

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

# **Ajuste de Modelos Numéricos de Elementos Finitos Usando Métodos de Otimização**

Autor: Aldecir Alves de Araújo

Orientador: Prof. Dr. José Maria C. Dos Santos

07-2007

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL**

# **Ajuste de Modelos Numéricos de Elementos Finitos Usando Métodos de Otimização**

Autor: Aldecir Alves de Araújo  
Orientador: Prof. Dr. José Maria Campos Dos Santos

Curso: Engenharia Mecânica  
Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de mestrado acadêmico apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2007  
S.P. – Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Ar15a      Araújo, Aldecir Alves de  
              Ajuste de modelos numéricos de elementos finitos  
              usando métodos de otimização / Aldecir Alves de  
              Araújo. --Campinas, SP: [s.n.], 2007.

              Orientador: José Maria Campos dos Santos  
              Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
              Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

              1. Estimativa de parâmetro. 2. Otimização estrutural.  
              3. Método dos elementos finitos. 4. Análise modal. I.  
              Santos, José Maria Campos dos. II. Universidade  
              Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia  
              Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Finite element model updating using optimization methods  
Palavras-chave em Inglês: Model update, Optimization, Finite element method  
Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico  
Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica  
Banca examinadora: Khaled Mohamed Ahmida, Vicente Lopes Junior  
Data da defesa: 16/07/2007  
Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

C1

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA**  
**MECÂNICA**  
**DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL**

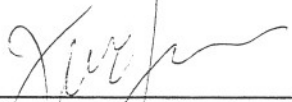
**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO**

# **Ajuste de Modelos Numéricos de Elementos Finitos Usando Métodos de Otimização**

*Autor: Aldecir Alves de Araújo*

Orientador: Prof. Dr. José Maria Campos Dos Santos

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Dr. José Maria Campos Dos Santos, Presidente**  
**DMC/FEM/UNICAMP**

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. Khaled Mohamed Ahmida**  
**DMC/FEM/UNICAMP**

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Dr. Vicente Lopes Junior**  
**UNESP/Ilha Solteira**

Campinas, 16 de Julho de 2007.

## **Dedicatória**

Dedico este trabalho aos meus pais *Antonio Andrade de Araújo* e *Maria de Nazaré Alves de Araújo* e à minha querida e companheira irmã *Jucileide Alves de Araújo (in memorian)*. A eles, que mesmo distantes, estão constantemente presentes em todos os momentos da minha vida.

## **Agradecimentos:**

A Deus, pela presença incessante e por tudo que tem me proporcionado ao longo de toda a minha existência.

Aos meus pais, pela formação intelecto-moral que me proporcionaram e pelo apoio incondicional que me ofereceram nesta caminhada.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro dos últimos seis meses de conclusão deste trabalho.

Ao Prof. Dr. José Maria C. Dos Santos, pela confiança, orientação, assistência e apoio para que este trabalho fosse realizado e concluído.

A minha irmã Gercina e ao meu sobrinho Túlio, pelo zelo e carinho a mim dedicado.

Aos meus irmãos Antonio, Adelsio, Jocimir e Ana Cláudia, pelo enorme amor e amizade que temos.

Aos professores(as) da Universidade Federal do Pará, em especial a Newton Soeiro, Alexandre Mesquita e Ana Maria Tancredi.

Aos meus grandes e eternos amigos, Walter Mello Junior., João Francisco Foganholi, Khaled Ahmida, Nivaldo Campos, Ivan Torrico, pelo grande estímulo para que sempre me mantivesse focado nos os meus objetivos.

Ao amigos da Eletronorte, Paulo Thadeu, Rivanilson Mourão e Luiz Sinimbu, pelo incentivo em dar continuidade nos estudos na área da mecânica vibratória.

Aos professores do Departamento de Mecânica Computacional, pelo conteúdo ministrado e pelo apoio técnico proporcionado ao desenvolvimento deste trabalho.

A todos os colegas e amigos do Departamento de Mecânica Computacional, pela interação que sempre tivemos por comungarmos dos mesmos objetivos.

“O valor das coisas não está no tempo em que elas duram, mas na intensidade com que acontecem. Por isso, existem momentos inesquecíveis, coisas inexplicáveis e pessoas incomparáveis”.

Fernando Pessoa

## Resumo

ARAÚJO, Aldecir Alves de. *Ajuste de Modelos Numéricos de Elementos Finitos Usando Métodos de Otimização*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2007, 75 p. Dissertação (Mestrado).

Predições de respostas dinâmicas de estruturas baseadas em técnicas numéricas ou experimentais estão sujeitas a erros e incertezas. Geralmente os modelos numéricos são idealizados e não levam em consideração certos fatores existentes na prática. A atualização de modelos numéricos a partir de medidas experimentais consiste em uma adequação matemática dos resultados obtidos nas técnicas de predição. Neste trabalho realizam-se ajustes de estruturas mecânicas modeladas pelo Método dos Elementos Finitos baseado em dados modais experimentais (frequências naturais e formas dos modos), através dos métodos de otimização conhecidos como Método da Função Objetivo (MFO) e Método da Aproximação por Subproblema (MAS). Os resultados do MFO foram obtidos através de programas computacionais em MatLab, enquanto no MAS os mesmos foram obtidos utilizando o módulo de otimização de projetos (*design optimization*) do programa ANSYS. Um exemplo de uma viga engastada-livre foi realizado com ambos os métodos a partir de dados experimentais simulados. Um segundo exemplo de uma treliça espacial foi também avaliado por ambos os métodos com base em dados experimentais medidos. Um modelo simplificado de uma aeronave usando apenas o método MAS foi avaliado usando dados experimentais medidos. Os resultados são apresentados e as vantagens e desvantagens encontradas em cada método são apontadas e discutidas.

### *Palavras Chave*

Ajuste de Modelo, Estimativa de parâmetro, Otimização e Métodos de Elementos Finitos.



## **Abstract**

ARAÚJO, Aldecir Alves de. *Finite Element Model Updating using Optimization Methods*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2007, 75 p. Dissertação (Mestrado).

Prediction of structural dynamic responses based on numerical or experimental techniques are subjects to errors and uncertainties. Usually numerical models are idealized and do not take into account certain factors found in real structures. A numerical model updating based on experimental measurements are basically a mathematical adjustment of the results obtained from prediction techniques. In this work model updating of mechanical structures modeled by the Finite Element Method based on experimental modal data (natural frequencies and modal shapes) are done. These are based on optimization methods know as Objective Function Method (OFM) and Subproblem Approximation Method (SAM). OFM results were obtained through MatLab computational codes, while SAM results were obtained using the ANSYS *design optimization*. An example of a clamped-free beam was done with both methods using simulated experimental data. A second example of a spatial truss was also evaluated for both methods, but using measured experimental data. A simple airplane model using only SAM was evaluated with measured experimental data. The results are presented and the advantages and disadvantages found in each method are pointed out and discussed.

### *Key words*

Model Update, Parameter Estimation, Optimization and Finite Element Method.

## Índice

Lista de Figuras .....	x
Lista de Tabelas.....	xii
Nomenclatura .....	xiv
<b>1 Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1 Atualização de Modelos Numéricos .....	1
1.2 Objetivo do Trabalho .....	3
1.3 Estrutura do trabalho .....	4
<b>2 Revisão Bibliográfica .....</b>	<b>5</b>
<b>3 Fundamentação Teórica: Métodos para ajuste de modelos .....</b>	<b>9</b>
3.1 Métodos iterativos usando dados modais.....	9
3.2 Método da função objetivo.....	10
3.2.1 Cálculo da matriz de sensibilidade.....	12
3.2.2 Montagem do vetor dos dados medidos.....	16
3.2.3 Caso sobredeterminado .....	18
3.3 Método das Direções Conjugadas de Powell .....	21
<b>4 Análise dos Resultados.....</b>	<b>24</b>
4.1 Viga Engastada-Livre.....	24
4.2 Ajuste da Viga com o Método da Função Objetivo .....	26
4.3 Ajuste da Viga com Método de Aproximação por Subproblema (MAS).....	32
4.4 Treliça Espacial Engastada-Livre.....	47
4.5 Ajuste da Treliça com o Método da Função Objetivo .....	51
4.6 Ajuste da Treliça com o Método da Aproximação por Subproblema.....	53
4.7 Modelo Simplificado de Aeronave Livre-livre .....	57
4.8 Ajuste da Aeronave com o Método da Aproximação por Subproblema.....	61
<b>5 Conclusões e Trabalhos Futuros.....</b>	<b>76</b>
<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>79</b>
<b>Apêndice.....</b>	<b>83</b>

## Lista de Figuras

1.1 – Fluxograma do processo de ajuste de modelos .....	2
3.1 – Exemplo do caminho seguido pelo algoritmo de Powell (Silva, 2000).....	23
4.1 - Modelos da Viga Engastada-Livre: (a) discretização do modelo de ajuste e (b) discretização do modelo pseudo-experimental. ....	25
4.2 - Convergência dos parâmetros de ajuste ( $EI$ , $K_{ty}$ e $K_{rz}$ ), sem ponderação. ....	28
4.3 - Convergência das frequências ajustadas, caso sem ponderação. ....	29
4.4 - Convergência dos parâmetros ajuste ( $EI$ , $K_{ty}$ e $K_{rz}$ ), caso ponderado. ....	29
4.5 - Convergência das frequências ajustadas, caso ponderado. ....	30
4.6 - Modelo simplificado da viga engastada-livre: (a) discretização do modelo de ajuste e (b) discretização do modelo pseudo-experimental. ....	32
4.7 - Convergência dos parâmetros ajuste por MAS (Caso 1a): (a) $EI$ ; (b) $K_{ty}$ ; e (c) $K_{rz}$ . ....	39
4.8 - Convergência das frequências naturais ajustadas por MAS (Caso 1a): (a) 1º; (b) 2º; (c) 3º; e (c) 4º frequências .....	40
4.9 – Convergência dos parâmetros ajuste por MAS (Caso 1b): (a) $EI$ ; (b) $K_{ty}$ ; e (c) $K_{rz}$ . ....	41
4.10 – Convergência das frequências naturais ajustadas por MAS (Caso 1b): (a) 1º; (b) 2º; (c) 3º; e (c) 4º frequências.....	42
4.11 – Convergência dos parâmetros ajuste por MAS (Caso 2): (a) $EI$ ; (b) $K_{ty}$ ; e (c) $K_{rz}$ . ....	43
4.12 - Convergência das frequências naturais ajustadas por MAS (Caso 2): (a) 1º; (b) 2º; (c) 3º; e (c) 4º frequências.....	44
4.13 - Dimensões Principais da Treliça Espacial. ....	47
4.14 - Montagem dos Acelerômetros na Treliça. ....	48
4.15 – Modos Numéricos da Treliça (MatLab e ANSYS).....	50

4.16 – Modos Experimentais.....	50
4.17 – Convergência dos parâmetros ajuste ( $E_{A1}$ e $E_{A2}$ ), caso não ponderado. ....	52
4.18 – Convergência das frequências ajustadas, caso não ponderado. ....	53
4.19 – Convergência dos parâmetros ( $E_{A1}$ e $E_{A2}$ ) ajustados por MAS. ....	55
4.20 – Convergência das frequências naturais (FCAL1, FCAL2, FCAL3 e FCAL4 ) por MAS. ....	55
4.21 – Foto do modelo da aeronave. ....	57
4.22 – Dimensões e pontos de excitação e medição do modelo da aeronave. ....	57
4.23 – Representação da estrutura da aeronave no ANSYS: (a) Simplificada; (b) Mostrando as seções transversais das vigas.....	58
4.24 – Seções transversais dos elementos de vigas: (a) viga de referência, (b) viga de teste. ....	59
4.25 – Formas dos Modos: (a) Numérico (Ansys) e (b) Experimental. ....	61
4.26 - Representação dos elementos de mola tridimensional.....	62
4. 27 Formas dos Modos (Caso 1): (a) Ajustado (Ansys) e (b) Experimental.....	65
4.28 – Convergência dos parâmetros ajustados por MAS: (a) $E$ ; (b) $\rho$ ; (c) $K_t(x,y,z)$ ; e (c) $K_r(x,y,z)$ ..... .....	67
4.29 – Convergência das frequências naturais por MAS: (a) FCAL1 e (b) FCAL2, FCAL3, FCAL4, FCAL5, FCAL6, FCAL7 e FCAL8.....	68
4. 30 – Formas dos Modos (Caso 2): (a) Ajustado (Ansys) e (b) Experimental.....	72
4. 31 – Convergência dos parâmetros ajustados por MAS: (a) $E_v(E_1)$ ; (b); $E(E_2)$ ; (c) $\rho_v(Dens_1)$ ; (d) $\rho(Dens_2)$ ; (e) $K_t(x,y,z)$ e (f) $K_r(x,y,z)$ . ....	74
4. 32 – Convergência das frequências naturais por MAS: (a) FCAL1 e (b) FCAL2, FCAL3, FCAL4, FCAL5, FCAL6, FCAL7 e FCAL8.....	75

## Lista de Tabelas

4.1 – Parâmetros de Ajuste da Viga.....	25
4.2 – Comparação da Análise Modal Numérica da Viga no MatLab e ANSYS.....	26
4.3 – Frequências Naturais da Viga por MFO (Caso 1).....	27
4.4 – Parâmetros de Ajuste da Viga por MFO (Caso 1).....	27
4.5 – Frequências Naturais da Viga por MFO (Caso 2).....	31
4.6 – Parâmetros de Ajuste da Viga por MFO (Caso 2).....	31
4.7 – Tolerâncias e Limites das Variáveis da Viga Simplificada.....	33
4.8 – Frequências Naturais da Viga Simplificada por MAS.....	34
4.9 - Parâmetros de Ajuste da Viga Simplificada por MAS.....	34
4.10 – Limites das Variáveis da Viga.....	35
4.11 – Tolerâncias das Variáveis da Viga.....	36
4.12 – Evolução das Frequências Naturais e Parâmetros de Ajuste da Viga por MAS (Caso 1a).....	37
4.13 – Evolução das Frequências Naturais e Parâmetros de Ajuste da Viga por MAS (Caso 1b).....	37
4.14 – Evolução das Frequências Naturais e Parâmetros de Ajuste da Viga por MAS (Caso 2).....	38
4.15 – Frequências Naturais da Viga por MAS (Caso 1a e 1b).....	45
4.16 - Parâmetros de Ajuste da Viga por MAS (Caso 1a e 1b).....	45
4.17 – Frequências Naturais da Viga por MFO (Caso 1) e MAS (Caso 1b).....	46
4.18 – Parâmetros da Viga por MFO (Caso 1) e MAS (Caso 1b).....	46
4.19 – Propriedades das Barras da Treliça.....	47
4.20 - Massas dos Componentes da Treliça.....	48
4.21 - Frequências Naturais da Treliça.....	49
4.22 – Frequências Naturais da Treliça por MFO.....	51
4.23 – Parâmetros de Ajuste da Treliça por MFO.....	52

4.24 – Limites das Variáveis da Treliça.....	53
4.25 – Tolerâncias das Variáveis da Treliça (Caso 1).....	54
4.26 – Frequências naturais da Treliça por MAS.....	54
4.27 – Parâmetros de Ajuste da Treliça por MAS.....	54
4.28 – Frequências Naturais da Treliça por MFO e MAS. ....	56
4.29 – Parâmetros da Treliça por MFO e MAS. ....	56
4.30 – Frequências Naturais da Aeronave.....	59
4.31 – Frequências Naturais da Aeronave.....	60
4.32 – Propriedades dos Materiais da Aeronave.....	60
4.33 – Limites das Variáveis da Treliça.....	63
4.34 – Tolerâncias das Variáveis da Treliça (Caso 1).....	64
4.35 – Frequências naturais da Treliça por MAS.....	64
4.36 – Parâmetros de Ajuste da Treliça por MAS.....	66
4.37 – Limites das Variáveis da Treliça.....	70
4.38 – Tolerâncias das Variáveis da Treliça (Caso 1).....	71
4.39 – Frequências naturais da Treliça por MAS.....	71
4.40 – Parâmetros de Ajuste da Treliça por MAS.....	73

## Nomenclatura

<b>A, B, C, Λ, Φ...</b>	Letras maiúsculas em negrito representam grandezas matriciais.
<b>a, b, c, λ, φ...</b>	Letras minúsculas em negrito representam grandezas vetoriais.
<b>S</b>	Matriz de sensibilidade.
<b>s</b>	Direção conjugada.
<b>f</b>	Função objetivo
<b>x</b>	Ponto de mínimo.
<b>W<sub>ε</sub></b>	Matriz de ponderação dos dados medidos.
<b>I</b>	Matriz identidade.
<b>θ</b>	Vetor dos parâmetros a ajustar.
<b>z<sub>m</sub></b>	Vetor de dados medidos.
<b>z</b>	Vetor de dados obtidos.
<b>ε</b>	Erro.
<b>α</b>	Direção.
<b>ω, f</b>	Frequências em Rad/seg e Hz.
<b>λ</b>	Autovalor.
<b>ψ</b>	Autovetor sem normalização.
<b>Φ</b>	Autovetor com normalização em massa.
<b>     </b>	Norma
<b>T</b>	Índice indicando a transposta.

### *Abreviações*

FRF - Funções resposta em frequência.  
MEF - Métodos dos elementos finitos.  
AME - Análise modal experimental.  
MAS - Método da aproximação por subproblema.  
MFO - Método da função objetivo.

### *Siglas*

FCAL1 – Primeira frequência ajustada;  
FCAL2 – Segunda frequência ajustada;  
FCAL3 – Terceira frequência ajustada;  
FCAL4 – Quarta frequência ajustada;  
EI7 – Rigidez à flexão ajustada;  
KY7 – Rigidez translacional ajustada;  
KZ7 - Rigidez torcional ajustada;  
OBJT – Função objetivo do valor ajustado.

# Capítulo 1

## 1 Introdução

Neste capítulo é feita a introdução do trabalho, dando uma visão ampla do que será tratado nos próximos capítulos. Inicialmente é abordado o processo de atualização de modelos numérico, no qual são apresentadas as aplicações e as relações existentes nos dias atuais. Em seguida são apresentados os objetivos do trabalho e o escopo de sua estrutura.

### 1.1 Atualização de Modelos Numéricos

A crescente demanda de produção e a utilização de equipamentos com alto grau tecnológico têm cada vez mais contribuídas com o desenvolvimento da modelagem e simulação dinâmica de sistemas, e estes têm recebido uma maior atenção por parte das indústrias, sobretudo relacionadas às áreas aeronáutica, automobilística, máquinas pesadas e entre outros, além de instituições de pesquisa e desenvolvimento tecnológico.

Até poucos anos atrás, a complexidade existente no desenvolvimento de modelos de protótipos virtuais na engenharia demandava uma longa curva de aprendizado e domínio do conhecimento nas áreas de engenharia, física, matemática, ciência da computação e técnicas de controle de sistemas. Esta ampla gama de conhecimentos resultava em altos custos e longos tempos no desenvolvimento de modelos pouco representativos. O grande desafio estava em representar com melhor qualidade as interações dos fenômenos envolvidos e que influem na dinâmica dos sistemas, de forma que as múltiplas entradas e saídas de dados (estados, dados de



entrada e respostas dos sistemas) fossem recriadas no ambiente computacional (virtual), sem que esta representação se tornasse extremamente complexa.

Devido às limitações e as diferentes suposições nas duas abordagens, o modelo de elementos finitos e a análise modal experimental têm suas vantagens e desvantagens. O primeiro fornece informações teóricas sobre o comportamento dinâmico da estrutura, enquanto que a segunda contém informações reais.

Para se verificar a precisão do modelo analítico e/ou numérico são realizados testes experimentais para validar o mesmo. Com o intuito de aproximar a realidade (medição) da modelagem (previsão) deve-se fazer um ajuste (ou refinamento) do modelo para minimizar o erro existente entre ambos, e após o ajuste espera-se que o mesmo represente o comportamento dinâmico real da estrutura com precisão aceitável dentro de determinada faixa de análise de frequência. A Figura 1.1 abaixo apresenta o fluxograma representativo do processo de ajuste.

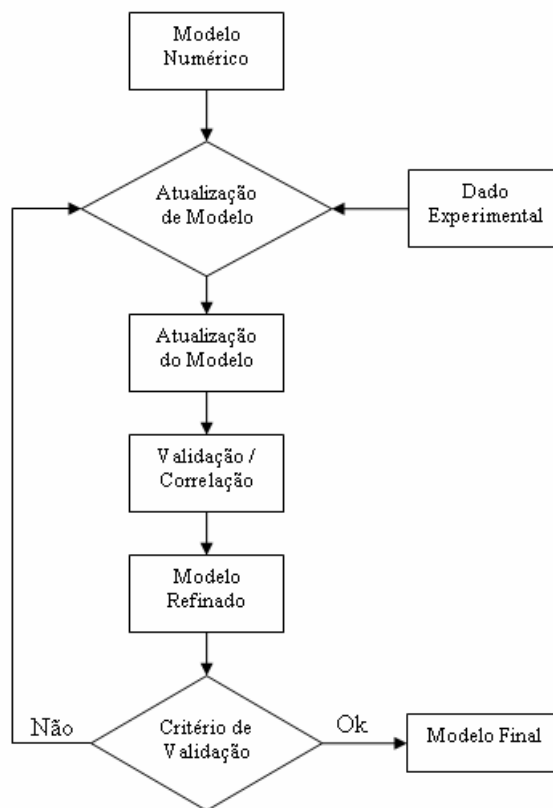


Figura 1.1 – Fluxograma do processo de ajuste de modelos

O objetivo fundamental do ajuste de modelos pode ser definido como o refinamento de um modelo existente que represente a estrutura real em uma determinada faixa de frequência. Podem-se identificar alguns critérios que um bom modelo deve reproduzir:

- As propriedades modais em pontos medidos e não medidos;
- As funções de resposta em frequência (FRF) medidas e não medidas;
- As corretas conectividades.

## **1.2 Objetivo do Trabalho**

Nos últimos anos, um grande número de técnicas de otimização e atualização de modelos têm sido propostas. Porém, nenhum procedimento totalmente confiável e, geralmente aplicável foi formulado até então. Como existe uma necessidade óbvia para uma robusta e prática estratégia de atualização para problemas industriais e acadêmicos, este trabalho apresenta uma contribuição.

O objetivo deste trabalho é avaliar o desempenho das técnicas de ajuste de modelos numéricos iterativos usando dados modais experimentais. Neste, são avaliados os métodos da função objetivo (MFO) e o método da aproximação por subproblema (MAS). O primeiro método é implementado através de um algoritmo no software MatLab 7.1<sup>®</sup>, sendo utilizado na estrutura do tipo viga e treliça espacial e o segundo método, utiliza-se o ambiente computacional Ansys 10.0<sup>®</sup>, onde o método é parte integrante do módulo de otimização do software. Ambos os métodos são verificados através de alguns exemplos propostos. Inicialmente, através da avaliação do caso de uma estrutura do tipo viga modelada por MEF usando dados pseudo-experimentais (dados experimentais simulados). Posteriormente em uma estrutura do tipo treliça espacial e a outra aeronáutica modelada por MEF (barras e vigas) usando dados experimentais medidos.

### **1.3 Estrutura do trabalho**

Este trabalho é organizado em cinco capítulos e um apêndice, como descrito a seguir:

O capítulo 2 trata da revisão bibliográfica dos trabalhos utilizados para a fundamentação do trabalho.

No capítulo 3 são apresentados uma breve revisão dos fundamentos teóricos dos métodos utilizados, tais como, o método da função objetivo e o método de aproximação por subproblema.

No capítulo 4 estão contidos os resultados dos ajustes obtidos com as três estruturas em estudos neste trabalho, que são: a viga engastada-livre, a treliça espacial e a estrutura aeronáutica.

O capítulo 5 apresenta as conclusões do trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

O trabalho apresenta ainda as referências bibliográficas das obras citadas ao longo do texto.

## Capítulo 2

### 2 Revisão Bibliográfica

Este capítulo tem como objetivo apresentar a revisão bibliográfica do assunto tratado no trabalho.

A atualização do modelo de sistemas mecânicos tem sido um campo ativo de pesquisa durante os últimos 15 anos (Friswell & Mottershead,1995). Muitas técnicas foram propostas, sendo a maioria dos modelos derivados da análise de elementos finitos. Estas técnicas, desenvolvidas para sistemas lineares e invariantes no tempo, corrigem computacionalmente as matrizes ou parâmetros que fazem parte do modelo matemático com base em medidas experimentais. Dentre as várias técnicas implementadas para resolver problemas de atualização de modelos, algumas que resultam em modelos eficazes contam com técnicas de minimização para obter um conjunto de parâmetros do modelo, que estão entre os melhores valores entre a resposta experimental e numérica.

Os primeiros a trabalharem com modelagem matemática a partir dos resultados modais foram Young e On (1969), citado em Lin e Ewins (1990), e posteriormente Berman e Flanelly (1971). Estes deram início às técnicas de ajuste de modelos pelos métodos de ajuste direto, utilizando as matrizes de massa e rigidez (Métodos diretos). Com um enfoque diferente, mas mantendo a mesma linha de pesquisa de Baruch e Bar-Izhack (1978), Baruch (1978), Berman & Nagy (1983), Chen et al. (1983), Caeser (1986), Imregun & Visser (1991) e Mottershead e Friswell (1993) deram continuidade no desenvolvimento de tais métodos.

Em 1974, Collins *et al*, utilizaram procedimentos estatísticos para realizar os ajustes de modelos. Este trabalho pode ser considerado como o início das técnicas iterativas, no qual o processo de ajuste se desenvolve usando técnicas de sensibilidade (métodos iterativos de estimação de parâmetros ou de sensibilidade). Trabalhos posteriores foram publicados por Friswell (1989), Mottershead *et al* (1992), Nalitolela *et al* (1990 – 1992), e outros citados em Friswell e Mottershead (1995).

Nos últimos anos, os métodos baseados na sensibilidade têm adquirido popularidade devido a sua capacidade de reproduzir as corretas frequências naturais medidas e os respectivos modos de vibrar. Quase todos os métodos baseados na sensibilidade computam uma matriz de sensibilidade contendo as derivadas parciais dos parâmetros medidos em função das variáveis de ajuste através da série de Taylor truncada. No cálculo da matriz de sensibilidade, existem vários trabalhos propondo novas técnicas que tentam sempre melhorar e otimizar o custo computacional, na obtenção das derivadas dos parâmetros modais.

Em 1968, Fox e Kappor, propõem uma técnica para o cálculo da sensibilidade dos autovalores e autovetores a partir de parâmetros estruturais. O método é aplicável a sistemas simétricos e requer apenas o conhecimento dos autovalores e seus respectivos autovetores associados. O cálculo da derivada dos autovalores é facilmente obtido diretamente da equação  $(K - \lambda M)\phi = 0$  e levando em conta as propriedades de ortogonalidade e simetria.

Collins e Thomson (1969) propõem um outro método para determinar a sensibilidade dos autovalores e autovetores. Neste a matriz de sensibilidade pode ser decomposta como o produto de duas matrizes (Collins *et al*. 1974). A primeira relaciona as derivadas parciais dos autovalores e autovetores ou deslocamentos modais com relação aos coeficientes de massa e rigidez, enquanto que a segunda matriz relaciona os elementos individuais de massa e rigidez com os parâmetros estruturais. É importante observar que para o cálculo da sensibilidade dos autovalores é requerido o conhecimento da matriz de massa e o correspondente autovetor associado, no entanto, a sensibilidade dos autovetores requer a matriz modal completa, porém isto é indesejável em problemas de grande porte.

Nelson (1976) apresenta um outro procedimento para calcular a sensibilidade dos autovalores e autovetores. Este método é uma extensão do método apresentado por Fox e Kappor (1969). Neste caso, as derivadas dos parâmetros modais são válidas tanto para sistemas simétricos como não simétricos, e assim o cálculo das derivadas dos autovalores e autovetores a esquerda e direita podem ser determinados.

Friswell e Mottershead (1995) apresentam o método da função objetivo como alternativa ao processo de ajuste. Nele, relaciona a expressão de dados modais em relação aos parâmetros desconhecidos através da série de Taylor truncada. Os parâmetros ajustados são obtidos pela minimização de uma da função objetivo. Duas considerações são feitas: mais dados medidos do que parâmetros ou mais parâmetros do que dados medidos. No primeiro caso, o sistema linear é sobredeterminado (mais equações que incógnitas) e pode ser resolvido pela solução de mínimos quadrados. Para o segundo caso, o sistema é subdeterminado levando a um problema de otimização. Assim, a solução do problema deve considerar a experiência do engenheiro sobre algumas características inerentes às medições ou aos parâmetros, melhorando o condicionamento numérico do problema.

