

*este exemplar responde a redação por José R. S. Mantovani e aprovada pelo comitê julgador em 17/12/87*  
*M/m*  
*20/1/88*

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

DEPARTAMENTO DE SISTEMAS DE

ENERGIA ELÉTRICA

PLANEJAMENTO DE REATIVOS EM SISTEMAS DE ENERGIA

ELÉTRICA: SOLUÇÃO VIA PROGRAMAÇÃO LINEAR SUCESSIVA

UTILIZANDO UM MODELO IMPLICITAMENTE ACOPLADO

JOSÉ ROBERTO SANCHES MANTOVANI

Orientador:

Prof. Dr. Ariovaldo Verandio Garcia

Tese apresentada à Universidade Estadual de Campinas,  
como parte dos requisitos para a obtenção do título de  
MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

- Novembro de 1987 -

Para Antônio, Amélia

Suely e

Felipe.

## Agradecimentos

Ao Prof. Ariovaldo V. Garcia, orientador desta tese, pela invejável dedicação e pelo valioso estímulo que me tem dispensado;

Ao Prof. Alcir Monticelli pelas valiosas discussões;

Aos colegas do Departamento de Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP, pela colaboração;

À Anna, Júlio, Nobuo, Padilha e Suely pelo apoio e incentivo;

Aos colegas do curso de pós-graduação em Engenharia Elétrica da UNICAMP, pelas discussões;

A todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para que a realização deste trabalho se tornasse possível;

À Rita de Cássia Gonçalves da Silva pelo serviço de datilografia;

Ao PICD/CAPES - pelo apoio financeiro.

## RESUMO

Neste trabalho apresenta-se a formulação geral do problema de planejamento de reativos em sistemas de energia elétrica. As restrições de igualdade - equações estáticas do fluxo de carga, são linearizadas em torno de um ponto de operação e o problema passa a ser analisado como um problema de programação linear de grande porte. As restrições de desigualdade consideradas são os limites nas magnitudes das tensões e os limites nas gerações de reativos. A matriz Jacobiana Reativo |LCRIC| é usada como sensibilidade para o processo de otimização. Através da preparação adequada dos dados defini-se o conjunto de barras candidatas à alocação de novas fontes reativas, podendo fazer parte deste conjunto todas as barras do sistema.

O método proposto neste trabalho fornece a localização e a capacidade das fontes reativas que devem ser alocadas no sistema para atender às restrições de operação. Não havendo necessidade de novas fontes, obtém-se um ponto viável de operação para o sistema considerando as fontes reativas existentes (despacho reativo). Apresentam-se resultados obtidos com a simulação de dois sistemas testes: IEEE30 e IEEE118.

## ÍNDICE

|  | Pág. |
|--|------|
| CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO .....  | 01   |
| CAPÍTULO II - FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE REATIVOS EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA ..... | 05   |
| 2.1 - Introdução .....   | 05   |
| 2.2 - O Problema de Fluxo de Carga Ótimo   | 06   |
| 2.3 - Formulação do Problema de Planejamento de Reativos .....   | 09   |
| CAPÍTULO III - TÉCNICAS DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE REATIVOS .....                             | 14   |
| 3.1 - Técnicas do Tipo Gradiente .....   | 14   |
| 3.2 - Programação Linear .....   | 16   |
| 3.2.1 - Introdução .....   | 16   |
| 3.2.2 - Obtenção do Modo Linearizado .....   | 17   |
| 3.2.3 - Decomposição da Injeção de Potência Reativa .....  | 22   |
| 3.2.4 - Formulação do Problema por P.L. ....   | 23   |

|             |  |    |
|-------------|--|----|
| CAPÍTULO IV | - ASPECTOS DA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE REATIVOS VIA P.L. ....                    | 29 |
| 4.1         | - A Escolha da Matriz de Sensibilidade para o Processo de Otimização..                         | 29 |
| 4.1.1       | - O Uso da Matriz [L] .....  | 31 |
| 4.1.2       | - A Matriz [LCRIC] como Sensibilidade .....  | 34 |
| 4.2         | - Problemas de Linearização .....  | 38 |
| 4.3         | - O Fluxo de Carga Especial .....  | 50 |
| 4.4         | - Algoritmo para Solução do Problema .....   | 50 |
| CAPÍTULO V  | - TESTES E RESULTADOS  |    |
| 5.1         | - Sistema IEEE30 .....   | 53 |
| 5.1.1       | - Comentários com os Testes no Sistema IEEE30 .....  | 64 |
| 5.2         | - Sistema IEEE118 .....  | 64 |
| 5.2.1       | - Comentários com os Testes no Sistema IEEE118 .....   | 69 |
| CAPÍTULO VI | - COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES .....   | 70 |
| APÊNDICE A  | - Análise Estática não Linear de Sistemas de Energia Elétrica - Modelo de Fluxo de Carga ..... | 72 |

|   | Pág. |
|---|------|
| A.1 - Introdução .....  | 72   |
| A.2 - Formulação do Problema de Fluxo de<br>Carga .....                                     | 74   |
| A.3 - Solução do Fluxo de Carga pelo Mé-<br>todo de Newton .....                            | 76   |
| APÊNDICE B - O Cálculo do Jacobiano Reativo [LCRIC]..                                       | 78   |
| B.1 - Introdução .....  | 78   |
| B.2 - Desenvolvimento das Expressões pa-<br>ra o Cálculo de [LCRIC] .....                   | 79   |
| APÊNDICE C - Método "Simplex" Revisado, com Fatoração<br>LU e Técnicas de Esparsidade ..... | 83   |
| C.1 - Introdução .....  | 83   |
| C.2 - Forma Matricial do Método "Sim-<br>plex" .....  | 84   |
| C.3 - O Algoritmo "Simplex" Revisado ...  | 86   |
| C.4 - A Decomposição LU .....   | 90   |
| C.4.1 - Introdução .....  | 90   |
| C.4.2 - Cálculos Usando a Decomo-<br>sição LU .....   | 90   |
| C.4.3 - Obtenção da Decomposição<br>LU para uma Matriz Básica<br>Qualquer [B] .....         | 91   |

|  | Pág. |
|--|------|
| C.4.4 - Atualização da Decomposição LU quando um Novo <u>Ve</u> tor Coluna passa a Fazer parte da Base ..... | 93   |
| C.5 - Técnica de Esparsidade .....   | 95   |
| APÊNDICE D - Sistema Teste IEEE118 - Dados de Barras   | 96   |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....   | 97   |
| BIBLIOGRAFIA .....   | 98   |



## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

O planejamento de reativos em sistemas de energia elétrica consiste da determinação, a um custo mínimo, da localização e capacidade de fontes reativas a serem instaladas no sistema para permitir a sua operação em condições aceitáveis (níveis de tensão nas barras/subestações, limites na geração de potência reativa das fontes existentes), quando sujeito às diversas condições de carga (leve, média e pesada) e alterações estruturais e/ou de parâmetros ocasionadas por contingências (perdas de linhas, transformadores, etc.). Note-se que nem sempre é possível atender a estas condições apenas com a alocação de fontes reativas, sendo necessário então que se proceda a um planejamento mais amplo do sistema - adição de novas unidades geradoras, construção de novas linhas de transmissão/subestações, etc.

Em alguns casos, é possível atender as necessidades de reativos do sistema através do ajuste adequado das fontes existentes (despacho reativo). Em outras situações novas fontes reativas (Capacitores, Reatores, Condensadores Síncronos) têm que ser alocadas.

A técnica comumente utilizada para a alocação de novas fontes reativas se baseia em tentativa - erro, decidindo empiricamente a localização e capacidade das fontes reativas para o sistema operando nas diversas condições, e procedendo em seguida ao cálculo de fluxo de carga. Caso a solução proposta seja satisfatória o processo de planejamento de reativos é considerado concluído; caso contrário, o planejador de

ve propor novas soluções para o problema até que um ponto satisfatório de operação seja obtido. Embora com este procedimento dificilmente se encontre a solução ótima para o problema formulado neste trabalho, se trata de um problema mais geral, levando em conta, por exemplo, transitórios, etc., em cada caso estudado.

Objetivando a obtenção de uma técnica mais eficiente, pesquisas vêm sendo desenvolvidas considerando planejamento de reativos como um problema de otimização com uma função objetivo que representa o investimento na instalação de novas fontes reativas e satisfaz, simultaneamente as restrições na operação do sistema. W.M. Lebow et alii [1] resolvem este problema em dois níveis, usando decomposição de Benders generalizada; V.J. Ávila [2] desenvolveu um algoritmo para o planejamento de reativos que utiliza como técnica de otimização programação linear por partes; A. Hughes et alii [3] desenvolveram um algoritmo para o estudo do planejamento de reativos que emprega um método de otimização através do gradiente reduzido em conjunto com a programação inteira; K. Iba et alii [4] resolvem o problema de planejamento de reativos e o de minimização de perdas usando programação linear (primal).

Neste trabalho, o problema de planejamento de reativos é formulado tendo como restrições de igualdade as equações do fluxo de carga, que são linearizadas em torno de um ponto de operação. As restrições de desigualdade consideradas são os limites nas magnitudes de tensões em todas as barras do sistema e potência reativa nas barras de controle, definidas previamente. A função objetivo reflete aspectos econômicos relacionados com o investimento de novas fontes reativas a serem alocadas no sistema. O que se obtém é um algoritmo para solução do problema de reativos, com uma formulação matricial simplificada dado o uso da matriz Jacobiana Reativa,

[LCRIC] [5, 6] como sensibilidade ao processo de otimização. A solução final é obtida do fluxo de carga não linear, sendo que, devido à não linearidade do problema, alguns passos "programação linear - fluxo de carga" são necessários para obter tal solução (programação linear sucessiva).

No capítulo II, é formulado o problema geral de planejamento de reativo [1]. Apresenta-se também neste capítulo as características da função de investimento de novas fontes reativas (indutivas e capacitivas) para algumas classes de tensão segundo a referência [1].

No capítulo III apresenta-se um pequeno resumo dos métodos tipo gradiente utilizados por alguns autores na solução dos problemas de fluxo de carga ótimo [7, 1] e planejamento de reativos [3], pesquisados no início deste trabalho. Em seguida são feitas as considerações necessárias e o problema de planejamento de reativos é formulado como um problema de programação linear de grande porte.

No capítulo IV apresentam-se os problemas encontrados no uso da técnica de P.L. para solução do problema: necessidade de uma matriz sensibilidade adequada e problemas relacionados com a linearização das restrições de igualdade. Apresenta-se também, neste capítulo, o fluxo de carga "especial" [9] e o algoritmo proposto para a solução do problema.

O capítulo V apresentam-se os testes efetuados e resultados obtidos com as redes IEEE30 e IEEE118, utilizando-se o programa computacional desenvolvido.

No capítulo VI são feitos comentários sobre o trabalho desenvolvido (vantagens, limitações) e o que se propõe para melhoria do mesmo e, ainda, sugestões para futuros trabalhos.

## CAPÍTULO II

### FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE REATIVOS EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

Neste capítulo obtém-se a formulação do problema de Planejamento de Reativos considerando aspectos de segurança e de operação dos Sistemas de Energia Elétrica. Possíveis técnicas para solução do problema não são discutidas. Apresenta-se a característica geral das componentes da função objetivo tratada no problema de Planejamento de Reativos [1]. Simplificações nestas componentes e diminuição do número de restrições de desigualdade são propostas para se chegar à formulação geral do problema considerada neste trabalho.

#### 2.1. INTRODUÇÃO

O problema de Planejamento de Reativos engloba o problema do fluxo de carga ótimo, podendo ser definido, genericamente, como a determinação do estado (magnitude e ângulo das tensões) de um sistema de energia elétrica que corresponde a um mínimo de uma função objetivo adequada sob as hipóteses de manter o sistema operando em condições satisfatórias e atender restrições de operação dos diversos equipamentos existentes.

A função objetivo reflete aspectos econômicos no investimento de novas fontes reativas para o sistema. A ri

gor, o problema é de natureza dinâmica que, em condições quase-estáticas (por hipótese), é assumido como um problema estático não linear [1].

## 2.2. O PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA ÓTIMO

O fluxo de carga ótimo pode ser formulado de maneira simplificada, como um problema de programação estática não linear, de grande porte, da forma:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } f(\underline{x}, \underline{u}) \\
 & \text{s. a.} \\
 & \underline{g}(\underline{x}, \underline{u}) = \underline{0} \\
 & \underline{h}(\underline{x}, \underline{u}) \geq \underline{0}
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

onde  $\underline{x}$  é o vetor das variáveis dependentes (estado) e  $\underline{u}$  é o vetor das variáveis independentes (diretamente controláveis). Em (2.1) tanto a função objetivo  $[f(\underline{x}, \underline{u})]$ , como as restrições  $[g(\underline{x}, \underline{u}), h(\underline{x}, \underline{u})]$  são não lineares, algébricas e neste trabalho diferenciáveis. Uma característica importante do conjunto de restrições é sua estrutura matricial esparsa (em cada restrição aparece um número reduzido de variáveis), especialmente para sistemas de grande porte.

O vetor das variáveis diretamente controladas ( $\underline{u}$ ) é composto de:

- . Potência ativa gerada  $P_G$ ;
- . Potência reativa gerada,  $Q_G$  (ou módulo das tensões de barras,  $V_G$ ) em barras de geração;

- . Ângulos dos defasadores,  $\phi$ ;
- . Conjunto de "taps" de transformadores,  $\underline{a}$ ;
- . Potência ativa em "links" DC,  $P_{DC}$ .

Para sistemas de alta tensão (acima de 69KV), pode-se afirmar que existe uma relação mais forte entre  $P_G$ ,  $P_{DC}$ , e  $\phi$  com o fluxo de potência ativa, e entre  $Q_G$ ,  $V_G$  e  $\underline{a}$  com o fluxo de potência reativa. Do ponto de vista teórico  $Q_G$  e  $V_G$  são permutáveis como variáveis de controle.

O vetor das variáveis dependentes  $\underline{(x)}$  é composto de:

- . Ângulos das tensões para todas as barras do sistema, excetuando-se a barra de folga;
- . Módulo das tensões para todas as barras de carga (PQ);
- . Potência reativa gerada  $Q_G$ , ou módulo das tensões  $V_G$ , para todas as barras de geração não incluídas no vetor  $\underline{u}$ .

As restrições de igualdade  $[\underline{g}(\underline{x}, \underline{u})]$ , no conjunto de equações (2.1) são as equações do fluxo de carga convencional (Apêndice A).

As restrições de desigualdade  $[\underline{h}(\underline{x}, \underline{u})]$  em (2.1) referem-se à operação do sistema e são compostas de limites em:

- . Potência ativa gerada;
- . Ângulos das tensões em um determinado conjunto de barras (para fins de estabilidade);
- . Ângulos dos defasadores,  $\phi$ ;
- . Intercâmbio de potência ativa entre sistemas interligados;

- . Fluxo de potência ativa em "links" DC;
- . Fluxo de potência ativa ( $P_{ij}$ ) e reativa ( $Q_{ij}$ ) nas linhas de transmissão;
- . Potência reativa gerada;
- . Magnitude das tensões de barras;
- . Conjunto de "taps" de transformadores em fase;
- . Intercâmbio de potência reativa em sistemas interligados.

A Função Objetivo (F.O.) comumente tratada no problema de fluxo de carga ótimo é o custo de geração, por refletir aspectos econômicos. Esta função é da forma:

$$F = \sum_{i=1}^{N_G} C_i(P_{Gi})$$

onde  $N_G$  é o número de barras de geração,  $P_{Gi}$  é a potência ativa gerada na barra  $i$  e  $C_i$  representa a curva do custo desta geração. Normalmente,  $F$  é aproximadamente convexa por aproximações lineares ou quadrática. Um caso particular de função objetivo é minimizar perdas no sistema de transmissão. Neste caso, o despacho de potência ativa é considerado fixo em todas as barras exceto na referência e permite-se alteração das demais variáveis de controle de forma a minimizar a geração na barra de referência. Outras possibilidades para a função objetivo são minimizar: restrições violadas, curva de previsão de demanda, ação de controle (ou reprogramar).



### 2.3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE REATIVOS

O planejamento de reativos em sistemas de energia elétrica pode ser visto sob dois ângulos: a longo e a curto prazo. No planejamento a longo prazo está-se interessado tanto na localização quanto na magnitude das fontes reativas porventura necessárias na operação da rede que está sendo planejada (deve ser comparado, por exemplo, o custo de alocação de fontes reativas com o ganho (benefício) de se postergar a construção de uma linha de transmissão). Neste caso, trabalha-se tanto com variáveis discretas (decisão de se alocar, ou não, potência reativa em uma barra) com custos fixos associados, como com variáveis contínuas como a magnitude da potência reativa gerada pelas fontes. Já no planejamento a curto prazo o problema se aproxima muito da operação da rede, cujas incógnitas são basicamente a magnitude das fontes, pois os locais onde é possível alocar fontes de potência reativa praticamente já estão definidos (com a infra-estrutura necessária) e as variáveis envolvidas são, em grande escala, contínuas. Note-se que mesmo o planejamento a longo prazo pode ser encarado em dois estágios (como é ressaltado mais adiante) onde em um dos subproblemas resolve-se exatamente um problema de operação, similar ao de curto prazo.

As restrições que devem ser impostas ao se formular o problema de planejamento de reativos são as apresentadas na formulação do fluxo de carga ótimo que são, geralmente, as restrições de operação de qualquer sistema de energia elétrica. Uma possível formulação, na qual a função objetivo só depende das variáveis de controle, para o problema pode ser:

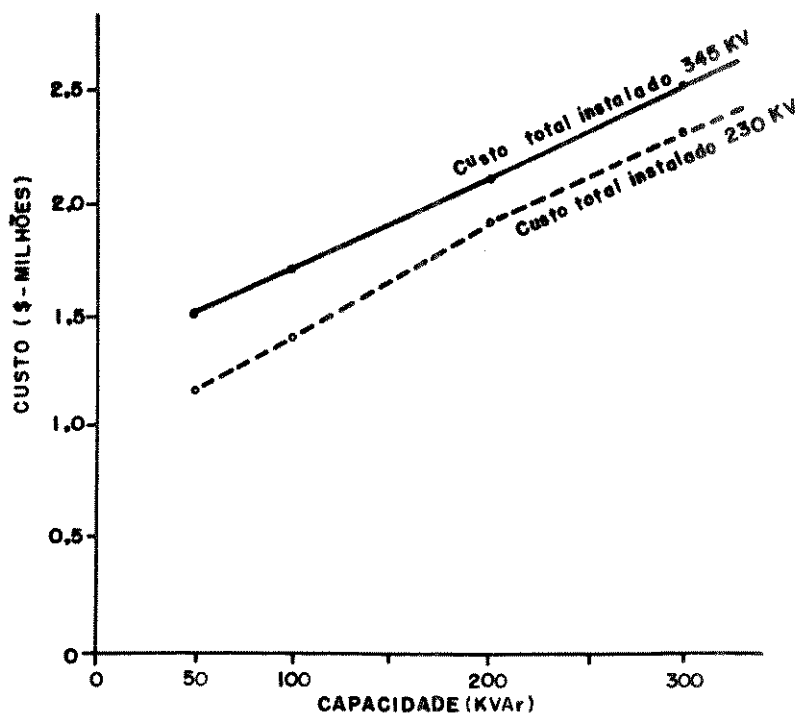
$$\begin{aligned}
 & \text{Min } f(\underline{u}) \\
 & \text{s.a.} \\
 & \underline{g}(\underline{x}, \underline{u}) = \underline{0} \\
 & \underline{h}(\underline{x}, \underline{u}) \leq \underline{0}
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

com  $\underline{x}$ ,  $\underline{u}$ ,  $\underline{g}(\underline{x}, \underline{u})$  e  $\underline{h}(\underline{x}, \underline{u})$  definidos em (2.1)

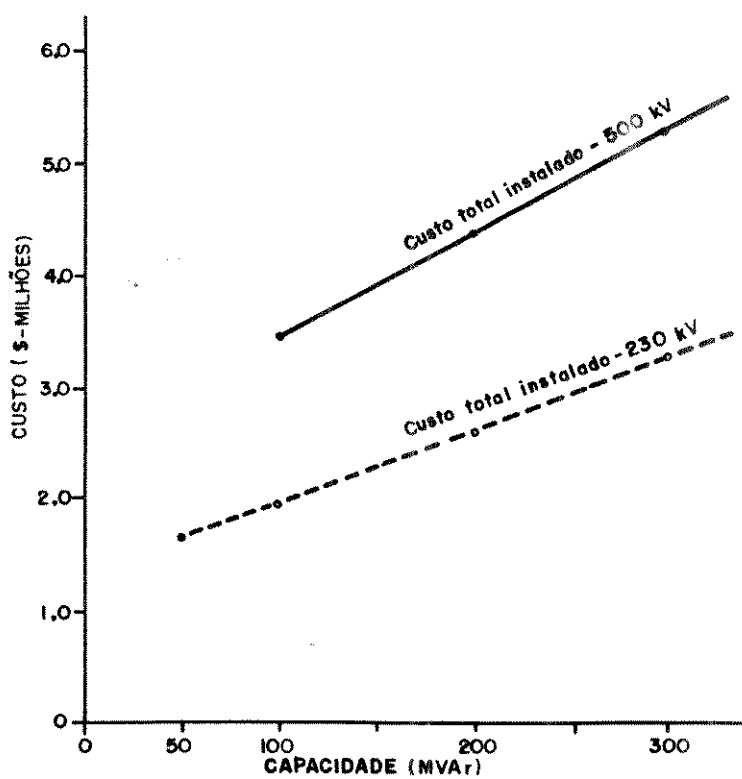
A função objetivo  $f(\underline{u})$  consiste das componentes do custo associado à instalação de novas fontes reativas. Nestes custos estão incluídos: investimento de capital, instalação e operação. Na figura (2.1) estão indicados os custos para fontes reativas indutivas e capacitivas para três níveis de tensão, conforme a referência [1].

Estes custos têm duas componentes, que se referem, respectivamente, ao custo de instalação do banco (custo fixo) e à capacidade do mesmo (custo variável).

Em [1], o problema é resolvido em dois estágios usando a técnica da Decomposição de Benders generalizada. O primeiro estágio resolve um problema de fluxo de carga ótimo cujo objetivo é determinar um ponto de operação viável para o sistema utilizando o conjunto de fontes reativas disponíveis, podendo ser incluído na função objetivo o termo referente à minimização de perdas no sistema de transmissão. Não havendo a possibilidade de encontrar tal ponto, o segundo estágio resolve o problema da expansão de novas fontes, objetivando determinar o custo mínimo desta expansão, localização e capacidade. As soluções dos dois estágios são iteragidas até que um ponto de operação ótimo seja obtido.



(a)



(b)

Fig. 2.1 - Custos de Fontes Reativas

(a) Indutor (Reator)

(b) Capacitor

Neste trabalho pesquisou-se a solução do Problema de Planejamento de Reativos em um só estágio, sem considerar na função objetivo o termo referente à minimização de perdas, assumindo que o conjunto de barras candidatas a novas fontes reativas é definido "a priori" (dado do problema), Custos fixos não foram considerados e as componentes da função objetivo estão representadas na figura (2.2):

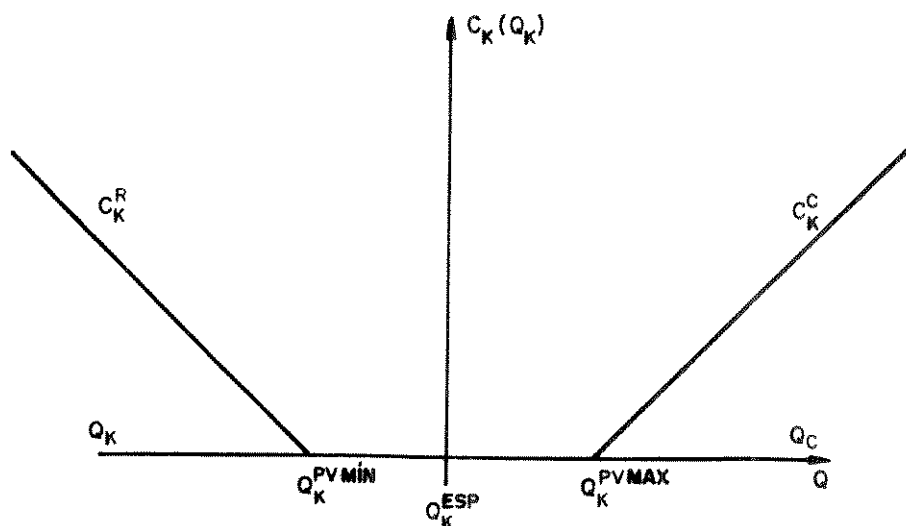


Fig. 2.2 - Termo da Função Objetivo para uma Barra com Capacidade Própria

Onde: ESP representa especificado e os limites da capacidade própria da barra estão representados por  $Q^{PVMIN}$  e  $Q^{PVMAX}$ . Em barras que não têm capacidade própria, o intervalo  $(Q^{PVMIN} - Q^{PVMAX})$  é nulo.

