativos nas soluções do FPOR e FPORR serem bem próximos, para os respectivos critérios de performance, as figuras 5.55 e 5.56 correspondem também aos comportamentos dos diagramas das magnitudes de tensão da solução do FPORR. Os histogramas do problema de

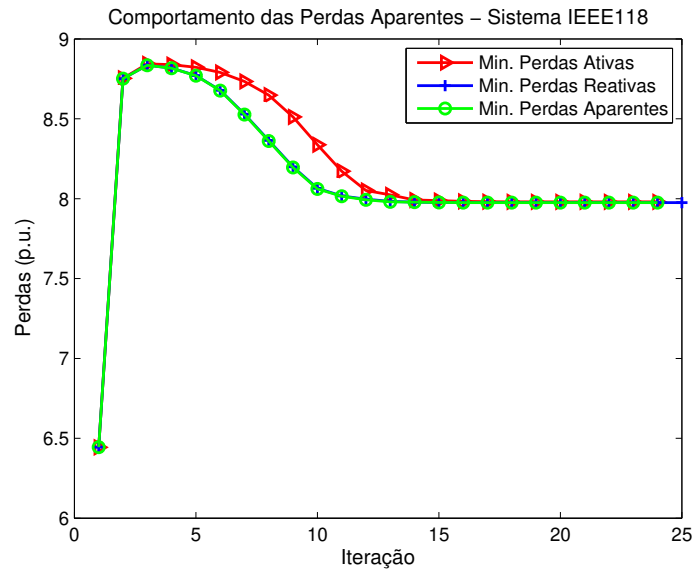


Fig. 5.62: Comportamento das perdas aparentes na solução do FPORR. IEEE 118 barras.

FPOR, descritos em Fig. 5.57 e 5.58, também correspondem ao comportamento apresentado na solução do FPORR.

5.5 Estudo de Casos para a Rede de Teste IEEE 162 Barras

Nesta seção é analisada por fim o comportamento do sistema de teste IEEE 162 barras na solução dos problemas de FP, FPOR e FPORR. Esta rede é estruturada da seguinte forma:

- 17 barras *SL* e *PV* e 145 barras de carga;
- 238 linhas de transmissão e 46 transformadores entre barras;
- Carga ativa de 15.387,36 MW;
- Carga reativa indutiva de 1.174,62 MVar.

A tabela 5.9 descreve os índices operativos da rede dados pelas soluções dos problemas de FP (2.24) e FPOR (2.38).

Na solução do problema de FP, apresentado em Tab. 5.9, o ponto operativo apresenta algumas características que devem ser destacadas, tais como:

- 107 barras do sistema com magnitudes de tensão que violam os limites definidos por $Q1$;
- 6 barras *SL* e *PV* com suporte de reativos ineficazes;

Índices	Solução			
	FP	Mínimas Perdas Ativas	Mínimas Perdas Reativas	Mínimas Perdas Aparentes
RI^2 (MW)	198,10	165,00	165,00	165,00
XI^2 (MVar)	2.280,96	1.802,88	1.802,88	1802,88
$ Z I^2$ (MVA)	2.299,15	1.817,84	1.817,84	1.817,84
$\sum P^g$ (MW)	15.584,68	15.552,36	15.552,36	15.552,36
$\sum Q^{gI}$ (MVar)	-660,04	-586,08	-586,08	-586,08
$\sum Q^{gC}$ (MVar)	2.058,52	1.453,66	1.453,65	1.453,65
$\bar{V}_{SL \cup PV}$	1,006	1,039	1,039	1,039
$std(\bar{V}_{SL \cup PV})$	0,010	0,017	0,017	0,017
\bar{V}_{PQ}	0,922	1,004	1,004	1,004
$std(\bar{V}_{PQ})$	0,039	0,022	0,022	0,022
V^{min}	0,834	0,952	0,952	0,952
V violados	107	—	—	—
Q^g inefectíveis	6	—	—	—
Iterações	5	30	33	31

Tab. 5.9: Índices operativos. Solução do FP e FPOR. IEEE 162 barras. Caso Q1.

Como descrito na seção 5.5, a violação nos limites das magnitudes de tensão reduzem a qualidade do perfil de tensão e conseqüentemente a qualidade da energia entregue nos pontos consumidores.

Com relação ao suporte de reativos, a ocorrência de inefectibilidades inviabilizam a operação neste ponto solução. Isto devido aos limites estarem relacionados a capacidade física de suporte de reativos de cada unidade de suporte.

Os diagramas da figura 5.63 descrevem as magnitudes de tensão das barras SL e PV e das barras de carga, obtidos na solução do problema de FP (2.24).

Os histogramas presentes na figura 5.64 descrevem o comportamento descrito na tabela 5.9 para as magnitudes de tensão.

O perfil de tensão das barras SL e PV apresenta tensão média de 1,006 p.u., com desvio padrão de 0,010 p.u.. O perfil de tensão das barras PQ apresenta tensão média de 0,922 p.u., com desvio de 0,039 p.u..

O perfil de magnitudes de tensão nas barras SL e PV , para os respectivos critérios de performance, apresenta grande uniformidade em torno do nominal, como observado na figura 5.63.

O perfil de magnitudes de tensão em barras PQ , na solução do FP, não apresenta uniformidade (Fig. 5.64). Algumas barras estão próximas do nominal enquanto que outras apresentam tensões próximas do limite inferior.

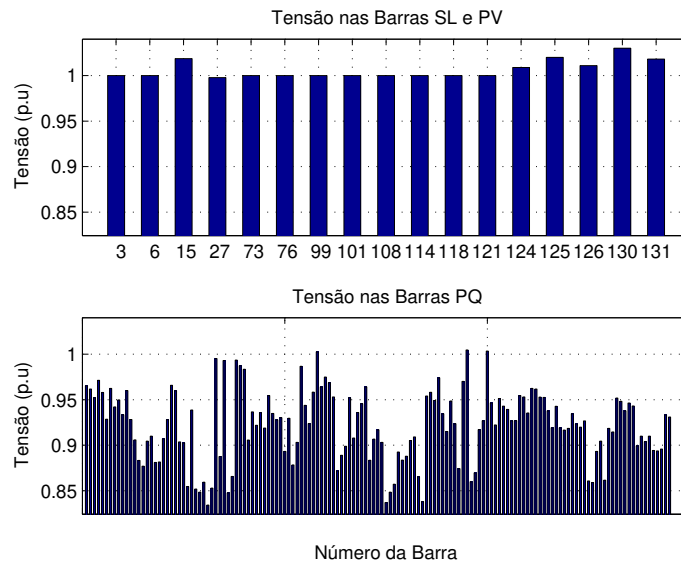


Fig. 5.63: Magnitudes de tensão em barras *SL*, *PV* (superior) e *PQ* (inferior). IEEE 162 barras.

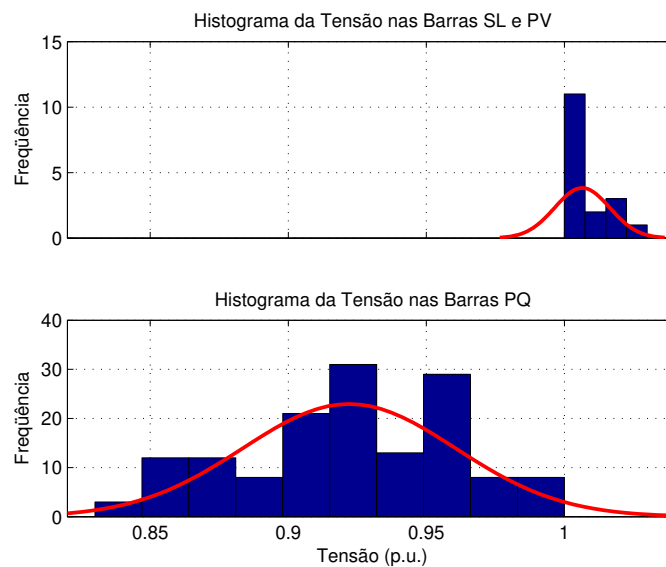


Fig. 5.64: Histograma do perfil de tensão em *SL*, *PV* (superior) e *PQ* (inferior). IEEE 162 barras.

A solução do FP apresenta problemas de infactibilidade no suporte de reativos, como pode ser observado na figura 5.65, onde os limites operativos mínimo e máximo de cada unidade de suporte estão normalizados entre 0 e 1.

Na solução do FPOR (Tab. 5.9) para os critérios de mínimas perdas ativas, reativas série e aparentes série, pode-se perceber pontos operativos melhores que o obtido na solução do FP. Porém, os três critérios de performance alcançam o mesmo ponto operativo.

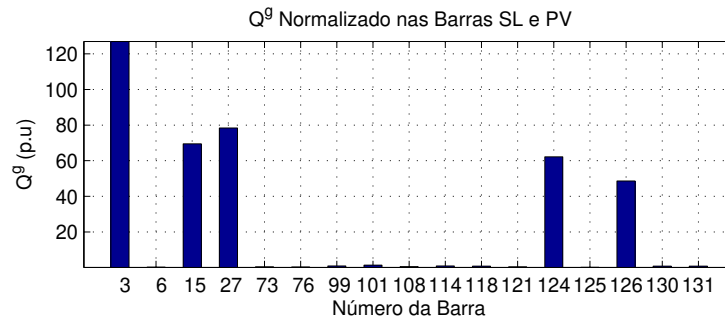


Fig. 5.65: Suporte de reativos em barras *SL* e *PV*. IEEE 162 barras.

Com relação as perdas ativas, para os três critérios de performance adotados, verifica-se que os valores são os mesmos. Isto se repete para as perdas reativas série e aparentes série.

Comparando a solução do FP com o FPOR observa-se que em todos os critérios as perdas ativas, reativas série e aparentes série são menores para o FPOR. A solução do FPOR apresenta redução em torno de 17% nas perdas ativas, e redução em torno de 21% nas perdas reativas e aparentes, em comparação com a solução do FP.

Outro ponto importante a ser analisado é com relação a circulação de reativos. Para todos os critérios de performance operativa há redução na circulação de reativos indutivos de aproximadamente 11%.

O comportamento das perdas ativas durante o processo iterativo, para os três critérios de performance adotados, é mostrado na figura 5.66.