Infantes, (2000) através de modelos de Elementos Finitos, ajustou os parâmetros de uma viga utilizando técnicas iterativas de estimação de parâmetros comparando o Método da Função Objetivo e o Método da Variância Mínima chegando a concluir que este último método confirma que a técnica de Friswell além de convergir mais rapidamente, reproduz melhor os dados medidos.

Powell (1964) propôs um método de otimização não-linear sem restrição, cujo objetivo é minimizar uma função quadrática. É considerado como um método de ordem-zero, porque somente o valor da função objetivo é utilizado. O método de ordem-zero é utilizado quando o valor da função objetivo é obtido com baixa precisão e por isso os valores das derivadas (ou gradientes) não são confiáveis.

O método de Powell, por ser um método de ordem-zero não se utiliza de diferenciação, e está relacionado com a família dos métodos de direções de eixo conjugado, que são geradas para cada iteração. De forma a minimizar uma função não-linear  $f(X)$ , através de sucessivas buscas

unidirecionais  $\alpha$ , e tendo sempre um ponto de partida  $X^P$  ao longo de um conjunto de direções conjugadas  $s$ .

Silva (2000), aborda vários métodos de otimização e sendo um deles o Método de Powell, mostrando não apenas comentários, mas descrevendo em todos os seus aspectos a teoria do referido método.

Jaishi, Bijaya e Ren, Wei-Xin (2005), com o propósito de avaliar as reais condições de uma ponte de concreto com vigas de sustentação de concreto e revestido por tubos de aço, utilizaram o Método da Aproximação por Subproblema implementado no ANSYS. Encontraram resultados favoráveis na modelagem de vigas de sustentação e propuseram alternativas de revitalização da ponte.

Batista, *et al* (2005), utilizou o Método da Aproximação por Subproblema com o objetivo de ajustar as constantes elásticas de placas finas de material compósito baseado em resultados experimentais, obtendo bons resultados com este método de otimização.

Silva e Adamowski (2005), utilizaram desta técnica de otimização paramétrica com o objetivo de obter uma distribuição de vibração uniforme ao longo da face de transdutores piezolétricos de potência do tipo sanduíche. Estes transdutores são utilizados em máquinas de estampagem e solda de tecido sintético por ultra-som.

Dentre todos os trabalhos citados os que mais contribuíram para este trabalho foram: Friswell e Mottershead.,1995, Fox e Kappor (1968), Nelson (1976), Infantes (2000)., Silva (2000), Jaishi, Bijaya e Ren (2005), Powell (1964), Wei-Xin, Batista (2005), *at al* (2005). e Silva e Adamowski (2006)

## **Capítulo 3**

### **3 Fundamentação Teórica: Métodos para ajuste de modelos**

Este capítulo faz uma breve revisão do desenvolvimento teórico dos métodos de ajuste utilizado neste trabalho. Os métodos usados são: Método da Função Objetivo e Método da Aproximação por Subproblema. O método da função objetivo proposto por Friswell e Mottershead (1995) consiste de uma técnica de atualização cujo objetivo fundamental é melhorar a correlação entre os dados medidos e os dados previstos no modelo numérico. Esta técnica faz uso da matriz de sensibilidade dos parâmetros, onde um processo iterativo é requerido a fim de determinar os valores ótimos dos parâmetros estruturais que reproduzem os dados medidos. A correlação entre os dados medidos e numéricos é determinada por uma função objetivo, a qual envolve os parâmetros modais (frequências e modos).

O Método da Aproximação por Subproblema elaborado por Powell (1965) é um método de otimização não-linear que faz parte da família dos métodos da direção conjugadas, e é considerado um método de ordem-zero avançado. O método da aproximação por subproblema é um método que já se encontra implementado no software ANSYS.

#### **3.1 Métodos iterativos usando dados modais**

O método iterativo, assim como todas as técnicas de ajuste de modelos, tem por objetivo fundamental melhorar a correlação entre os dados medidos e os dados previstos no modelo numérico. Estas técnicas foram desenvolvidas dentro de uma análise de sensibilidade onde um processo iterativo é requerido, a fim de determinar que parâmetros estruturais que reproduzem os



dados modais. Assim, se a variação dos parâmetros nas iterações é pequena, uma boa estimativa do modelo é obtida. A correlação é determinada por uma função objetivo, a qual envolve frequências e modos. Estas funções são geralmente funções não lineares nos parâmetros, portanto a solução requer que o problema seja linearizado e otimizado iterativamente, trazendo consigo possíveis problemas de convergência inerente ao método.

Este método permite uma ampla seleção dos parâmetros a serem ajustado e ambos, parâmetros estimados e dados medidos, podem ser ponderados. Esta capacidade de ponderação torna o método mais eficiente e versátil, pois permite atribuir maior peso aos dados de maior confiança no modelo, além de melhorar o condicionamento numérico do problema.

Em princípio, o procedimento de ajuste de modelos usa a diferença entre os autovalores e autovetores medidos e obtidos numericamente, com o intuito de identificar ou estimar parâmetros modais. Portanto, a sensibilidade dos autovalores e autovetores são requeridas. Usualmente, esta na forma de uma matriz Jacobiana, cujos elementos são as derivadas parciais dos autovalores e autovetores com relação aos parâmetros a serem identificados. Embora, vários métodos para avaliação destas derivadas tenham sido desenvolvidos (Fox e Kappor, 1968; Collins *et al.*, 1969; Nelson, 1976; Zhang e Lallement, 1989; entre outros) a maior dificuldade é estabelecer o relacionamento entre os parâmetros sob consideração e os elementos individuais das matrizes do modelo. Além disso, se o modelo utiliza matriz de massa consistente ou técnicas de síntese modal, as relações entre os parâmetros e os elementos das matrizes de massa e rigidez são igualmente complexas.

### **3.2 Método da função objetivo**

O método da função objetivo minimiza e/ou maximiza a correlação entre os dados medidos e os parâmetros analíticos do modelo. Este método usa uma expansão em série de Taylor truncada para expressar os dados modais em termos dos parâmetros estruturais. Assim, considerando matematicamente o comportamento dinâmico de uma função  $z$  com  $n$  variáveis  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3 \dots \theta_n)$ , a relação entre a função  $z$  e a variável  $\theta_n$  pode ser escrita como:

$$z(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n) = z(\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2, \bar{\theta}_3, \dots, \bar{\theta}_n) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial z}{\partial \theta_i} \right)_{\theta_i = \bar{\theta}_i} (\theta_i - \bar{\theta}_i) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial^2 z}{\partial \theta_i^2} \right)_{\theta_i = \bar{\theta}_i} (\theta_i - \bar{\theta}_i)^2 + \dots \quad (3.1)$$

Com a finalidade de produzir uma aproximação linear as séries de Taylor são truncadas, além disso, para pequenas diferenças entre  $\theta_i$  (valor do parâmetro) e  $\bar{\theta}_i$  (valor estimado do parâmetro) a Eq. (3.1) pode ser aproximada como:

$$z(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n) = z(\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2, \bar{\theta}_3, \dots, \bar{\theta}_n) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial z}{\partial \theta_i} \right)_{\theta_i = \bar{\theta}_i} (\theta_i - \bar{\theta}_i) \quad (3.2)$$

logo, na forma matricial, tem-se:

$$\delta \mathbf{z} = \left[ \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \theta} \right] \delta \theta \quad (3.3)$$

ou,

$$\delta \mathbf{z} = \mathbf{S}_j \delta \theta \quad (3.4)$$

cujo,

- $\delta \mathbf{z} = \mathbf{z}_m - \mathbf{z}_j$       Variação das medidas
- $\delta \theta = \theta - \theta_j$       Variação dos parâmetros
- $\mathbf{S} = \left[ \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \theta} \right]$       Matriz de sensibilidade ou Jacobiano

Da Eq. (3.4), o valor do parâmetro na  $j$ -ésima iteração é  $\theta_j$  e o resultado de saída baseado neste parâmetro é  $\mathbf{z}_j$ . Os parâmetros do vetor  $\theta$  representam os parâmetros atuais que tentam

reproduzir os dados medidos.  $S_j$  é a matriz de sensibilidade que contém as derivadas dos autovalores e autovetores com relação aos parâmetros calculado através da estimativa de  $\theta_j$ .

### 3.2.1 Cálculo da matriz de sensibilidade

O cálculo da sensibilidade dos autovalores e autovetores em relação aos parâmetros têm sido alvo de muitas pesquisas e vários trabalhos foram apresentados neste campo. Todos eles em geral tentam otimizar trabalhos anteriores, facilitando assim a obtenção destas derivadas e diminuindo o custo computacional.

Durante o desenvolvimento da presente dissertações foram analisadas as propostas de Collins et al. (1974) e Fox e Kappor (1968) para a análise da sensibilidade, sendo que escolheu-se a técnica de Fox e Kappor (1968), devido ao comportamento mas eficiente demonstrado durante o processo de ajuste.

A matriz de sensibilidade segundo Fox e Kappor (1968), pode ser expressa como a relação direta entre as derivadas parciais dos parâmetros modais ( $\lambda$  - autovalores e  $\Psi$  - autovetores ) com relação aos parâmetros estruturais, assim:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Um breve resumo do desenvolvimento matemático da matriz de sensibilidade é apresentado na continuação.

Na dinâmica estrutural, o mecanismo preciso de amortecimento não é bem conhecido. Portanto, como o nível de amortecimento é usualmente baixo, este é omitido e assim a parte significativa da análise dinâmica envolvente a solução do significado do seguinte problema:

$$\mathbf{K}\psi_i = \lambda_i \mathbf{M}\psi_i \quad (3.6)$$

onde  $\lambda_i$  e  $\Psi_i$  são os autovalores e autovetores respectivamente e são determinados pela solução do problema de autovalores e autovetores,  $\mathbf{K}$  e  $\mathbf{M}$  são matrizes de massa e rigidez de ordem  $n \times n$ . A ordem  $n$  correspondente ao número de graus de liberdade do sistema. Logo assumindo que:

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{F}(\lambda_i, \theta) \equiv \mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M} \quad (3.7)$$

da Eq. (3.6) e (3.7), obtemos:

$$\mathbf{F}_i \psi_i = 0 \quad (3.8)$$

pré-multiplicando a Eq. (3.8) por  $\psi_i^T$ ,

$$\psi_i^T \mathbf{F}_i \psi_i = 0 \quad (3.9)$$

diferenciando a Eq. (3.8) em relação ao parâmetro  $\theta$ ,

$$\frac{\partial \psi_i^T}{\partial \theta} \mathbf{F}_i \psi_i + \psi_i^T \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \theta} \psi_i + \psi_i^T \mathbf{F}_i \frac{\partial \psi_i}{\partial \theta} = 0 \quad (3.10)$$

da Eq. (3.8), e considerando  $\mathbf{F}_i$  é simétrico, o primeiro e terceiro termo da Eq. (3.10) são zero, portanto:

$$\psi_i^T \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \theta} \psi_i = 0 \quad (3.11)$$

diferenciando a Eq. (3.7) obtemos:

$$\frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \theta} = \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \theta} - \frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta} \mathbf{M} - \lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \theta} \quad (3.12)$$

substituindo na Eq. (3.11) e lembrando que  $\psi_i^T \mathbf{M} \psi_i = m_i$ , obtemos finalmente:

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta} = \frac{1}{m_i} \Psi_i^T \left[ \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \theta} - \lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \theta} \right] \Psi_i \quad (3.13)$$

Nota-se que a expressão anterior só envolve os autovalores e autovetores sob consideração, assim a solução completa do problema não é necessária para a obtenção das derivadas.

A derivada dos autovetores pode ser obtida por duas formulações: a primeira diferenciando a Eq. (3.8) e a equação de ortogonalidade  $\Psi_i^T \mathbf{M} \Psi_i = m_i$ , obtendo-se respectivamente:

$$\mathbf{F}_i \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = -\frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \theta} \psi_i \quad (3.14)$$

e

$$2\psi_i^T \mathbf{M} \frac{\partial \psi_i}{\partial \theta} = -\psi_i^T \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \theta} \psi_i \quad (3.15)$$

$\mathbf{F}_i$  é uma matriz singular de posto (n-1) se a solução do sistema da Eq. (3.5) tiver autovalores distintos, além disso, pode ser mostrada que a Eq. (3.15) é linearmente independente da Eq. (3.14), assim obtém-se um sistema sobredeterminado que pode ser escrito na forma particionada como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_i \\ 2\psi_i^T \mathbf{M} \end{bmatrix} \frac{\partial \psi_i}{\partial \theta} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \theta} \\ \psi_i^T \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \theta} \end{bmatrix} \psi_i \quad (3.16)$$

pré-multiplicando a Eq. (3.16) por  $\begin{bmatrix} \mathbf{F}_i \\ \psi_i^T \mathbf{M} \end{bmatrix}^T$  obtemos a expressão da derivada dos autovetores.

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial \theta} = - \left[ \mathbf{F}_i \mathbf{F}_i + 2\mathbf{M} \psi_i \psi_i^T \mathbf{M} \right]^{-1} \left[ \mathbf{F}_i \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \theta} + \mathbf{M} \psi_i \psi_i^T \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \theta} \right] \psi_i \quad (3.17)$$

A segunda formulação considera que devido ao fato de que os autovetores formam uma base completa de vetores, qualquer componente desta pode ser expresso como combinações lineares dos outros. De maneira similar a derivada dos autovetores, pode ser obtida como uma combinação linear dos autovetores do modelo analítico.

$$\left( \frac{\partial \psi_i}{\partial \theta} \right) = \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \psi_j \quad (3.18)$$

onde o valores do coeficiente de  $\alpha_{ij}$  será determinado substituindo a Eq. (3.18) na Eq. (3.14) e pré-multiplicando por  $\psi_i^T$ . Assim:

$$\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \psi_i^T \mathbf{F}_i \psi_j = -\psi_i^T \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \theta} \psi_i \quad (3.19)$$

a partir de onde obtemos:

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{m_j(\lambda_j - \lambda_i)} \psi_i^T \left[ \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \theta} - \lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \theta} \right] \psi_i \quad \text{para } i \neq j \quad (3.20)$$

$$\alpha_{ii} = \frac{1}{2m_i} \psi_i^T \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \theta} \psi_i \quad \text{para } i = j$$

Desta forma, duas formulações para o cálculo das derivadas dos autovetores foram apresentadas. Embora a primeira formulação tenha sido apresentada, esta não será utilizada no algoritmo de ajuste e sim a segunda, devido ao fato de ser computacionalmente mais eficiente.

### 3.2.2 Montagem do vetor dos dados medidos

Considere que as  $p$  primeiras frequências naturais e modos medidos sejam dados por  $\lambda_{mi}$  e  $\phi_{mi}$ . Assumindo que não exista amortecimento no sistema, o vetor de dados modais medidos  $\mathbf{z}_m$  Eq. (3.21), onde as medidas dos autovalores e autovetores são assumidas terem sido obtidas através da análise modal experimental da estrutura. Por outro lado, no modelo analítico o vetor  $\mathbf{z}$  pode ser definido pela Eq. (3.22).

$$\mathbf{z}_m = \left\{ \begin{array}{c} \lambda_{m1} \\ \lambda_{m2} \\ \vdots \\ \lambda_{mp} \\ \phi_{m1} \\ \phi_{m2} \\ \vdots \\ \phi_{mp} \end{array} \right\} \quad (3.21)$$

$$\mathbf{z} = \begin{Bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_p \\ \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_p \end{Bmatrix} \quad (3.22)$$

onde  $\lambda_i$  e  $\phi_i$ , representam os autovalores e autovetores analíticos correspondentes aos medidos.

As mais diferentes combinações dos autovalores e autovetores podem ser incluídas nos vetores  $\mathbf{z}_m$  e  $\mathbf{z}$  desde que a informação contida em um, corresponda àquela contida no outro. Por exemplo, se mais de um experimento é feito, dois ou mais valores de mesma quantidade podem ser incluídas no vetor de dados medidos, desde que exista uma correspondência um a um nos vetores de medidas e analítico.

É importante levar em conta antes de iniciar o processo de ajuste, certas considerações a fim de garantir uma adequada correspondência entre os dados medidos e os preditos analiticamente (Friswell e Mottershead, 1995).

As frequências naturais analíticas experimentais precisam se referir ao mesmo modo. Ordena-las em forma ascendente não é suficiente, especialmente quando dois modos são próximos em frequência, ou quando a força de excitação ou acelerômetro são colocados num nó de um modo particular. Então, se o modo não é excitado o modo analítico não terá seu correspondente modo experimental. O *MAC (Modal Assurance Criterion)* entre os modos experimentais e os analíticos garante a correspondência.

Como a distribuição em massa do modelo analítico (MEF) e do modelo experimental podem ser diferentes, os modos podem não se encontrarem escalonado em forma consistente. Multiplicar os modos experimentais pelo fator de escala modal *MSF* resolve o problema.



Se o amortecimento não está presente no modelo de elementos finitos, as frequências naturais são incluídas nas Eqs. (3.21) e (3.22). Neste caso, os termos  $\lambda_i$  são melhores representadas frequências naturais ao quadrado, e os modos reais são estimados a partir de modos complexos (Mitchel 1990, e Niedbal 1984). No caso em que o amortecimento seja incluído no modelo de elementos finitos, autovalores e modos complexos podem ser usados no vetor de medidas.

Os métodos das funções objetivos podem ser considerados como soluções gerais da Eq. (3.4), assim os valores dos parâmetros ajustados serão obtidos minimizando-se alguma função objetivo. Estas funções podem levar em conta diversas matrizes de ponderação, as quais permitem dar maior peso a dados que são de maior confiança, assim como melhorar o condicionamento numérico do problema. Em geral, na procura desta solução dois casos típicos se apresentam: sobredeterminados e subdeterminado.

### 3.2.3 Caso sobredeterminado

Neste caso, o número de dados é maior que o número de parâmetros a serem ajustados ou matematicamente o número de equações é maior que o número de incógnitas. Este problema caracteriza o caso sobredeterminado, onde não existe solução exata para a Eq. (3.4). Assim, uma aproximação utilizando mínimos quadrados deve ser empregada a fim de minimizar a função objetivo:

$$J(\delta\theta) = \frac{1}{2} \varepsilon^T \varepsilon \quad (3.23)$$

onde  $\varepsilon = \delta\mathbf{z} - \mathbf{S}_j \delta\theta$  é o erro baseado nas medidas com os parâmetros ajustados. Substituindo a expressão do erro na Eq. (3.22), temos:

$$J(\delta\theta) = \delta\mathbf{z}^T \delta\mathbf{z} - 2\delta\theta^T \mathbf{S}_j^T \delta\mathbf{z} + \delta\theta^T \mathbf{S}_j^T \mathbf{S}_j \delta\theta \quad (3.24)$$

Minimizando  $J$  em relação a  $\delta\theta$  significa:

$$\nabla J(\delta\theta) = 0 = -\mathbf{S}_j^T \delta\mathbf{z} + \mathbf{S}_j^T \mathbf{S}_j \delta\theta \quad (3.25)$$

resolvendo para  $\delta\theta$  teremos:

$$\delta\theta = [\mathbf{S}_j^T \mathbf{S}_j]^{-1} \mathbf{S}_j^T \delta\mathbf{z} \quad (3.26)$$

assim, os parâmetros ajustados podem ser obtidos por:

$$\theta_{j+1} = \theta_j + [\mathbf{S}_j^T \mathbf{S}_j]^{-1} \mathbf{S}_j^T (\mathbf{z}_m - \mathbf{z}_j) \quad (3.27)$$

Neste caso, todas as medidas estão sendo igualmente ponderadas. Na prática em teste de vibrações típicas as frequências naturais e os modos são obtidos dentro de uma variação de 1 % e 10 %, respectivamente; assim em geral nas estruturas, os dados das frequências são mais confiáveis que os modos de vibrar. Esta relativa imprecisão pode ser incorporada no algoritmo, minimizando-se a função objetivo ponderada:

$$J(\delta\theta) = \frac{1}{2} \varepsilon^T \mathbf{W}_\varepsilon \varepsilon \quad (3.28)$$

onde  $\mathbf{W}_\varepsilon$  é uma matriz de ponderação positiva definida, a qual permite dar uma relativa incerteza ao grau de confiança nos dados medidos. As seleções destas matrizes se baseiam em estimar os desvios padrões, pois o desvio padrão dá uma estimativa quantitativa da incerteza dos parâmetros. Embora a estimação destas quantidades seja difícil e sujeita a erros, uma alternativa efetiva é assumir valores arbitrários. Usualmente a matriz de ponderação é diagonal cujos elementos são dados pela recíproca da variância das correspondentes medições. A recíproca é usada devido ao fato que dados exatos têm pequenas variâncias, por tanto requer de grandes ponderações no algoritmo de ajuste (Blakely & Walton, 1984).

Minimizando a Eq. (3.27), obtém-se a variação dos parâmetros:

$$\delta\boldsymbol{\theta} = \left[ \mathbf{S}_j^T \mathbf{W}_\varepsilon \mathbf{S}_j \right]^{-1} \mathbf{S}_j^T \mathbf{W}_\varepsilon \delta \mathbf{z} \quad (3.29)$$

ou para o parâmetro ajustado

$$\boldsymbol{\theta}_{j+1} = \boldsymbol{\theta}_j + \left[ \mathbf{S}_j^T \mathbf{W}_\varepsilon \mathbf{S}_j \right]^{-1} \mathbf{S}_j^T \mathbf{W}_\varepsilon (\mathbf{z}_m - \mathbf{z}_j) \quad (3.30)$$

Uma outra maneira de melhorar o condicionamento das equações 3.25 e 3.28 e adicionar um termo à função objetivo, que irá ponderar as variações dos parâmetros. Neste caso a variação no parâmetro em cada iteração será limitada pela inclusão deste termo na função objetivo, informação desta natureza fica para nível de informações, pois neste trabalho não se fez uso dessa informação.

### 3.3 Método das Direções Conjugadas de Powell

A abordagem teórica do método de otimização da Aproximação por Subproblemas implementado no programa ANSYS tem como referência principal o Método das Direções Conjugadas, proposto por Powell (1964). A descrição do algoritmo aqui apresentado baseia-se em Silva (2000).

O método de Powell é uma técnica que resolve problema de otimização não-linear sem restrição e sem uso de derivada, ele é também denominado como um método de ordem-zero. Métodos de ordem-zero são usados quando o valor da função é obtido com precisão pobre, e, portanto, os valores das derivadas (ou gradientes) não são confiáveis e não devem ser utilizados.

Muitos métodos para a solução de problemas sem restrição foram desenvolvidos para minimizar funções quadráticas, sabendo que a maioria dos problemas não são exclusivamente funções quadráticas. Esse conceito é utilizado porque toda função pode ser bem aproximada por uma função quadrática próxima do mínimo. O método de Powell baseia-se neste conceito.

No método de Powell, em cada iteração a função é minimizada é aproximada localmente por uma função quadrática, do tipo:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{b}^T \mathbf{x} + \mathbf{c} \quad 3.31$$

cujos:

- $\mathbf{f}$  – função a ser minimizada (função objetivo)
- $\mathbf{x}$  – vetor de variáveis independentes

Considerando um conjunto de direções  $\mathbf{s}_i, i=1,2,\dots, Q$  – conjugados linearmente independentes, ou seja:

$$\mathbf{s}_i^T \mathbf{Q} \mathbf{s}_j = 0 \quad \text{para } i \neq j \quad 3.32$$

Se  $f$  for minimizada ao longo de cada direção  $s$ , então seu mínimo será encontrado antes do  $n$ -ésimo, passo independentemente do ponto inicial, desde que os erros de arredondamento não sejam acumulados, onde  $n$  é o número de variáveis. É importante que as direções sejam linearmente independentes, caso contrário não ocorrerá convergência para um mínimo.

A estratégia do método de Powell tem como base as seguintes propriedades: considere que  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2$  são dois pontos e  $s$  é uma direção especificada. Se  $\mathbf{x}_{1s}$  corresponde ao ponto mínimo de  $f$  na linha paralela à  $s$  iniciando em  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_{2s}$  é o ponto mínimo de  $f$  na linha paralela à  $s$  iniciando em  $\mathbf{x}_2$ , então  $s$  e a direção  $(\mathbf{x}_{2s} - \mathbf{x}_{1s})$  serão  $Q$  – conjugadas.

O algoritmo de Powell pode ser descrito como:

1. Busca-se inicialmente minimizar  $f$  ao longo das direções coordenadas, iniciando em  $\mathbf{x}_0^k$  e gerando os novos pontos  $\mathbf{x}_1^k, \dots, \mathbf{x}_n^k$ , sendo  $k$  o número do ciclo;
2. Depois de finalizar a busca univariada é encontrado o índice  $m$  correspondente à direção em que a função  $f$  apresenta o maior decréscimo indo de  $\mathbf{x}_{m-1}^k$  para  $\mathbf{x}_m^k$ ;
3. Calcula-se a direção “padrão”  $\mathbf{s}_p^k = \mathbf{x}_n^k - \mathbf{x}_0^k$  (soma de todos os movimentos univariados) e determina-se o valor de  $\alpha$  que minimiza a função  $f$  tal que:  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0^k + \alpha \mathbf{s}_p^k$ ;
4. Se  $|\alpha| < \left[ \frac{f(\mathbf{x}_0^k) - f(\mathbf{x}_0^{k+1})}{f(\mathbf{x}_{m-1}^k) - f(\mathbf{x}_m^k)} \right]^{1/2}$ , logo utilizam-se as mesmas direções para a próxima busca univariada. Se a equação não for satisfeita, então é feita a substituição da  $m$ -ésima direção pela direção padrão  $\mathbf{s}_p^k$ ;
5. Inicia-se a nova busca univariada com as direções obtidas no passo 4, e em seguida os passos 2, 3, e 4 são repetidos até que a convergência seja atingida, ou que a condição:  $\|\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}^k\| \leq \varepsilon$  seja satisfeita.

A Figura 3.1 ilustra um caminho percorrido pelo método das direções conjugadas de Powell durante as iterações. Maiores detalhes sobre o método de Powell podem ser encontrados em Powell (1977) e Silva (2000).

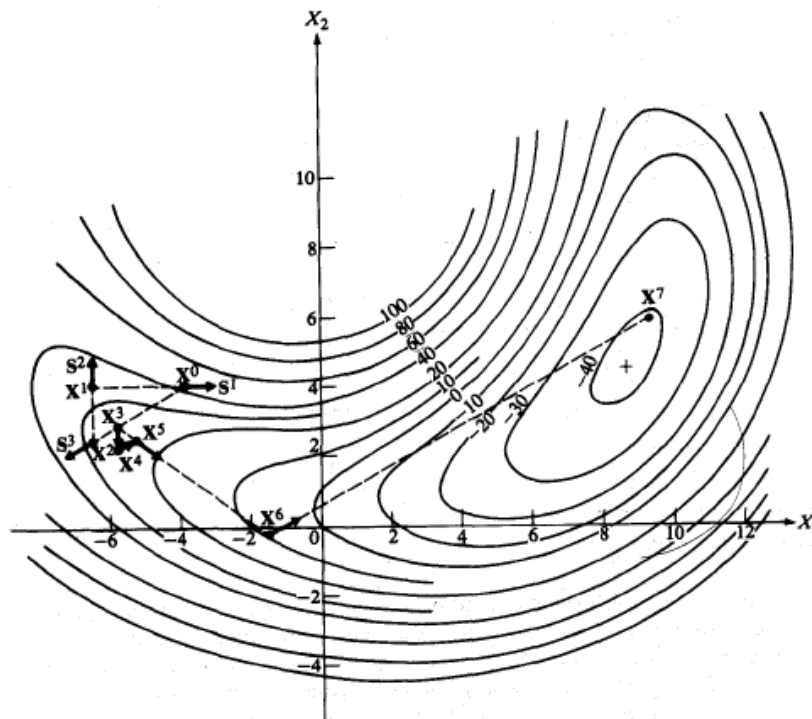


Figura 3.1 – Exemplo do caminho seguido pelo algoritmo de Powell (Silva, 2000).