Considerando as componentes da função objetivo representada na figura (2.2), restrições de desigualdade, os limites nas tensões e limites nas potências reativas nas bar-

ras do conjunto I (definido a seguir), o problema de planejamento de reativo pode ser formulado como:

$$\text{Min } \sum_{i \in I} C_i(u_i)$$

s.a.

$$g(\underline{x}, \underline{u}) = \underline{0} \quad (2.3)$$

$$\underline{x}^{\text{mín}} \leq \underline{x} \leq \underline{x}^{\text{máx}}$$

$$\underline{u}^{\text{mín}} \leq \underline{u} \leq \underline{u}^{\text{máx}}$$

Onde:

I: conjunto de barras com capacidade de gerar reativos e/ou candidatas a terem novas fontes;

$C_i(u_i)$ : componente da função custo associado à instalação de novas fontes na barra i (fig. 2.2);

$\underline{x}$ : variáveis dependentes - magnitude de tensão em todas as barras e ângulos em todas as barras do sistema menos a referência;

$\underline{u}$ : variáveis de controle - injeção de potência reativa  $Q_i^u$ ,  $i \in I$ , composta de reativos gerados (Capacitor - positivo, Reator - negativo) e novas fontes alocadas;

$g(\underline{x}, \underline{u}) = \underline{0}$  : equações estáticas do fluxo de carga (EEFC) - Apêndice A;

$\underline{x}^{\text{mín}}$ : limite inferior nas variáveis dependentes;

$\underline{x}^{\text{máx}}$ : idem, limite superior;

$\underline{u}^{\text{mín}}$ : limite inferior nas variáveis de controle;

$\underline{u}^{\text{máx}}$ : idem, limite superior.

## CAPÍTULO III

### TÉCNICAS DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE REATIVOS

A primeira parte deste capítulo (resumo das páginas 4-12 a 4-20 da referência [1]), apresenta os conceitos básicos, vantagens e desvantagens das técnicas tipo gradiente empregadas na solução dos problemas de fluxo de carga ótimo [7] e planejamento de reativos [3]. Em seguida são feitas as considerações e linearizações necessárias para que o problema seja formulado como uma P.L. por partes [2]. Finalmente apresenta-se a decomposição da injeção de potência reativa das barras do sistema e chega-se à formulação adotada neste trabalho que é baseada na execução alternada de fluxo de carga e P.L., conhecida na literatura como P.L. sucessiva [8].

#### 3.1. TÉCNICAS DO TIPO GRADIENTE [1]

Métodos do tipo gradiente têm sido usados para resolver o problema de fluxo de carga ótimo, ou para resolver o sistema de equações não lineares que resulta da aplicação do teorema de Kuhn-Tucker ao problema. Nestes métodos uma sequência de estimativas da solução ótima,  $z^* = (x^*, u^*)$ , do problema é gerada. Cada estimativa  $z^k$  é melhorada tomando um passo  $\alpha^k$  na direção contrária ao gradiente da função objetivo  $F$ ,  $\nabla F$ , de forma que  $z^{k+1} = z^k - \alpha^k \nabla F$ , esteja mais próximo a  $z^*$  que  $z^k$ . A função objetivo é alterada para levar em considera-

ção as restrições funcionais violadas (Método Penalidades, Barreiras). Geralmente o conjunto de variáveis  $z$  é particionado em variáveis independentes (ou controle)  $u$ , e variáveis dependentes  $x$  (ou estado), e a direção de caminhada é calculada somente no espaço das variáveis independentes (Gradiente Reduzido). A determinação do parâmetro  $\alpha$  assume grande importância no processo de otimização. Para valores pequenos de  $\alpha$  a convergência é assegurada, mas o processo pode levar um número excessivo de iterações. Para valores grandes de  $\alpha$ , podem ocorrer oscilações em torno da solução e a convergência do processo não é assegurada. Estas dificuldades são contornadas adotando-se um passo de gradiente ótimo, onde o parâmetro  $\alpha$  é estimado através de um Processo de Busca Unidimensional (PBU) na direção do gradiente da função. Nesta direção a função objetivo passa a depender apenas do parâmetro  $\alpha$ ,  $F(\alpha) = F(z^* - \alpha \nabla F^k)$  e o PBU obtém o mínimo de  $F(\alpha)$  em relação a  $\alpha$ .

As maiores dificuldades dos métodos tipo gradiente são: (i) obtenção do tamanho do passo  $\alpha$ , que pode consumir grande tempo computacional; (ii) Se o método das penalidades é utilizado para representar as restrições de desigualdade, o mesmo nem sempre é satisfatório podendo às vezes não factibilizar a solução.

Algumas vantagens do método são: (i) Não necessitar de solução inicial factível; (ii) simples implementação; (iii) exploração da esparsidade encontrada em matrizes de sistemas de grande porte.

J. Carpentier utilizou a técnica do gradiente reduzido generalizado na solução do problema de fluxo de carga ótimo, desenvolvendo um método conhecido como Injeções Diferenciais. Neste método o problema completo de otimização é resolvido como uma sequência de subproblemas relaxados. Dommel

e Tinney [7] utilizaram, entre outras, técnicas do tipo gradiente para solução do problema de fluxo de carga ótimo tendo como função objetivo a redução de perdas do sistema de transmissão, acrescida dos termos de penalidade para considerar as restrições violadas do problema.

Mais recentemente, Hughes et alii [3] utilizaram técnica do gradiente reduzido generalizado para minimizar o custo de instalação de novas fontes reativas, uma vez esgotadas as possibilidades de utilização das fontes e controles existentes no sistema. A função objetivo considerada é uma soma de componentes do tipo apresentado na figura (2.2).

Apesar da característica das componentes da função objetivo que apresenta pontos (vértices) onde o gradiente é descontínuo (o que não acontece no caso de minimização de perdas), no início deste trabalho procurou-se utilizar a técnica proposta por Dommel e Tinney [7], para solução do problema de planejamento de reativos. As restrições de igualdade foram tratadas por meio da política de penalidades apresentada em [10].

Realizados testes com o programa computacional, desenvolvido a partir do estudo das técnicas do tipo gradiente, resolveu-se abandonar este tipo de abordagem no estudo de planejamentos de reativos e passar a trabalhar com técnicas de programação linear - primal "SIMPLEX".

## 3.2. PROGRAMAÇÃO LINEAR

### 3.2.1. INTRODUÇÃO

O método apresentado é baseado no algoritmo pri



mal "simplex" de PL, considera o modelo incremental nas variáveis e particiona a injeção de potência reativa de cada barra em três parcelas: Capacidade Própria, Reativa Capacitiva e Reativa Indutiva. Na implementação do algoritmo, preferiu-se desenvolver a subrotina de P.L. usando os conceitos apresentados no Apêndice C, procurando com isso obter um programa final independente de pacotes de subrotinas que, normalmente, só estão implantados em computadores de grande porte.

Quando o objetivo é fazer o Planejamento de Reativos em sistemas de grande porte, utilizando um tempo de CPU relativamente pequeno, o algoritmo pode ser implementado usando qualquer subrotina comercial de P.L., como por exemplo a que faz parte do pacote MINOS (Modular Incore Nonlinear Optimization Systems).

### 3.2.2. OBTENÇÃO DO MODELO LINEARIZADO

Considere as restrições de igualdade  $g(\underline{x}, \underline{u}) = \underline{0}$ , do problema de planejamento de reativos formulado em (2.3), separadas nos seguintes subconjuntos:

$$P_s(\underline{\theta}, \underline{V}) - P_s = 0 \quad S \in [\text{SLACK}]$$

$$P_k(\underline{\theta}, \underline{V}) - P_k^{\text{ESP}} = 0 \quad k \in [\text{PO+PV}]$$

$$Q_J(\underline{\theta}, \underline{V}) - Q_J^{\text{ESP}} = 0 \quad J \notin [I]$$

$$Q_i(\underline{\theta}, \underline{V}) - Q_i^u = 0 \quad i \in [I]$$

onde  $P(\underline{\theta}, \underline{V})$  e  $Q(\underline{\theta}, \underline{V})$  são expressões algébricas, conhecidas, não lineares, que fornecem, respectivamente, injeções de potência ativa e reativa nas barras do sistema se forem forneci

dos  $\underline{V}$  e  $\underline{\theta}$  (Apêndice A). Assim, o problema (2.3) pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} \text{Min } f &= \sum_{i \in I} C_i(Q_i^u) \\ \text{s.a.} \\ P_s(\underline{\theta}, \underline{V}) - P_s &= 0 \\ P_k(\underline{\theta}, \underline{V}) - P_k^{\text{ESP}} &= 0 \\ Q_J(\underline{\theta}, \underline{V}) - Q_J^{\text{ESP}} &= 0 \\ Q_i(\underline{\theta}, \underline{V}) - Q_i^u &= 0 \\ (Q_i^u)^{\text{mín}} \leq Q_i^u \leq (Q_i^u)^{\text{máx}} \\ \underline{V}^{\text{mín}} \leq \underline{V} \leq \underline{V}^{\text{máx}} \end{aligned} \tag{3.1}$$

Em (3.1) no conjunto de restrições de igualdade são consideradas conhecidas (especificadas) as seguintes variáveis:

- $\theta_s$  : ângulo da tensão na barra de folga, SLACK;
- $P_k^{\text{ESP}}$  : potência ativa nas barras de geração e de carga;
- $Q_J^{\text{ESP}}$  : potência reativa nas barras que não pertencem ao conjunto I (definido no capítulo II).

As incógnitas (calculadas) são:

- $P_s$  : potência ativa na barra de folga;

$Q_i^u$  : potência reativa gerada e/ou alocada em barras do conjunto I;

$\theta_k$  : ângulo das tensões em todas as barras menos a referência;

$\underline{V}$  : vetor que contém as magnitudes de tensão em todas as barras do sistema.

Do conjunto de incógnitas  $(P_s, Q_i^u, \theta_k, \underline{V})$ , há custos associados apenas à potência reativa  $Q_i^u$ , conforme ilustrado na figura (2.2).

O problema definido em (3.1) é um problema de otimização de grande porte com a função objetivo linear e restrições não lineares. Para ser resolvido com um algoritmo de P.L. convencional (função objetivo e restrições lineares) torna-se necessário linearizar as restrições em torno de um ponto inicial (se existir), o que é descrito a seguir.

Considere-se que exista um estado (ponto) inicial  $(\underline{\theta}^v, \underline{V}^v)$  e que há a possibilidade de alterar a potência reativa nas barras do conjunto I, de um valor  $\Delta Q_i^u$ , ou seja:

$$(Q_i^u)^{v+1} = (Q_i^u)^v + (\Delta Q_i^u)^v \quad (3.2)$$

Esta perturbação será responsável pela alteração nos valores de todas as variáveis dependentes  $(P_s^{v+1}, \theta_k^{v+1}, \underline{V}^{v+1})$ , onde:

$$\theta_k^{v+1} = \theta_k^v + \Delta \theta_k^v$$

$$\underline{V}^{v+1} = \underline{V}^v + \Delta \underline{V}^v$$

$$P_s^{v+1} = P_s^v + \Delta P_s^v(\underline{\theta}^{v+1}, \underline{V}^{v+1})$$

Os valores de  $\theta_k^{v+1}$  e  $\underline{V}^{v+1}$ , que são obtidos em função de  $(\Delta Q_i^u)$ , dependem fundamentalmente de formulação adotada para levar em conta as restrições de igualdade (o que é detalhado no capítulo IV). Na formulação que pode ser considerada a mais rigorosa (sem desprezar sensibilidades), exige-se que no ponto  $(\underline{\theta}^{v+1}, \underline{V}^{v+1})$  todas as restrições de igualdade sejam satisfeitas. Ou seja, exige-se que:

$$P_k(\underline{\theta}^{v+1}, \underline{V}^{v+1}) - P_k^{ESP} = 0$$

$$Q_J(\underline{\theta}^{v+1}, \underline{V}^{v+1}) - Q_J^{ESP} = 0$$

Considerando que:

$$P_k(\underline{\theta}^{v+1}, \underline{V}^{v+1}) = P_k(\underline{\theta}^v, \underline{V}^v) + \Delta P_k$$

$$Q_J(\underline{\theta}^{v+1}, \underline{V}^{v+1}) = Q_J(\underline{\theta}^v, \underline{V}^v) + \Delta Q_J$$

e que

$$\Delta P = \left[ \frac{\partial P}{\partial \underline{\theta}} \right] \Delta \underline{\theta} + \left[ \frac{\partial P}{\partial \underline{V}} \right] \Delta \underline{V}$$

$$\Delta Q = \left[ \frac{\partial Q}{\partial \underline{\theta}} \right] \Delta \underline{\theta} + \left[ \frac{\partial Q}{\partial \underline{V}} \right] \Delta \underline{V}$$

tem-se como restrições:

|  |  |                             |                                   |   |                 |
|--|--|-----------------------------|-----------------------------------|---|-----------------|
| $H(\underline{\theta}^v, \underline{V}^v)$ | $N(\underline{\theta}^v, \underline{V}^v)$ | $\Delta \underline{\theta}$ | $\frac{\Delta P}{S}$              | = | $\underline{0}$ |
| $J(\underline{\theta}^v, \underline{V}^v)$ | $L(\underline{\theta}^v, \underline{V}^v)$ | $\Delta \underline{V}$      | $\underline{0}$<br>$\Delta Q_i^u$ |   |                 |

onde foi considerado (sem perda de generalidade) um arranjo de linhas tal que a primeira corresponde à barra de referência e as últimas às barras do conjunto I (que tem potência reativa como variáveis de controle).  $H(\underline{\theta}^v, \underline{V}^v)$ ,  $N(\underline{\theta}^v, \underline{V}^v)$ ,  $J(\underline{\theta}^v, \underline{V}^v)$  e  $L(\underline{\theta}^v, \underline{V}^v)$  são os elementos da matriz Jacobiana usada no cálculo do fluxo de carga pelo método de Newton. Finalmente a função objetivo, escrita para a perturbação  $\Delta Q_i^u$ , fica:

$$f = \sum_{i \in I} C_i [ (Q_i^u)^v + (\Delta Q_i^u)^v ]$$

ou seja:

$$f = C_0 + \sum_{i \in I} C_i [ (\Delta Q_i^u)^v ]$$

Assim, num passo genérico  $v$  do processo de otimização, o problema (3.1) se torna:

$$\text{Min} \sum_{i \in I} C_i [ (\Delta Q_i^u) ]$$

s.a.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline H & N \\ \hline J & L \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \underline{\Delta \theta} \\ \hline \underline{\Delta V} \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \frac{\Delta P_s}{s} \\ \hline \underline{0} \\ \hline \underline{0} \\ \hline \underline{\Delta Q_i^u} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \underline{0} \\ \hline \end{array} \quad (3.3)$$

$$-\infty \leq \theta_k + \Delta \theta_k \leq \infty$$

$$(Q_i^u)^{\min} \leq Q_i^u + \Delta Q_i^u \leq (Q_i^u)^{\max}$$

$$\underline{V}^{\min} \leq \underline{V} + \Delta \underline{V} \leq \underline{V}^{\max}$$

Os limites para a potência reativa  $Q_i^u$  são dados do problema. Podem ser somente a capacidade própria da barra, se não for permitida alocação, ou então os limites são a capacidade própria mais o que for permitido alocar.

Os limites nas magnitudes de tensão e o conjunto de barras candidatas a alocação (que fazem parte do conjunto I) são considerados como dados do problema como já foi ressaltado anteriormente.  $\Delta P_s$  reflete a variação das perdas durante o processo de otimização.

### 3.2.3. DECOMPOSIÇÃO DA INJEÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA

Seja a injeção de potência reativa  $Q_i^u$ , em uma barra qualquer do conjunto I. Fisicamente esta injeção pode ser considerada composta pelas parcelas dos reativos especificados, reativos gerados por fontes existentes na barra (referenciados neste trabalho como capacidade própria), e/ou outras fontes que podem ser alocadas (reatores, capacitores, condensadores síncronos), ou seja:

$$Q_i^u = Q_i^{esp} + Q_i^{GERADO} + Q_i^{ALOCADO} \quad i \in I \quad (3.4)$$

Onde:

$Q_i^{GERADO}$  : Capacidade de geração de reativos indutivos ou capacitivos das fontes existentes na barra i. Esta geração tem como limites (representados na figura 2.2) o intervalo  $|Q_i^{PVMIN} ; Q_i^{PVMAX}|$ . Por conveniência será denotado por  $Q_i^P$ , ( $Q_i$  próprio);

$Q_i^{\text{ALOCADO}}$  : Novas fontes de natureza indutiva ( $-Q_i^R$ ) ou Capacitiva ( $Q_i^C$ ) alocadas na barra  $i$ ;

$Q_i^{\text{ESP}}$  : Potência reativa especificada na barra.

Considerando que  $Q_i^{\text{ALOCADO}} = Q_i^C - Q_i^R$ , (3.4) pode ser reescrita como:

$$Q_i^u = Q_i^{\text{ESP}} + Q_i^P - Q_i^R + Q_i^C \quad (3.5)$$

A injeção de reativos escrita da forma (3.5) permite que se formule o problema (3.3) como uma P.L. convencional. Em um estágio qualquer do processo de otimização haverá a opção de se alocar capacitor  $Q_i^C$  ou reator  $Q_i^R$  na barra  $i$ , (note-se que o valor  $Q_i^{\text{ESP}}$  é fixo (especificado) e, portanto, pode ser levado em consideração de maneira indireta no processo (ver ilustração na figura 2.2).

#### 3.2.4. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA POR P.L.

Considere-se que a potência reativa  $Q_i^u$  foi separada nas parcelas apresentadas em (3.5). A função custo  $\sum_{i \in I} C_i(Q_i^u)$ , cujas parcelas foram apresentadas na figura (2.2) e são repetidas na figura (3.1):

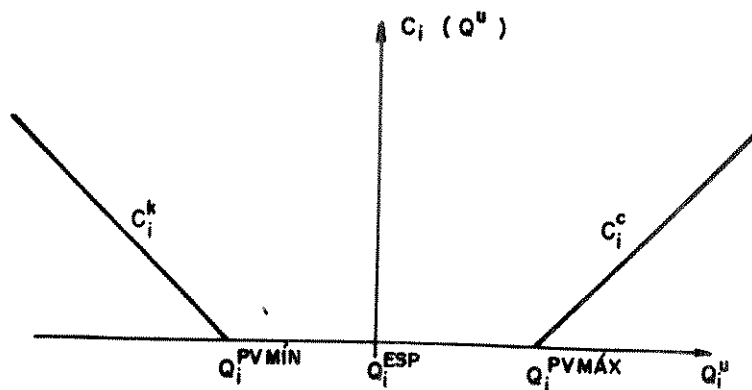


Fig. 3.1 - Componentes da Função Objetivo

pode ser escrita como:

$$C_i(\Delta Q_i^u) = C_i^C \Delta Q_i^C - C_i^R \Delta Q_i^R \quad (3.6)$$

pois o custo para a capacidade própria  $Q_i^P$  é considerado nulo, com  $\Delta Q_i^C$  e  $\Delta Q_i^R$  sempre positivos e  $C_i^R$  negativo, onde  $C_i^R$  e  $C_i^C$  são respectivamente custos associados à instalação de fontes indutivas e capacitivas. Logo a função objetivo fica:

$$f = \sum_{i \in I} C_i(\Delta Q_i^u) = (\underline{C}^C)^T \Delta \underline{Q}^C - (\underline{C}^R)^T \Delta \underline{Q}^R \quad (3.7)$$

onde

$$(\underline{C}^C)^T = [C_1^C \quad C_2^C \quad \dots \quad C_I^C]$$

$$(\underline{C}^R)^T = [C_1^R \quad C_2^R \quad \dots \quad C_I^R]$$

e  $I$  é a dimensão do conjunto  $I$ .



Finalmente, o problema (3.3), com as novas considerações fica:

$$\text{Min } (\underline{C}^C)^T \Delta \underline{Q}^C - (\underline{C}^R)^T \Delta \underline{Q}^R \quad \text{s.a.} \quad (3.8)$$

|   |   |                             |
|---|---|-----------------------------|
| H | N | $\Delta \underline{\theta}$ |
| J | L | $\Delta \underline{V}$      |

$$= \underline{0}$$

|  |
|--|
| $\Delta P_S$                                 |
| $\underline{0}$                              |
| $\underline{0}$                              |
| $\Delta Q_i^P - \Delta Q_i^R + \Delta Q_i^C$ |

$$-\infty \leq \Delta \theta_k \leq \infty$$

$$\underline{V}^{\min} - \underline{V} \leq \Delta \underline{V} \leq \underline{V}^{\max} - \underline{V}$$

$$Q_i^{PVMIN} - Q_i^P \leq \Delta Q_i^P \leq Q_i^{PVMAX} - Q_i^P$$

$$- Q_i^R \leq \Delta Q_i^R \leq (Q_i^R)^{\max} - Q_i^R$$

$$- Q_i^C \leq \Delta Q_i^C \leq (Q_i^C)^{\max} - Q_i^C$$

$$-\infty \leq \Delta P_S \leq \infty$$

Onde:

$\Delta \underline{V}$  : variação do vetor de magnitude de tensões;

$\Delta Q_i^P, \Delta Q_i^R, \Delta Q_i^C$  : representam, respectivamente, variação na capacidade própria, reativos indutivos e capacitivos;

$\Delta \theta_k$  : variação da abertura angular das linhas de transmissão;

$\Delta P_s$  : variação da potência ativa (perdas) na barra Slack.

Neste trabalho e na formulação atual, considera-se que todas as barras podem ser candidatas à alocação de potência reativa. Com isto, as restrições de igualdade ficam:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline H & N \\ \hline J & L \\ \hline \end{array}
 \begin{array}{|c|} \hline \underline{\Delta \theta} \\ \hline \underline{\Delta V} \\ \hline \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|} \hline \underline{\Delta P_s} \\ \hline \underline{0} \\ \hline \underline{\Delta Q^P} - \underline{\Delta Q^R} + \underline{\Delta Q^C} \\ \hline \end{array}$$

ou seja,  $\underline{\Delta Q^P}$ ,  $\underline{\Delta Q^R}$  e  $\underline{\Delta Q^C}$  têm dimensão do número de barras do sistema. Se as barras são efetivamente candidatas, ou não, isto é informado nos dados do problema. Assim com esta consideração, e retirando-se do problema a linha e coluna referente à barra Slack, pode-se escrever o problema (3.8) na forma de "TABLEAUX" (Apêndice C):

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \underline{\Delta \theta} & \underline{\Delta V} & \underline{\Delta Q^C} & \underline{\Delta Q^R} & \underline{\Delta Q^P} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline H^v & N^v & 0 & 0 & 0 \\ \hline J^v & L^v & -I_d & I_d & -I_d \\ \hline \end{array}
 \begin{array}{|c|} \hline \underline{b^v} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \underline{0^T} & \underline{0^T} & (\underline{C^C})^T & -(\underline{C^R})^T & \underline{0^T} \\ \hline \end{array}$$

$$-\infty \leq \theta_k + \Delta \theta_k \leq \infty$$

$$\underline{V}^{\min} \leq \underline{V} + \Delta \underline{V} \leq \underline{V}^{\max}$$

$$\underline{Q}^{\text{PVMIN}} \leq \underline{Q}^{\text{P}} + \Delta \underline{Q}^{\text{P}} \leq \underline{Q}^{\text{PVMAX}}$$

$$0 \leq \underline{Q}^{\text{R}} + \Delta \underline{Q}^{\text{R}} \leq (\underline{Q}^{\text{R}})^{\max}$$

$$0 \leq \underline{Q}^{\text{C}} + \Delta \underline{Q}^{\text{C}} \leq (\underline{Q}^{\text{C}})^{\max}$$

Onde:

$\underline{b}^{\text{v}}$  : vetor independente, relativo a um ponto de operação  $z^{\text{v}}$ ;

$\underline{I}_{\text{d}}$  : matriz identidade;

$\underline{0}^{\text{T}}$  : vetor custo nulo, associado à variação no ângulo e magnitude das tensões, capacidade própria em cada barra.

Os dados para a P.L. são obtidos a partir dos resultados de um programa que calcula fluxo de carga. Dado o aspecto da linearização das restrições, uma vez obtida solução para o problema (3.9), é necessário utilizar os vetores de estado correspondentes, processar um fluxo de carga e reinicializar o problema linear até a convergência, como indicado no diagrama da figura (3.2).

