

Este exemplar corresponde à redação final da Tese
defendida por Paulo Cesar Oliveira e aprovada
pela Comissão Julgadora em 19/10/90



OLIVEIRA

CONVECÇÃO NATURAL EM PLACA PLANA VERTICAL
IMERSA EM ÁGUA COM PROPRIEDADES VARIÁVEIS

E-109

064/90

BC/9100919

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA

Tese de: MESTRADO

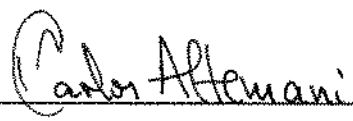
Título da Tese: CONVECÇÃO NATURAL EM PLACA PLANA VERTICAL IMERSA
EM ÁGUA COM PROPRIEDADES VARIÁVEIS


Autor: PAULO CÉSAR OLIVEIRA

Orientador: Prof. Dr. JOSÉ RICARDO FIGUEIREDO

Aprovado por


Prof. Dr. José Ricardo Figueiredo, Presidente


Prof. Dr. Carlos Alberto Carrasco Altemani


Prof. Dr. Marcelo Lemos

Campinas, de

199

Agradecimentos

À inestimável ajuda do Professor José Ricardo Figueiredo que com suas críticas, observações e sugestões tornou possível este trabalho.

Aos amigos, pela convivência que ensina e alimenta .

À D. Ana, que por longos trinta meses dedicou-me sua infinita dedicação e paciência .

À minha família

"...Não vos deixeis desencorajar pela tristeza de certas horas que passam sôbre o mundo. Vivei na paz serena dos laboratórios e das bibliotecas ..."

1892 - Louis Pasteur

RESUMO

Esse trabalho tem por objetivo descrever o comportamento de um escoamento laminar em regime permanente de água aquecida ou resfriada por uma placa plana vertical, submetida a fluxo de calor uniforme, levando-se em consideração a variação das propriedades com a temperatura.

É empregado um esquema numérico por diferenças finitas uma vez que não é possível sua resolução por similaridade.

Devido ao acoplamento das equações de governo e as não-linearidades presentes, utiliza-se um método de relaxação que consiste na introdução de pseudo-transientes nas equações de conservação da quantidade de movimento e energia.

O algoritmo é testado em problemas que possuem solução por similaridade apresentando (exceto no início da placa) erros inferiores a 2% .

NOMENCLATURA

Símbolos Latinos

- A, B, C elementos das matrizes tridiagonais
- C_p calor específico adimensional [= $\frac{C_p}{C_{p\infty}}$]
- CWF referente ao caso de fluxo de calor constante na placa
- CWI referente ao caso de placa isotérmica
- DX , DY dimensões da malha na discretização
- DT intervalo de "tempo"
- F elemento da matriz de constantes
- G^u parâmetro adimens. [= $\beta^{1/4} \cdot k_{\infty}^{3/4} / (\beta_{\infty}^{3/4} \cdot |q_w|^{3/4} \cdot \nu_{\infty}^{1/2})$]
- Gr_f número de Grashof para o caso de fluxo de calor constante na placa [= $\beta \cdot \beta_{\infty} \cdot |q_w| \cdot x^4 / (k_{\infty} \cdot \nu_{\infty})$]
- Gr_x número de Grashof para placa isotérmica e propriedades variáveis [= $\beta \cdot x^3 \cdot |\rho_w - \rho_{\infty}| / (\rho_w \cdot \nu_{\infty}^2)$]
- g aceleração gravitacional

h	coeficiente de transferência de calor [Watt/m ² °C]
k	condutividade térmica adimensional [$\frac{x}{k} / k_{\infty}$]
NPX	número de divisões do domínio discreto em X
NPY	idem em Y
NPL	idem no "tempo"
Nu_x	número de Nusselt [$= h \cdot x / k$]
Pr	número de Prndtl [$= \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{C_p}{k}$]
q_w	fluxo de calor na superfície da placa em [Watt/m ²]
R_r	parâmetro adimensional [$= p_w - p_{\infty} / p_{\infty}$]
T	temperatura em graus Celsius
t	"tempo adimensional
u	componente axial (tangencial à placa) da velocidade
U	velocidade adimensional
v	componente transversal (normal à placa) da velocidade

V	velocidade adimensional
x	distância medida ao longo da placa a partir da origem da camada limite em metros
X	distância adimensional
Xt	razão = DX/Dt
XY	razão = DX/DY
XY ²	razão = $DX/(DY)^2$
y	distância medida perpendicularmente à placa em metros
Y	distância adimensional
YX	razão = DY/DX

Simbolos Gregos

α	difusividade térmica adimensional [= $\frac{\alpha^*}{\alpha_\infty}$]
β_∞	coeficiente de expansão volumétrica do fluido avaliado na temperatura T_∞
η	variável das soluções por similaridade

$\phi(\eta)$	temperatura adimensional nas soluções por similaridade
μ	viscosidade dinâmica adimensional [= $\frac{\mu^*}{\mu_\infty}$]
θ	temperatura adimensional na solução numérica
τ	tempo em segundos
ν	viscosidade cinemática adimensional [= $\frac{\nu^*}{\nu_\infty}$]
ρ	densidade adimensional [$\frac{\rho^*}{\rho_\infty}$]

Superscritos

o	relativo ao tempo anterior
u	relativo ao campo de velocidades
*	indica propriedade dimensional

Subscritos

- f referente à placa submetida a fluxo de calor
 constante
- i, j coordenadas utilizadas quando da discretização das
 equações diferenciais
- r quantidades dimensionais avaliadas na temperatura
 de referência
- w quantidades dimensionais avaliadas ou referidas
 à placa
- ω parâmetros dimensionais avaliados na temperatura
 ambiente

Índice

[pag.]

1	INTRODUÇÃO	[12]
1.1	Apresentação	
1.2	Convecção natural	
1.3	Fluxo de calor constante na placa	
2	EQUAÇÕES DE GOVERNO	[24]
2.1	Equações na forma dimensional	
2.1.1	Hipóteses assumidas na modelagem das equações	
2.1.2	Equação de conservação da massa	
2.1.3	Equação de conservação da quantidade de movimento	
2.1.4	Equação de conservação da energia	
2.1.5	Condições de contorno	
2.2	Adimensionalização das eqs. diferenciais	
2.2.1	Caso 1 - Placa isotérmica	
2.2.2	Caso 2 - Fluxo de calor constante na placa	
2.2.3	Condições de contorno	

2.3	Parâmetros de transferência	
2.3.1	Caso CWT - propriedades variáveis	
2.3.2	Caso CWF - propriedades variáveis	
2.4	Expressões para as propriedades da água	
2.4.1	Densidade	
2.4.2	Calor específico	
2.4.3	Condutividade térmica	
2.4.4	Viscosidade dinâmica	
3	DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS NORMALIZADAS [40]
3.1	Análise das equações diferenciais	
3.2	Caso placa isotérmica (CWT)	
3.2.1	Discretização da equação da energia	
3.2.2	Discretização da equação da quantidade de movimento	
3.2.3	Discretização da equação da continuidade	
3.3	Caso fluxo de calor constante na placa (CWF)	
3.3.1	Discretização da continuidade	
3.3.2	Discretização da equação da quantidade de movimento	
3.3.3	Discretização da equação da energia	

3.4	Descrição do algoritmo	
3.4.1	Caso CWT - propriedades constantes	
3.4.2	Caso CWF - propriedades variáveis	
4	RESULTADOS NUMÉRICOS E DISCUSSÃO	[55]
4.1	Teste do algoritmo	
4.2	Aplicação ao caso de fluxo de calor constante na placa e propriedades variáveis	
5	CONCLUSÕES	[63]
	BIBLIOGRAFIA	[65]

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação

O objetivo deste trabalho é abordar o problema da convecção natural em placa plana vertical com propriedades variáveis, através do desenvolvimento de um algoritmo numérico que possa ser utilizado de forma a simular o fenômeno em regime permanente .

O método numérico usado é o das diferenças finitas, onde se procura através de discretizações de segunda ordem, manter os erros em níveis aceitáveis com malhas que possibilitem a utilização de computadores do tipo PC .

O problema da convecção natural é caracterizado pelo acoplamento entre as equações de governo que ao contrário daquele encontrado na convecção forçada em placa plana é bidirecional . Ou seja, não se consegue resolver o campo de velocidades sem que isso seja feito simultaneamente com o campo de temperatura . Se a variação das propriedades possui uma relevância tal que force a sua inclusão nas equações diferenciais esse acoplamento é fortalecido .

Ao se proceder à discretização das equações diferenciais, a questão do acoplamento das mesmas juntamente com as não linearidades existentes, conduzem à necessidade de um processo de relaxação que é representado pela instituição de um pseudo transiente nas equações de conservação da quantidade de movimento e da energia .

Devido ao caráter parabólico dessas equações, as matrizes

geradas pelo algoritmo são então resolvidas para uma determinada posição axial ao longo da placa partindo da origem da camada limite, numa sequência que conduz à solução de regime permanente para esta posição .

A grandeza do erro cometido na solução para fluxo de calor constante na placa é inferida pela utilização do algoritmo na solução de problemas clássicos da convecção natural em placa vertical que aceitam solução por similaridade .

1.2 Convecção Natural

O fluxo de calor envolvido na interação térmica e dinâmica entre uma placa plana vertical e um fluido inicialmente estático, caracteriza-se pelo fato que a força que dá origem e mantém o movimento do fluido é devido a gradientes de densidade originários de um potencial de temperatura.

Segundo Bronw e Riley [1] este fenômeno foi examinado pela primeira vez por Lorenz [2] em 1881. Sua análise foi baseada na hipótese que o fluxo nas camadas convectivas é paralelo à superfície da placa. Um balanço de forças que incluiu os efeitos de empuxo e cisalhamento viscoso resultou em uma expressão para a espessura dessa camada. Considerando esta camada como uma placa fina, através da qual o calor flui transversalmente por condução, uma expressão para o coeficiente de troca de calor médio foi obtida na seguinte forma :

$$Nu_{MEDIO} = 0,548 \cdot [Gr_L \cdot Pr]^{1/4} \quad (1)$$

onde L é o comprimento da placa em metros e

$$Gr_L = \left(g \cdot \frac{x}{\beta} \cdot (T_w - T_\infty) / \nu^2 \right) \cdot L^3 \quad (1A)$$

O trabalho de Schmidt e Beckmann [3] em 1930 mostrou por meio de investigação teórica e experimental que as hipóteses assumidas por Lorenz não eram válidas, e lançou as bases para o estudo do problema clássico da convecção natural em placa isotérmica.

Segundo Sissom e Pitts [4], Polhausen, em colaboração com Schmidt e Beckman, foi quem primeiro resolveu o conjunto de equações diferenciais para a placa plana vertical isotérmica.

Dos dados experimentais então colhidos, Polhausen notou que os perfis de temperatura e velocidade apresentavam a chamada similaridade. Esse fato por analogia com o trabalho de Blasius na convecção forçada sobre placa plana, motivou-o a tentar uma solução também por função corrente e variáveis de similaridade.

Obteve assim duas equações diferenciais ordinárias acopladas que foram resolvidas numericamente para ar (Pr=0.733) fornecendo a seguinte expressão para o número de Nusselt:

$$Nu_x = 0,360 \cdot Gr_x^{0.25} \quad (2)$$

onde Gr_x é expresso por (1A) com L substituído por x.

Nestes escoamentos a simplificação das equações de governo é obtida pela chamada aproximação de Boussinesq [5], que pode ser assim resumida :

1 A densidade é assumida constante exceto no termo de empuxo, sendo aí considerada como função linear da temperatura.

2 Todas outras propriedades do fluido são tratadas como constantes

3 Dissipação de energia por atrito viscoso é assumida desprezível .

O primeiro ponto leva à equação da continuidade em sua forma incompressível, sendo a densidade considerada como variável somente no termo gravitacional da equação da quantidade de movimento. O conjunto dos três pontos simplifica as equações diferenciais de forma que a atenção é focalizada sobre os efeitos do empuxo.

Embora essas aproximações tenham sido denominadas em homenagem ao trabalho de Boussinesq, elas parecem ter sido usadas primeiramente por Oberbeck [6], como argumenta Chandrasekhar [7]. Essas aproximações formaram então o arcabouço para as análises de convecção natural.