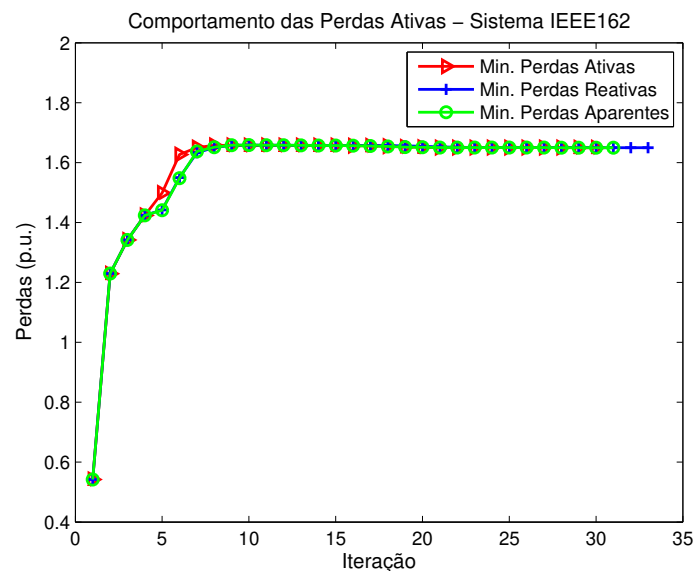


Fig. 5.66: Comportamento das perdas ativas na solução do FPOR. IEEE 162 barras.

O comportamento das perdas reativas série, para os três critérios de performance, é mostrado na figura 5.67.

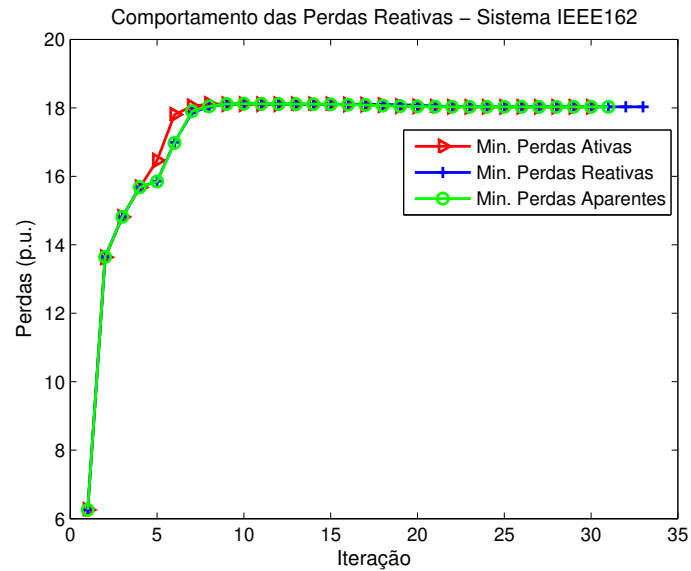


Fig. 5.67: Comportamento das perdas reativas na solução do FPOR. IEEE 162 barras.

O comportamento das perdas aparentes série, para os três critérios de performance, é mostrado na figura 5.68.

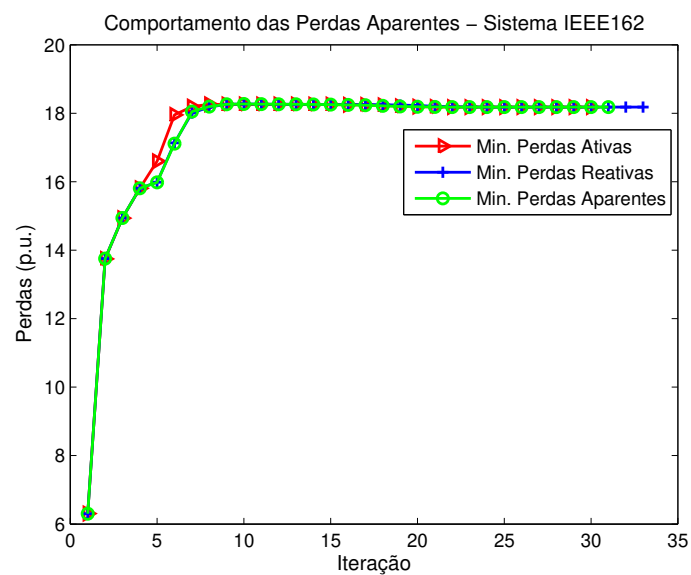


Fig. 5.68: Comportamento das perdas aparentes na solução do FPOR. IEEE 162 barras.

As soluções do FPOR para os três critérios de performance apresentam os mesmos pontos soluções, porém, neste caso, o critério de mínimas perdas ativas converge mais rápido que os critérios de mínimas perdas reativas série e aparentes série.

Os diagramas de magnitudes de tensão das barras *SL* e *PV*, obtidas pela solução do problema de FPOR, com os três critérios de performance, são mostrados na figura 5.69.

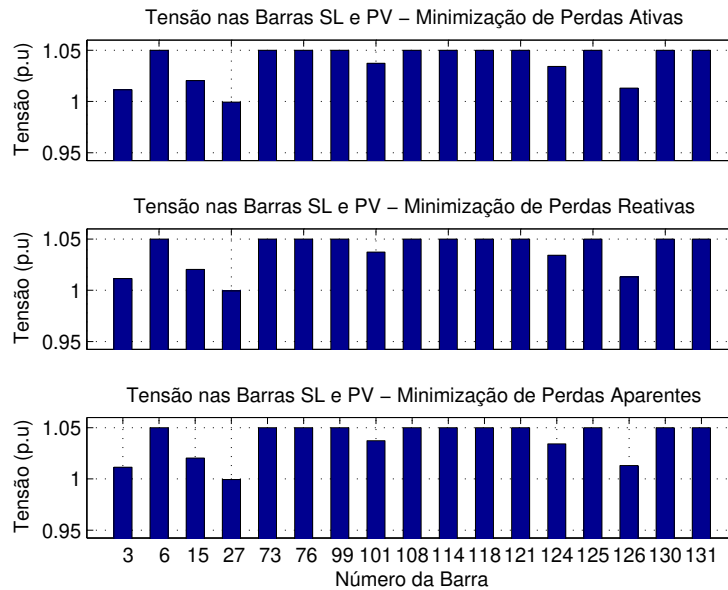


Fig. 5.69: Magnitudes de tensão em barras *SL* e *PV*. IEEE 162 barras. Caso *Q1*.

De modo geral, o ponto operativo para as barras *SL* e *PV* apresenta as magnitudes de tensão acima do nominal. De todas as barras do conjunto *SL* e *PV* somente 6 barras não estão com magnitudes de tensão no limite superior.

Os diagramas dos perfis de magnitudes de tensão das barras *PQ*, para os três critérios de performance, são mostradas na figura 5.70.

O ponto operativo para as barras *PQ* apresenta as magnitudes de tensão bem diversificadas, para os respectivos critérios de performance. Algumas barras estão com tensão em torno do nominal, enquanto que outras barras apresentam tensões próximas do limite inferior.

A figura 5.71 mostra os histogramas dos perfis de magnitudes de tensão para as barras *SL* e *PV*, com os três critérios de performance.

A tensão média nas barras *SL* e *PV* ficou em torno de 1,039 p.u., com desvio padrão de 0,017 p.u., para os três critério de performance. A solução do FPOR eleva o perfil de tensão de toda a rede, em comparação com a solução do FP. Este comportamento está relacionado principalmente com as funções objetivo adotadas. A minimização de perdas exige uma operação com perfil de tensões mais

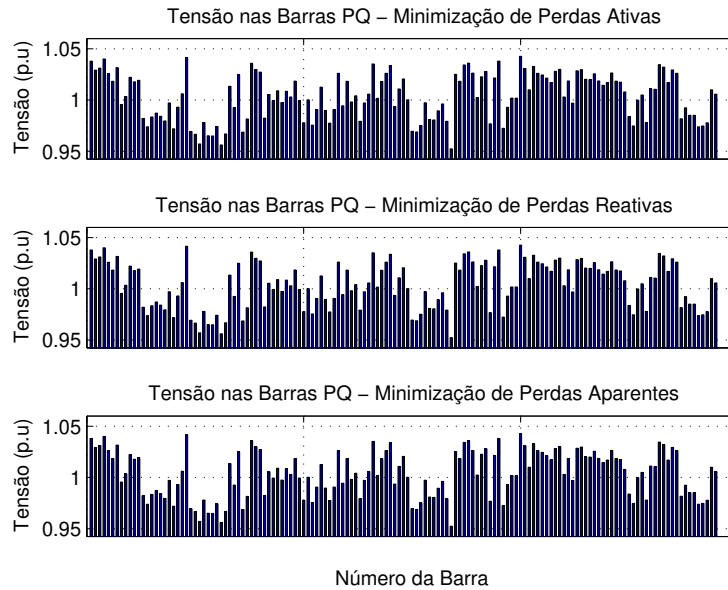


Fig. 5.70: Magnitudes de tensão em barras PQ . IEEE 162 barras. Caso $Q1$.

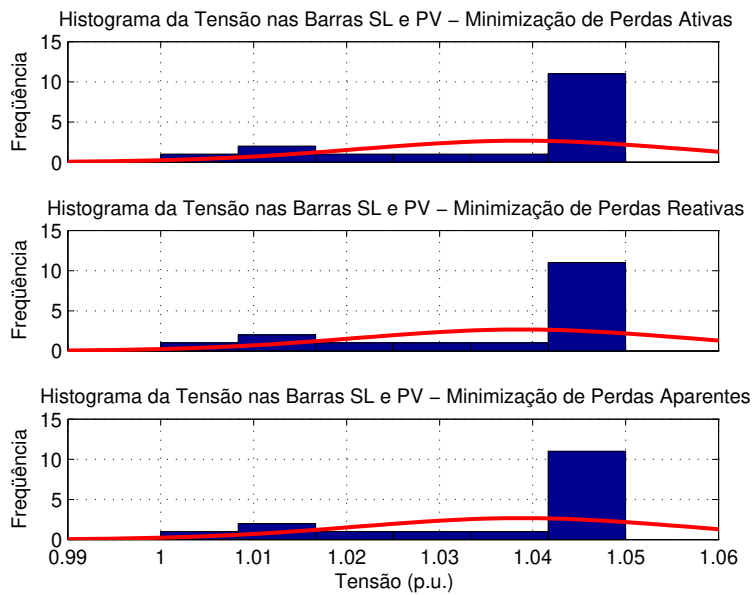


Fig. 5.71: Histograma da tensão em barras SL e PV . IEEE 162 barras. Caso $Q1$.

elevado.