O método de otimização de aproximação por subproblema implementado no programa ANSYS pode ser descrito como um método de Powell, onde o problema de minimização restrito é convertido em um problema de minimização irrestrita através do uso de funções de penalidade. Devido a complexidade do método e o nível do estudo pretendido nesta dissertação não foi possível estudar o mesmo em toda a sua profundidade. Assim, o método da aproximação por subproblema foi utilizado como uma ferramenta alternativa à aplicação das técnicas de ajuste de modelos em um programa comercial de larga utilização na modelagem de sistemas mecânicos reais. Entretanto, serão apresentados no Capítulo 4 e no Apêndice A os procedimentos e definições das variáveis para uma utilização eficiente do mesmo como uma ferramenta de ajuste de modelos. Informações mais detalhadas de como utilizar o pacote de otimização podem ser obtida através do uso dos manuais do ANSYS e/ou Bastista (2005).

## Capítulo 4

### 4 Análise dos Resultados

Este capítulo apresenta os resultados obtidos com o método da função objetivo (MFO) e o método da aproximação por subproblema (MAS) do programa comercial de elementos finitos, ANSYS, aplicados a três exemplos estruturais. As estruturas utilizadas são: uma viga no plano engastada-livre, uma treliça espacial engastada-livre e um modelo simplificado de uma aeronave livre-livre.

#### 4.1 Viga Engastada-Livre

Neste exemplo o caso de uma viga 2D engastada-livre apresentado por Friswell e Mottershead (1995) e também utilizado por Infantes (2000), é reavaliado para se verificar a implementação computacional em ambiente MatLab de um elemento finito de viga tipo Timoshenko e dos métodos de ajuste de modelos numéricos usando a técnica da função objetivo. Também será avaliado o método da aproximação por subproblemas no programa comercial ANSYS. O problema consiste de uma viga de alumínio de 0,7 m de comprimento com seção transversal retangular de  $0,05 \times 0,025$  m (Figura 4.1).

O engaste é modelado por um elemento de mola translacional (direção  $y$ ) e um rotacional (em torno de  $z$ ), para que permita a variação da rigidez do engaste no procedimento de ajuste. A viga é modelada com sete elementos finitos de viga de comprimentos iguais (Figura 4.1a). Os elementos são do tipo Timoshenko com dois graus de liberdade por nó (deslocamento em  $y$  e

rotação em  $z$ ). Com o objetivo de simular as medidas experimentais, dados pseudo-experimentais são gerados a partir do mesmo modelo de ajuste, dobrando-se, entretanto, o número de elementos, conforme é demonstrado na figura abaixo:

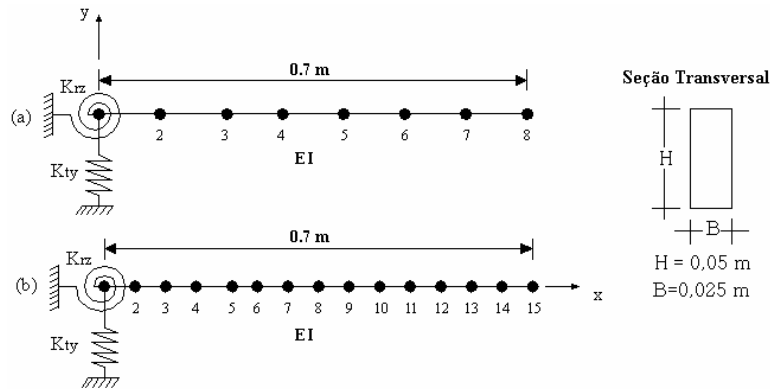


Figura 4.1 - Modelos da Viga Engastada-Livre: (a) discretização do modelo de ajuste e (b) discretização do modelo pseudo-experimental.

Os parâmetros a serem ajustados para este caso foram: a rigidez, a flexão ( $EI$ ) e as constantes de rigidezes translacional ( $K_{ty}$ ) e rotacional ( $K_{rz}$ ) do engaste. A tabela 4.1 mostra os valores destes parâmetros no modelo de ajuste e no modelo pseudo-experimental.

Tabela 4 1 – Parâmetros de Ajuste da Viga.

Parâmetros	Modelo de Ajuste Inicial	Modelo Pseudo-Experimental
$EI$ (N.m <sup>2</sup> )	4500	4550
$K_{ty}$ (N.m <sup>-1</sup> )	2,0E+7	4,0E+7
$K_{rz}$ (N.m/rad)	5,0E+4	10,0E+4

O programa de elementos finitos do MatLab e o programa de elementos finitos comercial ANSYS foram alimentados com os dados do modelo de ajuste, onde uma análise modal numérica foi realizada e os resultados das quatro primeiras frequências naturais obtidas (Tabela 4.2). Conforme pode ser observado, as diferenças dos resultados obtidos no MatLab e no ANSYS são praticamente nulas. Isto se deve ao fato de que ambos os programas usam a mesma formulação de elementos finitos de viga tipo Timoshenko e o mesmo tipo de solução do autoproblema. Estes resultados verificam o programa computacional do elemento finito de viga Timoshenko em ambiente MatLab.



Tabela 4.2 – Comparação da Análise Modal Numérica da Viga no MatLab e ANSYS.

Modo	Frequências Naturais [Hz]	
	MatLab	ANSYS
1°	33,748	33,748
2°	218,962	218,962
3°	606,944	606,944
4°	1138,814	1138,814

## 4.2 Ajuste da Viga com o Método da Função Objetivo

Com base neste método, dois casos foram analisados. No Caso 1 os procedimentos de ajuste foram realizados utilizando-se os mesmos valores apresentados por Friswell e Mottershead (1995), cujos resultados estão apresentados nas tabelas 4.3 e 4.4. No Caso 2 explorou-se a robustez do método utilizando-se valores iniciais dos parâmetros o mais longe possível do espaço de soluções, mas que ainda apresentassem soluções convergentes (tabelas 4.5 e 4.6).

A tabela 4.3 mostra os resultados obtidos para o ajuste das frequências naturais do modelo da viga usando o método da função objetivo, com e sem ponderação, implementado no MatLab. A tabela apresenta as frequências naturais obtidas com o modelo de ajuste com os valores iniciais arbitrados, o modelo ajustado com o método da função objetivo usando os dados pseudo-experimentais com e sem ponderação e o modelo pseudo-experimental. No caso sem ponderação os ajustes são feitos com a inclusão apenas dos autovalores, bem como com a inclusão dos autovalores e autovetores no vetor dos dados experimentais. No caso com ponderação os ajustes são feitos ponderando-se os autovalores e autovetores com um desvio padrão de 0,25% nos autovalores e de 10% para os autovetores. Deve-se destacar que os valores ajustados foram obtidos para as quatro primeiras frequências. As outras frequências (quinta e sexta) são usadas apenas para verificar a qualidade do modelo ajustado.

Tabela 4.3 – Frequências Naturais da Viga por MFO (Caso 1).

Modo	Frequências Naturais [Hz]				Erro [%]		
	Inicial	Ajuste	Ajuste Ponderado	Pseudo-Experimental	(Inicial – P. Exp.)	(Ajuste – P. Exp.)	(Ajuste Ponderado – P. Exp.)
1°	33,74	37,25	37,25	37,300	9,54	0,13	0,13
2°	218,96	234,84	234,52	234,84	6,76	0,00	0,13
3°	606,94	648,52	648,48	648,51	6,41	0,0015	0,0046
4°	1138,81	1230,60	1230,60	1230,59	7,45	0,0008	0,0008
5°	1790,63	1947,44	1947,47	1942,47	7,81	0,2552	0,2567
6°	2631,51	2818,82	2818,87	2784,86	5,50	1,2047	1,2065

A tabela 4.4 apresenta os valores dos parâmetros iniciais arbitrados. São aqueles obtidos pelos modelos ajustados e os do modelo pseudo-experimental.

Tabela 4.4 – Parâmetros de Ajuste da Viga por MFO (Caso 1).

Parâmetros	Inicial	Ajuste	Ajuste Ponderado	Pseudo-Experimental	Erro [%]		
					(Inicial – P. Exp.)	(Ajuste – P. Exp.)	(Ajuste Ponderado – P. Exp.)
$EI$ [N.m <sup>2</sup> ]	4500,0	4610,40	4610,60	4560,0	1,31	1,093	1,097
$K_{ry}$ [N/m]	2,0E+7	3,63E+7	3,63E+7	4,0E+7	50,0	9,25	9,25
$K_{rz}$ [N.m/rad]	5,0E+4	9,51E+4	9,51E+4	10,0E+4	50,0	4,90	4,90

Da tabela 4.3 observa-se que o erro percentual entre os modelos ajustados (com e sem ponderação) e o pseudo-experimental é bem pequeno, confirmando os resultados reportados na literatura (Friswell e Mottershead, 1995) para este procedimento de ajuste. Os resultados para o quinto e sexto modos obtidos com os parâmetros ajustados apresentam erros percentuais maiores que aqueles obtidos para as frequências usadas no ajuste. A inclusão dos autovetores junto com os autovalores no ajuste sem ponderação não altera os resultados obtidos sem a inclusão dos mesmos. De uma forma geral, os resultados do ajuste não ponderado, quando comparados aos ponderados não apresentam diferenças significativas para este exemplo. A tabela 4.4 mostra que em ambos os casos (com e sem ponderação) o parâmetro  $EI$ , cujo erro do parâmetro inicial era pequeno (1,31 %), os parâmetros ajustados (resultados) não convergiram para o valor pseudo-experimental, mas para um valor cujo erro percentual é ligeiramente menor do que o erro do valor inicial. Para os parâmetros  $K_{ry}$  e  $K_{rz}$ , cujo erro do valor inicial é bem mais elevado (50 %), o

comportamento é semelhante, mas com uma redução bem maior do erro (9,25 % em  $K_{ty}$  e 4,90 %  $K_{rz}$ ).

As figuras 4.2 a 4.5 apresentam os gráficos de convergências dos parâmetros de ajuste ( $EI$ ,  $K_{ty}$  e  $K_{rz}$ ) e das quatro primeiras freqüências. Em geral, para todos os casos, os gráficos apresentam convergência abaixo de 1% em torno da quarta ou quinta iteração. O critério de convergência usado foi a norma de Frobenius (MatLab), da variação do vetor de parâmetros.

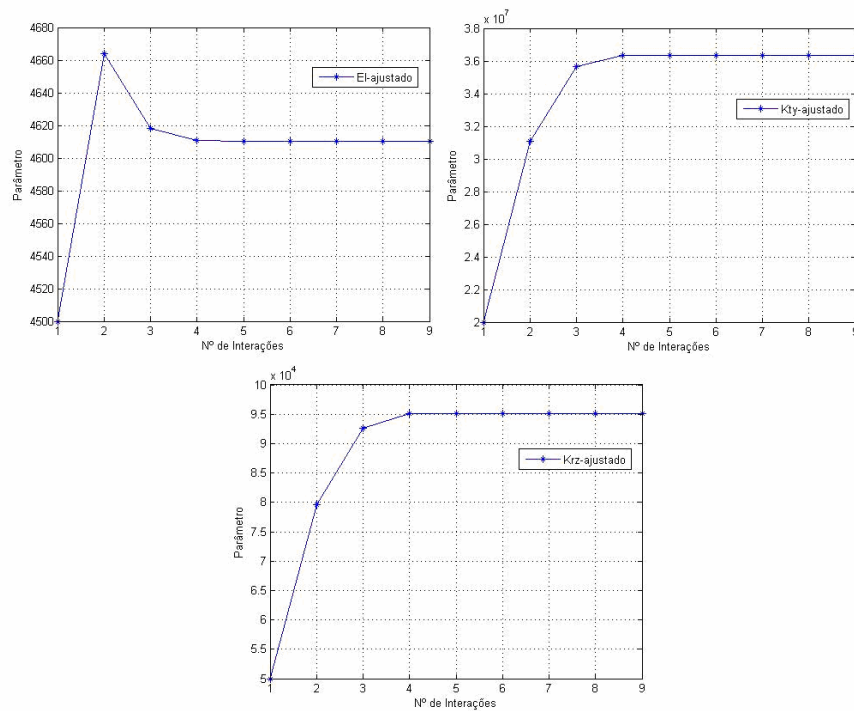


Figura 4.2 - Convergência dos parâmetros de ajuste ( $EI$ ,  $K_{ty}$  e  $K_{rz}$ ), sem ponderação.

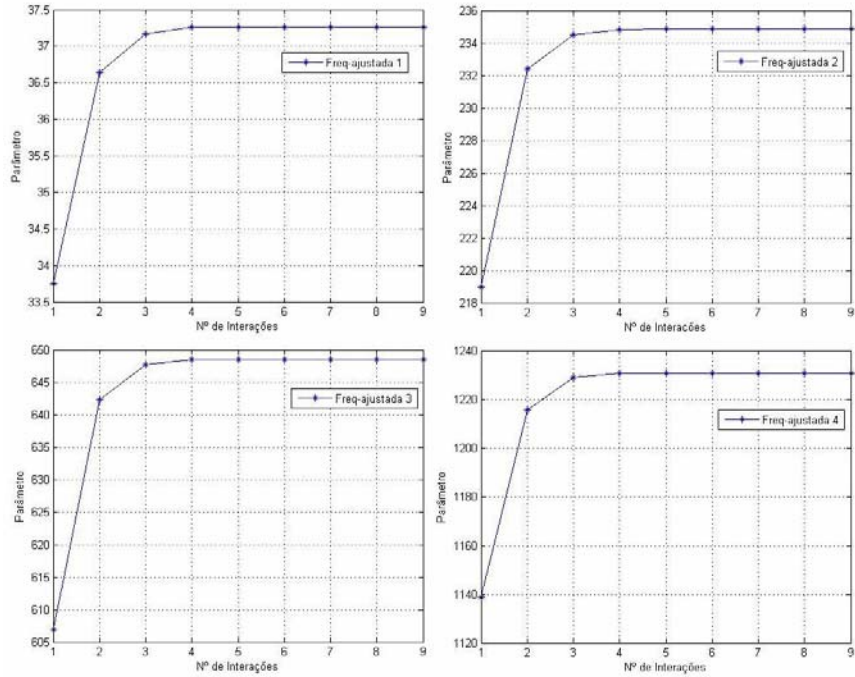


Figura 4.3 - Convergência das frequências ajustadas, caso sem ponderação.

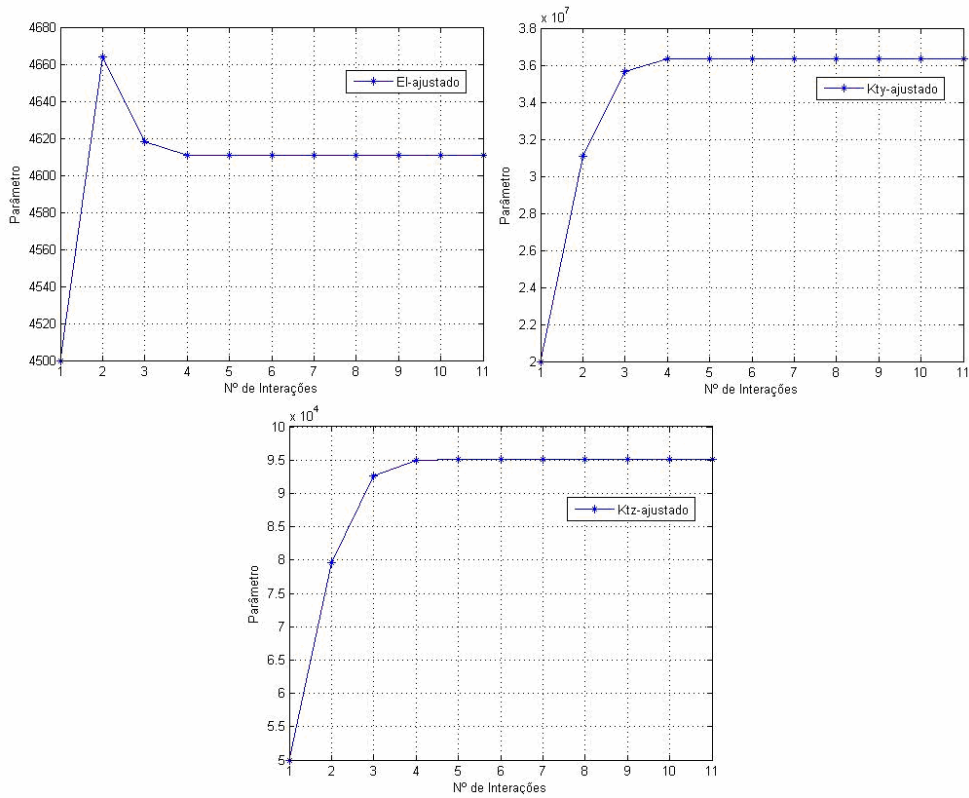


Figura 4.4 - Convergência dos parâmetros ajuste ( $EI$ ,  $K_{ty}$  e  $K_{rz}$ ), caso ponderado.

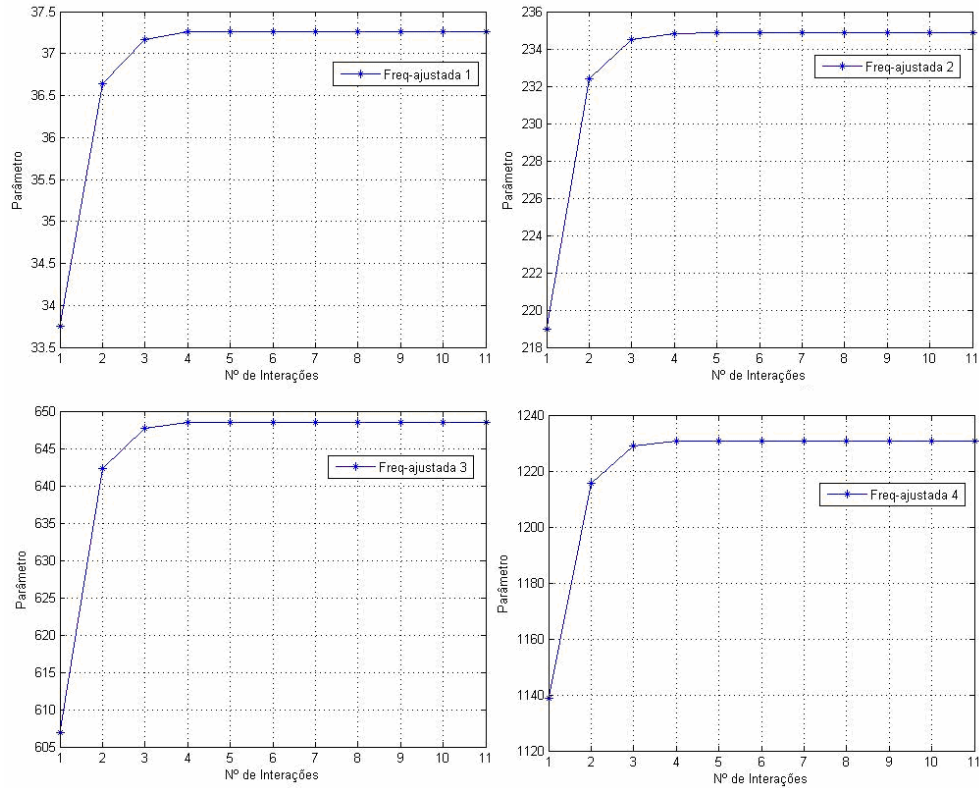


Figura 4.5 - Convergência das frequências ajustadas, caso ponderado.

As tabelas 4.5 e 4.6 mostram os resultados obtidos para o ajuste das frequências naturais do modelo da viga usando o MFO, com e sem ponderação e com erro para os valores iniciais dos parâmetros mais elevados mostrado no Caso 2. Estas apresentam uma condição extrema do método, em que o modelo de ajuste foi alimentado com os valores iniciais dos parâmetros com erros variando de cerca de 20 a 90% em relação aos valores pseudo-experimentais. No caso sem ponderação os ajustes são feitos com a inclusão dos autovalores, bem como com a inclusão dos autovalores e autovetores no vetor dos dados experimentais. No caso com ponderação os ajustes são feitos ponderando-se os autovalores e autovetores com um desvio padrão de 0,25% nos autovalores e de 10% para os autovetores. Observa-se que os valores ajustados foram obtidos para as quatro primeiras frequências, as outras frequências (quinta e sexta) são usadas apenas para verificar a qualidade do modelo ajustado.

Tabela 4.5 – Frequências Naturais da Viga por MFO (Caso 2).

Modo	Frequências Naturais [Hz]				Erro [%]		
	Inicial	Ajuste	Ajuste Ponderado	Pseudo-Experimental	(Inicial – P. Exp.)	(Ajuste – P. Exp.)	(Ajuste Ponderado – P. Exp.)
1°	21,05	37,25	37,25	37,30	43,56	1,13	1,13
2°	172,06	234,84	234,84	234,84	26,10	0,00	0,00
3°	500,79	648,52	648,52	648,51	22,65	0,0015	0,0015
4°	944,04	1230,60	1230,60	1230,59	32,10	0,0008	0,0008
5°	1482,43	1947,43	1947,52	1942,47	23,58	0,2546	0,2593
6°	2210,51	2818,88	2818,91	2784,86	20,62	1,2068	1,2079

Tabela 4.6 – Parâmetros de Ajuste da Viga por MFO (Caso 2).

Parâmetros	Inicial	Ajuste	Ajuste Ponderado	Pseudo-Experimental	Erro [%]		
					(Inicial – P. Exp.)	(Ajuste – P. Exp.)	(Ajuste Ponderado – P. Exp.)
$EI$ [N.m <sup>2</sup> ]	3500	4610,4	4610,6	4560	23,24	1,093	1,097
$K_{ty}$ [N/m]	1,0E+7	3,63E+7	3,63E+7	4,0E+7	75,00	9,25	9,25
$K_{rz}$ [N.m/rad]	1,0E+4	9,51E+4	9,51E+4	10,0E+4	90,00	4,90	4,90

A tabela 4.5 mostra que o erro percentual entre as frequências naturais dos modelos ajustados (com e sem ponderação) e o pseudo-experimental é também muito pequeno, sendo zero em algumas frequências. Os resultados para o quinto e sexto modo obtidos com os parâmetros ajustados apresentam erros percentuais um pouco maiores que aqueles obtidos para as frequências usadas no ajuste. Novamente a inclusão dos autovetores junto com os autovalores no ajuste sem ponderação não altera os resultados obtidos sem a inclusão dos mesmos. Neste caso, também os resultados do ajuste não ponderado quando comparados aos ponderados não apresentam diferenças significativas. A tabela 4.6 mostra que os parâmetros  $EI$ ,  $K_{ty}$  e  $K_{rz}$  convergem para valores próximos dos pseudo-experimentais apresentando um comportamento quase igual ao do Caso 1.

De forma geral podemos concluir que o MFO aplicado a um problema estrutural simples como o de uma viga engastada apresenta um comportamento robusto, com boa convergência das frequências e dos parâmetros de ajuste para os valores medidos.

### 4.3 Ajuste da Viga com Método de Aproximação por Subproblema (MAS)

Antes de analisarmos o problema de ajuste da viga engastada-livre com o Método de Aproximação por Subproblema (MAS) do módulo de otimização de projeto (*Design Optimization*) do ANSYS, foi necessário simplificar o problema original, retirando-se as molas translacional e rotacional e mantendo como parâmetro de ajuste apenas a rigidez e a flexão da viga  $EI$ . O objetivo desta foi aprender com mais critério os mecanismos de entrada dos dados e o estabelecimento das restrições (tolerâncias e limites) no módulo de otimização do programa, para depois aplicar para outros problemas. A figura 4.6 mostra a mesma viga da figura 4.1 onde foram substituídas as molas do engaste flexível por um engaste rígido.

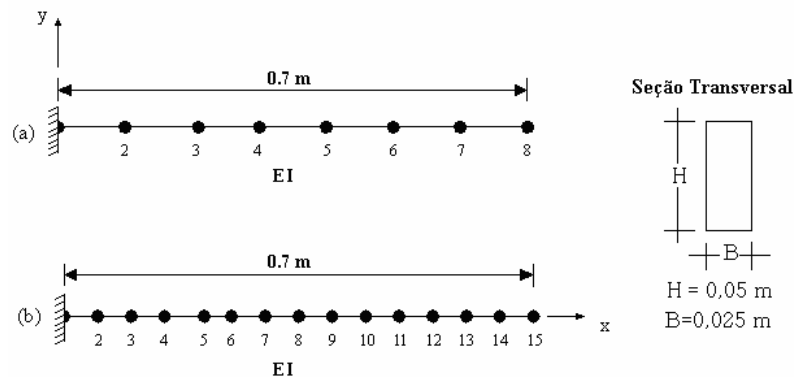


Figura 4.6 - Modelo simplificado da viga engastada-livre: (a) discretização do modelo de ajuste e (b) discretização do modelo pseudo-experimental.

Na construção do modelo da viga engastada-livre simplificada foram utilizado elementos de viga *beam3* (formulação da viga de Timoshenko). O parâmetro de ajuste do modelo  $EI = 4500$   $\text{Nm}^2$ . Antes de iniciar o módulo de otimização (/OPT) foi necessário modelar e gerar a solução de autovalor da viga e armazenar os resultados das frequências calculados para os valores dos parâmetros pseudo-experimentais. Em seguida foi executado o procedimento de otimização.

Na otimização foram definidas para o programa a função objetivo (diferença quadrática das frequências medidas e calculadas), as variáveis de projeto (*DV*), as quais são os parâmetros de ajuste do modelo ( $EI$ ), as variáveis de estado (*SV*), as quais são os dados medidos (frequências naturais pseudo-experimentais), os limites de *SD* e *SV*, os quais são as restrições dos parâmetros de ajuste e das frequências calculadas, as tolerâncias de *SD* e *SV*, as quais são os limites de

variação dos parâmetros de ajuste e das freqüências calculadas a cada iteração e a tolerância da função objetivo, a qual é o limite de sua variação a cada iteração.

Os valores das tolerâncias e dos limites estão definidos na Tabela 4.7. Estes valores foram arbitrados de forma que estivessem dentro de uma faixa de valores possíveis (*feasible*) do espaço de solução do problema ótimo. Os limites da variável de projeto (*EI*) foram escolhidos com base na variação admissível para o módulo de elasticidade do material (*E*) do qual não se espera que varie mais do que cerca de 1 a 2%. Neste caso, o valor do momento de inércia (*I*) foi mantido constante. Os limites das freqüências naturais calculadas foram escolhidos com base na variação das freqüências naturais medidas (pseudo-experimentais), das quais não se esperam variações superiores a 0.25% do seu valor. As tolerâncias admissíveis a cada iteração foram escolhidas conforme a recomendação do programa (*default*), ou seja,  $0,01 \times (\text{MAX} - \text{MIN})$  para as variáveis de projeto e de estado e  $0,01 \times (\text{valor da função objetivo no passo anterior})$  para a função objetivo.

Tabela 4.7 – Tolerâncias e Limites das Variáveis da Viga Simplificada.

Tolerâncias das variáveis de projetos ( <i>DV</i> )	$EI$ [N.m <sup>2</sup> ]	$0,01(EI_{\max} - EI_{\min})$	
Tolerâncias das variáveis de estado ( <i>SV</i> )	$f_{\text{cal}}$	$0,01(f_{\text{cal}_{\max}} - f_{\text{cal}_{\min}})$	
Tolerâncias da função objetivo ( <i>OBJ</i> )	<i>Obj</i>	$0,01Obj$	
Limites das variáveis de projetos ( <i>DV</i> )	$EI$ [N.m <sup>2</sup> ]	max.	4600
		min.	4500
Limites das variáveis de estado ( <i>SV</i> )	$f_{\text{cal}}$	max.	$1,0025 f_{\text{exp}}$
		min.	$0,9925 f_{\text{exp}}$

A tabela 4.8 mostra os resultados obtidos para o ajuste das freqüências naturais do modelo da viga simplificada usando o método da aproximação por subproblemas no ANSYS. A tabela apresenta as freqüências naturais obtidas pelo modelo de ajuste com os valores iniciais arbitrados, pelo modelo ajustado com MAS usando os dados pseudo-experimentais e o modelo pseudo-experimental.



Tabela 4.8 – Frequências Naturais da Viga Simplificada por MAS.