Em 1953 Ostrach [8], aborda novamente o problema da convecção natural. Para tanto, conduz um estudo das equações da energia e quantidade de movimento na sua forma geral, que estabelece as condições para as quais as equações de camada limite obtidas por Polhausen são válidas. Resolve então essas equações para placa plana isotérmica, já com auxílio de computador digital, para números de Prandtl de 0,01 a 1000.

Em 1956 Sparrow e Gregg [9] apresentam a solução por variáveis de similaridade do problema da convecção natural em placa plana vertical sob a condição de fluxo de calor constante.

Em fevereiro de 1958 Sparrow e Gregg [10] estendem a solução das equações ao caso da placa não-isotérmica sob as distribuições $(T_w - T_\infty) = N \cdot x^n$ e $M \cdot e^{mx}$, onde N , M , n , m e T_∞ são constantes.

Em maio de 1958, Sparrow e Gregg [11] em trabalho oriundo da tese de Ph.D. de E.M. Sparrow [12], abordam o problema da convecção natural em placa plana vertical, com as propriedades sendo consideradas variáveis com a temperatura nas equações de conservação.

Mostra-se nesse trabalho que para o caso da placa isotérmica é possível reduzir, também pelo método da similaridade, as três equações diferenciais parciais a duas equações diferenciais ordinárias acopladas, e resolve-las. São obtidos parâmetros de transferência de calor para gases com características modeladas desde gás ideal até um gás real que se aproxima do ar; e para mercúrio líquido. Aplica-se então o conceito de temperatura de referência para o cálculo dos parâmetros de transferência. Ou seja calcular-se-ia rápida e acuradamente parâmetros tais como coeficiente de película, coeficiente de fricção, espessura da camada limite, vazão mássica deslocada, etc; tratando-se o problema de propriedades variáveis como um problema de propriedades constantes calculadas por temperaturas específicas a cada parâmetro. Assim por exemplo no cálculo do coeficiente de película para gases deve-se adotar β referido à T_∞ e as demais propriedades à T_f de forma que satisfaçam as relações :

$$(T_f - T_w) / (T_\infty - T_w) = 0.38 \quad \text{e} \quad \beta_\infty = (T_\infty + 273.15)^{-1}$$

Segundo Brown [13] esse procedimento se mostra adequado se :

$$0.5 < T_w / T_\infty < 3.0$$

Posteriormente em 1966, esse conceito foi estendido ao vapor d'água por Minkowycz e Sparrow [14] , que constataram que o efeito da variação das propriedades seria levado em conta adequadamente se o coeficiente 0,38 fôsse substituído por 0,46 mantendo o coeficiente de expansão volumétrica β avaliado na temperatura T_∞ .

Brown, numa continuação do trabalho de Barrow e Shitaramarao [15], que estudaram o efeito da variação de β para uma placa isotérmica em água, inclui também a variação da densidade com a temperatura. É mostrado usando-se método integral (ver Eckert e Drake [16]) que para o caso de $T_w = 80^\circ\text{C}$ e $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ com o número de Prandtl sendo calculado à T_∞ , o erro na obtenção do número de Nusselt pode chegar a +22,8 % .

A esta altura surge a preocupação de saber sob quais condições esses procedimentos tais como a utilização das aproximações de Oberbeck-Boussinesq e de temperaturas de referência, são corretos para outros fluidos que não água ou ar.

Com esse objetivo Gray e Giorgini [17] em detalhado estudo das equações de govêrno destes escoamentos procuraram responder a essa questão e concluíram que por exemplo, nos casos de água e ar as aproximações de Oberbeck-Roussinesq são válidas apenas se a diferença de temperatura entre a superfície da placa e o ambiente não excede 1,25 e 28,5°C respectivamente , ambos à pressão de 1 atm e 15 °C. Pelo método apresentado , as condições sob as quais estas aproximações podem ser aplicadas são determináveis para

qualquer fluido newtoniano e condição de referência.

Vajravelu [18] resolveu numericamente o problema da convecção natural com propriedades variáveis para placa plana imersa em ar, por diferenças finitas, usando um método explícito no tempo descrito em Carnahan et al [19] .

As propriedades densidade, coeficiente de condutibilidade térmica e viscosidade dinâmica, são assumidas linearmente dependentes nas faixas de temperatura calculadas. É levado em consideração o termo de dissipação viscosa na equação da energia. Adotando como referencial a solução com propriedades constantes avaliadas à temperatura ambiente T_{∞} , obteve diferenças para o número de Nusselt e coeficiente de fricção, da ordem de 8 e 11% respectivamente, quando $T_{\infty} = 15^{\circ}\text{C}$ e $T_w = 55^{\circ}\text{C}$. Os erros são maiores quando o desenvolvimento transiente do fenômeno é considerado .

Miyamoto [20] usando método integral anteriormente utilizado por Siegel [21] para propriedades constantes, procura mensurar também para o ar, a influência da variação das propriedades sobre o transiente e o regime permanente na convecção natural em placa plana vertical isotérmica. Suas conclusões indicam que o tempo de duração da fase de pura condução de calor unidimensional e o tempo necessário para se alcançar o regime permanente são fortemente influenciados pela variação das propriedades.

Shaukatullah e Gebhart [22], utilizando as variáveis de similaridade de Sparrow e Gregg [11], mostram em detalhado estudo, os efeitos das propriedades variáveis sobre convecção natural laminar em placa plana vertical isotérmica, submersa em água. Esse trabalho utiliza informações sobre o comportamento

anômalo da água ao redor de 4°C , que sob certas condições causa reversão das forças de empuxo e até inversão convectiva (Gebhart e Mollendorf [23]). São adotadas expressões mais acuradas para o cálculo de μ^* , C_p^* , ρ^* e k^* da água que serão posteriormente utilizadas no decorrer deste trabalho de tese.

A solução por meio de similaridade fornece as seguintes conclusões para o campo de temperaturas entre 0 e 100°C :

* Para temperaturas de parede e do ambiente maiores que 20°C , a transferência de calor é predita pela solução de propriedades constantes com erro máximo de 5% se a temperatura de filme é utilizada como temperatura de referência. A temperaturas mais baixas, os erros com este procedimento são grandes.

* O efeito da variação das propriedades sobre os perfis de velocidade é grande e permanece importante se diferenças de temperatura ($T_w - T_{\infty}$) da ordem de 5 ou mais graus Celsius são impostas. Com relação ao perfil de temperatura essas diferenças já não são da mesma ordem, mesmo quando a diferença de temperatura é grande .

* É possível visualizar-se nesse trabalho a não simetria dos perfis de velocidade quando se inverte o potencial acionador; por exemplo de $T_w = 100^{\circ}\text{C}$ e $T_{\infty} = 0^{\circ}\text{C}$ para $T_w = 0^{\circ}\text{C}$ e $T_{\infty} = 100^{\circ}\text{C}$.

Ainda sobre água, um trabalho sobre convecção natural com T_{∞} igual a 4°C foi feito por Çoren [24], procurando respostas à

seguinte questão: O que acontece com o coeficiente de transferência de calor ao redor de 4°C quando se quer por exemplo congelar água ?

Aproximando o comportamento da densidade nessa região por uma parábola consegue-se equações de governo que como as obtidas por Sparrow e Gregg [10], aceitam solução por similaridade .

T_w pode variar nesse caso entre 0° e 8°C .

Conclui-se que para diferenças de temperatura da ordem de um grau Celsius, as correntes convectivas são significativamente reduzidas, quando comparadas àquelas presentes em água a 20°C .

Vanier e Tien [25] estenderam a solução de Goren, utilizando relações para a densidade obtidas com dados de Perry [26] que podem ser usadas quando T_w está na faixa entre 0 e 35°C .

Chamam a atenção para a possibilidade de fluxo reverso ocorrer nesta região, situação esta tratada em experimento por Scheter e Isbin [27], que consiste em se tendo T_w e T_{∞} ladeando a temperatura na qual ocorre a densidade máxima da água, a camada limite se dividir em dois escoamentos em sentido contrário.

Vanier [28] conclui que a formulação de camada limite neste caso é inadequada.

Poots e Ragett [29] ao estudarem o escoamento de água com propriedades variáveis entre placas planas paralelas, observaram que o principal efeito da variação das propriedades se localizou sobre o fluxo mássico . Por exemplo para o caso de escoamento do tipo Couette os dados obtidos pelo trabalho diferem dos encontrados pelo modelo de propriedades constantes em até 25% .

No caso de escoamento do tipo Poiseuille essas diferenças chegaram a mais de 16% .

Quando a condição de contorno especificada na placa é um determinado fluxo de calor, introduz-se uma dificuldade a mais no cálculo dos parâmetros de transferência pois, como a distribuição de temperatura da placa é uma das incógnitas, não se pode calcular de maneira simples uma temperatura de referência nos casos onde gradientes de temperatura gerados por elevados fluxos de calor forçam a levar-se em consideração a variação das propriedades do fluido.

Como uma solução por similaridade não é possível nestes casos (ver Shaukatullah e Gebhart [22]), esforços serão dirigidos no sentido de uma solução por diferenças finitas.

Para implementar essa solução necessita-se de informações sobre o domínio das equações diferenciais .

Qureshi e Gebhart [30] mostram em trabalho experimental que impondo fluxos de calor de até 4488 W/m^2 sobre placa plana submersa em água à temperatura ambiente entre 22 e 24°C , os resultados, no que diz respeito à seção laminar do escoamento, podem ser preditos com boa precisão usando-se o modelo de propriedades constantes.

Para a temperatura da placa, o ajuste dos dados experimentais por meio de $(T_w - T_\infty) \propto x^{0.2}$ é satisfatório, sendo considerada excelente a concordância com a solução por similaridade . É mostrado que o domínio da solução laminar depende do fluxo de calor imposto.

Ou seja, o processo de transição do escoamento laminar para turbulento depende do fluxo de calor, sendo que para $q_w =$

4488 W/m^2 está situado entre $Gr_f \cdot Pr = 1,2 \cdot 10^{19}$ e $Gr_f \cdot Pr = 4 \cdot 10^{19}$.

Ressaltando-se que durante os experimentos o valor máximo de $(T_w - T_\infty)$ alcançado foi $14,2^\circ\text{C}$, surge o interesse de investigar o comportamento do escoamento sob fluxos maiores que 4488 W/m^2 .

Sammakia e Gebhart [31 e 32] usando esquema explícito de diferenças finitas, investigaram o comportamento transiente da convecção natural em placa plana vertical submersa em ar [31] e água [32], levando-se em consideração a capacidade térmica da placa. No caso de água com $T_\infty = 20^\circ\text{C}$, tomaram como seção representativa do escoamento laminar, aquela representada por $Gr_f = 10^8$ tendo em vista os resultados de Qureshi e Gebhart [30]. Pelos resultados apresentados, com fluxo de calor em torno de 400 W/m^2 é suficiente definir-se a espessura máxima da camada limite com $Y = 25$, onde $Y = (y / x) \cdot [Gr_f]^{0.25}$.

Ao se impor sobre a placa fluxos de calor que ensejem o aparecimento da influência da variação das propriedades, surge também a preocupação de levar-se em conta os efeitos da radiação térmica sobre os parâmetros de transferência. Sammakia, Gebhart e Qureshi [33], abordam esse problema para ar na convecção natural em placa vertical. Os efeitos da radiação são introduzidos nas condições de contorno ao se estabelecer o balanço de energia sobre a placa. Embora seja investigado principalmente o comportamento transiente obtém-se a conclusão que para fluxos de calor da ordem de $565,8 \text{ W/m}^2$ que geram diferenças de temperatura da ordem de $95,9^\circ\text{C}$, o efeito da radiação quase não se faz sentir e pode ser desprezado.

CAPÍTULO 2 - EQUAÇÕES DE GOVERNO

2.1 Equações de Governo na forma dimensional

As equações diferenciais da conservação da massa, quantidade de movimento e energia, serão aplicadas ao problema da convecção natural em placa plana vertical semi-infinita, sob condições de temperatura ou fluxo de calor constantes na placa.