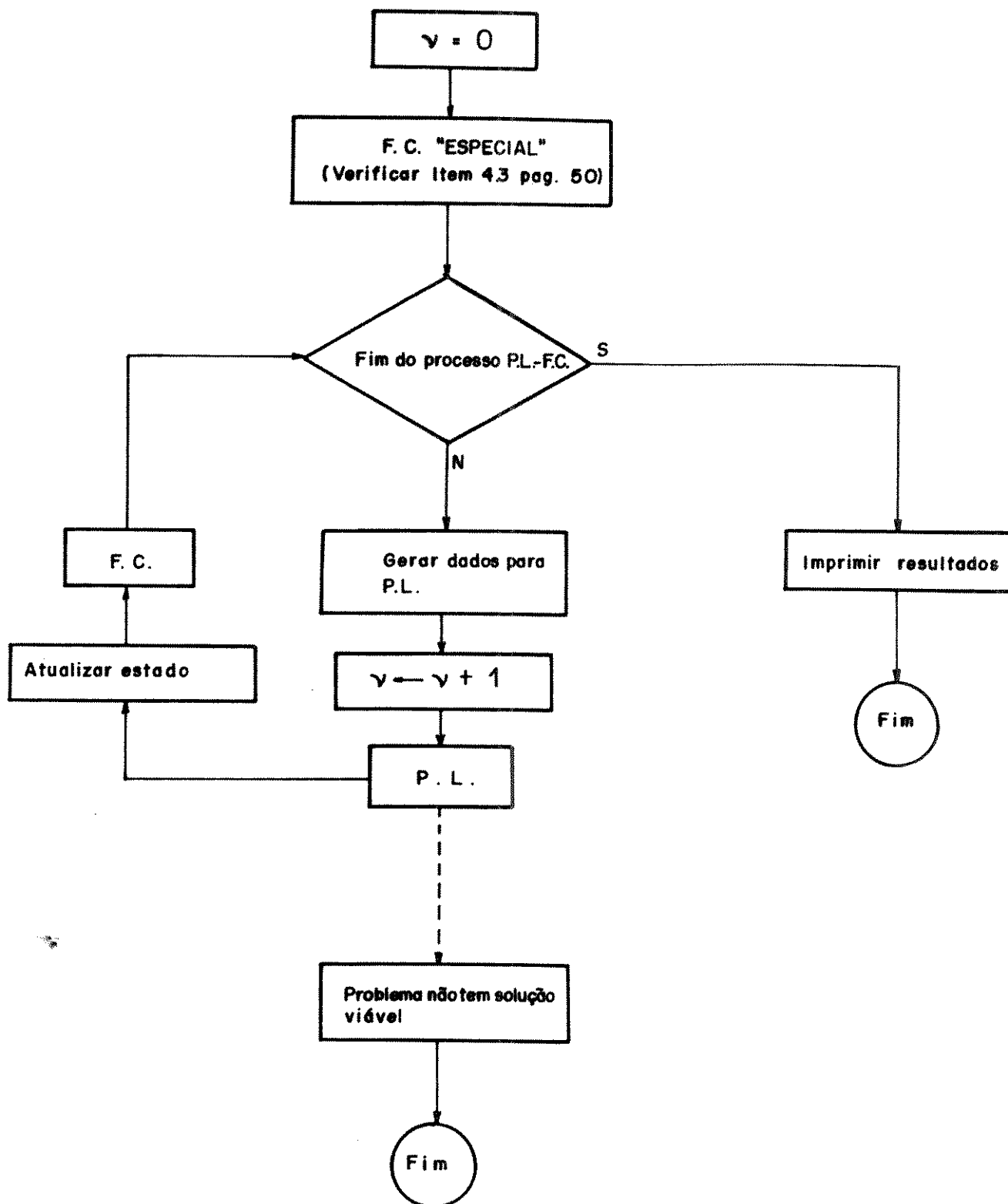


Fig. 3.2 - Processo Iterativo FC - PL.

## CAPÍTULO IV

ASPECTOS DA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE  
PLANEJAMENTO DE REATIVOS VIA P.L.

Neste capítulo, são discutidos alguns aspectos da solução do problema de planejamento de reativos usando técnica de P.L.: escolha da matriz de sensibilidade para o processo de otimização, problemas relacionados com as linearizações efetuadas para aplicação de P.L., e o fluxo de carga "especial" usado para gerar os dados para iniciar o processo iterativo. Finalmente apresenta-se o algoritmo utilizado no programa computacional desenvolvido neste trabalho.

4.1. A ESCOLHA DA MATRIZ DE SENSIBILIDADE PARA O PROCESSO DE  
OTIMIZAÇÃO

Seja a formulação incremental do Problema de Planejamento de Reativos apresentada no capítulo III:

$$\text{Min } (\underline{C}^C)^T \Delta \underline{Q}^C - (\underline{C}^R)^T \Delta \underline{Q}^R$$

s.a.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline H & N \\ \hline J & L \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \Delta \underline{Q} \\ \hline \Delta \underline{V} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \underline{0} \\ \hline \Delta \underline{Q}^C - \Delta \underline{Q}^R + \Delta \underline{Q}^P \\ \hline \end{array} \quad (4.1)$$

$$-\infty \leq \Delta \theta_k \leq +\infty$$

$$\underline{V}^{\min} - V \leq \Delta V \leq V^{\max} - \underline{V}$$

$$\underline{Q}^{\text{PVMIN}} - \underline{Q} \leq \Delta \underline{Q}^{\text{P}} \leq \underline{Q}^{\text{PMAX}} - \underline{Q}^{\text{P}}$$

$$-\underline{Q}^{\text{R}} \leq \Delta \underline{Q}^{\text{R}} \leq (\underline{Q}^{\text{R}})^{\max} - \underline{Q}^{\text{R}}$$

$$-\underline{Q}^{\text{C}} \leq \Delta \underline{Q}^{\text{C}} \leq (\underline{Q}^{\text{C}})^{\max} - \underline{Q}^{\text{C}}$$

A matriz de sensibilidade que aparece na formulação acima (Jacobiano do FC Newton), reúne as vantagens de ser completa (sensibilidade entre as potências ativa e reativa e todas as variáveis do sistema) e apresenta um alto grau de esparsidade para sistemas de grande porte. O inconveniente desta formulação é apresentar um número de restrições igual a duas vezes o número de barras menos uma (correspondente à equação da potência ativa da barra de referência),  $2NB-1$ , aumentando com isso o número de variáveis a ser considerado no processo de otimização (P.L.). K. Iba et alii [4] utilizam esta matriz de sensibilidade para resolver os problemas de planejamento de reativos e o de minimização de perdas (dimensão da matriz volta a ser  $2NB$ ), ou seja, acrescenta-se aos termos da função objetivo em (4.1) a expressão linearizada da potência ativa na barra de referência.

No planejamento de reativos a sensibilidade que se deseja está relacionada com  $\Delta Q$  e  $\Delta V$ . Explorando-se o fato de a parte reativa ser mais sensível a variações nas magnitudes das tensões, para redes de alta tensão, procurou-se tornar o método mais eficiente (computacionalmente), utilizando-se uma matriz de sensibilidade que só considerasse  $\Delta Q$  e  $\Delta V$ . Era de se

esperar que quando o desacoplamento  $P = 0$ ,  $0 = V$  fosse válido [11], esta aproximação também teria validade.

#### 4.1.1. O USO DA MATRIZ [L]

Na solução do problema relativo a sensibilidade que se deseja está relacionada com  $\Delta Q$  e  $\Delta V$ . Para isto, a idéia que surge naturalmente é supor que quando forem alterados os valores de  $V$  (e de  $Q$  correspondentes), as restrições  $\Delta P = 0$  não sejam de sobre-maneira afetadas. Ou seja, se isto ocorrer, pode-se considerar como sensibilidade a restrição  $[L]\Delta V = \Delta Q$ . No trabalho de V.J. Ávila [2], foram utilizadas as matrizes de sensibilidade do fluxo de carga desacoplado rápido [9,11], o que equivale ao uso de [L] considerando algumas aproximações [11]. Assim o problema (4.1) fica formulado como:

$$\text{Min } (\underline{C}^C)^T \Delta \underline{Q}^C - (\underline{C}^R)^T \Delta \underline{Q}^R$$

s.a.

$$[L] \Delta \underline{V} = \Delta \underline{Q}^C - \Delta \underline{Q}^R + \Delta \underline{Q}^P$$

$$\underline{V}^{\min} - \underline{V} \leq \Delta \underline{V} \leq \underline{V}^{\max} - \underline{V} \quad (4.2)$$

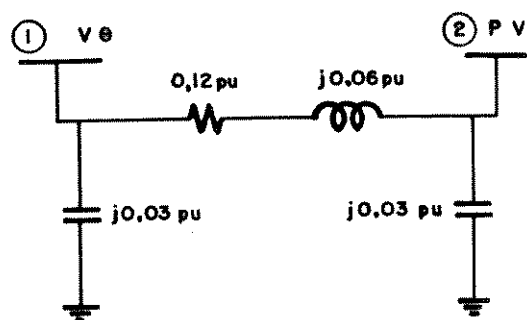
$$Q^{P\text{VMIN}} - Q^P \leq \Delta Q^P \leq Q^{P\text{VMAX}} - Q^P$$

$$- Q^R \leq \Delta Q^R \leq (Q^R)^{\max} - Q^R$$

$$- Q^C \leq \Delta Q^C \leq (Q^C)^{\max} - Q^C$$

Esperava-se que esta formulação apresentasse problemas quando o desacoplamento não fosse válido, pois pode-se chegar a casos em que as partes da matriz que foram desprezadas são mais importantes (maior valor numérico) que as que foram mantidas.

Isto foi realmente verificado para o sistema teste com duas barras e uma linha de transmissão da figura (4.1), onde o desacoplamento não pode ser aplicado (relação  $X/R = 0.5$ ). Para este sistema, os resultados referentes ao fluxo de carga iniciais



$$V_{1,2}^{\min} = 0.9 \text{ pu}$$

$$V_{1,2}^{\max} = 1.1 \text{ pu}$$

$$Q_{1,2}^{\text{PVmin}} = Q_{1,2}^{\text{PVmax}} = 0.0 \text{ pu}$$

$$P_2^{\text{esp}} = 0.2 \text{ pu}$$

Fig. 4.1 - Sistema Teste Com Duas Barras

cial e à primeira P.L. estão indicados na tabela (4.1). Após a solução da primeira P.L. não foi possível obter a

| BARRA | F.C. <sup>0</sup> |       |       | P.L. <sup>1</sup> |        |
|-------|-------------------|-------|-------|-------------------|--------|
|       | V  pu             | θ  rd | Q  pu | V  pu             | Q  pu  |
| 1     | 1.0               | 0.0   | 0.354 | 0.900             | 0.00   |
| 2     | 1.0               | 0.057 | 0.403 | 0.996             | -0.044 |

TABELA 4.1



convergência para o fluxo de carga, em 8 iterações, ou seja, a sensibilidade fornecida ao processo de otimização não é compatível com o modelo não linear da rede.

Diante da limitação do uso de  $[L]$  como sensibilidade, há a possibilidade de se usar uma matriz de dimensão NB, sendo mantida a relação  $\Delta P = 0$  quando forem alterados os valores  $V$ . Considere a restrição de igualdade na potência ativa em (4.1):

$$[H] \Delta \underline{\theta} + [N] \Delta \underline{V} = \Delta \underline{P} \quad (4.3)$$

Impondo  $\Delta \underline{P} = \underline{0}$ , é possível, eliminando-se  $\Delta \underline{\theta}$  da equação (4.1), obter-se uma matriz de sensibilidade  $[L']$  dada por:

$$[L'] = [L] - [J] [H]^{-1} [N] \quad (4.4)$$

Para o sistema teste com duas barras, considerando o estado dado pelo F.C. inicial, as matrizes  $[L]$  e  $[L']$  têm os seguintes valores:

$$[L] = \begin{array}{|c|c|} \hline 3.6572 & - 2.9495 \\ \hline - 3.7064 & 2.9002 \\ \hline \end{array} \quad (4.5)$$

$$[L'] = \begin{array}{|c|c|} \hline 15.6002 & - 15.631 \\ \hline - 14.9891 & 14.8806 \\ \hline \end{array} \quad (4.6)$$

Há uma grande diferença entre os valores das duas matrizes |(4.5) e (4.6)|, confirmando o fato de que as sen

sibilidades desprezadas em (4.2) têm valores numéricos consideráveis e esta formulação não é adequada para o problema de planejamento de reativos. O uso de  $[L']$  é inviável, pois pode-se mostrar que ela é completamente cheia, restringindo a aplicação do programa computacional que pode ser desenvolvido a partir da formulação do problema com  $[L']$  a sistemas pequenos.

Finalmente, outra matriz de sensibilidade para o processo de P.L. considerada neste trabalho é a matriz Jacobiano Reativa  $[LCRIC]$  (Apêndice B), cujos aspectos serão discutidos a seguir.

#### 4.1.2. A MATRIZ $[LCRIC]$ COMO SENSIBILIDADE

A matriz Jacobiano Reativa  $[LCRIC]$ , desenvolvida por J.L. Carpentier [5,6], fornece a sensibilidade entre potência reativa e tensão, considerando que o fluxo de potência ativa através dos dipolos do sistema são constantes. Esta situação é um caso particular do que se deseja no planejamento de reativos, ou seja, manter  $\Delta P = 0$  quando a parte reativa (tensões ou injeções de potência reativa) sofre alterações. Para o sistema teste com duas barras,  $[LCRIC]$  assume o seguinte valor:

$$[LCRIC] = \begin{array}{|c|c|} \hline 18.715 & - 18.836 \\ \hline - 14.989 & 14.881 \\ \hline \end{array} \quad (4,7)$$

Como se pode observar, a diferença entre os valores de  $[L']$  e  $[LCRIC]$  é pequena. Baseando-se nas características expostas anteriormente formulou-se o problema (4.1) tendo como sensibilidade

de a matriz [LCRIC], que tem a mesma estrutura esparsa de [L];  
logo:

$$\text{Min } (\underline{C}^C)^T \Delta \underline{Q}^C - (\underline{C}^R)^T \Delta \underline{Q}^R$$

s.a.

(4.8)

$$[\text{LCRIC}] \Delta \underline{V} = \Delta \underline{Q}^C - \Delta \underline{Q}^R + \Delta \underline{Q}^P$$

$$\underline{V}^{\text{min}} - \underline{V} \leq \Delta \underline{V} \leq \underline{V}^{\text{máx}} - \underline{V}$$

$$Q^{\text{PVMIN}} - \underline{Q}^P \leq \Delta \underline{Q}^P \leq Q^{\text{PVMAX}} - \underline{Q}^P$$

$$- \underline{Q}^R \leq \Delta \underline{Q}^R \leq (\underline{Q}^R)^{\text{máx}} - \underline{Q}^R$$

$$- \underline{Q}^C \leq \Delta \underline{Q}^C \leq (\underline{Q}^C)^{\text{máx}} - \underline{Q}^C$$

Os resultados obtidos com esta formulação para o sistema teste da figura (4.1) estão apresentados na tabela (4.1). A figura (4.2) ilustra a relação entre a potência reativa fornecida pelo problema linearizado (P.L.) e a potência reativa fornecida pelo modelo estático não linear do sistema (EEFC).

| ITER  | BARRA | V(pu) | $\theta$ (rd) | QFC (pu) | QPL (pu) | CFC (pu) | CPL (pu) |
|-------|-------|-------|---------------|----------|----------|----------|----------|
| v = 0 | 1     | 1.000 | 0.00          | 0.354    | -        | 0.957    | -        |
|       | 2     | 1.000 | 0.057         | - 0.403  | -        |          |          |
| v = 1 | 1     | 0.900 | 0.00          | 0.076    | 0.000    | 0.398    | 0.303    |
|       | 2     | 0.919 | 0.029         | - 0.122  | - 0.103  |          |          |
| v = 2 | 1     | 0.900 | 0.00          | 0.004    | 0.000    | 0.254    | 0.252    |
|       | 2     | 0.924 | 0.018         | - 0.051  | - 0.052  |          |          |
| v = 3 | 1     | 0.900 | 0.00          | 0.000    | 0.000    | 0.247    | 0.247    |
|       | 2     | 0.924 | 0.018         | - 0.047  | - 0.047  |          |          |
| v = 4 | 1     | 0.900 | 0.00          | 0.000    | 0.000    | 0.247    | 0.247    |
|       | 2     | 0.924 | 0.018         | - 0.047  | - 0.047  |          |          |

TABELA 4.1 - Resultados obtidos para o sistema teste fig. 4.1, usando [LCRIC]. (QFC: potência reativa calculada pelo FC; QPL: idem, calculada pela PL; CFC: custo de potência reativa no FC; CPL: idem, na PL).

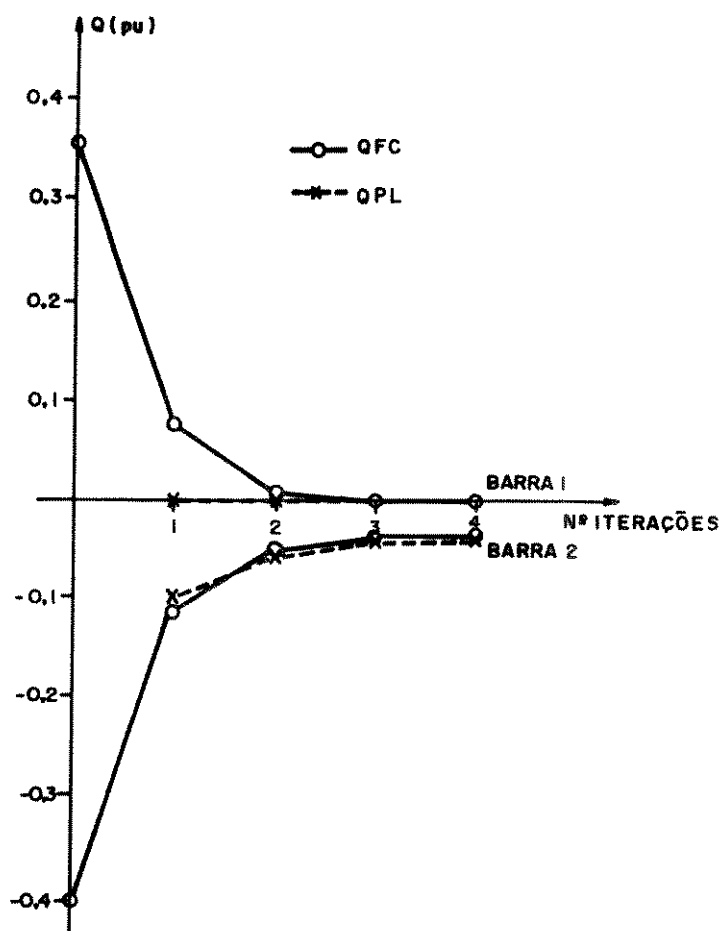


Fig. 4.2 - Injeção de potência reativa nas barras 1 e 2, obtida em cada passo do processo iterativo FC - PL - FC, usando como sensibilidade a matriz [LCRIC]

Comparando os desvios entre os valores da potência reativa que o fluxo de carga e a P.L. forneceram em cada passo do processo iterativo, figura 4.2, conclui-se que a submatriz [LCRIC] fornece uma boa sensibilidade para o processo linear (incluindo ainda as características de esparsidade e dimensão), sendo a formulação (4.5) a adotada neste trabalho em sua versão final.

#### 4.2. PROBLEMAS DE LINEARIZAÇÃO

Na solução do problema de planejamento de reativos por P.L., um aspecto a ser considerado refere-se à linearização das restrições de igualdade em torno do ponto  $(\underline{\theta}^v, \underline{V}^v)$ . Como o processo de solução é iterativo (FC - PL), era de se esperar que quando fosse dada uma variação significativa na potência reativa das barras de controle o algoritmo apresentasse problemas.

Durante a fase de testes com o sistema IEEE30 [12], (neste capítulo, sempre que for referenciado este sistema, considera-se que o mesmo está sem a linha 1-2), observou-se que a partir de algumas poucas iterações, a função objetivo oscila entre dois valores. Este comportamento está ilustrado na figura (4.3), onde é possível constatar que apesar da função objetivo oscilar entre dois valores próximos, a potência reativa nas barras de controle (PV's + V0), não alcançam um ponto estável. A figura (4.4), mostra o comportamento oscilatório da função objetivo para a rede IEEE118 [1].

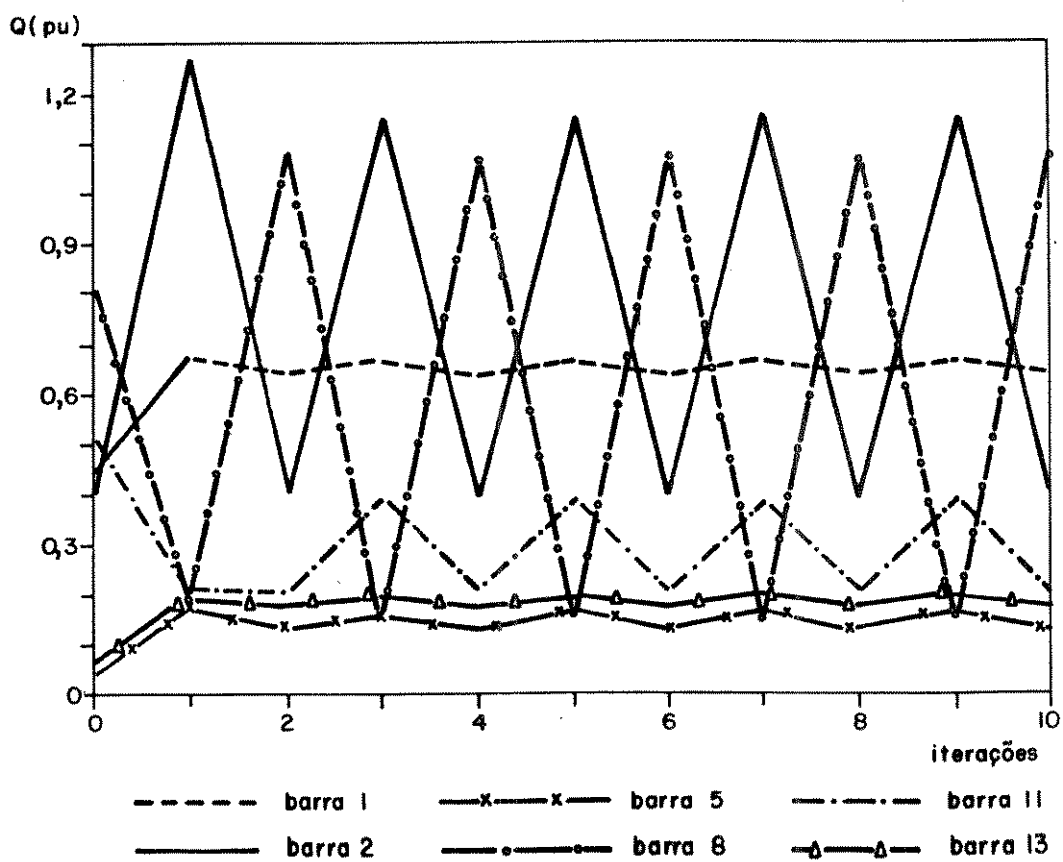
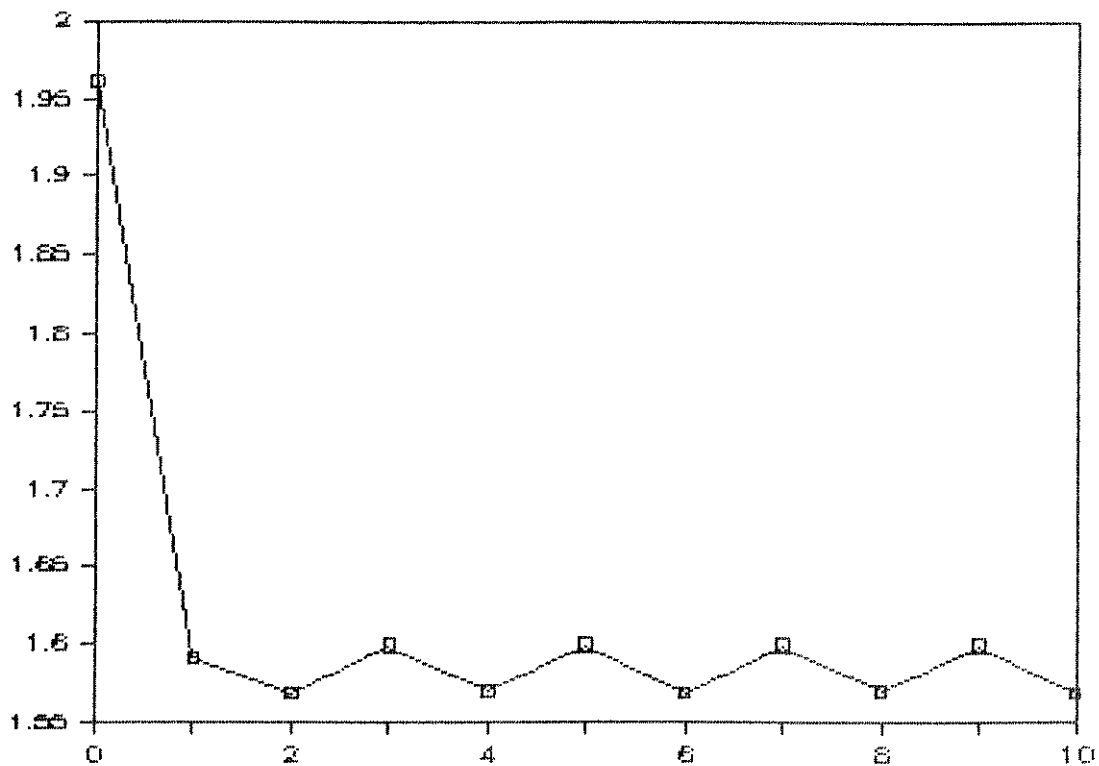


Fig. 4.3 - Sistema IEEE30 - Limites de potência reativa nas barras de controle abertos.