Modo	Frequências Naturais [Hz]			Erro [%]	
	Inicial	Ajustado	Pseudo-Experimental	(Inicial – P. Experimental)	(Ajustado – P. Experimental)
1°	41,66	41,77	41,94	0,66	0,40
2°	259,98	260,62	261,65	0,63	0,39
3°	723,64	725,41	727,41	0,51	0,27
4°	1409,20	1412,70	1411,44	0,15	0,08
5°	2318,85	2324,51	2334,26	0,66	0,42
6°	3453,58	3462,02	3476,53	0,66	0,41

Novamente deve ser observado que os valores ajustados foram obtidos para os quatro primeiros modos. Os outros modos (quinto e sexto) são usados apenas para verificar a qualidade do modelo ajustado. A tabela 4.9 apresenta os valores dos parâmetros iniciais arbitrados. Aqueles obtidos pelo modelo ajustado e os do modelo pseudo-experimental.

Tabela 4.9 - Parâmetros de Ajuste da Viga Simplificada por MAS.

Parâmetros	Inicial	Ajustado	Pseudo-Experimental	Erro [%]	
				(Inicial – P. Exp.)	(Ajustado – P. Exp.)
$EI$ (N.m <sup>2</sup> )	4500	4522,0	4560	1,31	0,833

A tabela 4.8 mostra que o erro percentual entre as frequências naturais dos modelos ajustados e o pseudo-experimental é bem pequeno. Os resultados para o quinto e sexto modo obtidos com os parâmetros ajustados apresentem erros percentuais nas frequências um pouco menores que aqueles obtidos com os parâmetros iniciais. Neste caso os ajustes foram realizados apenas com os autovalores e não há casos ponderados. Contudo, foi aplicada restrição com relação aos valores máximos e mínimos dentro do qual o parâmetro pode variar. A tabela 4.9 mostra que o parâmetro  $EI$  converge para valores próximos dos pseudo-experimentais com erro percentual inferior ao do valor inicial.

Outras avaliações do mesmo problema com valores diferentes de tolerâncias e limites dos parâmetros e das frequências foram realizadas e os resultados obtidos estiveram praticamente coincidentes com aqueles apresentados nas tabelas 4.8 e 4.9. Desta forma, podemos concluir que a entrada dos dados do problema, as especificações da função objetivo, das variáveis de projeto e

de estado, suas tolerâncias e limites estão corretos e apresentam os resultados esperados para o problema da viga engastada simplificada.

A viga engastada–livre com flexibilidade no engaste (proporcionado por elementos de molas) foi modelada com elementos de viga *beam3* e para simular a flexibilidade do engaste foi utilizado o elemento de mola *combin14*. Os parâmetros de ajuste do modelo e seus valores são os mesmos mostrados na Tabela 4.1.

Na otimização foram definidas como variáveis de projeto os parâmetros de ajuste do modelo ( $EI$ ,  $K_{ty}$  e  $K_{tz}$ ) e como variáveis de estado as frequências naturais calculadas. Os Casos 1 e 2 do item 4.2 são analisados com o MAS usando-se os mesmos valores iniciais dos parâmetros e das frequências pseudo-experimentais (tabelas 4.3 a 4.6). Mantiveram-se as mesmas tolerâncias como indicadas (*default*) no programa (tabela 4.11). Os mesmos limites para as variáveis de estado (tabela 4.10), enquanto variaram-se os limites das variáveis de projeto. No Caso 1 foram utilizadas duas variações dos limites dos parâmetros de ajuste: uma em que estes foram arbitrados com valores em torno dos valores dos parâmetros de ajuste que geraram as frequências pseudo-experimentais (Caso 1a); e outra em que os limites mínimos dos parâmetros de ajuste coincidem com os valores iniciais arbitrados e os máximos são escolhidos como cerca de 2,0% a mais do valor inicial dos parâmetros de ajuste para  $EI$  e o dobro do valor inicial para  $K_{ty}$  e  $K_{tz}$  (Caso 1b). No Caso 2 os limites mínimos dos parâmetros de ajuste coincidem com os valores iniciais arbitrados e os máximos são escolhidos arbitrariamente mas limitados à mesma ordem de grandeza do parâmetro (tabela 4.10).

Tabela 4.10 – Limites das Variáveis da Viga.

Variável	Parâmetro	Faixa	Limites		
			Caso 1a	Caso 1b	Caso 2
Projeto ( <i>DV</i> )	$EI$ [N.m <sup>2</sup> ]	max.	4600	4600	5000
		min.	4500	4500	3500
	$K_{ty}$ [N/m]	max.	3,00 E+7	2,00 E+7	10,00 E+7
		min.	5,00 E+7	4,00 E+7	1,00 E+7
	$K_{tz}$ [N.m/rad]	max.	11,00 E+4	4,00 E+4	10,00 E+4
		min.	9,00 E+4	6,00 E+4	1,00 E+4
Estado ( <i>SV</i> )	$f_{cal}$	max.	1,0025	1,0025	1,0025
		min.	0,9925	0,9925	0,9925

Tabela 4.11 – Tolerâncias das Variáveis da Viga.

Tolerâncias das variáveis de projetos (DV)	$EI$ [N.m <sup>2</sup> ]	$0,01(EI_{\max}-EI_{\min})$
	$K_{ty}$ [N/m]	$0,01(K_{ty-\max}-K_{ty-\min})$
	$K_{tz}$ [N.m/rad]	$0,01(K_{tz-\max}-K_{tz-\min})$
Tolerâncias das variáveis de estado (SV)	$f_{cal}$	$0,01(f_{cal-\max}-f_{cal-\min})$
Tolerâncias da função objetivo	$Obj$	$0,01Obj$

As tabelas 4.12 a 4.14 mostram a evolução passo – a – passo dos resultados obtidos para o ajuste das frequências naturais e dos parâmetros do modelo da viga usando o MAS para os Casos 1a , 1b e 2, respectivamente. As figuras 4.7 a 4.12 mostram os correspondentes gráficos de convergência dos parâmetros e das frequências naturais, respectivamente. Estes resultados demonstram que os Casos 1a e 1b convergem para soluções possíveis dos parâmetros e das frequências, enquanto para o Caso 2 isto não acontece. Este fato está associado com os erros dos parâmetros iniciais mais elevados e com as restrições impostas à variação dos parâmetros (limites do *DV*), onde no Caso 2 aplicou-se uma faixa de variação bastante elevada (uma ordem de grandeza em  $K_{ty}$  e  $K_{tz}$ ). Esta combinação faz com que o método não encontre soluções possíveis (*feasible*) devido o ponto inicial estar muito longe da solução ótima e as restrições em torno da solução estejam muito abertas. Contudo, conhecendo-se a ordem de grandeza do parâmetro e usando tentativa e erro, é possível ir restringindo este espaço através de um acompanhamento criterioso da evolução da convergência dos parâmetros em função de novos valores dos limites das restrições de cada parâmetro.

Tabela 4.12 – Evolução das Frequências Naturais e Parâmetros de Ajuste da Viga por MAS (Caso 1a).

	SET 1 ( I NFEASI BLE)	SET 2 ( I NFEASI BLE)	SET 3 ( I NFEASI BLE)	SET 4 ( I NFEASI BLE)	SET 5 ( I NFEASI BLE)	SET 6 ( FEASI BLE)	* SET 7* ( FEASI BLE)
FCAL1 (SV)	> 33.749	37.290	> 37.421	37.343	37.277	37.360	37.381
FCAL2 (SV)	> 218.95	234.98	> 235.51	234.32	234.92	235.21	235.32
FCAL3 (SV)	> 606.88	649.59	> 650.91	> 642.85	> 650.98	649.54	649.55
FCAL4 (SV)	> 1138.6	> 1235.6	> 1238.8	> 1208.1	> 1244.5	1233.8	1232.8
EI 7 (DV)	4500.0	4584.7	4569.2	4584.8	4532.0	4586.5	4597.0
KY7 (DV)	> 0.20000E+08	0.39144E+08	0.40751E+08	0.30067E+08	0.45855E+08	0.38143E+08	0.37333E+08
KZ7 (DV)	> 50000.	97760.	0.10236E+06	99382.	0.10164E+06	99384.	99108.
OBJT (OBJ)	10457.	26.447	73.819	539.10	199.35	11.329	5.9555

Tabela 4.13 – Evolução das Frequências Naturais e Parâmetros de Ajuste da Viga por MAS (Caso 1b).

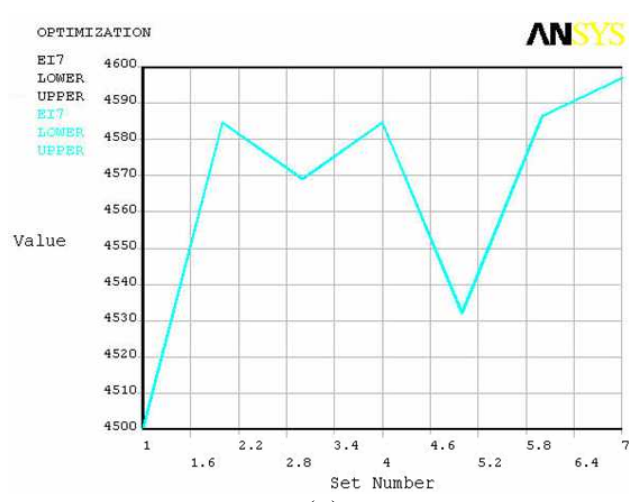
	SET 1 ( I NFEASI BLE)	SET 2 ( I NFEASI BLE)	SET 3 ( I NFEASI BLE)	SET 4 ( I NFEASI BLE)	SET 5 ( I NFEASI BLE)	SET 6 ( I NFEASI BLE)	SET 7 ( I NFEASI BLE)
FCAL1 (SV)	> 33.749	> 35.752	> 36.432	> 36.006	> 36.226	> 36.679	> 36.791
FCAL2 (SV)	> 218.95	> 228.12	> 230.68	> 227.40	> 230.05	> 232.38	> 232.81
FCAL3 (SV)	> 606.88	> 632.27	> 637.10	> 620.39	> 638.36	643.93	644.49
FCAL4 (SV)	> 1138.6	> 1198.0	> 1205.2	> 1150.1	> 1216.5	1225.7	1225.5
EI 7 (DV)	4500.0	4584.7	4569.2	4584.8	4532.0	4590.4	4593.7
KY7 (DV)	0.20000E+08	0.29144E+08	0.30751E+08	0.20067E+08	0.35855E+08	0.36421E+08	0.35983E+08
KZ7 (DV)	50000.	69400.	80896.	73455.	79106.	84176.	86183.
OBJT (OBJ)	10457.	1377.4	795.85	7336.9	326.52	51.166	47.033
	SET 8 ( I NFEASI BLE)	SET 9 ( I NFEASI BLE)	SET 10 ( I NFEASI BLE)	SET 11 ( FEASI BLE)	* SET 12* ( FEASI BLE)		
FCAL1 (SV)	> 36.969	> 36.980	> 37.015	37.141	37.058		
FCAL2 (SV)	233.51	233.54	233.59	234.03	233.86		
FCAL3 (SV)	645.48	645.47	644.91	645.55	646.33		
FCAL4 (SV)	1225.4	1225.1	1222.2	1222.5	1227.5		
EI 7 (DV)	4598.1	4598.5	4599.4	4591.0	4589.4		
KY7 (DV)	0.35478E+08	0.35342E+08	0.34237E+08	0.34382E+08	0.36313E+08		
KZ7 (DV)	89569.	89782.	90497.	93871.	92063.		
OBJT (OBJ)	38.020	41.027	86.170	74.829	15.762		

Tabela 4.14 – Evolução das Frequências Naturais e Parâmetros de Ajuste da Viga por MAS (Caso 2).

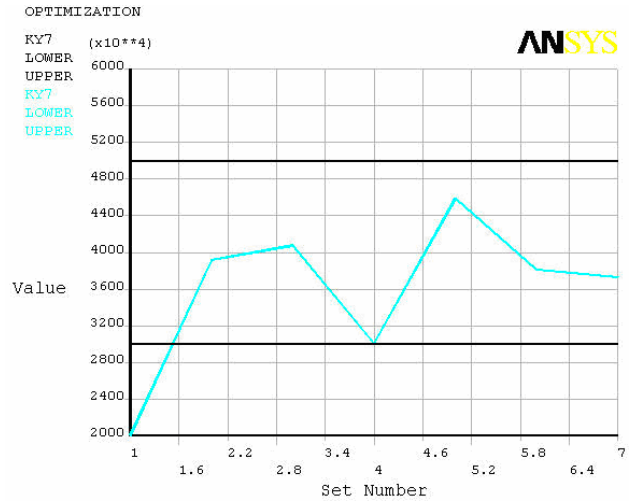
	SET 1 ( I NFEASI BLE)	SET 2 ( I NFEASI BLE)	SET 3 ( I NFEASI BLE)	SET 4 ( I NFEASI BLE)	SET 5 ( I NFEASI BLE)	SET 6 ( I NFEASI BLE )	SET 7 ( I NFEASI BLE)
FCAL1 (SV)	> 21.051	> 33.756	> 35.366	> 34.597	> 33.503	> 37.941	> 36.133
FCAL2 (SV)	> 172.06	> 225.13	> 228.02	> 219.96	> 215.57	> 241.83	> 232.50
FCAL3 (SV)	> 500.79	> 642.66	> 642.21	> 584.79	> 608.67	> 678.86	> 654.00
FCAL4 (SV)	> 944.04	> 1256.0	> 1247.8	> 1055.2	> 1190.4	> 1321.3	> 1269.3
EI 7 (DV)	3500.0	4770.8	4538.6	4771.8	3980.4	4874.5	4697.7
KY7 (DV)	0.10000E+08	0.51147E+08	0.58380E+08	0.10300E+08	0.81346E+08	0.91316E+08	0.59123E+08
KZ7 (DV)	10000.	44919.	65613.	52219.	62392.	91797.	69979.
OBJT (OBJ)	0.10815E+06	785.89	387.28	35069.	3591.6	9191.5	1531.1
	SET 8 ( I NFEASI BLE)	SET 9 ( I NFEASI BLE)	SET 10 ( I NFEASI BLE)	SET 11 ( I NFEASI BLE)	* SET 12* ( I NFEASI BLE)		
FCAL1 (SV)	> 35.887	> 36.192	> 36.952	> 36.952	> 37.508		
FCAL2 (SV)	> 232.48	233.54	234.40	234.40	> 236.89		
FCAL3 (SV)	> 658.55	> 658.08	> 651.77	> 651.77	> 654.23		
FCAL4 (SV)	> 1290.4	> 1279.4	> 1248.4	> 1248.4	> 1239.8		
EI 7 (DV)	4718.1	4768.5	4637.2	4637.2	4748.2		
KY7 (DV)	0.93198E+08	0.62069E+08	0.44000E+08	0.44000E+08	0.34870E+08		
KZ7 (DV)	65891.	68160.	86595.	86595.	91261.		
OBJT (OBJ)	3678.3	2471.3	327.30	327.30	121.55		

Onde:

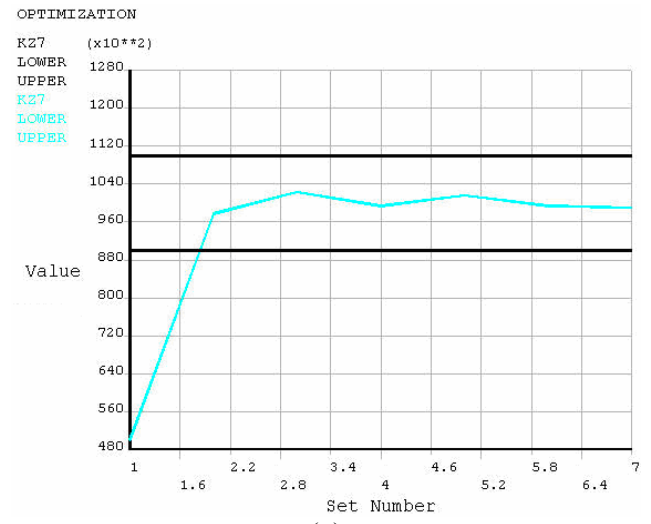
- FCAL1 – Primeira frequência ajustada;
- FCAL2 – Segunda frequência ajustada;
- FCAL3 – Terceira frequência ajustada;
- FCAL4 – Quarta frequência ajustada;
- EI7 – Rigidez à flexão ajustada;
- KY7 – Rigidez translacional ajustada;
- KZ7 - Rigidez torcional ajustada;
- OBJT – Função objetivo.
- \* \* - Melhor valor proposto pelo programa de *FEASI BLE*
- > - Sinal indicativo do parâmetro que deu *I NFEASI BLE*



(a)

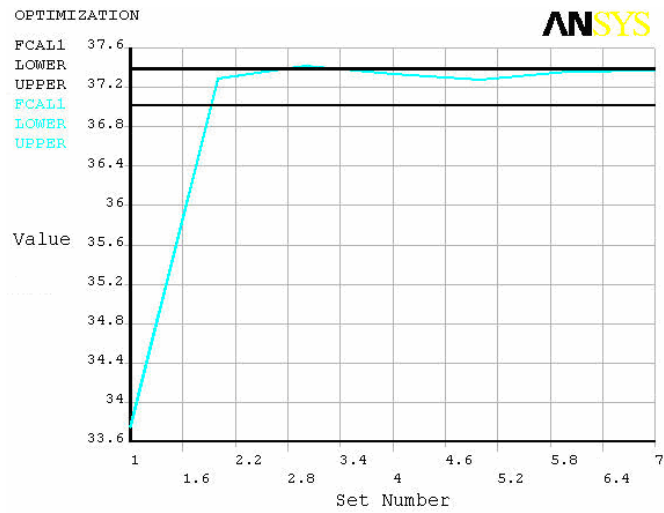


(b)

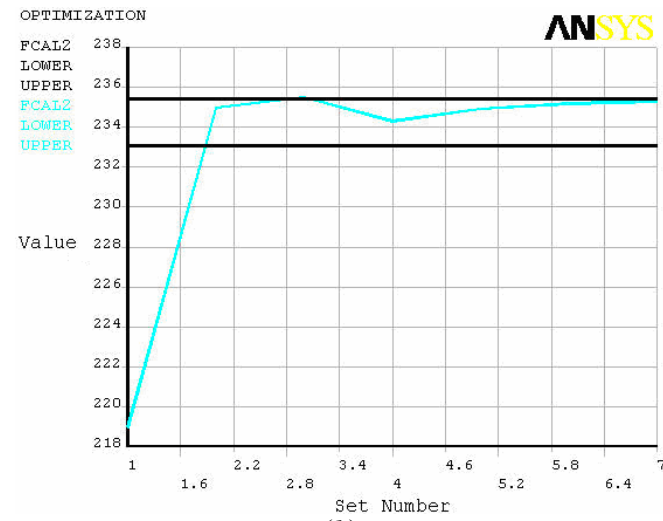


(c)

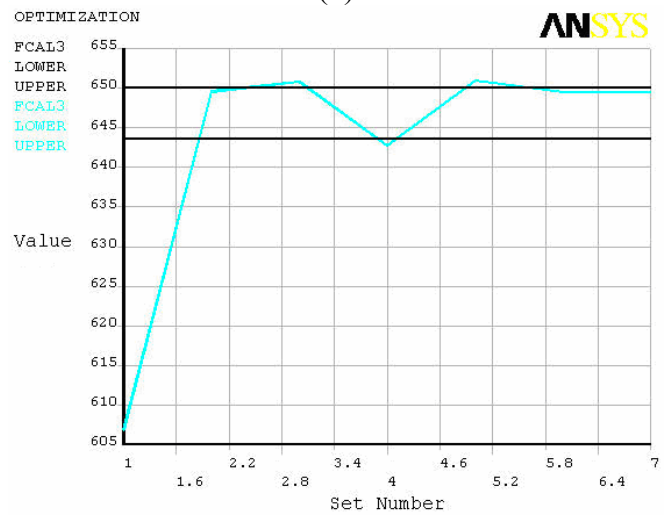
Figura 4.7 - Convergência dos parâmetros ajuste por MAS (Caso 1a): (a)  $EI$ ; (b)  $K_{ty}$ ; e (c)  $K_{rz}$ .



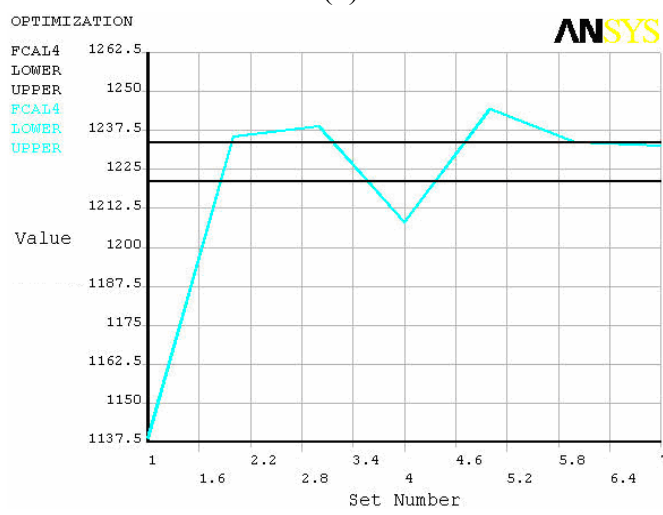
(a)



(b)

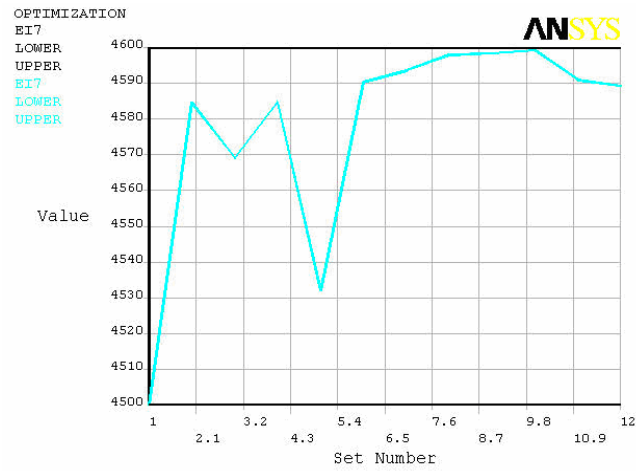


(c)

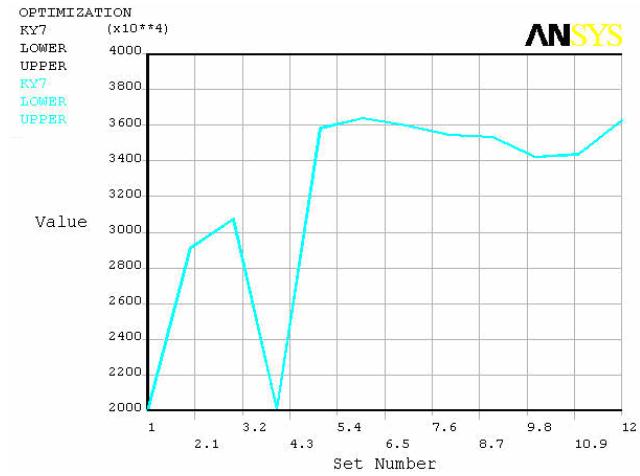


(d)

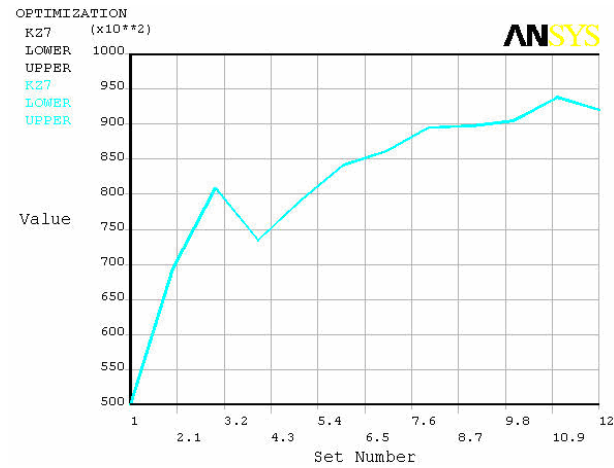
Figura 4.8 - Convergência das frequências naturais ajustadas por MAS (Caso 1a): (a) 1º; (b) 2º; (c) 3º; e (c) 4º frequências .



(a)



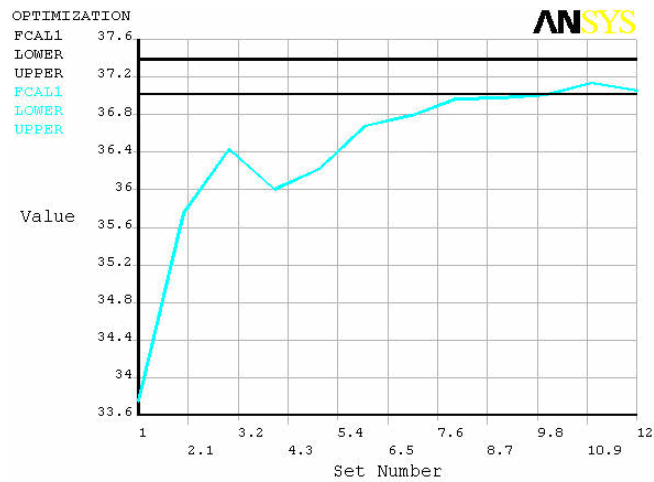
(b)



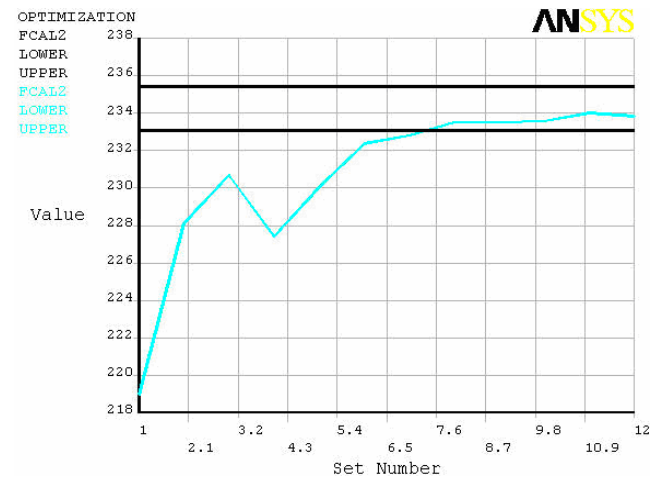
(c)

Figura 4.9 – Convergência dos parâmetros ajuste por MAS (Caso 1b): (a)  $EI$ ; (b)  $K_y$ ; e (c)  $K_z$ .