2.1.1 Hipóteses assumidas para a modelagem das equações diferenciais

- 1 Escoamento laminar em regime permanente
- 2 Fluxo bidimensional
- 3 propriedades variáveis com a temperatura
- 4 Os termos de dissipação viscosa, trabalho contra campo gravitacional e de pressão, são desprezados na equação da conservação da energia
- 5 Despreza-se os efeitos da radiação térmica

6 São incorporadas as aproximações de camada limite

2.1.2 Equação da conservação da massa

$$\partial(\rho^* u)/\partial x + \partial(\rho^* v)/\partial y = 0 \quad (3)$$

2.1.3 Equação da conservação da quantidade de movimento

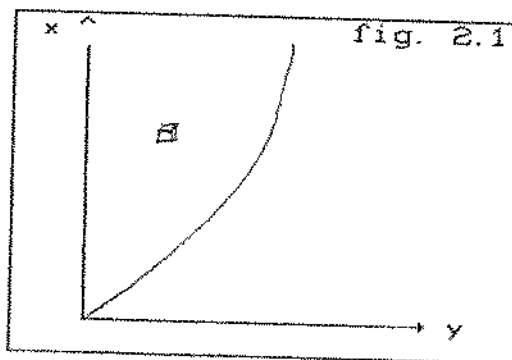
Em convecção natural o termo responsável pela movimentação do fluido depende da direção do fluxo de calor e do comportamento da densidade do fluido com a temperatura.

Caso 1 : $T_w > T_\infty$ ou q_w positivo

O balanço de forças gravitacionais e de pressão sobre o elemento estático gera :

$$\sum dF_x = -\rho^* \cdot g \cdot dV + \rho_\infty \cdot g \cdot dV$$

$$\sum dF_x = (\rho_\infty - \rho^*) \cdot g \cdot dV$$

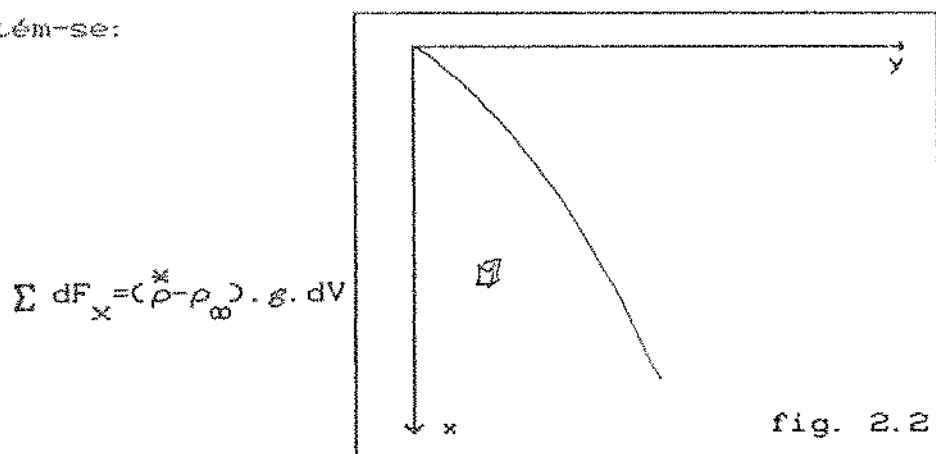


Onde dV é o volume infinitesimal do elemento de fluido. Nos casos onde a densidade é decrescente com a temperatura, o fluxo

de massa ocorrerá na direção positiva do eixo x como mostrado na figura 2.1 .

Caso 2: $T_w < T_\infty$ ou q_w negativo

Assumindo o mesmo comportamento para ρ^* e alterando-se a orientação do eixo coordenado x , conforme a figura 2.2 , obtém-se:



Assim a equação da conservação da quantidade de movimento poderá ser escrita para ambos os casos na forma :

$$\rho^* [u \cdot \partial u / \partial x + v \cdot \partial u / \partial y] = \pm g \cdot (\rho_\infty - \rho^*) + \partial (\mu \cdot \partial u / \partial y) / \partial y \quad (4)$$

Onde no termo gravitacional, (+) se aplica ao caso $T_w > T_\infty$ e (-) se $T_w < T_\infty$.

2.1.4 Equação de conservação da energia

$$\rho^* C_p^* [u \cdot \partial T / \partial x + v \cdot \partial T / \partial y] = \partial \cdot (k^* \cdot \partial T / \partial y) / \partial y \quad (5)$$

2.1.5 Condições de contorno

Caso placa isotérmica (CWT)

Em $y = 0$

$$T(x, 0) = T_w = \text{constante} \quad (6)$$

$$u(x, 0) = v(x, 0) = 0 \quad (7)$$

Em y tendendo para infinito

$$u(x, y) \rightarrow 0 \quad (8)$$

$$T(x, y) \rightarrow T_\infty \quad (9)$$

Caso fluxo de calor constante na placa (CWF)

Em $y = 0$

$$u(x, 0) = v(x, 0) = 0 \quad (10)$$

$$\left[\partial T / \partial y \right]_{y=0} = - (q_w / k_w) \quad (11)$$

q_w pode assumir valores positivos ou negativos .

Em y tendendo para infinito

$$u(x, y) \rightarrow 0 \quad (12)$$

$$T(x, y) \rightarrow T_{\infty} \quad (13)$$

Para os dois casos em $x = 0$:

$$u(0, y) = v(0, y) = 0 \quad (14)$$

$$T(0, y) = T_{\infty} \quad (15)$$

2.2 Adimensionalização das equações diferenciais

2.2.1 Caso 1 - Placa isotérmica (CWT)

Definindo um grupo apropriado de variáveis adimensionais, para as velocidades, temperatura e tempo, como em Hellums e Churchill [34] e usando-se o número de Grashof como em Shaukatullah e Gebhart [22] obtém-se :

$$X = x \cdot [g \cdot |\rho_w - \rho_{\infty}| / (\rho_w \cdot \nu_{\infty}^2)]^{1/3} = [Gr_x]^{1/3} \quad (16)$$

Por questões de simplicidade, $|\rho_w - \rho_{\infty}| / \rho_w = R_r$

onde $|\rho_w - \rho_{\infty}|$ é o potencial acionador do fenômeno, oriundo da diferença de temperatura entre o fluido e a placa. Assim :

$$x = X \cdot [\nu_{\infty}^{2/3} / (\epsilon \cdot R_r)^{1/3}] \quad (17)$$

Analogamente :

$$y = Y \cdot [\nu_{\infty}^{2/3} / (\epsilon \cdot R_r)^{1/3}] \quad (18)$$

Para as velocidades :

$$u = U \cdot [\epsilon \cdot \nu_{\infty} \cdot R_r]^{1/3} \quad (19)$$

$$v = V \cdot [\epsilon \cdot \nu_{\infty} \cdot R_r]^{1/3} \quad (20)$$

Com o objetivo de incluir já, nas equações (2) e (3) o pseudo transiente, o tempo será adimensionalizado da seguinte forma :

$$\tau [sg] = t \cdot [\nu_{\infty}^{1/3} / (\epsilon \cdot R_r)^{2/3}] \quad (21)$$

Para a temperatura

$$T = \theta \cdot (T_w - T_{\infty}) + T_{\infty} \quad (22)$$

Substituindo-se nas equações de governo 3, 4 e 5 obtém-se :

Conservação da massa

$$\partial.(\rho U) / \partial X + \partial.(\rho V) / \partial Y = 0 \quad (23)$$

Conservação da quantidade de movimento

$$\begin{aligned} \partial U / \partial t + U \cdot \partial U / \partial X + V \cdot \partial U / \partial Y = \frac{1}{Pr_f} \left(\frac{1}{\rho} - 1 \right) / R_f + \nu \cdot \partial^2 U / \partial Y^2 + \\ + \left[(\partial U / \partial Y) \cdot (\partial \mu / \partial Y) / \rho \right] \end{aligned} \quad (24)$$

Conservação da energia

$$\begin{aligned} \partial \theta / \partial t + U \cdot \partial \theta / \partial X + V \cdot \partial \theta / \partial Y = \left[\alpha \cdot \partial^2 \theta / \partial Y^2 + \right. \\ \left. + (\partial \theta / \partial Y) \cdot (\partial k / \partial Y) / \rho C_p \right] / Pr_\infty \end{aligned} \quad (25)$$

2.2.2 Caso 2 - Fluxo de calor constante na parede (CWF)

O procedimento para a adimensionalização das equações diferenciais segue aquele usado por Sammakia e Gebhart [31, pag 531] onde :

$$x = X \cdot \left[\nu_\infty^2 \cdot k_\infty / (\varepsilon \cdot \beta_\infty \cdot |q_w|) \right]^{1/4} \text{ ou } X = \left[Gr_f \right]^{1/4} \quad (26)$$

$$u = U \cdot \left[\nu_\infty^2 \cdot \varepsilon \cdot \beta_\infty \cdot |q_w| \cdot k_\infty \right]^{1/4} \quad (27)$$

$$T = \frac{1}{\varepsilon} \theta \cdot \left[\nu_\infty^2 \cdot |q_w|^3 \cdot / (\varepsilon \cdot \beta_\infty \cdot k_\infty^3) \right]^{1/4} + T_\infty \quad (28)$$

$$\tau = t \cdot \left[k_\infty / (\varepsilon \cdot \beta_\infty \cdot |q_w|) \right]^{1/2} \quad (29)$$

Note que $|q_w|$ nestas expressões é o valor em módulo

do fluxo de calor na placa . O sinal $\frac{+}{-}$ na adimensionalização da temperatura é usado de forma a manter θ positivo .

Substituindo nas equações (3) , (4) e (5) obtém-se :

Equação da continuidade

$$\partial . (\rho U) / \partial X + \partial . (\rho V) / \partial Y = 0 \quad (30)$$

Equação da conservação da quantidade de movimento

$$\begin{aligned} \partial U / \partial t + U . \partial U / \partial X + V . \partial U / \partial Y = \frac{+}{-} G^u . (1 / \rho - 1) + (\partial U / \partial Y) . (\partial \mu / \partial Y) / \rho + \\ + \nu . \partial^2 U / \partial Y^2 \end{aligned} \quad (31)$$

onde $G^u = \delta^{1/4} . k_{\infty}^{3/4} / (\beta_{\infty}^{3/4} . |q_w|^{3/4} . \nu_{\infty}^{1/2})$

Comparando-se (31) e (24) nota-se o aparecimento do grupamento adimensional G^u em substituição à $(1 / R_r)$.

Conservação da energia

$$\begin{aligned} \partial \theta / \partial t + U . \partial \theta / \partial X + V . \partial \theta / \partial Y = [\alpha . \partial^2 \theta / \partial Y^2 + \\ + (\partial k / \partial Y) . (\partial \theta / \partial Y) / \rho C_p] / Pr_{\infty} \end{aligned} \quad (32)$$

2.2.3 Condições de contorno

Em $Y = 0$

$$U(X,0) = V(X,0) = 0 \quad (33)$$

$$\text{Caso CWT} : \theta(X,0) = 1 \quad (34)$$

$$\text{Caso CWF} : \left[\frac{\partial \theta(X,Y)}{\partial Y} \right]_{Y=0} = - (k_{\infty} / k_w) \quad (35)$$

Em Y tendendo para infinito

$$U(X,Y) \rightarrow 0 \quad (36)$$

$$\theta(X,Y) \rightarrow 0 \quad (37)$$

Para os dois casos em $X = 0$

$$U(0,Y) = V(0,Y) = 0 \quad (38)$$

$$\theta(0,Y) = 0 \quad (39)$$

Devido aos pseudo transientes , define-se agora as "condições iniciais" .

Para $t = 0$

$$U(X,Y) = V(X,Y) = \theta(X,Y) = 0 \quad (40)$$

2.3 Parâmetros de Transferência

2.3.1 Placa isotérmica - (CWT)

O número de Nusselt local é definido por :

$$Nu_{r,x} = h \cdot x \cdot / k_r \quad (41)$$

Do balanço de energia na placa obtém-se :

$$h \cdot (T_w - T_\infty) = - k_w \cdot (\partial T / \partial y)_{y=0} \quad (42)$$

$$\text{Se } \theta = (T - T_\infty) / (T_w - T_\infty)$$

$$\text{Obtém-se : } h = - k_w \cdot (\partial \theta / \partial y)_{y=0} \quad (43)$$

Com isto :

$$Nu_{r,x} = - (k_w / k_r) \cdot (\partial \theta / \partial y)_{y=0} \cdot x \quad (44)$$

Normalizando x e y e tomando T_∞ como temperatura de referência :

$$Nu_{\infty,x} = - (k_w / k_\infty) \cdot (\partial \theta / \partial Y)_{Y=0} \cdot X \quad (45)$$

$$\text{onde } X = x \cdot [\nu_\infty^{2/3} / (g \cdot R_r)^{1/3}]$$

Com vistas à aferição do método numérico, pode-se comparar

com os valores obtidos por Shaukatullah e Gebhart [22], para água, assumindo que o método da similaridade seja exato. Assim o número de Nusselt exato pode ser descrito como em [22] por:

$$\left(Nu_{\frac{x}{\beta}} \right)_{sim} = \left[- \left(k_w \cdot \rho_w / k_{\infty} \cdot \rho_{\infty} \right) \cdot \phi'(\eta=0) \right] \cdot X^{3/4} \quad (46)$$

O termo contido entre colchetes é uma função de T_w , T_{∞} e do fluido de trabalho, e está tabelado em [22] para água .