A figura 5.72 mostra os histogramas dos perfis de magnitudes de tensão para as barras PQ , com os três critérios de performance operativa.

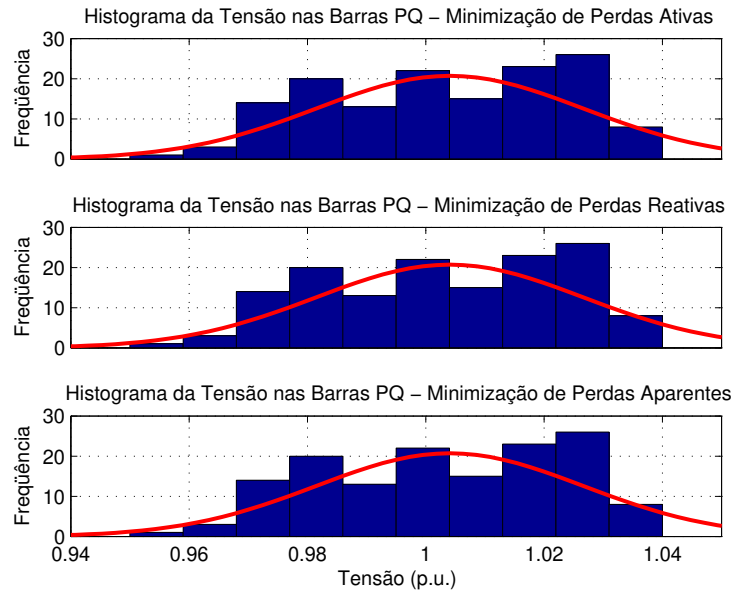


Fig. 5.72: Histograma da tensão em barras PQ . IEEE 162 barras. Caso $Q1$.

Para as barras PQ a tensão média do perfil de tensões ficou em torno de 1,029 p.u., com desvio padrão de 0,012 p.u..

As soluções do FPOR eliminam a infactibilidade no suporte de reativos, como observado na figura 5.73.

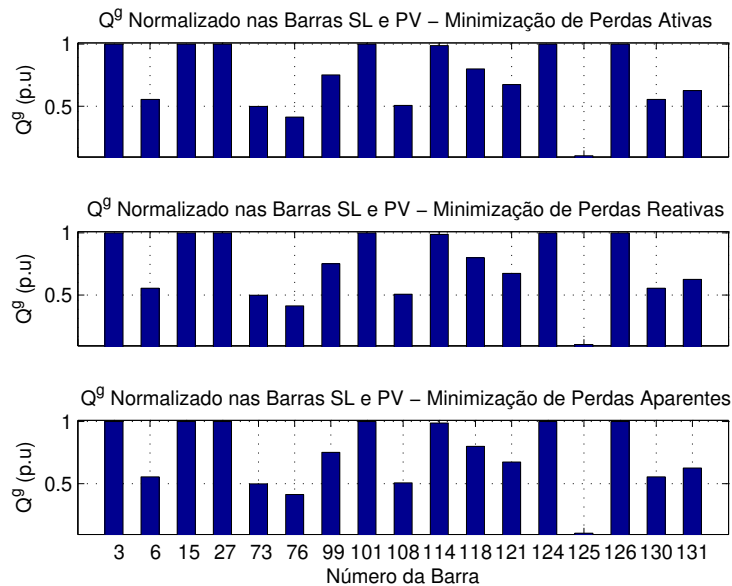


Fig. 5.73: Suporte de reativos em barras SL e PV . IEEE 162 barras. Caso $Q1$.

Para os três critérios adotados, as barras PV {3, 15, 27, 101, 114, 124 e 126} fornecem reativos em sua capacidade máxima.

A tabela 5.10 a seguir descreve os índices operativos da rede IEEE 162 barras dados pelas soluções dos problemas de FP (2.24) e FPORR (4.4). Na solução do FPORR utiliza-se limites nas magnitudes de tensão em SL e PV definidos por $Q1$.

Índices	Solução			
	FP	Mínimas Perdas Ativas	Mínimas Perdas Reativas	Mínimas Perdas Aparentes
RI^2 (MW)	198,10	165,00	165,00	165,00
XI^2 (MVar)	2.280,96	1.802,88	1.802,88	1802,88
$ Z I^2$ (MVA)	2.299,15	1.817,84	1.817,84	1.817,84
$\sum P^g$ (MW)	15.584,68	15.552,36	15.552,36	15.552,36
$\sum Q^{gI}$ (MVar)	-660,04	-586,08	-586,08	-586,08
$\sum Q^{gC}$ (MVar)	2.058,52	1.453,66	1.453,65	1.453,65
$\bar{V}_{SL \cup PV}$	1,006	1,039	1,039	1,039
$std(\bar{V}_{SL \cup PV})$	0,010	0,017	0,017	0,017
\bar{V}_{PQ}	0,922	1,004	1,004	1,004
$std(\bar{V}_{PQ})$	0,039	0,022	0,022	0,022
V^{min}	0,834	0,952	0,952	0,952
V violados	107	—	—	—
Q^g inefectivos	6	—	—	—
Iterações	5	26	30	31

Tab. 5.10: Índices operativos. Solução do FP e FPOR. IEEE 162 barras. Caso $Q1$.

Os algoritmos para as soluções dos problemas de FPOR e FPORR convergem para os mesmos pontos soluções, para os respectivos critérios de performance. Isto é observado na comparação do índices operativos presentes nas tabelas 5.9 e 5.10.

Como observado nos sistemas descritos anteriormente, as restrições ativas para as barras SL e PV estão nos limites superiores das magnitudes de tensão. As restrições correspondentes aos limites inferiores das tensões nestas barras estão inativas no ponto solução.

A figura 5.74 mostra o comportamento das perdas ativas para os três critérios de performance operativa.

Para a rede IEEE 162 barras, a convergência com um número menor de iterações ocorre para o critério de mínimas perdas ativas.

Os critérios de mínimas perdas reativas série e aparentes série apresentam o mesmo comportamento de convergência. De acordo com Fig. 5.74, o caminho que algoritmo segue na solução do

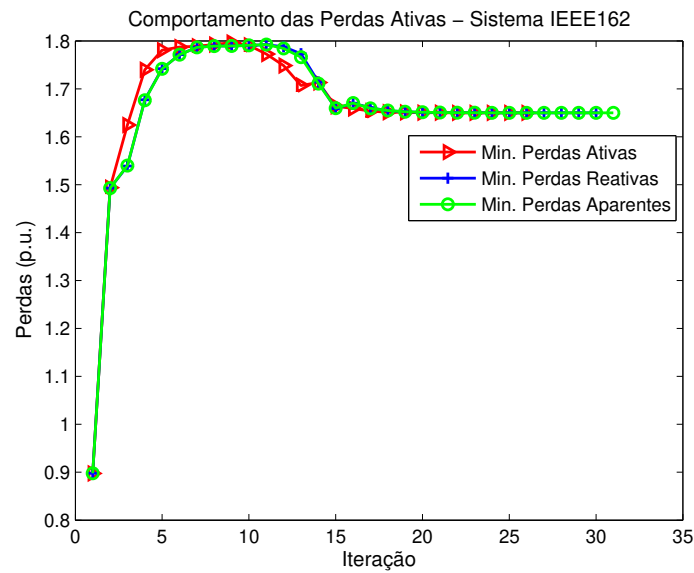


Fig. 5.74: Comportamento das perdas ativas na solução do FPORR. IEEE 162 barras.

FPORR, para estes dois critérios, é o mesmo.

As figuras 5.75 e 5.76 mostram o comportamento das perdas reativas série e aparentes série para os três critérios de performance operativa.

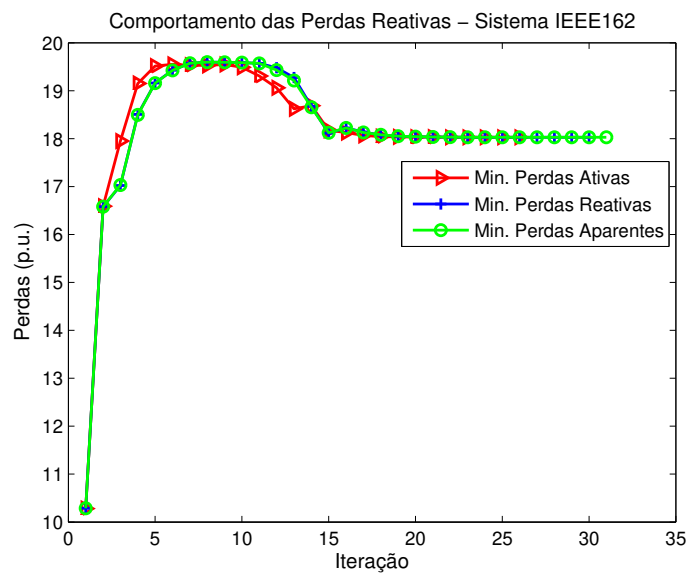


Fig. 5.75: Comportamento das perdas reativas na solução do FPORR. IEEE 162 barras.

Devido os pontos operativos nas soluções do FPOR e FPORR serem os mesmos, para os respectivos critérios de performance, as figuras 5.69 e 5.70 correspondem também aos comportamentos dos

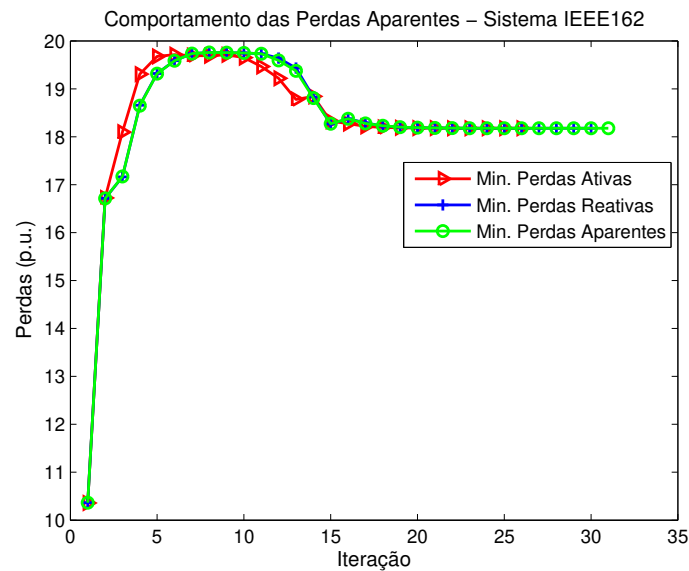


Fig. 5.76: Comportamento das perdas aparentes na solução do FPORR. IEEE 162 barras.

diagramas de magnitudes de tensão da solução do FPORR. Os histogramas do problema de FPOR, descritos em Fig. 5.71 e 5.72, também correspondem ao comportamento apresentado na solução do FPORR.