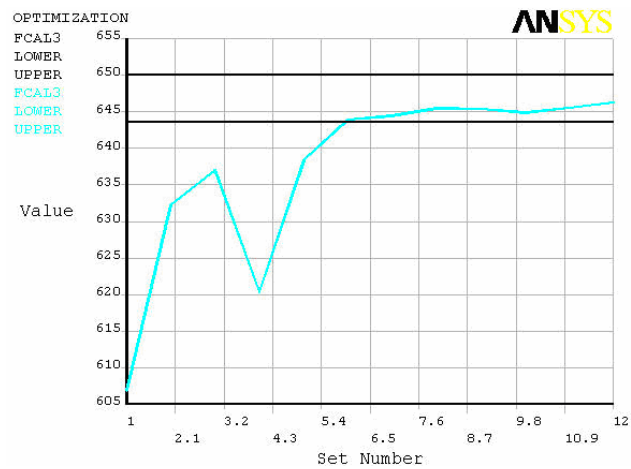




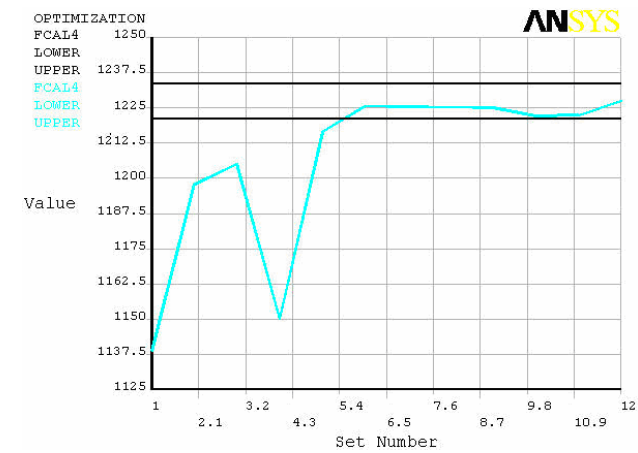
(a)



(b)

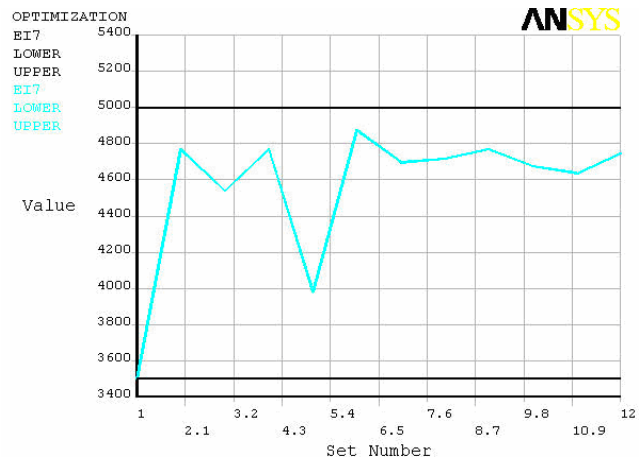


(c)

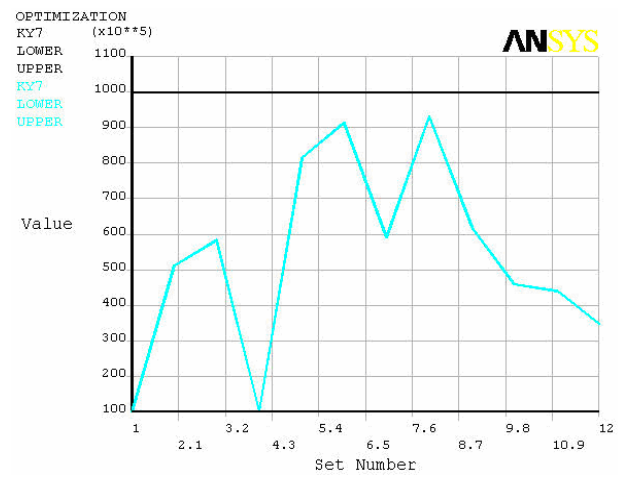


(d)

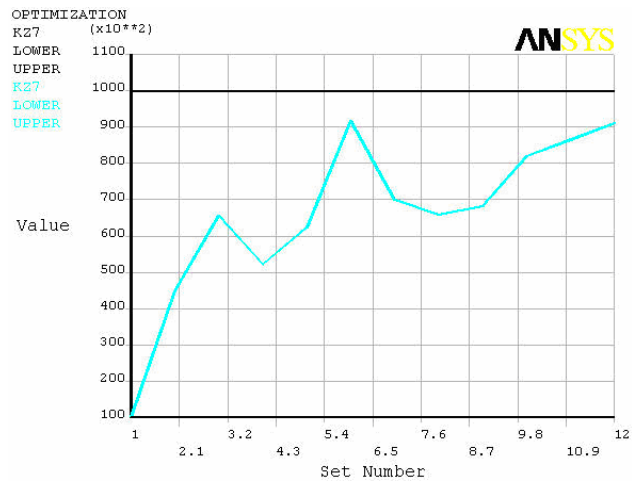
Figura 4.10 – Convergência das frequências naturais ajustadas por MAS (Caso 1b): (a) 1°; (b) 2°; (c) 3°; e (c) 4° frequências.



(a)

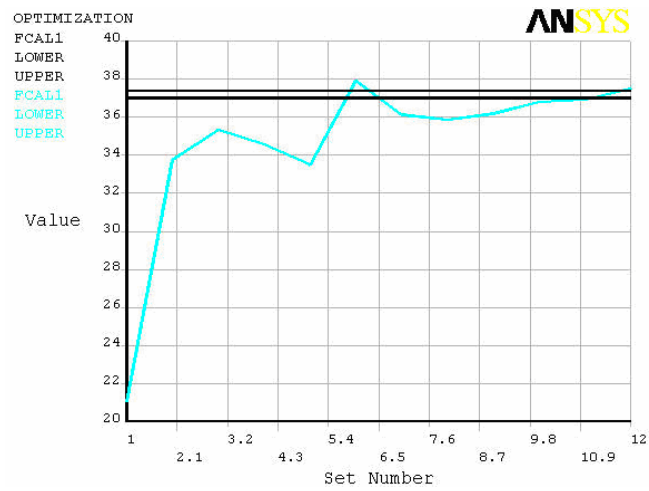


(b)

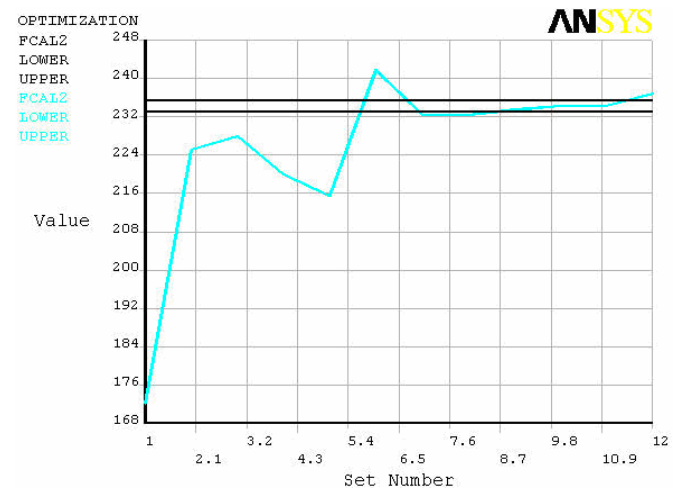


(c)

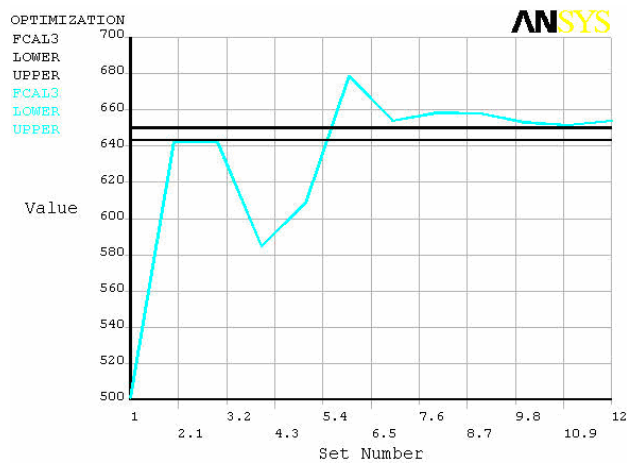
Figura 4.11 – Convergência dos parâmetros ajuste por MAS (Caso 2): (a)  $EI$ ; (b)  $K_{ty}$ ; e (c)  $K_{rz}$ .



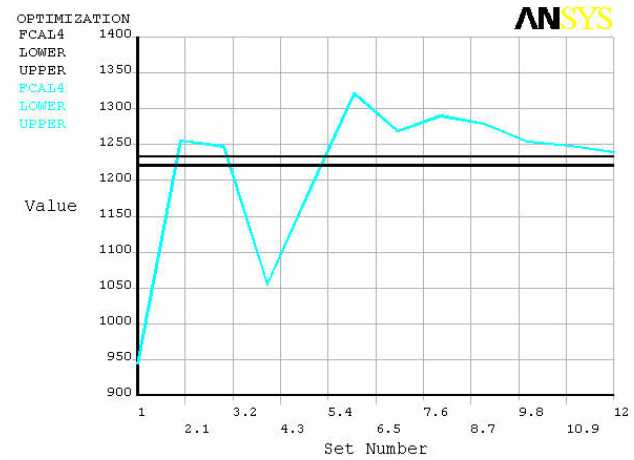
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.12 - Convergência das frequências naturais ajustadas por MAS (Caso 2): (a) 1º; (b) 2º; (c) 3º; e (c) 4º frequências.

A tabela 4.15 apresenta as frequências naturais do Caso 1a e 1b obtidos através do modelo de ajuste com os valores iniciais arbitrados, o modelo ajustado com MAS, usando os dados pseudo-experimentais, e o modelo pseudo-experimental.

Tabela 4.15 – Frequências Naturais da Viga por MAS (Caso 1a e 1b).

	Frequências Naturais [Hz]			Erro [%]		
	Modo	Inicial	Ajustado	Pseudo-Experimental	(Inicial – P. Experimental)	(Ajustado – P. Experimental)
Caso 1a	1°	33,74	37,38	37.300	9,55	0,21
	2°	218,95	235,31	234.84	6,76	0,19
	3°	606,88	649,54	648.52	6,42	0,15
	4°	1138,64	1232,75	1230.61	7,47	0,17
	5°	1790,28	1951,78	1942.49	7,83	0,47
	6°	2630,67	2823,95	2784.91	5,53	1,38
Caso 1b	1°	33,74	37,05	37.300	9,55	0,67
	2°	218,95	233,83	234.84	6,76	0,43
	3°	606,88	646,31	648.52	6,42	0,34
	4°	1138,64	1227,43	1230.61	7,47	0,25
	5°	1790,28	1943,97	1942.49	7,83	0,076
	6°	2630,67	2813,65	2784.91	5,53	1,02

Novamente os valores ajustados foram obtidos para os quatro primeiros modos, enquanto, o quinto e o sexto são usados apenas para verificar a qualidade do modelo ajustado. A tabela 4.16 apresenta os valores dos parâmetros iniciais arbitrados (aqueles obtidos pelo modelo ajustado) e os do modelo pseudo-experimental para o Caso 1a e 1b.

Tabela 4.16 - Parâmetros de Ajuste da Viga por MAS (Caso 1a e 1b).

	Frequências Naturais [Hz]			Erro [%]		
	Parâmetros	Inicial	Ajustado	Pseudo-Experimental	(Inicial – P. Experimental)	(Ajustado – P. Experimental)
Caso 1a	EI (N.m <sup>2</sup> )	4500,0	4597,0	4560	1,31	0,80
	K <sub>ty</sub> (N.m <sup>-1</sup> )	2,0E+7	3,73E+7	4,00E+7	50,00	6,75
	K <sub>tz</sub> (N.m/rad)	5,00E+4	9,91E+4	10,00E+4	50,00	0,90
Caso 1b	EI (N.m <sup>2</sup> )	4500,0	4589,4	4560	1,31	0,64
	K <sub>ty</sub> (N.m <sup>-1</sup> )	2,00E+7	3,63E+7	4,00E+7	50,00	9,25
	K <sub>tz</sub> (N.m/rad)	5,00E+4	9,20E+4	10,00E+4	50,00	8,00

A tabela 4.15 mostra que para ambos os Casos (1a e 1b) o erro percentual das frequências entre o modelo ajustado e o pseudo-experimental é também bem pequeno para este procedimento de ajuste. Também, para ambos os casos, os resultados das frequências do quinto e sexto modo obtidas com os parâmetros ajustados apresentam

erros percentuais bem menores quando comparadas àqueles obtidos com valores iniciais. As mesmas conclusões podem ser aplicadas em relação à tabela 4.16.

As tabelas 4.17 e 4.18 mostram uma comparação dos resultados do ajuste dos modelos realizados pelo método da função objetivo (Caso 1) com os do método da aproximação por subproblemas (Caso 1b).

Tabela 4.17 – Frequências Naturais da Viga por MFO (Caso 1) e MAS (Caso 1b).

Modo	Frequências Naturais [Hz]			Erro [%]		
	Ajustado		Pseudo-Experimental	Ajustado – P. Experimental		(MFO–MAS)
	MFO	MAS		MFO	MAS	
1°	37,25	37,05	37,30	0,107	0,67	0,53
2°	234,84	233,83	234,84	0,000	0,43	0,43
3°	648,52	646,31	648,51	0,001	0,34	0,34
4°	1230,60	1227,43	1230,59	0,0008	0,25	0,25
5°	1947,44	1943,97	1942,47	0,25	0,076	0,17
6°	2818,82	2813,65	2784,86	1,20	1,02	0,18

Tabela 4.18 – Parâmetros da Viga por MFO (Caso 1) e MAS (Caso 1b).

Parâmetros	Ajustado		Pseudo-Experimental	Erro [%]		
	MFO	MAS		Ajustado – P. Experimental		(MFO–MAS)
				MFO	MAS	
EI [N.m <sup>2</sup> ]	4610,40	4589,4	4560	1,093	0,64	0,45
K <sub>ty</sub> [N.m <sup>-1</sup> ]	3,63E+7	3,63E+7	4,00E+7	9,25	9,25	0,00
K <sub>rz</sub> [N.m/rad]	9,51E+4	9,20E+4	10,00E+4	4,90	8,00	3,25

Na tabela 4.17 observa-se que para todas as frequências o MFO apresenta um erro bem menor do que aqueles obtidos com o MAS, exceção feita à quinta e sexta frequências onde este resultado se inverte. A tabela 4.18 mostra um comportamento similar em relação aos parâmetros. Deve ser observado que as diferenças percentuais entre o MFO e MAS apresentam valores bem pequenos indicando que ambos os métodos apresentam comportamentos similares no ajuste dos parâmetros e das frequências. Contudo, deve ser enfatizado que em ambos os métodos os erros máximos já são bem pequenos (em torno de 1% para frequências e de 10% para os parâmetros) e que devido ao MAS do Caso 1b já estar implementado em um programa de MEF

comercial, facilita sobremaneira a sua aplicação direta na solução de problemas reais de engenharia.

#### 4.4 Treliça Espacial Engastada-Livre

A segunda estrutura em estudo é uma treliça espacial engastada-livre (figura 4.13). A mesma foi idealizada por Kashangaki, 1992, com o objetivo de obtenção do grau de Doutor em Engenharia Espacial pela Universidade de Michigan. Kashangaki construiu esta treliça espacial com dois propósitos fundamentais em sua tese: o primeiro para ajuste estrutural em relação aos dados experimentais e o segundo na identificação e localização de danos estruturais.

A estrutura foi constituída com elementos do tipo barra, com três graus de liberdade por nó, possuindo um total de 36 nós, sendo quatro engastados, somando um total de 96 graus de liberdade.

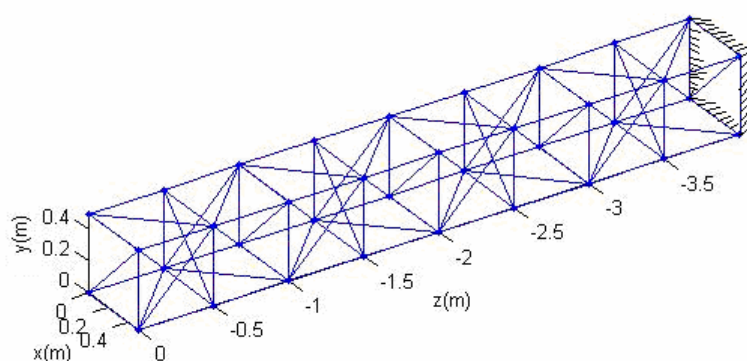


Figura 4.13 - Dimensões Principais da Treliça Espacial.

A tabela 4.19 mostra as dimensões e as propriedades mecânicas das barras longitudinais e transversais da treliça.

Tabela 4.19 – Propriedades das Barras da Treliça.

Descrição	Longitudinal	Diagonal
Comprimento [m]	0,5	0,7071
Rigidez [N/m]	2,2844E+6	1.5790E+6
$(EA_{\text{efetivo}})$ [N]	1,1422E+6	1,1165E+6

Os valores das frequências naturais e formas dos modos experimentais da treliça foram obtidos por Kashangaki através de uma análise modal experimental da treliça.

No ensaio experimental três acelerômetros foram fixados em cada um dos 32 nós da treliça para medir as acelerações em cada nó nas 3 direções ( $x$ ,  $y$  e  $z$ ), conforme apresentado na figura 4.14.

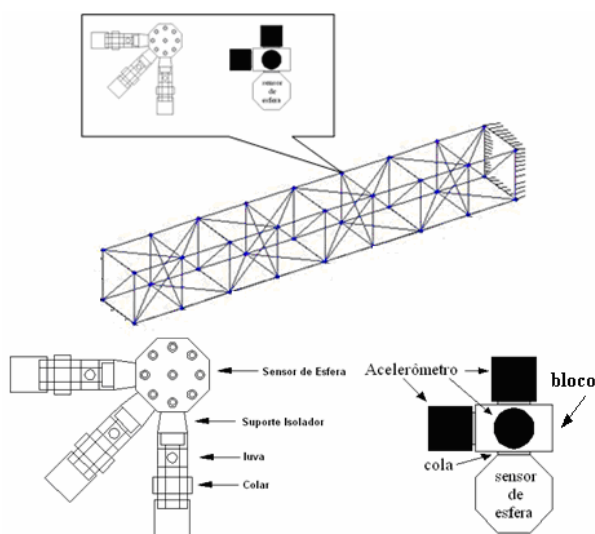


Figura 4.14 - Montagem dos Acelerômetros na Treliça.

As massas adicionais correspondentes às massas dos sensores de medição apresentaram valores de massa significativos. Assim, estes foram incorporados no modelo numérico (Tabela 4.20).

Tabela 4.20 - Massas dos Componentes da Treliça.

Descrição	Massa [g]	Quantidade	Total [g]
Conector de esferas	5,85	36	210,6
Barra longitudinal	28,75	68	1955
Barra diagonal	37,33	41	1530,53
Montagem da junta	7,62	218	1661,16
Bloco dos acelerômetros	11,0	32	352
		<b>TOTAL:</b>	<b>5709,29</b>

As frequências naturais numéricas foram calculadas através de dois programas: um deles através do MatLab (Simmermacher e Zimmerman, 1996) utilizando um elemento de barra com 3 graus de liberdade/nó e outro através do ANSYS com o mesmo tipo de elemento (*link8*). A tabela 4.21 mostra os valores das frequências naturais obtidas numericamente no MatLab, no ANSYS e experimentalmente. Os valores numéricos foram obtidos com os dados e propriedades descritas nas tabelas 4.19 e 4.20, mas com os valores das áreas das barras longitudinais e diagonais unitários.

Tabela 4.21 - Frequências Naturais da Treliça.

Modo	<i>Frequências Naturais [Hz]</i>			
	Numérica			<i>Experimental</i>
	MatLab	ANSYS	Erro [%]	
1°	15,993	15,770	1,414	13,875
2°	16,588	16,359	1,399	14,478
3°	52,994	52,783	3,997	48,413
4°	75,437	74,568	1,165	64,033
5°	81,263	80,397	1,077	67,463

As frequências numéricas calculadas no MatLab e ANSYS apresentam erros percentuais da ordem de até quase 4%. Acredita-se que os mesmos decorram da formulação dos elementos e dos métodos de solução do problema de autovalor. Os correspondentes modos numéricos obtidos no MatLab e ANSYS apresentam as mesmas formas como mostrados na figura 4.15, enquanto os experimentais estão mostrados na figura 4.16.



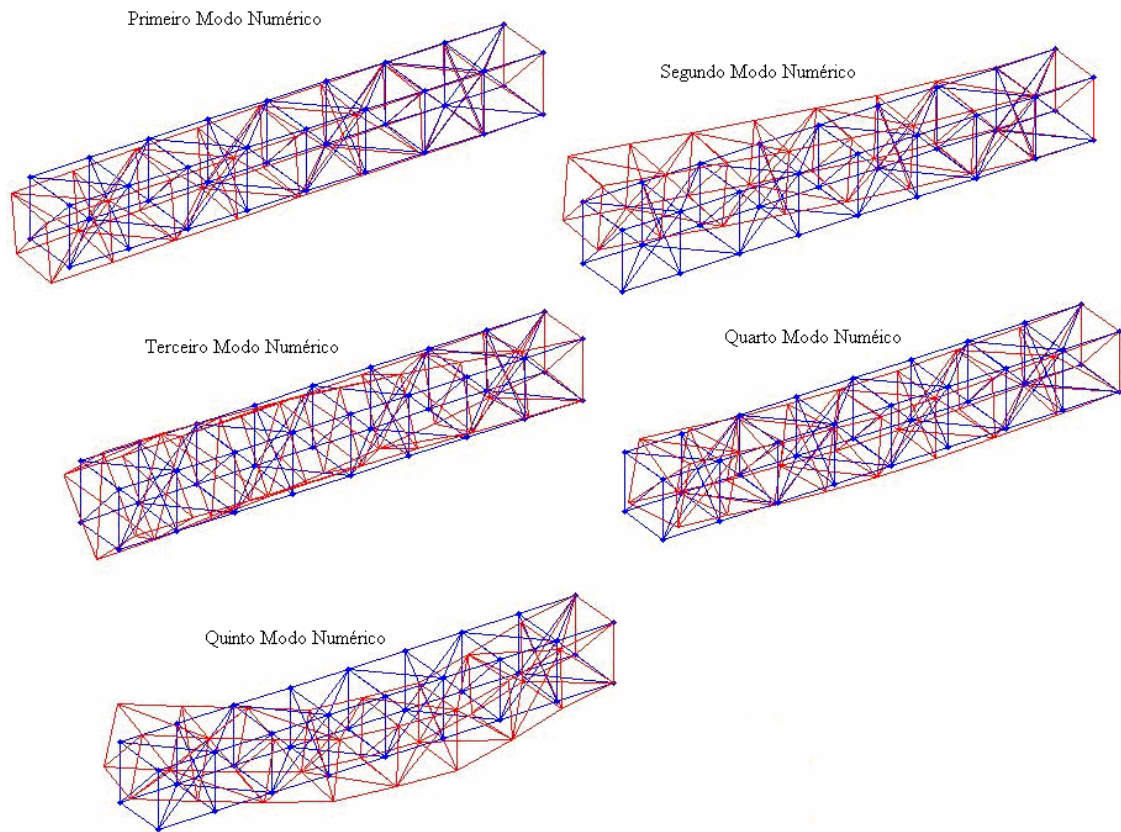


Figura 4.15 – Modos Numéricos da Treliça (MatLab e ANSYS).

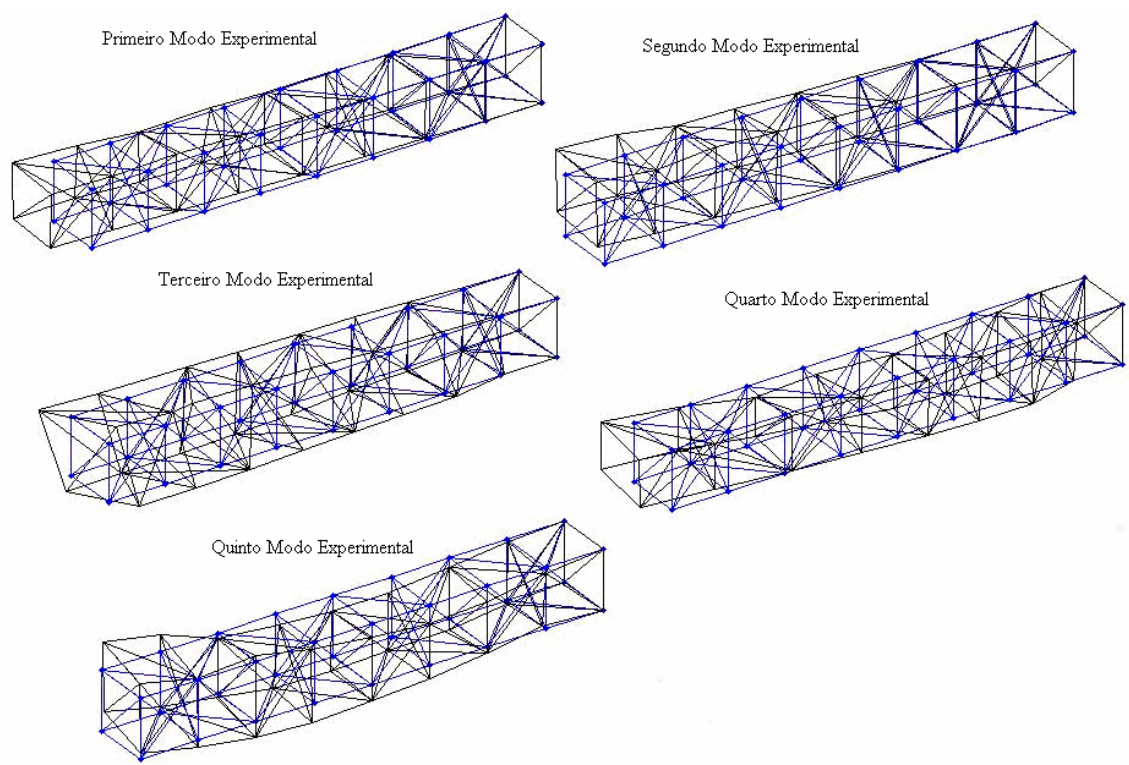


Figura 4.16 – Modos Experimentais.

#### 4.5 Ajuste da Treliça com o Método da Função Objetivo

A treliça espacial foi analisada pelo método MFO utilizando-se como variável de ajuste o  $EA_{\text{efetivo}}$  das barras longitudinais ( $EA1$ ) e diagonais ( $EA2$ ). Os valores iniciais são iguais aos apresentados na tabela 4.19, considerando-se, entretanto, as áreas das barras longitudinais e diagonais unitárias.

A tabela 4.22 mostra os resultados obtidos para o ajuste das frequências naturais do modelo da treliça usando o método da função objetivo, com e sem ponderação, calculado no MatLab. A tabela apresenta as frequências naturais obtidas com o modelo de ajuste com os valores iniciais arbitrados, o modelo ajustado com o método da função objetivo usando os dados experimentais com e sem ponderação e o modelo experimental. No caso sem ponderação os ajustes são feitos com a inclusão dos autovalores, bem como com a inclusão dos autovalores e autovetores no vetor dos dados experimentais. No caso com ponderação os ajustes são feitos ponderando-se os autovalores e autovetores com um desvio padrão de 0,25 % nos autovalores e de 10 % para os autovetores. Observa-se que os valores ajustados foram obtidos para as quatro primeiras frequências. A quinta frequência é usada apenas para verificar a qualidade do modelo ajustado.

Tabela 4.22 – Frequências Naturais da Treliça por MFO.

Modo	Frequências (Hz)				Erro (%)		
	Inicial	Ajuste	Ajuste Ponderado	Experimental	Inicial – Exp.	Ajuste – Exp.	Ajuste Ponderado – Exp.
1°	15,99	13,25	13,25	13,87	17,15	4,48	4,51
2°	16,58	13,75	13,75	14,48	12,72	5,26	5,03
3°	52,99	48,40	48,41	48,41	8,64	0,02	0,0004
4°	75,43	64,05	64,04	64,03	15,11	0,02	0,0006
5°	81,26	69,46	69,47	67,46	16,98	2,88	2,88

A tabela 4.23, apresenta os valores dos parâmetros iniciais arbitrados, aqueles obtidos pelos modelos ajustados e os do modelo pseudo-experimental.

Tabela 4.23 – Parâmetros de Ajuste da Treliça por MFO.

Parâmetros	Inicial	Ajuste	Ajuste Ponderado
$EA_1$ [N]	1,1422E+6	0,77188E+6	0,77136E+6
$EA_2$ [N]	1,1165E+6	0,93186E+6	0,93210E+6

A tabela 4.22 mostra que os erros percentuais entre os modelos ajustados (com e sem ponderação) e o experimental foram pequenos, neste caso. O resultado para o quinto modo obtido com os parâmetros ajustados apresenta erro percentual menor em comparação às duas primeiras frequências e maior para a terceira e quarta frequência. Também, neste caso, a inclusão dos autovetores junto com os autovalores no ajuste sem ponderação não altera os resultados obtidos com a inclusão apenas dos autovalores. De uma forma geral, os resultados do ajuste não ponderado, quando comparados aos ponderados, não apresentam diferenças significativas para este caso. A tabela 4.23 mostra que em ambos os casos (com e sem ponderação) os parâmetros  $EA_1$  e  $EA_2$  convergem para valores ligeiramente diferentes dos correspondentes valores iniciais, mas de mesma ordem de grandeza.

As figuras 4.17 e 4.18 apresentam os gráficos de convergências dos parâmetros de ajuste ( $EA_1$  e  $EA_2$ ) e das quatro primeiras frequências. Em geral, para todos os casos os gráficos apresentam convergência abaixo de 1% em torno da quarta iteração. O critério de convergência usado foi a norma de Frobenius da variação do vetor de parâmetros.