Para o caso de placa isotérmica com propriedades constantes :

$$Nu_x = - \left(\partial\theta / \partial Y \right)_{Y=0} \cdot X \quad (47)$$

$$\text{onde } X = \left[g \cdot \frac{x}{\beta} \cdot (T_w - T_{\infty}) / \nu^2 \right]^{1/3} \cdot x$$

Usando a expressão obtida de Ostrach [8] e utilizando-se a expressão para X definida acima :

$$Nu_{x \text{ SIM}} = \phi'(\eta=0) \cdot 4^{-1/4} \cdot X^{3/4} \quad (48)$$

onde $\phi'(\eta=0)$ é função do número de Prandtl .

2.3.2 Fluxo de calor constante na placa (CWF)

O número de Nusselt é definido neste caso por :

$$Nu_{\infty} = h \cdot x / k_{\infty}$$

$$e \quad h = q_w / (T_w - T_{\infty})$$

Assim o número de Nusselt assume a seguinte forma :

$$Nu_{\infty} = (q_w / k_{\infty}) \cdot [x / (T_w - T_{\infty})]$$

Usando a normalização para CWF em x e $(T_w - T_{\infty})$ obtém-se :

$$Nu_{\infty} = X / \theta(X, Y=0) \quad (49)$$

Por similaridade, usando a expressão de Sparrow e Gregg [9] para a distribuição de temperatura na placa :

$$T_w - T_{\infty} = 5^{1/5} \phi(\eta=0) \cdot [g \cdot \beta_{\infty} \cdot q_w / (\nu_{\infty}^2 \cdot k_{\infty})]^{-1/5} \cdot (q_w / k_{\infty}) \cdot x^{1/5}$$

Normalizando-se x e $(T_w - T_{\infty})$ obtém-se :

$$\theta(X, Y=0)_{SIM} = 5^{1/5} \cdot \phi(\eta=0) \cdot X^{1/5} \quad (50)$$

onde $\phi(\eta=0)$ também é função do número de Prandtl

2.4 Expressões para as propriedades da água

Neste trabalho as propriedades da água são consideradas funções apenas da temperatura, desta forma limitando sua aplicação a pressões ao redor da atmosférica.

2.4.1 Densidade , ρ^*

Kell [36] analisou os dados disponíveis para a densidade da água entre 0 e 150°C e afirma que a melhor interpolação é dada pela seguinte forma :

$$\rho^* [\text{Kg/m}^3] = [a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 + a_4 T^4 + a_5 T^5] / (1+bT) \quad (51)$$

onde para T em Celsius

$$a_0 = 999,8396$$

$$a_1 = 18,224944$$

$$a_2 = - 7,92221 \cdot 10^{-3}$$

$$a_3 = - 5,544846 \cdot 10^{-5}$$

$$a_4 = - 1,497562 \cdot 10^{-7}$$

$$a_5 = - 3,932952 \cdot 10^{-10}$$

$$b = 1,8159725 \cdot 10^{-2}$$

De acordo com o autor, a acuidade desta correlação está dentro de 20 ppm .

2.4.2 Calor específico, $\overset{*}{C}_p$

Touloukian e Makita [37] recomendam a seguinte expressão polinomial para temperaturas entre 0 e 137°C :

$$\begin{aligned} \overset{*}{C}_p \text{ [W.sg / Kg. }^\circ\text{C] } = & 4,168 \cdot 10^3 \cdot [2,13974 - 0,68137 \cdot 10^{-3} \cdot T_A + \\ & + 2,69536 \cdot 10^{-5} \cdot T_A^2 - 2,42139 \cdot T_A^3] \end{aligned} \quad (52)$$

onde $T_A = 273,15 + T \text{ [}^\circ\text{C]}$

2.4.3 Condutividade térmica, $\overset{*}{k}$

Kell [36] indica a relação dada pela expressão (53), que na faixa de 0 a 300 Celsius apresenta desvios com relação a dados experimentais, da ordem de $\pm 2\%$.

$$\overset{*}{k} \text{ [W/m.k] } = ak_0 + ak_1 \cdot T_d + ak_2 \cdot T_d^2 + ak_3 \cdot T_d^3 + ak_4 \cdot T_d^4 \quad (53)$$

onde $T_D = (T + 273,15) / 273,15$ e

$$ak_0 = - 0,82247$$

$$ak_1 = 2,8395$$

$$ak_2 = - 1,8007$$

$$ak_3 = 0,52577$$

$$ak_4 = - 0,07344$$

2.4.4 Viscosidade , μ^*

De Meyers et al [38] obtém-se a expressão :

$$\mu^* \text{ [Kg /m.sg]} = 2,414 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{(247,8 / (T+ 193,5))} \quad (54)$$

Os desvios entre essa equação e dados experimentais estão dentro de $\pm 2,5\%$.

Essas expressões para as propriedades foram usadas no trabalho de Shaukatullah e Gebhart [22] para a solução por similaridade da convecção natural em placa isotérmica com propriedades variáveis .

Assim ao comparar-se o resultado numérico obtido pelo algoritmo para este caso, com os de similaridade ([22]) não se tem como componente do erro a influência de diferentes expressões

no cálculo das propriedades e desta forma, erros numéricos da ordem daqueles presentes nestas expressões são aceitáveis .

CAPITULO 3

DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS NORMALIZADAS

3.1 Análise das equações diferenciais

As aproximações de camada limite dão as equações de conservação um caráter parabólico na direção X, ou seja; o campo de velocidade e temperatura à jusante é definido pelas condições à montante. Nota-se o acoplamento das três equações e as não linearidades, fortalecidos devido à variação das propriedades. A introdução dos pseudo transientes como uma forma de relaxação, permitirá quando da discretização, uma linearização que promoverá um "enfraquecimento" do acoplamento. Isto possibilita um processo de marcha no "tempo", que conduz ao estabelecimento da solução de regime permanente para os pontos do domínio em questão.

3.2 Caso placa isotérmica (CWT)

3.2.1 Discretização da equação da conservação da energia

O pseudo transiente é tratado com a aproximação :

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)_{i+1,j} = [\theta_{i+1,j} - \theta_{i+1,j}^0] / \Delta t \quad (B5)$$

Nos termos de transporte convectivo axial adota-se o diferenciamento unilateral quadrático à montante .

$$(U. \partial\theta / \partial X)_{i+1,j} = U_{i+1,j} \cdot [3.\theta_{i+1,j} - 4.\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j}] / 2DX \quad (56)$$

No caso de se estar computando a 1^a linha de cálculo (i = 1)

$$(\partial\theta / \partial X)_{2,j} = [\theta_{2,j} - \theta_{1,j}] / DX \quad (57)$$

Das condições de contorno $\theta_{1,j} = 0$ logo

$$(U. \partial\theta / \partial X)_{2,j} = [U_{2,j} \cdot \theta_{2,j}] / DX \quad (58)$$

Para $V. \partial\theta / \partial Y$, usando diferença central

$$(V. \partial\theta / \partial Y)_{i+1,j} = V_{i+1,j} \cdot [\theta_{i+1,j+1} - \theta_{i+1,j-1}] / 2DY \quad (59)$$

Observe que começando-se o processamento pelo cálculo de $\theta_{i+1,j}$, não se conhece os valores das velocidades naquele "tempo". Assim as velocidades $U_{i+1,j}$ e $V_{i+1,j}$ são aproximadas por $U_{i+1,j}^o$ e $V_{i+1,j}^o$ respectivamente, que são valores disponíveis ou calculados do "tempo anterior" e que satisfazem a equação da continuidade.

Os termos de difusão de energia empregam também o diferenciamento central

$$\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right)_{i+1,j} = \left[\theta_{i+1,j+1} - 2.\theta_{i+1,j} + \theta_{i+1,j-1} \right] / (DY)^2 \quad (60)$$

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{i+1,j} = \left(\theta_{i+1,j+1} - \theta_{i+1,j-1} \right) / (2.DY) \quad (61)$$

Substituindo essas expressões em (25) obtém-se :

$$\begin{aligned} & \left[\theta_{i+1,j} - \theta_{i+1,j}^o \right] / Dt + \\ & + U_{i+1,j}^o \cdot \left[3.\theta_{i+1,j} - 4.\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j} \right] / (2DX) + \\ & + V_{i+1,j}^o \cdot \left[\theta_{i+1,j+1} - \theta_{i+1,j-1} \right] / (2DY) - \\ & - (1/Pr_{\infty}) \cdot \alpha_{i+1,j} \cdot \left[\theta_{i+1,j+1} - 2.\theta_{i+1,j} - \theta_{i+1,j-1} \right] / (DY)^2 - \\ & - \left[(\partial k / \partial Y) / \rho C_p \right]_{i+1,j} \cdot \left[\theta_{i+1,j+1} - \theta_{i+1,j-1} \right] / (2.Pr_{\infty} \cdot DY) = 0 \end{aligned} \quad (62)$$

Adota-se no cálculo das propriedades dependentes da temperatura e suas derivadas valores referentes ao "tempo" anterior, evitando-se com isso as não linearidades contidas nos termos difusivos.

Colocando-se em evidência as incógnitas obtém-se :

$$A_{j-1} \cdot \theta_{i+1,j-1} + B_{j-1} \cdot \theta_{i+1,j} + C_{j-1} \cdot \theta_{i+1,j+1} = F_{j-1} \quad (63)$$

onde:

$$A_{j-1} = (XY / 2 \cdot Pr_{\infty}) \cdot [(\partial k / \partial Y) / \rho C_p]_{i+1,j}^{\circ} - (XY/2) \cdot V_{i+1,j}^{\circ} - (XY/2) \cdot \alpha_{i+1,j}^{\circ} \quad (64)$$

$$C_{j-1} = 0,5 \cdot XY \cdot V_{i+1,j}^{\circ} - (XY/2) \cdot \alpha_{i+1,j}^{\circ} \quad (65)$$

Se $i > 1$:

$$B_{j-1} = Xt + [2 \cdot (XY/2) \cdot \alpha_{i+1,j}^{\circ}] / Pr_{\infty} + 1,5 \cdot U_{i+1,j}^{\circ} \quad (66)$$

e

$$F_{j-1} = Xt \cdot \theta_{i+1,j}^{\circ} + 0,5 \cdot U_{i+1,j}^{\circ} \cdot [4 \cdot \theta_{i,j}^{\circ} - \theta_{i-1,j}^{\circ}] \quad (67)$$

Se $i = 1$

$$B_{j-1} = Xt + 2 \cdot (XY/2) \cdot \alpha_{2,j}^{\circ} + U_{2,j}^{\circ} \quad (68)$$

e

$$F_{j-1} = (Xt) \cdot \theta_{2,j}^{\circ} \quad (69)$$

3.2.2 Discretização da conservação da quantidade de movimento

A discretização será conduzida de maneira análoga à da energia no que diz respeito às derivadas parciais das velocidades. A não linearidade contida no termo de transporte $(U \cdot \partial U / \partial X)_{i+1,j}$ será tratada usando-se o valor de $U_{i+1,j}^0$ em substituição a $U_{i+1,j}$. Satisfazendo a equação da continuidade, $V_{i+1,j}^0$ será a aproximação de $V_{i+1,j}$ em $(V \cdot \partial U / \partial Y)_{i+1,j}$. Assim de (24) obtém-se :

$$A_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j-1} + B_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j} + C_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j+1} = F_{j-1}^u \quad (70)$$

onde :

$$A_{j-1}^u = - (XY \cdot V_{i+1,j}^0) / 2 - XY 2 \cdot v_{i+1,j} + XY \cdot [(\partial \mu / \partial Y) / 2\rho]_{i+1,j} \quad (71)$$

$$C_{j-1}^u = (XY \cdot V_{i+1,j}^0) / 2 - XY 2 \cdot v_{i+1,j} - XY \cdot [(\partial \mu / \partial Y) / 2\rho]_{i+1,j} \quad (72)$$