Com a análise detalhada de cada sistema de teste do IEEE pode-se então comprovar que o problema de FPORR, que corresponde a relaxação nas magnitudes de tensão em barras de carga no problema de FPOR, é viável e realmente caracteriza os vínculos entre as variáveis de potência e tensão. A potência reativa nas barras de carga força o estado de operação em tais barras ser dependente desta grandeza, devido o acoplamento QV .

Capítulo 6

Conclusão

O FPOR e FPORR formulados como problemas de otimização não lineares, descritos neste trabalho, apresentam algumas particularidades interessantes:

- a formulação do problema com restrições canalizadas proposta permitiu a criação de uma nova regra para atualização do parâmetro de barreira no método de pontos interiores;
- essa estratégia de atualização do parâmetro de barreira β é identificada a partir das condições necessárias de 1^a. ordem do problema de barreira.

A formulação com restrições canalizadas garantiu um número reduzido de expressões que descrevem o problema. A função de barreira que garante a factibilidade das variáveis canalizadas (s), que representam as restrições funcionais de desigualdade, penaliza a função objetivo a medida em que esta variável aproxima do limite mínimo ou máximo. Então uma única variável, definida como variável auxiliar, atua nos dois extremos da fronteira descrita pelo conjunto de restrições.

Esta formulação garantiu também uma redução nas dimensões da matriz hessiana da lagrangeana do problema de barreira.

A partir do gradiente da lagrangeana, que descreve as condições necessárias de 1^a. ordem do problema de barreira foi possível obter uma estratégia de atualização do parâmetro β . A expressão que descreve a sensibilidade da lagrangeana em relação à variável auxiliar s pôde ser utilizada na atualização de β , através de uma média aritmética das componentes que descrevem este conjunto de restrições. A estratégia permitiu a convergência do algoritmo de forma eficiente e rápida, como pôde ser analisado nos estudos de casos realizados neste trabalho.

Os estudos de casos, apresentado no capítulo 5, para os sistemas de teste IEEE 14, 30, 57, 118 e 162 barras comprovaram também a hipótese defendida neste trabalho que propõe uma modificação no modelo formulado para o fluxo de potência ótimo reativo.

De forma geral, as magnitudes de tensão nas barras com tensão controlada (SL e PV) permaneceram acima do nominal. Mesmo com limites inferiores menos restritivos, como apresentados nos casos $Q2$ e $Q3$ (capítulo 3), as soluções foram as mesmas, para as respectivas funções objetivo: minimização de perdas ativas, reativas série e aparentes série. Este comportamento está relacionado principalmente com as funções objetivo utilizadas, pois para minimizar as perdas na transmissão é necessário operar com perfil de tensões mais elevado.

Para as magnitudes de tensão nas barras de carga (PQ), o comportamento foi bem distinto para cada sistema de teste do IEEE. O sistema IEEE 14 barras apresentou convergência para os limites definidos em $Q1$, ou seja, as magnitudes de tensão permaneceram dentro dos limites ($0,95 \leq V \leq 1,05$ p.u.). Mesmo com a relaxação dos limites inferiores definidos por $Q2$ ($0,90 \leq V \leq 1,05$ p.u.) e por $Q3$ ($0,85 \leq V \leq 1,05$ p.u.) o ponto de operação otimizado permaneceu dentro dos limites definidos por $Q1$.

Para o sistema IEEE 30 barras a convergência ocorreu quando os limites inferiores foram relaxados para o caso $Q2$ e $Q3$. As soluções para os dois casos foram as mesmas, para as respectivas funções objetivo. O que é importante notar é que em ambos os casos a tensão mínima no conjunto de todas as barras do sistema foi em torno de 0,93 p.u., para a barra PQ de número 30. Pelos resultados observou-se que não existe ponto factível para as magnitudes de tensão dentro dos limites definidos por $Q1$.

Para o sistema IEEE 57 barras a convergência ocorreu quando os limites inferiores foram relaxados para o caso $Q3$. Novamente pôde-se notar que a infactibilidade estava nas magnitudes de tensão das barras PQ , onde a tensão mínima ficou em torno de 0,87 p.u., para a barra de número 31.

Dos vários sistemas analisados, algumas barras SL e PV operam com capacidade máxima de suporte de reativos. Porém, em particular, os sistemas IEEE 30 e 57 barras têm dificuldades no atendimento das cargas reativas em algumas regiões. Isto é evidenciado pelos valores baixos nas magnitudes de tensão. Esta dificuldade no suporte de reativos inviabiliza em algumas situações a operação com limites mais restritivos nas tensões. Então a não convergência do algoritmo aplicado ao FPOR (IEEE 30, 57 barras) se deve a não existência de soluções factíveis dentro dos limites impostos, em algumas barras de carga.

O vínculo implícito entre as variáveis do problema, principalmente entre a potência reativa das barras PQ e a sua magnitude de tensão, definido como acoplamento QV , força as barras a operarem com determinadas tensões. Com esse vínculo verificou-se que as magnitudes em barras de carga não são efetivamente variáveis de decisão. Mesmo relaxando totalmente as restrições nas magnitudes de tensão em tais barras (FPORR), as soluções obtidas foram as mesmas encontradas com o problema do FPOR, para as respectivas funções objetivo.

O problema proposto de FPORR apresentou convergência em todos os sistemas de teste utilizados, para os limites definidos em $Q1$. O número de iterações necessárias para a convergência do algoritmo foi menor em comparação com a solução do FPOR. Como as soluções são as mesmas, para as respectivas funções objetivo, o esforço adicional exigido na solução do FPOR está relacionado com as restrições nas barras de carga. Então restrições em magnitudes de tensão em barras de carga somente geram dificuldade de convergência, mas não alteram os pontos soluções.

As estratégias para tentar factibilizar as soluções do problema com limites definidos por $Q1$, para os sistemas IEEE 30 e 57 barras são:

- considerar os tap's dos transformadores também como variáveis de decisão, introduzindo limites operativos para tais equipamentos.
- introduzir na rede bancos de suporte de reativos em locais onde o perfil de magnitudes de tensão em barras de carga esteja abaixo de limites mínimos definidos.

Em trabalhos futuros pode-se então incorporar ao problema de FPORR, formulado neste trabalho, as estratégias descritas acima como forma de factibilizar as soluções com limites mais restritivos nas magnitudes de tensão, através do despacho dos tap's e alocação de bancos de suporte de reativos em locais estratégicos. Então o algoritmo de FPORR modelado pela técnica de pontos interiores e Newton é uma ferramenta que pode ser utilizada no planejamento operacional de sistemas de potência.

Referências Bibliográficas

- [1] STOTT, B.; ALSAC, O.; MARINHO, J. L. *The Optimal Power Flow Problem, In: Erisman, A. M. et al. (editores), Electric Power Problems: The Mathematical Challenge.* SIAM, 1980.
- [2] DOMMEL, H. W.; TINNEY, W. F. Optimal Power Flow Solutions. *IEEE Transactions on PAS*, PAS-87(n. 10):1866–1876, Outubro 1968.
- [3] CARPENTIER, J. L. Optimal Power Flows: Uses, Methods and Developments. *Proceedings of IFAC Conference*, Rio de Janeiro, 1985.
- [4] HAPP, H. Optimal Power Dispatch - A Comprehensive Survey. *IEEE Transactions on PAS*, vol. PAS-96(n. 3), Maio/Junho 1977.
- [5] HUNEAULT, M.; GALIANA, F. D. A Survey of the Optimal Power Flow Literature. *IEEE Transactions on PWRS*, vol. 6(n. 2):pp. 762–770, Maio 1991.
- [6] MOMOH, J.; EL-HOWARY, M. E.; ADAPA, R. A Review of Selected Optimal Power Flow Literature to 1993, Part I: Nonlinear and Quadratic Programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14(n. 1), Fevereiro 1999.
- [7] MOMOH, J.; EL-HOWARY, M. E.; ADAPA, R. A Review of Selected Optimal Power Flow Literature to 1993, Part II: Newton, Linear Programming and Interior Point Methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14(n. 1), Fevereiro 1999.
- [8] NEDWICK, P.; MISTR, A.; CROASDALE, E. Reactive Management - A Key to Survival in the 1990s. *IEEE Transactions on PWRS*, vol. 10(n. 2), Maio 1995.
- [9] VASCONCELLOS, M. T. Métodos de Solução do Fluxo de Potência Ótimo Reativo e Tratamento das Restrições de Desigualdade. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Agosto 1999.

- [10] THOMAZ, A. Método de Pontos Interiores Aplicado ao Fluxo de Potência Ótimo Utilizando Coordenadas Cartesianas. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Junho 2007.
- [11] AZEVEDO, A. T. Método de Pontos Interiores Aplicado em Sistemas de Potência Modelados por Fluxos em Redes. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Março 2006.
- [12] CARVALHO, E. P. Lagrangeana Aumentada e Barreira Combinadas com o Método do Gradiente Reduzido na Solução do Fluxo de Potência Ótimo. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Agosto 2004.
- [13] AURICH, M. R. C. Um Modelo de Fluxo de Potência Ótimo Linear com Reprogramação Corretiva Via Método de Pontos Interiores. Tese de mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Julho 2004.
- [14] GONÇALVES, M. O. Perdas Aparentes Série como Critério a Ser Minimizado no Fluxo de Potência Ótimo Reativo. Tese de mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Junho 2006.
- [15] LIMA, F. G. M. Fluxo de Potência Ótimo Paramétrico. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Julho 2000.
- [16] MENEZES, T. V. Melhoria da Margem de Estabilidade de Tensão no Pré-despacho da Operação de Sistemas de Energia Elétrica via Otimização de Reativos. Tese de mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Setembro 2002.
- [17] PROBST, R. W. Métodos de Pontos Interiores Aplicados ao Problema de Pré-despacho de um Sistema Hidrotérmico. Tese de mestrado, Instituto de Matemática Estatística e Computação Científica, UNICAMP, Março 2006.
- [18] TOGNETE, A. L. Modelos Equivalentes de FPO Baseados no Método de Newton com Técnicas de Barreira e Parametrização. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Julho 2002.
- [19] WRIGHT, M. H. The Interior-Point Revolution in Constrained Optimization. Technical Report 98-4-09, Computing Sciences Research Center, Bell Laboratories, Junho 1998.
- [20] GRANVILLE, S. Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods. *IEEE Transactions on PWRs*, vol. 9(n. 1), Fevereiro 1994.