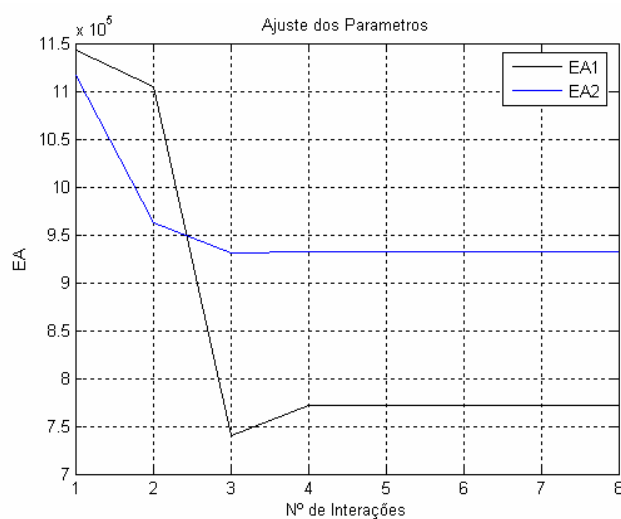


Figura 4.17 – Convergência dos parâmetros ajuste ( $EA_1$  e  $EA_2$ ), caso não ponderado.

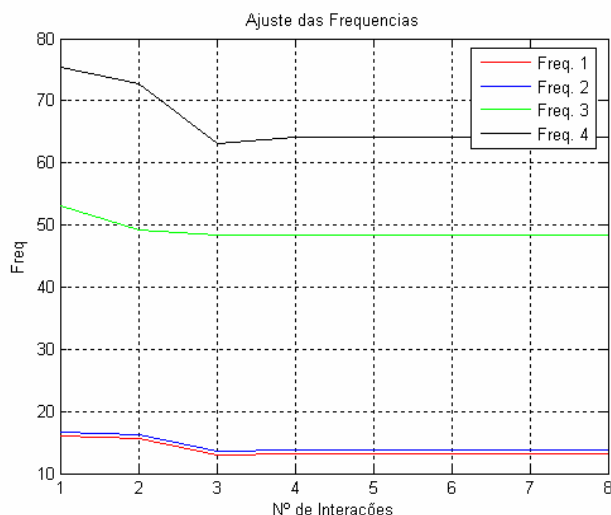


Figura 4.18 – Convergência das frequências ajustadas, caso não ponderado.

#### 4.6 Ajuste da Treliça com o Método da Aproximação por Subproblema

Pelo método da aproximação por subproblema a treliça espacial foi analisada considerando-se o mesmo utilizado no cálculo com o MFO, ou seja, tem a finalidade de ajustar a rigidez  $EA_{\text{efetiva}}$  (longitudinal e diagonal) da treliça. A treliça foi modelada com elementos de barra *link8*. Os parâmetros de ajuste do modelo e seus valores ( $EA1$  e  $EA2$ ) são os mesmos mostrados na Tabela 4.19.

Na otimização foram usados como variáveis de projeto os parâmetros de ajuste do modelo ( $EA1$  e  $EA2$ ) e como variáveis de estado as frequências naturais calculadas. Mantiveram-se as mesmas tolerâncias como indicadas (*default*) no programa (tabela 4.25). Os mesmos limites das variáveis de estado e das variáveis de projeto variaram conforme a tabela 4.24. Neste caso foram utilizadas variações dos limites dos parâmetros de ajuste em torno daqueles obtidos com o MFO, enquanto a variação dos limites das frequências foi sendo variada até obter-se uma solução possível.

Tabela 4.24 – Limites das Variáveis da Treliça.

Variável	Parâmetro	Faixa	Limites
Projeto ( <i>DV</i> )	$EA1$	max.	1,0E+06
		min.	1,0E+05
	$EA2$	max.	1,0E+06
		min.	1,0E+05
Estado ( <i>SV</i> )	$f_{\text{cal}}$	max.	1,0325
		min.	0,9675

Tabela 4.25 – Tolerâncias das Variáveis da Treliça (Caso 1).

Tolerâncias das variáveis de projetos (DV)	$EA1$	$0,01(EA1_{\max}-EA1_{\min})$
	$EA2$	$0,01(EA2_{\max}-EA2_{\min})$
Tolerâncias das variáveis de estado (SV)	$f_{cal}$	$0,01(f_{cal-\max}-f_{cal-\min})$
Tolerâncias da função objetivo	$Obj$	$0,01Obj$

As tabelas 4.26 e 4.27 mostram os resultados para o modelo da treliça usando o MAS para o ajuste das frequências naturais e dos parâmetros, respectivamente.

Tabela 4.26 – Frequências naturais da Treliça por MAS.

Modos	Frequências Naturais [Hz]			Erro [%]	
	Inicial	Ajustada	Experimental	Inic. – Exp.	Ajust. – Exp.
1°	15,770	13,950	13,875	12,016	0,537
2°	16,359	14,471	14,478	11,498	0,048
3°	52,783	46,693	48,412	8,281	3,550
4°	74,568	65,964	64,033	14,128	2,927
5°	80,397	71,120	67,463	16,087	5,142

Tabela 4.27 – Parâmetros de Ajuste da Treliça por MAS.

Parâmetros	Iniciais	Ajustados
$EA1$ [N]	1,1422E+6	0,89383E+6
$EA2$ [N]	1,1165E+6	0,84433E+6

A tabela 4.26 mostra que os erros percentuais entre o modelo ajustado (MAS) e o experimental foram bem pequenos neste caso para as duas primeiras frequências, porém para a terceira e quarta deram valores maiores em comparação as duas primeiras. O resultado para o quinto modo obtido com os parâmetros ajustados apresenta erro percentual maior que aqueles obtidos para as frequências usadas no ajuste. A tabela 4.27 mostra que os parâmetros  $EA1$  e  $EA2$  convergem para valor bem próximo dos correspondentes valores iniciais e de mesma ordem de grandeza.

As figuras 4.19 e 4.20 mostram os correspondentes gráficos de convergência dos parâmetros e das frequências naturais, respectivamente. Estes resultados demonstram que neste caso os resultados convergem para soluções possíveis dos parâmetros e das frequências.

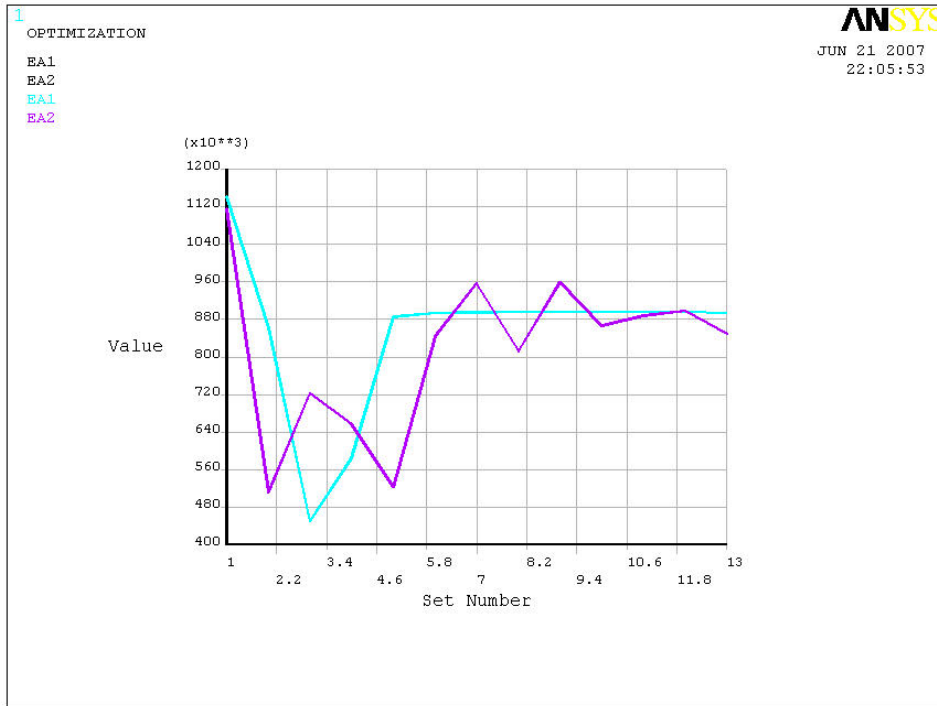


Figura 4.19 – Convergência dos parâmetros (EA1 e EA2) ajustados por MAS.

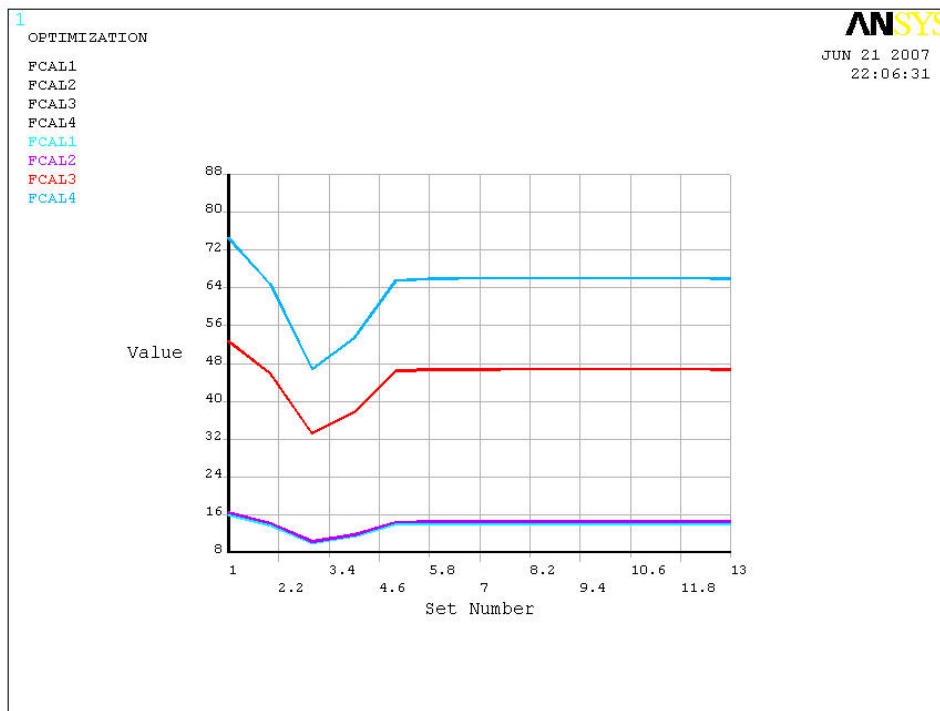


Figura 4.20 – Convergência das frequências naturais (FCAL1, FCAL2, FCAL3 e FCAL4 ) por MAS.

As tabelas 4.28 e 4.29 mostram uma comparação dos resultados do ajuste dos modelos realizados pelo método da função objetivo (MFO) com os do método da aproximação por subproblemas (MAS).

Tabela 4.28 – Frequências Naturais da Treliza por MFO e MAS.

Modo	Frequências Naturais [Hz]			Erro [%]		
	Ajustado		Experimental	Ajustado – P. Experimental		(MFO–MAS)
	MFO	MAS		MFO	MAS	
1°	13,250	13,950	13,875	4,511	0,537	5,017
2°	13,750	14,471	14,478	5,028	0,048	4,982
3°	48,410	46,693	48,412	0,0004	3,550	3,546
4°	64,037	65,964	64,033	0,0006	2,927	2,921
5°	69,469	71,120	67,463	2,887	5,142	2,321

Tabela 4.29 – Parâmetros da Treliza por MFO e MAS.

Parâmetros	Ajustado		Erro [%]
	MAS	MFO Ponderado	(MFO –MAS)
<i>EA1</i> [N]	0,8938E+6	0,7713E+6	13,705
<i>EA2</i> [N]	0,8443E+6	0,9321E+6	9,419

Na tabela 4.28 observa-se que para todas as frequências o MAS apresenta um erro bem menor do que aqueles obtidos com o MFO. O mesmo continua para a quinta frequência. A tabela 4.29 mostra um comportamento parecido em relação aos parâmetros. Observa-se que as diferenças percentuais entre o MFO e MAS apresentam valores da ordem de 13,7% para o *EA1* e 9,4% para o *EA2*. Percebe-se que ambos os métodos apresentam comportamentos similares no ajuste dos parâmetros. Contudo, deve ser enfatizado que em ambos os métodos os erros máximos já são bem pequenos (em torno de 3,5% para frequências) e que devido ao MAS já estar implementado em um programa de MEF comercial facilita sobremaneira a sua aplicação direta na solução de problemas reais de engenharia.

#### 4.7 Modelo Simplificado de Aeronave Livre-livre

A estrutura de estudo é o modelo simplificado de uma aeronave livre-livre. A estrutura faz parte de um estudo de *benchmark* sobre análise modal experimental conduzido por “Structures and Materials Action Group (SM-AG19) of the Group for Aeronautical Research and Technology in Europe (GARTEUR)”. A figura 4.21 mostra uma foto da estrutura da aeronave em estudo e a figura 4.22 mostra suas dimensões com a localização dos pontos de excitação e de medição.



Figura 4.21 – Foto do modelo da aeronave.

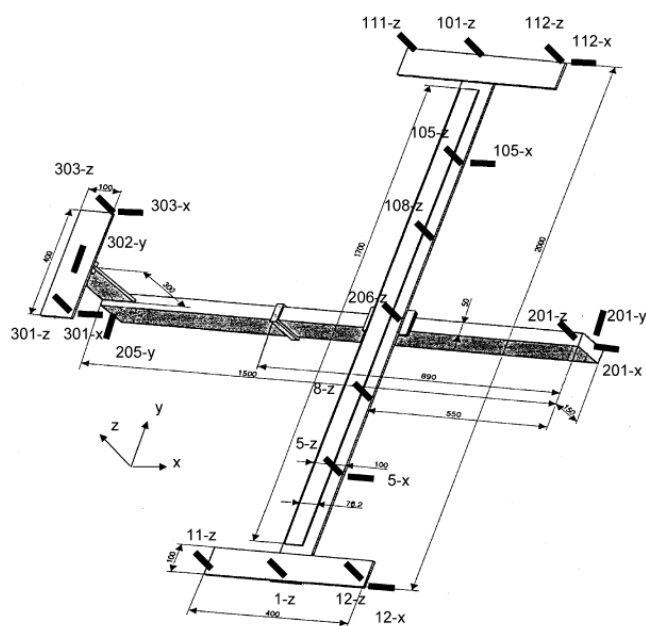


Figura 4.22 – Dimensões e pontos de excitação e medição do modelo da aeronave.



A aeronave é constituída de fuselagem, asa e cauda, feitas de vigas prismáticas de alumínio. Amortecimento foi introduzido na asa através de um adesivo viscoelástico colocado na parte superior da mesma. Os dados experimentais do ensaio foram obtidos na University of Manchester, no qual obtiveram no teste modal 24 funções de resposta em frequência dentro de uma faixa de frequência de 0-80 Hz. Dados e informações específicas podem ser obtidas no trabalho de Link e Friswell, 2003.

A aeronave foi modelada utilizando o programa ANSYS (Figura 4.23), em que se utilizou o elemento de viga *beam44* que consiste de um elemento uni-axial, tridimensional, linear com 6 graus de liberdade/nó e capacidades de análise a tração-compressão, torção e flexão. Este elemento permite ainda a utilização de seção transversal variável e do deslocamento da posição da linha neutra em relação ao centróide da seção transversal.

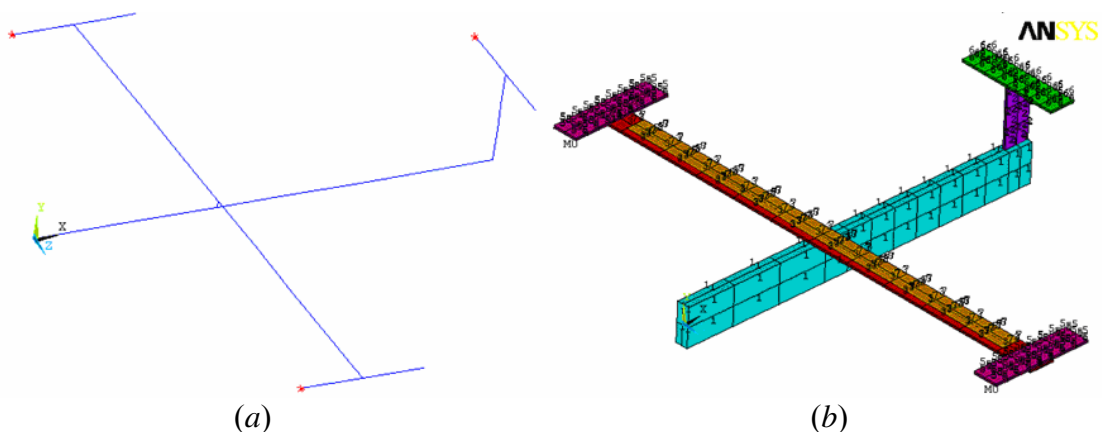


Figura 4.23 – Representação da estrutura da aeronave no ANSYS: (a) Simplificada; (b) Mostrando as seções transversais das vigas.

Com a finalidade de verificar o erro que a modelagem de um elemento de viga com a linha neutra deslocada causaria na solução do problema, foi feita a análise modal numérica de um problema simples de uma viga livre–livre. O modelo de referência consiste de uma viga de alumínio de 1,0 m de comprimento com seção transversal retangular de base  $b = 0.04$  m e altura  $h = 0,004$  m (Figura 4.24a). A viga de teste tem o mesmo comprimento e é feita do mesmo material, mas sua seção transversal é feita por uma composição de duas seções transversais (Figura 4.24b), da seguinte forma: a seção transversal inferior mantém o mesmo valor da base da viga de referência ( $b = 0.04$  m), mas, a altura é reduzida para  $h_1 = h/2 = 0.002$  m e a posição da sua linha neutra em

relação ao centróide da viga de referência é deslocada de  $h_1/2$  para baixo. A seção superior é construída da mesma forma que a inferior, mas, a posição da sua linha neutra em relação ao centróide da viga de referência é deslocada de  $h_1/2$  para cima. Esta verificação foi realizada com objetivo de usar esta técnica na modelagem de um material viscoelástico que foi colocado na parte superior da asa da aeronave.

A tabela 4.30 mostra os resultados para as 8 primeiras frequências naturais obtidas no ANSYS e o erro entre os dois casos analisados.

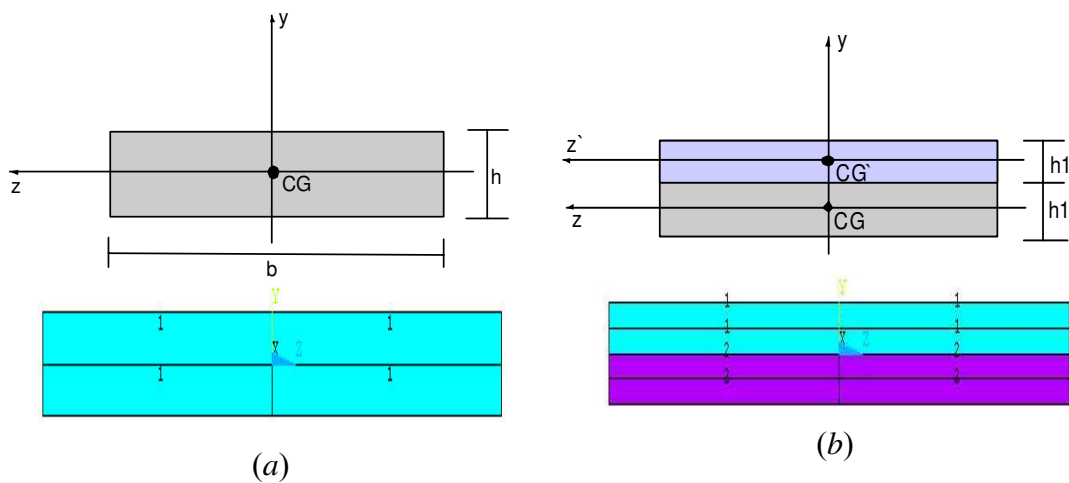


Figura 4.24 – Seções transversais dos elementos de vigas: (a) viga de referência, (b) viga de teste.

Tabela 4.30 – Frequências Naturais da Aeronave.

Modos	Frequências Naturais [Hz]		Erro [%]
	Viga		
	Referência	Teste	(Referência – Teste)
1 <sup>o</sup>	20,93	20,62	1,47
2 <sup>o</sup>	57,71	54,75	5,12
3 <sup>o</sup>	113,20	101,98	9,91
4 <sup>o</sup>	187,37	158,84	15,22
5 <sup>o</sup>	208,16	171,15	17,77
6 <sup>o</sup>	280,59	208,16	25,81
7 <sup>o</sup>	307,39	222,60	27,58
8 <sup>o</sup>	393,43	290,45	26,17

Da tabela 4.30 percebe-se que erros de até 30% podem ser obtidos quando se modela uma estrutura deslocando-a de uma linha neutra. Os erros mostram uma

variação de 2 à 4% para as três primeiras frequências e uma variação de 2 à 29% da quarta até a oitava frequência analisada, mesmo considerando-se os erros desta modelagem.

A tabela 4.31 mostra os valores das frequências naturais obtidas numericamente no ANSYS e por Link & Friswell (2003), bem como os dados experimentais (Link & Friswell, 2003). Os valores numéricos do ANSYS foram obtidos com os mesmos dados e propriedades mostradas na tabela 4.32 (Link & Friswell, 2003).

Tabela 4.31 – Frequências Naturais da Aeronave.

Modos	Frequências Naturais [Hz]		
	Numérico		Experimental
	ANSYS	Link & Friswell	
1º	6,20	6,27	6,4
2º	16,85	16,40	16,1
3º	32,54	33,12	33,1
4º	32,88	33,53	33,5
5º	35,42	35,64	35,7
6º	47,15	48,18	48,4
7º	50,64	49,73	49,4
8º	55,23	55,03	55,1

Tabela 4.32 – Propriedades dos Materiais da Aeronave

Parâmetros	Alumínio	Adesivo Viscoelástico
Módulo de Young [N/m <sup>2</sup> ]	70,00E+9	2,75E+6
Densidade [kg/m <sup>3</sup> ]	2700	1600
Coefficiente de Poisson	0,33	0,4

A figura 4.25 mostra a forma dos modos numéricos obtidos no ANSYS comparados com aquelas obtidas experimentalmente.

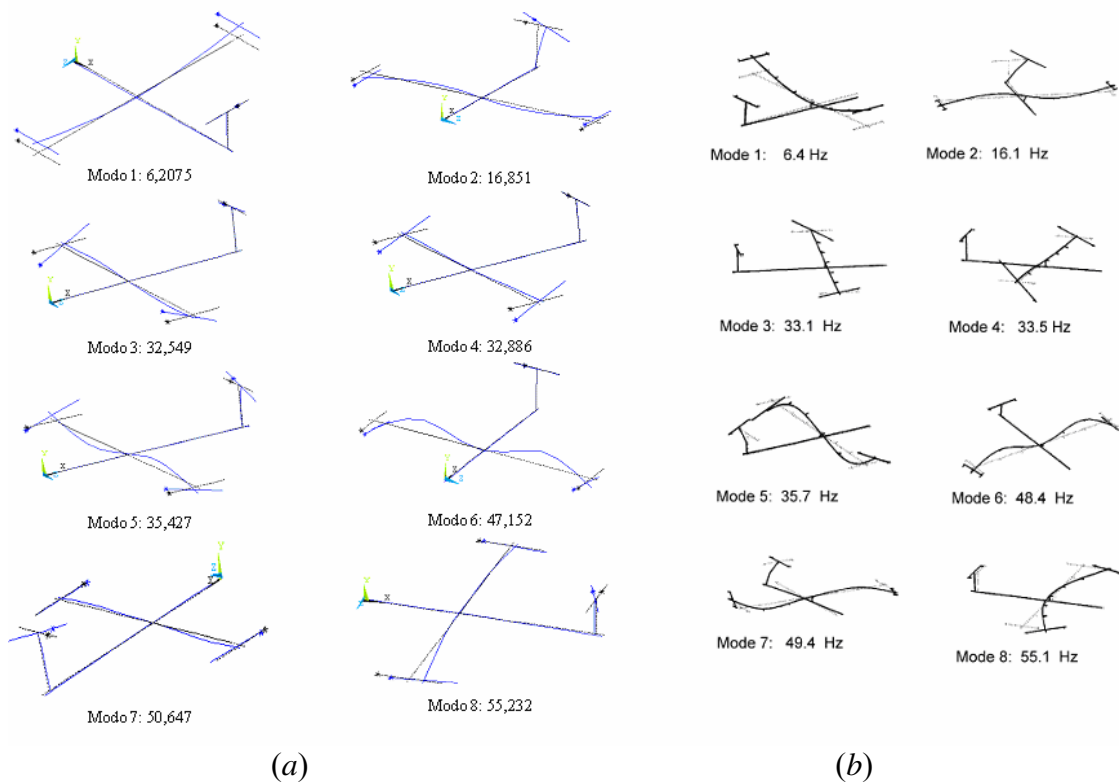


Figura 4.25 – Formas dos Modos: (a) Numérico (Ansys) e (b) Experimental.

#### 4.8 Ajuste da Aeronave com o Método da Aproximação por Subproblema

O ajuste da aeronave foi realizado para 2 casos usando-se apenas o Método da Aproximação por Subproblema. O Caso 1 tem como objetivo ajustar as propriedades do modelo do módulo de Young ( $E$ ) e densidade ( $\rho$ ) e o acoplamento elástico intermediário entre a fuselagem e a asa feito por parafusos. No modelo numérico o acoplamento foi modelado com um elemento de mola de 6 graus de liberdade ( $k_{lx}$ ,  $k_{ly}$ ,  $k_{lz}$ ,  $k_{rx}$ ,  $k_{ry}$  e  $k_{rz}$ ) na conexão da asa com a fuselagem (Figura 4.26). O Caso 2 é o correspondente Caso 1 incluindo-se na modelagem anterior a camada de adesivo viscoelástico sobre a asa.

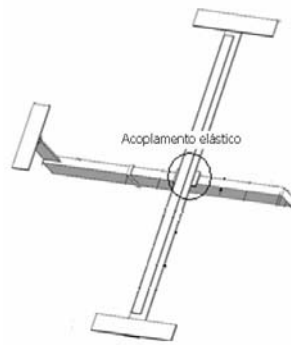


Figura 4.26 - Representação dos elementos de mola tridimensional.

Pelo método da aproximação por subproblema a aeronave foi modelada com elementos de viga *beam44* e a conexão asa-fuselagem com o elemento de mola *combim14*.

Na otimização foram usados como variáveis de projeto os parâmetros de ajuste do modelo ( $E$ ,  $\rho$ ,  $k_{lx}$ ,  $k_{ly}$ ,  $k_{lz}$ ,  $k_{rx}$ ,  $k_{ry}$  e  $k_{rz}$ ) e como variáveis de estado as oito primeiras frequências naturais calculadas. Mantiveram-se as mesmas tolerâncias como indicadas (*default*) no programa (tabela 4.34). Os mesmos limites das variáveis de estado e das variáveis de projeto variaram conforme a tabela 4.33. Neste caso foram utilizadas variações dos limites dos parâmetros de ajuste em torno dos valores iniciais, enquanto a variação dos limites das frequências foi sendo variada até obter-se uma solução possível.

Tabela 4.33 – Limites das Variáveis da Trelça.

Variável	Parâmetro	Faixa	Limites
Projeto (DV)	$E$	max.	68E+9
		min.	65E+9
	$\rho$	max.	2750
		min.	2550
	$k_{tx}$	max.	1 E+8
		min.	1 E+7
	$k_{ty}$	max.	1 E+8
		min.	1 E+7
	$k_{tz}$	max.	1 E+8
		min.	1 E+7
	$k_{rx}$	max.	1 E+5
		min.	1 E+4
	$k_{ry}$	max.	1 E+5
		min.	1 E+4
$k_{rz}$	max.	1 E+5	
	min.	1 E+4	
Estado (SV)	$f_{cal1}$	max.	1.15
		min.	0.85
	$f_{cal2}$	max.	1.15
		min.	0.70
	$f_{cal3}$	max.	1.30
		min.	0.85
	$f_{cal4}$	max.	1.15
		min.	0.85
	$f_{cal5}$	max.	1.15
		min.	0.70
	$f_{cal6}$	max.	1.30
		min.	0.85
	$f_{cal7}$	max.	1.15
		min.	0.85
	$f_{cal8}$	max.	1.15
		min.	0.85

Tabela 4.34 – Tolerâncias das Variáveis da Treliça (Caso 1).