Se $i > 1$

$$B_{j-1}^u = 1,5 \cdot U_{i+1,j}^0 + 2 \cdot XY 2 \cdot v_{i+1,j} + Xt \quad (73)$$

e

$$F_{j-1}^u = X_t \cdot U_{i+1,j}^o + U_{i+1,j}^o \cdot [4 \cdot U_{i,j} - U_{i-1,j}] / 2 \pm \\ \pm (DX / R_r) \cdot (1/\rho_{i+1,j} - 1) \quad (74)$$

Se $i = 1$

$$B_{j-1}^u = U_{2,j}^o + 2 \cdot (XY) \cdot v_{2,j} + X_t \quad (75)$$

e

$$F_{j-1}^u = X_t \cdot U_{2,j}^o \pm (DX / R_r) \cdot (1/\rho_{2,j} - 1) \quad (76)$$

3.2.3 Discretização da equação da continuidade

Se $i = 1$ e $j = 2$

$$V_{2,2} = - YX \cdot U_{2,2} \quad (77)$$

Se $i = 1$ e $j > 2$

$$V_{2,j} = [4 \cdot (\rho V)_{2,j-1} - (\rho V)_{2,j-2} - 2 \cdot YX \cdot (\rho U)_{2,j}] / (3 \cdot \rho_{2,j}) \quad (78)$$

Se $i > 1$ e $j = 2$

$$V_{i+1,2} = [4.(\rho U)_{i,2} - 3.(\rho U)_{i+1,2} - (\rho U)_{i-1,2}] / (2.XY. \rho_{i+1,2})$$

(79)

Se $i > 1$ e $j > 2$

$$V_{i+1,j} = \{ 4.(\rho V)_{i+1,j-1} - (\rho V)_{i+1,j-2} - \\ - YX. [3.(\rho U)_{i+1,j} - 4.(\rho U)_{i,j} + (\rho U)_{i-1,j}] \} / (3. \rho_{i+1,j})$$

(80)

3.3 Caso fluxo de calor constante na placa (CWF)

3.3.1 Discretização da equação da continuidade

É idêntica à do caso CWT

3.3.2 Discretização da equação da conservação da quantidade de movimento

A diferença entre as equações (24) e (31) reside no aparecimento de G^u no lugar de $(1/R_r)$. Assim também nas

equações (74) e (76) , $(1 / R_r)$ será substituído por G^u .

Os coeficientes $(A, B, C)_{j-1}$ são idênticos aos do caso da placa isotérmica (CWT) .

3.3.3 Discretização da equação da energia

Como a condição de contorno no caso CWF em $Y=0$ é definida em termos da derivada da temperatura, para a montagem da matriz térmica faz-se necessário exprimir $\theta_{i+1,1}$ em função de $\theta_{i+1,2}$ e $\theta_{i+1,3}$.

O balanço de energia na placa estabelece que :

$$(\partial T / \partial y)_{y=0} = - (q_w / k_w) \quad (81)$$

Usando para T e y , a normalização para CWF :

$$T = \frac{1}{\beta_\infty} \theta \cdot [\nu_\infty^2 \cdot | q_w^3 | / (\varepsilon \cdot \beta_\infty \cdot k_\infty^3)]^{1/4} + T_\infty \quad (82)$$

$$y = Y \cdot [\nu_\infty^2 \cdot k_\infty / (\varepsilon \cdot \beta_\infty \cdot | q_w |)]^{1/4} \quad (83)$$

Substituindo no balanço de energia na placa , obtém-se para

o caso geral de propriedades variáveis :

$$(\partial\theta/\partial Y)_{Y=0} = - (k_{\infty} / k_w) \quad (84)$$

A derivada $(\partial\theta/\partial Y)_{Y=0}$ pode ser aproximada por diferenciamento unilateral quadrático :

$$(\partial\theta/\partial Y)_{Y=0} = [4.\theta_{i+1,2} - 3.\theta_{i+1,1} - \theta_{i+1,3}] / (2.DY) \quad (85)$$

Portanto o balanço de energia na placa assume a seguinte feição :

$$4.\theta_{i+1,2} - 3.\theta_{i+1,1} - \theta_{i+1,3} = - 2.(DY).(k_{\infty} / k_w)$$

e daí :

$$\theta_{i+1,1} = [2.DY.(k_{\infty} / k_w) + 4.\theta_{i+1,2} - \theta_{i+1,3}] / 3 \quad (86)$$

A seguir a variável $\theta_{i+1,1}$ é substituída quando da montagem da primeira linha da matriz térmica ($j = 2$) .

Da expressão geral (63) :

$$A_1 \cdot \theta_{i+1,1} + B_1 \cdot \theta_{i+1,2} + C_1 \cdot \theta_{i+1,3} = F_1 \quad (87)$$

Substituindo-se $\theta_{i+1,1}$ pela expressão (86) :

$$A_1 \cdot [2 \cdot DY \cdot (k_\infty / k_w) + 4 \cdot \theta_{i+1,2} - \theta_{i+1,3}] / 3 + B_1 \cdot \theta_{i+1,2} + C_1 \cdot \theta_{i+1,3} = F_1$$

Agrupando os coeficientes obtém-se :

$$[B_1 + (4/3) \cdot A_1] \cdot \theta_{i+1,2} + [C_1 - (A_1 / 3)] \cdot \theta_{i+1,3} = F_1 - (2/3) \cdot A_1 \cdot DY \cdot (k_\infty / k_w) \quad (88)$$

Ou seja , para $j = 2$:

$$B'_1 = B_1 + (4/3) \cdot A_1 \quad (89)$$

$$C'_1 = C_1 - (A_1 / 3) \quad (90)$$

$$F'_1 = F_1 - (2/3) \cdot DY \cdot (k_\infty / k_w) \cdot A_1 \quad (91)$$

A primeira linha da matriz térmica (CWF) fica sendo :

$$B'_1 \cdot \theta_{i+1,2} + C'_1 \cdot \theta_{i+1,3} = F'_1 \quad (02)$$

Note que :

*Os coeficientes A_{j-1} , B_{j-1} , C_{j-1} e F_{j-1} possuem a mesma forma daqueles definidos para o caso CWT .

*A razão (k_m / k_w) no caso de propriedades variáveis não é conhecida quando da execução da matriz térmica, o que é contornado por sua substituição pelo valor referente ao "tempo" anterior, isto é $(k_m / k_w)^0$.

3.4 Descrição do algoritmo

3.4.1 Caso CWT - propriedades constantes

Ao se executar a discretização das equações diferenciais da quantidade de movimento e energia , são geradas as seguintes expressões :

para a energia :

$$A_{j-1} \cdot \theta_{i+1,j-1} + B_{j-1} \cdot \theta_{i+1,j} + C_{j-1} \cdot \theta_{i+1,j+1} = F_{j-1} \quad (03)$$

para a quantidade de movimento :

$$A_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j-1} + B_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j} + C_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j+1} = F_{j-1}^u \quad (94)$$

Encarando o fenómeno sob o ponto de vista físico, pode-se afirmar que de maneira geral as espessuras das camadas limite não são iguais. Mas para o início do cálculo assume-se que sejam de mesma ordem, quaisquer que sejam o número de Prandtl, a diferença de temperatura e o fluido de trabalho. Da literatura (ver Gebhart e Samakia [32]) obtém-se valores para uma primeira aproximação na definição do domínio XY.

Procede-se a divisão do domínio, gerando uma malha cujas células tem DX e DY por dimensões; onde :

$$DX = X_{max} / NPX \quad \text{e} \quad DY = Y_{max} / NPY \quad \text{sendo} \quad NPX \quad \text{e} \quad NPY \quad \text{o} \quad \text{número} \quad \text{de} \quad \text{divisões} \quad \text{em} \quad X \quad \text{e} \quad Y \quad \text{respectivamente} .$$

Assuma por exemplo que em $i = 1$ o cálculo da primeira linha da matriz térmica admita somente 4 pontos no interior da camada limite térmica .

para $j = 2$

$$A_1 \cdot \theta_{2,1} + B_1 \cdot \theta_{2,2} + C_1 \cdot \theta_{2,3} = F_1 \quad (95)$$

$j = 3$

$$A_2 \cdot \theta_{2,2} + B_2 \cdot \theta_{2,3} + C_2 \cdot \theta_{2,4} = F_2 \quad (96)$$

$$j = 4$$

$$A_3 \cdot \theta_{2,3} + B_3 \cdot \theta_{2,4} + C_3 \cdot \theta_{2,5} = F_3 \quad (97)$$

Aplicando-se as condições de contorno para $Y = 0$ ($j = 1$) e $Y = \omega$ ($j = 5$), define-se as relações :

$$B_1 \cdot \theta_{2,2} + C_1 \cdot \theta_{2,3} + 0 = F_1 - A_1 \quad (98)$$

$$A_2 \cdot \theta_{2,2} + B_2 \cdot \theta_{2,3} + C_2 \cdot \theta_{2,4} = F_2 \quad (99)$$

$$A_3 \cdot \theta_{2,3} + B_3 \cdot \theta_{2,4} + 0 = F_3 \quad (100)$$

Na forma matricial fica :

$$\begin{bmatrix} B_1 & C_1 & 0 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ 0 & A_3 & B_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_{2,2} \\ \theta_{2,3} \\ \theta_{2,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 - A_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (101)$$

A matriz formada por $(A, B, C)_j$ é tridiagonal, possibilitando a utilização do algoritmo denominado TDMA (ver Jaluria [35]). Deve-se ressaltar que na partida, os coeficientes A, B, C e F são obtidos através dos valores das velocidades e temperaturas gerados pelas condições de contorno e "iniciais".

Procede-se depois do cálculo da primeira matriz térmica

$[\theta_{2,j}]$, que representa a primeira aproximação dos valores a serem obtidos em regime permanente, a montagem da matriz dinâmica. Usando-se os valores de $[\theta_{2,j}]$ mais as condições de contorno e "iniciais" para o campo de velocidades obtém-se :

$$\begin{bmatrix} B_1^U & C_1^U & 0 \\ A_2^U & B_2^U & C_2^U \\ 0 & A_3^U & B_3^U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{2,2} \\ U_{2,3} \\ U_{2,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1^U \\ F_2^U \\ F_3^U \end{bmatrix} \quad (102)$$

Resolvendo também por TDMA, têm-se agora valores de $[U_{2,j}]$ para esse "tempo". Levando-os à equação da continuidade obtém-se $[V_{2,j}]$.

Faz-se então de $\theta_{2,j}$, $U_{2,j}$ e $V_{2,j}$, os novos valores de $[\theta, U, V]_{2,j}^0$, passando-se ao cálculo de nova matriz térmica $[\theta_{2,j}]$.

Esse procedimento é repetido até a convergência, para a obtenção das incógnitas $U_{2,j}$, $V_{2,j}$, $\theta_{2,j}$ e propriedades.

No caso de fluxo de calor constante na placa (CWF) a temperatura da placa também é uma das incógnitas.

3.4.2 Caso CWF - propriedades variáveis

Assumindo novamente 4 pontos dentro da camada limite térmica obtém-se :

$$\begin{bmatrix} B'_1 & C'_1 & 0 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ 0 & A_3 & B_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{2,2} \\ \theta_{2,3} \\ \theta_{2,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F'_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (103)$$

+ Na partida para o cálculo da primeira linha ($i = 1$), $[k_w / k_w]^\circ$ é tomado como igual à 1 (um). Para o cálculo das linhas subsequentes ($i > 1$) o valor inicial é o da linha imediatamente anterior em regime permanente .

+ A partir do momento que se obtém os valores de $\theta_{2,2}$ a $\theta_{2,jmax}$ pela resolução por TDMA, procede-se o cálculo de todas as propriedades e derivadas envolvidas, o que fornece informações para a geração da matriz dinâmica, do cálculo de $V_{2,j}$ pela continuidade e da próxima matriz térmica.

+ Os resultados intermediários no "tempo", quando do cálculo de uma certa linha ($i + 1$), nada representam em termos do comportamento transiente do fluido até alcançar-se regime permanente, expresso pela imutabilidade das variáveis. Dessa forma estes valores são desprezados quando da passagem de uma linha de cálculo para outra, usando-se no cálculo dos coeficientes apenas os valores comprometidos com a hipótese de regime permanente. Ou seja, as condições iniciais são colocadas

na seguinte forma para $i > 1$:

$$U_{i+1,j}^{\circ} = U_{i,j}$$

$$V_{i+1,j}^{\circ} = V_{i,j}$$

$$\theta_{i+1,j}^{\circ} = \theta_{i,j}$$

o mesmo se dando com as propriedades e suas derivadas .

