

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

QUALIDADE E ESTABILIDADE DE HEURÍSTICAS DE DIMENSIONAMENTO
DE LOTES PARA SISTEMAS DE PRODUÇÃO MULTI-ESTÁGIOS

ADRIANO DE CARVALHO

Este exemplar corresponde à redação final da tese
defendida por ADRIANO DE CARVALHO
e aprovada pela Comissão
 julgadora em 26 / 03 / 93.
Vinícius A. Armentano
Orientador

Orientadores:

Prof. Dr. Vinícius Amaral Armentano

Prof. Dr. Alistair Richard Clark

Tese apresentada à Faculdade de
Engenharia Elétrica da Universidade
Estadual de Campinas - UNICAMP, como
requisito parcial para obtenção do título
de Mestre em Engenharia Elétrica.

- Março 1993 -

Para minha família

Agradecimentos

Ao Vinícius A. Armentano pela orientação paciente, firme e crítica;

Ao Alistair R. Clark pelo apoio crítico e estimulante na orientação;

À Fani pelo seu incentivo e compreensão nos momentos mais difíceis desta jornada;

Ao CNPq pelo apoio financeiro nos primeiros 18 meses deste trabalho;

À EMBRAPA/NTIA pela cessão de tempo e equipamento indispensáveis para a consecussão deste trabalho;

A todos os amigos que apoiaram a realização desta tese.

RESUMO

Neste trabalho considera-se o problema multi-estágio de dimensionamento de lotes com horizonte rolante de planejamento para sistemas de produção do tipo *Material Requirements Planning*. Heurísticas para sistemas de montagem são generalizadas para sistemas com estrutura geral, e a seguir comparadas sob condições estáticas e de horizonte rolante. Além disso, são implementadas e comparadas técnicas para redução de instabilidade dos planos de produção. Experimentos computacionais são apresentados e analisados.

ABSTRACT

This work considers the multi-stage lot-sizing problem with rolling planning horizon for use in Material Requirements Planning production systems. Heuristic methods for assembly systems are generalized for general structure systems and then compared under static and rolling planning horizon conditions. Moreover, techniques for dealing with nervousness of production plans are implemented and compared. Computational experiments are reported and analysed.

ÍNDICE

	página
Introdução	
Descrição do Problema	01
Objetivos	04
Capítulo 1 – O Problema de Dimensionamento de Lotes	
1.1 – Introdução	07
1.2 – Formulação do Problema	07
1.3 – Revisão Bibliográfica	12
Capítulo 2 – Descrição das Heurísticas de Dimensionamento de Lotes	
2.1 – Introdução	15
2.2 – Heurística de Blackburn–Millen	15
2.2.1 – Procedimento de Minimização	19
2.2.2 – Método do K Restrito	21
2.3 – Heurística de Afentakis	22
2.4 – Heurística de Graves	30
Capítulo 3 – Experimentos Computacionais e Resultados Obtidos para Algoritmos Estáticos	
3.1 – Introdução	38
3.2 – Experimentos Computacionais	38
3.3 – Resultados Obtidos	45
Capítulo 4 – A Instabilidade nos Sistemas MRP	
4.1 – Como a instabilidade aparece num sistema MRP	51
4.2 – Estratégias para reduzir a instabilidade	52
4.2.1 – Estratégia 1: Política lote por lote após o estágio 1	53
4.2.2 – Estratégia 2: Procedimento de mudança de custo	54
4.2.3 – Estratégia 3: Condição Terminal	55

4.2.4 - Estratégia 4: Congelamento do plano de produção por P períodos	56
4.2.5 - Estratégia 5: Congelamento do plano de produção por O ordens	57
Capítulo 5 - Experimentos Computacionais e Resultados Obtidos para Algoritmos Dinâmicos	
5.1 - Introdução	58
5.2 - Experimentos Computacionais	59
5.3 - Resultados Obtidos	64
5.3.1 - Resultados de Wagner-Whitin	64
5.3.2 - Resultados de Afentakis	69
Capítulo 6 - Conclusões e Pesquisas Futuras	78
Apêndice 1 - O Algoritmo de Wagner-Whitin	82
Apêndice 2 - Rotina para evitar duplicidade de custos no algoritmo de Afentakis	84
Bibliografia	86

INTRODUÇÃO

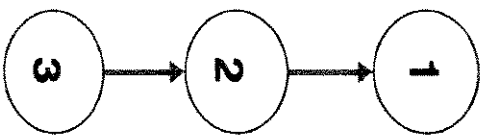
Descrição do Problema

Neste trabalho considera-se o problema de dimensionamento de lotes (*lot-sizing*) de produção em sistemas multi-estágios com demanda dinâmica (variante no tempo) para o produto final. O problema de planejamento é determinar em quais períodos quais as quantidades a serem produzidas de cada componente do sistema de produção de modo a satisfazer todos os requisitos de demanda a um custo de sistema mínimo. Ao conjunto dos períodos de planejamento damos o nome de horizonte de planejamento, o qual pode ser de curto a médio prazo.

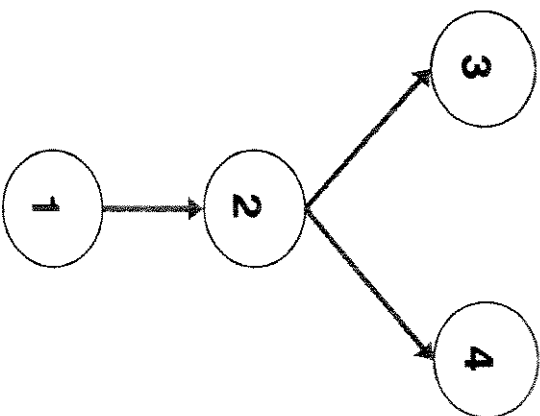
Um sistema de produção multi-estágios é um conjunto conectado de estágios representando os passos para a montagem e/ou distribuição de um produto final. Um sistema de produção multi-estágios pode ser representado como um grafo direcionado acíclico. Exemplos de tais sistemas são dados na figura 1.

Uma classificação padrão distingue entre sistemas de produção de montagem e de distribuição. Num sistema de montagem, figura 1(b), cada componente tem no máximo um sucessor imediato, enquanto que nos sistemas de distribuição, figura 1(c), cada componente tem no máximo um predecessor imediato. Um sistema serial, figura 1(a), é tanto um sistema de montagem quanto de distribuição. Um sistema multi-estágios geral, figura 1(d), não precisa ser nem um sistema de montagem nem um sistema de distribuição.

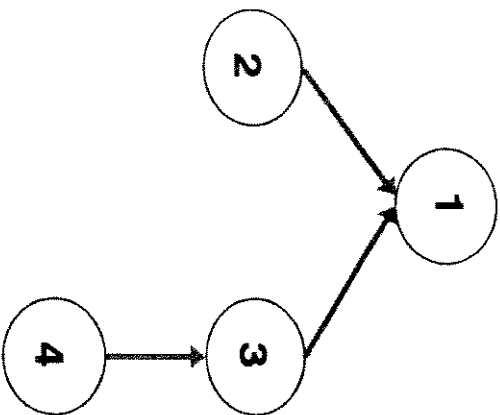
O Planejamento de Necessidades de Material, também conhecido como *Material Requirements Planning* (MRP) (Orlicky (1975)) surgiu cerca de 20 anos atrás e tem sido amplamente utilizado para organizar e planejar a manufatura de produtos com estruturas complexas (Vollman, Berry e Whybark (1988)). A filosofia básica dos sistemas MRP é muito simples. A partir do Plano Mestre de Produção (*Master Production Schedule*) (MPS), o qual é um plano para a produção de um produto final ao longo de um horizonte de planejamento, o sistema desce pela estrutura de componentes (estágios) do produto final calculando quanto de cada componente deve



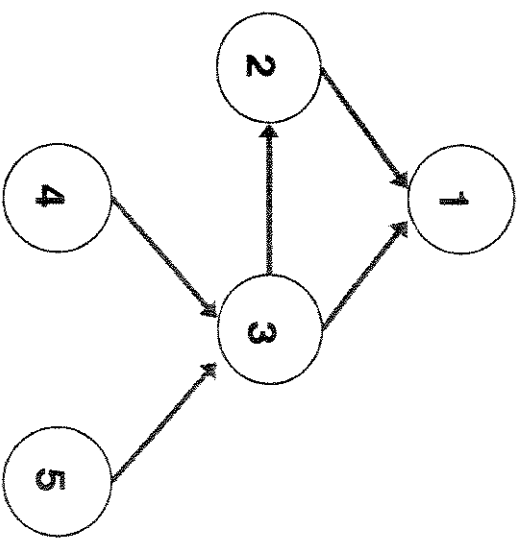
(a) Serial



(c) Distribuição



(b) Montagem



(d) Geral

Figura 1. Tipos de Sistemas de Produção Multi-Estágios

ser produzido em cada período para satisfazer o MPS, levando em conta os níveis de estoque iniciais, tempos de produção de todos os componentes e as demandas do produto final.

Porém, esta abordagem tradicional do MRP tem certas limitações. Primeiro, o MRP por não minimizar o custo da implementação do MPS através de um balanceamento dos custos de preparação (*setup costs*), produção de lotes e estoque de componentes, não é uma filosofia otimizante. Em segundo lugar, esta abordagem assume que existe capacidade de produção em quantidades suficientes para atender o plano que o MRP prescreve. Esta limitação não será considerada nesta tese.

A maior parte dos sistemas MRP trabalha de uma das duas maneiras seguintes. Um modo utiliza, de forma seqüencial, técnicas mono-estágio de dimensionamento de lotes, que em geral fornecem planos de produção sub-ótimos por não fazerem o balanceamento de custos acima citados. Nesta estratégia a quantidade de produção planejada para um componente é passada para os seus predecessores como requisito de demanda. Porém decisões de dimensionamento de lotes num dado nível têm implicações em níveis mais baixos da estrutura de componentes do produto final. Tais decisões, portanto, deveriam considerar simultaneamente todos os níveis da estrutura.

No segundo modo de operação dos sistemas MRP, utiliza-se a política lote-por-lote que desconsidera custos e impõe o plano de produção determinado para o produto final para todos os componentes da estrutura, ou seja, a partir do plano de produção determinado para o produto final por uma técnica mono-estágio, todos os demais componentes da estrutura devem seguir este mesmo plano. Este é o modo de operação mais utilizado na prática.

Na prática, os sistemas MRP não funcionam de modo estático, isto é, as decisões sobre os planos de produção não são implementadas ao longo de um horizonte de planejamento de T períodos. Isto porque, não se sabe com precisão o ciclo de vida do produto no mercado nem sua demanda ao longo de todo o ciclo, e por isso, as previsões de demanda ao longo de um horizonte de T períodos precisam, às vezes, ser atualizadas.

Por estes motivos, os sistemas MRP operam de forma dinâmica através do

conceito de horizonte rolante. Este conceito foi introduzido por Baker (1977) e significa que, embora os planos de produção do produto final e de seus componentes sejam calculados sobre todo o horizonte de T períodos, somente a decisão sobre o primeiro período é implementada. A seguir, o horizonte de T períodos é "rolado" um período para frente com uma nova demanda no período T+1 sendo considerada, e o processo se repete.

Pesquisas anteriores sobre a eficiência de procedimentos de dimensionamento de lotes em sistemas com um componente (Baker (1977), Blackburn e Millen (1980)) sugerem que resultados, referentes a custos, obtidos sob condições experimentais estáticas não se verificam sob condições de horizonte rolante.

O principal problema com estudos estáticos é que muitos algoritmos de dimensionamento de lotes são sensíveis ao tamanho do horizonte, ou seja, uma simples mudança no número de períodos causará mudanças em algumas, senão todas, as decisões de produção.

A maioria dos sistemas MRP costuma apresentar um problema chamado de instabilidade (*nervousness*). A instabilidade ocorre freqüentemente em sistemas MRP que funcionam numa base de horizonte rolante de planejamento. A instabilidade consiste na colocação de novas ordens de produção, ou na alteração de ordens já existentes a cada vez que o horizonte é rolado para frente, levando na maioria das vezes a um grande aumento no custo final da produção. A motivação para o tema desta tese surge a partir deste problema de instabilidade nos sistemas MRP.

Objetivos

Os dois principais objetivos deste trabalho são, em primeiro lugar, estender e comparar heurísticas para dimensionamento de lotes que operem em estruturas gerais de produção e, em segundo lugar, propor e comparar técnicas para redução da instabilidade acima descrita.

Um procedimento de dimensionamento de lotes especifica um plano ao longo do

horizonte de planejamento indicando o tamanho e o tempo (período) da produção/estoque de modo que cada componente satisfaça a demanda colocada para ele pelos seus componentes sucessores.

O critério de otimalidade é minimizar o custo total sobre o horizonte finito, onde há três tipos de custo em cada componente : um custo fixo (*setup cost*) para colocar uma ordem, um custo unitário de estoque no final de cada período, e um custo unitário de produção do componente num dado período de tempo.

A fim de delimitar melhor o problema aqui considerado, algumas hipóteses são assumidas, tais como: i) a demanda num dado período deve ser satisfeita pela produção até aquele período; ii) os tempos de produção (*lead-times*) de todos os componentes são nulos; iii) não há restrições sobre a capacidade de produção.

A justificativa para a utilização de heurísticas e não de procedimentos ótimos para estruturas gerais, como o proposto por Clark (1990), é que estes procedimentos são extremamente trabalhosos computacionalmente e não são práticos para uso operacional.

Neste trabalho são estudadas formas de diminuir a instabilidade causada por incertezas sobre a demanda. Nos sistemas MRP, de um modo geral, a instabilidade também pode ser gerada devido a incertezas sobre a capacidade de cumprimento das ordens (capacidade de produção e tempo de produção; estes fatores não foram porém levados em conta neste trabalho).

Nesta tese, técnicas de redução de instabilidade são incorporadas a heurísticas de dimensionamento de lotes para sistemas de produção multi-estágios. As heurísticas que foram generalizadas e implementadas para trabalhar com sistemas multi-estágios gerais foram as de Graves (1981), Blackburn e Millen (1982a) e Afentakis (1987). Além destas heurísticas as mesmas técnicas de tratamento de instabilidade também foram incorporadas ao algoritmo mono-estágio clássico de Wagner e Whitin (1958), que é aplicado sequencialmente à estrutura do produto.

O restante deste trabalho está organizado da seguinte maneira : No capítulo 1 apresenta-se a formulação matemática do problema aqui considerado e descreve-se a bibliografia estudada. No capítulo 2 são descritas as três heurísticas comparadas

neste estudo, ressaltando as diferenças entre as suas implementações originais em estruturas de montagem e aquelas aqui utilizadas para estruturas gerais. No capítulo 3 são descritos os experimentos computacionais e os resultados obtidos através da comparação entre as heurísticas e o algoritmo de Wagner-Whitin funcionando estaticamente. No capítulo 4 são descritas as técnicas testadas neste estudo para reduzir a instabilidade dos sistemas MRP. No capítulo 5 são apresentados os experimentos computacionais e os resultados obtidos, relativos a redução de instabilidade, quando da comparação entre a heurística de Afentakis e o algoritmo de Wagner-Whitin funcionando numa base de horizonte rolante. No capítulo 6 são apresentadas algumas conclusões e possíveis áreas para pesquisas futuras. No apêndice 1 é descrito o algoritmo de Wagner-Whitin para estruturas com um componente e, no apêndice 2 apresenta-se o pseudo código da rotina que evita a duplicação de custos na heurística de Afentakis.

CAPÍTULO 1

O PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES

1.1 - Introdução

Neste capítulo é apresentada a formulação matemática do problema de dimensionamento de lotes em estruturas gerais multi-estágios aqui considerado. Além disso, faz-se uma revisão bibliográfica acerca do assunto considerado nesta tese.

1.2 - Formulação do Problema

Na indústria de manufatura a grande maioria dos produtos não é produzida num único componente, mas sim em múltiplos componentes. A estrutura de produção de um produto final pode ser de vários tipos (figura 1): montagem, distribuição, serial ou geral. Nas estruturas gerais, aqui consideradas, um determinado componente pode ser composto de muitos componentes, bem como um certo componente pode ser utilizado na produção de vários componentes. Um modelo para este problema deve minimizar o custo de produção total e portanto deve considerar todo o grafo acíclico que define a estrutura produtiva. A demanda independente para um dado produto final implica numa demanda dependente para os componentes que compõe aquele produto.

O objetivo dos métodos de dimensionamento de lotes aqui utilizados é o de planejar a produção de um determinado produto final e seus componentes em lotes discretos ao longo de um horizonte de planejamento de T períodos. Por planejar a produção de um componente (produto final ou sub-item deste) entende-se o processo de tomada de decisão sobre em que períodos produzir o componente e quais os tamanhos dos lotes a serem produzidos. Como já foi dito na introdução, o tempo de

produção de qualquer componente da estrutura é assumido zero, ou seja a produção de um componente qualquer começa e acaba em um mesmo período. Não há demandas independentes para nenhum componente na estrutura, a não ser o produto final. Não há restrições sobre a capacidade de produção.

Considerando-se as hipóteses acima, os métodos de dimensionamento de lotes objetivam determinar um plano que minimize o custo do sistema de produção ao longo do horizonte de planejamento. O custo do sistema é composto pela somatória dos custos de preparação, produção e estoque dos lotes dos componentes do sistema.

Sejam então os componentes do sistema de produção multi-estágios numerados de 1 até N tal que o produto final é representado pelo número 1 e, se o componente i é sucessor de j , então $i < j$. A figura 2 mostra um exemplo de uma estrutura geral onde o produto final é o nó raiz do grafo acíclico. Sejam $S(i)$ o conjunto de todos os sucessores imediatos de i , $R(i)$ o conjunto de todos os sucessores de i , $P(i)$ o conjunto dos predecessores imediatos de i , e $Q(i)$ o conjunto de todos os predecessores do componente i . Na figura 2, $S(5) = \{2,3\}$, $R(5) = \{1,2,3\}$, $P(2) = \{3,5\}$, e $Q(2) = \{3,5,6\}$.

A demanda independente para o produto final no período t é representada por d_{1t} . A demanda dependente para o componente i no período t , d_{it} , depende do tamanho dos lotes dos componentes $S(i)$ no período t e da quantidade r_{ij} , $j \in S(i)$, que é o número de unidades do componente i necessário para produzir uma unidade de cada componente j em $S(i)$. O tamanho do lote de produção do componente i no período t é denotado por x_{it} . Uma decisão para produzir x_{it} , $y_{it} = 1$, implica num custo fixo de preparação s_{it} e num custo unitário de produção c_{it} . I_{it} , chamado de estoque convencional, representa o nível de estoque do componente i que passa do período t para o período $t+1$. O estoque de um componente i no final do período t implica num custo unitário de estocagem h_{it} . M é um número arbitrariamente grande.

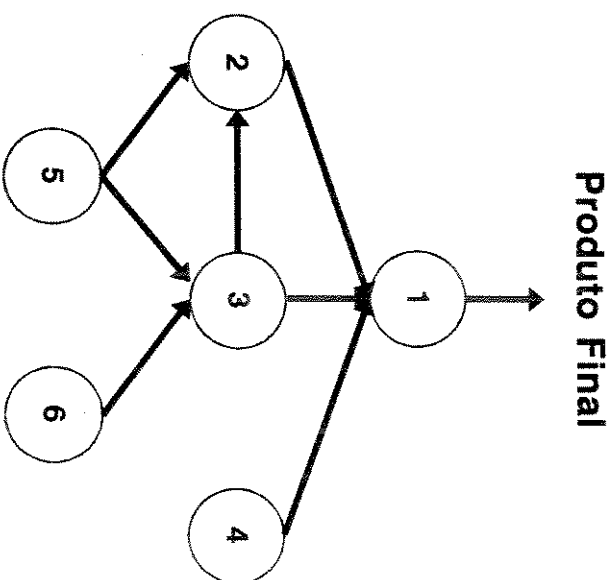


Figura 2. Exemplo Estrutura Geral

Assim, o modelo pode ser formulado como em Afentakis(1984):

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left[s_{it} y_{it} + c_{it} x_{it} + h_{it} I_{it} \right] \quad (1)$$

tal que

$$(c1) \quad I_{1,t-1} + x_{1t} - I_{1t} = d_{1t} \quad t = 1, \dots, T$$

$$(c2) \quad I_{i,t-1} + x_{it} - I_{it} - \sum_{j \in S(i)} r_{ij} x_{jt} = 0 \quad \begin{array}{l} i = 2, \dots, N \\ t = 1, \dots, T \end{array}$$

$$(c3) \quad 0 \leq x_{it} \leq M y_{it}; \quad y_{it} = 0 \text{ ou } 1; \quad I_{it} \geq 0; \quad I_{10} = 0 \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, N \\ t = 1, \dots, T \end{array}$$

Este modelo pode ser utilizado numa base de horizonte rolante, com a implementação das decisões de produção do primeiro período.