- [21] GRANVILLE, S.; MELLO, J.; MELO, A. Application of Interior Point Methods to Power Flow Unsolvability. *IEEE Transactions on PWRs*, vol. 11(n. 2), Fevereiro 1996.
- [22] QUINTANA, V.; TORRES, G.; PALOMO, J. Interior Point Methods and Their Applications to Power Systems: A Classification of Publications. 1997.
- [23] TORRES, G.; QUINTANA, V.; LAMBERT-TORRES, G. Optimal Power Flow in Rectangular Form via an Interior Point Method. *Proceedings of IEEE NAPS*, Cambridge, MA, 1996.
- [24] TORRES, G.; QUINTANA, V. Rectangular Form Optimal Power Flow by Interior Point Methods. *Proceedings of COPIMERA 97*, Santiago, Chile, 1997.
- [25] WEI, H.; SASAKI, H.; YOKOYAMA, R. An Application of Interior Point Quadratic Programming Algorithm to Power System Optimization Problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11(n. 1), Fevereiro 1996.
- [26] WU, Y.; DEBS, A.; MARSTEN, R. A Direct Nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows. *IEEE Transactions on PWRs*, vol. 9(n. 2), Maio 1994.
- [27] MOMOH, J. A.; ZHU, J. Z. Improved Interior Point Method for OPF Problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14(n. 3), Agosto 1999.
- [28] MOYANO, C. F. Soluções Ajustadas do Fluxo de Potência Ótimo. Tese de doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Abril 2005.
- [29] STOTT, B. Decoupled Newton Load Flow. *IEEE Transactions on PAS*, vol. PAS-91:pp. 1955–1959, New York, Janeiro 1972.
- [30] MONTICELLI, A. *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. Edgard Blücher, 1983.
- [31] TINNEY, W. F.; HART, C. E. Power Flow Solution by Newton's Method. *IEEE Transactions on PAS*, PAS-86(n. 11):1449–1456, Novembro New York, 1967.
- [32] LAUGHTON, M. A.; DAVIES, M. W. H. Numerical Techniques in Solution of Power-System Load-Flow Problems. *Proceedings of IEE(London)*, vol. 111:pp. 1575, Setembro 1964.
- [33] SUN, D.; HUGHES, A.; TINNEY, W.; BRIGHT, J. Optimal Power Flow Solution by Newton's Method, in Reactive Power: Basics, Problems and Solutions. *IEEE Tutorial Course*, pages pp. 35–48, 1987.

- [34] BAZARAA, M. S.; SHERALI, H. D.; SHETTY, C. M. *Nonlinear Programming*. John Wiley & Sons, 2^a ed., 1993.
- [35] LUENBERGER, D. G. *Linear and Nonlinear Programming*. Addison Wesley, 2^a ed., 1984.
- [36] BYRD, R.; HRIBAR, M.; NOCEDAL, J. An Interior Point Algorithm for Large Scale Nonlinear Programming. Technical Report OTC 97/05, Optimization Technology Center, Julho 1997.
- [37] FORSGREN, A.; GILL, P. Primal-Dual Interior Methods for Nonconvex Nonlinear Programming. Technical Report NA 96-3, Department of Mathematics, University of California, 1996.
- [38] GAY, D.; OVERTON, M.; WRIGHT, M. A Primal-Dual Interior Method for Nonconvex Nonlinear Programming. Technical report, International Conference on Nonlinear Programming, Setembro 1996.
- [39] VANDERBEI, R.; SHANNO, D. An Interior Point Algorithm for Nonconvex Nonlinear Programming. Technical Report SOR-97-21, Princeton University, 1997.
- [40] DANTZIG, G. B. *Maximization of a Linear Function Subject to Linear Inequalities, in Activity Analysis of Production and Allocation*. Cowles Commission Monograph 13, T. C. Koopmans (editor), John Wiley, 1951.
- [41] KARMAKAR, N. A New Polynomial-Time Algorithm for Linear Programming. *Combinatorics*, (n. 4), 1984.
- [42] GILL, P. E.; MURRAY, W.; WRIGHT, M. H. *Practical Optimization*. Academic Press, 1981.
- [43] VANDERBEI, R. J. *Linear Programming: Foundations and Extensions*. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 1996.
- [44] FIACCO, A. V.; MCCORNICK, G. P. *Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques*. John Wiley & Sons, New York, NY, 1968.
- [45] SUN, D.; ASHLEY, B.; BREWER, B.; HUGHES, A.; TINNEY, W. Optimal Power Flow by Newton Approach. *IEEE Transactions on PAS*, vol. 103(n. 10):pp. 2864–2880, Outubro 1984.

Apêndice A

Formulação do Problema de FPORR Pela Técnica de Pontos Interiores

Considere o problema de FPORR formulado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \min \quad & f_0(y) \\ \text{s.a} \quad & P_k^{esp} - P_k^{calc}(y) = 0, \quad k \in PV \cup PQ \quad a) \\ & Q_k^{esp} - Q_k^{calc}(y) = 0, \quad k \in PQ \quad b) \\ & Q_k^{g \min} \leq Q_k^g(y) \leq Q_k^{g \max}, \quad k \in SL \cup PV \quad c) \\ & u^{\min} \leq u \leq u^{\max} \quad d) \end{aligned} \tag{A.1}$$

onde:

- $\Delta P_k(y) = P_k^{esp} - P_k^{calc}(y) = 0$ - balanço de potência ativa no conjunto de barras PV e PQ formulado do problema de FP [30];
- $\Delta Q_k(y) = Q_k^{esp} - Q_k^{calc}(y) = 0$ - balanço de potência reativa no conjunto de barras PQ formulado do problema de FP;
- $Q_k^g(y) = Q_k^c + Q_k^{calc}(y)$ - geração de potência reativa nas barras SL e PV , com limites entre $Q_k^{g \min}$ e $Q_k^{g \max}$;
- u - variável que descreve o vetor de magnitudes de tensão em barras SL e PV definido em (2.25), com limites entre u^{\min} e u^{\max} ;

Formulação equivalente utilizando variáveis auxiliares r e s .

$$\begin{aligned}
 \min & & & f_o(y) \\
 \text{s.a} & & P_k^{esp} - P_k^{calc}(y) = 0 & , k \in PV \cup PQ \quad a) \\
 & & Q_k^{esp} - Q_k^{calc}(y) = 0 & , k \in PQ \quad b) \\
 & & Q_k^g(y) - Q_k^{g \min} - r_k(Q_k^{g \max} - Q_k^{g \min}) = 0 & , k \in SL \cup PV \quad c) \quad (A.2) \\
 & & u - u^{\min} - S(u^{\max} - u^{\min}) = 0 & d) \\
 & & 0 \leq r \leq 1 & e) \\
 & & 0 \leq s \leq 1 & f)
 \end{aligned}$$

sendo:

- $r_k = \frac{Q_k^g(y) - Q_k^{g \min}}{Q_k^{g \max} - Q_k^{g \min}}$ - variável auxiliar correspondente aos limites em Q^g .
- $S = \text{diag}(s_j)$ - matriz diagonal de variáveis auxiliares que representam os limites, normalizado entre 0 e 1. Cada componente da matriz S é dado por $s_j = \frac{u_j - u_j^{\min}}{u_j^{\max} - u_j^{\min}}$;

Para que a restrição (A.2c), descrita como $Q_k^g(r_k) = Q_k^{g \min} + r_k(Q_k^{g \max} - Q_k^{g \min})$, seja atendida pode-se representá-la no problema como restrição de balanço de potência reativa $\Delta Q_k = 0$, como:

$$Q_k^g(r_k) - Q_k^c - Q_k^{calc}(y) = 0 \quad , k \in SL \cup PV \quad (A.3)$$

sendo:

- $Q_k^{esp}(r_k) = Q_k^g(r_k) - Q_k^c$ - a potência reativa especificada em função de r .

O problema (A.2) pode então ser formulado como descrito em (A.4).

$$\begin{aligned}
 \min & & & f_o(y) \\
 \text{s.a} & & P_k^{esp} - P_k^{calc}(y) = 0 & , k \in PV \cup PQ \quad a) \\
 & & Q_k^{esp} - Q_k^{calc}(y) = 0 & , k \in PQ \quad b) \\
 & & Q_k^{esp}(r_k) - Q_k^{calc}(y) = 0 & , k \in SL \cup PV \quad c) \quad (A.4) \\
 & & u - u^{\min} - S(u^{\max} - u^{\min}) = 0 & d) \\
 & & 0 \leq r \leq 1 & e) \\
 & & 0 \leq s \leq 1 & f)
 \end{aligned}$$

Reescrevendo o problema (A.4) em uma forma mais compacta, tem-se o problema de FPOR a ser resolvido neste estudo.

$$PS \left\{ \begin{array}{ll} \min & f_O(y) \\ \text{s.a} & \Delta P_k(y) = 0, \quad k \in PV \cup PQ \quad a) \\ & \Delta Q(y, r_k) = 0, \quad k \in SL \cup PV \quad b) \\ & u - u^{\min} - S(u^{\max} - u^{\min}) = 0 \quad c) \\ & 0 \leq r \leq 1 \quad d) \\ & 0 \leq s \leq 1 \quad e) \end{array} \right. \quad (A.5)$$

onde as restrições (A.4b) e (A.4c) foram agrupadas na restrição (A.5b).