CAPITULO 4

RESULTADOS NUMÉRICOS E DISCUSSÃO

4.1 Teste do algoritmo

Com o objetivo de se estabelecer o grau de acuidade do algoritmo, adota-se como referência problemas que tenham solução por similaridade, sendo interpretado como erros os desvios em relação a essas soluções.

Os principais parâmetros a serem comparados são o número de Nusselt no caso de placa isotérmica e temperatura da placa no caso de fluxo de calor constante. Para placa isotérmica e propriedades constantes, utiliza-se na comparação do número de Nusselt a solução obtida por Ostrach [8]. No caso de placa isotérmica e propriedades variáveis o número de Nusselt é comparado com a solução de Shaukatullah e Gebhart [22]. Para o caso de placa submetida a fluxo de calor e propriedades constantes, compara-se a distribuição de temperatura da placa com a solução de Sparrow e Gregg [9]. Será usada uma discretização com 100 divisões em X e Y, ou seja $NPX = NPY = 100$. A relaxação será obtida com $NPT = 20$, sendo o "tempo" máximo igual a 300. A altura da placa nos três casos abaixo será $X_{MAX} = 100$ e a espessura máxima da camada limite será tomada por $Y = 20$.

A tabela 4.1 apresenta as temperaturas adimensionais obtidas pelo algoritmo numérico e por similaridade.

Como se pode ver o distanciamento da ponta da placa é

acompanhado a por uma diminuição do erro quando se compara com a solução de similaridade. Esse comportamento foi também observado por Jaluria e Torrance [35], para o caso da convecção forçada sobre placa plana e por Sammakia e Gebhart [31], para convecção natural em placa vertical usando o método explícito descrito em Carnahan *et al* [19].

Tabela 4.1

fluxo de calor constante e propriedades constantes

$$Pr_{\infty} = 10,0$$

X_f	$\theta_w - SIM$	$\theta_w - NUM$	ERRO %
1	1,0588	0,8176	22,78
20	1,9277	1,8927	1,81
40	2,2144	2,1861	1,27
60	2,4014	2,3763	1,04
80	2,5437	2,5205	0,91
100	2,6598	2,6381	0,81

As tabelas 4.2 e 4.3 consideram os casos da placa isotérmica com propriedades constantes e variáveis respectivamente .

Comparando-se os resultados das tabelas 4.1 e 4.2 nota-se que o comportamento do erro a menos da 1^a linha de cálculo é análogo ao encontrado no caso anterior embora o módulo deste seja menor. Credita-se esse comportamento ao fato que nos casos onde o fluxo de calor é especificado como condição de contorno, é inserida no algoritmo (na matriz térmica) uma aproximação a mais, referente à discretização da derivada da temperatura em $Y=0$.

Tabela 4.2

Placa isotérmica e propriedades constantes

$Pr = 10,0$

X	Nu_{SIM}	Nu_{NUM}	ERRO %
1	0,8268	1,2903	56,04
20	7,6202	7,9280	1,37
40	13,1520	13,2607	0,82
60	17,8263	17,9322	0,59
80	22,1190	22,2191	0,45
100	26,1485	26,2401	0,35

Tabela 4.3

placa isotérmica e propriedades variáveis

$T_w = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ e $T_\infty = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, $Pr_\infty = 6,88$ (água)

X	Nu_{SIM}	Nu_{NUM}	Erro %
1	0,8992	1,4566	56,24
20	8,5041	8,5736	0,81
40	14,3022	14,3606	0,40
60	19,3852	19,4284	0,22
80	24,0533	24,0786	0,10
100	28,4353	28,4404	0,01

As expressões referentes às soluções de similaridade foram obtidas em [9] , [4] e [22] . Novamente o comportamento do

erro é no sentido de diminuir quando se distancia da ponta da placa ($X = 0$).

Observando-se os resultados apresentados nas três tabelas pode-se afirmar que a ordem de grandeza do erro em todos os casos é inferior a 2% para $X > 20$ e sempre inferior a 1% para $X = 100$ ($Gr_f = 10^8$), sob esta malha de 100×100 elementos .

Assim pode-se esperar que o erro cometido no caso da fluxo uniforme com propriedades variáveis seja também da ordem de 1% a partir de $X = 100$.

4.2 Aplicação ao caso de fluxo de calor constante na placa e propriedades variáveis

Os gráficos agora apresentados evidenciam a influência da variação das propriedades sobre o escoamento no caso de placa submetida a fluxo de calor constante .

A comparação se faz utilizando o algoritmo numérico tanto para o caso de propriedades constantes (CFP) como para propriedades variáveis sob vários fluxos de calor . Não é utilizada a solução por similaridade de Sparrow e Gregg [9] para o cálculo dos perfis . No caso de propriedades constantes esses cálculos são executados por um algoritmo adaptado daquele usado para os casos de propriedades variáveis .

Os gráficos 1 e 2 mostram a influência da variação das propriedades sobre o perfil $U (X = 100 , Y)$ para $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ e 50°C respectivamente .

Constata-se que quando o fluido é aquecido pela placa, há um

aumento da velocidade máxima do perfil acompanhado de uma diminuição da espessura da camada limite hidrodinâmica e do deslocamento da velocidade máxima na direção da placa quando se compara à solução de propriedades constantes . O resfriamento do fluido por sua vez promove o comportamento inverso no sentido de camadas limite mais espessas, menores velocidades máximas e deslocamento das mesmas para longe da placa. No gráfico 1 verifica-se aumentos na velocidade máxima do perfil de U da ordem de até 30% .

Os gráficos 3 e 4 descrevem o perfil de θ ($X = 100$, Y) para as temperaturas T_{∞} já citadas . Como era de se esperar, escoamentos mais vigorosos originados quando a placa aquece o fluido convectam a energia oriunda da mesma de forma mais eficiente produzindo temperaturas e espessuras de camada limite térmica menores . Ao contrário se a placa resfria o fluido (gráfico 4), o comportamento da camada limite térmica é no sentido de aumentar os níveis da temperatura θ e sua espessura. Novamente a influência da variação das propriedades em relação à solução de propriedades constantes (CFP) é maior para o gráfico 3 ($T_{\infty} = 20^{\circ}\text{C}$) .

Os gráficos 5 , 6 , 7 e 8 são ampliações localizadas de gráficos de velocidade no sentido de se observar a influência da variação das propriedades sobre a velocidade máxima dos perfis quando a placa aquece ou resfria a água .

O que se nota em termos percentuais nos gráficos 5 e 6 ($T_w > T_{\infty}$), é uma maior sensibilidade a essas variações para temperaturas T_{∞} mais baixas, no caso 20°C . Essa tendência embora de forma mais reservada se manifesta também nos gráficos 7 e 8

para o caso de resfriamento ($T_w < T_\infty$).

Pode-se afirmar que nestes aspectos o comportamento dos perfis de temperatura e velocidade é qualitativamente semelhante ao caso de placa isotérmica abordado em Shaukatullah e Gebhart [22].

As considerações até agora tecidas em torno dos perfis de temperatura θ e velocidade U podem ser estendidas ao longo de toda a placa?

Os gráficos 9 e 10 mostram que do ponto de vista da temperatura da placa $\theta(X, Y = 0)$, o comportamento no que diz respeito à aquecimento ou resfriamento é análogo ao encontrado na seção $X = 100$.

Ou seja, maiores velocidades em camadas limite menos espessas conduzem à temperaturas de placa menores em todo o domínio X . Ao contrário, no resfriamento do fluido é sensato esperar maiores temperaturas $\theta(X, Y = 0)$.

Essas tendências para $U(X = 100, Y)$, $\theta(X = 100, Y)$ e $\theta(X, Y = 0)$, acompanham o módulo do fluxo de calor no sentido de que maiores fluxos de calor (positivos ou negativos) implicam em maiores afastamentos do modelo de propriedades constantes.

O gráfico 11 analisa para $T_\infty = 50^\circ\text{C}$ e $Y = 3$ o comportamento da distribuição da velocidade U ao longo da placa. Nota-se que até certo X as curvas correspondentes à resfriamento apontam velocidades U mais altas que no aquecimento. Isto pode ser explicado se considerarmos que um dos efeitos do aquecimento é produzir camadas limite mais delgadas. Assim pode haver regiões ao longo da placa partindo da extremidade $X = 0$, onde devido à isso, a velocidade em $Y = 3$ apresenta-se menor para o caso de

fluxo de calor positivo .

No gráfico 12 aparece de forma acentuada a questão da espessura da camada limite térmica. Note que até $X = 10$ aproximadamente, nos casos de propriedades constantes e fluxo de calor positivo, a camada limite térmica praticamente não chega à $Y = 3$, enquanto que para os casos de fluxo de calor negativo os valores para $\theta (X , Y = 3)$ nesta região são muito maiores indicando camadas limite térmicas mais espessas .

Os gráficos 13 e 14 para $U (X , Y = 2)$ e $\theta (X , Y = 2)$ com T_w igual à 20°C apresentam um comportamento semelhante ao observado nos gráficos 11 e 12 .

Definindo um fator de correção para a temperatura da placa ao longo de X da forma :

$$FT_w = \theta (X , Y = 0) / \theta (X , Y = 0)_{SIM}$$

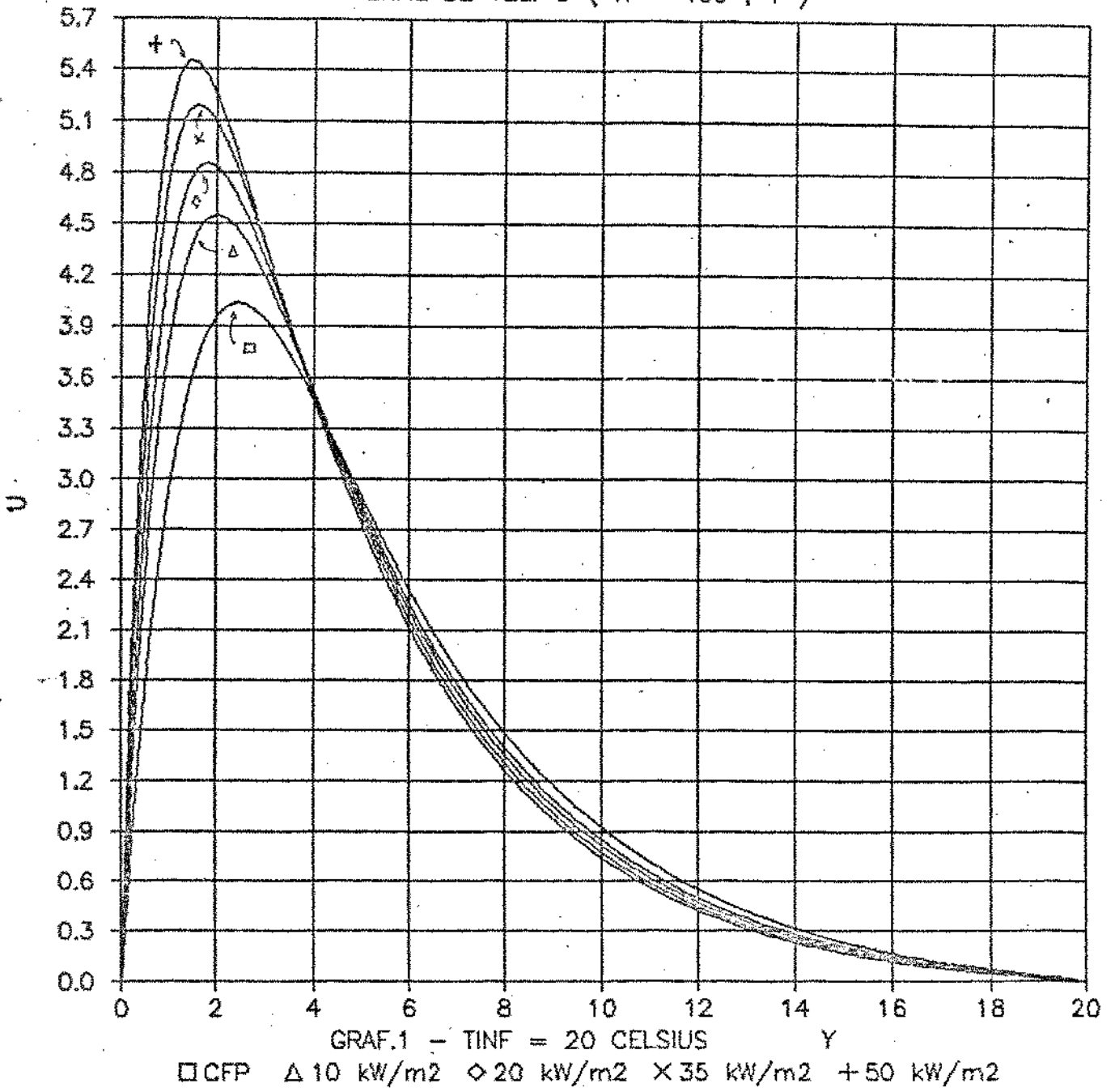
onde $\theta (X , Y = 0)_{SIM}$ é calculada pela equação (50), o afastamento com relação à solução de similaridade pode ser visualizado em gráficos como os de número 15 e 16 .