Esta formulação, expressa em termos de estoque convencional I_{it} , pode ser transformada para uma outra em termos de estoque de escalão (*echelon stock*) (Afentakis (1984)). Para isso, primeiro é preciso definir p_{ij} , onde $j \in R(i)$, que representa a quantidade do componente i em uma unidade do componente j . Seja n_{ij} o número de caminhos do componente i até o componente j . Defina-se

$$p_{ij}^n = \prod_k r_{k,s(k)} \quad n = 1, \dots, n_{ij}$$

onde o produto \prod_k é sobre todos os componentes k no caminho n do componente i até o componente j , exclusive j , e onde $s(k)$ é o único componente sucessor imediato de k no caminho n . Defina-se então

$$P_{ij} = \sum_{n=1}^{n_{ij}} p_{ij}^n$$

Por exemplo, na figura 2, existem 3 caminhos entre os componentes 5 e 1, 5-2-1, 5-3-1, e 5-3-2-1. Assim

$$P_{51} = r_{52} r_{21} + r_{53} r_{31} + r_{53} r_{32} r_{21}$$

Seja então E_{it} o nível de estoque de escalão do componente i no final do período t , definido por (Afentakis (1984))

$$E_{it} = I_{it} + \sum_{j \in S(i)} r_{ij} E_{jt}$$

Aplicada repetidas vezes, a definição acima resulta em

$$E_{it} = I_{it} + \sum_{j \in R(i)} p_{ij} I_{jt}$$

Por exemplo, na figura 2

$$E_{5t} = I_{5t} + r_{53} I_{3t} + (r_{53} r_{32} + r_{52}) I_{2t} + \\ + (r_{53} r_{31} + r_{53} r_{32} r_{21} + r_{52} r_{21}) I_{1t}$$

O custo unitário de estoque de escalão, é definido por

$$e_{it} = h_{it} - \sum_{j \in P(i)} r_{ji} h_{jt}$$

A partir destas definições podemos reescrever a formulação (1) em termos de estoque de escalão do seguinte modo (Clark (1990)):

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left[s_{it} y_{it} + c_{it} x_{it} + e_{it} E_{it} \right] \quad (2)$$

tal que

$$(e1) \quad E_{i,t-1} + x_{it} - E_{it} = p_{i1} d_{1t} = d_{it} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, N \\ t = 1, \dots, T \end{array}$$

$$(e2) \quad \sum_{j \in S(i)} r_{ij} E_{jt} - E_{it} \leq 0 \quad \begin{array}{l} i = 2, \dots, N \\ t = 1, \dots, T \end{array}$$

$$(e3) \quad 0 \leq x_{it} \leq M y_{it}; \quad y_{it} = 0 \text{ ou } 1; \quad E_{it} \geq 0 \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, N \\ t = 1, \dots, T \end{array}$$

O conceito de estoque de escalão foi introduzido por Clark e Scarf (1960) e tem sido utilizado por vários autores. O estoque de escalão E_{it} representa o estoque total do componente i no fim do período t , tanto considerado isoladamente (I_{it}) quanto como parte de componentes sucessores $\left(\sum_{j \in R(i)} p_{ij} I_{jt} \right)$. A quantidade de estoque de escalão E_{it} depende apenas das demandas independentes enquanto que a quantidade de estoque convencional I_{it} depende da demanda dependente, d_{1t} , $j \in S(i)$. Este fato está representado no modelo (2) pela substituição das restrições (c2) no modelo (1)

$$I_{i,t-1} + x_{it} - I_{it} - \sum_{j \in S(i)} r_{ij} x_{jt} = d_{it} \quad \begin{array}{l} i = 2, \dots, N \\ t = 1, \dots, T \end{array}$$

pelas restrições (e1) no modelo (2)

$$E_{i,t-1} + x_{it} - E_{it} = P_{i1} d_{1t} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, N \\ t = 1, \dots, T \end{array}$$

Note-se ainda que as restrições $I_{it} \geq 0$ foram substituídas pelas restrições $E_{it} \geq 0$ para $t=1, \dots, T$ e as restrições $I_{it} \geq 0$ foram substituídas por $E_{it} \geq \sum_{j \in S(i)} r_{ij} E_{jt}$ para $i=2, \dots, N$ e $t=1, \dots, T$. Destas restrições concluímos que $E_{it} \geq 0$ para $i=2, \dots, N$ e $t=1, \dots, T$ e, portanto, as restrições $E_{it} \geq 0$ para $i=2, \dots, N$ são redundantes. Elas foram mantidas no modelo matemático por elegância e implementação computacional.

O custo unitário de estoque de escalão e_{it} , representa o valor adicionado na montagem de uma unidade do componente i , ou seja, ele representa a diferença entre h_{it} que representa o valor da estocagem do componente i , e $\sum_{j \in P(i)} r_{ji} h_{jt}$ que reflete o valor total da estocagem dos componentes predecessores imediatos que entram na produção de uma unidade do componente i .

1.3 - Revisão Bibliográfica

Muitas heurísticas já foram formuladas para resolver o problema MRP padrão, algumas utilizando estruturas gerais, várias para estruturas de montagem e muitas para estruturas com um único componente, considerando ou não horizontes rolantes de produção. Vários estudos comparando estas heurísticas também já foram realizados sob os mais diferentes aspectos.

Há também vários trabalhos que sugerem técnicas para reduzir a instabilidade dos sistemas MRP, mas nenhum deles tratou deste problema com estruturas gerais de produção, que é a proposta do presente estudo.

Estudos estáticos em estruturas de montagem com múltiplos componentes foram feitos por Afentakis (1987), Blackburn e Millen ((1982a) e (1982b)) e Maclaren (1976). Nestes estudos, Maclaren e Blackburn-Millen iniciaram a utilização de

técnicas para modificar os custos de preparação e estoque a fim de que estes não considerassem apenas o custo de cada componente isoladamente. Graves (1981) desenvolveu uma heurística para o problema estático considerando estruturas de montagem.

Em Ritchie (1986a) e Wemmerlov e Whybark (1984) são feitas comparações entre mais de dez heurísticas para estruturas com componente único sob condições de horizonte rolante. Entre todas as heurísticas para estruturas deste tipo uma merece destaque especial pelos resultados apresentados. Esta é a heurística de Silver e Meal (1973) a qual, assim como o algoritmo clássico de Wagner e Whitin (1958), é um dos procedimentos para estruturas com um componente mais referenciados na literatura sobre este assunto.

Estudos sobre o efeito de horizontes rolantes também são encontrados em Baker (1977) Blackburn e Millen (1980) e Chand (1982) para estruturas com componente único, e em Carlson, Beckman e Kropp (1982) e Blackburn e Millen (1985) para estruturas com múltiplos componentes.

A instabilidade pode surgir num sistema MRP devido a vários fatores, tais como, o uso de horizonte rolante, incertezas sobre a demanda, a capacidade de produção e tempo de produção. Neste estudo estamos interessados em tratar a instabilidade decorrente apenas do uso de horizonte rolante. Vários trabalhos que levam em conta este fator podem ser citados, como por exemplo, Whybark e Williams (1976), Carlson, Jucker e Kropp (1979), Carlson e Yano (1986), De Bodt e Wassenhove (1983a), Sridharan, Berry e Udayabhanu (1987), Kropp, Carlson e Jucker (1983) e Blackburn e Millen ((1986) e (1987)). Algumas das técnicas de redução de instabilidade utilizadas neste trabalho foram apresentadas nos estudos acima citados.

Outros trabalhos sobre instabilidade gerada por outros fatores não mencionados neste estudo são Chalmet, De Bodt e Wassenhove (1985) e De Bodt e Wassenhove (1983b).

Não se pode deixar de mencionar os trabalhos de Afentakis, Gavish e Karmakar (1984) e Afentakis e Gavish (1986) sobre soluções ótimas para problemas de dimensionamento de lotes em estruturas gerais com múltiplos componentes. Deve-se

citar ainda o trabalho de Clark (1990) que desenvolveu uma heurística para um problema MRP com estrutura geral, restrições sobre a capacidade de produção e tempos de produção diferentes de zero.

CAPÍTULO 2

DESCRIÇÃO DAS HEURÍSTICAS DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES

2.1 - Introdução

Neste capítulo são apresentadas as três heurísticas de dimensionamento de lotes para sistemas com múltiplos componentes implementadas neste trabalho. As heurísticas aqui descritas são as de Blackburn e Millen (1982), Afentakis (1987) e Graves (1981), respectivamente. As heurísticas estão descritas de acordo com o seu funcionamento estático, ou seja sem considerar horizontes rolantes de produção.

Apesar das descrições apresentadas serem baseadas nos trabalhos originais dos autores acima citados, são aqui descritas as modificações para estruturas gerais implementadas neste trabalho.

2.2 - Heurística de Blackburn-Millen

Esta heurística é, dentre as três aqui comparadas, a que traz originalmente a abordagem mais simplificada para o problema considerado neste estudo. Ao invés de trabalhar com estruturas gerais de produção ela foi elaborada para trabalhar com estruturas de montagem. Além disso, a heurística original trabalhava com custos de preparação e estoque constantes ao longo do tempo, considerando ainda a demanda constante. Neste trabalho foi feita uma generalização deste algoritmo para estruturas gerais, a qual será apresentada a seguir.

A heurística consiste na aplicação seqüencial de um algoritmo para sistemas com um componente juntamente com um conjunto de custos modificados que visam compensar as interdependências entre os componentes. "Estes custos revisados são funcionalmente similares a transferir preços, no sentido em que a intenção é

descentralizar a coordenação das decisões em diferentes componentes do processo, sem que haja um planejamento centralizado ditando os esquemas de produção. Como estas modificações de custos podem ser aplicadas à maioria das heurísticas de dimensionamento de lotes, considerando-se cada componente isoladamente, a lógica e a eficiência computacional dos sistemas MRP são mantidas" (Blackburn e Millen (1982a)).

Na formulação inicial, Blackburn-Millen utilizaram o algoritmo de Wagner e Whitin (1958) e a heurística de Silver-Meal (1973) para resolver o problema de componente único. Neste estudo utilizamos apenas o algoritmo de Wagner-Whitin.

Considera-se um processo de produção segundo as condições colocadas na formulação do problema (capítulo 1). Além disso, de modo análogo a Blackburn e Millen, foi utilizada uma hipótese simplificante, onde o tamanho do lote em cada componente j é um múltiplo inteiro do tamanho do lote determinado para cada componente sucessor imediato do componente j . Os custos de preparação e de estoque são considerados, como em Blackburn e Millen (1982a), constantes ao longo do tempo e por isso foram gerados a partir da média dos custos, variantes no tempo, gerados para as demais heurísticas. A demanda de escalão média por período é \bar{D}_j .

Seja n_j , o intervalo (em número de períodos) entre duas ordens de produção consecutivas do componente j . A partir das definições apresentadas no capítulo 1 e das hipóteses acima, o problema de dimensionamento de lotes reduz-se a achar um conjunto de intervalos (n_1, n_2, \dots, n_N) que minimize o custo médio por período. A fim de formular este problema como um modelo de otimização, foi utilizada a formulação em termos de estoque de escalão de Clark e Scarf (1960), conforme descrita no capítulo 1.

Os valores k_{ji} , onde $i \in S(j)$, representam o número de ordens dos componentes $S(j)$ que são combinadas numa única ordem no componente j . Por exemplo, o custo de preparação ajustado no componente 1 representa o custo incremental, refletido em todos os componentes, de uma ordem adicional no componente 1.

A partir das definições de estoque de escalão e de custo de estoque de escalão, e considerando custos constantes ao longo do tempo, o problema (P) de dimensionamento de lotes pode ser escrito como

$$(P) \quad \min \quad \sum_{j=1}^N \left[\frac{s_j}{n_j} + \frac{e_j \bar{D}_j n_j}{2} \right] \quad (1)$$

tal que

$$n_j = \text{m.m.c.} \left[k_{ji} n_i \right], \quad j = 1, \dots, N, \quad i \in S(j) \quad (2)$$

$$k_{ji} \geq 1 \text{ e inteiro}, \quad j = 1, \dots, N, \quad i \in S(j) \quad (3)$$

onde m.m.c. [x] é o mínimo múltiplo comum de x.

Considerando a estrutura da figura 3, e com estimativas de $k_{21}, k_{31}, k_{42}, k_{43}, k_{53}$, pode-se tomar decisões no componente 1 com um custo de preparação revisado de $(s_1 + s_2/k_{21} + s_3/k_{31} + s_4/k_{21}k_{42} + s_4/k_{31}k_{43} + s_5/k_{31}k_{53})$ e com um custo de estoque de escalão revisado de $(e_1 + e_2k_{21} + e_3k_{31} + e_4k_{21}k_{42} + e_4k_{31}k_{43} + e_5k_{31}k_{53})$. Estes custos revisados tentam coordenar as decisões de dimensionamento de lotes no componente 1 com os intervalos de produção dos outros componentes da estrutura de produção.

Blackburn e Millen testaram vários métodos para estimação destes fatores (k_j 's, nos trabalhos deles, para nós k_{ji} 's) (Blackburn e Millen (1982a) e (1982b)). Neste trabalho foram implementados dois métodos. O primeiro utiliza um procedimento de minimização exata do problema P (PM) baseado no fato de que a função objetivo é convexa, e o segundo um procedimento chamado de método do K restrito (KR) (Blackburn e Millen (1982a)).

Em ambos os métodos, após a determinação dos custos revisados \hat{s}_j e \hat{e}_j aplica-se o algoritmo de Wagner e Whitin seqüencialmente de cima para baixo na estrutura de produção. O custo final do procedimento Wagner-Whitin é calculado tomando-se por base os custos originais s_j e h_j .

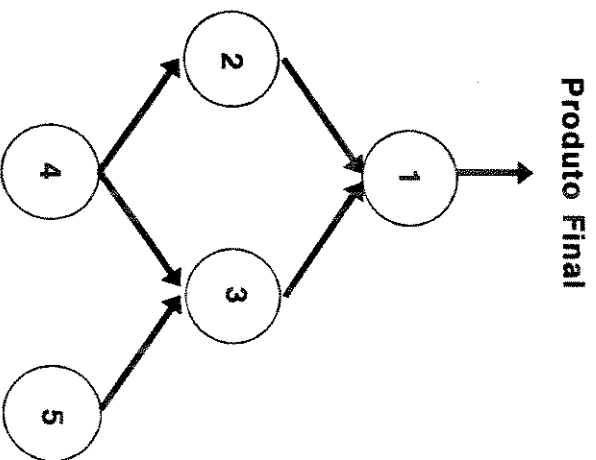


Figura 3. Exemplo Heurística de Blackburn e Millen

2.2.1 - Procedimento de minimização (PM)

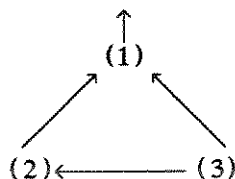
O procedimento de minimização é baseado no fato de que a função objetivo (1) é estritamente convexa. Os valores iniciais dos intervalos n_j são obtidos a partir da expressão

$$n_j = \max \left\{ \left(\frac{2s_j}{\bar{D}e_j} \right)^{1/2}, 1 \right\}. \quad (4)$$

a qual é obtida a partir da minimização irrestrita de (1).

A partir dos valores iniciais dos intervalos n_j , o procedimento determina os valores k_{ji} considerando apenas $n_j = \lfloor n_j \rfloor$ e $n_i = \lceil n_i \rceil$, onde $\lfloor n_j \rfloor$ é o maior inteiro menor ou igual que n_j e múltiplo de n_i , e $\lceil n_i \rceil$ é o menor inteiro maior ou igual que n_i e múltiplo de n_j .

Para melhor explicar o funcionamento deste procedimento passemos a apresentação de um exemplo bastante simples considerando estruturas gerais de produção. Seja então o problema definido do seguinte modo:



j	S(j)	P(j)	s_j	e_j	t	d_{1t}
1	0	2,3	10	1	1	8
2	1	3	50	1	2	13
3	1,2	-	30	1	3	4
					4	8
					5	12

Como este método considera a demanda como constante ao longo do tempo, então a demanda média para este horizonte de cinco períodos é $\bar{D} = 9$ para os componentes 1 e 2, e $\bar{D} = 18$ para o componente 3, assumindo-se $r_{21} = 1$, $r_{31} = 1$ e $r_{32} = 1$.

Calculando os valores iniciais de n_j a partir da expressão (4) obtém-se:

$$n_1 = 1,49 \quad n_2 = 3,33 \quad n_3 = 1,83$$

A partir da definição de k_{ji} , $k_{ji} = n_j / n_i$ obtém-se:

$$k_{21} = 2,23 \quad k_{31} = 1,23 \quad k_{32} = 1 \text{ (pois } k_{ji} \geq 1 \text{ e inteiro)}$$

Substituindo na função objetivo $z = \left[\frac{s_j}{n_j} + \frac{e_j \bar{D} n_j}{2} \right]$, para $j = 1$ tem-se:

$$\text{para } \lfloor n_1 \rfloor = 1 \Rightarrow z = 14,5$$

$$\text{para } \lceil n_1 \rceil = 2 \Rightarrow z = 14$$

$$\therefore n_1 \leftarrow \lceil n_1 \rceil = 2$$

A partir do valor final de n_1 calcula-se $n_2 = k_{21} n_1$ e obtém-se $n_2 = 4,46$.

Substituindo na função objetivo para $j = 2$ tem-se:

$$\text{para } \lfloor n_2 \rfloor = 4 \Rightarrow z = 30,5$$

$$\text{para } \lceil n_2 \rceil = 6 \Rightarrow z = 35,3$$

$$\therefore n_2 \leftarrow \lfloor n_2 \rfloor = 4 \Rightarrow k_{21} = n_2 / n_1 = 2$$

A partir do valor de n_2 obtém-se $n_3 = k_{31} n_1 = 2,46$ e $n_3 = k_{32} n_2 = 4$.

Substituindo na função objetivo para cada valor de $j = 3$ tem-se:

$$\text{para } \lfloor n_3 \rfloor = 2 \Rightarrow z = 33$$

$$\text{para } \lceil n_3 \rceil = 4 \Rightarrow z = 43,5$$

$$\therefore n_3 \leftarrow \lfloor n_3 \rfloor = 2$$

$$\text{para } \lfloor n_3 \rfloor = 4 \Rightarrow z = 43,5$$

$$\text{para } \lceil n_3 \rceil = 8 \Rightarrow z = 75,8$$

$$\therefore n_3 \leftarrow \lceil n_3 \rceil = 4$$

(*)

Como existe mais de um valor para n_3 , determina-se n_3 como o mínimo múltiplo comum dos valores de n_3 ,

$$\therefore n_3 = \text{m.m.c.}[2,4] = 4 \Rightarrow k_{31} = n_3 / n_1 = 2 \text{ e } k_{32} = n_3 / n_2 = 1$$

A rigor não seria necessário calcular o valor de n_3 na expressão (*), pois a função objetivo é estritamente convexa. O exemplo mostrado acima reflete a implementação computacional.

A partir da determinação dos valores k_{ji} , estes são então utilizados para determinar os custos revisados em cada componente do seguinte modo:

$$\begin{aligned}\hat{s}_j &= s_j + \sum_{i \in P(j)} (\hat{s}_i / k_{ij}) ; \\ \hat{e}_j &= e_j + \sum_{i \in P(j)} \hat{e}_i k_{ij} .\end{aligned}\tag{5}$$

A ordem de cálculo é do componente N para o componente 1. Como em Blackburn e Millen (1982a), pode-se considerar que as modificações de custos não afetam o tempo computacional dos algoritmos, pois os k_{ji} 's são calculados apenas uma vez antes do uso da heurística.

No exemplo acima os valores dos custos revisados calculados de acordo com (5) seriam:

$$\hat{s}_1 = 55, \hat{s}_2 = 80, \hat{s}_3 = 30, \hat{e}_1 = 7, \hat{e}_2 = 2 \text{ e } \hat{e}_3 = 1.$$

2.2.2 - Método do K restrito (KR)

O método do K restrito é de natureza similar àquele proposto em Schwarz e Schrage (1975), para a versão de tempo contínuo, considerada no trabalho de Blackburn e Millen. A expressão para o cálculo de k_{ji} é derivada da minimização irrestrita da função objetivo (1). O valor k_{ji} é uma estimativa do número de ordens dos componentes $i \in S(j)$ que serão combinados no componente j, e o método KR devidamente adaptado para estruturas gerais, propõe o seguinte modo de cálculo para k_{ji}

$$k_{ji} = \max \left\{ \left(\left[\begin{array}{cc} \hat{s}_j & e_i \\ \frac{\hat{s}_j}{e_j} & \frac{e_i}{s_i} \end{array} \right]^{1/2}, 1 \right) \right\}, \quad j = 2, \dots, N \quad i \in S(j)$$

$$n_1 = \max \left\{ \left(\left[\begin{array}{c} 2\hat{s}_1 \\ \overline{De}_1 \end{array} \right]^{1/2}, 1 \right) \right\}$$

onde \hat{s}_j e \hat{e}_j são calculados como em (5), e a ordem de cálculo é de $j = N$ para $j = 1$.

No exemplo dado em 2.2.1, os valores n_j e k_{ji} segundo o método KR seriam:

$$n_1 = 2, n_2 = 4, n_3 = 4, k_{21} = 2, k_{31} = 2 \text{ e } k_{32} = 1$$

Os valores dos custos revisados seriam:

$$\hat{s}_1 = 65, \hat{s}_2 = 80, \hat{s}_3 = 30, \hat{e}_1 = 7, \hat{e}_2 = 2 \text{ e } \hat{e}_3 = 1$$

2.3 - Heurística de Afentakis

Ao contrário das outras duas heurísticas analisadas neste estudo, este método usa uma abordagem paralela para calcular os tamanhos dos lotes para os componentes individuais. O método não requer que o plano de produção para um componente seja determinado antes de qualquer decisão sobre os planos de produção dos componentes predecessores deste. Os planos são calculados simultaneamente para todos os componentes num modo progressivo no tempo.

A heurística básica, como apresentada pelo autor, trabalha com estruturas de montagem. No presente estudo o método original foi adaptado para trabalhar com estruturas gerais de produção.