A.1 Problema de Barreira e Condições Necessárias de 1ª Ordem

Problema de barreira é obtido a partir do problema PS (A.5) como:

$$PB \left\{ \begin{array}{l} \min \quad f_O(y) - \beta \left[\sum_j \ln r_j + \sum_j \ln(1 - r_j) + \sum_i \ln s_i + \sum_i \ln(1 - s_i) \right] \\ \text{s.a} \quad \Delta P_k(y) = 0, \quad k \in PV \cup PQ \\ \quad \Delta Q(y, r_k) = 0, \quad k \in SL \cup PV \\ \quad u - u^{\min} - S(u^{\max} - u^{\min}) = 0 \end{array} \right. \quad (A.6)$$

A função lagrangeana associada ao problema de barreira PB (A.6) é descrita como:

$$\mathcal{L}_B = f_O(y) - \beta \left[\sum_j \ln r_j + \sum_j \ln(1 - r_j) + \sum_i \ln s_i + \sum_i \ln(1 - s_i) \right] + \sum_{k \in PV \cup PQ} \lambda_{p_k} \Delta P_k(y) + \sum_k \lambda_{q_k} \Delta Q_k(y, r) + \mu^T [u - u^{\min} - S(u^{\max} - u^{\min})] \quad (A.7)$$

As condições necessárias de 1ª ordem do problema de barreira (A.6) é dado pelo ponto estacio-

nario da lagrangeana (A.7) como segue.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}_B}{\partial y_j} &= \frac{\partial f_O}{\partial y_j} - \sum_{k \in PV \in PQ} \lambda_{p_k} \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial y_j} - \sum_k \lambda_{q_k} \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial y_j} + \mu_i = 0, \quad i \in SL \cup PV \\ \frac{\partial \mathcal{L}_B}{\partial r_j} &= -\beta \left[\frac{1}{r_j} - \frac{1}{1-r_j} \right] + \lambda_{q_j} (Q_j^{g \max} - Q_j^{g \min}) = 0, \quad j \in SL \cup PV \\ \frac{\partial \mathcal{L}_B}{\partial s_j} &= -\beta \left[\frac{1}{s_j} - \frac{1}{1-s_j} \right] - \mu_j (u_j^{\max} - u_j^{\min}) = 0, \quad j \in SL \cup PV \\ \frac{\partial \mathcal{L}_B}{\partial \lambda_{p_j}} &= \Delta P_j(y) = 0, \quad j \in PV \cup PQ \\ \frac{\partial \mathcal{L}_B}{\partial \lambda_{q_j}} &= \Delta Q_j(y, r) = 0 \end{aligned} \tag{A.8}$$

A.2 Método de Newton na Solução do Problema PB

As condições necessárias de 1^a. ordem (A.8) podem ser resolvidas pelo método de Newton através da expansão de Taylor truncada no termo de primeira ordem:

$$\begin{aligned} \nabla_z \mathcal{L}_B(z) &= 0, \quad z = (y, r, s, \lambda_p, \lambda_q, \mu) \\ \nabla_z \mathcal{L}_B(z) + \nabla_z^2 \mathcal{L}_B(z) \Delta z &= 0 \\ [\nabla_z^2 \mathcal{L}_B(z)] \Delta z &= -\nabla_z \mathcal{L}_B(z) \end{aligned} \tag{A.9}$$

A atualização das variáveis do problema é dado por:

$$z^{k+1} = z^k + \rho \alpha \Delta z^{k+1} \tag{A.10}$$

sendo:

- $\rho \approx 0,995$ - um fator de redução para evitar que as restrições fiquem estritamente ativas;
- $\alpha = \left[\max_j \left\{ -\frac{\Delta s_j}{s_j}, -\frac{\Delta s_j}{1-s_j}, -\frac{\Delta r_j}{r_j}, -\frac{\Delta r_j}{1-r_j} \right\} \right]^{-1}$ - um fator de redução do passo dado pela iteração de Newton para evitar a infactibilidade em alguma restrição do problema.

Apêndice B

Expressões do Problema de FPORR Utilizando Grandezas do Sistema de Potência

As expressões desenvolvidas neste tópico utilizam as grandezas do sistema de potência. O vetor y utilizado anteriormente é redefinido como:

$$y = \begin{bmatrix} t \\ \theta \\ V \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

onde:

- t - tap dos transformadores em fase presentes entre barras do sistema;
- θ - ângulo de fase das tensões nas barras do sistema;
- V - magnitude das tensões nas barras do sistema.

Convém ressaltar que as soluções obtidas neste trabalho consideram os tap's dos transformadores fixos em 1 p.u.. Porém a formulação prevê nas expressões o tap como uma variável de decisão simplesmente de forma a generalizar o problema.

B.1 Condições Necessárias de 1ª. Ordem do Problema PB

$$\begin{aligned}
\nabla_{t_{km}} \mathcal{L}_B &= \frac{\partial f_O}{\partial t_{km}} + \\
&\quad - \lambda_{p_k} \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial t_{km}} - \lambda_{p_m} \frac{\partial P_m^{calc}}{\partial t_{km}} + \quad , k, m \in PV \cup PQ \\
&\quad - \lambda_{q_k} \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial t_{km}} - \lambda_{q_m} \frac{\partial Q_m^{calc}}{\partial t_{km}} + \\
\mu_{t_{km}} &= 0 \quad , km \in tap
\end{aligned} \tag{B.2}$$

$$\nabla_{\theta_k} \mathcal{L}_B = \frac{\partial f_O}{\partial \theta_k} - \sum_{j \in PV \cup PQ} \lambda_{p_j} \frac{\partial P_j^{calc}}{\partial \theta_k} - \sum_j \lambda_{q_j} \frac{\partial Q_j^{calc}}{\partial \theta_k} = 0 \tag{B.3}$$

$$\begin{aligned}
\nabla_{V_k} \mathcal{L}_B &= \frac{\partial f_O}{\partial V_k} - \sum_{j \in PV \cup PQ} \lambda_{p_j} \frac{\partial P_j^{calc}}{\partial V_k} - \sum_j \lambda_{q_j} \frac{\partial Q_j^{calc}}{\partial V_k} + \\
\mu_{V_k} &= 0 \quad , k \in SL \cup PV
\end{aligned} \tag{B.4}$$

$$\nabla_{s_{V_k}} \mathcal{L}_B = -\beta \left(\frac{1}{s_{V_k}} - \frac{1}{1 - s_{V_k}} \right) - \mu_{V_k} (V_k^{max} - V_k^{min}) = 0 \quad , k \in SL \cup PV \tag{B.5}$$

$$\nabla_{s_{t_{km}}} \mathcal{L}_B = -\beta \left(\frac{1}{s_{t_{km}}} - \frac{1}{1 - s_{t_{km}}} \right) - \mu_{t_{km}} (t_{km}^{max} - t_{km}^{min}) = 0 \quad , km \in tap \tag{B.6}$$

$$\nabla_{\lambda_{p_k}} \mathcal{L}_B = \Delta P_k = 0 \quad , k \in PV \cup PQ \tag{B.7}$$

$$\nabla_{\lambda_{q_k}} \mathcal{L}_B = \Delta Q_k = 0 \tag{B.8}$$

$$\nabla_{\mu_{V_k}} \mathcal{L}_B = V_k - V_k^{min} - s_{V_k} (V_k^{max} - V_k^{min}) = 0, k \in SL \cup PV \quad (\text{B.9})$$

$$\nabla_{\mu_{t_{km}}} \mathcal{L}_B = t_{km} - t_{km}^{min} - s_{t_{km}} (t_{km}^{max} - t_{km}^{min}) = 0, km \in tap \quad (\text{B.10})$$

B.2 Hessiana do Problema de FPOR

$$\begin{aligned} \nabla_{t_{km}^2}^2 \mathcal{L}_B &= \frac{\partial^2 f_O}{\partial t_{km}^2} + \\ &\quad - \lambda_{p_k} \frac{\partial^2 P_k^{calc}}{\partial t_{km}^2} - \lambda_{p_m} \frac{\partial^2 P_m^{calc}}{\partial t_{km}^2} +, k, m \in PV \cup PQ \quad (\text{B.11}) \\ &\quad - \lambda_{q_k} \frac{\partial^2 Q_k^{calc}}{\partial t_{km}^2} - \lambda_{q_m} \frac{\partial^2 Q_m^{calc}}{\partial t_{km}^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla_{t_{km}\theta_k}^2 \mathcal{L}_B &= \frac{\partial^2 f_O}{\partial t_{km} \partial \theta_k} + \\ &\quad - \lambda_{p_k} \frac{\partial^2 P_k^{calc}}{\partial t_{km} \partial \theta_k} - \lambda_{p_m} \frac{\partial^2 P_m^{calc}}{\partial t_{km} \partial \theta_k} +, k, m \in PV \cup PQ \quad (\text{B.12}) \\ &\quad - \lambda_{q_k} \frac{\partial^2 Q_k^{calc}}{\partial t_{km} \partial \theta_k} - \lambda_{q_m} \frac{\partial^2 Q_m^{calc}}{\partial t_{km} \partial \theta_k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla_{t_{km}\theta_m}^2 \mathcal{L}_B &= \frac{\partial^2 f_O}{\partial t_{km} \partial \theta_m} + \\ &\quad - \lambda_{p_k} \frac{\partial^2 P_k^{calc}}{\partial t_{km} \partial \theta_m} - \lambda_{p_m} \frac{\partial^2 P_m^{calc}}{\partial t_{km} \partial \theta_m} +, k, m \in PV \cup PQ \quad (\text{B.13}) \\ &\quad - \lambda_{q_k} \frac{\partial^2 Q_k^{calc}}{\partial t_{km} \partial \theta_m} - \lambda_{q_m} \frac{\partial^2 Q_m^{calc}}{\partial t_{km} \partial \theta_m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla_{t_{km}V_k}^2 \mathcal{L}_B = & \frac{\partial^2 f_O}{\partial t_{km} \partial V_k} + \\ & -\lambda_{p_k} \frac{\partial^2 P_k^{calc}}{\partial t_{km} \partial V_k} - \lambda_{p_m} \frac{\partial^2 P_m^{calc}}{\partial t_{km} \partial V_k} + , k, m \in PV \cup PQ \quad (B.14) \\ & -\lambda_{q_k} \frac{\partial^2 Q_k^{calc}}{\partial t_{km} \partial V_k} - \lambda_{q_m} \frac{\partial^2 Q_m^{calc}}{\partial t_{km} \partial V_k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla_{t_{km}V_m}^2 \mathcal{L}_B = & \frac{\partial^2 f_O}{\partial t_{km} \partial V_m} + \\ & -\lambda_{p_k} \frac{\partial^2 P_k^{calc}}{\partial t_{km} \partial V_m} - \lambda_{p_m} \frac{\partial^2 P_m^{calc}}{\partial t_{km} \partial V_m} + , k, m \in PV \cup PQ \quad (B.15) \\ & -\lambda_{q_k} \frac{\partial^2 Q_k^{calc}}{\partial t_{km} \partial V_m} - \lambda_{q_m} \frac{\partial^2 Q_m^{calc}}{\partial t_{km} \partial V_m} \end{aligned}$$