Novamente (gráfico 15) para o caso do fluido estar sendo aquecido pela placa a influência da variação das propriedades se dá de forma mais intensa para a temperatura ambiente mais baixa (20°C).

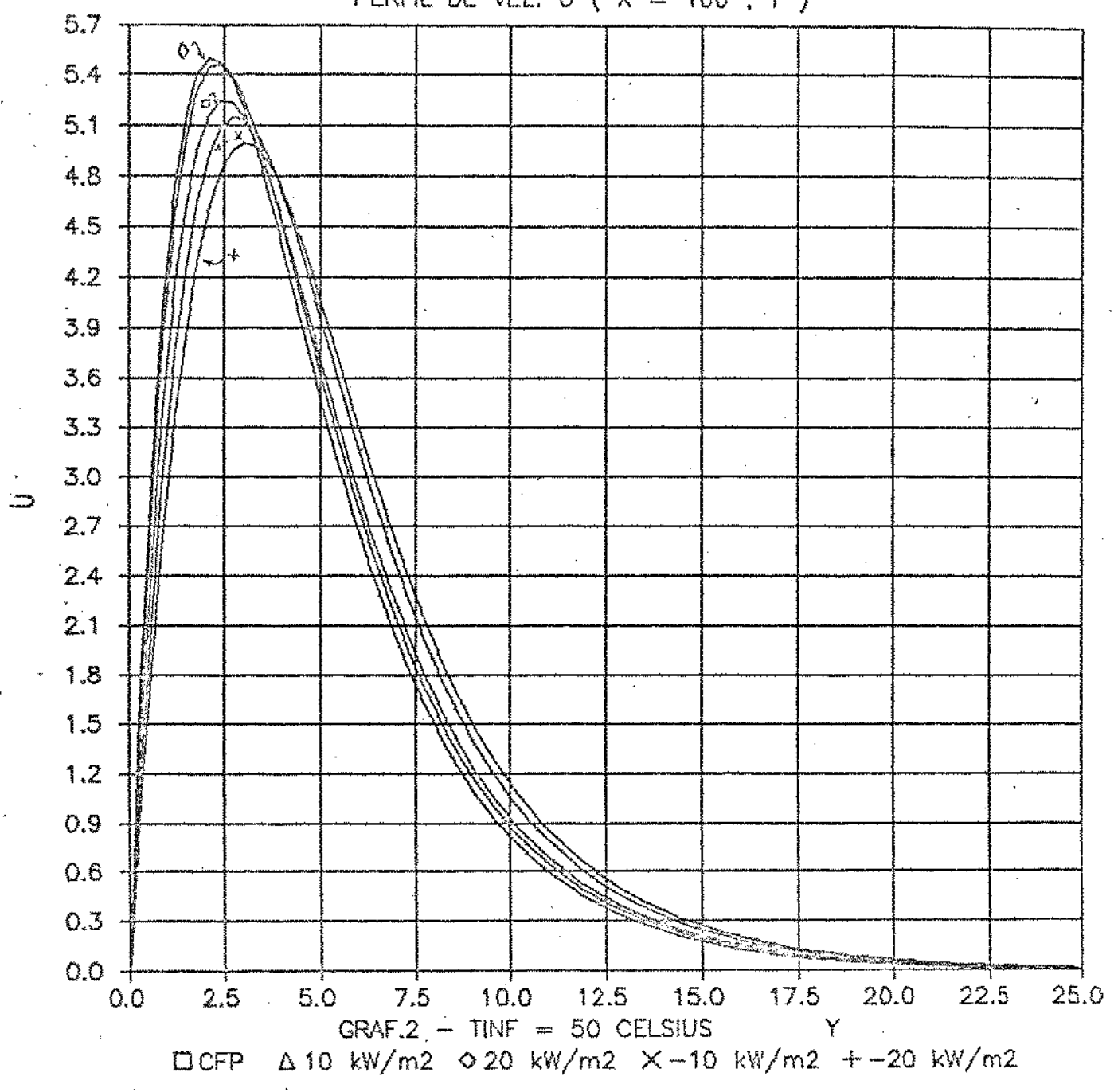
O gráfico 16 mostra que o afastamento da solução de similaridade quando se resfria água é maior do que aquele verificado no aquecimento, chegando a atingir valores da ordem de 20% .

O gráfico 17 confirma que também para o caso de resfriamento em se tratando da temperatura da placa, a influência da variação das propriedades é no sentido de maiores afastamentos da solução de propriedades constantes para temperaturas mais baixas, no caso 50 °C .

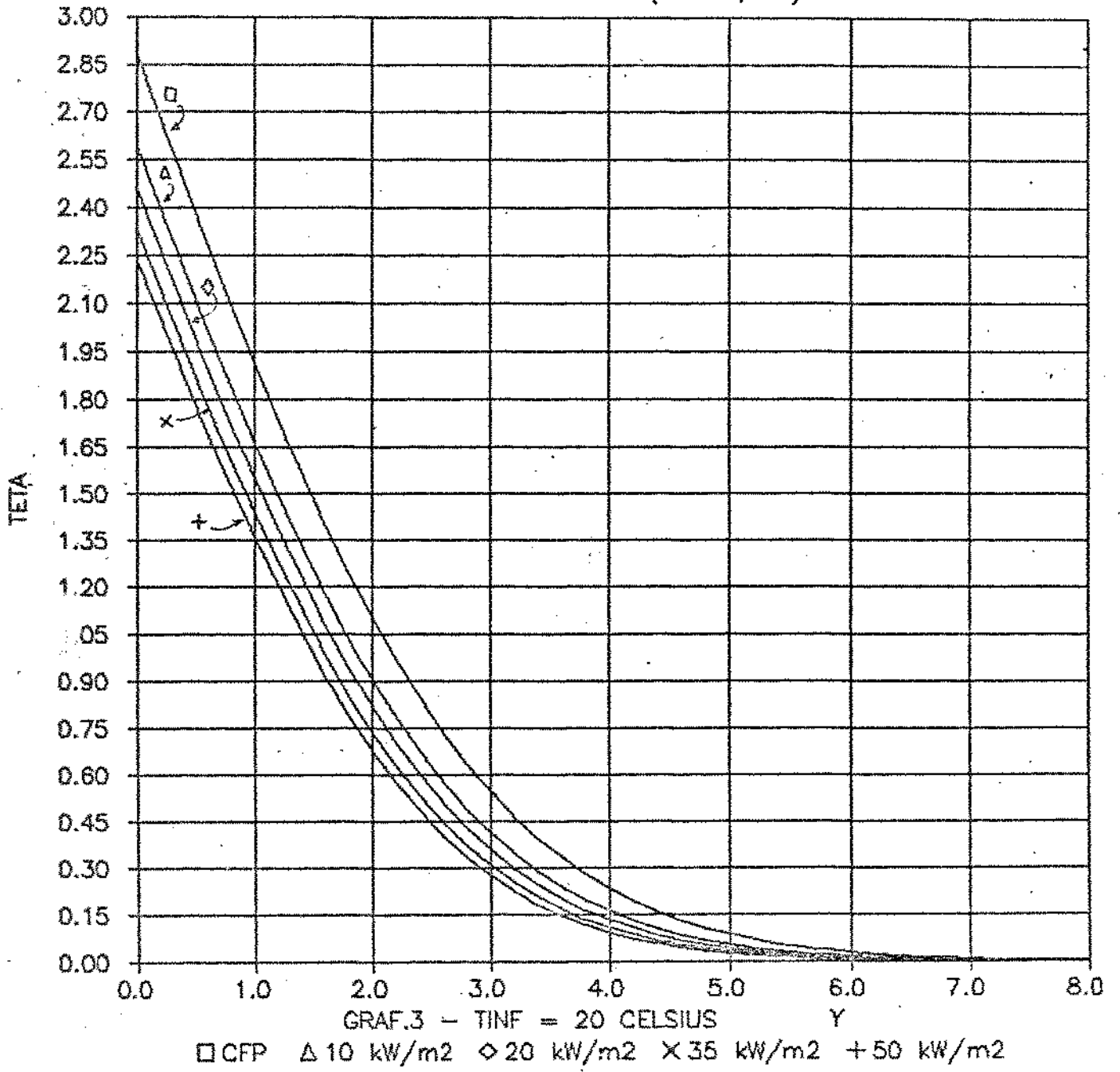
PERFIL DE VEL. U (X = 100 , Y)



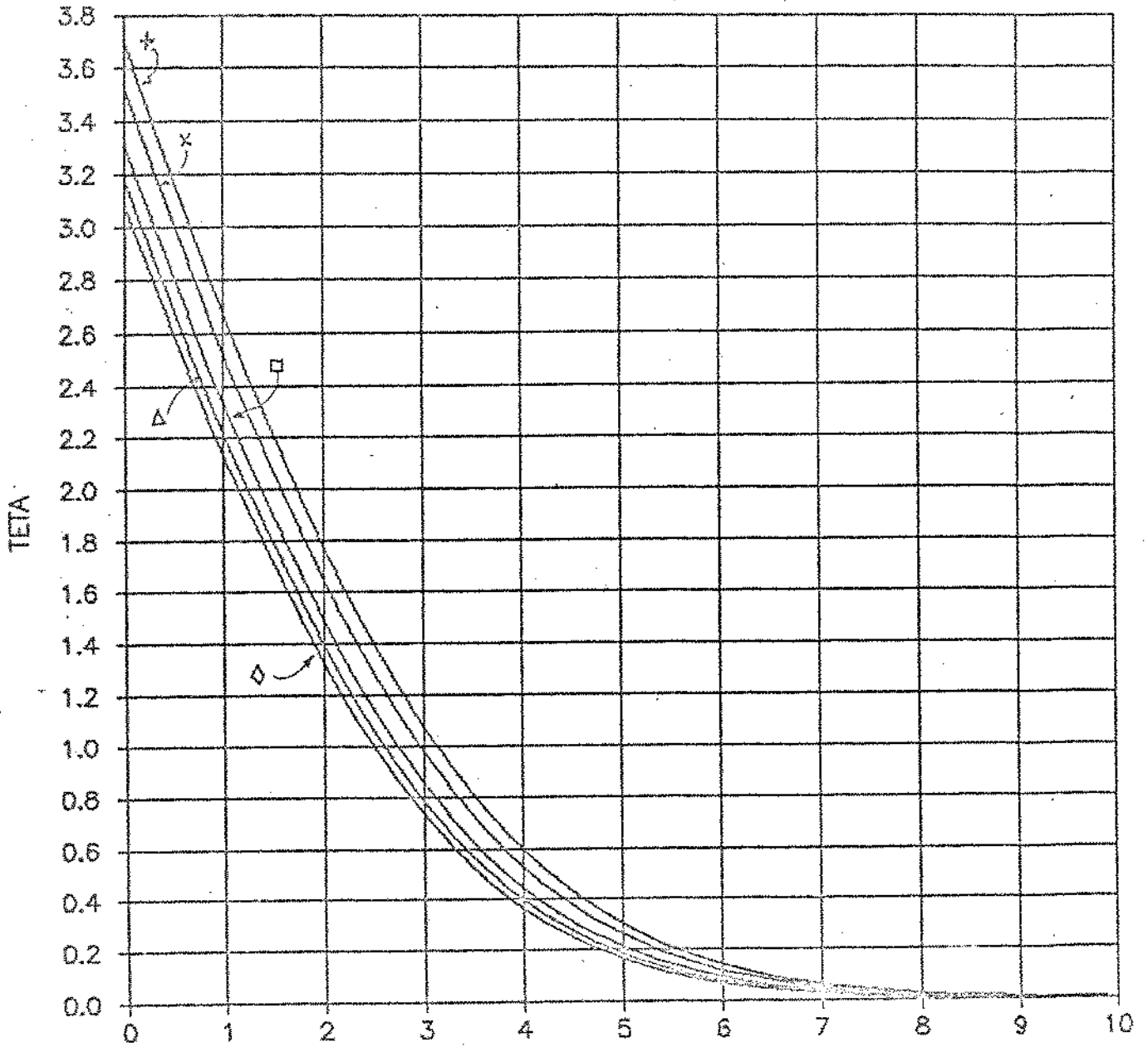
PERFIL DE VEL. U (X = 100 , Y)