A formulação do problema de dimensionamento de lotes num sistema multi-estágios em termos de estoque de escalão (capítulo 1) mostra que se as restrições $\sum_{ij} r_{ij} E_{jt} - E_{it} \leq 0$ fossem relaxadas, então o problema tornar-se-ia decomponível em N subproblemas com um único componente. Nesse caso valeria a condição $E_{i,t-1} x_{it} = 0$, a qual implica que no período t basta considerar as opções de produção $p_{i1} d_{1t}$, $p_{i1} (d_{1t} + d_{1,t+1})$, ..., $p_{i1} (d_{1t} + \dots + d_{1T})$ (vide Apêndice). Estas opções de produção serão mantidas na heurística mas para garantir que a restrição acima mencionada seja satisfeita, vamos impor a seguinte condição de factibilidade:

CONDIÇÃO: os períodos de produção para cada componente (excluindo o final) são também períodos de produção para seus componentes sucessores imediatos.

Esta condição garante que existem componentes suficientes, quando necessário, para a produção de um item. A condição também requer que os componentes sejam produzidos em algum período somente quando todos os seus sucessores imediatos produzem. Em outras palavras, ao requerer que um componente i produza, no máximo, nos mesmos períodos que seus sucessores imediatos, $S(i)$, a condição garante que a produção de i num período t atende, no mínimo, à produção de seus sucessores imediatos em t , e portanto o estoque de escalão em i será, pelo menos, igual ao estoque em $S(i)$ no período t , isto é

$$E_{it} \geq \sum_{j \in S(i)} r_{ij} E_{jt} \quad \begin{array}{l} i = 2, \dots, N \\ t = 1, \dots, T \end{array}$$

Para exemplificar a condição de factibilidade acima descrita, considere uma estrutura de dois componentes, onde o componente 1 é o produto final e o componente 2 é o único componente utilizado na produção de 1. Denote-se o plano de produção para um componente i até o período t por $s(i,t)$, onde cada elemento em $s(i,t)$ é um valor 1 ou 0 representando produção ou não no período correspondente respectivamente.

Seja então o seguinte plano de produção para o componente 1 até o período $t = 5$, $s(1,5) = (1,0,0,1,1)$. Este plano significa que o componente 1 será produzido nos períodos 1, 4 e 5. O plano $s(1,5)$ impõe, segundo a condição de factibilidade, que o plano de produção para o componente 2 seja da forma, $s(2,5) = (1,0,0,x,x)$, onde x pode ser 0 ou 1, pois o componente 2 só pode ser produzido nos períodos em que seu sucessor imediato é produzido.

Segundo o plano $s(1,5)$, a produção do componente 1 no período 1 cobre as demandas d_{11}, d_{12} e d_{13} , a produção no período 4 cobre d_{14} , e a produção de 1 no período 5 cobre d_{15} . Como o componente 2 vai ser produzido, no máximo, nos períodos 1, 4 e 5 (mesmos períodos de produção de seu sucessor), a produção em cada um destes períodos deve atender, no mínimo, à demanda imposta por seu sucessor que produziu no mesmo período. Por exemplo, considere que $s(2,5) = (1,0,0,1,0)$. Então a produção de 2 no período 1 deve atender às demandas d_{21}, d_{22} e

d_{23} (decorrência direta da produção do componente 1 no período 1), e a produção de 2 no período 4 deve atender às demandas d_{24} e d_{25} , que decorre da soma das demandas impostas pelo componente 1 que produziu nos períodos 4 e 5.

O Algoritmo Paralelo

O algoritmo progressivo proposto por Afentakis (1987) é um procedimento iterativo, que começa resolvendo o problema de um período, a seguir o problema de dois períodos, e assim por diante. Descreve-se abaixo uma iteração genérica do método já levando em conta as modificações implementadas neste trabalho.

Suponha que foi realizado um certo número de iterações e resolvidos os problemas de dimensionamento de lotes de produção para os períodos 1 até t . Para cada período $\tau = 1, 2, \dots, t$ e cada componente $k = 1, 2, \dots, N$ o algoritmo gera os planos de produção $s^*(k, \tau)$, e seus custos, $cp^*(k, \tau)$. Na próxima iteração o problema de $(t+1)$ períodos será resolvido, aplicando-se o seguinte procedimento de dois passos :

Passo 1 : Geração dos planos candidatos

Para cada componente gere um conjunto de planos de produção candidatos para o problema de dimensionamento de lotes de $(t+1)$ períodos e calcule o custo de cada plano.

Passo 2 : Seleção dos melhores planos

De cada conjunto de planos candidatos selecione o melhor plano de modo que os escolhidos sejam factíveis para o sistema todo e o custo total seja minimizado.

Um exemplo concreto da utilização do algoritmo para estruturas de montagem pode ser encontrado em Afentakis (1987). Apresenta-se mais adiante um exemplo para estruturas gerais.

A resolução do problema de dimensionamento de lotes de $(t+1)$ períodos através do método descrito anteriormente, requer no primeiro passo a geração do conjunto de planos candidatos. Neste ponto foi utilizado o mesmo processo adotado por

Afentakis, ou seja, dado t_k , o último período de produção no plano $s^*(k,t)$, para cada componente $k=1,\dots,N$ gera-se $n_k = t+2-t_k$ planos da seguinte maneira:

$$s(k,i) = \left\{ s^*(k,t_k+i-2), 1, 0, \dots, 0 \right\}, \quad i = 1, \dots, n_k \quad (1)$$

Colocando em palavras, o i -ésimo plano candidato é construído, adotando-se o plano calculado pelo algoritmo para os períodos 1 até t_k+i-2 , e programando-se uma produção final no período t_k+i-1 para cobrir a demanda dos períodos t_k+i-1 até $t+1$.

Para calcular o custo de cada plano tivemos de adaptar a expressão encontrada em Afentakis (1987), para o caso de estruturas gerais e custos variantes no tempo. O custo do plano $s(k,i)$ é dado por

$$\begin{aligned} cp_t(k,i) = & cp_t^*(k,t_k+i-2) + s_{k,t_k+i-1} + \\ & + c_{k,t_k+i-1} \left[\sum_{\tau=t_k+i-1}^{t+1} p_{k1} d_{1\tau} \right] \\ & + \sum_{\tau=t_k+i}^{t+1} e_{k,\tau-1} \left[p_{k1} \left(\sum_{j=\tau}^{t+1} d_{1j} \right) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

No segundo passo do método requer-se que os planos seleccionados minimizem o custo total do sistema, e que satisfaçam a condição de factibilidade. Neste passo também existem diferenças entre o método original e a nossa implementação devido a considerarmos estruturas gerais de produção. Por isso, devemos garantir a condição de factibilidade para um determinado componente em relação a cada um de seus sucessores imediatos. De modo análogo a Afentakis (1987), para cada tripla, componente k , seus predecessores imediatos $P(k)$, e plano candidato $s(k,i)$, definimos o seguinte conjunto :

$$F_1(k,i) = \left\{ (l,j) / l \in P(k) \text{ e o par } [s(k,i), s(l,j)] \text{ satisfaz a CONDIÇÃO} \right\} .$$

É fácil perceber que o conjunto $F_1(k,i)$ contém os índices dos planos candidatos correspondentes ao componente l que são compatíveis com o plano $s(k,i)$.

Apresenta-se abaixo o algoritmo de Afentakis adaptado para estruturas gerais.

Calcule os valores iniciais $cp(k,i)$ a partir dos custos e demandas de escalão

Para $l = N$ até 1 em ordem decrescente faça

Para todo $k \in S(l)$ em ordem crescente faça

$i = 1$

Enquanto $i < n_k$, faça

$cp(k,i) = cp(k,i) + \min_j \{cp(l,j) \mid (l,j) \in F_l(k,i)\}$

Retire, se houver, de $cp(k,i)$ os índices repetidos advindos de

$cp(l,j)$ (**)

$i = i + 1$

fim enquanto i

fim para todo k

fim para l

(**) Por considerarmos estruturas gerais, um componente pode ter vários sucessores imediatos e neste caso pode haver uma duplicação de custos à medida em que o algoritmo vai do último para o primeiro nível da estrutura. Neste passo deve-se verificar se ao adicionar $cp(l,j)$ à $cp(k,i)$ não houve uma duplicação de algum custo embutido em $cp(l,j)$ que já estivesse considerado em $cp(k,i)$. Caso tenha havido esta duplicação, deve-se subtrair o custo duplicado de $cp(k,i)$. Para efetuar este controle, foi implementada uma estrutura que armazena os índices contidos em cada $cp(k,i)$, e à medida que o algoritmo evolui, são feitas as devidas comparações. Esta duplicação precisa ser evitada, caso contrário, o custo final $cp(0,1)$ não representaria de fato o custo efetivo dos planos ótimos determinados pelo algoritmo. No apêndice 2 apresenta-se o pseudo código desta rotina para evitar duplicidade de custos.

Assume-se $k = S(1) = \{0\}$, e $cp(0,1) = 0$ no início do algoritmo.

As diferenças básicas entre este algoritmo e o algoritmo proposto por Afentakis são:

- i) A inclusão do loop para todo $k \in S(l)$, pois no algoritmo original havia apenas um sucessor k para cada componente l ;
- ii) A rotina para evitar a duplicidade de custos e o consequente aumento irreal de $cp(0,1)$;

iii) A definição de custo do plano de produção para um dado componente utilizada é aquela apresentada acima na equação (2), e não a definição original.

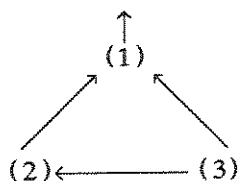
Do mesmo modo que na heurística original, não é possível garantir que este algoritmo adaptado encontre a solução ótima para o problema, pois devido a utilização da expressão (1) para gerar os planos candidatos, não há garantia da geração do plano ótimo. Além disso, o próprio Afentakis citou no seu trabalho que ao invés de utilizar a expressão (1), ele gerou todos os planos possíveis para um dado componente num dado período, não obtendo melhorias substanciais nos resultados, além do grande aumento no tempo computacional que esta geração completa requeriria. Afentakis ressaltou ainda em seu estudo que, no caso de estruturas gerais, mesmo que fossem gerados todos os planos possíveis não seria garantida a obtenção da solução ótima (Afentakis (1987)).

É importante notar que do mesmo modo que no algoritmo original, ao final da execução deste algoritmo, graças à rotina que evita duplicações de custos, obtém-se o valor da solução para o problema de T-períodos ($c(0,1)$). Devido a este algoritmo ser um algoritmo de programação dinâmica, a partir da determinação de $cp(0,1)$, obtém-se $s^*(1,T)$ que é o plano correspondente ao menor custo que gerou $cp(0,1)$. De modo análogo e recursivamente para trás na estrutura, obtém-se $s^*(i,T)$, onde $i=2, \dots, N$.

Exposto isto, passemos então à apresentação do exemplo do algoritmo de Afentakis adaptado para estruturas gerais. Neste exemplo procura-se mostrar também o funcionamento da rotina para evitar duplicações de custos.

Exemplo do Algoritmo de Afentakis usando estrutura geral

Definição do problema



k	S(k)	P(k)	s _k	c _k	e _k	t	d _{1t}
1	0	2,3	10	1	1	1	8
2	1	3	50	1	1	2	13
3	1,2	-	30	1	1	3	4
						4	8
						5	12

t = 1

s(k, t)		cp(k, t)	
k \ t	1	k \ t	1
1	{1}	1	18
2	{1}	2	58
3	{1}	3	46

$$F_2(1,1) = \{(2,1)\}$$

$$F_3(1,1) = F_3(2,1) = \{(3,1)\}$$

Algoritmo para achar os melhores planos :

```

1 k i=1
3 1 cp(1,1)=18+46=64
  2 cp(2,1)=58+46=104
2 1 cp(1,1)=64+104-46=122
1 0 cp(0,1)=122

```

Rotina para evitar duplicidade :

```

cp'(1,1) = cp(1,1)+cp(3,1)
cp'(2,1) = cp(2,1)+cp(3,1)
cp''(1,1) = cp'(1,1)+cp'(2,1) = cp(1,1)+cp(3,1)+cp(2,1)+cp(3,1)-cp(3,1)

```

s*(k, t)		cp*(k, t)	
k \ t	1	k \ t	1
1	{1}	1	18
2	{1}	2	58
3	{1}	3	46
		Total	122

Melhores planos : $s^*(1,1)=s(1,1)$; $s^*(2,1)=s(2,1)$; $s^*(3,1)=s(3,1)$

t = 2

$s(k, t)$			$cp(k, t)$		
$k \backslash t$	1	2	$k \backslash t$	1	2
1	{1,0}	{1,1}	1	44	41
2	{1,0}	{1,1}	2	84	121
3	{1,0}	{1,1}	3	98	102

$$F_2(1,1) = \{(2,1)\}$$

$$F_2(1,2) = \{(2,1), (2,2)\}$$

$$F_3(1,1) = \{(3,1)\} = F_3(2,1)$$

$$F_3(1,2) = \{(3,1), (3,2)\} = F_3(2,2)$$

Algoritmo para achar os melhores planos :

```

1 k i=1 i=2
3 1 cp(1,1)=44+98=142 cp(1,2)=41+98=139
  2 cp(2,1)=84+98=182 cp(2,2)=121+98=219
2 1 cp(1,1)=142+182-98=226 cp(1,2)=139+182-98=223
1 0 cp(0,1)=223

```

Rotina para evitar duplicidade :

$$\begin{aligned}
 cp'(1,1) &= cp(1,1) + cp(3,1) & cp'(1,2) &= cp(1,2) + cp(3,1) \\
 cp'(2,1) &= cp(2,1) + cp(3,1) & cp'(2,2) &= cp(2,2) + cp(3,1) \\
 cp''(1,1) &= cp'(1,1) + cp'(2,1) = cp(1,1) + cp(3,1) + cp(2,1) + cp(3,1) - cp(3,1) \\
 cp''(1,2) &= cp'(1,2) + cp'(2,1) = cp(1,2) + cp(3,1) + cp(2,1) + cp(3,1) - cp(3,1)
 \end{aligned}$$

$s^*(k, t)$			$cp^*(k, t)$		
$k \backslash t$	1	2	$k \backslash t$	1	2
1	{1}	{1,1}	1	18	41
2	{1}	{1,0}	2	58	84
3	{1}	{1,0}	3	46	98
Total			122 223		

Melhores planos :

- $s^*(1,2) = s(1,2)$ pois $cp(1,2) < cp(1,1)$;
- $s^*(2,2) = s(2,1)$ pois em $cp(1,2)$ está $cp(2,1)$;
- $s^*(3,2) = s(3,1)$ pois em $cp(2,1)$ e $cp(1,2)$ está $cp(3,1)$.

t = 3

$s(k, t)$				$cp(k, t)$			
$k \backslash t$	1	2	3	$k \backslash t$	1	2	3
1	{1,1,0}	{1,1,1}	-	1	49	55	
2	{1,0,0}	{1,1,0}	{1,0,1}	2	96	129	138
3	{1,0,0}	{1,1,0}	{1,0,1}	3	122	118	136

$$F_2(1,1) = \{(2,1), (2,2)\}$$

$$F_3(1,1) = \{(3,1), (3,2)\}$$

$$F_3(2,1) = \{(3,1)\}$$

$$F_2(1,2) = \{(2,1), (2,2), (2,3)\}$$

$$F_3(1,2) = \{(3,1), (3,2), (3,3)\}$$

$$F_3(2,3) = \{(3,1), (3,3)\}$$

$$F_3(2,2) = \{(3,1), (3,2)\}$$

Algoritmo para achar os melhores planos :

$1 \quad k \quad i=1$ $3 \quad 1 \quad cp(1,1) = 49 + 118 = 167$ $2 \quad cp(2,1) = 96 + 122 = 218$ $2 \quad 1 \quad cp(1,1) = 167 + 218 = 385 - 118 = 267$ $1 \quad 0 \quad cp(0,1) = 267$	$i=2$ $cp(1,2) = 55 + 118 = 173$ $cp(2,2) = 129 + 118 = 247$ $cp(1,2) = 173 + 218 = 391 - 118 = 273$	$i=3$ $cp(2,3) = 138 + 122 = 260$
---	--	-----------------------------------

Rotina para evitar duplicidade :

$$cp'(1,1) = cp(1,1) + cp(3,2) \qquad cp'(1,2) = cp(1,2) + cp(3,2)$$

$$cp'(2,1) = cp(2,1) + cp(3,1) \qquad cp'(2,2) = cp(2,2) + cp(3,2) \qquad cp'(2,3) = cp(2,3) + cp(3,1)$$

$$cp''(1,1) = cp'(1,1) + cp'(2,1) = cp(1,1) + cp(3,2) + cp(2,1) + cp(3,1) - cp(3,2)$$

$$cp''(1,2) = cp'(1,2) + cp'(2,1) = cp(1,2) + cp(3,2) + cp(2,1) + cp(3,1) - cp(3,2)$$

$k \setminus t$	$s^*(k,t)$		$cp^*(k,t)$
	1 2 3	1 2 3	
1	{1} {1,1} {1,1,0}	18 41 49	
2	{1} {1,0} {1,0,0}	58 84 96	
3	{1} {1,0} {1,0,0}	46 98122	
	Total	122 223267	

Melhores planos : $s^*(1,3) = s(1,1)$ pois $cp(1,1) < cp(1,2)$;
 $s^*(2,3) = s(2,1)$ pois em $cp(1,1)$ está $cp(2,1)$;
 $s^*(3,3) = s(3,1)$ pois em $cp(1,1)$ e $cp(2,1)$ está $cp(3,1)$.

O método deve ser aplicado de modo similar para os períodos $t=4$ e $t=5$.

2.4 - Heurística de Graves

A heurística desenvolvida por Graves (1981) é uma heurística de dimensionamento de lotes em sistemas com múltiplos componentes. Ela é uma heurística multi-passo que consiste de duas fases; na primeira, o plano corrente é revisado e na segunda, vários componentes são "colapsados" em outros componentes

baseados no plano corrente. Na nossa implementação não se considerou a fase de colapso dos componentes, pois a forma apresentada por Graves é utilizável apenas em estruturas de montagem, e neste trabalho consideramos estruturas gerais. No final da descrição da heurística mostramos um exemplo que demonstra a impossibilidade do procedimento de colapso funcionar em estruturas gerais de produção.

Passemos então à descrição da heurística através de um exemplo bastante simples. Considere-se um sistema de dois componentes onde o componente 2 é o único componente do componente 1, o produto final. Esta estrutura é o mais simples sistema de múltiplos componentes, e todos os resultados para este sistema podem ser generalizados para estruturas mais complexas.

Assume-se estoque inicial zero para ambos os componentes, tempo de produção zero, e $d_{11} > 0$. Por conveniência notacional, identifica-se o problema de componente único com requisitos de demanda d_{it} para $t=1, \dots, T$, custo de setup s_{it} , custo de estoque h_{it} , e custo unitário de produção c_{it} para $t=1, \dots, T$ como $WW[d_{it}, s_{it}, h_{it}, c_{it}]$, ou seja, os parâmetros de um problema com um único componente i resolvido pelo algoritmo de Wagner e Whitin. A heurística inicial (H1) é então:

(1) Resolva $WW[d_{1t}, s_{1t}, h_{1t}, c_{1t}]$. Se x_{1t} é a quantidade produzida do componente 1 no período t, então $r_{21}x_{1t}$ é a demanda imposta ao componente 2 pelo plano de produção do componente 1, onde r_{21} é a número de unidades do componente 2 necessário para produzir uma unidade do componente 1;

(2) Seja $\hat{d}_{2t} = r_{21}x_{1t}$ = demanda total para o componente 2 no período t. Resolva $WW[\hat{d}_{2t}, s_{2t}, h_{2t}, c_{2t}]$. A partir da solução, determine γ_{2t} = custo marginal unitário da demanda para o componente 2 no período t.

(3) Seja $\hat{c}_{1t} = c_{1t} + r_{21}\gamma_{2t}$ = novo custo variável de produção no período t. Resolva $WW[d_{1t}, s_{1t}, h_{1t}, \hat{c}_{1t}]$. Se não há mudança no plano do componente 1, então pare; se há alguma mudança, então retorne ao passo 2.

Falta mostrar como são determinados os custos marginais γ_{2t} . Define-se γ_{2t} como o custo marginal para aumentar de uma unidade a demanda requerida para o componente 2 no período t dado um plano de produção para o componente 2; γ_{2t} pode ser interpretado como um preço relativo sobre a demanda para um plano fixado para

o componente 2. Seja τ o último período anterior a t onde há produção do componente 2 (i.é, ocorre uma produção). Se x_{2t} é a quantidade produzida no período t , então

$$\begin{aligned} x_{2\tau} &> 0, \\ x_{2j} &= 0, \quad \text{para } j = \tau+1, \dots, t-1, \end{aligned}$$

ou

$$x_{2t} > 0 \text{ e } t = \tau.$$

Especificamos γ_{2t} como

$$\gamma_{2t} = c_{2\tau} + \sum_{l=\tau}^{t-1} h_{2l}.$$

Portanto, se a demanda no período t é aumentada de uma unidade, a produção no período τ ($x_{2\tau}$) aumenta de uma unidade com um custo incremental consistindo do custo variável de produção no período τ , $c_{2\tau}$, mais o custo de estoque do período τ até $t-1$, o qual é $\sum_{l=\tau}^{t-1} h_{2l}$. Assume-se que τ existe, o que é verdadeiro dado que não há estoque inicial e a demanda no primeiro período é não nula.