(a) Função objetivo x nº de iterações

(b) Potência reativa nas barras de controle x nº de iterações

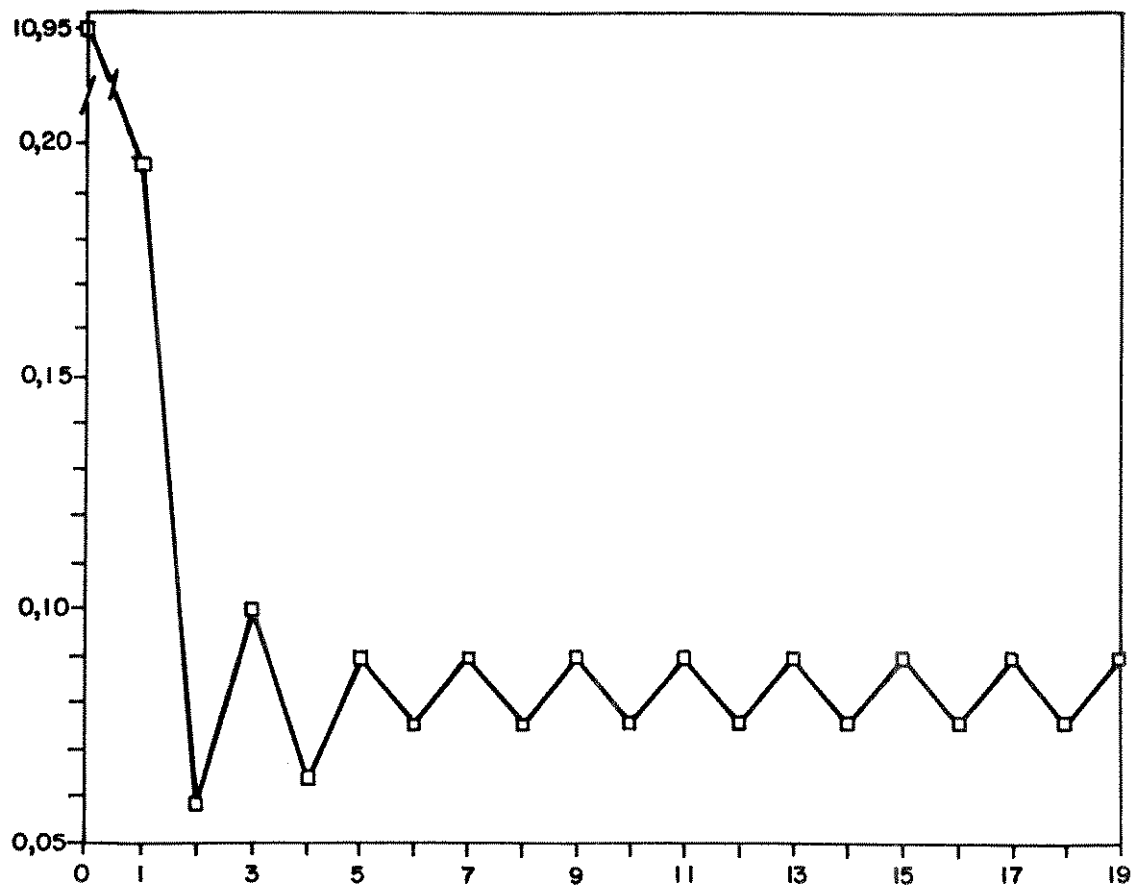


Fig. 4.4 - Sistema IEEE118 - limites de potência reativa nas barras de controle abertos - Função objetivo x nº de iterações.



A partir dos resultados obtidos, estudou-se a possibilidade deste comportamento estar associado à linearização das restrições de igualdade [13]. Geometricamente isto será ilustrado na figura (4.5), que representa a seguinte situação:

- $A_n$  é um ponto qualquer obtido pelo F.C. e  $r$  a linearização das restrições em  $A_n$ ;
- $B$ , ponto de mínimo encontrado pela P.L.;
- $B_n$  é o ponto correspondente a  $B$  sobre as restrições obtido pelo F.C., e  $S$  é a linearização das restrições em  $B$ ;
- $A$  é o ponto de mínimo obtido pela P.L. que quando retorna ao F.C. fornece o ponto  $A_n$  e assim sucessivamente, fazendo a solução oscilar entre pontos que não correspondem ao ponto de mínimo da função.

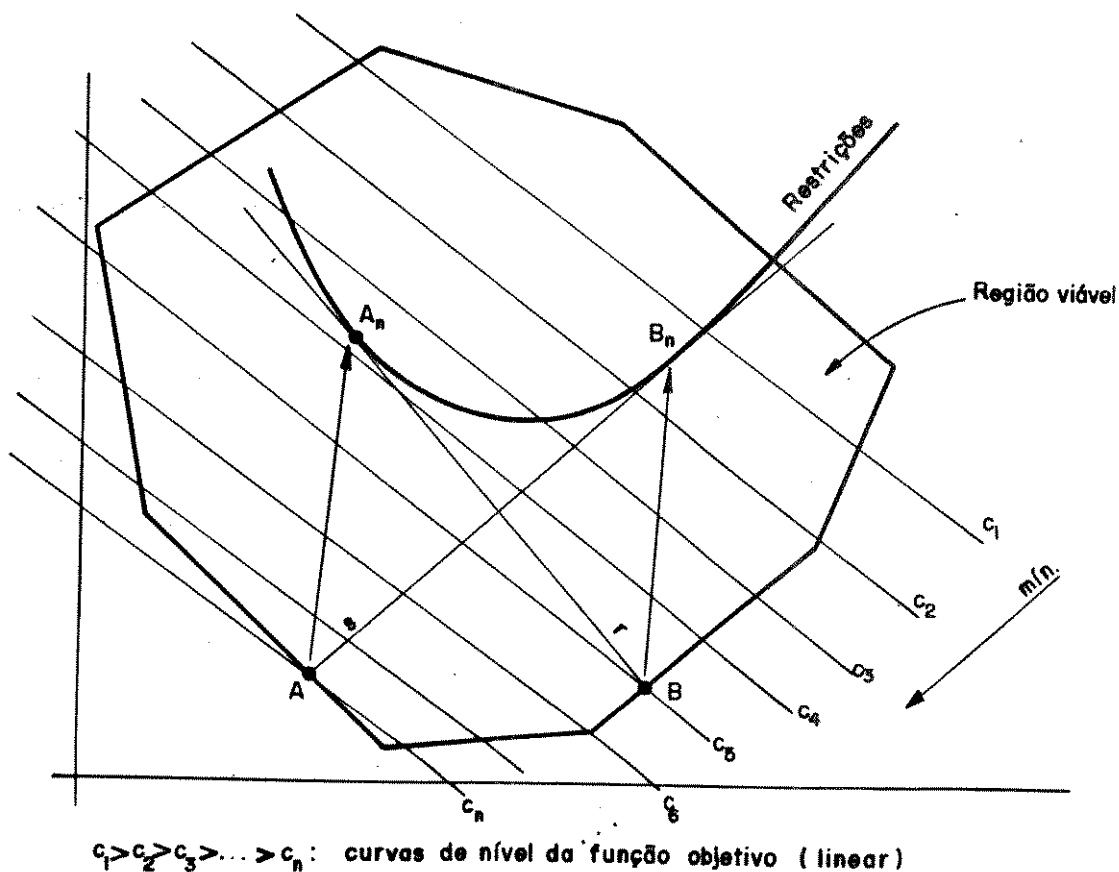


Fig. 4.5 - Oscilação entre soluções da P.L. provocada pela linearização das restrições.

Para contornar este problema a primeira alternativa explorada foi controlar a cada passo do processo iterativo a excursão máxima das variáveis de controle (incrementais), permitindo a cada uma dessas variáveis um acréscimo ou um decréscimo  $\Delta$ , se os limites reais, impostos às mesmas permitirem. A figura (4.6) ilustra este procedimento. O tamanho do passo  $\Delta$ , determina a velocidade com que o processo iterativo alcança a região do ponto de mínimo da função e os pontos entre os quais a solução vai continuar oscilando.

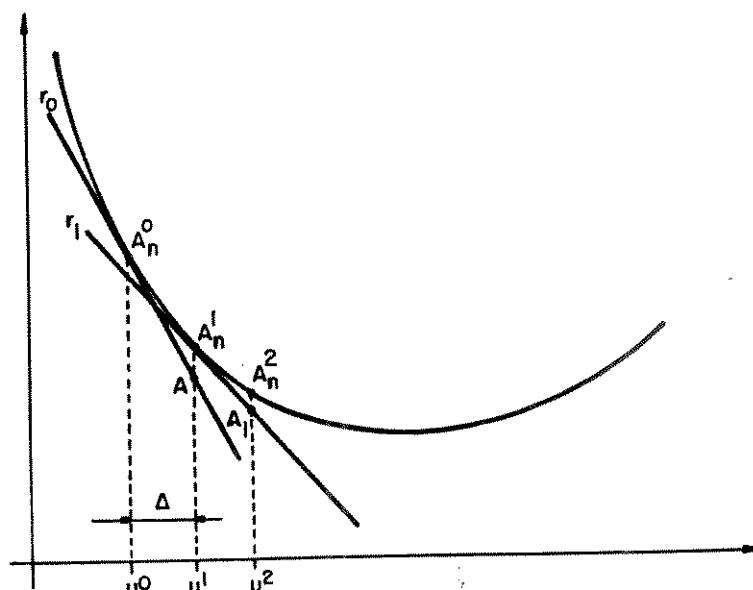


Fig. 4.6 - P.L. com restrição de tamanho do passo  $\Delta$  - Atenuação do problema de linearização.

As figuras (4.7) e (4.8) mostram os resultados obtidos para os sistemas IEEE30 e IEEE118, adotando-se o procedimento descrito anteriormente.

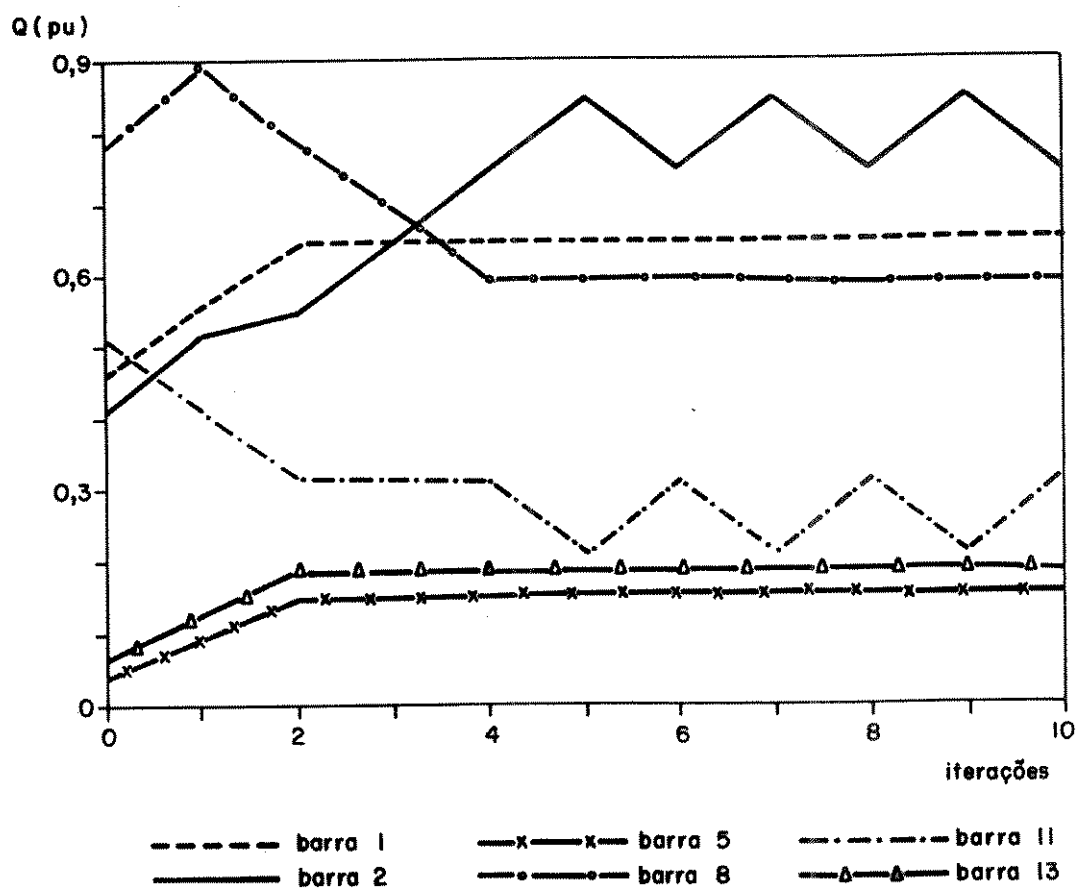
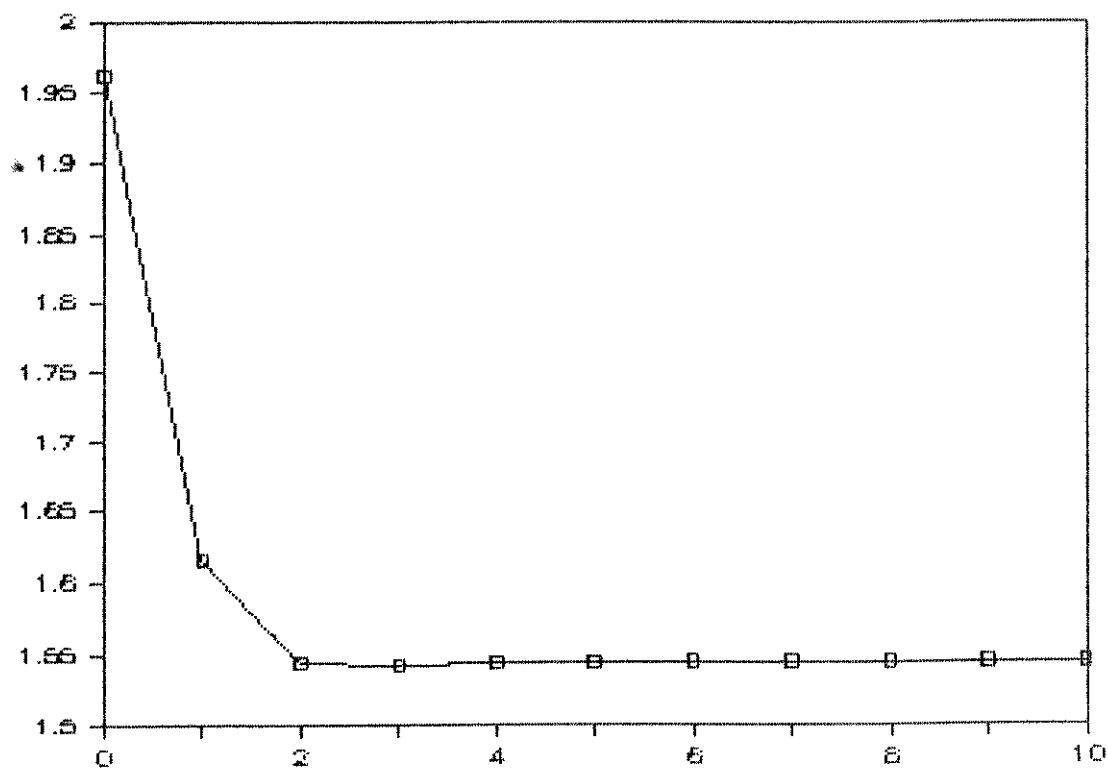


Fig. 4.7 - Sistema IEEE30 - variação de 0,1 pu no valor da potência reativa nas barras de controle.

(a) Função objetivo x nº de iterações

(b) Potência reativa nas barras de controle x nº de iterações

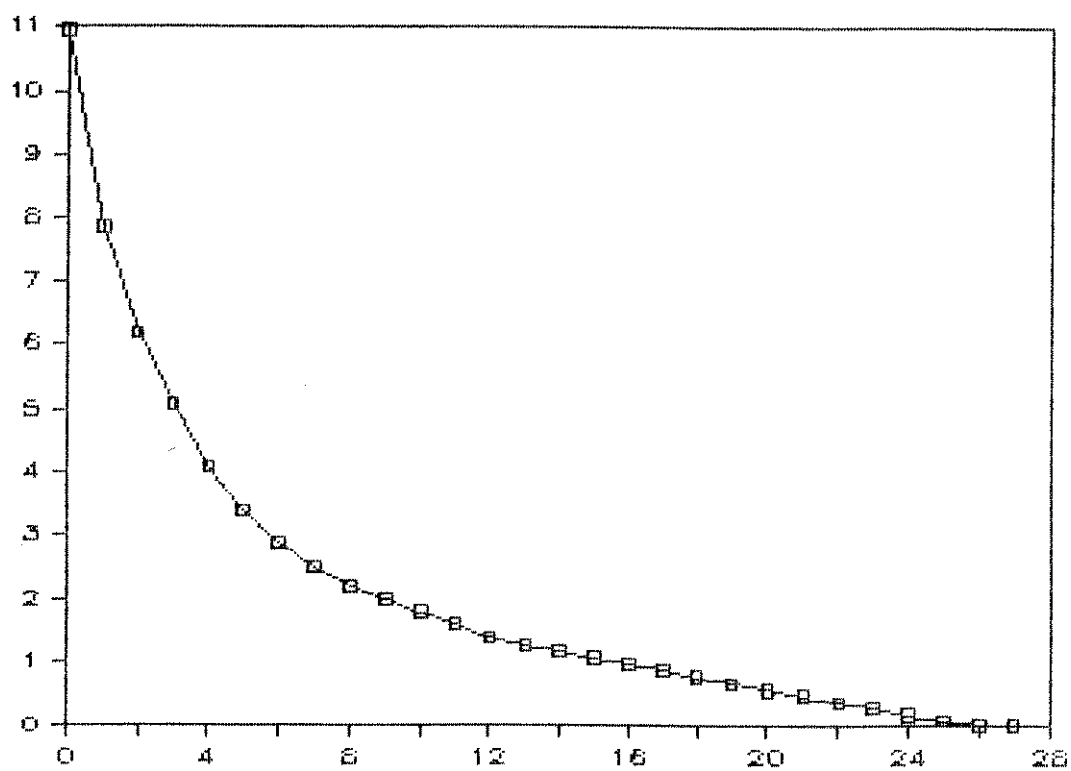


Fig. 4.8 - Sistema IEEE118 - variação de 0.1 pu no valor da  
potência reativa

Função Objetivo x nº de Iterações

Como se pode observar na figura (4.7), a partir de algumas iterações a potência reativa nas barras de controle apresenta um comportamento razoavelmente estável ( $\pm 0.1$  pu), - é função do tamanho do passo  $\Delta$ .

Para o sistema IEEE118, figura (4.8), a função objetivo pelo número de iterações não apresenta nenhum tipo de oscilação.

Estes resultados são os esperados e reforçam a tese de que o problema ocorre devido à linearização.

O inconveniente de se adotar este procedimento é a necessidade de um número elevado de iterações (no caso do IEEE118), consumindo excessivo tempo computacional. Para contornar este problema, adotou-se uma solução em que se liberam as variáveis de controle no início do processo e, assim que for detectada uma oscilação (aumento do valor da função objetivo) adota-se, a partir daí, um controle do tamanho do passo (limites entre as variáveis). Isto é realizado reduzindo-se o valor limite ( $\Delta$ ) permitido para o passo nas variáveis de controle, sempre que a função objetivo aumentar de valor entre uma e outra iteração. Este procedimento é ilustrado no diagrama de blocos da figura (4.9).

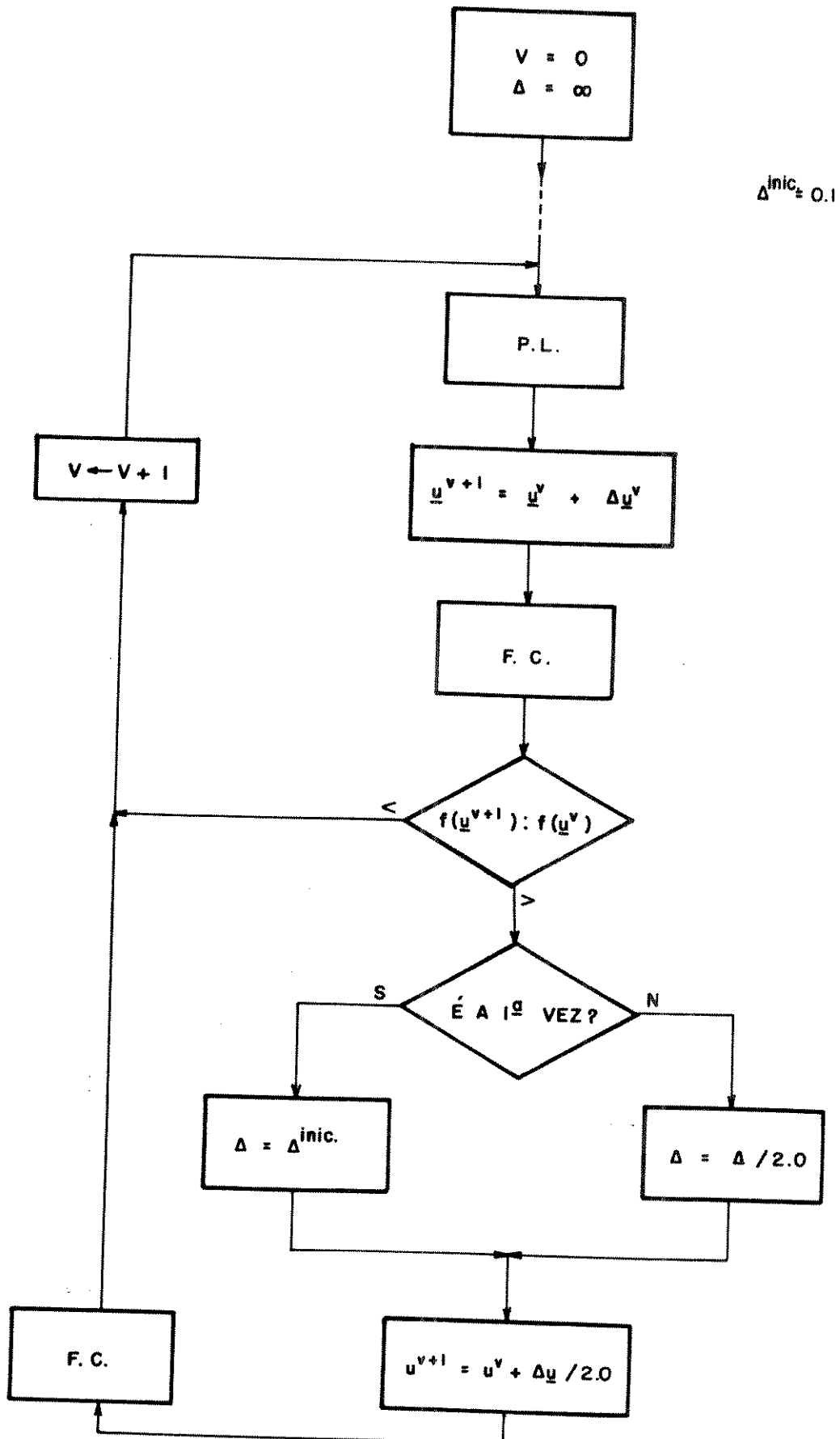


Fig. 4.9 - Diagrama de blocos ilustrando a solução dada para o problema de oscilações da F.O.

Os resultados obtidos com os sistemas IEEE30 e IEEE118, adotando-se este procedimento, estão representados nas figuras (4.10) e (4.11), de onde é possível concluir que a solução proposta apresenta bons resultados e foi a adotada na versão final do programa computacional desenvolvido neste trabalho.