$$\nabla_{t_{km}\lambda_{p_k}}^2 \mathcal{L}_B = -\frac{\partial P_k^{calc}}{\partial t_{km}} , k \in PV \cup PQ \quad (B.16)$$

$$\nabla_{t_{km}\lambda_{p_m}}^2 \mathcal{L}_B = -\frac{\partial P_m^{calc}}{\partial t_{km}} , m \in PV \cup PQ \quad (B.17)$$

$$\nabla_{t_{km}\lambda_{q_k}}^2 \mathcal{L}_B = -\frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial t_{km}} \quad (B.18)$$

$$\nabla_{t_{km}\lambda_{q_m}}^2 \mathcal{L}_B = -\frac{\partial Q_m^{calc}}{\partial t_{km}} \quad (B.19)$$

$$\nabla_{t_{km}\mu_{t_{km}}}^2 \mathcal{L}_B = 1 \quad (B.20)$$

$$\nabla_{\theta_k^2}^2 \mathcal{L}_B = \frac{\partial^2 f_O}{\partial \theta_k^2} - \sum_{j \in PV \cup PQ} \lambda_{p_j} \frac{\partial^2 P_j^{calc}}{\partial \theta_k^2} - \sum_j \lambda_{q_j} \frac{\partial^2 Q_j^{calc}}{\partial \theta_k^2} \quad (\text{B.21})$$

$$\begin{aligned} \nabla_{\theta_k \theta_m}^2 \mathcal{L}_B &= \frac{\partial^2 f_O}{\partial \theta_k \partial \theta_m} + \\ &- \lambda_{p_k} \frac{\partial^2 P_k^{calc}}{\partial \theta_k \partial \theta_m} - \lambda_{p_m} \frac{\partial^2 P_m^{calc}}{\partial \theta_k \partial \theta_m} + \quad , k, m \in PV \cup PQ \\ &- \lambda_{q_k} \frac{\partial^2 Q_k^{calc}}{\partial \theta_k \partial \theta_m} - \lambda_{q_m} \frac{\partial^2 Q_m^{calc}}{\partial \theta_k \partial \theta_m} \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

$$\nabla_{\theta_k V_k}^2 \mathcal{L}_B = \frac{\partial^2 f_O}{\partial \theta_k V_k} - \sum_{j \in PV \cup PQ} \lambda_{p_j} \frac{\partial^2 P_j^{calc}}{\partial \theta_k V_k} - \sum_j \lambda_{q_j} \frac{\partial^2 Q_j^{calc}}{\partial \theta_k V_k} \quad (\text{B.23})$$

$$\begin{aligned} \nabla_{\theta_k V_m}^2 \mathcal{L}_B &= \frac{\partial^2 f_O}{\partial \theta_k \partial V_m} + \\ &- \lambda_{p_k} \frac{\partial^2 P_k^{calc}}{\partial \theta_k \partial V_m} - \lambda_{p_m} \frac{\partial^2 P_m^{calc}}{\partial \theta_k \partial V_m} + \quad , k, m \in PV \cup PQ \\ &- \lambda_{q_k} \frac{\partial^2 Q_k^{calc}}{\partial \theta_k \partial V_m} - \lambda_{q_m} \frac{\partial^2 Q_m^{calc}}{\partial \theta_k \partial V_m} \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

$$\nabla_{\theta_k \lambda_{p_j}}^2 \mathcal{L}_B = -\frac{\partial P_j^{calc}}{\partial \theta_k} \quad , j \in PV \cup PQ \quad (\text{B.25})$$

$$\nabla_{\theta_k \lambda_{q_j}}^2 \mathcal{L}_B = -\frac{\partial Q_j^{calc}}{\partial \theta_k} \quad (\text{B.26})$$

$$\begin{aligned} \nabla_{V_k^2}^2 \mathcal{L}_B = & \frac{\partial^2 f_O}{\partial V_k^2} + \\ & -\lambda_{p_k} \frac{\partial^2 P_k^{calc}}{\partial V_k^2} + , k \in PV \cup PQ \\ & -\lambda_{q_k} \frac{\partial^2 Q_k^{calc}}{\partial V_k^2} \end{aligned} \quad (B.27)$$

$$\begin{aligned} \nabla_{V_k V_m}^2 \mathcal{L}_B = & \frac{\partial^2 f_O}{\partial V_k \partial V_m} + \\ & -\lambda_{p_k} \frac{\partial^2 P_k^{calc}}{\partial V_k \partial V_m} - \lambda_{p_m} \frac{\partial^2 P_m^{calc}}{\partial V_k \partial V_m} + , k, m \in PV \cup PQ \\ & -\lambda_{q_k} \frac{\partial^2 Q_k^{calc}}{\partial V_k \partial V_m} - \lambda_{q_m} \frac{\partial^2 Q_m^{calc}}{\partial V_k \partial V_m} \end{aligned} \quad (B.28)$$

$$\nabla_{V_k \lambda_{p_j}}^2 \mathcal{L}_B = -\frac{\partial P_j^{calc}}{\partial V_k} , j \in PV \cup PQ \quad (B.29)$$

$$\nabla_{V_k \lambda_{q_j}}^2 \mathcal{L}_B = -\frac{\partial Q_j^{calc}}{\partial V_k} \quad (B.30)$$

$$\nabla_{V_k \mu_{V_k}}^2 \mathcal{L}_B = 1 \quad (B.31)$$

$$\nabla_{s_{V_k}^2}^2 \mathcal{L}_B = \beta \left(\frac{1}{s_{V_k}^2} + \frac{1}{(1 - s_{V_k})^2} \right) , k \in SL \cup PV \quad (B.32)$$

$$\nabla_{s_{V_k} \mu_{V_k}}^2 \mathcal{L}_B = - (V_k^{max} - V_k^{min}) , k \in SL \cup PV \quad (B.33)$$

$$\nabla_{s_{tkm}^2}^2 \mathcal{L}_B = \beta \left(\frac{1}{s_{tkm}^2} + \frac{1}{(1 - s_{tkm})^2} \right), km \in tap \quad (\text{B.34})$$

$$\nabla_{s_{tkm}^2 \mu_{tkm}}^2 \mathcal{L}_B = - (t_{km}^{max} - t_{km}^{min}), km \in tap \quad (\text{B.35})$$

Apêndice C

Derivadas de Primeira Ordem

C.1 Derivadas de Primeira Ordem da Função Objetivo

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_{OR}}{\partial t_{km}} &= 2g_{km} [V_k^2 t_{km} - V_k V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km})]; \\ \frac{\partial f_{OX}}{\partial t_{km}} &= -2b_{km} [V_k^2 t_{km} - V_k V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km})]; \\ \frac{\partial f_{OZ}}{\partial t_{km}} &= 2\sqrt{g_{km}^2 + b_{km}^2} [V_k^2 t_{km} - V_k V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km})];\end{aligned}\tag{C.1}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_{OR}}{\partial \theta_k} &= 2V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m g_{km} t_{km} \sin(\theta_{km} + \phi_{km}); \\ \frac{\partial f_{OX}}{\partial \theta_k} &= -2V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m b_{km} t_{km} \sin(\theta_{km} + \phi_{km}); \\ \frac{\partial f_{OZ}}{\partial \theta_k} &= 2V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m \sqrt{g_{km}^2 + b_{km}^2} t_{km} \sin(\theta_{km} + \phi_{km});\end{aligned}\tag{C.2}$$

$$\frac{\partial f_{OR}}{\partial V_k} = 2 \sum_{m \in \Omega_k} g_{km} [V_k t_{km}^2 - V_m t_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km})];$$

$$\frac{\partial f_{OX}}{\partial V_k} = -2 \sum_{m \in \Omega_k} b_{km} [V_k t_{km}^2 - V_m t_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km})]; \quad (C.3)$$

$$\frac{\partial f_{OZ}}{\partial V_k} = 2 \sum_{m \in \Omega_k} \sqrt{g_{km}^2 + b_{km}^2} [V_k t_{km}^2 - V_m t_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km})];$$

C.2 Derivadas de Primeira Ordem das Potências Ativa e Reativa

$$\frac{\partial P_k}{\partial t_{km}} = 2g_{km} t_{km} V_k^2 - V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}); \quad (C.4)$$

$$\frac{\partial P_m}{\partial t_{km}} = V_k V_m (-g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}); \quad (C.5)$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial t_{km}} = -2b_{km} t_{km} V_k^2 + V_k V_m (-g_{km} \sin \theta_{km} + b_{km} \cos \theta_{km}); \quad (C.6)$$

$$\frac{\partial Q_m}{\partial t_{km}} = V_k V_m (g_{km} \sin \theta_{km} + b_{km} \cos \theta_{km}); \quad (C.7)$$

$$\frac{\partial P_j}{\partial \theta_k} = \begin{cases} -Q_k - B_{kk} V_k^2 & , j = k \\ V_k V_j (-G_{kj} \sin \theta_{kj} - B_{kj} \cos \theta_{kj}) & , j \in \Omega_k \end{cases} \quad (C.8)$$

$$\frac{\partial Q_j}{\partial \theta_k} = \begin{cases} P_k - G_{kk} V_k^2 & , j = k \\ V_k V_j (-G_{kj} \cos \theta_{kj} + B_{kj} \sin \theta_{kj}) & , j \in \Omega_k \end{cases} \quad (C.9)$$

$$\frac{\partial P_j}{\partial V_k} = \begin{cases} (P_k + G_{kk} V_k^2) / V_k & , j = k \\ V_j (G_{kj} \cos \theta_{kj} - B_{kj} \sin \theta_{kj}) & , j \in \Omega_k \end{cases} \quad (C.10)$$

$$\frac{\partial Q_j}{\partial V_k} = \begin{cases} (Q_k - B_{kk}V_k^2)/V_k & , j = k \\ V_j(-G_{kj} \sin \theta_{kj} - B_{kj} \cos \theta_{kj}) & , j \in \Omega_k \end{cases} \quad (\text{C.11})$$