Graves demonstrou que a cada iteração de (H1) o custo total é não crescente e que a heurística (H1) converge. Esta heurística e suas propriedades de convergência são extensíveis a estruturas mais complexas. No seu trabalho, Graves mostra um exemplo de aplicação da heurística para um sistema de dois níveis com seis componentes.

A extensão da heurística para mais do que dois níveis é ligeiramente mais complexa. A heurística original é gerada para iteragir entre dois níveis. Com mais do que dois níveis, deve-se decidir em que ordem o procedimento cicla sobre os níveis. Isto pode ser melhor ilustrado considerando-se o seguinte sistema de cinco componentes, com quatro níveis (figura 4).

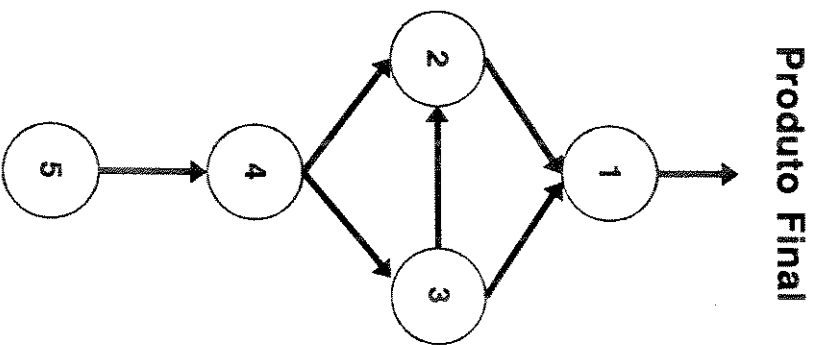


Figura 4. Exemplo Heurística de Graves

Novamente as revisões em (H1) são diretas para esta estrutura. A demanda dos níveis superiores, gerando planos para os níveis inferiores, é

$$\begin{aligned}\hat{d}_{2t} &= r_{21} x_{1t}, \\ \hat{d}_{3t} &= r_{31} x_{1t} + r_{32} x_{2t}, \\ \hat{d}_{4t} &= r_{42} x_{2t} + r_{43} x_{3t}, \\ \hat{d}_{5t} &= r_{54} x_{4t}.\end{aligned}$$

Os custos variáveis revisados são calculados do seguinte modo

$$\begin{aligned}\hat{c}_{1t} &= c_{1t} + r_{21} \gamma_{2t} + r_{31} \gamma_{3t}, \\ \hat{c}_{2t} &= c_{2t} + r_{32} \gamma_{3t} + r_{42} \gamma_{4t}, \\ \hat{c}_{3t} &= c_{3t} + r_{43} \gamma_{4t}, \\ \hat{c}_{4t} &= c_{4t} + r_{54} \gamma_{5t},\end{aligned}$$

onde

$$\gamma_{2t} = \hat{c}_{2\tau} + \sum_{l=\tau_1}^{t-1} h_{2l},$$

$$\gamma_{3t} = \hat{c}_{3\tau} + \sum_{l=\tau_2}^{t-1} h_{3l},$$

$$\gamma_{4t} = \hat{c}_{4\tau} + \sum_{l=\tau_3}^{t-1} h_{4l},$$

$$\gamma_{5t} = c_{5\tau} + \sum_{l=\tau_4}^{t-1} h_{5l},$$

e onde,

- τ_1 é o último período de produção do componente 2 anterior ao período t ,
- τ_2 é o último período de produção do componente 3 anterior ao período t ,
- τ_3 é o último período de produção do componente 4 anterior ao período t ,
- τ_4 é o último período de produção do componente 5 anterior ao período t .

Note-se que γ_{2t} , o custo marginal para o componente 2, reflete não somente o custo incremental no componente 2, mas também o custo incremental em todos os seus predecessores imediatos. Do mesmo modo acontece para γ_{3t} , γ_{4t} .

Graves propôs um procedimento completamente cíclico para iteragir entre os níveis. No exemplo acima, calculam-se os planos para os níveis I a IV, retornando

então ao nível I para tentar melhorar o plano de produção. Este procedimento cíclico pode ser ilustrado da seguinte forma: I → II → III → IV → I → II → ...

Um outro procedimento parcialmente cíclico entre níveis também foi proposto por Graves, mas este se revelou, segundo o autor, computacionalmente ineficiente. Por este motivo, implementou-se neste estudo o procedimento completamente cíclico descrito anteriormente.

Como pode-se observar a partir do exemplo, o tempo computacional do algoritmo aumenta consideravelmente com a profundidade da estrutura de produção, pois o procedimento tem que descer na estrutura até determinar os custos marginais dos nós-folha da estrutura, para, a partir desses valores, poder subir de volta no grafo calculando os demais custos marginais e custos revisados. Contudo, o tempo computacional do segundo procedimento tende a ser ainda maior que o do primeiro a medida em que aumente a profundidade da estrutura, e este foi mais um fator que influenciou na escolha da primeira estratégia.

O segundo passo da heurística de Graves é o procedimento de colapso dos componentes. O colapso, na nomenclatura de Graves, significa reduzir dois componentes a apenas um, desde que o plano de produção do componente predecessor j seja um múltiplo do plano de produção do componente sucessor i , sendo i o único sucessor de j (sistema de montagem). O componente colapsado, resultante da fusão de i com j , segundo Graves (1981), tem custo de preparação igual a soma dos custos de preparação de i e j ; custo de estoque igual ao de i ; custo unitário de produção igual à soma $[c_{it} + r_{ji} c_{jt}]$; demanda igual a de i ; e teria como predecessores os componentes predecessores de j e como sucessor o componente sucessor de i .

Ainda segundo Graves, num sistema de distribuição, onde cada componente tem um único predecessor, o colapso só seria possível caso o custo de produção do componente j fosse constante ao longo do tempo e portanto pudesse ser ignorado. Os demais custos seriam como no caso de sistemas de montagem.

Na figura 5, temos representado um sistema de produção com estrutura geral composto de cinco componentes. Se tentarmos colapsar os componentes 2 e 5 ambos passariam a ser representados pelo componente X na figura 5. Para ser mantida a consistência do problema original, o componente 3, originalmente predecessor

imediate de 2 e sucessor de 5, passaria a ser sucessor e predecessor imediato de X, o que é inviável.

Portanto, como exemplificamos, independente de qualquer tipo de hipótese sobre os custos, preferimos utilizar a heurística de Graves sem "colapso" para estruturas gerais de produção. A utilização da heurística sem o procedimento de "colapso" pode comprometer bastante os seus resultados, pois este procedimento reduz o tamanho da estrutura de produção, podendo inclusive reduzir o número de níveis da estrutura. Como forma de simplificar a implementação do método decidiu-se não utilizar a rotina de "colapso" mesmo naqueles componentes com apenas um sucessor.

O fato de a rotina de "colapso" não ser aplicável a estruturas gerais despertou nossa curiosidade pois, segundo Graves, sua heurística seria utilizável para este tipo de estruturas. Um fato interessante é que no seu trabalho Graves testou sua heurística multi-passo apenas com estruturas de montagem, isto é, Graves não apresentou nenhum teste com estruturas gerais.

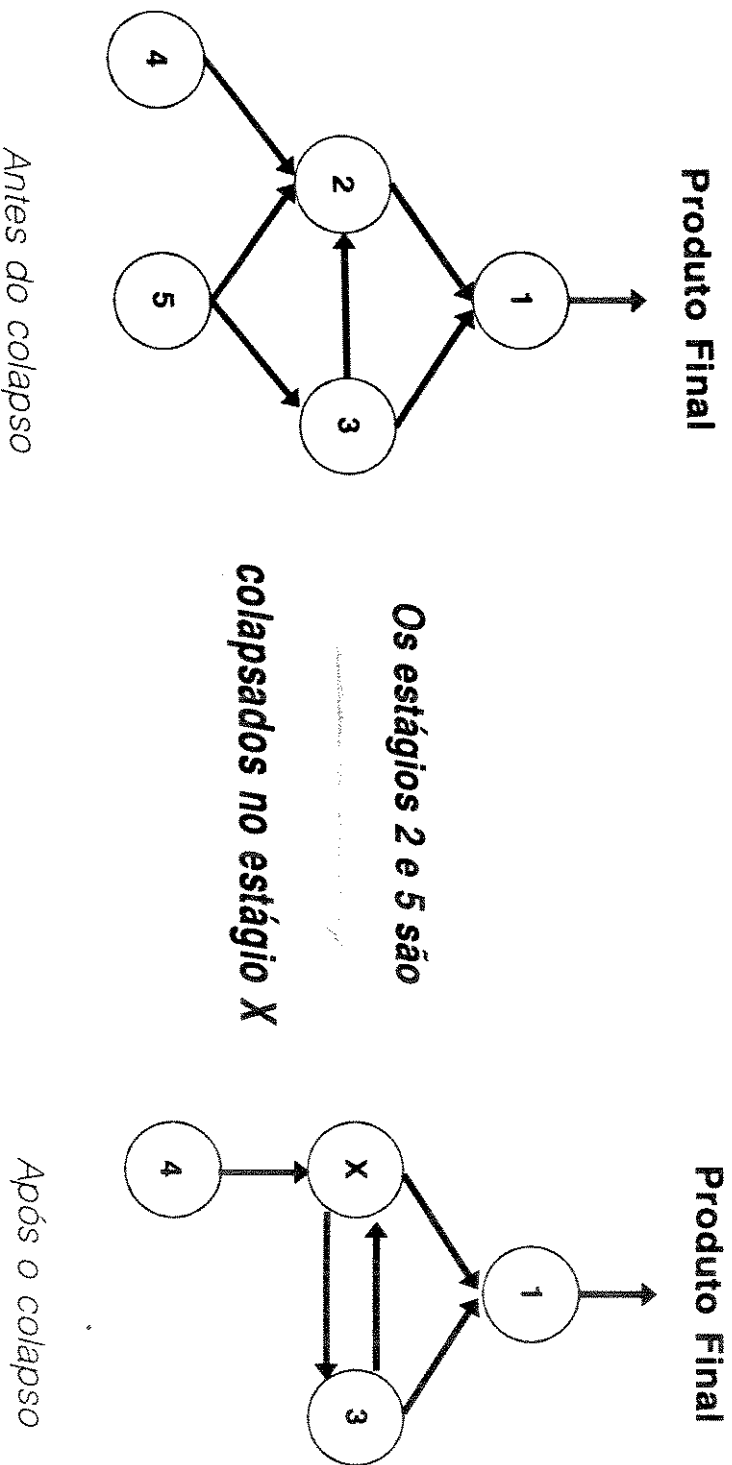


Figura 5. Rotina de colapso (Graves) em estruturas gerais



CAPÍTULO 3

EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS E RESULTADOS OBTIDOS PARA ALGORITMOS ESTÁTICOS

3.1 - Introdução

Neste capítulo são descritos os experimentos computacionais e os resultados obtidos através da comparação dos algoritmos de Graves (1981), Blackburn e Millen (1982a), Afentakis (1987) e Wagner-Whitin (1958) funcionando estaticamente, ou seja sem considerar horizonte rolante de produção. As implementações aqui comparadas seguem o descrito no capítulo 2 deste trabalho.

Nenhum procedimento multi-estágios ótimo foi utilizado como base de comparação entre as heurísticas pois algoritmos deste tipo são extremamente trabalhosos computacionalmente e não são práticos para uso operacional. Os resultados obtidos foram comparados tomando-se por base o algoritmo de Wagner-Whitin mono-estágio aplicado seqüencialmente.

No capítulo 5 apresenta-se outro experimento computacional e os respectivos resultados para comparação das heurísticas funcionando dinamicamente, ou seja, com horizonte rolante de produção.

3.2 - Experimentos Computacionais

Este primeiro conjunto de experimentos foi projetado para testar a eficiência dos algoritmos com respeito ao custo total de produção. Os fatores considerados mais influentes no custo final são o método de dimensionamento de lotes utilizado, e o número de componentes e níveis da estrutura de produção. Como descrito no capítulo 2, as heurísticas acima citadas foram generalizadas para trabalhar com

estruturas gerais de produção. O algoritmo de Wagner-Whitin foi aplicado de modo seqüencial, com explosão de demandas para os níveis inferiores da estrutura.

A fim de examinar o impacto da estrutura de produção, foram incluídas três famílias de estruturas sendo uma com oito componentes, outra com quarenta componentes e outra com oitenta componentes. Para cada família foram estudadas estruturas com 2, 4 e 8 níveis, resultando, portanto em 9 tipos de estruturas.

As três estruturas com oito componentes estão representadas na figura 6. Na figura 7 é mostrada a estrutura com quarenta componentes e quatro níveis e na figura 8 é mostrada a figura com quarenta componentes e oito níveis. A estrutura com quarenta componentes e dois níveis não foi representada graficamente devido à dificuldade de representação. Contudo, esta é a estrutura com quarenta componentes mais plana possível, ou seja, todos os componentes do 2 ao 40 estão conectados unicamente ao componente 1. A figura 9 apresenta a estrutura com oitenta componentes e oito níveis de profundidade. A estrutura com oitenta componentes e dois níveis também é a estrutura mais plana possível com oitenta componentes, ou seja, todos os componentes do 2 ao 80 estão conectados unicamente ao componente 1. Devido à dificuldade de representação gráfica a estrutura com oitenta componentes e quatro níveis também não foi apresentada, mas esta pode ser descrita em termos dos conjuntos $S(i)$, que incluem todos os componentes sucessores de i . Esta estrutura pode ser descrita do seguinte modo:

$S(2)={1}$, $S(3)={1}$, $S(4)={1}$, $S(5)={1}$, $S(6)={1}$, $S(7)={1}$, $S(8)={1}$,
 $S(9)={1}$, $S(10)={1}$, $S(11)={1}$, $S(12)={1}$, $S(13)={1}$, $S(14)={1}$, $S(15)={1}$,
 $S(16)={1}$, $S(17)={1}$, $S(18)={1}$, $S(19)={1}$, $S(20)={1}$, $S(21)={1}$, $S(22)={1}$,
 $S(23)={1}$, $S(24)={2,3}$, $S(25)={2,4}$, $S(26)={3}$, $S(27)={4,5,6}$, $S(28)={5,7}$,
 $S(29)={4,6}$, $S(30)={6,7,8}$, $S(31)={8}$, $S(32)={1,9}$, $S(33)={9,10}$,
 $S(34)={10,12}$, $S(35)={11,12}$, $S(36)={12}$, $S(37)={13,14}$, $S(38)={14,16,18}$,
 $S(39)={14,15}$, $S(40)={15,16}$, $S(41)={16,17,18}$, $S(42)={18}$, $S(43)={18,19}$,
 $S(44)={19,20}$, $S(45)={19,20}$, $S(46)={20,21}$, $S(47)={21,22}$, $S(48)={22}$,
 $S(49)={22}$, $S(50)={23}$, $S(51)={24}$, $S(52)={2,24,25}$, $S(53)={26}$,
 $S(54)={26,27}$, $S(55)={27,28}$, $S(56)={28}$, $S(57)={29,32}$, $S(58)={29,30}$,
 $S(59)={29,30}$, $S(60)={9,30,31}$, $S(61)={32,33}$, $S(62)={32,33}$, $S(63)={33,35}$,
 $S(64)={34}$, $S(65)={34,35}$, $S(66)={13,35,36}$, $S(67)={36,37}$, $S(68)={36}$,
 $S(69)={37,38}$, $S(70)={38}$, $S(71)={38}$, $S(72)={39,40}$, $S(73)={39,41}$,

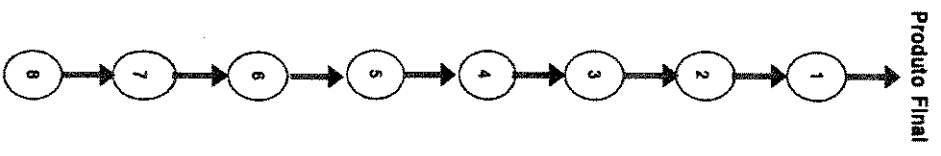
$S(74)=\{40,43\}$, $S(75)=\{41,42\}$, $S(76)=\{42,44\}$, $S(77)=\{43,45\}$, $S(78)=\{44,46\}$,
 $S(79)=\{47,50\}$, $S(80)=\{48,49,50\}$.

Nestes experimentos estáticos os impactos advindos do comprimento do horizonte de planejamento não foram testados, tendo-se adotado um horizonte fixo de 12 períodos.

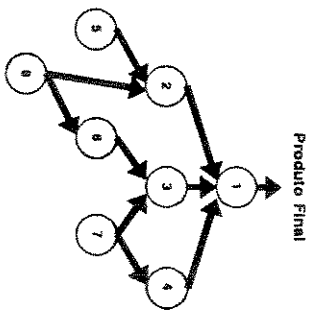
Para cada estrutura de produção foram gerados dez conjuntos de problemas, de acordo com a metodologia utilizada por Afentakis e Gavish (1986). Os custos de preparação foram aleatoriamente selecionados a partir de uma distribuição uniforme variando de 50 a 950, $U[50;950]$. Os custos de estoque de escalão foram escolhidos de modo aleatório de $U[0.2;0.4]$; os custos unitários de produção em cada estágio foram gerados a partir de $U[5;95]$, isto é, cerca de 10% dos custos de preparação; e a demanda para cada período foi gerada a partir de $U[0;180]$. Os valores r_{ij} foram considerados iguais a 1 (um) para todos os componentes. Para gerar os dez conjuntos de custos foram utilizadas as seguintes sementes: 1, 10, 50, 100, 500, 1500, 3000, 5000, 10000 e 50000. Todos os valores foram gerados utilizando-se o gerador de números aleatórios do compilador C do sistema operacional AIX (Unix-like) da IBM.

É importante ressaltar que apesar da heurística de Blackburn e Millen ter sido generalizada para trabalhar com estruturas gerais, a mesma continua operando com custos constantes no tempo. Para determinar o valor dos custos para esta heurística utilizou-se a média dos custos gerados para os demais algoritmos dentro do horizonte de planejamento.

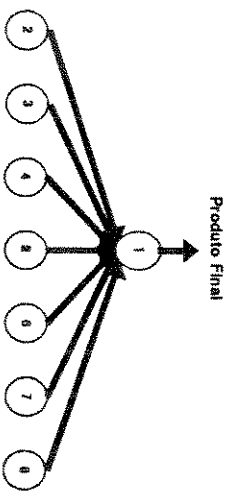
Para cada combinação de estrutura (9 tipos) com conjunto de custos (10 conjuntos) foram executadas cada uma das cinco heurísticas, Afentakis (AFEN), Blackburn-Millen modificado pelo procedimento de minimização (BMPM), Blackburn-Millen modificado pelo método do K-restrito (BMKR), Graves (GRAV) e Wagner-Whitin (WaWh) executando portanto 450 problemas. Para cada um destes problemas foi medido o custo total de produção e o tempo efetivo de processamento (*cpu time*).