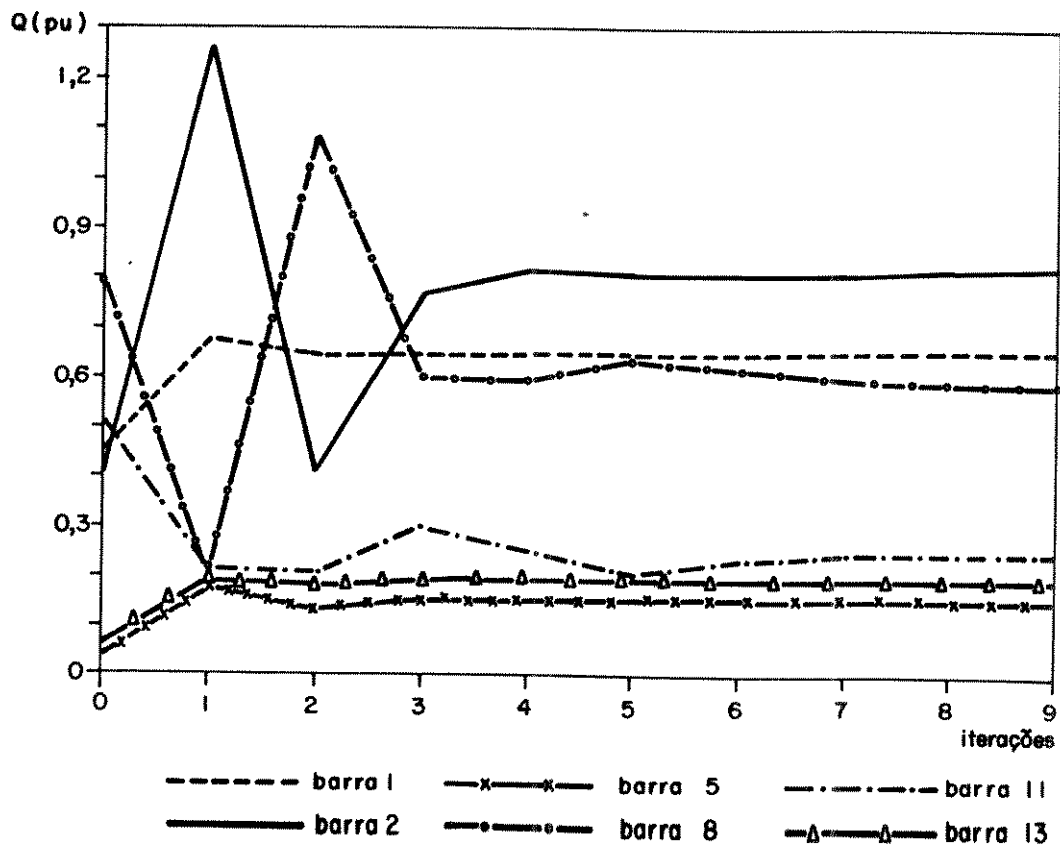
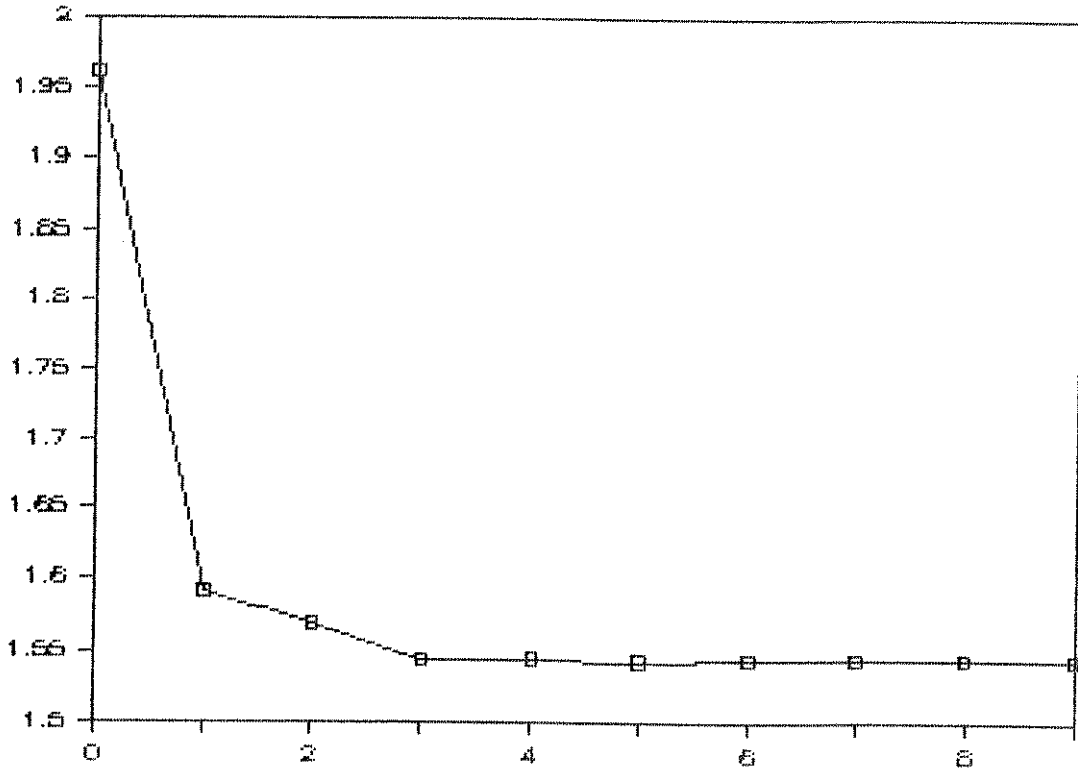


Fig. 4.10 - Sistema IEEE30

(a) Função objetivo x nº de iterações

(b) Potência reativa nas barras de controle x nº de iterações



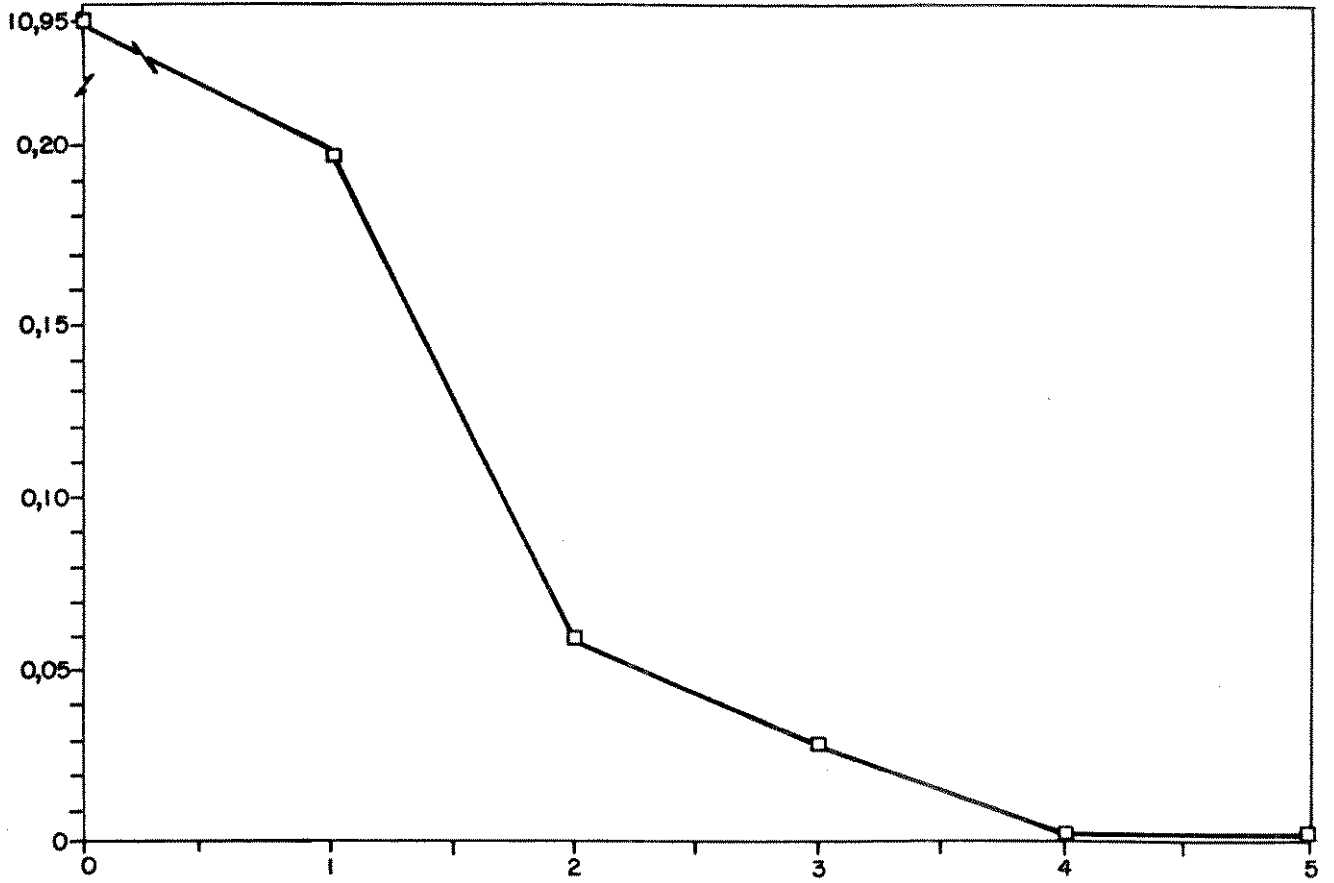


Fig. 4.11 - Sistema IEEE18 - Função Objetivo x nº Iterações

#### 4.3. O FLUXO DE CARGA ESPECIAL [9]

Os dados para a primeira P.L. do processo iterativo de planejamento de reativos, como já citado anteriormente, são gerados por um programa que calcula o fluxo de carga convencional (Apêndice A) ou especial.

O fluxo de carga especial, limita as magnitudes das tensões dentro de uma faixa especificada permitindo, em geral, que se obtenha convergência. Os limites de reativos são considerados abertos para as barras PV's e referência  $(V, \theta)$ . Para as barras PQ's as magnitudes das tensões são recalculadas a cada iteração. Quando o valor de uma tensão cai fora de seus limites, o tipo destas barras é redefinido, passando de PQ para PV, com a magnitude de tensão especificada no limite violado ( $V_k^{ESP} = V_k^{lim}$ ). Ao mesmo tempo, a injeção de reativos  $Q_k$  nessa barra é liberada, passando a ser recalculada a cada iteração. Deste fluxo de carga resulta a magnitude de tensão em todas as barras e a injeção de potência reativa em barras PQ's onde não ocorrem violações igual ao seu valor especificado, permitindo um melhor desempenho do processo de otimização.

#### 4.4. ALGORITMO PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA

O método primal "simplex" de P.L., exige uma solução factível básica para inicializar o processo de otimização. No problema de planejamento de reativos esta solução nem sempre é possível de se obter. Para superar esta dificuldade foram incluídas no conjunto de variáveis do problema, variáveis fictícias com um custo elevado, técnica esta referenciada na literatura como fase I. O "tableaux" dado em (3.9) tendo co

mo sensibilidade [LCRIC], adicionando as variáveis da fase I, pode ser escrito como:

|                            |                              |                              |                              |                        |                       |                   |
|----------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------|-----------------------|-------------------|
| $(\Delta \underline{V})^T$ | $(\Delta \underline{Q}^C)^T$ | $(\Delta \underline{Q}^R)^T$ | $(\Delta \underline{Q}^P)^T$ | $\underline{\alpha}^T$ | $\underline{\beta}^T$ |                   |
| LCRIC                      | - Id                         | Id                           | - Id                         | Id                     | - Id                  | $\underline{b}^v$ |
| $\underline{0}$            | $(\underline{C}^C)$          | $(\underline{C}^R)$          | $\underline{0}$              | $10^4$                 | $10^4$                |                   |

(4.6)

onde  $\underline{\alpha}$  e  $\underline{\beta}$  são os vetores correspondentes às variáveis da fase I, cujos custos estão representados no tableaux acima por  $10^4$ .

Considerando o problema colocado na forma do "tableaux" (4.6) e os aspectos referentes à linearização e fluxo de carga discutidos nos itens anteriores, um algoritmo para solução do problema de planejamento de reativos é escrito a seguir.

- i. Fazer  $v = 0$ , definir o conjunto I e a variação  $\Delta$  que cada variável deste conjunto pode assumir;
- ii. Processar fluxo de carga especial, obtendo o ponto inicial  $|\underline{V}^v, \theta_k^v, (Q_i^u)^v|$  para a P.L.;
- iii. Calcular as componentes  $\underline{Q}^C$ ,  $\underline{Q}^R$  e  $\underline{Q}^P$  de  $\underline{Q}^u$ ;
- iv. Calcular, com base nos limites reais das variáveis e na variação incremental  $\Delta$ , os limites que as variáveis  $(\Delta \underline{Q}^C, \Delta \underline{Q}^R, \Delta \underline{Q}^P)$  podem assumir no passo de P.L.;
- v. Fixar  $(\Delta \underline{V}, \Delta \underline{Q}^C, \Delta \underline{Q}^R, \Delta \underline{Q}^P)$  num limite (inferior ou superior) e calcular  $\underline{b}^v$  como:

$$\underline{b}^v = [\text{LCRIC}] |\underline{\Delta V}^{\text{lim}}| + (\underline{\Delta Q}^C)^{\text{lim}} - (\underline{\Delta Q}^R)^{\text{lim}} + (\underline{\Delta Q}^P)^{\text{lim}}$$

vi. Formar a base inicial com as variáveis da fase I. Se:

$$b_k^v > 0 \rightarrow \alpha B_k = b_k^v$$

$$b_k^v < 0 \rightarrow \beta B_k = b_k^v$$

vii. Efetuar processo de otimização - P.L.

viii. Atualizar estado para barras do conjunto I:

$$V_i^{v+1} = V_i^v + \Delta V_i^v$$

ix. Processar fluxo de carga convencional (barras do conjunto I, PV).

x. Calcular o custo em pu (via F.C.) das fontes reativas alocadas no sistema nesse passo. Se  $\text{Custo}^v < \text{Custo}^{v-1}$ , vá ao passo xi, caso contrário fazer:

$$V_i^{v+1} = V_i^v - \frac{\Delta V_i^v}{20}$$

e processar F.C., igual ao do passo ix;

xi. testar convergência por algum critério previamente adotado. Caso o critério não esteja sendo obedecido fazer  $v \leftarrow v+1$  e ir para o passo iii. Caso contrário, pare.

## CAPÍTULO V

### TESTES E RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os testes realizados, procurando-se verificar o desempenho do programa desenvolvido. Foram utilizados dois sistemas teste: o IEEE30 e o IEEE118.

O programa desenvolvido utiliza um total de 233 Kbytes, estando implantado no VAX 785 da UNICAMP como em micro compatível com PC-IBM. Seus limites são 200 barras, 400 linhas/transformadores; sendo que pode ser permitido a alocação de reativos em qualquer barra.

#### 5.1. SISTEMA IEEE30

A rede IEEE30, simulada neste trabalho, consiste de 30 barras, 37 linhas de transmissão e 4 transformadores com "taps" controlados automaticamente. Na tabela (5.1) estão indicados os limites nas capacidades de geração de reativos e as admitâncias shunts nas barras onde existem. Na tabela (5.2) são apresentados os parâmetros dos transformadores existentes, sendo "a" os valores de taps usados em todos os testes. Os outros dados para este sistema são encontrados na referência [12]. Em todos os testes com esta rede adotou-se tolerância para o FC de 0.001 pu, tensões do fluxo de carga inicial especificadas em 1.00 pu e o conjunto de candidatas a fontes reativas as barras PV's e V0.

| BARRA | $Q^{PVMIN}  MVA_r $ | $Q^{PVMAX}  MVA_r $ | SHUNT $ MVA_r $ |
|-------|---------------------|---------------------|-----------------|
| 1     | - 9.0               | 9.0                 | -               |
| 2     | - 40.0              | 50.0                | -               |
| 5     | - 40.0              | 40.0                | -               |
| 8     | - 40.0              | 40.0                | -               |
| 10    | -                   | -                   | 19.0            |
| 11    | - 6.0               | 24.0                | -               |
| 13    | - 6.0               | 24.0                | -               |
| 24    | -                   | -                   | 4.3             |

TABELA 5.1 - Limites de geração de reativos em barras PV's e admitâncias shunts (IEEE30)

| Nº | LIGAÇÕES |    | a     |
|----|----------|----|-------|
|    | k        | l  |       |
| 1  | 6        | 9  | 0.978 |
| 2  | 6        | 10 | 0.969 |
| 3  | 4        | 12 | 0.932 |
| 4  | 28       | 27 | 0.968 |

TABELA 5.2 - Taps de transformadores (IEEE30),

Foram adotadas duas condições de testes para esta rede. A primeira condição refere-se à utilização de uma função custo linear com coeficiente angular unitário (uma unidade

monetária por pu de potência reativa) em todas as barras do conjunto I, realizando-se os seguintes testes:

TESTE 1.a: Caso básico com limites nas magnitudes de tensão 0.95 e 1.05 pu;

TESTE 2.a: Retirando-se a linha 1-2 do sistema e os limites nas magnitudes das tensões os mesmos do teste 1.a;

TESTE 3.a: Idem ao teste 2.a, com limites nas magnitudes de tensão 0.9 e 1.1 pu. Os resultados obtidos com estes testes, encontram-se nas tabelas (5.3), (5.4) e (5.5).

Tabela 5.3 - Sistema IEEE30 : TESTE 1.a - Caso Básico

| BARRA | ITIPO | V[pu] | ANG [rad] | QSP[pu] | QCAL[pu] | CAP.[pu] | REAT.[pu] |
|-------|-------|-------|-----------|---------|----------|----------|-----------|
| 1     | REF   | 1.050 | 0.00      | 0.000   | -0.090   |          |           |
| 2     | PV    | 1.030 | -0.10     | -0.127  | 0.344    |          |           |
| 3     | PQ    | 1.006 | -0.14     | -0.012  | -0.012   |          |           |
| 4     | PQ    | 0.997 | -0.17     | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 5     | PV    | 0.998 | -0.26     | -0.190  | 0.210    |          |           |
| 6     | PQ    | 0.995 | -0.20     | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 7     | PQ    | 0.988 | -0.23     | -0.109  | -0.109   |          |           |
| 8     | PV    | 0.996 | -0.22     | -0.300  | 0.100    |          |           |
| 9     | PQ    | 1.028 | -0.26     | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 10    | PQ    | 1.023 | -0.29     | -0.020  | -0.020   |          |           |
| 11    | PV    | 1.050 | -0.26     | 0.000   | 0.111    |          |           |
| 12    | PQ    | 1.037 | -0.27     | -0.075  | -0.075   |          |           |
| 13    | PV    | 1.050 | -0.27     | 0.000   | 0.098    |          |           |
| 14    | PQ    | 1.022 | -0.29     | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 15    | PQ    | 1.017 | -0.29     | -0.025  | -0.025   |          |           |
| 16    | PQ    | 1.024 | -0.28     | -0.018  | -0.018   |          |           |
| 17    | PQ    | 1.018 | -0.29     | -0.058  | -0.058   |          |           |
| 18    | PQ    | 1.007 | -0.30     | -0.009  | -0.009   |          |           |
| 19    | PQ    | 1.004 | -0.31     | -0.034  | -0.034   |          |           |
| 20    | PQ    | 1.008 | -0.30     | -0.007  | -0.007   |          |           |
| 21    | PQ    | 1.011 | -0.29     | -0.112  | -0.112   |          |           |
| 22    | PQ    | 1.011 | -0.29     | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 23    | PQ    | 1.006 | -0.30     | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 24    | PQ    | 1.000 | -0.30     | -0.067  | -0.067   |          |           |
| 25    | PQ    | 0.998 | -0.29     | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 26    | PQ    | 0.980 | -0.30     | -0.023  | -0.023   |          |           |
| 27    | PQ    | 1.005 | -0.28     | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 28    | PQ    | 0.991 | -0.21     | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 29    | PQ    | 0.985 | -0.31     | -0.009  | -0.009   |          |           |
| 30    | PQ    | 0.973 | -0.32     | -0.019  | -0.019   |          |           |

POTENCIA ATIVA DA REFERENCIA : 2.61518 pu  
CUSTO TOTAL DE POTENCIA REATIVA : 0.00000



Tabela 5.4 - Sistema IEEE30 : TESTE 2.a - Retirando-se a linha 1-2 ,  
limites de tensão 0.95 e 1.05 pu

| BARRA | TIPO | V[pu] | ANG[rad] | QSP[pu] | QCAL[pu] | CAP.[pu] | REAT.[pu] |
|-------|------|-------|----------|---------|----------|----------|-----------|
| 1     | REF  | 1.050 | 0.00     | 0.000   | 0.652    |          | 0.562     |
| 2     | PV   | 1.027 | -0.79    | -0.127  | 0.810    |          | 0.437     |
| 3     | PQ   | 0.950 | -0.57    | -0.012  | -0.012   |          |           |
| 4     | PQ   | 0.960 | -0.70    | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 5     | PV   | 0.994 | -0.90    | -0.190  | 0.261    |          | 0.051     |
| 6     | PQ   | 0.983 | -0.78    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 7     | PQ   | 0.979 | -0.84    | -0.109  | -0.109   |          |           |
| 8     | PV   | 1.001 | -0.80    | -0.300  | 0.594    |          | 0.494     |
| 9     | PQ   | 1.019 | -0.83    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 10    | PQ   | 1.011 | -0.85    | -0.020  | -0.020   |          |           |
| 11    | PV   | 1.050 | -0.83    | 0.000   | 0.157    |          |           |
| 12    | PQ   | 1.025 | -0.82    | -0.075  | -0.075   |          |           |
| 13    | PV   | 1.050 | -0.82    | 0.000   | 0.190    |          |           |
| 14    | PQ   | 1.009 | -0.84    | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 15    | PQ   | 1.004 | -0.84    | -0.025  | -0.025   |          |           |
| 16    | PQ   | 1.011 | -0.84    | -0.018  | -0.018   |          |           |
| 17    | PQ   | 1.005 | -0.85    | -0.058  | -0.058   |          |           |
| 18    | PQ   | 0.994 | -0.86    | -0.009  | -0.009   |          |           |
| 19    | PQ   | 0.991 | -0.87    | -0.034  | -0.034   |          |           |
| 20    | PQ   | 0.995 | -0.86    | -0.007  | -0.007   |          |           |
| 21    | PQ   | 0.998 | -0.86    | -0.112  | -0.112   |          |           |
| 22    | PQ   | 0.999 | -0.86    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 23    | PQ   | 0.993 | -0.86    | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 24    | PQ   | 0.988 | -0.87    | -0.067  | -0.067   |          |           |
| 25    | PQ   | 0.986 | -0.86    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 26    | PQ   | 0.967 | -0.87    | -0.023  | -0.023   |          |           |
| 27    | PQ   | 0.993 | -0.86    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 28    | PQ   | 0.983 | -0.79    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 29    | PQ   | 0.973 | -0.88    | -0.009  | -0.009   |          |           |
| 30    | PQ   | 0.961 | -0.90    | -0.019  | -0.019   |          |           |

POTÊNCIA ATIVA DA REFERÊNCIA : 3.08636 pu

CUSTO TOTAL DE POTÊNCIA REATIVA : 1.544 pu

Tabela 5.5 - Sistema IEEE30 : Teste 3.a - Ídem ao teste 2.a,  
limites de tensão 0.9 e 1.1 pu

| BARRA | ITIPO | V[pu] | ANG[rad] | QSP[pu] | QCAL[pu] | CAP.[pu] | REAT.[pu] |
|-------|-------|-------|----------|---------|----------|----------|-----------|
| 1     | REF   | 1.100 | 0.00     | 0.000   | 0.631    |          | 0.541     |
| 2     | PV    | 1.032 | -0.70    | -0.127  | 0.550    |          | 0.177     |
| 3     | PQ    | 0.989 | -0.50    | -0.012  | -0.012   |          |           |
| 4     | PQ    | 0.990 | -0.61    | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 5     | PV    | 1.002 | -0.80    | -0.190  | 0.212    |          | 0.002     |
| 6     | PQ    | 1.004 | -0.69    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 7     | PQ    | 0.995 | -0.74    | -0.109  | -0.109   |          |           |
| 8     | PV    | 1.015 | -0.70    | -0.300  | 0.401    |          | 0.301     |
| 9     | PQ    | 1.055 | -0.73    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 10    | PQ    | 1.047 | -0.76    | -0.020  | -0.020   |          |           |
| 11    | PV    | 1.100 | -0.73    | 0.000   | 0.240    |          |           |
| 12    | PQ    | 1.064 | -0.73    | -0.075  | -0.075   |          |           |
| 13    | PV    | 1.095 | -0.73    | 0.000   | 0.240    |          |           |
| 14    | PQ    | 1.049 | -0.75    | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 15    | PQ    | 1.043 | -0.75    | -0.025  | -0.025   |          |           |
| 16    | PQ    | 1.049 | -0.75    | -0.018  | -0.018   |          |           |
| 17    | PQ    | 1.042 | -0.76    | -0.058  | -0.058   |          |           |
| 18    | PQ    | 1.032 | -0.77    | -0.009  | -0.009   |          |           |
| 19    | PQ    | 1.029 | -0.77    | -0.034  | -0.034   |          |           |
| 20    | PQ    | 1.032 | -0.77    | -0.007  | -0.007   |          |           |
| 21    | PQ    | 1.034 | -0.77    | -0.112  | -0.112   |          |           |
| 22    | PQ    | 1.035 | -0.76    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 23    | PQ    | 1.031 | -0.76    | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 24    | PQ    | 1.023 | -0.77    | -0.067  | -0.067   |          |           |
| 25    | PQ    | 1.016 | -0.77    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 26    | PQ    | 0.998 | -0.77    | -0.023  | -0.023   |          |           |
| 27    | PQ    | 1.020 | -0.76    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 28    | PQ    | 1.003 | -0.70    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 29    | PQ    | 1.000 | -0.78    | -0.009  | -0.009   |          |           |
| 30    | PQ    | 0.989 | -0.80    | -0.019  | -0.019   |          |           |

POTÊNCIA ATIVA DA REFERÊNCIA : 2.98693 pu  
CUSTO TOTAL DE POTENCIA REATIVA : 1.021 pu

Na Outra condição, retira-se a linha 1-2 do sistema, considera-se uma função custo com coeficiente angular diferenciado para cada barra do conjunto I e limites na magnitude de tensão 0.95 e 1.05 pu. Realizaram-se os testes:

TESTE 1.b: Coeficientes da função custo dados pela tabela (5.6).

| BARRA | CKC* | CKR** |
|-------|------|-------|
| 1     | 3.0  | 2.0   |
| 2     | 4.0  | 1.0   |
| 5     | 2.0  | 1.0   |
| 8     | 1.0  | 1.0   |
| 11    | 1.0  | 1.0   |
| 13    | 1.0  | 1.0   |

TABELA (5.6)

CKC: coeficiente da função custo de capacitor;

CKR: idem, indutor.

TESTE 2.b: Coeficientes da função custo dados pela tabela (5.7).

| BARRA | CKC | CKR |
|-------|-----|-----|
| 1     | 3.0 | 2.0 |
| 2     | 4.0 | 1.0 |
| 5     | 5.0 | 1.0 |
| 8     | 6.0 | 1.0 |
| 11    | 1.0 | 1.0 |
| 13    | 1.0 | 1.0 |

TABELA (5.7)

TESTE 3.b: Coeficientes da função custo dados pela tabela (5.8).

| BARRA | CKC | CKR |
|-------|-----|-----|
| 1     | 7.0 | 2.0 |
| 2     | 4.0 | 1.0 |
| 5     | 5.0 | 1.0 |
| 8     | 9.0 | 1.0 |
| 11    | 1.0 | 1.0 |
| 13    | 1.0 | 1.0 |

TABELA (5.8)

Os resultados obtidos com estes testes, encontram-se nas tabelas (5.9), (5.10) e (5.11).