Apêndice D

Derivadas de Segunda Ordem

D.1 Derivadas de Segunda Ordem da Função Objetivo

$$\frac{\partial^2 f_{OR}}{\partial t_{km}^2} = 2g_{km} V_k^2;$$

$$\frac{\partial^2 f_{OX}}{\partial t_{km}^2} = -2b_{km} V_k^2; \tag{D.1}$$

$$\frac{\partial^2 f_{OZ}}{\partial t_{km}^2} = 2\sqrt{g_{km}^2 + b_{km}^2} V_k^2;$$

$$\frac{\partial^2 f_{OR}}{\partial t_{km} \partial \theta_k} = 2g_{km} V_k V_m \sin(\theta_{km} + \phi_{km});$$

$$\frac{\partial^2 f_{OX}}{\partial t_{km} \partial \theta_k} = -2b_{km} V_k V_m \sin(\theta_{km} + \phi_{km}); \tag{D.2}$$

$$\frac{\partial^2 f_{OZ}}{\partial t_{km} \partial \theta_k} = 2\sqrt{g_{km}^2 + b_{km}^2} V_k V_m \sin(\theta_{km} + \phi_{km});$$

$$\frac{\partial^2 f_{OR}}{\partial t_{km} \partial \theta_m} = -2g_{km} V_k V_m \sin(\theta_{km} + \phi_{km});$$

$$\frac{\partial^2 f_{OX}}{\partial t_{km} \partial \theta_m} = 2b_{km} V_k V_m \sin(\theta_{km} + \phi_{km}); \quad (D.3)$$

$$\frac{\partial^2 f_{OZ}}{\partial t_{km} \partial \theta_m} = -2\sqrt{g_{km}^2 + b_{km}^2} V_k V_m \sin(\theta_{km} + \phi_{km});$$

$$\frac{\partial^2 f_{OR}}{\partial t_{km} \partial V_k} = 4g_{km} V_k t_{km} - 2g_{km} V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km});$$

$$\frac{\partial^2 f_{OX}}{\partial t_{km} \partial V_k} = -4b_{km} V_k t_{km} + 2b_{km} V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km}); \quad (D.4)$$

$$\frac{\partial^2 f_{OZ}}{\partial t_{km} \partial V_k} = 4\sqrt{g_{km}^2 + b_{km}^2} V_k t_{km} - 2\sqrt{g_{km}^2 + b_{km}^2} V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km});$$

$$\frac{\partial^2 f_{OR}}{\partial t_{km} \partial V_m} = -2g_{km} V_k \cos(\theta_{km} + \phi_{km});$$

$$\frac{\partial^2 f_{OX}}{\partial t_{km} \partial V_m} = 2b_{km} V_k \cos(\theta_{km} + \phi_{km}); \quad (D.5)$$

$$\frac{\partial^2 f_{OZ}}{\partial t_{km} \partial V_m} = -2\sqrt{g_{km}^2 + b_{km}^2} V_k \cos(\theta_{km} + \phi_{km});$$

$$\frac{\partial^2 f_{OR}}{\partial \theta_k^2} = 2V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m g_{km} t_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km});$$

$$\frac{\partial^2 f_{OX}}{\partial \theta_k^2} = -2V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m b_{km} t_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km}); \quad (D.6)$$

$$\frac{\partial^2 f_{OZ}}{\partial \theta_k^2} = 2V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m \sqrt{g_{km}^2 + b_{km}^2} t_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km});$$

$$\frac{\partial^2 f_{OR}}{\partial \theta_k \partial \theta_m} = -2g_{km} V_k V_m t_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km});$$

$$\frac{\partial^2 f_{OX}}{\partial \theta_k \partial \theta_m} = 2b_{km} V_k V_m t_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km}); \quad (D.7)$$

$$\frac{\partial^2 f_{OZ}}{\partial \theta_k \partial \theta_m} = -2\sqrt{g_{km}^2 + b_{km}^2} V_k V_m t_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km});$$

$$\frac{\partial^2 f_{OR}}{\partial \theta_k \partial V_k} = 2 \sum_{m \in \Omega_k} V_m g_{km} t_{km} \sin(\theta_{km} + \phi_{km});$$

$$\frac{\partial^2 f_{OX}}{\partial \theta_k \partial V_k} = -2 \sum_{m \in \Omega_k} V_m b_{km} t_{km} \sin(\theta_{km} + \phi_{km}); \quad (D.8)$$

$$\frac{\partial^2 f_{OZ}}{\partial \theta_k \partial V_k} = 2 \sum_{m \in \Omega_k} V_m \sqrt{g_{km}^2 + b_{km}^2} t_{km} \sin(\theta_{km} + \phi_{km});$$

$$\frac{\partial^2 f_{OR}}{\partial \theta_k \partial V_m} = 2g_{km} V_k t_{km} \sin(\theta_{km} + \phi_{km});$$

$$\frac{\partial^2 f_{OX}}{\partial \theta_k \partial V_m} = -2b_{km} V_k t_{km} \sin(\theta_{km} + \phi_{km}); \quad (D.9)$$

$$\frac{\partial^2 f_{OZ}}{\partial \theta_k \partial V_m} = 2\sqrt{g_{km}^2 + b_{km}^2} V_k t_{km} \sin(\theta_{km} + \phi_{km});$$

$$\frac{\partial^2 f_{OR}}{\partial V_k^2} = 2 \sum_{m \in \Omega_k} g_{km} t_{km}^2;$$

$$\frac{\partial^2 f_{OX}}{\partial V_k^2} = -2 \sum_{m \in \Omega_k} b_{km} t_{km}^2; \quad (D.10)$$

$$\frac{\partial^2 f_{OZ}}{\partial V_k^2} = 2 \sum_{m \in \Omega_k} \sqrt{g_{km}^2 + b_{km}^2} t_{km}^2;$$

$$\frac{\partial^2 f_{OR}}{\partial V_k \partial V_m} = -2g_{km}t_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km});$$

$$\frac{\partial^2 f_{OX}}{\partial V_k \partial V_m} = 2b_{km}t_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km}); \quad (D.11)$$

$$\frac{\partial^2 f_{OZ}}{\partial V_k \partial V_m} = -2\sqrt{g_{km}^2 + b_{km}^2}t_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km});$$

D.2 Derivadas de Segunda Ordem das Potências Ativa e Reativa

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial t_{km}^2} = 2g_{km}V_k^2 \quad (D.12)$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial t_{km}^2} = -2b_{km}V_k^2 \quad (D.13)$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial t_{km} \partial \theta_k} = V_k V_m (g_{km} \sin \theta_{km} - b_{km} \cos \theta_{km}) \quad (D.14)$$

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial t_{km} \partial \theta_k} = V_k V_m (g_{km} \sin \theta_{km} + b_{km} \cos \theta_{km}) \quad (D.15)$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial t_{km} \partial \theta_k} = V_k V_m (-g_{km} \cos \theta_{km} - b_{km} \sin \theta_{km}) \quad (D.16)$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial t_{km} \partial \theta_k} = V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} - b_{km} \sin \theta_{km}) \quad (D.17)$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial t_{km} \partial \theta_m} = V_k V_m (-g_{km} \sin \theta_{km} + b_{km} \cos \theta_{km}) \quad (D.18)$$

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial t_{km} \partial \theta_m} = V_k V_m (-g_{km} \sin \theta_{km} - b_{km} \cos \theta_{km}) \quad (D.19)$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial t_{km} \partial \theta_m} = V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}) \quad (D.20)$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial t_{km} \partial \theta_m} = V_k V_m (-g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}) \quad (D.21)$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial t_{km} \partial V_k} = 4g_{km} t_{km} V_k - V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{D.22})$$

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial t_{km} \partial V_k} = V_m (-g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{D.23})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial t_{km} \partial V_k} = -4b_{km} t_{km} V_k + V_m (-g_{km} \sin \theta_{km} + b_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{D.24})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial t_{km} \partial V_k} = V_m (g_{km} \sin \theta_{km} + b_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{D.25})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial t_{km} \partial V_m} = V_k (-g_{km} \cos \theta_{km} - b_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{D.26})$$

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial t_{km} \partial V_m} = V_k (-g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{D.27})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial t_{km} \partial V_m} = V_k (-g_{km} \sin \theta_{km} + b_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{D.28})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial t_{km} \partial V_m} = V_k (g_{km} \sin \theta_{km} + b_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{D.29})$$

$$\frac{\partial^2 P_j}{\partial \theta_k^2} = \begin{cases} -P_k + G_{kk} V_k^2 & , j = k \\ V_k V_j (-G_{kj} \cos \theta_{kj} + B_{kj} \sin \theta_{kj}) & , j \in \Omega_k \end{cases} \quad (\text{D.30})$$

$$\frac{\partial^2 Q_j}{\partial \theta_k^2} = \begin{cases} -Q_k - B_{kk} V_k^2 & , j = k \\ V_k V_j (G_{kj} \sin \theta_{kj} + B_{kj} \cos \theta_{kj}) & , j \in \Omega_k \end{cases} \quad (\text{D.31})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{D.32})$$

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial \theta_k \partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{D.33})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k \partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{D.34})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial \theta_k \partial \theta_m} = V_k V_m (-G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{D.35})$$

$$\frac{\partial^2 P_j}{\partial \theta_k \partial V_k} = \begin{cases} (-Q_k - B_{kk} V_k^2) / V_k & , j = k \\ V_j (-G_{kj} \sin \theta_{kj} - B_{kj} \cos \theta_{kj}) & , j \in \Omega_k \end{cases} \quad (\text{D.36})$$

$$\frac{\partial^2 Q_j}{\partial \theta_k \partial V_k} = \begin{cases} (P_k - G_{kk} V_k^2) / V_k & , j = k \\ V_j (-G_{kj} \cos \theta_{kj} + B_{kj} \sin \theta_{kj}) & , j \in \Omega_k \end{cases} \quad (\text{D.37})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial V_m} = V_k (-G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{D.38})$$

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial \theta_k \partial V_m} = V_k (-G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{D.39})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k \partial V_m} = V_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{D.40})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial \theta_k \partial V_m} = V_k (-G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{D.41})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k^2} = 2G_{kk} \quad (\text{D.42})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k^2} = -2B_{kk} \quad (\text{D.43})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial V_m} = G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km} \quad (\text{D.44})$$

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial V_k \partial V_m} = G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \sin \theta_{km} \quad (\text{D.45})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial V_m} = G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km} \quad (\text{D.46})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial V_k \partial V_m} = -G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km} \quad (\text{D.47})$$