Estrutura com 8 níveis



Estrutura com 4 níveis



Estrutura com 2 níveis

Figura 6. Estruturas com 8 componentes

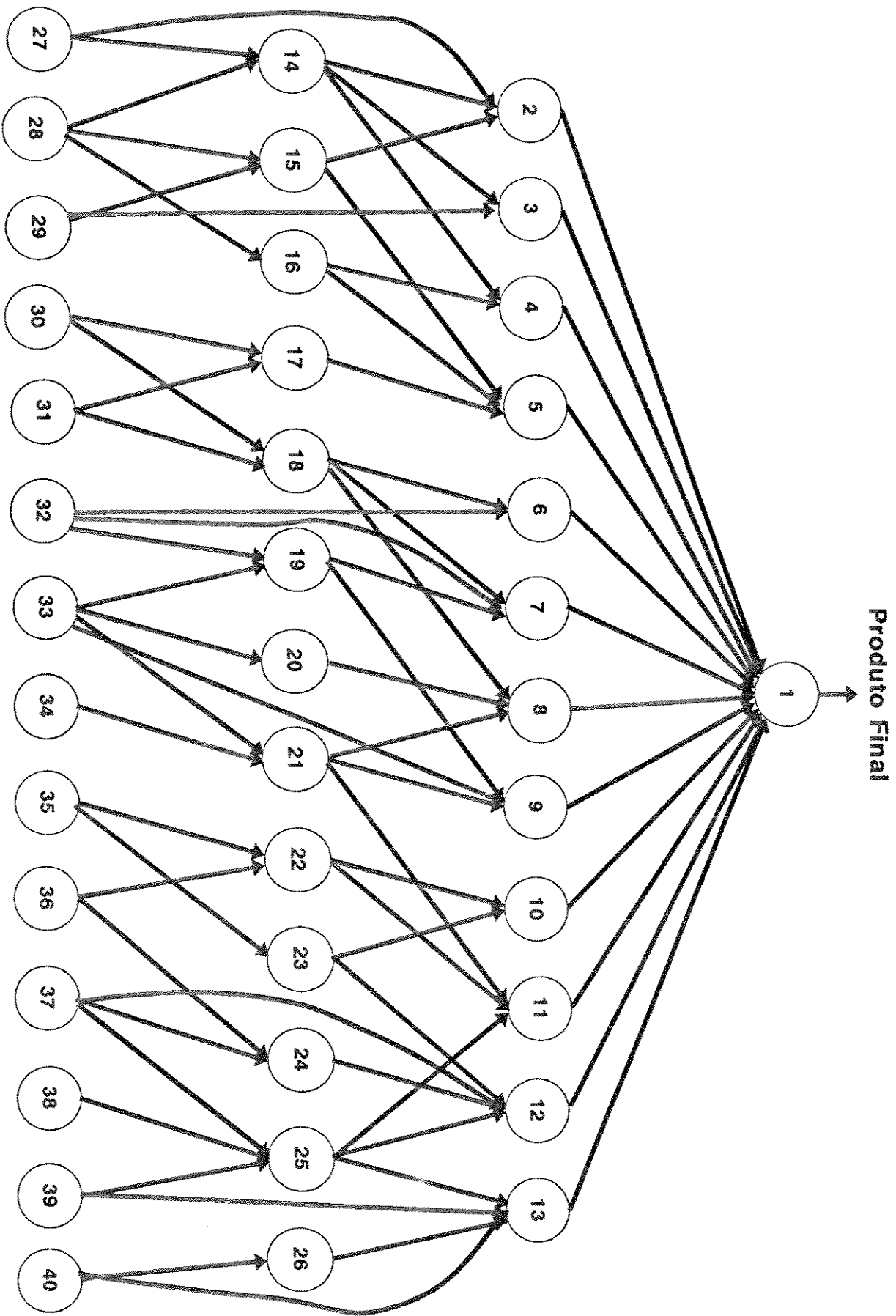


Figura 7. Estrutura com 40 componentes e 4 níveis

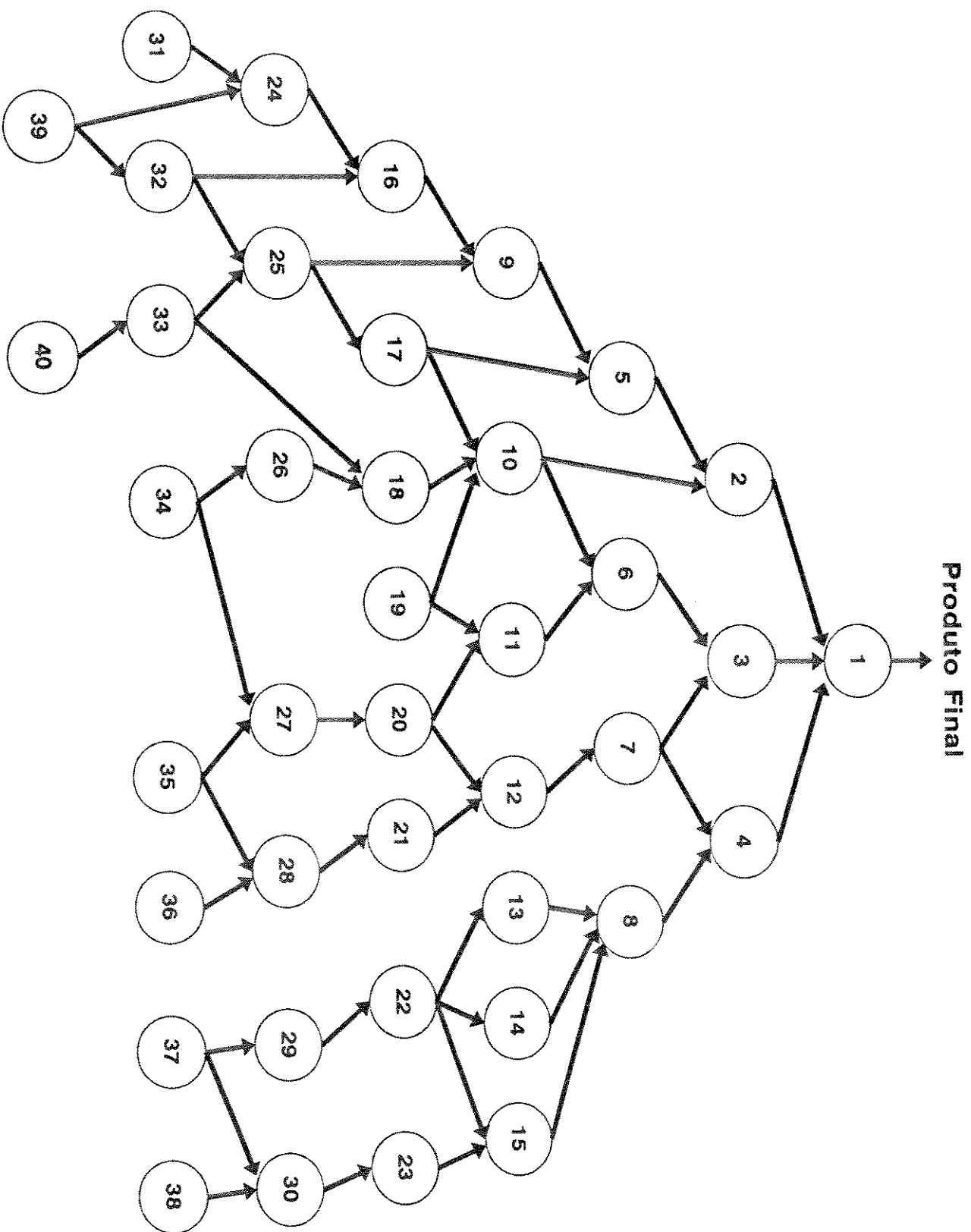


Figura 8. Estrutura com 40 componentes e 8 níveis

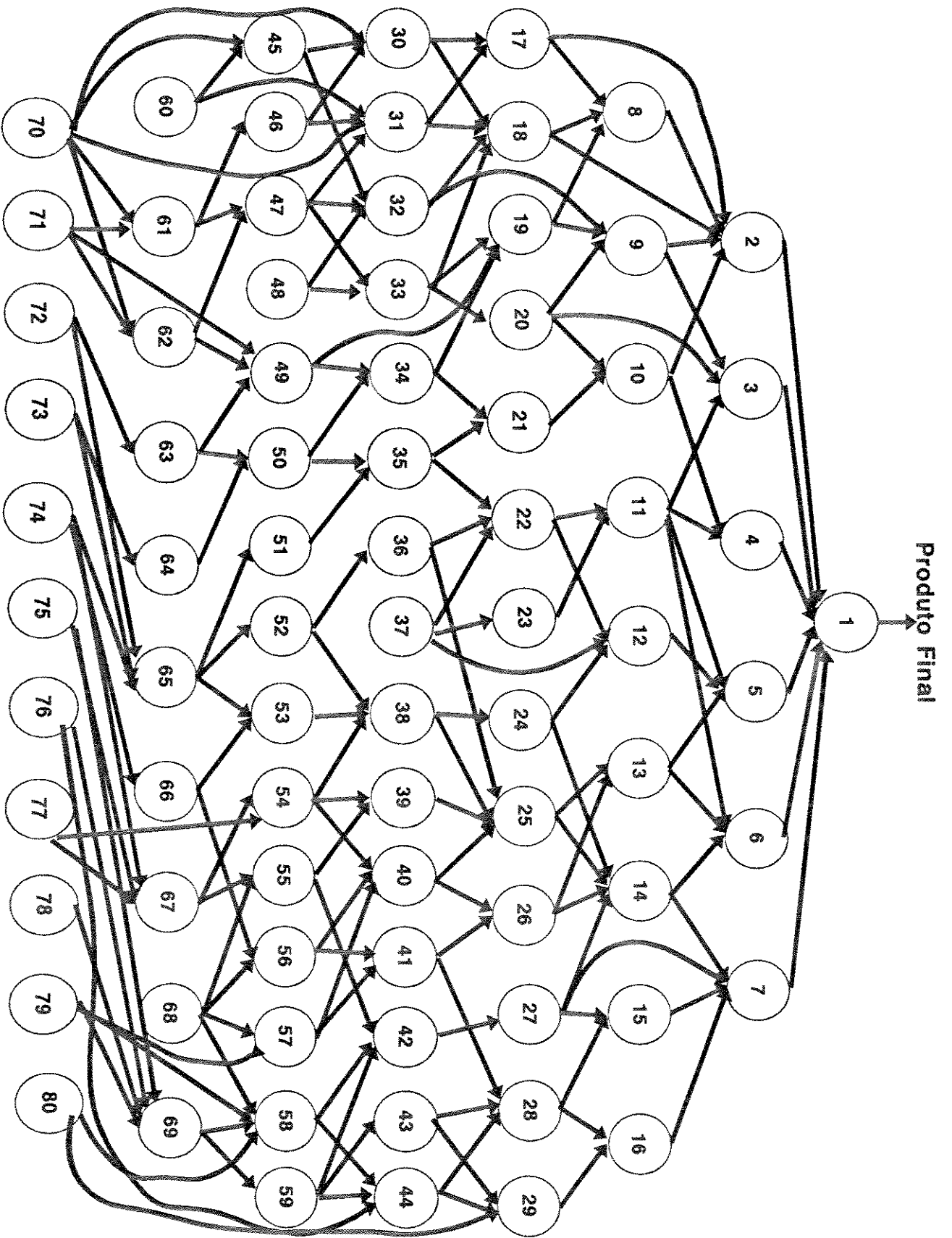


Figura 9. Estrutura com 80 componentes e 8 níveis

3.3 - Resultados Obtidos

Os resultados obtidos na comparação dos algoritmos para estruturas com oito, quarenta e oitenta componentes são apresentados nas tabelas 1, 2 e 3 respectivamente. Vale observar que ao custo final gerado pelo algoritmo de Wagner e Whitin, o qual serviu de base de comparação, foi atribuído o valor 100.00 e aos custos dos demais métodos os respectivos valores relativos. As tabelas apresentam ainda o tempo de cpu gasto na execução de cada um dos métodos para cada família de estruturas de produção. O tempo de cpu é dado em horas (h), minutos (m) e segundos (s).

Este conjunto de testes foi implementado em linguagem CTM, no sistema operacional AIXTM (Unix-like da IBMTM) numa estação de trabalho IBM RISC 6000 modelo 320 pertencente ao Núcleo Tecnológico para Informática Agropecuária da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária - EMBRAPA.

Tabela 1. Estruturas com 8 componentes

método	2 níveis	4 níveis	8 níveis
AFEN	79,22 7,60s	92,20 9,50s	98,32 7,80s
BMPM	96,43 0,20s	98,98 0,20s	104,32 0,20s
BMKR	96,53 0,20s	99,13 0,20s	106,07 0,20s
GRAV	91,73 0,20s	96,25 0,40s	99,13 28m57s
WaWh	100,00 0,10s	100,00 0,10s	100,00 0,10s

Tabela 2. Estruturas com 40 componentes

método	2 níveis	4 níveis	8 níveis
AFEN	71,77 8m50s	83,27 15m14s	92,87 11m48s
BMPM	95,69 1,40s	96,95 5,50s	99,62 5,80s
BMKR	96,47 0,70s	97,77 0,70s	99,68 0,70s
GRAV	97,17 0,70s	99,93 49,00s	99,74 2h22m03s
WaWh	100,00 0,70s	100,00 0,70s	100,00 0,70s

Tabela 3. Estruturas com 80 componentes

método	2 níveis	4 níveis	8 níveis
AFEN	65.06 1h07m31s	84.31 1h53m06s	86.53 1h33m25s
BMPM	93.82 7,20s	95.25 1m08s	95.85 1m19s
BMKR	94.23 1,70s	95.66 1,70s	96.54 1,70s
GRAV	93.95 1,90s	96.35 2m50s	95.91 4h43m26s
WaWh	100.00 1,60s	100.00 1,60s	100.00 1,60s

Das três tabelas anteriores pode-se concluir sobre a heurística de Afentakis:

- obtém sempre, independente do número de componentes ou de níveis da estrutura, o melhor resultado entre os métodos aqui comparados;
- o resultado deste método se degenera à medida em que aumenta o número de níveis da estrutura;
- em relação ao método de Wagner-Whitin, Afentakis obtém melhores resultados à medida em que aumenta o número de componentes da estrutura;
- o tempo computacional do método aumenta exponencialmente de acordo com o aumento no número de componentes considerados, variando de cerca de 8,50s para as estruturas com 8 componentes, para cerca de 11m50s nas estruturas com 40 componentes, e chegando a cerca de 1h30m nas estruturas com 80 componentes;
- o tempo computacional não aumenta linearmente com o número de níveis da estrutura, atingindo os maiores valores para estruturas com 4 níveis.

Sobre a heurística de Blackburn e Millen pode-se observar:

- em termos de custos finais as duas variantes deste método (BMPM e BMKR) não apresentam resultados significativamente diferentes, com ligeira vantagem para BMPM;
- do mesmo modo que em Afentakis, os resultados deste método, em relação aos resultados de Wagner e Whitin, melhoram à medida em que aumenta o número de componentes na estrutura;
- no caso da estrutura com oito componentes e oito níveis ambas as variantes deste método obtém resultados inferiores ao obtido pelo método de Wagner e Whitin;
- quanto ao tempo computacional, as duas variantes apresentam bons resultados quando comparadas aos outros métodos. Como era de se esperar a variante BMKR é mais rápida que BMPM e a diferença entre as duas se acentua à medida em que aumenta o número de componentes. Para estruturas com $N=8$ componentes a diferença em termos de tempo fica na casa dos centésimos de segundo. Para estruturas com $N=40$ o tempo gasto por BMPM é cerca de 6 vezes maior em média que o tempo gasto por BMKR; e para estruturas com $N=80$, BMKR é cerca de 32 mais rápido que BMPM em média;
- o tempo computacional de BMKR é comparável ao de WaWh independente do número de componentes ou níveis, se destacando como uma opção atrativa;
- o tempo computacional da variante BMPM, a partir das estruturas com 40

componentes, aumenta significativamente conforme aumenta o número de níveis, principalmente na transição de dois para quatro níveis. Nas estruturas com $N=40$ por exemplo o tempo passa de 1,40s (2 níveis) para 5,50s (8 níveis), aumentando cerca de quatro vezes; para estruturas com $N=80$ o tempo passa de 7,20s (2 níveis) para 1m19s (8 níveis), aumentando cerca de 11 vezes;

- o tempo computacional de BMPM apesar de depender fortemente do número de componentes e níveis da estrutura, ainda pode ser considerado muito bom, principalmente se se considerar que esta variante utiliza um procedimento ótimo de minimização, conforme descrito na seção 2.2.

Sobre a heurística de Graves pode-se observar:

- a heurística apresentou resultados inferiores apenas àqueles da heurística de Afentakis para estruturas com oito componentes, enquanto que para estruturas com 40 e 80 componentes, os resultados de Graves são semelhantes à Blackburn e Millen e inferiores a Afentakis;

- em relação ao algoritmo de Wagner e Whitin, os resultados de Graves pioram quando o número de componentes aumenta de 8 para 40, mas melhoram quando o número de componentes aumenta de 40 para 80;

- o tempo computacional deste método aumenta exponencialmente com o aumento do número de níveis. Este resultado era esperado devido à característica recursiva da heurística de Graves (ver seção 2.5). No pior caso, em termos de tempo, estrutura com 80 componentes e 8 níveis, o tempo computacional desta heurística é cerca de 10000 maior que o tempo computacional de WaWh, obtendo um resultado apenas 2% melhor que WaWh;

- o tempo gasto pelo método também aumenta com o número de componentes;

- além da característica recursiva da heurística, outra explicação para o alto tempo computacional deste método é a necessidade de convergência. Na implementação foi requerido que a diferença entre dois planos de produção consecutivos para o componente 1 fosse menor que 10^{-8} .

Sobre o algoritmo de Wagner e Whitin pode-se dizer:

- o método apresenta resultados piores que os das heurísticas testadas, mas estes resultados podem ser considerados bons se levarmos em conta o baixíssimo tempo computacional do algoritmo, especialmente quando se considera estruturas com oito níveis nas quais o método superou os resultados de BMPM e BMKR;

- o algoritmo é bastante rápido e juntamente com a variante BMKR

apresentou os menores tempos computacionais;

- o desempenho deste método, em comparação com os demais, decai com o aumento de componentes, o que é de se esperar, considerando-se que a decisão em cada nó da estrutura é tomada sem nenhuma informação adicional sobre os seus predecessores;

De um modo geral pode-se concluir deste conjunto de experimentos estáticos que a heurística de Afentakis, implementada de acordo com o descrito no capítulo 2, é um procedimento eficiente para resolver problemas de dimensionamento de lotes em estruturas gerais de produção. O maior problema apresentado pela heurística foi o grande aumento no tempo computacional relacionado com o aumento no número de componentes. Contudo, isto pode ser compensado pelo resultado final de melhor qualidade obtido pelo método no caso de estruturas com um número crescente de componentes. No seu melhor resultado relativo, estrutura com 80 componentes e 2 níveis, este método alcançou um índice cerca de 25% melhor que WaWh com um tempo cerca de 2400 vezes maior. No pior caso, estrutura com 8 componentes e 8 níveis, o método obteve um resultado apenas 1.7% melhor que WaWh com um tempo 78 vezes maior.

A heurística de Blackburn e Millen apresenta um tempo computacional muito bom. Por outro lado, seus resultados, apesar de melhorarem com o aumento no número de componentes, são muito próximos daqueles gerados pelo algoritmo de Wagner e Whitin, chegando até a apresentar resultados inferiores aos deste método (estrutura com 8 componentes e 8 níveis). No melhor caso, estrutura com 80 componentes e 2 níveis, a variante BPM apresentou um resultado apenas 6% melhor que o de Wagner e Whitin, enquanto que no pior caso, estrutura com 8 componentes e 8 níveis, a variante BMKR apresentou um resultado 6% pior que o de Wagner e Whitin.

A heurística de Graves apresentou como maior problema o grande aumento no tempo computacional à medida em que aumenta o número de níveis da estrutura. Além disso, esta heurística também apresentou resultados muito parecidos com o de Wagner e Whitin, obtendo no melhor caso (estrutura com 8 componentes e 2 níveis) um resultado cerca de 8% melhor que o de WaWh gastando o dobro do tempo, e no pior caso (estrutura com 40 componentes e 4 níveis) um resultado apenas 0.1% melhor que o de WaWh gastando um tempo cerca de 70 vezes maior que WaWh.

O algoritmo de Wagner e Whitin, diferentemente do que se poderia esperar a partir dos resultados disponíveis na literatura sobre estruturas de montagem, obteve resultados bastante satisfatórios quando comparados às três heurísticas consideradas neste estudo, as quais são consideradas as melhores segundo a literatura sobre o assunto. Apesar de sempre obter resultados inferiores aos das heurísticas, com exceção do caso de estrutura com 8 componentes e 8 níveis, o tempo computacional do algoritmo e a qualidade relativa de seus resultados oferece uma boa opção aos usuários de sistemas MRP com as características aqui consideradas.

Pode-se observar também que a proporção entre os resultados obtidos para uma estrutura com dois níveis e a mesma estrutura com oito níveis, para todos os métodos cai muito com o aumento do número de componentes, indicando assim que os algoritmos são bastante sensíveis ao tipo da estrutura de planejamento. Apesar de não terem sido apresentadas as proporções entre dois e quatro níveis, estas apresentaram diferenças ainda maiores que a proporção dois e oito níveis.

Baseado nos resultados desta comparação optou-se neste estudo por comparar a heurística de Afentakis e o algoritmo de Wagner e Whitin funcionando numa base de horizonte rolante de produção. Além dos resultados desta comparação, no capítulo 5 são apresentados os resultados da incorporação de técnicas de redução de instabilidade a estes dois métodos.

CAPÍTULO 4

A INSTABILIDADE NOS SISTEMAS MRP

4.1 - Como a instabilidade aparece num sistema MRP

Antes de descrever as estratégias utilizadas neste estudo para diminuir a instabilidade em sistemas MRP será apresentado um exemplo bem simplista de como a instabilidade aparece nestes sistemas. Neste exemplo, extraído de Blackburn e Millen (1986), a rolagem do horizonte é feita para o próximo período onde ocorre produção e não para o próximo período de planejamento como na implementação deste trabalho.

Exemplo

Considere um sistema de dois componentes onde o componente 1 é o produto final e o componente 2 é um componente usado na manufatura do produto final e para o qual não há demanda independente. Assuma que o horizonte de planejamento utilizado é de seis períodos, e as demandas e os planos de produção para os primeiros seis períodos são como mostrados abaixo :

Período	1	2	3	4	5	6
Demanda	100	85	130	45	160	74
Est. 1	360	0	0	0	234	0
Est. 2	594	0	0	0	0	0

Quando o plano é rolado para frente (para o próximo período onde houve produção), o período 5 passa a ser o período inicial. Temos então os novos planos de produção :

Período	5	6	7	8	9	10
Demanda	160	74	37	195	160	58
Est. 1	271	0	0	413	0	0
Est. 2	37	0	0	413	0	0

Segundo a regra de dimensionamento de lotes empregada, a produção no componente 1 no período 5 foi revisada para cima devido a novas demandas que apareceram no horizonte. Então, uma nova ordem, não planejada anteriormente, foi criada no componente 2 no período 5. A ordem para o componente 2 no período 1, apesar de grande, não cobre as demandas do componente 1 no período 7. Esta instabilidade aumenta os custos do componente 2 através de uma ordem não planejada, a qual por sua vez, torna prejudicial a decisão de manter sem necessidade um estoque adicional de 234 unidades do período 1 até o período 4.

Deve-se ressaltar que num sistema multi-estágios a instabilidade pode se propagar através de todos os componentes do processo produtivo, acarretando grandes perdas.

Neste estudo procura-se uma estratégia para diminuir a instabilidade gerada pela colocação de novas ordens (componente 2, período 5 no exemplo), ou seja, procura-se diminuir o número de ordens no horizonte e simultaneamente reduzir o custo total de produção. Esta estratégia de tratamento de instabilidade através da redução do número de ordens no horizonte só é eficiente quanto se opera com custos de preparação bem maiores que os custos de produção e estoque.

Além da quantidade de ordens no horizonte procura-se diminuir a variação do número de ordens quando o horizonte é rolado para frente.