Tabela 5.9 - Sistema IEEE30 : Teste 1.b - Retirando-se a linha 1-2 ,considerando coeficientes para a função custo tabela (5.6)

| BARRA | ITIPO | V[pu] | ANG[rad] | QSP[pu] | QCAL[pu] | CAP.[pu] | REAT.[pu] |
|-------|-------|-------|----------|---------|----------|----------|-----------|
| 1     | REF   | 1.050 | 0.00     | 0.000   | 0.562    | 0.472    |           |
| 2     | PV    | 1.018 | -0.77    | -0.127  | 0.373    |          |           |
| 3     | PQ    | 0.965 | -0.57    | -0.012  | -0.012   |          |           |
| 4     | PQ    | 0.977 | -0.69    | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 5     | PV    | 0.998 | -0.88    | -0.190  | 0.212    | 0.002    |           |
| 6     | PQ    | 1.009 | -0.77    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 7     | PQ    | 0.997 | -0.82    | -0.109  | -0.109   |          |           |
| 8     | PV    | 1.050 | -0.79    | -0.300  | 1.270    | 1.170    |           |
| 9     | PQ    | 1.034 | -0.82    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 10    | PQ    | 1.027 | -0.84    | -0.020  | -0.020   |          |           |
| 11    | PV    | 1.050 | -0.82    | 0.000   | 0.082    |          |           |
| 12    | PQ    | 1.034 | -0.81    | -0.075  | -0.075   |          |           |
| 13    | PV    | 1.050 | -0.81    | 0.000   | 0.117    |          |           |
| 14    | PQ    | 1.020 | -0.83    | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 15    | PQ    | 1.016 | -0.83    | -0.025  | -0.025   |          |           |
| 16    | PQ    | 1.024 | -0.83    | -0.018  | -0.018   |          |           |
| 17    | PQ    | 1.020 | -0.84    | -0.058  | -0.058   |          |           |
| 18    | PQ    | 1.007 | -0.85    | -0.009  | -0.009   |          |           |
| 19    | PQ    | 1.006 | -0.85    | -0.034  | -0.034   |          |           |
| 20    | PQ    | 1.010 | -0.85    | -0.007  | -0.007   |          |           |
| 21    | PQ    | 1.015 | -0.85    | -0.112  | -0.112   |          |           |
| 22    | PQ    | 1.016 | -0.85    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 23    | PQ    | 1.008 | -0.84    | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 24    | PQ    | 1.006 | -0.85    | -0.067  | -0.067   |          |           |
| 25    | PQ    | 1.009 | -0.85    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 26    | PQ    | 0.992 | -0.86    | -0.023  | -0.023   |          |           |
| 27    | PQ    | 1.020 | -0.85    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 28    | PQ    | 1.014 | -0.78    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 29    | PQ    | 1.000 | -0.87    | -0.009  | -0.009   |          |           |
| 30    | PQ    | 0.989 | -0.88    | -0.019  | -0.019   |          |           |

POTÊNCIA ATIVA DA REFERÊNCIA : 3.07886 pu  
 CUSTO TOTAL DE POTÊNCIA REATIVA : 1.644 pu

Tabela 5.10 - Sistema IEEE30 : TESTE 2.b - Idem ao teste 1.b, com coeficientes da função custo da tabela (5.7)

| BARRA | ITIPO | V[pu] | ANG[rd] | QSP[pu] | QCAL[pu] | CAP.[pu] | REAT.[pu] |
|-------|-------|-------|---------|---------|----------|----------|-----------|
| 1     | REF   | 1.050 | 0.00    | 0.000   | 0.658    | 0.568    |           |
| 2     | PV    | 1.050 | -0.81   | -0.127  | 1.222    | 0.849    |           |
| 3     | PQ    | 0.950 | -0.58   | -0.012  | -0.012   |          |           |
| 4     | PQ    | 0.961 | -0.70   | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 5     | PV    | 0.998 | -0.90   | -0.190  | 0.210    |          |           |
| 6     | PQ    | 0.979 | -0.78   | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 7     | PQ    | 0.978 | -0.84   | -0.109  | -0.109   |          |           |
| 8     | PV    | 0.986 | -0.80   | -0.300  | 0.269    | 0.169    |           |
| 9     | PQ    | 1.017 | -0.83   | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 10    | PQ    | 1.009 | -0.86   | -0.020  | -0.020   |          |           |
| 11    | PV    | 1.050 | -0.83   | 0.000   | 0.168    |          |           |
| 12    | PQ    | 1.024 | -0.83   | -0.075  | -0.075   |          |           |
| 13    | PV    | 1.050 | -0.83   | 0.000   | 0.194    |          |           |
| 14    | PQ    | 1.009 | -0.85   | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 15    | PQ    | 1.003 | -0.85   | -0.025  | -0.025   |          |           |
| 16    | PQ    | 1.010 | -0.84   | -0.018  | -0.018   |          |           |
| 17    | PQ    | 1.003 | -0.86   | -0.058  | -0.058   |          |           |
| 18    | PQ    | 0.992 | -0.86   | -0.009  | -0.009   |          |           |
| 19    | PQ    | 0.989 | -0.87   | -0.034  | -0.034   |          |           |
| 20    | PQ    | 0.993 | -0.87   | -0.007  | -0.007   |          |           |
| 21    | PQ    | 0.996 | -0.86   | -0.112  | -0.112   |          |           |
| 22    | PQ    | 0.996 | -0.86   | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 23    | PQ    | 0.991 | -0.86   | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 24    | PQ    | 0.985 | -0.87   | -0.067  | -0.067   |          |           |
| 25    | PQ    | 0.981 | -0.87   | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 26    | PQ    | 0.963 | -0.87   | -0.023  | -0.023   |          |           |
| 27    | PQ    | 0.988 | -0.86   | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 28    | PQ    | 0.977 | -0.79   | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 29    | PQ    | 0.968 | -0.88   | -0.009  | -0.009   |          |           |
| 30    | PQ    | 0.956 | -0.90   | -0.019  | -0.019   |          |           |

POTÊNCIA ATIVA DA REFERÊNCIA : 3.1038 pu  
 CUSTO TOTAL DE POTENCIA REATIVA : 1.586 pu

Tabela 5.11 - Sistema IEEE30 : TESTE 3.b - Ídem ao teste 1.b, com coeficientes da função custo da tabela (5.8)

| BARRA | ITIPO | V[pu] | ANG[rad] | QSP[pu] | QCAL[pu] | CAP.[pu] | REAT.[pu] |
|-------|-------|-------|----------|---------|----------|----------|-----------|
| 1     | REF   | 1.050 | 0.00     | 0.000   | 0.664    | 0.574    |           |
| 2     | PV    | 1.050 | -0.81    | -0.127  | 1.016    | 0.643    |           |
| 3     | PQ    | 0.950 | -0.58    | -0.012  | -0.012   |          |           |
| 4     | PQ    | 0.961 | -0.71    | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 5     | PV    | 1.038 | -0.92    | -0.190  | 0.619    | 0.409    |           |
| 6     | PQ    | 0.980 | -0.78    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 7     | PQ    | 0.995 | -0.85    | -0.109  | -0.109   |          |           |
| 8     | PV    | 0.980 | -0.80    | -0.300  | 0.101    |          |           |
| 9     | PQ    | 1.017 | -0.83    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 10    | PQ    | 1.009 | -0.86    | -0.020  | -0.020   |          |           |
| 11    | PV    | 1.050 | -0.83    | 0.000   | 0.166    |          |           |
| 12    | PQ    | 1.024 | -0.83    | -0.075  | -0.075   |          |           |
| 13    | PV    | 1.050 | -0.83    | 0.000   | 0.193    |          |           |
| 14    | PQ    | 1.009 | -0.85    | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 15    | PQ    | 1.003 | -0.85    | -0.025  | -0.025   |          |           |
| 16    | PQ    | 1.010 | -0.85    | -0.018  | -0.018   |          |           |
| 17    | PQ    | 1.004 | -0.86    | -0.058  | -0.058   |          |           |
| 18    | PQ    | 0.993 | -0.87    | -0.009  | -0.009   |          |           |
| 19    | PQ    | 0.989 | -0.87    | -0.034  | -0.034   |          |           |
| 20    | PQ    | 0.994 | -0.87    | -0.007  | -0.007   |          |           |
| 21    | PQ    | 0.996 | -0.87    | -0.112  | -0.112   |          |           |
| 22    | PQ    | 0.997 | -0.87    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 23    | PQ    | 0.992 | -0.86    | -0.016  | -0.016   |          |           |
| 24    | PQ    | 0.985 | -0.87    | -0.067  | -0.067   |          |           |
| 25    | PQ    | 0.981 | -0.87    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 26    | PQ    | 0.963 | -0.88    | -0.023  | -0.023   |          |           |
| 27    | PQ    | 0.988 | -0.86    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 28    | PQ    | 0.976 | -0.80    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 29    | PQ    | 0.967 | -0.89    | -0.009  | -0.009   |          |           |
| 30    | PQ    | 0.955 | -0.90    | -0.019  | -0.019   |          |           |

POTÊNCIA ATIVA DA REFERÊNCIA : 3.11771 pu  
CUSTO TOTAL DE POTÊNCIA REATIVA : 1.626 pu

### 5.1.1. COMENTÁRIOS COM OS TESTES NO SISTEMA IEEE30

Os resultados obtidos com os testes neste sistema mostram que:

- Para o sistema operando em condições normais não há necessidade de novas fontes reativas, ocorrendo o despacho dos reativos existentes para manter o perfil de tensões dentro de uma faixa de  $\pm 5\%$ .
- Considerando o sistema sob contingência mas com diferentes limites de tensões, observa-se [tabelas (5.2) e (5.3)] que há alocação de um montante maior de reativos quando permite-se uma variação menor entre os limites de tensões, o que era esperado.
- Com o sistema sob contingência, adotando-se função custo com coeficientes diferenciados para cada barra do conjunto de candidatas, o algoritmo fornece solução no sentido de alocar maior quantidade de reativos em barras com custos menores.

O tempo de CPU para cada passo PL-FC para este sistema, foi em média 12 segundos de CPU (VAX 785).

### 5.2. SISTEMA IEEE118

A rede IEEE118 tem 118 barras, 177 linhas de transmissão e 9 transformadores com "taps" controlados automaticamente. Os dados de barras para este sistema, conforme simulado neste trabalho, encontram-se no apêndice E. Estes dados diferem da referência [1] por não possuírem admitâncias shunts



nas barras e terem reduzidas as capacidades de geração de reativos, buscando-se com isto um sistema com necessidade de reativos. A tabela (5.12) fornece os parâmetros dos transformadores existentes, onde  $a$  representa os valores de taps usados (fixos).

| Nº | LIGAÇÕES |    | a     |
|----|----------|----|-------|
|    | k        | ℓ  |       |
| 1  | 8        | 5  | 0.937 |
| 2  | 30       | 17 | 0.900 |
| 3  | 26       | 25 | 0.900 |
| 4  | 38       | 37 | 0.900 |
| 5  | 63       | 59 | 0.900 |
| 6  | 64       | 61 | 1.100 |
| 7  | 65       | 66 | 0.990 |
| 8  | 68       | 69 | 1.100 |
| 9  | 81       | 80 | 0.900 |

TABELA (5.12) - Taps de transformadores (IEEE118)

Adotando as condições da rede apresentadas anteriormente, realizou-se teste considerando limites nas magnitudes de tensão 0.95 e 1.05 pu, função custo de alocação de reativos com custo unitário, permitindo-se alocação de novas fontes de reativos em barras PV's e V0. A tolerância adotada arbitrariamente para o fluxo de carga foi 0.001 e as tensões especificadas para as barras no fluxo de carga inicial 1,00 pu.

Os resultados obtidos com este teste encontram-se na tabela (5.13).

Tabela 5.13 - Resultados finais do sistema IEEE118

| BARRA | ITIPO | V[pu] | ANG[rad] | QSP[pu] | QCAL[pu] | CAP.[pu] | REAT.[pu] |
|-------|-------|-------|----------|---------|----------|----------|-----------|
| 1     | PQ    | 0.970 | -0.17    | -0.270  | -0.270   |          |           |
| 2     | PQ    | 0.979 | -0.16    | -0.090  | -0.090   |          |           |
| 3     | PQ    | 0.984 | -0.16    | -0.100  | -0.100   |          |           |
| 4     | PV    | 1.026 | -0.09    | 0.020   | -0.080   |          |           |
| 5     | PQ    | 1.028 | -0.09    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 6     | PV    | 1.005 | -0.13    | -0.040  | -0.090   |          |           |
| 7     | PQ    | 1.000 | -0.14    | -0.020  | -0.020   |          |           |
| 8     | PV    | 1.019 | -0.04    | -0.080  | -0.180   |          |           |
| 9     | PQ    | 1.050 | -0.01    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 10    | PV    | 1.043 | 0.02     | -0.710  | -0.954   | 0.000    | 0.144     |
| 11    | PQ    | 0.997 | -0.13    | -0.230  | -0.230   |          |           |
| 12    | PV    | 0.994 | -0.14    | 0.650   | 0.350    |          |           |
| 13    | PQ    | 0.976 | -0.14    | -0.160  | -0.160   |          |           |
| 14    | PQ    | 0.984 | -0.14    | -0.010  | -0.010   |          |           |
| 15    | PV    | 0.962 | -0.10    | -0.250  | -0.300   |          |           |
| 16    | PQ    | 0.981 | -0.13    | -0.100  | -0.100   |          |           |
| 17    | PQ    | 0.981 | -0.04    | -0.030  | -0.030   |          |           |
| 18    | PV    | 0.962 | -0.08    | -0.110  | -0.160   |          |           |
| 19    | PV    | 0.959 | -0.10    | -0.110  | -0.160   |          |           |
| 20    | PQ    | 0.951 | -0.06    | -0.030  | -0.030   |          |           |
| 21    | PQ    | 0.950 | -0.02    | -0.080  | -0.080   |          |           |
| 22    | PQ    | 0.961 | 0.04     | -0.050  | -0.050   |          |           |
| 23    | PQ    | 0.995 | 0.15     | -0.030  | -0.030   |          |           |
| 24    | PV    | 1.043 | 0.17     | 0.910   | 1.210    |          |           |
| 25    | PV    | 0.950 | 0.22     | 0.330   | 0.630    |          |           |
| 26    | PV    | 0.975 | 0.23     | -1.180  | -2.182   |          |           |
| 27    | PV    | 0.970 | 0.10     | -0.040  | 0.049    |          |           |
| 28    | PQ    | 0.967 | 0.07     | -0.070  | -0.070   |          |           |
| 29    | PQ    | 0.972 | 0.06     | -0.040  | -0.040   |          |           |
| 30    | PQ    | 1.005 | -0.01    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 31    | PV    | 0.977 | 0.06     | 0.100   | 0.000    |          |           |
| 32    | PV    | 0.971 | 0.07     | -0.110  | -0.160   |          |           |
| 33    | PQ    | 0.966 | -0.13    | -0.090  | -0.090   |          |           |
| 34    | PV    | 0.987 | -0.13    | -0.110  | 0.120    |          |           |
| 35    | PQ    | 0.983 | -0.14    | -0.090  | -0.090   |          |           |
| 36    | PV    | 0.983 | -0.14    | -0.220  | -0.070   |          |           |
| 37    | PQ    | 0.990 | -0.12    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 38    | PQ    | 1.017 | -0.07    | 0.000   | 0.000    |          |           |
| 39    | PQ    | 0.957 | -0.13    | -0.110  | -0.110   |          |           |
| 40    | PV    | 0.950 | -0.11    | -1.230  | -0.894   | 0.036    | 0.000     |
| 41    | PQ    | 0.957 | -0.13    | -0.100  | -0.100   |          |           |
| 42    | PV    | 1.002 | -0.12    | -0.140  | 0.160    |          |           |
| 43    | PQ    | 0.985 | -0.16    | -0.070  | -0.070   |          |           |
| 44    | PQ    | 0.999 | -0.17    | -0.080  | -0.080   |          |           |
| 45    | PQ    | 1.011 | -0.15    | -0.220  | -0.220   |          |           |
| 46    | PV    | 1.050 | -0.10    | -0.160  | 0.056    |          |           |

|     |     |       |       |        |        |       |       |
|-----|-----|-------|-------|--------|--------|-------|-------|
| 47  | PQ  | 1.048 | -0.11 | 0.000  | 0.000  |       |       |
| 48  | PQ  | 1.044 | -0.13 | -0.110 | -0.110 |       |       |
| 49  | PV  | 1.050 | -0.13 | 1.090  | 1.390  |       |       |
| 50  | PQ  | 1.042 | -0.16 | -0.040 | -0.040 |       |       |
| 51  | PQ  | 1.030 | -0.20 | -0.080 | -0.080 |       |       |
| 52  | PQ  | 1.027 | -0.21 | -0.050 | -0.050 |       |       |
| 53  | PQ  | 1.032 | -0.23 | -0.110 | -0.110 |       |       |
| 54  | PV  | 1.050 | -0.21 | 1.160  | 1.307  |       |       |
| 55  | PV  | 1.038 | -0.21 | -0.170 | -0.220 |       |       |
| 56  | PV  | 1.042 | -0.21 | -0.230 | -0.120 |       |       |
| 57  | PQ  | 1.039 | -0.20 | -0.030 | -0.030 |       |       |
| 58  | PQ  | 1.033 | -0.21 | -0.030 | -0.030 |       |       |
| 59  | PV  | 1.013 | -0.16 | -0.390 | -0.490 |       |       |
| 60  | PQ  | 1.020 | -0.10 | -0.030 | -0.030 |       |       |
| 61  | PV  | 1.024 | -0.09 | -0.460 | -0.560 |       |       |
| 62  | PV  | 1.016 | -0.10 | -0.120 | -0.120 |       |       |
| 63  | PQ  | 1.045 | -0.11 | 0.000  | 0.000  |       |       |
| 64  | PQ  | 1.042 | -0.08 | 0.000  | 0.000  |       |       |
| 65  | PV  | 1.050 | -0.04 | 1.140  | 1.040  |       |       |
| 66  | PV  | 1.013 | -0.07 | -0.460 | -0.236 |       |       |
| 67  | PQ  | 1.009 | -0.10 | -0.070 | -0.070 |       |       |
| 68  | PQ  | 1.014 | 0.00  | 0.000  | 0.000  |       |       |
| 69  | REF | 1.050 | 0.00  | 0.000  | -0.165 |       |       |
| 70  | PV  | 0.997 | 0.05  | -0.200 | -0.120 |       |       |
| 71  | PQ  | 0.998 | 0.11  | 0.000  | 0.000  |       |       |
| 72  | PV  | 0.972 | 0.24  | -1.000 | -0.700 |       |       |
| 73  | PV  | 1.007 | 0.15  | -0.270 | 0.030  |       |       |
| 74  | PV  | 0.967 | -0.02 | -0.270 | -0.230 |       |       |
| 75  | PQ  | 0.975 | -0.02 | -0.110 | -0.110 |       |       |
| 76  | PV  | 0.950 | -0.05 | -0.280 | -0.090 | 0.110 | 0.000 |
| 77  | PV  | 0.977 | 0.03  | 0.100  | 0.480  |       |       |
| 78  | PQ  | 0.969 | 0.02  | -0.260 | -0.260 |       |       |
| 79  | PQ  | 0.964 | 0.03  | -0.320 | -0.320 |       |       |
| 80  | PV  | 0.980 | 0.06  | -0.570 | -0.270 |       |       |
| 81  | PQ  | 1.008 | 0.02  | 0.000  | 0.000  |       |       |
| 82  | PQ  | 0.951 | 0.16  | -0.270 | -0.270 |       |       |
| 83  | PQ  | 0.950 | 0.22  | -0.100 | -0.100 |       |       |
| 84  | PQ  | 0.969 | 0.33  | -0.070 | -0.070 |       |       |
| 85  | PV  | 0.989 | 0.39  | -0.120 | -0.120 |       |       |
| 86  | PQ  | 0.999 | 0.52  | -0.100 | -0.100 |       |       |
| 87  | PV  | 1.050 | 0.76  | 0.320  | 0.209  | 0.000 | 0.011 |
| 88  | PQ  | 1.011 | 0.43  | -0.100 | -0.100 |       |       |
| 89  | PV  | 1.040 | 0.50  | -0.050 | 0.248  |       |       |
| 90  | PV  | 1.050 | 0.50  | 0.180  | 0.180  |       |       |
| 91  | PV  | 1.044 | 0.52  | -0.190 | -0.232 |       |       |
| 92  | PV  | 1.024 | 0.41  | -0.100 | -0.020 |       |       |
| 93  | PQ  | 1.001 | 0.32  | -0.070 | -0.070 |       |       |
| 94  | PQ  | 0.992 | 0.26  | -0.160 | -0.160 |       |       |
| 95  | PQ  | 0.966 | 0.21  | -0.310 | -0.310 |       |       |
| 96  | PQ  | 0.960 | 0.17  | -0.150 | -0.150 |       |       |
| 97  | PQ  | 0.964 | 0.11  | -0.090 | -0.090 |       |       |
| 98  | PQ  | 0.991 | 0.13  | -0.080 | -0.080 |       |       |
| 99  | PV  | 1.040 | 0.27  | -0.230 | 0.070  |       |       |
| 100 | PV  | 1.050 | 0.29  | 2.820  | 2.720  |       |       |
| 101 | PQ  | 1.025 | 0.33  | -0.150 | -0.150 |       |       |

|     |    |       |       |        |        |
|-----|----|-------|-------|--------|--------|
| 102 | PQ | 1.023 | 0.38  | -0.030 | -0.030 |
| 103 | PV | 1.021 | 0.33  | -0.050 | -0.100 |
| 104 | PV | 0.995 | 0.34  | -0.200 | -0.250 |
| 105 | PV | 0.988 | 0.35  | -0.310 | -0.360 |
| 106 | PQ | 0.989 | 0.34  | -0.160 | -0.160 |
| 107 | PV | 0.989 | 0.42  | -0.120 | -0.220 |
| 108 | PQ | 0.988 | 0.39  | -0.010 | -0.010 |
| 109 | PQ | 0.988 | 0.40  | -0.030 | -0.030 |
| 110 | PV | 0.994 | 0.44  | -0.300 | -0.299 |
| 111 | PV | 1.015 | 0.52  | -0.080 | 0.028  |
| 112 | PV | 1.001 | 0.48  | 0.000  | -0.097 |
| 113 | PV | 0.986 | 0.00  | 0.060  | -0.040 |
| 114 | PQ | 0.966 | 0.07  | -0.030 | -0.030 |
| 115 | PQ | 0.965 | 0.07  | -0.070 | -0.070 |
| 116 | PV | 1.009 | 0.00  | 1.150  | -1.296 |
| 117 | PQ | 0.978 | -0.17 | -0.080 | -0.080 |
| 118 | PQ | 0.957 | -0.04 | -0.150 | -0.150 |

---

$\hat{P}$ OTÊNCIA ATIVA DA REFERÊNCIA : 1.01034 pu  
 $\hat{C}$ USTO TOTAL DE POTÊNCIA REATIVA : 0.271 pu

### 5.2.1. COMENTÁRIOS COM O TESTE NO SISTEMA IEEE118

Os resultados obtidos com este teste mostram a habilidade do programa em obter um ponto de operação ótimo para sistemas com "déficit" de reativos, determinando a localização e magnitude das fontes a serem alocadas.

Na simulação deste caso foi consumido um tempo computacional total (leitura de dados, execução e impressão de resultados) de 30 minutos (total nos 4 passos PL-FC), residindo aí a limitação para aplicar o programa desenvolvido na simulação de sistemas reais de grande porte.

## CAPÍTULO VI

## COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

O algoritmo desenvolvido neste trabalho, aplica-se tanto no planejamento como no despacho de reativos em Sistemas de Energia Elétrica. Para tanto, consideram-se conhecidos (dados): limites nas magnitudes de tensão, limites nas gerações das fontes reativas existentes, sistema de transmissão (linhas, transformadores) e o conjunto de barras candidatas à alocação de novas fontes.

Os resultados obtidos com os sistemas simulados evidenciam a habilidade do algoritmo em obter um ponto de operação ótimo para o sistema admitindo-se que a capacidade do sistema de transmissão existente (ou planejado) não sofre sobrecargas com os níveis de tensões pré-estabelecidos. Em sistemas onde não há necessidade de reativos, o algoritmo fornece um ponto de operação para o sistema de forma a manter as magnitudes das tensões dentro dos limites pré-estabelecidos (despacho reativo).

Neste trabalho, formula-se o problema adotando-se como sensibilidade para o processo de otimização a matriz Jacobiano reativa [LCRIC]. Esta matriz, conforme ressaltado anteriormente, reúne as vantagens de ser esparsa, apresentar dimensões iguais ao número de barras do sistema e levar em consideração a necessidade de se manterem as injeções de potência ativa constantes, enquanto a parte reativa é alterada. Os resultados obtidos, usando esta matriz, são próximos daqueles que seriam obtidos se fosse usado o Jacobiano completo do fluxo de carga de Newton (conforme constatado no sistema teste de duas barras

da figura (4.1)).

Os problemas decorrentes da linearização das restrições de igualdade - equações do fluxo de carga, foram detectados e uma heurística foi proposta para contornar os mesmos, apresentando resultados satisfatórios.

A subrotina de P.L., desenvolvida, consome grande tempo computacional, dificultando a aplicação do algoritmo na simulação de sistemas reais de grande porte. Para contornar esta limitação sugere-se, que se investigue o uso de subrotinas comerciais de P.L.