Tolerâncias das variáveis de projetos (DV)	$E$	$0,01(E_{\max}-E_{\min})$
	$\rho$	$0,01(\rho_{\max}-\rho_{\min})$
	$k_{Lx}$	$0,01(k_{Lx \max}-k_{Lx \min})$
	$k_{Ly}$	$0,01(k_{Ly \max}-k_{Ly \min})$
	$k_{Lz}$	$0,01(k_{Lz \max}-k_{Lz \min})$
	$k_{rx}$	$0,01(k_{rx \max}-k_{rx \min})$
	$k_{ry}$	$0,01(k_{ry \max}-k_{ry \min})$
	$k_{rz}$	$0,01(k_{rz \max}-k_{rz \min})$
Tolerâncias das variáveis de estado (SV)	$f_{cal}$	$0,01(f_{cal-max}-f_{cal-min})$
Tolerâncias da função objetivo	$Obj$	$0,01Obj$

As tabelas 4.35 e 4.36 mostram os resultados para o modelo da treliça usando o MAS para o ajuste das frequências naturais e dos parâmetros, respectivamente.

Tabela 4.35 – Frequências naturais da Treliça por MAS.

Modos	Frequências Naturais [Hz]		Modos	Frequências Naturais [Hz]	Erro [%]	
	Inicial	Experimental			Ajustada	Inic. – Exp.
1°	5,85	6,38	1°	6,19	8,30	2,97
2°	9,46	16,10	2°	16,48	41,24	2,36
3°	15,23	33,13	5°	32,39	54,02	3,75
-----	-----	-----	3°	27,46	-----	-----
4°	18,39	33,53	4°	32,27	45,15	2,23
5°	19,81	35,65	6°	36,47	44,43	2,30
6°	28,48	48,38	7°	47,02	41,13	2,81
7°	30,38	49,43	-----	-----	38,53	
8°	31,61	55,08	9°	55,49	42,61	0,74
-----	-----	-----	8°	52,63	-----	-----
9°	35,56	63,04	-----	-----	43,59	
10°	52,11	66,50	-----	-----	21,63	-----
-----	-----	-----	10°	65,82		-----

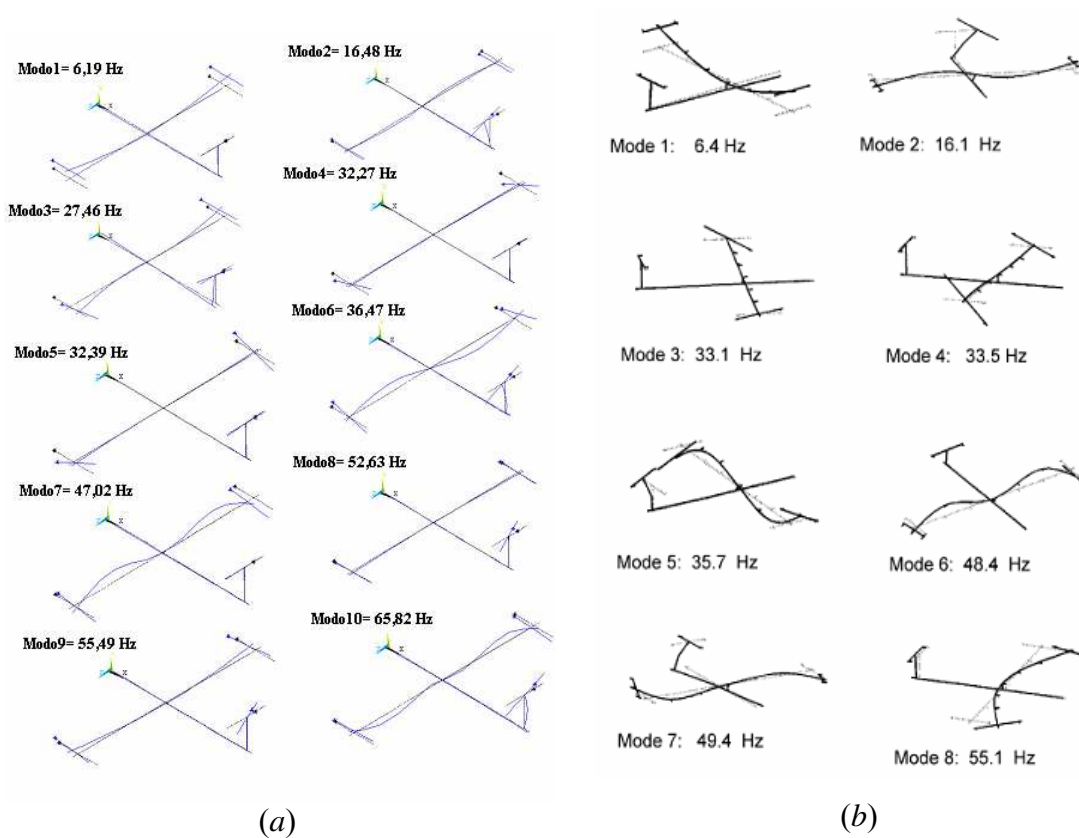


Figura 4. 27 Formas dos Modos (Caso 1): (a) Ajustado (Ansys) e (b) Experimental.

Os resultados ajustados para o Caso 1 estão presentes na Figura 4.27, em que seus modos foram plotados. Conforme pode se perceber, os resultados ajustados apresentaram algumas discordâncias em comparação com os modos experimentais. O que é notório, de acordo com a figura, é a existência do cruzamento de modos, o que foi notado a existência de novos modos como é o caso do 3º e do 8º modo, mostrado na tabela 4.35. Os modos que se correlacionam podem ser vistos na mesma tabela, porém, fora da ordem natural.



Tabela 4.36 – Parâmetros de Ajuste da Treliça por MAS.

Parâmetros	Iniciais	Ajustados
$E$ [N/m <sup>2</sup> ]	68E9	67,993E+9
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	2700	2550.4
$k_{tx}$ [N/m]	1E+5	980,61E+5
$k_{ty}$ [N/m]	1E+5	977,24E+5
$k_{tz}$ [N/m]	1E+5	667,40E+5
$k_{rx}$ [N.m/rad]	1E+4	9,9818 E+4
$k_{ry}$ [N.m/rad]	1E+4	9,9555 E+4
$k_{rz}$ [N.m/rad]	1E+4	9,9816 E+4

A tabela 4.35 mostra que os erros percentuais entre as frequências que se relacionam do modelo ajustado (MAS) e o experimental foram pequenos para a maioria das frequências, tendo as mesmas ficadas em torno de 3% e de 0,74 para oitava frequência. A tabela 4.36 mostra que os parâmetros  $E$  e  $\rho$  convergem para valor bem próximo dos correspondentes valores iniciais e de mesma ordem de grandeza, porém os parâmetros das molas translacionais  $k_{tx}$ ,  $k_{ty}$  e  $k_{tz}$  convergiram para valores bem acima dos seus valores iniciais e bem acima da sua ordem de grandeza inicial, enquanto as molas rotacionais  $k_{rx}$ ,  $k_{ry}$  e  $k_{rz}$  se estabilizam próximo dos seus valores iniciais e na mesma ordem de grandeza.

As figuras 4.28 e 4.29 mostram os gráficos de convergência dos parâmetros e das frequências naturais, respectivamente. Estes resultados demonstram que neste caso os resultados convergem para soluções possíveis dos parâmetros e das frequências.

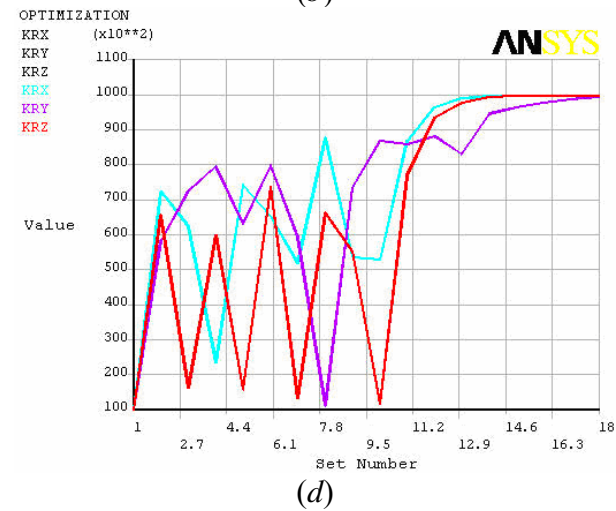
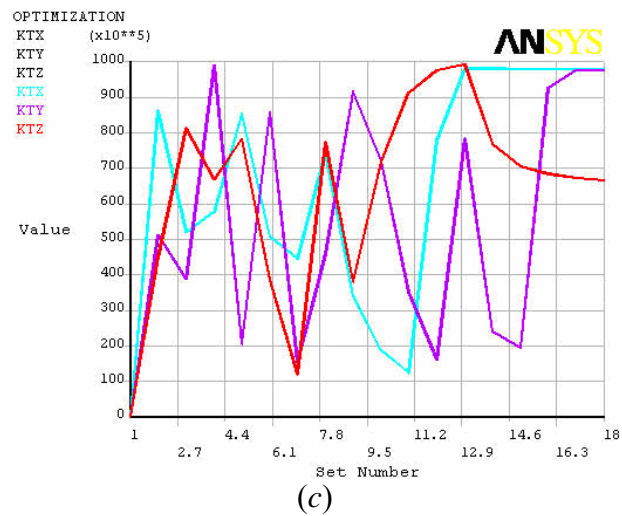
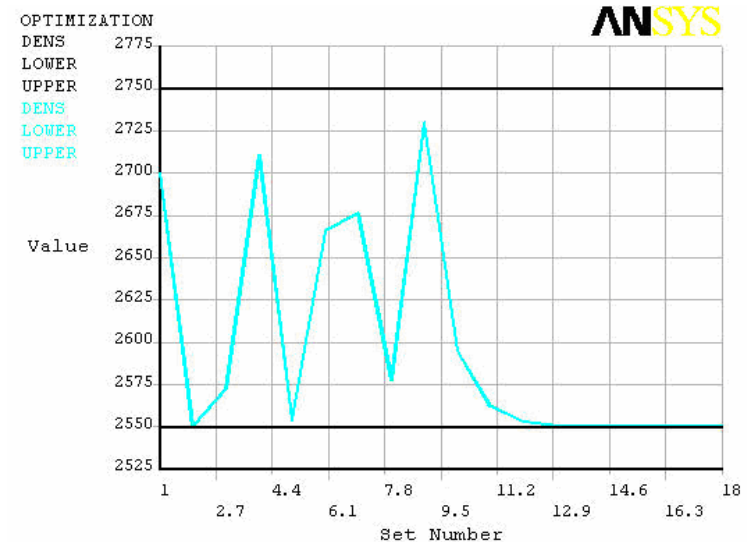
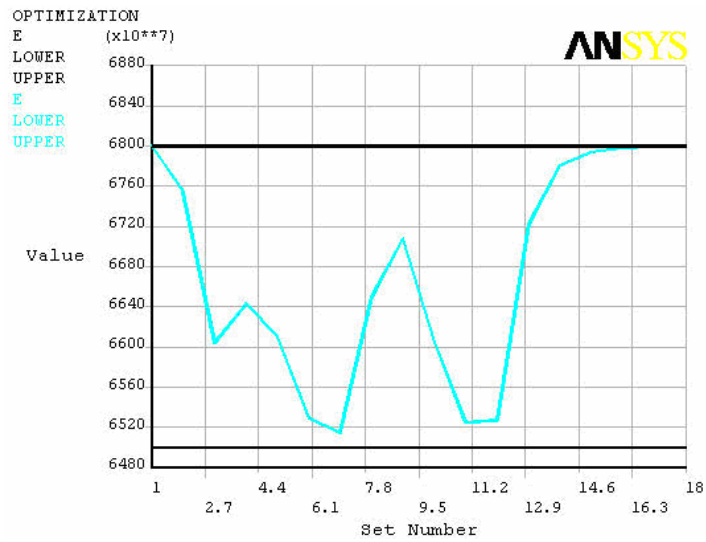
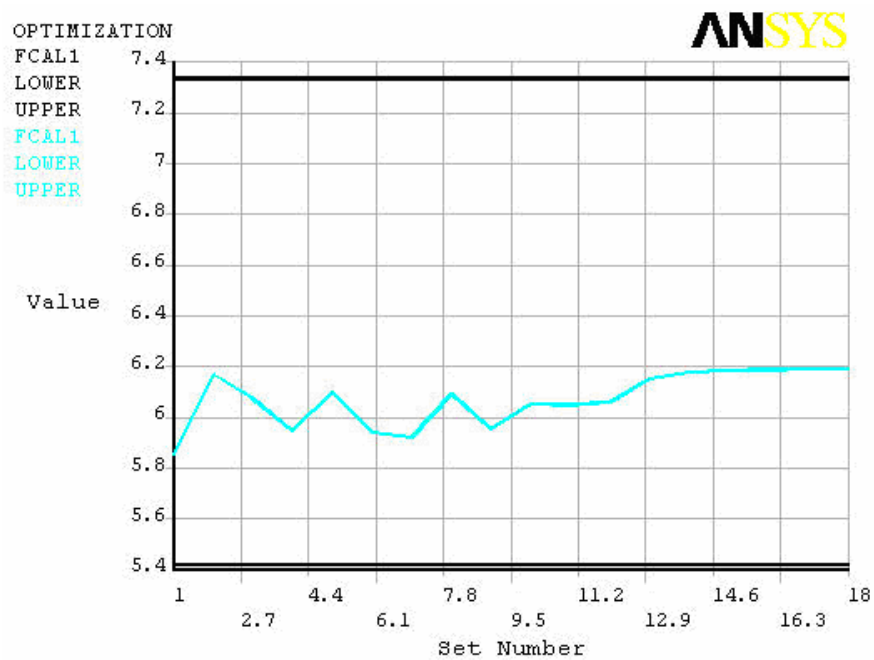
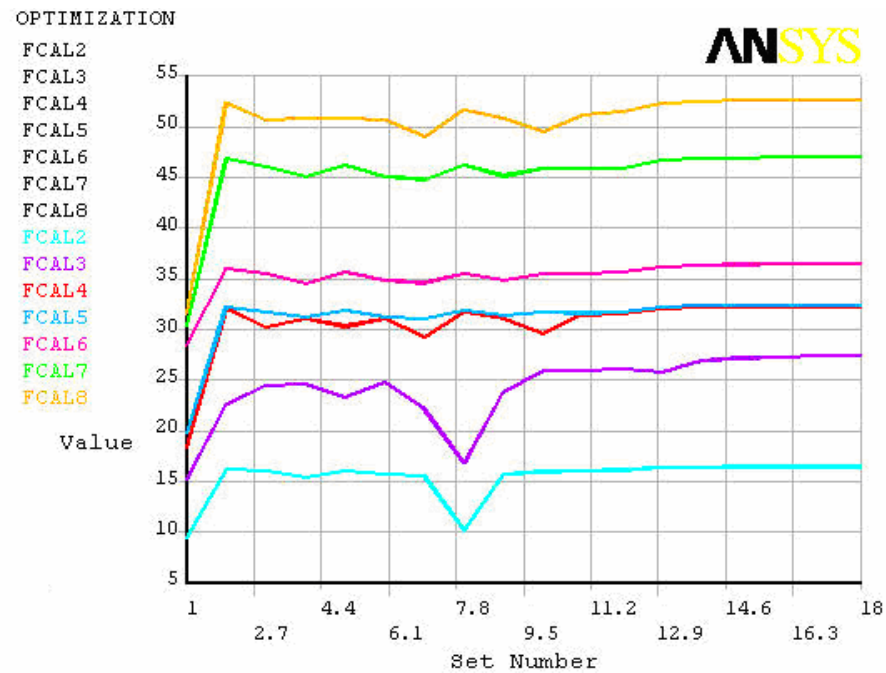


Figura 4.28 – Convergência dos parâmetros ajustados por MAS: (a)  $E$ ; (b)  $\rho$ ; (c)  $K_r(x,y,z)$ ; e (c)  $K_r(x,y,z)$



(a)



(b)

Figura 4.29 – Convergência das frequências naturais por MAS: (a) FCAL1 e (b) FCAL2, FCAL3, FCAL4, FCAL5, FCAL6, FCAL7 e FCAL8.

No Caso 2 utilizaram-se as mesmas variáveis de projeto do Caso 1 ( $K_t(x,y,z)$ ,  $K_r(x,y,z)$ ,  $E$  e  $\rho$ ), porém adicionando a esta o módulo de elasticidade do adesivo viscoelástico e densidade ( $E_v$  e  $\rho_v$ ). As tolerâncias e limites para este caso são definidos na tabela 4.31.

As tabelas 4.37 e 4.38 apresentam os mesmo parâmetros apresentados nas tabelas 4.33 e 4.34 respectivamente, elas foram acrescidas com os parâmetros e limites do adesivo viscoelástico ( $E_v$  e  $\rho_v$ )

Tabela 4.37 – Limites das Variáveis da Treliça.

Variável	Parâmetro	Faixa	Limites
Projeto (DV)	$E$	max.	68E+9
		min.	65 E+9
	$E_v$	max.	2,5 E+6
		min.	2,9 E+6
	$\rho$	max.	2750
		min.	2550
	$\rho_v$	max.	1500
		min.	1750
	$k_{tx}$	max.	1 E+8
		min.	1 E+7
	$k_{ty}$	max.	1 E+8
		min.	1 E+7
	$k_{tz}$	max.	1 E+8
		min.	1 E+7
	$k_{rx}$	max.	1 E+5
		min.	1 E+4
$k_{ry}$	max.	1 E+5	
	min.	1 E+4	
$k_{rz}$	max.	1 E+5	
	min.	0.85	
Estado (SV)	$f_{cal1}$	max.	1.15
		min.	0.85
	$f_{cal2}$	max.	1.15
		min.	0.70
	$f_{cal3}$	max.	1.30
		min.	0.85
	$f_{cal4}$	max.	1.15
		min.	0.85
	$f_{cal5}$	max.	1.15
		min.	0.70
	$f_{cal6}$	max.	1.30
		min.	0.85
	$f_{cal7}$	max.	1.15
		min.	0.85
	$f_{cal8}$	max.	1.15
		min.	0.85

Tabela 4.38 – Tolerâncias das Variáveis da Treliça (Caso 1).

Tolerâncias das variáveis de projetos (DV)	$E$	$0,01(E_{\max}-E_{\min})$
	$\rho$	$0,01(\rho_{\max}-\rho_{\min})$
	$k_{tx}$	$0,01(k_{tx \max}-k_{tx \min})$
	$k_{ty}$	$0,01(k_{ty \max}-k_{ty \min})$
	$k_{tz}$	$0,01(k_{tz \max}-k_{tz \min})$
	$k_{rx}$	$0,01(k_{rx \max}-k_{rx \min})$
	$k_{ry}$	$0,01(k_{ry \max}-k_{ry \min})$
	$k_{rz}$	$0,01(k_{rz \max}-k_{rz \min})$
Tolerâncias das variáveis de estado (SV)	$f_{cal}$	$0,01(f_{cal-\max}-f_{cal-\min})$
Tolerâncias da função objetivo	$Obj$	$0,01Obj$

As tabelas 4.39 e 4.40 mostram os resultados para o modelo da treliça usando o MAS para o ajuste das frequências naturais e dos parâmetros, respectivamente.

Tabela 4.39 – Frequências naturais da Treliça por MAS.

Modos	Frequências Naturais [Hz]		Modos	Frequências Naturais [Hz]	Erro [%]	
	Inicial	Experimental			Ajustada	Inic. – Exp.
1°	5,89	6,38	1°	6.1897	7,57	2,98
2°	9,47	16,10	2°	16.489	41,16	2,41
3°	15,32	33,13	5°	32.399	53,75	2,20
-----	-----	-----	3°	27.490	-----	-----
4°	18,40	33,53	4°	32.277	45,10	3,73
5°	19,82	35,65	6°	36.479	44,38	2,32
6°	28,59	48,38	7°	46.982	40,89	2,88
7°	30,53	49,43	-----	-----	38,23	-----
8°	31,84	55,08	9°	55.476	42,18	0,71
-----	-----	-----	8°	52.629	-----	-----
9°	35,81	63,04	-----	-----	43,20	-----
10°	52,50	66,5	-----	-----	21,05	-----
-----	-----	-----	10°	65.847	-----	-----

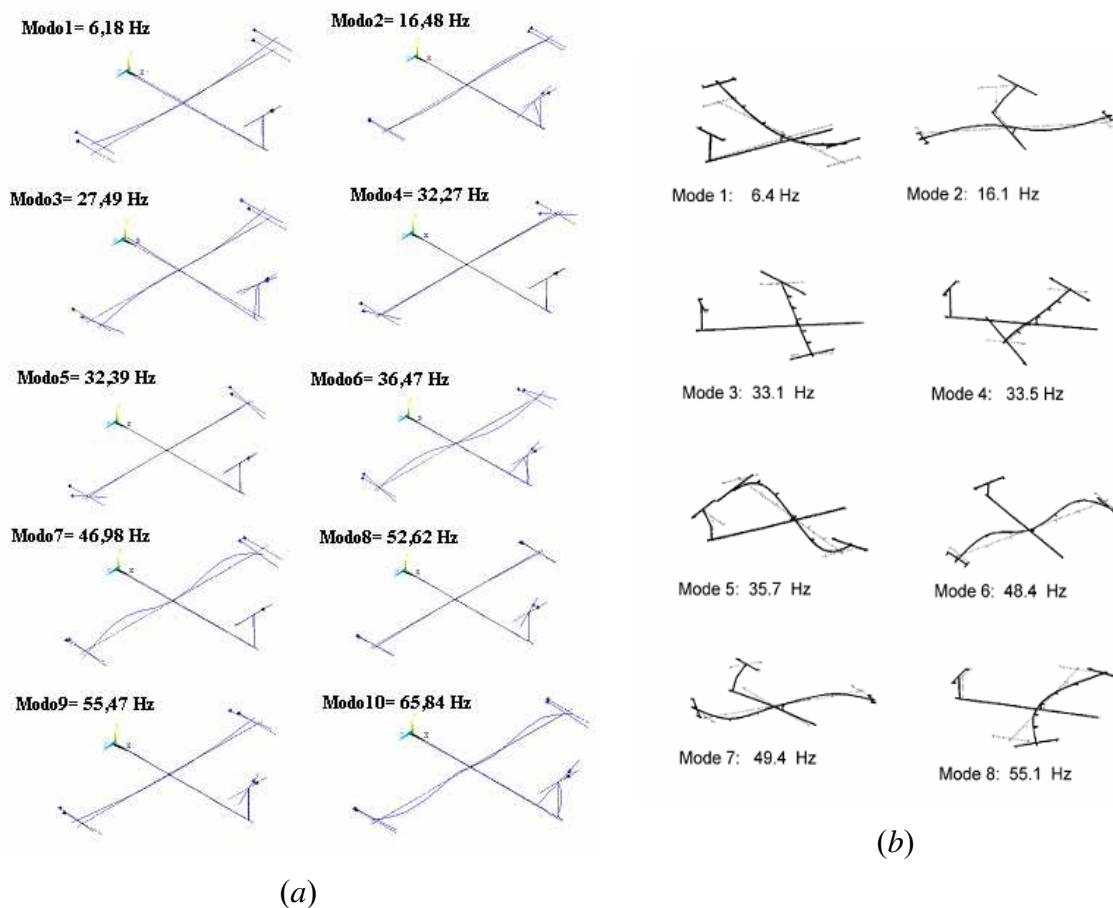


Figura 4. 30 – Formas dos Modos (Caso 2): (a) Ajustado (Ansys) e (b) Experimental.

Os resultados ajustados para o Caso 2 estão presentes na Figura 4.30, quando os modos ajustados tiveram semelhança com o Caso 1. Neste caso, os seus modos foram plotados e conforme demonstrado os resultados ajustados continuam apresentando algumas discordâncias em comparação aos modos experimentais. Conforme já visto no caso 1, é notório a ocorrência de cruzamentos de modos e surgimento de modos novos como o 3º e 8º presente na tabela 4.39. Os modos que se correlacionam estão presentes na mesma tabela só que fora da sua ordem natural.

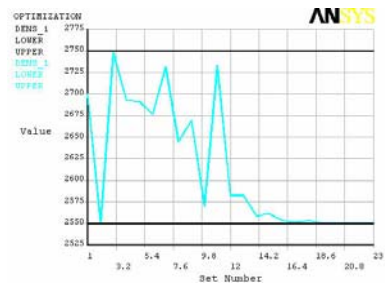
Tabela 4.40 – Parâmetros de Ajuste da Treliça por MAS.

Parâmetros	Iniciais	Ajustados
$E$ [N/m <sup>2</sup> ]	68,0E+9	67,994E+9
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	2700	2550,4
$E_v$ [N/m <sup>2</sup> ]	2.75E+6	2,5157E+6
$\rho_v$ [kg/m <sup>3</sup> ]	1600	1744,1
$k_{tx}$ [N/m]	1E+5	862,19E+5
$k_{ty}$ [N/m]	1E+5	333,56E+5
$k_{tz}$ [N/m]	1E+5	961,57E+5
$k_{rx}$ [N.m/rad]	1E+4	9,9587E+4
$k_{ry}$ [N.m/rad]	1E+4	9,9818E+4
$k_{rz}$ [N.m/rad]	1E+4	9,9470E+4

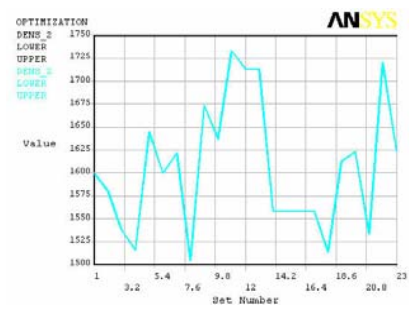
A tabela 4.39 mostra que os erros percentuais entre o modelo ajustado (MAS) e o experimental se comportaram semelhantes aos resultados do Caso 1, onde obteve-se pequenos erros para as duas primeiras frequências, ficando em torno de 3%. Porém, para a terceira, quinta, sexta e nona frequência o erro foi elevado ficando em torno de 17% na terceira, 9% na quinta, 24% na sexta e 12% para a nona frequência ajustada. As demais frequências tiveram erro pequeno ficando na média de 4% e finalizando em 1% para a última frequência ajustada. A tabela 4.40 mostra que os parâmetros  $E$ ,  $\rho$ ,  $E_v$  e  $\rho_v$  convergem para um valor bem próximo dos correspondentes valores iniciais e na mesma ordem de grandeza. Contudo, as molas translacionais  $k_{tx}$ ,  $k_{ty}$  e  $k_{tz}$  convergem para valores elevados e bem acima da sua ordem de grandeza, enquanto as molas rotacionais  $k_{rx}$ ,  $k_{ry}$  e  $k_{rz}$  se estabilizam próximo dos valores iniciais e na mesma ordem de grandeza.

As figuras 4.31 e 4.32 mostram os correspondentes gráficos de convergência dos parâmetros e das frequências naturais, respectivamente. Estes resultados demonstram que neste caso os resultados convergem para soluções possíveis dos parâmetros e das frequências.

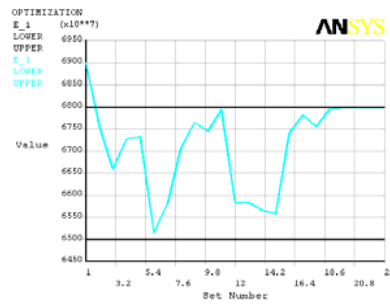




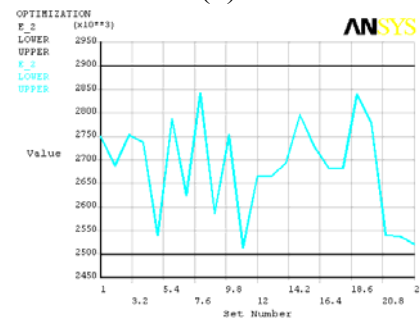
(a)



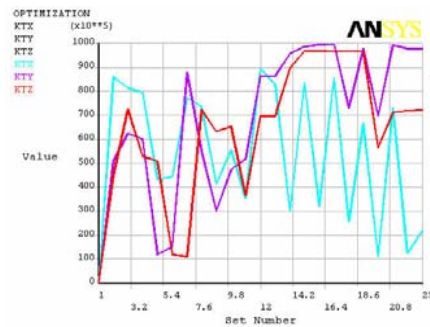
(b)



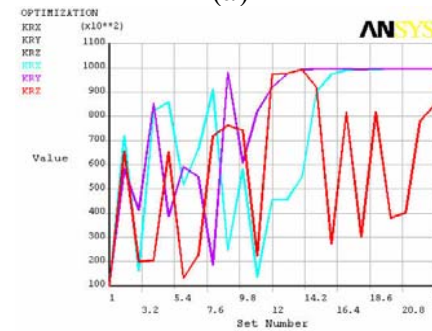
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 4. 31 – Convergência dos parâmetros ajustados por MAS: (a)  $E_v$  ( $E_1$ ); (b)  $E$  ( $E_2$ ); (c)  $\rho_v$  ( $Dens_1$ ); (d)  $\rho$  ( $Dens_2$ ); (e)  $K_t(x,y,z)$  e (f)  $K_r(x,y,z)$ .