4.2 - Estratégias para reduzir a instabilidade

Estão descritas abaixo as técnicas ou estratégias de redução de instabilidade implementadas neste estudo. Para cada técnica apresenta-se um exemplo com o plano final de produção por ela determinado, o custo total de produção e o número de ordens planejadas para o problema em questão. Nestes exemplos as estratégias foram implementadas associadas com o algoritmo de Wagner-Whitin (1958), funcionando numa base de horizonte rolante numa estrutura de produção bastante simples, composta por 3 componentes com horizonte total de sete períodos e horizonte de planejamento

de seis períodos. A estrutura de três componentes pode ser representada da seguinte maneira: $S(2) = \{1\}$, $S(3) = \{1,2\}$, ou a mesma estrutura utilizada nos exemplos das heurísticas de Blackburn e Millen e Afentakis.

Por horizonte total entende-se o número total de períodos sobre os quais se fará o planejamento de um determinado produto. O horizonte de planejamento é a quantidade de períodos sobre as quais se calcula cada plano de produção.

No caso específico dos exemplos a seguir apresentados, primeiro será calculado um plano para cobrir do período 1 ao 6 (horizonte de planejamento), implementando-se a decisão de acordo com o método escolhido. A seguir, o horizonte de planejamento será rolado para frente e um novo plano será determinado atendendo as demandas até o período 7.

Para todos os exemplos foi utilizado o mesmo conjunto de demandas, custos de preparação, estoque de escalão e produção, gerados aleatoriamente a partir das distribuições descritas no capítulo 3. A semente utilizada na geração destes valores foi 5000.

O modo padrão de rolagem do horizonte é, para algumas estratégias, o mesmo adotado por Baker (1977), ou seja, apenas a decisão para o primeiro período do horizonte é implementada e o horizonte é rolado um período para frente. Outras estratégias requerem um modo de rolagem de horizonte diferente do mencionado acima.

O custo total e o número de ordens apresentados em cada exemplo são calculados sobre o horizonte total, ou seja, considerando-se todos os períodos planejados.

4.2.1 - Estratégia 1: Política lote por lote após o estágio 1

Esta abordagem requer que as ordens sejam colocadas nos mesmos períodos em todos os componentes. Como resultado disso, a instabilidade devido a fatores do horizonte fica limitada somente a uma mudança no tamanho da ordem em cada nível. Na implementação desta técnica utilizou-se o algoritmo de Wagner-Whitin

para obter um plano de produção para o componente 1 (final), repetindo-se este mesmo plano para os demais componentes da estrutura. A rolagem do horizonte segue o modo padrão.

Plano Final de Produção gerado pela Estratégia 1

Período	1	2	3	4	5	6	7
Demanda	46,96	57,90	477,03	291,78	11,77	88,03	521,05
Est. 1	973,44	0	0	0	0	0	521,05
Est. 2	973,44	0	0	0	0	0	521,05
Est. 3	1946,88	0	0	0	0	0	1042,10

Custo Total: 49912.31

Número de ordens no horizonte: 6

4.2.2 - Estratégia 2: Procedimento de mudança de custo

Esta abordagem foi proposta por Kropp, Carlson e Jucker (1983) e também utilizada no trabalho de Blackburn e Millen (1986). O elemento chave da estratégia envolve a modificação do custo de preparação especificado para um período a fim de considerar custos adicionais que dependem do plano de produção anterior. Esta modificação reflete o objetivo de forçar produções onde elas foram previamente programadas e de desestimular produções onde elas não tenham sido anteriormente planejadas. Isto é feito através do uso de novos custos, chamados custos de mudança. Para aqueles períodos onde não havia produção planejada, o custo de preparação "efetivo" é a soma do custo de mudança com o custo de preparação antigo, enquanto que para aqueles períodos nos quais haviam sido planejadas produções, o custo de preparação "efetivo" é igual ao custo de preparação antigo. O novo problema de dimensionamento de lotes difere do original somente no uso dos custos de preparação "efetivos". Deste modo, três custos (custo de preparação, custo de estoque e custo de alteração da produção) são balanceados na determinação do plano de produção mais barato. O ponto forte desta estratégia reside no fato de que, o plano de produção só será modificado quando a consideração destes três custos indicar ser economicamente benéfica. Desse modo, a abordagem faz um balanço de custos, determinando a quantidade de instabilidade que é economicamente tolerável.

Na implementação deste trabalho o custo de mudança corresponde a M vezes a média dos custos de preparação dos períodos entre a primeira e a segunda ordem de produção de cada componente. Apenas estes períodos entre as duas primeiras produções foram "penalizados" com este custo de mudança. O custo de mudança foi o mesmo para todos os períodos considerados em cada componente. Os valores de M testados foram 1 e 4. A rolagem do horizonte também segue o modo padrão. No exemplo a seguir M = 1.

Plano Final de Produção gerado pela Estratégia 2

Período	1	2	3	4	5	6	7
Demanda	46.96	57.90	477.03	291.78	11.77	88.03	521.05
Est. 1	46.96	57.90	477.03	291.78	11.77	88.03	521.05
Est. 2	46.96	57.90	477.03	291.78	11.77	88.03	521.05
Est. 3	93.92	115.80	954.06	1825.27	0	0	0

Custo Total: 45033.932

Número de ordens no horizonte: 18

4.2.3 - Estratégia 3: Condição Terminal

Esta abordagem impõe uma demanda adicional de valor 1/2 EOQ ao final de cada horizonte de planejamento, ou seja, no último período do horizonte, para cada componente. Procura-se assim minimizar o efeito de futuras demandas aparecendo no horizonte quando da rolagem. A quantidade EOQ é a tradicional "Economic Order Quantity" e é dada pela expressão $\sqrt{2\bar{s}_i\bar{D}_i / \bar{h}_i}$, onde \bar{s}_i é o custo médio de preparação sobre o horizonte de planejamento, \bar{D}_i é a demanda média e \bar{h}_i é o custo médio de estoque para cada componente i da estrutura. A rolagem do horizonte também segue o modo padrão.

Plano Final de Produção gerado pela Estratégia 3

Período	1	2	3	4	5	6	7
Demanda	46.96	57.90	477.03	291.78	11.77	88.03	521.05
Est. 1	46.96	57.90	477.03	303.56	0	609.07	0
Est. 2	46.96	57.90	477.03	303.56	0	609.07	0
Est. 3	93.92	115.80	954.06	607.12	0	1218.15	0

Custo Total: 46254.183

Número de ordens no horizonte: 15

4.2.4 - Estratégia 4: Congelamento do plano de produção por P períodos

Cada conjunto de P períodos do componente 1 dentro do horizonte de planejamento é tratado como um conjunto independente de períodos. Esta abordagem diminui a instabilidade, mas ao mesmo tempo reduz potenciais benefícios (em termos de custo). A estratégia pode aumentar o custo total do sistema (preparação + estoque + produção) já que ela não usa a melhor política de ordenamento para cada componente. Os valores testados para P foram 1, 3, 6 e 12. Observe-se que P=1 significa rolar o horizonte sempre para o próximo período (modo de rolagem padrão); P=3 implica em rolar o horizonte de três em três períodos (períodos 1, 4, 7, ...T-3); e assim por diante. No exemplo a seguir P = 1.

Plano Final de Produção gerado pela Estratégia 4

Período	1	2	3	4	5	6	7
Demanda	46.96	57.90	477.03	291.78	11.77	88.03	521.05
Est. 1	46.96	57.90	477.03	291.78	11.77	88.03	521.05
Est. 2	46.96	57.90	477.03	303.56	0	609.07	0
Est. 3	93.92	115.80	956.06	1825.27	0	0	0

Custo Total: 38145.881

Número de ordens no horizonte: 16

4.2.5 - Estratégia 5: Congelamento do plano de produção por O ordens

Cada conjunto de períodos dentro de O ordens de produção do componente 1 (item final) no horizonte de planejamento é tratado como um conjunto independente de períodos. Do mesmo modo que a estratégia 4), esta técnica elimina a instabilidade dentro do conjunto de períodos congelados mas pode aumentar o custo total do sistema. Os valores testados para O foram 1 e 2. O horizonte é rolado por um número de períodos que compreende O ordens de produção. No exemplo, $O = 1$.

Plano Final de Produção gerado pela Estratégia 5

Período	1	2	3	4	5	6	7
Demanda	46.96	57.90	477.03	291.78	11.77	88.03	521.05
Est. 1	46.96	57.90	477.03	291.78	11.77	88.03	521.05
Est. 2	46.96	57.90	477.03	303.56	0	609.07	0
Est. 3	93.92	115.80	956.06	1825.27	0	0	0

Custo Total: 39112.482

Número de ordens no horizonte: 12

A partir dos exemplos acima pode-se observar algumas tendências quanto à qualidade do resultado gerado por cada uma das estratégias aqui testadas. Contudo, uma comparação mais efetiva entre estas técnicas é apresentada no capítulo 5, onde além de serem implementadas associadas ao algoritmo de Wagner e Whitin estas estratégias, aqui descritas, foram implementadas associadas à heurística de Afentakis.

CAPÍTULO 5

EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS E RESULTADOS OBTIDOS PARA ALGORITMOS DINÂMICOS

5.1 - Introdução

Neste capítulo são descritos os experimentos computacionais e os resultados obtidos através da comparação dos algoritmos de Afentakis (1987) e Wagner-Whitin (1958) funcionando dinamicamente, ou seja considerando horizonte rolante de produção. As implementações aqui comparadas seguem o descrito no capítulo 2 deste trabalho.

Os métodos acima citados foram implementados associados às estratégias para redução de instabilidade apresentadas no capítulo anterior. São apresentados os resultados obtidos pelos métodos com respeito a custo total de produção, quantidade de ordens no horizonte total e variação do número de ordens ao longo de todo o horizonte.

A justificativa para a escolha destes dois métodos está baseada nos seguintes fatos: *i)* o algoritmo de Afentakis foi o que apresentou os melhores resultados na comparação estática (capítulo 3); *ii)* o algoritmo de Wagner e Whitin, foi bastante rápido e não apresentou resultados significativamente inferiores aos das heurísticas de Graves e Blackburn e Millen naquela mesma comparação.

O conceito de horizonte rolante já foi apresentado anteriormente mas vale a pena reafirmar o modo como operam os algoritmos aqui implementados. Para um dado conjunto de custos de preparação, produção e estoque de escalão, testamos cada algoritmo sobre um dado horizonte de planejamento. Primeiro, foram geradas as demandas para os períodos no horizonte de planejamento como descrito no item 5.2 a seguir. A seguir foram gerados os planos de produção para todos os estágios no horizonte de acordo com o algoritmo utilizado. De acordo com cada técnica de redução de instabilidade utilizada, somente as ordens colocadas para os

primeiro(s) período(s) do horizonte foram implementadas. O horizonte foi então rolando para frente, de acordo com o funcionamento de cada técnica descrito no capítulo 4. Previsões de demanda foram geradas para os novos períodos adicionados ao horizonte e o problema foi novamente resolvido sobre o novo horizonte de planejamento, implementando-se apenas as decisões pertinentes, segundo a técnica utilizada. O procedimento continua deste modo até o final do horizonte total. Os planos de produção para os estágios inferiores das estruturas foram determinados em cada etapa, de acordo com a metodologia dos métodos de Wagner e Whitin e Afentakis.

5.2 - Experimentos Computacionais

Este conjunto de experimentos foi projetado para testar a eficiência dos algoritmos de Afentakis e Wagner e Whitin funcionando numa base de horizonte rolante de produção e das técnicas de redução de instabilidade. Os critérios adotados para medir a eficiência são o custo total de produção e o número de ordens de produção, observando-se que os custos de preparação utilizados corresponderam a cerca de dez vezes os custos unitários de produção por estágio.

Como indicador de instabilidade foi medida a variação média no número de ordens entre dois planos de produção consecutivos ao longo de todo o horizonte. A variação no número de ordens entre dois planos consecutivos mediu a diferença entre o número de novas ordens que foram colocadas quando da rolagem do horizonte e o número de ordens previamente planejadas que deixaram de existir no novo plano de produção. A variação média no número de ordens foi calculada dividindo-se a soma das variações entre dois planos consecutivos pelo número de vezes que o horizonte foi rolando ao longo do horizonte total de planejamento.

Afim de entender melhor este indicador de instabilidade, suponha que para o horizonte compreendido entre os períodos 1 e 12 tivessem sido planejadas ordens de produção para os períodos 1, 3, 8 e 11. Considere que o horizonte foi rolando para o período 2 e que para o horizonte compreendido entre os períodos 2 e 13 tivessem sido planejadas ordens de produção para os períodos 4, 7, 9 e 11. A variação no

número de ordens entre estes dois planos seria de 1 pois, três ordens não planejadas foram colocadas no novo plano (períodos 4, 7 e 9), mas duas ordens previamente planejadas deixaram de existir (períodos 3 e 8).

Tanto os indicadores de eficiência quanto os de instabilidade foram medidos sobre o horizonte total de planejamento de 36 períodos.

A estrutura geral de produção utilizada neste conjunto de experimentos é mostrada na figura 10. O estrutura é composta de 10 componentes e possui 4 níveis. Não foram testadas estruturas com um número maior de componentes devido ao alto tempo computacional do algoritmo de Afentakis, conforme relatado no capítulo 3. O horizonte total foi fixado em 36 períodos e o horizonte de planejamento em 12 períodos.

Cada um dos dois algoritmos (Afentakis e Wagner e Whitin) foi implementado com as cinco estratégias para redução de instabilidade apresentadas no capítulo 4. Somente a estratégia número 1 (política lote por lote) não foi implementada com a heurística de Afentakis, pois aquela estratégia prevê a aplicação do método de Wagner e Whitin seqüencial com conseqüente utilização do plano de produção do componente final pelos demais componentes. De acordo com o descrito no capítulo 4, a estratégia 2 foi testada com dois parâmetros, a quarta técnica foi testada com 4 parâmetros e a quinta com dois. No total foram implementadas nove variantes da heurística de Afentakis e dez do algoritmo de Wagner e Whitin. A saber:

Afentakis

- AFMC1 - Afentakis com procedimento de mudança de custo com fator $M = 1$;
- AFMC4 - Afentakis com procedimento de mudança de custo com fator $M = 4$;
- AFTERM - Afentakis com condição terminal ($TERM = 1/2 EOQ$);
- AFCPP1 - Afentakis com congelamento por $P = 1$ período;
- AFCPP3 - Afentakis com congelamento por $P = 3$ períodos;
- AFCPP6 - Afentakis com congelamento por $P = 6$ períodos;
- AFCPP12 - Afentakis com congelamento por $P = 12$ períodos;
- AFORD1 - Afentakis com congelamento até a primeira ordem ($O = 1$);
- AFORD2 - Afentakis com congelamento até a segunda ordem ($O = 2$).

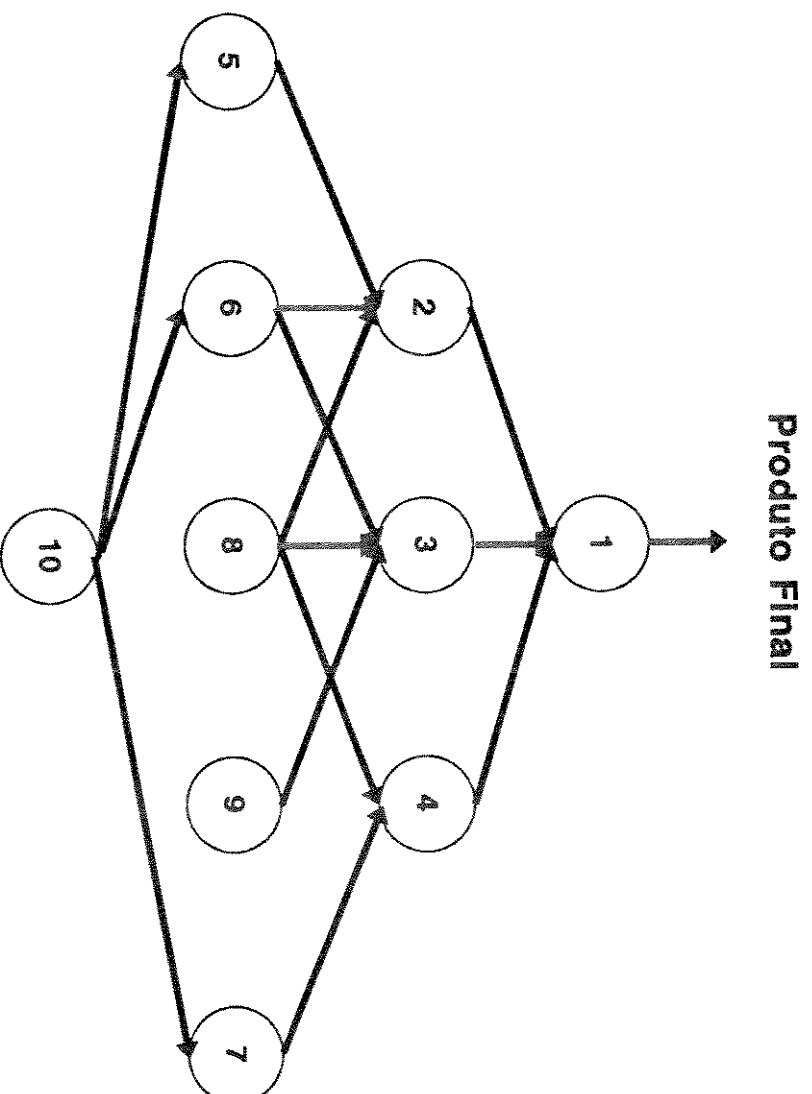


Figura 10. Estrutura de Produção para Algoritmos Dinâmicos

Wagner e Whitin

- WWL4L - Wagner-Whitin com procedimento lote por lote;
- WWMC1 - Wagner-Whitin com procedimento de mudança de custo com fator $M = 1$;
- WWMC4 - Wagner-Whitin com procedimento de mudança de custo com fator $M = 4$;
- WWTERM - Wagner-Whitin com condição terminal ($TERM = 1/2$ EOQ);
- WWCPP1 - Wagner-Whitin com congelamento por $P = 1$ período;
- WWCPP3 - Wagner-Whitin com congelamento por $P = 3$ períodos;
- WWCPP6 - Wagner-Whitin com congelamento por $P = 6$ períodos;
- WWCPP12 - Wagner-Whitin com congelamento por $P = 12$ períodos;
- WWWORD1 - Wagner-Whitin com congelamento até a primeira ordem ($O = 1$);
- WWWORD2 - Wagner-Whitin com congelamento até a segunda ordem ($O = 2$).

Para cada uma das variantes acima citadas, considerando-se a estrutura de produção e horizontes total e de planejamento como descritos anteriormente, foram gerados dez problemas, de acordo com a metodologia utilizada por Afentakis e Gavish (1986). Os custos de preparação foram aleatoriamente selecionados a partir de uma distribuição uniforme variando de 50 a 950, $U[50;950]$; os custos de estoque de escalão foram escolhidos de modo aleatório de $U[0.2; 0.4]$; os custos unitários de produção em cada estágio foram gerados a partir de $U[5;95]$; e a demanda do produto final para cada período foi gerada a partir de $U[0; 180]$. Como no conjunto de testes estáticos, os valores r_{ij} foram determinados iguais a 1.

Na seção 5.3 a seguir, para cada algoritmo e para as técnicas 2 (estratégia de mudança de custo), 4 (congelamento por P períodos) e 5 (congelamento por O ordens) de redução de instabilidade são apresentadas duas tabelas. A primeira apresenta o custo médio de cada variante da técnica, o número médio de ordens de cada variante e a média (parte superior da célula da tabela em caracteres maiores) e o desvio padrão (parte inferior da célula da tabela em caracteres menores) da variação média no número de ordens. Na segunda tabela cada elemento representa o percentual correspondente à média das diferenças dos custos obtidos nos dez problemas testados em cada variante da técnica, em relação ao custo médio da melhor variante.

Para se obter os valores que compõe a segunda tabela, primeiro calcula-se a diferença entre os resultados de duas variantes para o primeiro problema, então para o segundo, e assim sucessivamente. Calcula-se então a média destas

diferenças, podendo-se obter números negativos. Este valor, média das diferenças, é então dividido pelo custo médio da melhor variante, obtendo-se assim o valor apresentado na segunda tabela para cada algoritmo, o qual também pode ser negativo.

Para entender estes valores, define-se t_{ij} como a média de diferenças entre duas variantes. O valor constante da segunda tabela é t_{ij} dividido pelo custo médio da variante menos custosa e, portanto, a interpretação quanto ao sinal do elemento da tabela é direta a partir das considerações sobre t_{ij} . Se $t_{ij} < 0$ então na média o custo da variante que está na coluna j da tabela é menor que o custo da variante que está na linha i da tabela. Se $t_{ij} \geq 0$ então na média o custo da variante que está na coluna j da tabela é maior que o custo da variante que está na linha i da tabela.

A partir destas tabelas foi determinado qual o parâmetro mais efetivo para uma dada estratégia. Os cinco melhores parâmetros foram comparados entre si para determinar qual a melhor estratégia associada a cada um dos algoritmos. A comparação entre algoritmos foi feita por uma comparação direta lado a lado.

Os tempos computacionais só são mostrados na comparação direta entre algoritmos, mas na verdade este tempo varia bastante para um mesmo método de acordo com a frequência de rolagem efetuada por uma dada técnica de redução de instabilidade. Contudo, a fim de fornecer maiores subsídios para comparação, na tabela de comparação entre algoritmos são mostrados os tempos computacionais de todas as melhores variantes de cada técnica para os dois algoritmos. As características de rolagem de horizonte de cada uma das técnicas estão descritas no capítulo 4.