Outros aspectos a serem considerados em trabalhos futuros referem-se a:

- Considerar os "taps" de transformadores como variáveis de controle;

- Propor, a partir do algoritmo primal desenvolvido neste trabalho, um algoritmo dual para solução do problema;

- Pesquisar os problemas de oscilações devido à linearizações, buscando uma heurística ou técnica que apresente melhores resultados;

## APÊNDICE A

### ANÁLISE ESTÁTICA NÃO LINEAR DE SISTEMAS DE ENERGIA

#### ELÉTRICA - MODELO DE FLUXO DE CARGA [9,14]

Neste apêndice, apresentam-se os conceitos básicos e as equações do fluxo de carga. Grande parte do texto e a notação são tiradas da referência [9] e são descritas aqui objetivando facilitar o entendimento de um leitor não familiarizado com o cálculo de fluxo de carga.

#### A.1. INTRODUÇÃO

O cálculo de fluxo de carga em uma rede de energia elétrica consiste essencialmente na determinação do estado da rede, da distribuição dos fluxos e de algumas outras grandezas de interesse. O problema de fluxo de carga pode ser formulado por um sistema de equações e inequações algébricas não-lineares que correspondem, respectivamente, às leis de Kirchhoff e a um conjunto de restrições operacionais da rede elétrica e de seus componentes. Na formulação mais simples do problema a cada barra da rede são associadas quatro variáveis, sendo que duas delas entram no problema como dados e duas como incógnitas:

$V_k$  : magnitude da tensão nodal

$\theta_k$  : ângulo da tensão nodal

$P_k$  : geração líquida (geração menos a carga) de potência ativa



$Q_k$  : injeção líquida de potência reativa

Dependendo de quais variáveis nodais entram como dados e quais são consideradas como incógnitas, definem-se três tipos de barras:

PQ - são dados  $P_k$  e  $Q_k$ , e calculados  $V_k$  e  $\theta_k$

PV - são dados  $P_k$  e  $V_k$ , e calculados  $Q_k$  e  $\theta_k$

Referência ou V $\theta$  - são dados  $V_k$  e  $\theta_k$  e calculados  $Q_k$  e  $P_k$

O conjunto de equações do problema de fluxo de carga é formado por duas equações para cada barra, obtidas pela aplicação das leis de Kirchhoff, resultando:

$$P_k(\underline{\theta}, \underline{V}) = V_k \sum_{m \in k} (V_m) (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (A.1)$$

$$Q_k(\underline{\theta}, \underline{V}) = V_k \sum_{m \in k} (V_m) (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km})$$

onde:

$k$ : conjunto formado pela barra  $k$  e todas as suas vizinhas,

$G_{km}$ ,  $B_{km}$  : elementos da matriz admitância nodal  $[Y] = [G] + j[B]$ .

$$\theta_{km} \triangleq \theta_k - \theta_m$$

para  $k = 1, NB$ ; sendo  $NB$  o número de barras da rede,

## A.2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA

Considere-se inicialmente um problema no qual são dados  $P_k$  e  $Q_k$  para as barras PQ;  $P_k$  e  $V_k$  para as barras PV;  $V_k$  e  $\theta_k$  para a barra V0; e pede-se para calcular  $V_k$  e  $\theta_k$  nas barras PQ;  $\theta_k$  e  $Q_k$  nas barras PV; e  $P_k$  e  $Q_k$  na barra de referência. Uma vez resolvido este problema será conhecido o estado  $(V_k, \theta_k)$  para todas as barras da rede ( $k = 1, NB$ ), o que torna possível o cálculo de outras variáveis de interesse. Sejam NPQ e NPV, respectivamente, o número de barras PQ e PV da rede.

O problema formulado anteriormente pode ser decomposto em dois sistemas de equações algébricas:

SUBSISTEMA 1 (dimensão:  $2NPQ + NPV$ )

$$\Delta P_k = P_k^{ESP} - P_k(\underline{\theta}, \underline{V}) = \underline{0} \quad k \in [PQ + PV] \quad (A.2)$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{ESP} - Q_k(\underline{\theta}, \underline{V}) = \underline{0} \quad k \in [PQ]$$

onde ESP, significa especificado.

SUBSISTEMA 2 (dimensão:  $NPV + 2$ )

Trata-se de um sistema com  $NPV + 2$  equações algébricas não-lineares com o mesmo número de incógnitas, no qual todas as incógnitas aparecem de forma explícita, o que não ocorre no subsistema 1 que exige um processo de resolução:

$$P_k = P_k(\underline{\theta}, \underline{V}) \quad \text{para barra referência} \quad (A.3)$$

$$Q_k = Q_k(\underline{\theta}, \underline{V}) \quad k \in [PV + \text{ref.}]$$

As incógnitas do subsistema podem ser agrupadas no vetor  $\underline{x}$  dado a seguir:

$$\underline{x} = \begin{array}{|c|} \hline \underline{\theta} \\ \hline \underline{V} \\ \hline \end{array} \left. \begin{array}{l} \} \text{NPV} + \text{NPO} \\ \} \text{NPO} \end{array} \right) \quad (\text{A.4})$$

em que  $\underline{\theta}$  é o vetor dos ângulos das tensões das barras PQ e PV, e  $\underline{V}$  é o vetor das magnitudes das tensões das barras PQ.

As funções  $\Delta P_k$  e  $\Delta Q_k$  em (A.2), podem ser colocadas na forma vetorial.

$$\Delta \underline{P} = \underline{P}^{\text{esp}} - \underline{P}(\underline{\theta}, \underline{V}) \quad (\text{A.5})$$

$$\Delta \underline{Q} = \underline{Q}^{\text{esp}} - \underline{Q}(\underline{\theta}, \underline{V})$$

em que  $\underline{P}$  é o vetor das injeções da potência ativa nas barras PQ e PV, e  $\underline{Q}$ , o das injeções de potência reativa nas barras PQ.

Seja  $\underline{g}(\underline{x})$  a função vetorial dada por:

$$\underline{g}(\underline{x}) = \begin{array}{|c|} \hline \Delta \underline{P} \\ \hline \Delta \underline{Q} \\ \hline \end{array} \left. \begin{array}{l} \} \text{NPQ} + \text{NPV} \\ \} \text{NPQ} \end{array} \right) \quad (\text{A.6})$$

Por meio dessa função, o subsistema 1, pode ser colocado na forma:

$$\underline{g}(\underline{x}) = \underline{0} \quad (\text{A.7})$$

Este sistema de equações algébricas não-lineares pode ser resolvido por um número muito grande de métodos.

### A.3. SOLUÇÃO DO FLUXO DE CARGA PELO MÉTODO DE NEWTON

O problema de fluxo de carga pode ser resolvido por um número muito grande de métodos, sendo os mais comuns os métodos de Newton e o desacoplado rápido. O ponto central do processo de resolução do sistema de equações (A.7), consiste em se determinar o vetor de correção  $\Delta \underline{x}$ , o que exige a resolução do sistema linear:

$$\underline{g}(\underline{x}^v) = - \left| \frac{\partial \underline{g}(\underline{x}^v)}{\partial \underline{x}} \right| \Delta \underline{x}^v \quad (\text{A.8})$$

No caso em que o sistema de equações a ser resolvido é o sub-sistema 1, tem-se:

$$\underline{g}(\underline{x}^v) = \begin{array}{|c|} \hline \Delta \underline{P}^v \\ \hline \Delta \underline{Q}^v \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \} \text{NPQ} + \text{NPV} \\ \} \text{NPQ} \end{array} \quad (\text{A.9})$$

$$\Delta \underline{x}^v = \begin{array}{|c|} \hline \Delta \underline{\theta}^v \\ \hline \Delta \underline{V}^v \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \} \text{NPQ} + \text{NPV} \\ \} \text{NPQ} \end{array} \quad (\text{A.10})$$

$$\left| \frac{\partial \underline{g}(\underline{x}^v)}{\partial \underline{x}} \right| = \begin{array}{|cc|} \hline \frac{\partial \underline{P}(\underline{\theta}, \underline{V})}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{P}(\underline{\theta}, \underline{V})}{\partial \underline{V}} & \begin{array}{l} \text{(v)} \\ \} \text{NPQ} + \text{NPV} \end{array} \\ \hline \frac{\partial \underline{Q}(\underline{\theta}, \underline{V})}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{Q}(\underline{\theta}, \underline{V})}{\partial \underline{V}} & \} \text{NPQ} \\ \hline \end{array} \quad (\text{A.11})$$

NPQ+NPV      NPQ

sendo representada por:

$$\left| \frac{\partial q(\underline{x}^v)}{\partial \underline{x}} \right| = \begin{array}{|c|c|} \hline H(\underline{\theta}, \underline{V}) & N(\underline{\theta}, \underline{V}) \\ \hline J(\underline{\theta}, \underline{V}) & L(\underline{\theta}, \underline{V}) \\ \hline \end{array}^v \quad (\text{A.12})$$

Uma vez determinado o vetor de correção  $\Delta \underline{x}$ , pela equação (A.8), atualiza-se o estado  $\underline{x}^v$ .

$$\underline{x}^{v+1} = \underline{x}^v + \Delta \underline{x}^v \quad (\text{A.13})$$

o processo é inicializado num ponto  $\underline{x}^0$  e repetido até que:

$$\text{Max}_j \{ |g_j(\underline{x}^v)| \} \leq \xi \quad (\text{A.14})$$

onde  $\xi$  é uma tolerância previamente definida.

## APÊNDICE B

## O CÁLCULO DO JACOBIANO REATIVO - [LCRIC]

## B.1. INTRODUÇÃO

O fluxo de carga CRIC\* [5,6], desenvolvido por J. Carpentier se fundamenta em dois critérios, um de natureza teórica e o outro prática:

- O primeiro consiste em preservar as injeções ativas constantes durante a iteração reativa (os ângulos das tensões se combinam de forma a manter constantes as injeções de potência ativa);

- O segundo indica que quando os módulos das tensões são alterados, manter constante as injeções de potência ativa é, na prática, equivalente a manter constante o fluxo de potência ativa através de cada bipolo do sistema.

Segundo Carpentier [5] e verificado no desenvolvimento deste trabalho, o erro introduzido com esta aproximação é muito pequeno, mesmo considerando condições de carga pesada como em sistemas de baixa tensão. O resultado que advém da aplicação destes conceitos é a construção de um Jacobiano genérico das injeções reativas em termos os módulos das tensões, com um grau de esparsidade igual ao do método desacoplado tradicional.

---

CRIC: "Calcul de Reseaux Implicitement Couples.

A técnica de solução do fluxo de carga CRIC não é objeto de pesquisa neste trabalho, sendo que o mesmo está sendo estudado por outros pesquisadores do Departamento de Sistemas de Energia Elétrica da UNICAMP [6]; o interesse aqui é o desacoplamento P-Q, com o intuito de criar um algoritmo que permita desenvolver programa computacional para efetuar Planejamento de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica, com técnicas de programação linear (primal "simplex") que use como sensibilidade a submatriz Jacobiano das injeções reativas [LCRIC].

## B.2. DESENVOLVIMENTO DAS EXPRESSÕES PARA O CÁLCULO DA [LCRIC]

Seja a figura (B.1):

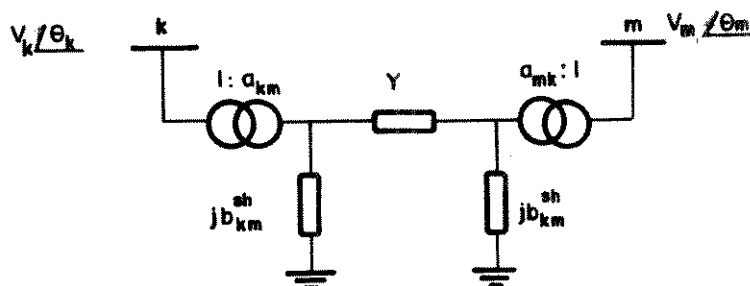


Fig. B.1 - Bipolo representando modelo  $\pi$  da L.T., ligada às barras k e m por transformadores em fase.

e as relações:

$$g_{km} = y_{km} \operatorname{sen} \alpha_{km} \quad (\text{B.1})$$

$$b_{km} = - y_{km} \operatorname{cos} \alpha_{km}$$

$$\alpha_{km} = \text{tg}^{-1}(r_{km}/x_{km}) \quad (\text{B.1})$$

$$Y_{km} = [g_{km} - jb_{km}]$$

Então as expressões que fornecem os fluxos de potência ativa e reativa neste bipolo podem ser escritas como:

$$P_{km} = (a_{km} V_k)^2 y_{km} \text{sen } \alpha_{km} + (a_{km} V_k)(a_{mk} V_m) y_{km} \text{sen}(\theta_{km} - \alpha_{km}) \quad (\text{B.2})$$

$$Q_{km} = (a_{km} V_k)^2 (y_{km} \text{cos } \alpha_{km} - b_{km}^{sh}) - (a_{km} V_k)(a_{mk} V_m) y_{km} \text{cos}(\theta_{km} - \alpha_{km}) \quad (\text{B.3})$$

Considerando fixo o fluxo de potência ativa  $P_{km}$ , quando a parte reativa está sob consideração, conclue-se que em (B.2),  $\text{sen}(\theta_{km} - \alpha_{km})$  é apenas função de  $V_k$  e  $V_m$ . Dividindo (B.2), por  $Y_{km} a_{km} a_{mk}$ :

$$\frac{P_{km}}{Y_{km} a_{km} a_{mk}} = \frac{a_{km}}{a_{mk}} V_k^2 \text{sen } \alpha_{km} + \frac{V_k V_m}{a_{mk}} \text{sen}(\theta_{km} - \alpha_{km}) \quad (\text{B.4})$$

Fazendo:

$$A_{km} = \frac{P_{km}}{Y_{km} a_{km} a_{mk}}$$



$$\beta_{km} = \frac{a_{km}}{a_{mk}} \operatorname{sen} \alpha_{km}$$

tem-se:

$$A_{km} = \beta_{km} V_k^2 + V_k V_m \operatorname{sen}(\theta_{km} - \alpha_{km}) \quad (\text{B.5})$$

que escrita de forma conveniente fornece:

$$\operatorname{sen}(\theta_{km} - \alpha_{km}) = (A_{km} - \beta_{km} V_k^2) / V_k V_m \quad (\text{B.6})$$

Tomando a expressão do fluxo de potência reativa (A.3) e considerando as relações (A.1) obtém-se:

$$N_k = \sum_{m \in \Omega_k} a_{km}^2 (y_{km} \cos \alpha_{km} - b_{km}^{\text{sh}}) - b_k^{\text{sh}} \quad (\text{B.7})$$

$$\xi_{km} = a_{km} a_{mk} V_k$$

$\Omega_k$ : conjunto das barras vizinhas da barra k.

E a parte reativa pode ser escrita como:

$$Q_k = N_k V_k^2 - \sum_{m \in \Omega_k} \xi_{km} V_k V_m \cos(\theta_{km} - \alpha_{km}) \quad (\text{B.8})$$

Considerando (B.5) e a relação fundamental  $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$ , finalmente, a expressão da potência reativa na barra k é escrita como:

$$Q_k = N_k V_k^2 - \sum_{m \in \Omega_k} \xi_{km} V_k V_m [1 - \operatorname{sen}^2(\theta_{km} - \alpha_{km})]^{1/2} \quad (\text{B.9})$$

A expressão (B.9) é apenas função de  $V_k$  e  $V_m$  e permite estabelecer um JACOBIANO REATIVO - [LCRIC], válido para cada iteração Q-V, mantendo P constante. Diferenciando parcialmente (B.9), o Jacobiano Reativo obedece às seguintes expressões:

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = 2N_k V_k - \sum_{m \in \Omega_k} \xi_{km} \left| \frac{V_m + 2V_k \beta_{km} \text{sen}(\theta_{km} - \alpha_{km})}{\cos(\theta_{km} - \alpha_{km})} \right|$$

(B.10)

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = \frac{-\xi_{km} V_k}{\cos(\theta_{km} - \alpha_{km})}$$

com  $N_k$ ,  $\xi_{km}$ ,  $\beta_{km}$  e  $A_{km}$  definidos anteriormente.

## APÊNDICE C

### MÉTODO "SIMPLEX" REVISADO, COM FATORAÇÃO LU E

TÉCNICAS DE ESPARSIDADE |15,16,17,18|

#### C.1. INTRODUÇÃO

O método "simplex" revisado é um algoritmo computacionalmente eficiente que aplica os conceitos básicos do algoritmo "simplex" convencional, onde todos os cálculos são efetuados da mesma forma, restringindo as operações de pivoteamento ao cálculo da matriz básica inversa.

Considerando o problema padrão de programação linear (P.P.L.):

$$\text{Min } z(\underline{x}) = \underline{C}^T \underline{x}$$

s.a.

(C.1)

$$[A] \underline{x} = \underline{b}$$

$$\underline{x}^i \leq \underline{x} \leq \underline{x}^s$$

$\underline{b}$  : vetor das variáveis independentes, sempre maior ou igual a zero;

$[A]$  : matriz de ordem  $m \times n$ , onde  $m$  é o número de variáveis e  $n$  o número de restrições;

$\underline{x}^i$  : vetor limitante inferior;

$\underline{x}^s$  : vetor limitante superior;

$\underline{c}$  : vetor custo associado a cada uma das variáveis.

Há duas formas de método "simplex" revisado, dependendo de como a matriz inversa está armazenada; uma usa a inversa explícita e a outra sequência de produtos de matrizes pivôs.

A dificuldade em usar  $[B]^{-1}$  explicitamente reside no fato de que os erros de arredondamento são transferidos de passo a passo no algoritmo. Depois de vários passos a matriz básica inversa atualizada poder ser completamente diferente da matriz inversa explícita. Os erros de arredondamento significam um sério problema, impedindo que o algoritmo "simplex" produza resultados seguros quando utilizado em problemas com grande número de restrições. Para minorar este problema são citados na bibliografia dois métodos: Decomposição LU e Fatoração de Cholesky. É utilizada neste trabalho a decomposição LU, escolhida considerando apenas que a mesma é muito comum na solução de problemas envolvendo Sistemas de Energia Elétrica.

## C.2. FORMA MATRICIAL DO MÉTODO "SIMPLEX"

Considerando o PPL (C.1), e particionando  $[A]$ ,  $\underline{x}$  e  $\underline{c}$  como:

$$[A] = [B \quad N]$$

$$\underline{x} = (\underline{x}_B, \underline{x}_N) \quad (C.2)$$

$$\underline{c} = (\underline{c}_B, \underline{c}_N)$$

Onde:

B : refere-se ao conjunto de variáveis básicas;

N : refere-se ao conjunto de variáveis não básicas.

O problema de PL, torna-se:

$$\text{Min } z = \underline{C}_B^T \underline{x}_B + \underline{C}_N^T \underline{x}_N$$

$$\underline{x}^i \leq \underline{x}_B \leq \underline{x}^s$$

$$\underline{x}^i \leq \underline{x}_N \leq \underline{x}^s$$

Assumindo um conjunto de variáveis básicas inicial que pode incluir variáveis artificiais, bem como variáveis do problema original, e a solução  $\underline{x}_N = \underline{x}^i$  ou  $\underline{x}_N = \underline{x}^s$ , o valor de  $\underline{x}_B$  pode ser calculado como:

$$\underline{x}_B = [B]^{-1} \underline{b} - [B]^{-1} [N] \underline{x}_N \quad (\text{C.4})$$

e esta expressão geral, quando substituída na função custo conduz a:

$$\underline{z} = \underline{C}_B^T [B]^{-1} \underline{b} + (\underline{C}_N^T - \underline{C}_B^T [B]^{-1} [N]) \underline{x}_N \quad (\text{C.5})$$

que expressa o custo para qualquer solução do PPL em termos de  $\underline{x}_N$ . Então:

$$\underline{C}_N^n = \underline{C}_N^T - \underline{C}_B^T [B]^{-1} [N] \quad (\text{C.6})$$

é o vetor custo relativo para as variáveis não básicas. São as componentes deste vetor que são usadas para determinar que vetor deixa a base.

Tendo obtido a expressão vetorial dos custos relativos, é agora possível escrever o "tableaux" do método "simplex" na forma matricial. O "tableaux" inicial assume a forma:

$$\begin{bmatrix} A & b \\ \underline{C}^T & \underline{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B & N & \underline{b} \\ \hline \underline{C}_B^T & \underline{C}_N^T & \underline{0} \end{bmatrix} \quad (C.7)$$

que não está na forma canônica original e não corresponde a um passo aleatório no algoritmo "simplex". Para uma matriz básica qualquer  $|B|$ , o "tableaux" na forma canônica torna-se:

$$T = \begin{bmatrix} I & B^{-1} N & B^{-1} \underline{b} \\ \hline 0 & \underline{C}_N^T - \underline{C}_B^T B^{-1} N & -\underline{C}_B^T B^{-1} \underline{b} \end{bmatrix} \quad (C.8)$$

que é a forma matricial desejada.

### C.3. O ALGORITMO "SIMPLEX" REVISADO

Dada a inversa  $[B]^{-1}$  de uma base qualquer qualquer e a solução corrente  $\underline{x}_B = [B]^{-1} (\underline{b} - [N] \underline{x}_N)$ , o algoritmo "simplex" revisado é escrito como:

- i. Calcule os coeficientes dos custos relativos

$\tilde{\underline{C}}_N = \underline{C}_N^T - \underline{C}_B^T [B]^{-1} [N]$ , e verifique a variável  $\underline{r}$  candidata a entrar na base da seguinte forma:

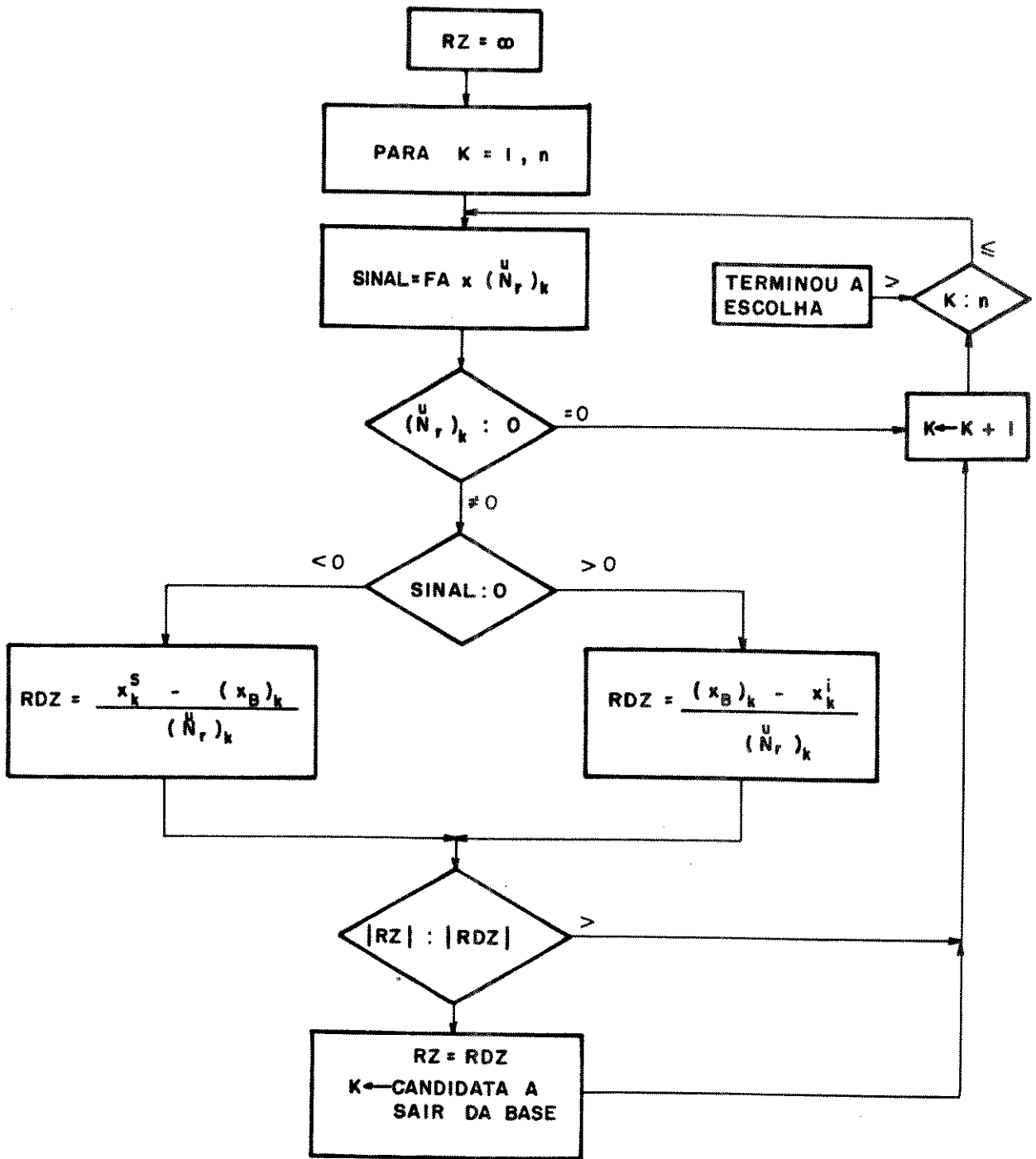
1.  $(\tilde{C}_N)_r < 0$  : se a variável  $\underline{r}$  correspondente a este custo está no limite superior, não há possibilidade de diminuir a função objetivo com esta variável. De outra forma, se a mesma está no mínimo, para melhorar a função objetivo ela pode crescer de  $FA = (x_r^S - x_r^i)$  e  $x_r$  é selecionada como variável candidata a entrar na base;
2.  $(\tilde{C}_N)_r > 0$  : se a variável  $\underline{r}$  correspondente a este custo está no limite inferior, não há possibilidade de diminuir a função objetivo com esta variável. Por outro lado, se a mesma está no máximo, para melhorar a função objetivo ela pode diminuir de  $FA = - (x_r^S - x_r^i)$  e  $x_r$  é selecionada como variável candidata a entrar na base;

Caso não haja variáveis candidatas a entrar na base o processo de otimização terminou.