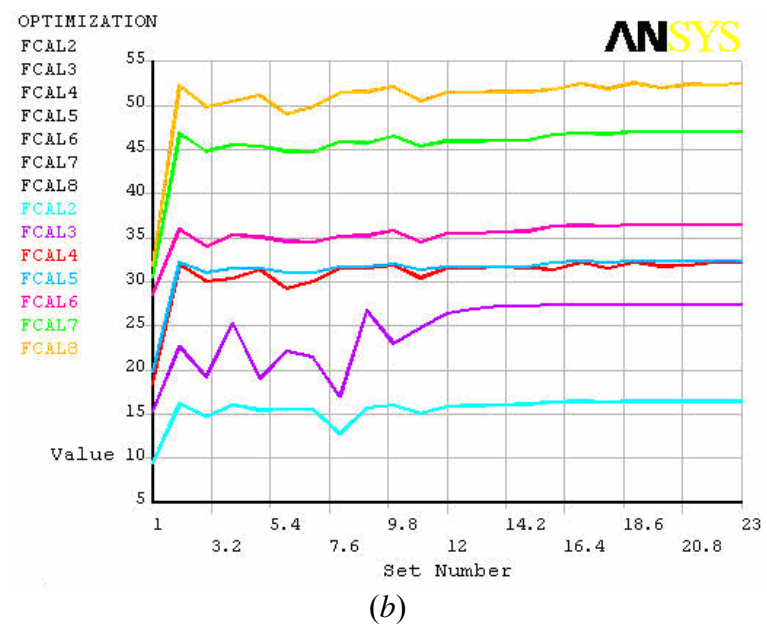
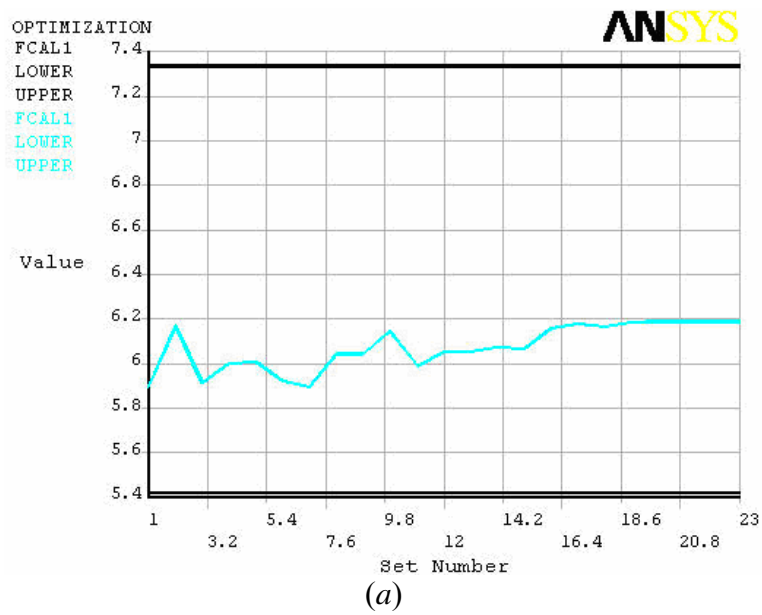


Figura 4. 32 – Convergência das frequências naturais por MAS: (a) FCAL1 e (b) FCAL2, FCAL3, FCAL4, FCAL5, FCAL6, FCAL7 e FCAL8.

## Capítulo 5

### 5 Conclusões e Trabalhos Futuros

Este trabalho utilizou dois algoritmos para obter os resultados pretendidos. Inicialmente foi utilizado o Método da Função Objetivo – MFO (Mottershead & Friswell, 1993) e o Método da Aproximação por Subproblema – MAS (ANSYS). Ambos os métodos são utilizados para ajuste de modelos do MEF e utilizam técnicas iterativas baseadas na sensibilidade que relacionam dados medidos e os parâmetros estimados.

O MFO foi utilizado através de um algoritmo desenvolvido em MatLab e nele foi implementado o algoritmo da sensibilidade dos parâmetros modais (Fox & Kappor, 1969). O MAS consiste numa ferramenta de otimização já implementada no software ANSYS, sendo o mesmo uma versão estendida do Método de Powell (1977).

Os métodos foram empregados para realizar ajuste estrutural em três tipos de estruturas mecânicas. A primeira estrutura em estudo foi a viga engastada-livre simulada através de dados pseudo-experimentais. Posteriormente foi analisada uma treliça espacial engastada-livre utilizando-se dados experimentais. Finalmente foi avaliado o MAS para o caso de uma estrutura representando um modelo de aeronave.

Os dois métodos apresentaram bons desempenhos em termos de convergência e custo computacional. A convergência para o MFO foi mais direta chegando a convergência em menos números de iterações, isto ocorrido tanto para o caso da viga quanto da treliça. Porém, o MAS

levou mais tempo para chegar a convergir e em algumas vezes para alguns parâmetros nem chegou a convergir. Os resultados obtidos mostraram que os métodos utilizados apresentaram resultados bem próximos um do outro em termos de variáveis de projetos quanto de estado.

Os casos em estudo que utilizaram os dois métodos tiveram bons desempenhos, minimizando o erro entre as frequências e os parâmetros. Para o caso da viga, os erros entre os dois métodos foram bem pequenos e os valores ajustados ficaram próximos dos valores experimentais. A relação entre os métodos para a análise da treliça divergiu um pouco, tendo o MAS minimizado os erros para as duas primeiras frequências e o MFO para as três últimas. Em ambos, o ajuste dos parâmetros ficou próximo dos valores pretendidos para a viga e coerente aos valores iniciais para a treliça.

O MAS se tornou versátil no ajuste de estruturas mecânicas complexas do tipo da aeronave. O método proporcionou bons resultados para as frequências e os parâmetros. Porém, devido ao tipo de estrutura e de modelagem, o resultado convergiu para valores coerentes, resultando em cruzamento de modos.

Uma solução adequada ao problema de ajuste de modelos depende, em grande parte, da seleção dos parâmetros a serem ajustados e das restrições impostas como também das técnicas de ajuste a utilizar. Portanto, não é garantida a existência de uma solução única. Valores que levam a solução para muito fora da região factível farão com que o método divirja ou convirja para valores errados dos parâmetros.

É importante levar em consideração a faixa de análise na qual as frequências influem nos parâmetros a serem ajustados. A experiência do engenheiro desempenha, assim, um papel importante, pois é ele que determina as estimativas iniciais dos parâmetros, assim como das corretas ponderações.

Para trabalhos futuros pode-se propor:

- a avaliação de métodos heurísticos (algoritmos genéticos, lógica fuzzy, redes neurais, etc.) para o ajuste dos modelos;

- a extensão dos métodos apresentados para realizar o ajuste de modelos usando FRFs ao invés de dados modais;

- explorar os demais métodos de otimização do ANSYS como ferramentas de ajuste de modelos e aplicar em outros tipos de estruturas (placas, cascas, sólidos, etc.).

## Referências Bibliográficas

AHMIDA, K. M.; ARRUDA, J. R. Hybrid sem-fea-experimental dynamic models of frame structure. *International Conference on Structural Dynamics Modeling*, june, 2002. p. 33-41.

ALLEMANG, R. J.; BROWN, D. L. A correlation coefficient for modal vector analysis. Proceedings of the *I-Imac*, 1982.

BARUCH, M. Optimization procedure to correct stiffness and flexibility matrices using vibration test. *AIAA journal*, v.16, n.11, november 1978. p. 1208-1210.

BATISTA, Fabiano B., *Identificação de Parâmetros Elásticos em Placas Finas de Material Compósito*. Dissertação de Mestrado FEM Unicamp, 2005.

BERMAN, A.; NAGY, E., J. Improvement of a large analytical model using test data. *AIAA journal*, v.21, n.8, august 1983. p. 1168-1173

CAESER, B. Update and identification of dynamic mathematical models. *International Modal Analysis Conference*, 5, Los Angeles, Proceedings, 1986, p. 394-401.

CHEN, J. C.; KUO, C. P.; GARBA, J. A. Analytical model improvement using modal test result. *AIAA journal*, v.18, n.9, september 1979. p. 684-690

CHEN, J. C.; KUO, C. P.; GARBA, J. A. Direct structural parameter identification by modal test result. *AIAA / ASME / ASCE / MAS Proc. 24<sup>th</sup> Struc. Dynam. And Materials Conf.*, 1983. p. 44-49

COLLINS, J. D.; THOMSON, J. D. The eigenvalue problem for structural systems with statistical properties. *AIAA Journal*, v. 7, n. 4, april, 1969. p. 642-648

EWINS, D. J. *Modal testing: Theory and Practice*. Research Studies Ltd. 2000.

FOX, R. L.; KAPPOR, M. P. Rates of change of eigenvalues end eigenvectors. *AIAA Journal*, v.6, n.12, december 1969. p.2426-2429

- FRISWELL, M. I ; MOTTERSHEAD, J. E. *Finite element model updating in structural dynamics*. Dordrecht: Kluwer Academic Press, 1995.
- FRISWELL, M. I ; PENNY, J. E. T. Updating model parameter from frequency domain data via reduced order models. *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, v.4, n.5, 1990. p.377-391
- FRISWELL, M. I The adjustment of structural parameter using a minimum variance estimator, *journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, v.3, n.2, august 1989. p. 143-155
- GUYAN, R. J. Reduction of stiffness and mass matrices. *AIAA journal*, v.3, n.2, february, 1965. p.380
- HATCH, Michael R. *Vibration Simulation Using MATLAB and ANSYS*, Chapman & Hall, 2000.
- HEYLEN, W.; SAS, P. Review of model optimization techniques. *International Modal Analysis Conference*, 5, 1987, Proceedings, p.1177-1182.
- IMREGUM, M.; VISSER, W. J. A review of model updating techniques. *Shock and Vibration Digest*. v.23, n.1, 1991. p. 9-20
- INFANTES, John E. C.; *Ajuste de Modelos de Elementos Finitos Usando Técnicas de Estimacão de Parâmetros*, Dissertação de Mestrado FEM Unicamp, 2000.
- INMAN, D. J, *Engineering Vibration*. Prentice Hall, 2001.
- JAISHI, B., *Finite Element Model Updating of Civil Engineering Structural Under Operational Contiction*, Dissertation Submitted To the Colleger Civil Engeneering architecture Fuzhou University, 2005.
- Kashangaki, T. *Underlying. Modal Data Issues for Detecting Damage in Truss Structures*. Dissertation, University of Michigan, 1992.
- LIN, R. M.; EWINS, D. J. Parameter estimation using FRF data. *International Modal Analysis Seminar*, 15, 1990, K. U. Leuven, September, p. 19-21.
- Link, M.; Friswell, M. Generation of validated structural dynamic models-results of a benchmark study utilizing the garteur SM-AG19 test-bed. *Mechanical Systems and Signal Processing*. v.17, October 2003, p. 9–20
- MATHEWS, John H.; FINK, Kurtis D., *Numerical Methods Using MatLab – Fourth Edition*, Prentice-Hall Inc., p. 434-439.
- MATLAB, High – *Performance Numerical Computational and Visualization software, The Mathworks – Inc*, 1994.
- MCCONNELL, Kennethg, *Vibration Testing: Theory and Practice*, John Wiley, 1995

- MENDES, Nuno M.; SILVA, J. M. Montalvão, *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Hardcover, 1997.
- MINOUX, M.; VAJDA, Sterven, *Mathematical Programming – Theory and Algorithms*, Wiley – Interscience Publication, p. 135-139.
- MITCHELL, L. D. Complex modes: A review. *International Modal Analysis Conference*, 8, 1990, Florida, Proceedings, p. 891-899.
- MOTTERSHEAD, J. E.; FRISWELL, M. I Model updating in structural dynamics: A Survey. *Journal of Sound and Vibration*, v.2, n.2, May 1993. p. 347-373
- MOTTERSHEAD, J. E.; FRISWELL, M. I Model updating of joints and connections. *International Conference on Structural Dynamics Modeling*, June, 2002. p. 95-98
- MOTTERSHEAD, J. E.; GOH, E. L., SHAO, W. On the treatment of discretization errors in finite element model updating. *International Modal Analysis Seminar*, 17, K. U. Leuven, September, 1992, p. 1245-1262.
- MOTTERSHEAD, J. E.; MARES, C.; FRISWELL, M., James, S. Selection and updating of parameters for aluminium space-frame model, *Mechanical Systems and Signal Process*, 14(6), 2000. p.923-944.
- NALITOLELA, N. G.; PENNY, J. E. T.; FRISWELL, M. I A mass or stiffness addition technique for structural parameter updating. *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, v.7, n.3, July 1992. p. 1567-168
- NALITOLELA, N. G.; PENNY, J. E. T.; FRISWELL, M. I Updating structural parameters of a finite element model by adding mass or stiffness to the system. In: *International Modal Analysis Conference*, 8, 1990, Kissimmee, Florida, 1990, Proceedings, p. 836-842.
- NATKE, H. G. Updating computational models in the frequency domain based on measured data: a survey. *Probabilistic Engineering Mechanics*, v.3, n.1, 1988. p. 28-35
- NELSON, R. B. Simplified calculation of eigenvector derivatives. *AIAA journal*, v.14, n.9, September, 1976. p. 1201-1205
- NEWLAND, D. E. *Mechanical Vibration Analysis and Computational*, Dover, 2006.
- NIEDBAL, N. Analytical determination of real modes from measured complex response. *Structural Dynamics and Materials Conference*, 25, 1984, Palm Springs, May, p. 292-295.
- PAZ, M. Dynamic condensation method. *AIAA journal*, v.22, n.5, May, 1984. p. 724-727
- POWELL, M. J. D., Restart procedures for the conjugate gradient method, *Mathematical Programming*, vol. 12, May, 1977. p. 241-254



RAO, Singiresu S., *Engineering Optimization – Theory and Practice*, Third Edition, Wiley – Interscience Publication, p. 333-369.

SANTOS, J. M. C.; ARRUDA, J. R. F. Finite element model updating using frequency response functions and component mode synthesis. *8 – Imac*, 1990. p. 1195-1201

SILVA, Emilio C. N, PMR 5215 - *Otimização Aplicada ao Projeto de Sistemas Mecânicos*, Departamento de Engenharia Mecatrônica e Sistemas Mecânicos, Escola Politécnica da USP, p. 50-55, 2000.

SILVA, Emilio C. N; Adamowski, Julio C. - Modelagem de ensaios não destrutivos por ultrassom utilizando o método dos elementos finitos. Tese de doutorado Escola Politécnica da USP, 2005.

VENKATARAMAN, P., *Applied Optimization With MatLab Programming*, Wiley – Interscience Publication, p. 238-241.

## Apêndice

Programas utilizados para otimização das variáveis

Os algoritmos construídos para obter os resultados das variáveis de projetos e de estado otimizados tendo como base o Método de Otimização por Subproblema, método este já implementado no programa ANSYS, estão disponibilizado de acordo com a ordem de organização dos referidos casos deste trabalho.

Caso 1 – Viga Engastada-livre

Entrada dos parâmetros

\*\*\*\*\*

/prep7

!\*\*\*\*\*Entrada de dados e parametrização\*\*\*\*\*

tolsv=0.01 !Tolerância estimada

toldvEI7=0.01 !Tolerância estimada

!EI7min=3640

!EI7max=3720

!EI7min=3600 ! 2

!EI7max=3800

!EI7min=3500 !Inicial

!EI7max=4500

EI7min=3500 !Inicial-0

EI7max=5000

!EI7min=4550 ! Certo

!EI7max=4650

!toldvrho7=0.01 !Tolerância estimada

toldvKy7=0.01 !Tolerância estimada

```

!Ky7min=7e8
!Ky7max=8e8
!Ky7min=7e8 ! 2
!Ky7max=9e8
!Ky7min=1e7 ! Inicial
!Ky7max=5e7
Ky7min=1e7 ! Inicial-0
Ky7max=10e7
!Ky7min=3.5e7 ! Certo
!Ky7max=5.5e7

toldvKz7=0.01 !Tolerância estimada
!Kz7min=6.0e5
!Kz7max=6.3e5
!Kz7min=5.5e5 ! 2
!Kz7max=6.5e5
!Kz7min=1e4 ! Inicial
!Kz7max=5e4
Kz7min=1e4 ! Inicial-0
Kz7max=10e4
!Kz7min=6e4 ! Certo
!Kz7max=12e4

tolobj=0.01 !erro de entrada estimado
tolmin=0.9925 !Tolerância Mínima
tolmax=1.0025 !Tolerância Máxima
!Função objetivo
objt=0
*DO,j,1,n
objt=objt+(fexp(j,1)-fcal(j,1))**2
*enddo

FINISH

*****
!Otimização dos Parâmetros
/opt

!*****Definir as Desible variables*****

!opvar,variável,dv,min,max,toler

opvar,EI7,dv,EI7min,EI7max,toldvEI7*(EI7max-EI7min)
!opvar,rho7,dv,2000,3790,
opvar,Ky7,dv,Ky7min,Ky7max,toldvKy7*(Ky7max-Ky7min)
opvar,Kz7,dv,Kz7min,Kz7max,toldvKz7*(Kz7max-Kz7min)
!***** definir variável de estado *****

```

```
!opvar,variável,sv,min,max,toler
opvar,fcal1,sv,fexp1*tolmin,fexp1*tolmax,tolsv*(fexp1*tolmax-fexp1*tolmin)
opvar,fcal2,sv,fexp2*tolmin,fexp2*tolmax,tolsv*(fexp2*tolmax-fexp2*tolmin)
opvar,fcal3,sv,fexp3*tolmin,fexp3*tolmax,tolsv*(fexp3*tolmax-fexp3*tolmin)
opvar,fcal4,sv,fexp4*tolmin,fexp4*tolmax,tolsv*(fexp4*tolmax-fexp4*tolmin)
```

```
!*****Definir a função objetivo*****
!opvar,variável,obj,,
opvar,objt,obj,,tolobj*objt
```

```
!*****Demais Exigencias para Otimização*****
OPANL,'
OPTYPE,SUBP      !Escolha do método de otimização-Subproblem
OPSUBP,120 !70 Número de iteração
opexe           !solve
oplist,all,,1   !saída de resultados
```

## Caso 2 – Treliça Espacial

Entrada de dados

/PREP7

!\*\*\*\*\*Entrada de dados e parametrização\*\*\*\*\*

tolsv=0.01           !Tolerância estimada  
!toldvElast1=0.01   !Tolerância estimada (Densidade do Material)  
!Elast1min=1E10   ! Inicial  
!Elast1max=8e10  
!toldvElast2=0.01   !Tolerância estimada (Densidade do Material)  
!Elast2min=1E10   ! Inicial  
!Elast2max=8e10  
!toldvdens1=0.01   !Tolerância estimada (Densidade do Material)  
!dens1min=2000   ! Inicial  
!dens1max=3000  
!toldvdens2=0.01   !Tolerância estimada (Densidade do Material)  
!dens2min=2000   ! Inicial  
!dens2max=3000

toldvEA1=0.01       !Tolerância estimada (Densidade do Material)  
EA1min=3E5   ! Inicial  
EA1max=9E6  
toldvEA2=0.01       !Tolerância estimada (Densidade do Material)  
EA2min=3E5   ! Inicial  
EA2max=9E6

tolobj=0.01   !erro de entrada estimado  
tolmin=0.94   !Tolerância Mínima  
tolmax=1.01   !Tolerância Máxima  
!tolmin=0.90   !Tolerância Mínima  
!tolmax=2.05   !Tolerância Máxima

!\*\*\*\*\*Entrada de dados e parametrização\*\*\*\*\*

!Equação a ser minimizada

!Função objetivo

objt=0

\*DO,j,1,n

objt=objt+(fexp(j,1)-fcal(j,1))\*\*2

\*enddo

FINISH

\*\*\*\*\*

!Otimização da Variáveis

/opt

!\*\*\*\*\*Definir as Desible variables\*\*\*\*\*

!opvar,variável,dv,min,max,toler

opvar,EA1,dv,EA1min,EA1max,toldvEA1\*(EA1max-EA1min)

opvar,EA2,dv,EA2min,EA2max,toldvEA2\*(EA2max-EA2min)

!opvar,dens1,dv,dens1min,dens1max,toldvdens1\*(dens1max-dens1min)

!opvar,dens2,dv,dens2min,dens2max,toldvdens2\*(dens2max-dens2min)

!opvar,Elast1,dv,Elast1min,Elast1max,toldvElast1\*(Elast1max-Elast1min)

!opvar,Elast2,dv,Elast2min,Elast2max,toldvElast2\*(Elast2max-Elast2min)

!\*\*\*\*\* definir variável de estado \*\*\*\*\*

!opvar,variável,sv,min,max,toler

opvar,fcal1,sv,fexp1\*tolmin,fexp1\*tolmax,tolsv\*(fexp1\*tolmax-fexp1\*tolmin)

opvar,fcal2,sv,fexp2\*tolmin,fexp2\*tolmax,tolsv\*(fexp2\*tolmax-fexp2\*tolmin)

opvar,fcal3,sv,fexp3\*tolmin,fexp3\*tolmax,tolsv\*(fexp3\*tolmax-fexp3\*tolmin)

opvar,fcal4,sv,fexp4\*tolmin,fexp4\*tolmax,tolsv\*(fexp4\*tolmax-fexp4\*tolmin)

!opvar,fcal5,sv,fexp5\*tolmin,fexp5\*tolmax,tolsv\*(fexp5\*tolmax-fexp5\*tolmin)

!\*\*\*\*\*Definir a função objetivo\*\*\*\*\*

!opvar,variável,obj,,,

opvar,objt,obj,,tolobj

!\*\*\*\*\*Demais Exigencias para Otimização\*\*\*\*\*

OPTYPE,SUBP !Escolha do método de otimização-Subproblem

OPSUBP,70 !70 Número de iteração

opexe !solve

oplist,all,,1 !saída de resultados

### Caso 3 – Modelo simplificado de uma Aeronave

!Entrada dos resultados

/PREP7

!\*\*\*\*\*Entrada de dados e parametrização\*\*\*\*\*

tolsv=0.01 !Tolerância estimada

toldvKtx=0.01 !Tolerância estimada

Ktxmin=1E7 !Inicial

Ktxmax=1E8

toldvKty=0.01 !Tolerância estimada

Ktymin=1E7 !Inicial

Ktymax=1E8

toldvKtz=0.01 !Tolerância estimada

Ktzmin=1E7 !Inicial

Ktzmax=1E8

toldvKrx=0.01 !Tolerância estimada

Krxmin=1E4 !Inicial

Krxmax=1E5

toldvKry=0.01 !Tolerância estimada

Krymin=1E4 !Inicial

Krymax=1E5

toldvKrz=0.01 !Tolerância estimada

Krzmin=1E4 !Inicial

Krzmax=1E5

toldvE=0.01 !Tolerância estimada

Emin=65e9 ! Inicial

Emax=68e9

toldvdens0.01 !Tolerância estimada (Densidade do Material)

densmin=2550 ! Inicial

densmax=2750

tolobj=0.01 !Erro de entrada estimado

tolmin1=0.85 !Tolerância Mínima

tolmax1=1.15 !Tolerância Máxima

tolmin2=0.85 !Tolerância Mínima

tolmax2=1.15 !Tolerância Máxima

tolmin3=0.70 !Tolerância Mínima

tolmax3=1.30 !Tolerância Máxima

tolmin4=0.85 !Tolerância Mínima

tolmax4=1.15 !Tolerância Máxima

tolmin5=0.85 !Tolerância Mínima

tolmax5=1.15 !Tolerância Máxima

tolmin6=0.70 !Tolerância Mínima

tolmax6=1.30 !Tolerância Máxima

tolmin7=0.85 !Tolerância Mínima

```

tolmax7=1.15      !Tolerância Máxima
tolmin8=0.85      !Tolerância Mínima
tolmax8=1.15      !Tolerância Máxima
!tolmin9=0.85     !Tolerância Mínima
!tolmax9=1.15     !Tolerância Máxima
!tolmin10=0.85    !Tolerância Mínima
!tolmax10=1.15    !Tolerância Máxima

```

```
!Função objetivo
```

```

objt=0
*DO,j,1,n
objt=objt+(fexp(j,1)-fcal(j,1))**2
*enddo

```

```
*****
```

```
Otimização das Variáveis
```

```
/opt
```

```
!*****Definir as Desible variables*****
```

```
!opvar,variável,dv,min,max,toler
```

```
opvar,Ktx,dv,Ktxmin,Ktxmax,toldvKtx*(Ktxmax-Ktxmin)
```

```
opvar,Kty,dv,Ktymin,Ktymax,toldvKty*(Ktymax-Ktymin)
```

```
opvar,Ktz,dv,Ktzmin,Ktzmax,toldvKtz*(Ktzmax-Ktzmin)
```

```
opvar,Krx,dv,Krxmin,Krxmax,toldvKrx*(Krxmax-Krxmin)
```

```
opvar,Kry,dv,Krymin,Krymax,toldvKry*(Krymax-Krymin)
```

```
opvar,Krz,dv,Krzmin,Krzmax,toldvKrz*(Krzmax-Krzmin)
```

```
opvar,E,dv,Emin,Emax,toldvE*(Emax-Emin)
```

```
opvar,dens,dv,densmin,densmax,toldens*(densmax-densmin)
```

```
!***** definir variável de estado *****
```

```
!opvar,variável,sv,min,max,toler
```

```
opvar,fcal1,sv,fexp1*tolmin1,fexp1*tolmax1,tolsv*(fexp1*tolmax1-fexp1*tolmin1)
```

```
opvar,fcal2,sv,fexp2*tolmin2,fexp2*tolmax2,tolsv*(fexp2*tolmax2-fexp2*tolmin2)
```

```
opvar,fcal3,sv,fexp3*tolmin3,fexp3*tolmax3,tolsv*(fexp3*tolmax3-fexp3*tolmin3)
```

```
opvar,fcal4,sv,fexp4*tolmin4,fexp4*tolmax4,tolsv*(fexp4*tolmax4-fexp4*tolmin4)
```

```
opvar,fcal5,sv,fexp5*tolmin5,fexp5*tolmax5,tolsv*(fexp5*tolmax5-fexp5*tolmin5)
```

```
opvar,fcal6,sv,fexp6*tolmin6,fexp6*tolmax6,tolsv*(fexp6*tolmax6-fexp6*tolmin6)
```

```
opvar,fcal7,sv,fexp7*tolmin7,fexp7*tolmax7,tolsv*(fexp7*tolmax7-fexp7*tolmin7)
```

```
opvar,fcal8,sv,fexp8*tolmin8,fexp8*tolmax8,tolsv*(fexp8*tolmax8-fexp8*tolmin8)
```

```
!opvar,fcal9,sv,fexp9*tolmin9,fexp9*tolmax9,tolsv*(fexp9*tolmax9-fexp9*tolmin9)
```

```
!opvar,fcal10,sv,fexp10*tolmin10,fexp10*tolmax10,tolsv*(fexp10*tolmax10-fexp10*tolmin10)
```

```
!*****Definir a função objetivo*****
```

```
!opvar,variável,obj,,,
```

```
opvar,objt,obj,,,tolobj
```

```
!*****Demais Exigencias para Otimização*****
```



```
OPANL,'av1_tole','mac','C:\Documents and  
OPTYPE,SUBP      !Escolha do método de otimização-Subproblem  
OPSUBP,80      !80 Número de iteração  
opexe          !solve  
  
!oplist,all,,1  !saída de resultados  
!ELOT
```