Do mesmo modo que os testes computacionais relatados no capítulo 3, este conjunto de testes foi implementado em linguagem C[™], no sistema operacional AIX[™] (Unix-like da IBM[™]) numa estação de trabalho IBM RISC 6000 modelo 320 pertencente ao Núcleo Tecnológico para Informática Agropecuária da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária - EMBRAPA.

5.3 - Resultados Obtidos

Nesta seção são apresentados os resultados das comparações entre os algoritmos com as respectivas estratégias de redução de instabilidade.

Inicialmente apresenta-se os resultados obtidos pelo algoritmo de Wagner e Whitin dividido por estratégia. Como as estratégias 1 (lote por lote) e 3 (condição terminal) não tem parâmetros, não são apresentadas tabelas específicas para estas técnicas, pois o objetivo das tabelas específicas é determinar qual a melhor variação de uma determinada técnica de acordo com o descrito na seção 5.2.

5.3.1 - Resultados de Wagner-Whitin

Wagner-Whitin com Estratégia de Mudança de Custo

Tabela 1. Critérios de Eficiência e Instabilidade

parâmetro	custo médio	médias de ordens	variação nº ordens
M = 1	2,937e+6	320,3	0,139 0,034
M = 4	3,081e+6	320,2	0,283 0,016

Tabela 2. Médias das diferenças dos custos

	M = 1	M = 4
M = 1	-	-
M = 4	-4,9%	-

A variante $M = 1$ foi a que obteve o melhor resultado, pois como dito acima, o elemento na posição linha 2, coluna 1 da tabela 2 é menor que zero, o que significa que na média o custo da variante na coluna 1 ($M = 1$) é menor que o custo da variante na linha 2 ($M = 4$). O mesmo resultado pode ser obtido a partir da tabela 1 que confronta o custo médio das variantes.

Em termos relativos a diferença média entre as duas variantes ($1,436e+5$) equivale a 4,9% do custo médio da melhor variante ($M = 1$). Em termos de número de ordens no horizonte as duas variações se comportaram rigorosamente iguais, apresentando uma diferença de apenas 0,03%.

Em termos de variação média no número de ordens a variante $M = 1$ foi cerca de 51% melhor que a variante $M = 4$, tendo apresentado um maior desvio padrão.

Wagner-Whitin com Congelamento por P Períodos

Tabela 3. Critérios de Eficiência e Instabilidade

parâmetro	custo médio	médias de ordens	variação nº ordens
P = 1	2,796e+6	320,9	0,060 0,033
P = 3	2,836e+6	207,8	0,809 0,122
P = 6	2,811e+6	145,0	1,187 0,093
P = 12	2,803e+6	97,7	0,000 0,000

Tabela 4. Médias das Diferenças dos Custos

	P = 1	P = 3	P = 6	P = 12
P = 1	-	-	-	-
P = 3	-1,4%	-	-	-
P = 6	-0,5%	0,9%	-	-
P = 12	-0,3%	1,2%	0,3%	-

A partir da tabela 3 pode-se concluir que a variante $P = 1$ obteve o melhor resultado para esta técnica. Este resultado é ratificado pela tabela 4 onde todos os elementos na coluna 1 da tabela, coluna da variante $P = 1$, são negativos e portanto na média o custo desta variante é menor que o de todas as outras. Além disso, todos os percentuais na segunda tabela são pequenos (menores que 1,5%) indicando resultados muito próximos.

Em termos relativos a diferença média entre as variantes $P = 1$ e $P = 3$ equivale a 1,4% do custo médio da melhor variante ($P = 1$). A diferença entre $P = 1$ e $P = 6$ equivale a 0,5% do custo de $P = 1$, e a diferença entre $P = 1$ e $P = 12$ equivale a 0,3% do custo de $P = 1$.

Em termos de número de ordens no horizonte a variante $P = 12$ apresentou um resultado cerca de 3,3 vezes melhor que o de $P = 1$. A partir deste dado e da constatação acima citada de que o resultado de $P = 12$ é apenas 0,2% inferior ao de $P = 1$ consideramos daqui por diante $P = 12$ como o melhor parâmetro desta técnica.

Em termos de variação no número de ordens a variante $P = 12$ apresentou os melhores resultados possíveis, 0,0 (zero), confirmando assim a nossa escolha. Dentre as demais variantes $P = 1$ foi a melhor, com resultados 93% melhor que $P = 3$ e 95% melhor que $P = 6$, destacando-se como uma boa opção apesar do alto desvio padrão dos seus resultados. Os resultados com valor 0,0 obtidos por $P = 12$ são justificados pelo fato de que o horizonte de planejamento considerado era de 12 períodos.

Wagner-Whitin com Congelamento por O Ordens

Tabela 5. Critérios de Eficiência e Instabilidade

parâmetro	custo médio	médias de ordens	variação n° ordens
O = 1	2,787e+6	96,0	0,149 0,015
O = 2	2,907e+6	102,5	0,112 0,034

Tabela 6. Médias das Diferenças dos Custos

	O = 1	O = 2
O = 1	-	-
O = 2	-4,3%	-

A partir da tabela 5 pode-se concluir que a variante O = 1 obteve o melhor resultado para esta técnica. Este resultado é ratificado pela tabela 6 onde o elemento 21 da tabela é negativo e portanto na média o custo desta variante é menor que o da variante O = 2.

Em termos relativos a diferença média entre as variantes O = 1 e O = 2 equivale a 4,3% do custo médio da melhor variante (O = 1). Em termos de número de ordens, também a variação O = 1 apresentou resultados melhores obtendo um índice cerca de 6,3% melhor que O = 2.

Em termos de instabilidade a variante WWORD2 foi melhor apresentando uma variação média no número de ordens cerca de 25% menor que a variante O = 1. Contudo, WWORD2 apresentou um desvio padrão cerca de 3 vezes maior que WWORD1 (em relação à média), e por isso consideramos WWORD1 como a melhor variante desta técnica.

A partir das tabelas acima determinou-se que as variantes WWMC1, WWCPP12, e WWORD1 são as melhores dentre as respectivas técnicas. Na tabela abaixo apresenta-se o resultado do algoritmo de Wagner e Whitin implementado com as melhores variantes acima citadas bem como com as técnicas lote por lote e condição terminal.

Wagner-Whitin com as Melhores Estratégias

Tabela 7. Critérios de Eficiência e Instabilidade

	WWL4L	WWMC1	WWTERM	WWCPP12	WWORD1
custo médio	2,658e+7	2,937e+6	2,966e+6	2,803e+6	2,787e+6
médias de ordens	32,1	320,3	318,7	97,7	96,0
variação	0,338	0,139	0,152	0,000	0,149
nº ordens	0,164	0,034	0,047	0,000	0,015

A partir da tabela 7 conclui-se que a técnica de congelamento até a primeira ordem (WWORD1) é a que apresenta o melhor custo total quando associada com o algoritmo de Wagner e Whitin. Vale ressaltar que esta técnica também apresentou o segundo menor número médio de ordens no horizonte, e ocupou o terceiro lugar em termos de variação no número de ordens, destacando-se assim como uma técnica muito boa.

A técnica de congelamento por $P = 12$ períodos também apresentou um resultado muito bom em termos de custo, apenas 0,6% inferior ao da técnica WWORD1. Também em relação ao número de ordens a técnica WWCPP12 apresentou um resultado apenas 1,7% inferior àquele obtido por WWORD1. Em termos de instabilidade esta técnica é a campeã absoluta, pois, ao congelar todo o horizonte de planejamento, simplesmente reduz o critério de instabilidade aqui adotado a zero.

Observe-se ainda que a técnica de lote por lote, como esperado devido à determinação de um plano de produção com mesmo número de ordens para todos os componentes, apresentou o menor número médio de ordens no horizonte. Contudo, o custo total obtido pelo método é cerca de dez vezes maior que aquele obtido pelas

demais técnicas, quando associado ao algoritmo de Wagner e Whitin. Uma provável explicação para este fato é que devido à baixa quantidade de períodos de ordenamento no horizonte (na média 3.21 ordens para cada componente num horizonte com 36 períodos), houve uma grande quantidade de períodos onde foram estocados componentes aumentando deste modo o custo de estoque, e, conseqüentemente, o custo total. Também em termos de instabilidade WWL4L obteve os piores resultados dentre as cinco técnicas comparadas, apresentando uma média da variação no número de ordens mais de duas vezes maior que as demais técnicas, e o maior desvio padrão nestes resultados.

As técnicas de mudança de custo (WWMC1) e condição terminal (WWTERM) apresentaram resultados equivalentes entre si tanto com relação a custo quanto com relação ao número de ordens no horizonte, com alguma vantagem para a técnica WWMC1 considerando-se a média da variação no número de ordens.

Em relação a WWORD1, WWMC1 obteve resultados 5,1% inferiores em termos de custo, 70% inferiores em termos de número de ordens e cerca de 6,5% superiores em termos de instabilidade.

Quanto a WWTERM, em relação a WWORD1, aquela obteve resultados 6,4% inferiores em termos de custo, 69,8% inferiores em termos de número de ordens no horizonte e cerca de 2% inferiores em termos de instabilidade.

5.3.2 - Resultados de Afentakis

Apresentam-se agora os resultados obtidos pela heurística de Afentakis novamente divididos por estratégias. É sempre importante ressaltar que esta heurística não foi implementada com a técnica lote por lote.

Afentakis com Estratégia de Mudança de Custo

Tabela 8. Critérios de Eficiência e Instabilidade

parâmetro	custo médio	médias de ordens	variação nº ordens
M = 1	3,001e+6	123,9	0,119 0,032
M = 4	1,092e+7	104,0	0,126 0,033

Tabela 9. Médias das Diferenças dos Custos

	M = 1	M = 4
M = 1	-	-
M = 4	-163,8%	-

A variante M = 1 foi de longe a que obteve o melhor resultado, pois o elemento 21 da tabela 9 é negativo, significando que na média o custo da variante na coluna 1 (M = 1) é menor que o custo da variante na linha 2 (M = 4). O mesmo resultado pode ser obtido a partir da tabela 8 que confronta o custo médio das variantes.

Em termos relativos a diferença média entre as duas variantes (7,919e+6) equivale a 163,8% do custo médio da melhor variante (M = 1). Este alta relação entre a diferença média e o custo médio da melhor variante significa que o desvio padrão dos resultados é bastante alto.

Em termos de número de ordens no horizonte a variante M = 4 apresentou resultados 16% superiores ao da variante M = 1. Contudo, isto não justificaria considerarmos AFCH4 como uma variante melhor que AFCH1.

Em termos da variação média no número de ordens, novamente AFMC1 foi melhor, apresentando resultados cerca de 5,5% inferiores a AFMC4.

Afentakis com Congelamento por P Períodos

Tabela 10. Critérios de Eficiência e Instabilidade

parâmetro	custo médio	médias de ordens	variação n ^o ordens
P = 1	2,608e+6	167,3	0,013 0,003
P = 3	2,270e+6	165,1	0,104 0,045
P = 6	2,193e+6	160,0	0,191 0,161
P = 12	2,390e+6	154,0	0,000 0,000

Tabela 11. Médias das Diferenças dos Custos

	P = 1	P = 3	P = 6	P = 12
P = 1	-	-	-	-
P = 3	15,4%	-	-	-
P = 6	18,9%	3,5%	-	-
P = 12	9,9%	-5,5%	-9,0%	-

A partir da tabela 10 pode-se concluir que a variante P = 6 obteve o melhor resultado para esta técnica, apesar da variante P = 3 também ter apresentado um bom resultado (cerca de 3% pior que AFCPP6). Este resultado é ratificado pela tabela 11 onde todos os elementos na linha 3 da tabela, linha da variante P = 6, são positivos, e o único elemento na coluna 3 da tabela, coluna de P = 6, é negativo.

Em termos relativos a diferença média entre as variantes P = 6 e P = 1 equivale a 18,9% do custo médio da melhor variante (P = 6). A diferença entre P = 6 e P = 3 equivale a 3,5% do custo de P = 6, e a diferença entre P = 6 e P = 12 equivale a 9,0% do custo de P = 6. Novamente as diferenças entre as

variantes são bastante altas indicando um grande desvio padrão nos resultados de Afentakis.

Em termos do número de ordens no horizonte o parâmetro $P = 12$ apresentou o melhor resultado, cerca de 3,7% melhor que o de $P = 6$, o segundo melhor resultado.

Novamente, como em Wagner e Whitin, AFCPP12 apresentou resultados ideais em termos de instabilidade. A variante $P = 1$ também apresentou resultados muito bons, enquanto que AFCPP6 apresentou o pior resultado. A partir de todas estas considerações passamos a considerar AFCPP12 como a melhor variante desta técnica.

Afentakis com Congelamento por O Ordens

Tabela 12. Critérios de Eficiência e Instabilidade

parâmetro	custo médio	médias de ordens	variação nº ordens
O = 1	2,656e+6	129,5	-0,467 0,362
O = 2	2,515e+6	159,8	-0,010 0,124

Tabela 13. Médias das Diferenças dos Custos

	O = 1	O = 2
O = 1	-	-
O = 2	5,6%	-

A partir da tabela 12 pode-se concluir que a variante $O = 2$ obteve o melhor resultado para esta técnica. Este resultado é ratificado pela tabela 13 onde o elemento 21 da tabela é positivo e portanto, na média, o custo desta variante é menor que o da variante $O = 1$. Em termos relativos a diferença média entre as variantes $O = 2$ e $O = 1$ equivale a 5,6% do custo médio da melhor variante

(O = 2).

Do mesmo modo que nas técnicas de mudança de custo e congelamento por P períodos, a variante com menor custo não foi a que apresentou um menor número de ordens. Nesta técnica a variante AFORD1 apresentou resultados cerca de 19% melhores que AFORD2.

A melhor variante em termos de custo, AFORD2, também foi a que apresentou o melhor resultado em termos de instabilidade, com resultados cerca de 97,8% melhores que AFORD1, apresentando contudo, um desvio padrão muito grande.

É interessante notar que esta técnica foi a única que apresentou uma variação negativa no número de ordens, significando que entre cada dois planos de produção consecutivos houve mais retirada de ordens já planejadas que adição de novas ordens.

A partir das tabelas acima determinou-se que as variantes AFMC1, AFCPP12, e AFORD2, são as melhores dentre as respectivas técnicas. Na tabela abaixo apresenta-se o resultado da heurística de Afentakis implementada com as melhores variantes acima citadas bem como com as técnicas de condição terminal.

Afentakis com as Melhores Estratégias

Tabela 14. Critérios de Eficiência e Instabilidade

	AFMC1	AFTERM	AFCPP12	AFORD2
custo médio	3,001e+6	2,887e+6	2,390e+6	2,515e+6
médias de ordens	123,9	127,7	154,0	129,5
variação n.º ordens	0,119	0,147	0,000	-0,010
	0,032	0,054	0,000	0,124

A partir da tabela 14 conclui-se que a técnica de congelamento do horizonte por P = 12 períodos (AFCPP12) é a que apresenta o melhor custo total e

os menores índices de instabilidade quando associada com a heurística de Afentakis. No entanto, vale ressaltar que esta técnica também apresentou o maior número médio de ordens no horizonte. De modo análogo, na comparação dos algoritmos funcionando estaticamente (capítulo 3), o algoritmo de Afentakis apresentou sempre os melhores resultados, em termos de custo, mas em contrapartida apresentou também grandes tempos computacionais.

A segunda melhor técnica foi a de congelamento por $O = 2$ ordens apresentando um resultado 5% inferior ao da técnica AFCPP12 em termos de custo. Em relação ao número de ordens a técnica AFORD2 apresentou o segundo pior resultado, cerca de 4,3% inferior àquele obtido por AFMC1 (o melhor com respeito ao número de ordens). Com relação à instabilidade a técnica AFORD2 apresentou resultados muito bons, inferiores apenas à AFCPP12.

A técnica AFTERM apresentou um resultado 17,2% pior que AFCPP12 em termos de custo, 3% pior que AFMC1 em termos de número de ordens e mais de 91% pior que AFORD2 em termos de variação no número de ordens.

A estratégia AFMC1, que apresentou o menor número de ordens no horizonte, apresentou um custo total 20,4% pior que AFCPP12 e uma variação média no número de ordens cerca de 93% pior que AFORD2.

Dos resultados acima não se obteve, como nos testes com o algoritmo de Wagner e Whitin, uma estratégia que fosse a melhor em termos absolutos. De um modo geral pode-se concluir que a estratégia AFCPP12 é a que melhor se aplica a este algoritmo quando se busca uma redução da instabilidade do sistema, pois apresentou o menor custo final, cerca de 5% melhor que a segunda melhor técnica, o menor valor possível para o indicador de instabilidade, e, obteve um resultado cerca de 19,5% inferior em termos de número de ordens no horizonte, em relação a AFMC1.

Na tabela abaixo são apresentados os resultados finais das melhores variações, para cada uma das estratégias de redução de instabilidade que foram implementadas em conjunto com os métodos de Afentakis e Wagner e Whitin, para resolver o problema de dimensionamento de lotes em estruturas gerais de produção formulado como no capítulo 1.

Nas primeiras duas colunas da tabela são apresentados os critérios de eficiência adotados nesta tese, custos relativos e número médio de ordens para cada uma das estratégias. Os custos relativos foram calculados adotando-se o valor 100.00 para o resultado obtido pelo método de Wagner e Whitin em cada estratégia.

Nas terceira e quarta colunas são apresentadas respectivamente as médias e desvios padrões da medida de instabilidade para cada estratégia, a variação no número de ordens ao longo do horizonte.

Na quinta coluna são mostrados os tempos de cpu (tempo efetivo de processamento) para cada estratégia com cada método.

Vale ressaltar que em todas as colunas da tabela abaixo os dados relativos à heurística de Afentakis são apresentados na parte superior da célula da tabela em caracteres romanos, enquanto que os dados relativos ao algoritmo de Wagner e Whitin são apresentados na parte inferior da célula em caracteres itálicos.

Tabela 15. Comparação entre Wagner-Whitin e Afentakis

		<i>critérios de eficiência</i>		<i>variação número de ordens</i>		<i>tempos</i>
		<i>custos relativos</i>	<i>número de ordens</i>	<i>média</i>	<i>desvio padrão</i>	<i>tempos de cpu</i>
L4L	AF	-	-	-	-	-
	WW	<i>100,0</i>	<i>32,1</i>	<i>0,338</i>	<i>0,164</i>	<i>09s</i>
MC	AF	102,2	123,9	0,119	0,032	52m43s
	WW	<i>100,0</i>	<i>320,3</i>	<i>0,139</i>	<i>0,034</i>	<i>1m47s</i>
TERM	AF	96,3	127,7	0,147	0,054	47m27s
	WW	<i>100,0</i>	<i>318,7</i>	<i>0,152</i>	<i>0,047</i>	<i>1m29s</i>
CPP	AF	85,3	154,0	0,000	0,000	12m18s
	WW	<i>100,0</i>	<i>97,7</i>	<i>0,000</i>	<i>0,000</i>	<i>07s</i>
ORD	AF	90,2	129,5	-0,010	0,124	35m01s
	WW	<i>100,0</i>	<i>96,0</i>	<i>0,149</i>	<i>0,015</i>	<i>08s</i>

Da tabela anterior pode-se concluir que o algoritmo de Afentakis é, em termos de custo total de produção, mais eficiente que o algoritmo de Wagner e Whitin. Comparando-se os melhores resultados de cada método, WWORD1 e AFCPP12, a diferença chega a 14,2% favorável ao algoritmo de Afentakis. Comparando-se o segundo melhor resultado de Afentakis, AFORD2 com o melhor de Wagner e Whitin, WWORD1, chega-se a uma diferença de 9,8% favorável ao primeiro. Considerando-se a média dos dois melhores resultados de cada método, a heurística de Afentakis foi cerca de 12,3% melhor que o algoritmo de Wagner e Whitin.

Pode-se observar ainda que o método de Afentakis apresenta resultados muito mais dispersos em termos de custo, pois apesar de apresentar o melhor resultado (AFCPP12), apresenta também o pior (AFMC1), considerando-se apenas as quatro estratégias em que os dois métodos foram comparados.

Medindo-se a eficiência em termos de número de ordens, as posições se invertem, no sentido em que o método de Wagner e Whitin apresenta resultados bem mais dispersos que o de Afentakis, registrando o melhor resultado (WWL4L) e o pior (WWMC1). Considerando-se apenas as quatro estratégias comuns aos dois métodos, ainda com resultados mais dispersos o algoritmo de Wagner e Whitin obtém dois resultados melhores que os de Afentakis. Considerando-se a média dos dois melhores resultados de cada método, em termos de número de ordens, o algoritmo de Wagner e Whitin foi cerca de 31,7% melhor que a heurística de Afentakis.

Em termos de redução de instabilidade, a heurística de Afentakis mostrou-se mais efetiva, apresentando as menores variações médias no número de ordens, contudo apresentando um desvio padrão mais alto. Analisando-se as quatro estratégias em que ambos os métodos foram comparados, Afentakis obteve os melhores resultados em três delas, e na técnica de congelamento por P períodos, ambos os métodos apresentaram resultados idênticos, o melhor resultado, pois ambos apresentaram os melhores resultados com a variante $P = 12$.

Deve-se destacar que a variante WWL4L apresentou resultados muito ruins em termos de instabilidade em comparação com as demais variantes, tanto em termos de média quanto de desvio padrão. A variante AFORD2 apresentou a terceira menor média, pior apenas que AFCPP12 e WWCPP12 mas, em contrapartida, apresentou um

desvio padrão muito alto em relação à média.