- ii. Calcule a coluna atualizada de  $[N]$ , referente à variável  $x_r$ :

$$[B] \tilde{N}_r = N_r$$

- iii. Determine a variável  $\underline{k}$  que sairá da base obedecendo à regra da razão mínima e o sentido de crescimento da variável que entrará na base. Este procedimento é ilustrado no diagrama de blocos a seguir:





iv. Comparar a razão (RZ) obtida no passo anterior com o fator de acréscimo (FA) obtido em (ii), para decidir se a variável  $\underline{r}$  entra de fato na base, ou seja:

1. Se  $FA < RZ$ , a variável  $\underline{r}$  não entra na base, apenas muda de vértice e retorna-se ao passo (ii),
2. Se  $FA > RZ$ , entra a variável  $\underline{r}$  no conjunto básico, sai a variável  $\underline{k}$  e retorna-se ao passo i.

## C.4. A DECOMPOSIÇÃO LU

### C.4.1. INTRODUÇÃO

Seja  $[B]$  a matriz básica sob consideração. Este método gera uma matriz triangular superior  $U$ , uma sequência de matrizes pivots triangular inferior  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_k$  e uma sequência de matrizes de permutação  $Q_1, Q_2, \dots, Q_k$  (algumas destas matrizes de permutação podem ser iguais à matriz identidade), satisfazendo à equação:

$$\Gamma_k Q_k \dots \Gamma_2 Q_2 \Gamma_1 Q_1 [B] = U \quad (C.9)$$

O nome decomposição LU é devido à prática de representar o produto  $\Gamma_k Q_k \dots \Gamma_1 Q_1$  na decomposição pelo símbolo  $L^{-1}$ . Se todas as matrizes de permutação,  $Q_k \dots Q_1$  são iguais à matriz identidade,  $L^{-1}$  será a matriz triangular inferior, mas em geral, na decomposição de uma base obtida através do algoritmo "simplex", depois que uma ou mais variáveis básicas mudam,  $L^{-1}$  pode não ser triangular inferior ou mesmo triangular.  $L^{-1}$  nunca é calculada explicitamente, ela é armazenada na forma de matrizes elementares, matrizes de permutação e a ordem em que estas matrizes foram obtidas.

### C.4.2. CÁLCULOS USANDO A DECOMPOSIÇÃO LU

Para efetuar um passo do algoritmo "simplex" é necessário resolver sistemas lineares de dois tipos:

$$[B] \underline{y} = \underline{d}$$

(C.10)

$$\underline{\pi}^T [B] = \underline{C}_B^T$$

Considerando a primeira equação em (C-10), e que  $[B]$  está decomposta como em (C.9). Primeiro, calcula-se  $\underline{t} = \Gamma_k \Omega_k \dots \Gamma_1 \Omega_1 \underline{d}$ , efetuando esta multiplicação da direita para a esquerda, obtendo desta forma sucessivos vetores coluna. Depois que o vetor  $\underline{t}$  é calculado, o sistema  $U \underline{y} = \underline{t}$  é resolvido pelo processo de recorrência, conhecido como "backward".

Para solucionar o sistema  $\underline{\pi}^T [B] = \underline{d}$ , primeiro obtém-se o vetor  $\underline{h} U = \underline{C}_B$  por "Backward". Então obtém-se o vetor  $\underline{\pi}$ , usando a equação  $\underline{\pi} = \underline{h} \Gamma_k \Omega_k \dots \Gamma_1 \Omega_1$ , efetuando esta multiplicação da esquerda para a direita até que  $\underline{\pi}$  seja obtido.

#### C.4.3. OBTENÇÃO DA DECOMPOSIÇÃO LU PARA UMA MATRIZ BÁSICA QUALQUER $[B]$

Seja a matriz  $[B]^0 = [B]$  de ordem  $n \times n$ . Representando as colunas  $r = 1$  até  $(n-1)$  por  $[B]^{(r-1)} = (b_{ij}^{(r-1)})$ , o algoritmo para fazer a decomposição da base é:

- (i) Assumir uma coluna  $r$ , encontrar  $i_1$ , tal que  $|b_{i_1,r}^{(r-1)}| = \max \{|b_{i,r}^{(r-1)}| \mid i = r, n\}$ . Encontrando  $i_1 > r$ , permuta a linha  $\underline{r}$  com a  $\underline{i_1}$ . Esta operação é equivalente a multiplicar  $[B]$  à esquerda por  $\Omega_r$ , que é a matriz identidade com as linhas  $r$  e  $i_1$  permutadas. Depois da permutação, efetue operações de pivoteamento por eliminação de Gauss da linha  $(r+1)$  à linha  $n$ .

Isto é equivalente a multiplicar a matriz  $[B]$  por uma matriz elementar da forma:

$$\Gamma_r = \begin{array}{c|cccc|c} & 1 & \dots & r-1 & r & r+1 & \dots & n \\ \hline 1 & 1 & & & & & & \\ \vdots & & \ddots & & & & & \\ r-1 & & & 1 & & & & \\ r & & & & 1 & & & \\ r+1 & & & & g_{r+1,r} & 1 & & \\ \vdots & & & & & & \ddots & \\ n & & & & g_{nr} & & & 1 \end{array}$$

Fig. C.1

onde  $|g_{ir}| \leq 1$ ,  $i \geq r+1$  e  $g_{ir} = -\bar{b}_{ir}/\bar{b}_{rr}$ ;  $i = r+1$  até  $n$ .

$\Gamma_r$  é uma matriz pivot Gaussiana que tem a propriedade de diferir da matriz identidade apenas de uma coluna. Vã para a coluna  $(r+1)$  se  $r < n-1$  volte novamente em  $i$ .

Ao final de todas as operações de pivoteamento  $[B]$  é transformada na matriz triangular superior  $[U]$ . As matrizes  $Q$  e  $\Gamma$  também estão geradas ao final do processo e uma vez que as mesmas são matrizes com estrutura especial, podem ser armazenadas de forma compacta.

C.4.4. ATUALIZAÇÃO DA DECOMPOSIÇÃO LU QUANDO UM NOVO VETOR COLUNA PASSA A FAZER PARTE DA BASE

Sejam a base corrente  $[B] = (B_{j1}, \dots, B_{jn})$  a decomposição  $\Gamma_\ell Q_\ell \dots \Gamma_1 Q_1 |B| = U$ ;  $B_{.s}$  a coluna que está entrando na base e  $B_{.jr}$  a coluna que está deixando a base. Na atualização da decomposição a coluna que está entrando na base é sempre tratada como a última coluna à direita da nova base. Todas as colunas em  $[B]$  à direita da coluna que está deixando a base são armazenadas da mesma forma que aparecem em  $[B]$ , mas são defasadas de uma posição à esquerda, ou seja, a nova base é armazenada como:

$$[\hat{B}] = (B_{.j1}, B_{.j2}, \dots, B_{.jr-1}, B_{.jr+1}, \dots, B_{.jn}, B_{.s})$$

Considerando  $f = \Gamma_\ell Q_\ell \dots \Gamma_1 Q_1 B_{.s}$ , o mesmo é obtido sem cálculos adicionais. Então  $\Gamma_\ell Q_\ell \dots \Gamma_1 Q_1 \hat{B} = (U_{.1}, \dots, U_{.r-1}, U_{.r+1}, \dots, U_n, f) = \hat{H}$ , onde  $U_{.j}$  é o  $j^{\text{ésimo}}$  vetor da coluna de  $U$ .  $\hat{H}$  é uma matriz com zeros abaixo da diagonal nas primeiras  $(r-1)$  colunas e um elemento abaixo da diagonal nas colunas  $r$  até  $n-1$ . Uma matriz com esta estrutura é conhecida como matriz triangular superior de HESSENBERG; e a estrutura da mesma está representada na figura C.2.

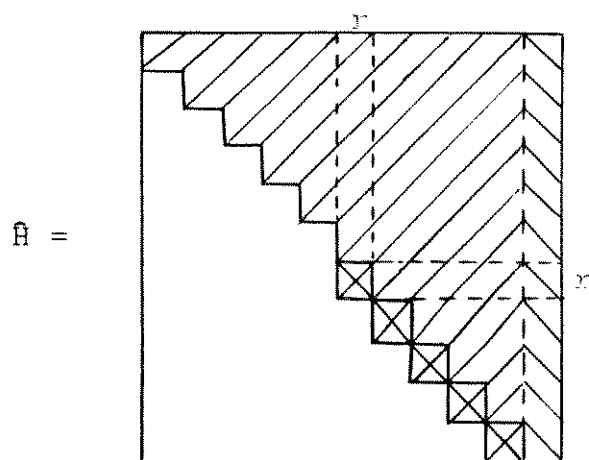


Fig. C.2 - Matriz triangular superior de HESSENBERG

$\hat{A}$  pode ser transformada em uma matriz triangular superior efetuando operações para tornar zero todos os elementos abaixo da diagonal da coluna  $r$  até  $m-1$  na seguinte ordem:

- i. Comparar o elemento da diagonal  $h_{kk}$  referente à coluna  $k$  e o elemento  $h_{k+1,k}$  (desde que a matriz  $U$  anterior não era singular  $h_{k+1,k} \neq 0$ ). Verificar qual dos dois  $|h_{kk}|$ ,  $|h_{k+1,k}|$  é maior. Se  $|h_{k+1,k}| > |h_{kk}|$ , permuta a linha  $k+1$  com a  $k$ . Isto equivale a multiplicar a matriz básica neste estágio, à esquerda por  $Q_k^{(1)}$ , a matriz identidade com as linhas  $k$  e  $k+1$  permutadas. Se  $|h_{kk}| \geq |h_{k+1,k}|$ ,  $Q_k^{(1)} = I$ .
- ii. Aplicar a eliminação de Gauss, envolvendo as linhas  $k$  e  $k+1$ , obtendo a matriz elementar  $\Gamma_k^{(1)}$ .

Depois que estas operações são efetuadas para  $k = r+1$  até  $n-1$ , a matriz  $\hat{A}$  é transformada na matriz triangular superior  $\hat{U}$ . A decomposição para a nova matriz  $\hat{B}$  é  $\Gamma_{m-1}^{(1)} Q_{m-1}^{(1)} \dots \Gamma_r^{(1)} \Gamma^l Q^l \dots \Gamma_1 Q_1 \hat{B} = \hat{U}$ . O algoritmo "simplex" pode ser normalmente executado usando a decomposição de  $\hat{B}$ . Em um estágio qualquer do algoritmo "simplex", sendo  $\hat{B}$  a matriz básica sob consideração, a implementação computacional da matriz triangular superior  $\hat{U}$  é a decomposição explícita de  $\hat{B}$ . Em cada passo de pivoteamento inúmeras matrizes triangulares inferiores  $\Gamma_j^{(k)}$  e matrizes de permutação  $Q_j^{(k)}$  são geradas e armazenadas na ordem que foram geradas. Todos os cálculos necessários neste estágio do algoritmo "simplex" são efetuados usando  $\hat{U}$ , as matrizes triangular inferior  $\Gamma$ , e as matrizes de permutação  $Q$ , na ordem em que foram geradas.

### C.5. TÉCNICA DE ESPARSIDADE ADOTADA

Os elementos não nulos da matriz básica  $[B]$  foram armazenados por linha; criando com isto um conjunto de vetores apontadores cuja formação e símbolos estão descritos a seguir:

- BAS(I) : vetor usado para armazenar os elementos de  $[B]$ ;
- IROW : indica a posição de BAS(I) onde começa a linha de  $[B]$ ;
- KOLU : indica a coluna onde está o elemento de  $[B]$ ;
- NEXT : indica a posição em BAS(I) do próximo elemento da linha de  $[B]$ . NEXT = 0 indica o fim da linha (último elemento).

Sendo  $[B]$  alterada a cada mudança de base, não há possibilidade da ordenação da sequência de cálculos dos fatores triangulares. O processo implementado da forma descrita neste apêndice não apresentou o desempenho esperado, exigindo grande número de posições de memória e um tempo razoável de CPU na solução de problemas com um número médio de variáveis e restrições.

## APÊNDICE D

Sistema Teste IEEE118  
Dados de Barras

| X--BARRA--X |      | TENSAO | POTENCIAS DE BARRAS, MW/Mvar |       |       |       | SHUNT |       |      |
|-------------|------|--------|------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| NO          | TIPO | V[pu]  | PG                           | QG    | QGMIN | QGNAX | PLOAD | QLOAD | MVAR |
| 1           | PV   | .955   |                              |       |       | 8.    | 51.   | 27.   |      |
| 2           | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 20.   | 9.    |      |
| 3           | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 39.   | 10.   |      |
| 4           | PV   | .998   | 100.                         | 14.   | -10.  | 30.   | 39.   | 12.   |      |
| 5           | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       |       |       |      |
| 6           | PV   | .990   | 5.                           | 18.   | -5.   | 30.   | 52.   | 22.   |      |
| 7           | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 19.   | 2.    |      |
| 8           | PV   | 1.015  | 100.                         | -8.   | -10.  | 30.   | 28.   |       |      |
| 9           | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       |       |       |      |
| 10          | PV   | 1.050  | 100.                         | -71.  | -10.  | 30.   |       |       |      |
| 11          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 70.   | 23.   |      |
| 12          | PV   | .990   | 30.                          | 75.   | -30.  | 75.   | 47.   | 10.   |      |
| 13          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 34.   | 16.   |      |
| 14          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 14.   | 1.    |      |
| 15          | PV   | .970   | 5.                           | 5.    | -5.   | 23.   | 90.   | 30.   |      |
| 16          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 25.   | 10.   |      |
| 17          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 11.   | 3.    |      |
| 18          | PV   | .973   | 5.                           | 23.   | -5.   | 23.   | 60.   | 34.   |      |
| 19          | PV   | .962   | 5.                           | 14.   | -5.   | 15.   | 45.   | 25.   |      |
| 20          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 18.   | 3.    |      |
| 21          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 14.   | 8.    |      |
| 22          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 10.   | 5.    |      |
| 23          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 7.    | 3.    |      |
| 24          | PV   | .0992  | 100.                         | 91.   | -10.  | 30.   | 13.   |       |      |
| 25          | PV   | 1.050  | 100.                         | 33.   | -10.  | 30.   |       |       |      |
| 26          | PV   | 1.015  | 300.                         | -118. | -300. | 600.  |       |       |      |
| 27          | PV   | .968   | 100.                         | 9.    | -10.  | 30.   | 71.   | 13.   |      |
| 28          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 17.   | 7.    |      |
| 29          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 24.   | 4.    |      |
| 30          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       |       |       |      |
| 31          | PV   | .967   | 100.                         | 37.   | -10.  | 30.   | 43.   | 27.   |      |
| 32          | PV   | .963   | 5.                           | 12.   | -5.   | 23.   | 59.   | 23.   |      |
| 33          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 23.   | 9.    |      |
| 34          | PV   | .984   | 5.                           | 15.   | -5.   | 23.   | 59.   | 26.   |      |
| 35          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 33.   | 9.    |      |
| 36          | PV   | .980   | 5.                           | -5.   | -5.   | 15.   | 31.   | 17.   |      |
| 37          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       |       |       |      |
| 38          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       |       |       |      |
| 39          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 27.   | 11.   |      |
| 40          | PV   | .970   | 101.7                        | -100. | -10.  | 30.   | 66.   | 23.   |      |
| 41          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 37.   | 10.   |      |
| 42          | PV   | .985   | 106.6                        | 9.    | -10.  | 30.   | 96.   | 23.   |      |
| 43          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 18.   | 7.    |      |
| 44          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 16.   | 8.    |      |
| 45          | PQ   | 1.000  |                              |       |       |       | 53.   | 22.   |      |



|     |     |       |       |       |       |      |      |      |
|-----|-----|-------|-------|-------|-------|------|------|------|
| 46  | PV  | 1.005 | 111.1 | -6.   | -10.  | 300  | 28.  | 10.  |
| 47  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 34.  |      |
| 48  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 20.  | 11.  |
| 49  | PV  | 1.025 | 100.  | 139.  | -10.  | 30.  | 87.  | 30.  |
| 50  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 17.  | 4.   |
| 51  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 17.  | 8.   |
| 52  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 18.  | 5.   |
| 53  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 23.  | 11.  |
| 54  | PV  | .955  | 109.4 | 148.  | -10.  | 30.  | 113. | 32.  |
| 55  | PV  | .952  | 15.   | 5.    | -5.   | 11.  | 63.  | 22.  |
| 56  | PV  | .954  | 7.2   | -5.   | -5.   | 11.  | 84.  | 18.  |
| 57  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 12.  | 3.   |
| 58  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 12.  | 3.   |
| 59  | PV  | .985  | 120.1 | 74.   | -10.  | 30.  | 277. | 113. |
| 60  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 78.  | 3.   |
| 61  | PV  | .995  | 205.  | -46.  | -10.  | 30.  |      |      |
| 62  | PV  | .998  | 10.   | 2.    |       | 8.   | 77.  | 14.  |
| 63  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      |      |      |
| 64  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      |      |      |
| 65  | PV  | 1.005 | 100.  | 114.  | -10.  | 30.  |      |      |
| 66  | PV  | 1.050 | 100.  | -28.  | -10.  | 30.  | 39.  | 18.  |
| 67  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 28.  | 7.   |
| 68  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      |      |      |
| 69  | REF | 1.035 | 200.  |       | -999. | 999. |      |      |
| 70  | PV  | .984  | 10.   |       |       | 8.   | 66.  | 20.  |
| 71  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      |      |      |
| 72  | PV  | .980  | 100.  | -100. | -10.  | 30.  | 12.  |      |
| 73  | PV  | .991  | 100.  | -27.  | -10.  | 30.  | 6.   |      |
| 74  | PV  | .958  | 5.    |       |       | 4.   | 68.  | 27.  |
| 75  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 47.  | 11.  |
| 76  | PV  | .943  |       | 8.    |       | 8.   | 68.  | 36.  |
| 77  | PV  | 1.006 | 30.7  | 38.   | -10.  | 38.  | 61.  | 28.  |
| 78  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 71.  | 26.  |
| 79  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 39.  | 32.  |
| 80  | PV  | 1.040 | 100.  | -31.  | -10.  | 30.  | 130. | 26.  |
| 81  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      |      |      |
| 82  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 54.  | 27.  |
| 83  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 20.  | 10.  |
| 84  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 11.  | 7.   |
| 85  | PV  | .985  | 10.   | 3.    |       | 8.   | 24.  | 15.  |
| 86  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 21.  | 10.  |
| 87  | PV  | 1.015 | 124.2 | 32.   | -10.  | 30.  |      |      |
| 88  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 48.  | 10.  |
| 89  | PV  | 1.005 | 400.  | -5.   | -10.  | 30.  |      |      |
| 90  | PV  | .985  | 150.7 | 60.   |       |      | 163. | 42.  |
| 91  | PV  | .980  | 125.6 | -19.  | -10.  | 30.  | 10.  |      |
| 92  | PV  | .990  | 10.   |       |       | 8.   | 65.  | 10.  |
| 93  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 12.  | 7.   |
| 94  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 30.  | 16.  |
| 95  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 42.  | 31.  |
| 96  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 38.  | 15.  |
| 97  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 15.  | 9.   |
| 98  | PQ  | 1.000 |       |       |       |      | 34.  | 8.   |
| 99  | PV  | 1.010 | 124.9 | -23.  | -10.  | 30.  | 42.  |      |
| 100 | PV  | 1.017 | 100.  | 300.  | -10.  | 30.  | 37.  | 18.  |

|     |    |       |       |      |       |      |      |     |
|-----|----|-------|-------|------|-------|------|------|-----|
| 101 | PQ | 1.000 |       |      |       |      | 22.  | 15. |
| 102 | PQ | 1.000 |       |      |       |      | 5.   | 3.  |
| 103 | PV | 1.010 | 18.7  | 11.  | -5.   | 15.  | 23.  | 16. |
| 104 | PV | .971  | 20.0  | 5.   | -5.   | 15.  | 38.  | 25. |
| 105 | PV | .965  | 20.0  | -5.  | -5.   | 15.  | 31.  | 26. |
| 106 | PQ | 1.000 |       |      |       |      | 43.  | 16. |
| 107 | PV | .952  | 120.1 | 0.   | -10.  | 30.  | 50.  | 12. |
| 108 | PQ | 1.000 |       |      |       |      | 2.   | 1.  |
| 109 | PQ | 1.000 |       |      |       |      | 8.   | 3.  |
| 110 | PV | .973  |       |      |       | 1.   | 39.  | 30. |
| 111 | PV | .980  | 100.  | -8.  | -10.  | 30.  |      |     |
| 112 | PV | .975  | 118.1 | 13.  | -10.  | 30.  | 68.  | 13. |
| 113 | PV | .993  | 100.  | 6.   | -10.  | 30.  | 6.   |     |
| 114 | PQ | 1.000 |       |      |       |      | 8.   | 3.  |
| 115 | PQ | 1.000 |       |      |       |      | 22.  | 7.  |
| 116 | PV | 1.005 | 250.  | 115. | -250. | 525. | 184. |     |
| 117 | PQ | 1.000 |       |      |       |      | 20.  | 8.  |
| 118 | PQ | 1.000 |       |      |       |      | 33.  | 15. |

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- |1| LEBOW, W.M. et alii, "Optimization of Reactive Volt-Ampère (VAR) Sources in System Planning", EPRI EL-3729, Vol.1, 1984.
- |2| ÁVILA, V.J., "Planejamento de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica Usando um Algoritmo de Programação Linear por Partes", Tese de Mestrado UNICAMP, 1984.
- |3| HUGHES, A. et alii, "Optimal Reactive Power Planning", IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, nº 5, May 1981, p. 2189-2196.
- |4| IBA, K. et alii, "Practical Reactive Power Allocation/Operation Planning Using Advanced Linearizing Algorithm", trabalho submetido para o IEEE-PES, Summer-Meeting, 1987.
- |5| CARPENTIER, J.L., "CRIC a New Active Reactive Decoupling Process in Load Flow, Optimal Power Flow and System Control", Proc. IFAC Conference on Power Systems and Power Plan Control, Beijing, August 1986, p. 65-70.
- |6| SAAVEDRA, O.R., Tese de Mestrado em desenvolvimento - Departamento de Sistemas de Energia Elétrica - FEE/UNICAMP.
- |7| DOMMEL, H.W. & TINNEY, W.F., "Optimal Power Flow Solutions", IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-87, nº 10, October de 1968, p. 1866-1876.
- |8| STOTT, B. & ALSAC, O., "Experience with Successive Linear Programming for Optimal Rescheduling of Active and Reactive Power", CIGRE/IFAC Symposium on Control Applications to Power System Security, Florença, 1983.

- | 9 | MONTICELLI, A., "Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica", Edgard Blucher, 1983.
- | 10 | SANTOS JR., A., "O Método da Lagrangeana Aumentada Aplicado na Solução do Fluxo de Carga Ótimo", Tese de Doutorado do UNICAMP, 1986.
- | 11 | STOTT, B. & ALSAC, O., "Fast Decoupled Load Flow", IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, 1974. p. 859-869.
- | 12 | FRERIS, L.L. & SASSON, A.M., "Investigation of the Load Flow Problem", Proc. IEE, Vol. 115, nº 10, Oct. 1968, p. 1459-1470.
- | 13 | MONTICELLI, A.J., "Comunicação Oral", 1987.
- | 14 | STAGG, G.W. & EL-ABIAD, A.H., "Computer Methods in Power System Analysis", Mc Graw-Hill Kogakusha, Ltd., 1968.
- | 15 | LUENBERGER, D.G., "Linear and Nonlinear Programming", Addison Wesley Publishing Company, 2<sup>nd</sup> Edition (1984).
- | 16 | MURTH, K., "Linear Programming", John Wiley & Sons. 1983.
- | 17 | GILL, P.E. et alii, "Practical Optimization". Academic Press, 1981.
- | 18 | TOLLA, P., "A Stable and Sparsity Exploiting LU Factorization of the Basis Matrix in Linear Programming", European Journal of Operational Research, nº 24, 1986, p. 247-251.

## BIBLIOGRAFIA

- |19| GARCIA, A.V., "Relatório Final do Convênio CEPTEL/UNICAMP sobre Planejamentos de Reativos, Campinas, Janeiro, 1987.
- |20| MURARI, C.A.F., "Fluxo de Carga Ótimo e Minimização de Perdas em Sistemas de Energia Elétrica", Tese de Mestrado, UNICAMP, 1980.
- |21| ZOLLENKOPF, K., "Bi-Factorization Basic Computational Algorithm and Programming Techniques", In: REID, J.K. ed. Large Sparse Sets of Linear Equations, Academic Press, p. 75-96, 1971. (Conference of Institute of Mathematics and Its Applications, Oxford, 5-8 April, 1970).