A comparação dos tempos de cpu foi bastante favorável ao método de Wagner e Whitin, pois enquanto as duas melhores variações deste método, WWORD1 e WWCPP12, gastaram 7 e 8 segundos respectivamente, os dois melhores resultados de Afentakis, AFCPP12 e AFORD2 consumiram tempos de 12 e 35 minutos respectivamente. Portanto, na média dos dois melhores resultados, em termos de custo, o algoritmo de Wagner e Whitin foi cerca de 190 vezes mais rápido que a heurística de Afentakis.

A partir destas constatações pode-se concluir que o algoritmo de Wagner e Whitin é uma alternativa viável para resolver problemas como o aqui proposto. Este é um fato interessante pois, este algoritmo é geralmente considerado na literatura como um algoritmo ineficiente para problemas com vários componentes.

A partir dos dados obtidos nesta comparação dinâmica e dos dados fornecidos pela comparação estática, pode-se prever que o algoritmo de Wagner e Whitin obterá um resultado cada vez pior à medida em que aumente o número de componentes na estrutura. Todavia, a partir destes conjuntos de dados, pode-se prever também que a qualidade dos resultados deste algoritmo será considerada boa em muitos casos devido ao fato do baixo tempo computacional e da média instabilidade gerada pelo método quando associado a uma técnica como WWCPP12.

Novas técnicas de redução de instabilidade precisariam ser testadas com o método de Wagner e Whitin para que se pudesse obter uma variante com resultados comparáveis aos de AFCPP12 em termos de custo e aos de WWCPP12 em termos de número de ordens, variação na quantidade de ordens e tempo de cpu.

A decisão entre um método mais apurado em termos de custo, contudo mais trabalhoso computacionalmente, e um outro método, mais rápido, e que associado a uma determinada técnica não gera instabilidade mas que produz um resultado mais oneroso, só pode ser tomada pelo usuário de um sistema MRP a partir das suas necessidades locais.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E PESQUISAS FUTURAS

Este trabalho considerou o problema de dimensionamento de lotes de produção em sistemas multi-estágios com demanda determinística dinâmica para o produto final. Os métodos de dimensionamento de lotes aqui comparados sob condições experimentais estáticas e dinâmicas, foram programados para determinar em quais períodos quais as quantidades a serem produzidas de cada item do sistema de produção, de modo a satisfazer os requisitos de demanda independente para o item final a um custo de sistema mínimo.

As heurísticas de Blackburn e Millen (1958), Afentakis (1987) e Graves (1981), foram generalizadas para operar com estruturas gerais de produção. Estas heurísticas estendidas, juntamente com o método de Wagner e Whitin (1958) aplicados seqüencialmente à estrutura geral do produto, foram comparados sob condições estáticas.

Destas comparações observou-se, para esta amostra de dados, que o método de Afentakis é o que obtém os melhores resultados, independente do número de níveis e componentes da estrutura de produção. Contudo, este método apresenta um aumento muito grande no tempo computacional à medida que aumenta o número de componentes na estrutura.

Foi observado ainda que a heurística de Graves apresenta resultados muito próximos aos obtidos pelo algoritmo de Wagner e Whitin, especialmente quando se aumenta o número de componentes. O método de Graves apresentou ainda um gravíssimo problema de aumento no tempo computacional nesta implementação particular. Além desses resultados práticos, constatou-se nessa pesquisa que o algoritmo multi-passo desenvolvido por Graves, não se aplica totalmente ao caso de estruturas gerais de produção, contrariando o que está afirmado em seu artigo (Graves (1981)).

Ainda baseado na comparação estática, concluiu-se que o método de Blackburn e

Millen, principalmente com a variação BMKR (método do K restrito), apresenta-se como uma opção viável para os usuários de sistemas MRP. Esta variação obteve tempos computacionais equivalentes àqueles do algoritmo de Wagner e Whitin e apresentou resultados um pouco melhores.

Na comparação estática, o método de Wagner e Whitin também se destacou como uma opção viável, por apresentar baixos tempos computacionais e resultados relativamente bons em termos de custos, principalmente para estruturas com menor número de componentes.

Associadas à heurística de Afentakis (1987) e ao método de Wagner e Whitin (1958) foram implementadas técnicas que visam reduzir a instabilidade gerada no sistema de produção quando se opera num ambiente de horizonte rolante de planejamento. Nesta comparação dinâmica, além do custo final do plano de produção gerado pelos métodos, também foram comparados os números de ordens planejadas por cada método de dimensionamento associado com cada técnica. Estes dois índices foram utilizados como medidas de eficiência dos algoritmos.

A fim de medir a instabilidade do sistema foram comparados as médias e desvios padrões da variação no número de ordens entre dois planos de produção consecutivos ao longo de todo o horizonte.

Cinco técnicas para redução de instabilidade foram descritas e testadas: procedimento lote por lote, procedimento de mudança de custo com fatores 1 e 4, procedimento com condição terminal, procedimento de congelamento por P períodos com fatores 1, 3, 6 e 12, e procedimento de congelamento por O ordens com fatores 1 e 2.

Na comparação dinâmica, a heurística de Afentakis novamente apresentou resultados melhores que os do método de Wagner e Whitin, mas este não foi um resultado unânime como na comparação estática, pois com a técnica de mudança de custo o método de Wagner e Whitin obteve resultados melhores que Afentakis.

Os dois melhores resultados obtidos em termos de custo, foram observados com o método de Afentakis associado com as técnicas de congelamento por P períodos e congelamento por O ordens, respectivamente. O terceiro melhor resultado foi obtido

com o método de Wagner e Whitin associado com a técnica de congelamento por O ordens.

Em termos de número de ordens no horizonte, o método de Wagner e Whitin obteve os três melhores resultados, quando associado, respectivamente, com as técnicas lote por lote, congelamento por O ordens e congelamento por P períodos. O melhor resultado de Afentakis, em termos de número de ordens, foi obtido na associação com a técnica de mudança de custo.

Em termos de instabilidade, os dois algoritmos obtiveram resultados idênticos quando associados com a técnica de congelamento por P períodos. Com as demais técnicas a heurística de Afentakis obteve sempre os melhores resultados. Apesar disso a heurística de Afentakis apresentou um desvio padrão maior, confirmando assim a alta dispersão dos resultados já observada nos resultados estáticos.

Em termos de tempo computacional, considerando-se apenas os dois melhores resultados em termos de custo de cada método, o método de Wagner e Whitin foi cerca de 190 vezes mais rápido que a heurística de Afentakis.

A partir de todos os experimentos computacionais realizados neste trabalho pode-se concluir que a heurística de Afentakis é realmente uma alternativa viável, em termos de custos. Apesar do seu tempo computacional relativamente alto, quando comparada a um procedimento ótimo de dimensionamento de lotes, o seu tempo computacional pode ser considerado baixo.

Pode-se concluir ainda que as técnicas de congelamento por P períodos e O ordens são boas alternativas para se tentar diminuir a instabilidade em sistemas do tipo dos testados aqui. O fator mais importante é que estas técnicas se adaptaram bem aos dois algoritmos aqui testados, produzindo os mais baixos custos finais, o menor número de ordens no horizonte (apenas com o método de Wagner e Whitin) e os menores indicadores de instabilidade.

Como pesquisa futura, com respeito aos métodos aqui estudados, na técnica de mudança de custos poder-se-ia aplicar a "penalização" a todos os períodos do horizonte de planejamento onde não ocorre produção, e não apenas àqueles períodos entre as duas primeiras ordens. Seria interessante também, testar estas técnicas

de redução de instabilidade associadas com a heurística de Blackburn e Millen modificada pelo método do K restrito, BMKR.

Com respeito a instabilidade pode-se testar novas técnicas de redução, bem como mais variantes daquelas aqui testadas. Pode-se pensar ainda em novos critérios para medir a instabilidade do sistema, principalmente no que diz respeito à instabilidade sobre a quantidade de produção planejada. Novas fontes de instabilidade também precisam ser testadas com estes métodos, como por exemplo, previsão de demanda e tempos de previsão diferentes de zero.

APÊNDICE 1

O Algoritmo de Wagner-Whitin

A versão dinâmica do modelo de dimensionamento de lotes de Wagner e Whitin (1958) é de conhecimento geral de todos aqueles envolvidos na área de planejamento de produção. Por este motivo, apresentaremos o algoritmo de forma sucinta.

O algoritmo de Wagner-Whitin é um algoritmo para estruturas com um único estágio. Considera-se o horizonte de planejamento dividido em N períodos, com demandas, D_t , conhecidas para cada período t , $t = 1, \dots, N$. Denota-se por x_t o tamanho do lote produzido em cada período t . Há um custo fixo de preparação, s_t , e um custo unitário de produção, c_t , em cada período, se houver produção. Há um custo por manter uma unidade em estoque do período t para o período $t+1$, h_t . O estoque inicial é assumido igual a zero, $I_0 = 0$. O problema é determinar os tamanhos dos lotes, x_1, \dots, x_n , de modo a minimizar a soma dos custos de preparação, produção e estoque sobre os N períodos.

Para esta estrutura de custos considerada, pode ser mostrado que uma política ótima tem a propriedade que $I_{t-1} x_t = 0$, para $t = 1, 2, \dots, N$. Esta propriedade implica que o plano ótimo de produção é de um de dois tipos, ou $x_t = 0$, ou $x_t = D_t + D_{t+1} + \dots + D_k$, para algum $k = t, t+1, \dots, N$.

Passemos então a descrição do algoritmo. A partir deste ponto utilizamos a nomenclatura de Johnson-Montgomery (1974) para os termos ainda não definidos.

Seja F_k o programa de custo mínimo para os períodos $1, 2, \dots, k$, considerando-se $I_k = 0$. Seja j o último período anterior a k cujo estoque final é zero. Assim $I_j = 0$, $I_k = 0$, e $I_t > 0$, para $t = j+1, j+2, \dots, k-1$. Portanto, $x_{j+1} = D_{j+1} + D_{j+2} + \dots + D_k$. Define-se M_{jk} como o custo total entre os períodos $j+1$ até k . Ou seja,

$$M_{jk} = s_{j+1} + c_{j+1} x_{j+1} + \sum_{t=j+1}^{k-1} h_t I_t$$

Como

$$I_t = x_{j+1} - \sum_{r=j+1}^t D_r = \sum_{r=t+1}^k D_r, \quad \text{para } j < t < k$$

Então

$$M_{jk} = s_{j+1} + c_{j+1} x_{j+1} + \sum_{t=j+1}^{k-1} h_t \sum_{r=t+1}^k D_r$$

A partir desta definição de M_{jk} , pode-se formular a seguinte equação recursiva para calcular F_k ,

$$F_k = \min_{0 \leq j < k} [F_j + M_{jk}], \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

onde $F_0 \equiv 0$.

A lógica da equação (1) é que para um horizonte de k períodos com estoques inicial e final iguais a zero e sem a possibilidade de descumprimento das demandas, haverá algum período onde é feita a última produção. Chamando este período de $j+1$, pela propriedade de uma solução ótima, tem-se $I_j = 0$. Assuma agora que a política ótima seja determinada e o custo mínimo F_j , calculado para cada $j < k$, onde assume-se $I_j = 0$. A partir de F_j e de M_{jk} , o custo mínimo para um horizonte de k períodos é obtido selecionando-se o período ótimo para a última produção. Experimentando todos $j < k$, pode-se determinar o valor de j , chamado de j_k^* , que minimiza $F_j + M_{jk}$. A última produção ocorre no período $j_k^* + 1$.

Concluindo, o procedimento determina seqüencialmente os valores F_1, F_2, \dots, F_N . Quando F_N é determinado, o valor do custo mínimo para o horizonte de N períodos foi encontrado e, pode-se então utilizar j_k^* para determinar, de modo reverso, os tamanhos dos lotes ótimos.

Esta implementação do algoritmo de Wagner-Whitin também foi utilizada neste trabalho na implementação das heurísticas de Graves e Blackburn-Millen.

APÊNDICE 2

Rotina para evitar duplicidade de custos no algoritmo de Afentakis

Apresenta-se neste apêndice o pseudo código da rotina implementada em conjunto com a heurística de Afentakis, para evitar a duplicação de custos dos planos de produção durante a execução da heurística.

Nesta descrição assume-se a mesma notação adotada na descrição da heurística de Afentakis. A rotina foi dividida em duas partes para facilitar a implementação, abaixo descrevem-se estas duas partes.

Na primeira parte da rotina devem ser comparados os índices de k com os de l , subtraindo de $cp(k,i)$ o custo dos que forem duplicados. Além disso, devem ser armazenados os índices repetidos em um vetor. Assume-se inicialmente que a dimensão da matriz índices é 1 para cada componente da estrutura, e o único índice lá representado é o próprio componente.

```
cont ← 0
Para ind = 1 até dim(l) faça
  dimen ← 1
  Enquanto dimen ≤ dim(k) faça
    Se índices(k)(dimen) = índices(l)(ind) então
      ind_repetido ← índices(l)(ind)
      cp(k,i) ← cp(k,i) - cp(ind_repetido,i)
      cont ← cont + 1
      vet_repetido(cont) ← ind_repetido
    fim Se
    dimen ← dimen + 1
  fim Enquanto
fim Para
```

Na segunda parte da rotina os índices contidos em l devem ser acrescentados à k, retirando os repetidos, já armazenados anteriormente.

```
Se cont > 0
  novodim ← 0
  Para ind = 1 até dim(l) faça
    repetido ← 1
    saída ← falso
    Enquanto ( (repetido ≤ cont) e Não(saída) )
      Se índices(l)(ind) = vet_repetido(repetido) então
        saída ← verdadeiro
      fim Se
      repetido ← repetido + 1
    fim Enquanto
    Se Não(saída) então
      novodim ← novodim + 1
      índices(k)(novodim+dim(k)) ← índices(l)(ind)
      dim(k) ← dim(k) + 1
    fim Se
  fim Para
  dim(k) ← dim(k) + novodim
fim Se
Senão
  Para ind = 1 até dim(l) faça
    índices(k)(ind+dim(k)) ← índices(l)(ind)
  fim Para
  dim(k) ← dim(k) + dim(l)
fim Senão
```

BIBLIOGRAFIA

- AFENTAKIS, P. (1987), *A Parallel Heuristic Algorithm for Lot-Sizing in Multistage Production Systems*, IIE Transactions, Março, vol. 19, no. 1, pp. 34-42.
- AFENTAKIS, P. e GAVISH, B. (1986), *Optimal Lot-Sizing Algorithms for Complex Product Structures*, Operations Research, vol. 34, no. 2, pp. 237-249.
- AFENTAKIS, P., GAVISH, B. e KARMAKAR (1984), U., *Computationally Efficient Optimal Solutions to the Lot-Sizing Problem in Multistage Assembly Systems*, Management Science, vol. 30, no. 2, pp. 222-239.
- AXSÄTER, S. (1986), *Evaluation of Lot-Sizing Techniques*, International Journal of Production Research, vol. 24, no. 1, pp. 51-57.
- BAKER, K.R. (1977), *An Experimental Study of the Effectiveness of Rolling Schedules in Production Planning*, Decision Sciences, vol. 8, no. 1, pp. 19-27.
- BLACKBURN, J.D. e MILLEN, R.A. (1980), *Heuristic Lot-Sizing Performance in a Rolling-Schedule Environment*, Decision Sciences, vol. 11, no. 2, pp. 691-701.
- BLACKBURN, J.D. e MILLEN, R.A. (1982a), *Improved Heuristics for Multi-Stage Requirements Planning Systems*, Management Science, vol. 28, no. 1, pp. 44-56.
- BLACKBURN, J.D. e MILLEN, R.A. (1982b), *The Impact of a Rolling Schedule in a Multi-Level MRP System*, Journal of Operations Management, vol. 2, no. 2, pp. 125-135.
- BLACKBURN, J.D. e MILLEN, R.A. (1985), *An Evaluation of Heuristic Performance in Multi-Stage Lot-Sizing Systems*, International Journal of Production Research, vol. 23, no. 5, pp. 857-866.

BLACKBURN, J.D., KROPP, D.H. e MILLEN, R.A. (1986), *A Comparason of Strategies do Dampen Nervousness in MRP Systems*", Management Science, vol. 32, no. 4, pp. 413-429.

BLACKBURN, J.D. KROPP, D.H. e MILLEN, R.A. (1987), *Alternative approaches to schedule instabilty: a comparative analysis*, International Journal of Production Research, vol. 25, no. 12, pp. 1739-1749.

CARLSON, R.C., BECKMAN, S.L. e KROPP, D.H. (1982), *The Effectiveness of Extending the Horizon in Rolling Production Scheduling*, Decision Sciences, vol. 13, no. 1, pp. 129-146.

CARLSON, R.C., JUCKER, J.V. e KROPP, D.H. (1979), *Less Nervous MRP Systems: A Dynamic Economic Lot-Sizing Approach*, Management Science, vol. 25, no. 8, pp. 754-761.

CARLSON, R.C. e YANO, C.A. (1986), *Safety Stocks in MRP-Systems with Emergency Setups for Components*, Management Science, vol. 32, no. 4, pp. 403-412.

CHALMET, L.G., DE BODT, M. e WASSENHOVE, L.V. (1985), *The Effect of Enginnering Changes and Demand Uncertainty on MRP Lot Sizing: A Case Study*, International Journal of Production Research, vol. 23, no. 2, pp. 233-251.

CHAND, S. (1982), *A note on Dynamic Lot Sizing in a Rolling Horizon Environment*, Decision Sciences, vol. 13, no. 1, pp. 113-119.

CLARK, A.R. (1990), *Problemas Multi-Estágios de Dimensionamento de Lotes com Tempo Não-Zero de Produção e Capacidade Finita*, Dissertação de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas.

CLARK, A.J. e SCARF, H. (1960), *Optimal Policies for a Multi-Echelon Inventory Problem*", Management Sciences, vol. 6, no. 4, pp. 475-490.

DE BODT, M.A. e WASSENHOVE, L.N.V. (1983a), *Lot Sizes and Safety Stocks in MRP: A Case Study*, Production and Inventory Management, Primeiro Quarto, pp. 1-16.

- DE BODT, M.A. e WASSENHOVE, L.V. (1983b), *Cost Increases Due to Demand Uncertainty in MRP Lot Sizing*, Decision Sciences, vol. 14, no. 3, pp. 345-361.
- GRAVES, S.C. (1981), *Multi-Stage Lot Sizing: An Iterative Procedure*, pp. 95-110 em "TIMS Studies in the Management Sciences", vol. 16, *Multi-stage Production/Inventory Control Systems: Theory and Practice*, L.B. Schwarz (ed), North-Holland, Amsterdam..
- JOHNSON, L.A. e MONTGOMERY, D.C. (1974), *Operations Research in Production Planning, Scheduling, and Inventory Control*, Wiley, New York.
- KROPP, D.H., CARLSON, R.C. e JUCKER, J.V. (1983), *Heuristic Lot-Sizing Approaches for Dealing with MRP System Nervousness*, Decision Sciences, vol. 14, no. 2, pp. 156-169.
- MCLAREN, B.J. (1976), *A Study of Multi Stage Level Lot Sizing Techniques for Material Requirements Planning Systems*, Ph.D. Dissertation, Purdue University.
- MORTON, T.E. (1979), *Forward Algorithms for Forward Thinking Managers*, Working Paper, 7-78-79, Graduate School of Industrial Administration, Carnegie-Mellon University.
- ORLICKY, J.A. (1975), *Material Requirements Planning: The New Way of Life in Production and Inventory Management*, McGraw-Hill, New York.
- RITCHIE, E. (1986), *Lot-Sizing for non-Stationary Demand*, European Journal of Operations Research, vol. 27, no. 3, pp. 267-273.
- RITCHIE, E. e TSADO, A.K. (1986), *A Review of Lot-Sizing Techniques for Deterministic Time-Varying Demand*, Production and Inventory Management, Terceiro Quarto, pp. 65-79.
- SCHWARZ, L.G. e SCHRAGE, L. (1975), *Optimal and System Myopic Policies for Multi-Echelon Production/Inventory Assembly Systems*, Management Science, vol. 21, no. 11, pp. 1285-1294.

- SILVER, E.A. e MEAL, H.C. (1973), *A Heuristic for Selecting Lot-Size Quantities for the Case of Deterministic Time-Varying Demand Rate and Discrete Opportunity for Replenishment*, *Production and Inventory Management*, Segundo Quarto, pp. 64-77.
- SRIDHARAN, V., BERRY, W.L. e UDAYABHANU, V. (1987), *Freezing the Master Production Schedule Under Rolling Planning Horizons*, *Management Science*, vol. 33, no. 9, pp. 1137-1149.
- VOLLMAN, T.E., BERRY W.T. e WHYBARK D.C. (1988), *Manufacturing Planning and Control Systems*, Second Edition, Dow-Jones/Richard Irvin, Homewood, Illinois.
- WAGNER, H.M. e WHITIN, T.M. (1958), *A Dynamic Version of the Economic Lot Size Model*, *Management Science*, vol. 5, no. 1, pp. 89-96.
- WEMMERLOV, U. e WHYBARK, D.C. (1984), *Lot-Sizing Under Uncertainty in a Rolling Schedule Environment*, *International Journal of Production Research*, vol. 22, no. 3, pp. 467-484.
- WHYBARK, D.C. e WILLIAMS, J.G. (1976), *Material Requirements Planning Under Uncertainty*, *Decision Sciences*, vol. 7, no. 5, pp. 595-606.