PERFIL DE TEMP. TETA (100 , Y)



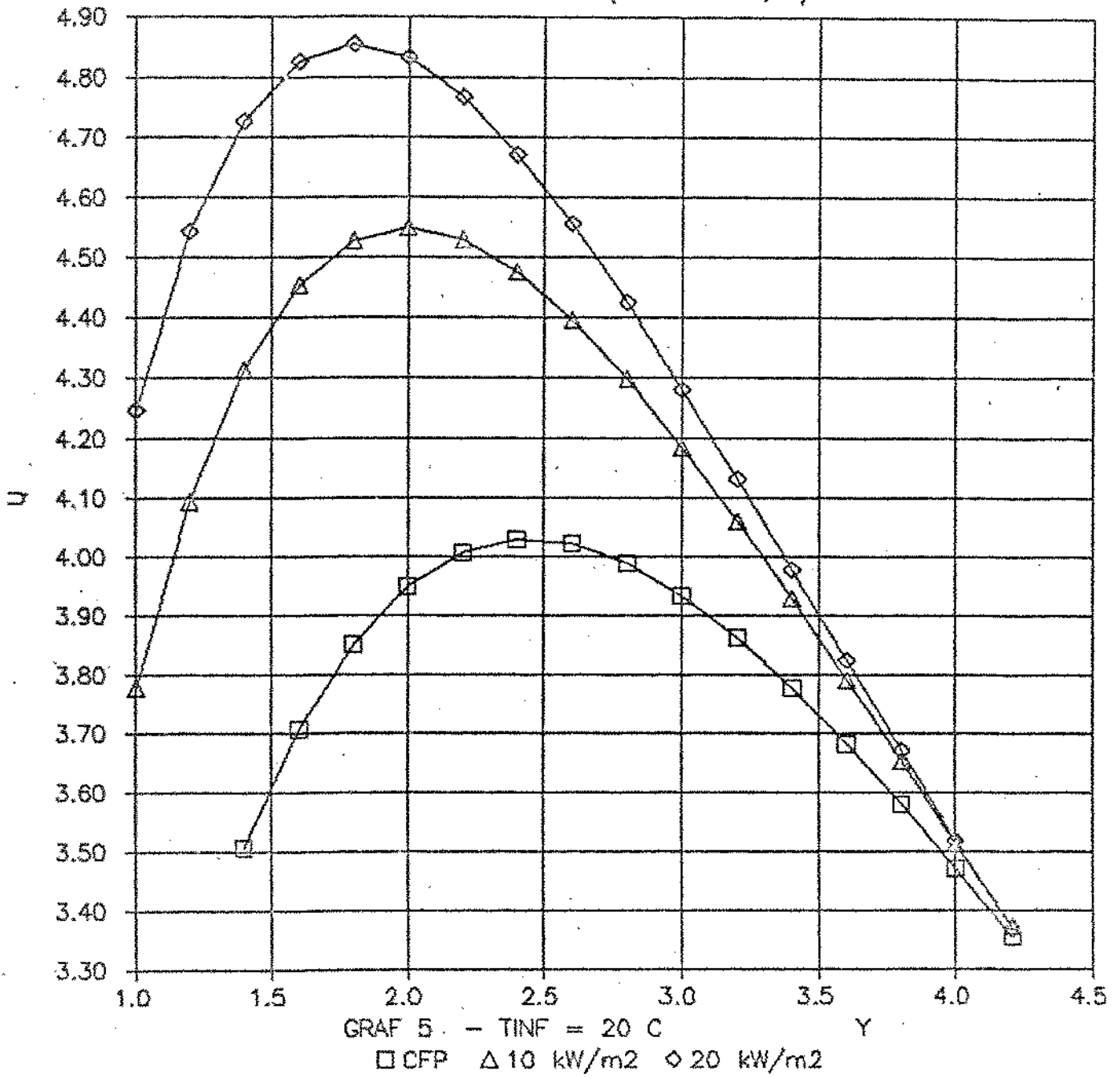
PERFIL DE TEMP. TETA(X=100,Y)



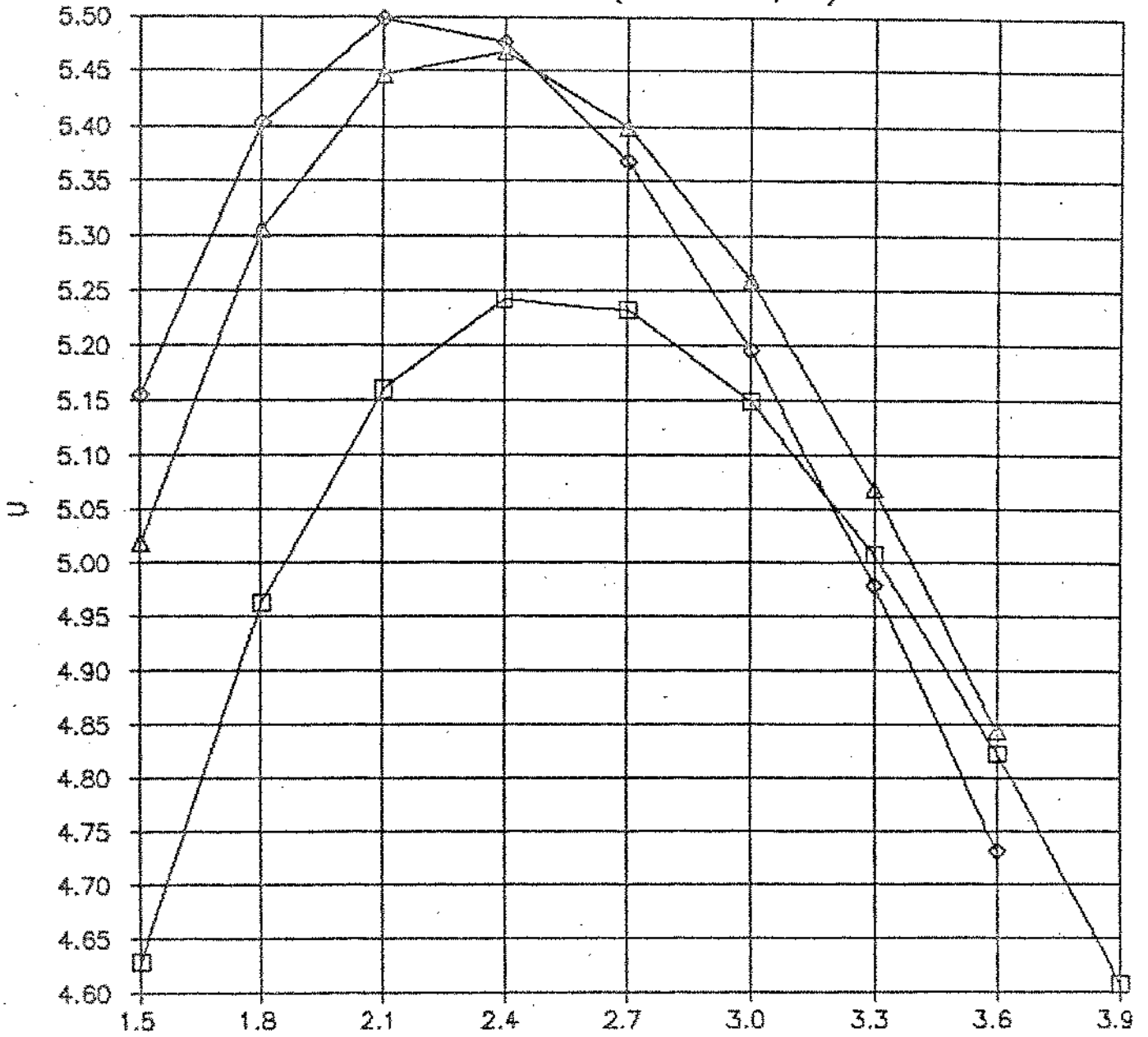
GRAF.4 - TINF = 50 CELSIUS

□ CFP Δ 10 kW/m² ◇ 20 kW/m² × -10 kW/m² + -20 kW/m²

AMPLIACAO DE U (X = 100 , Y)



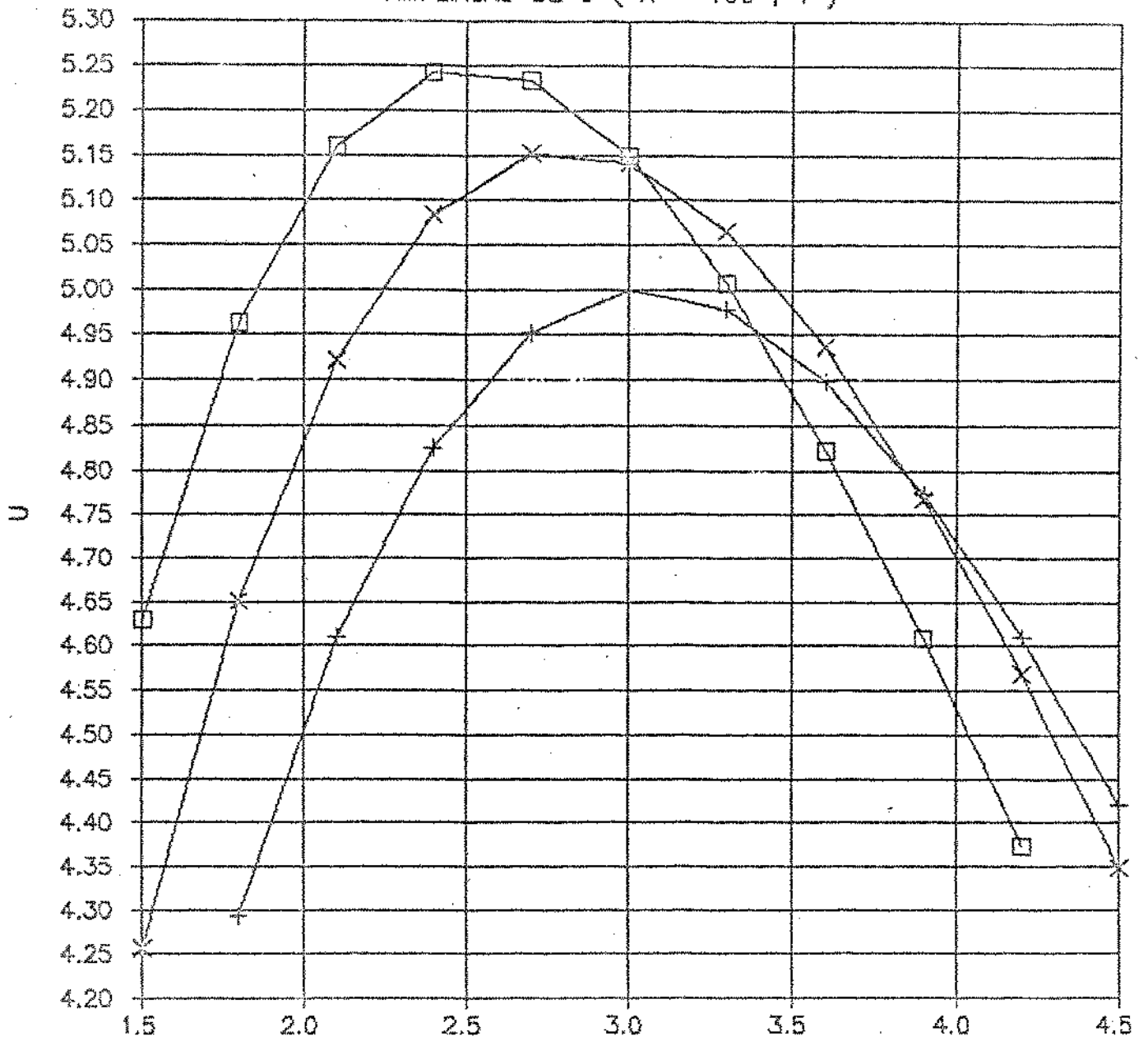
AMPLIACAO DE U (X = 100 , Y)



GRAF 6 - TINF = 50 C

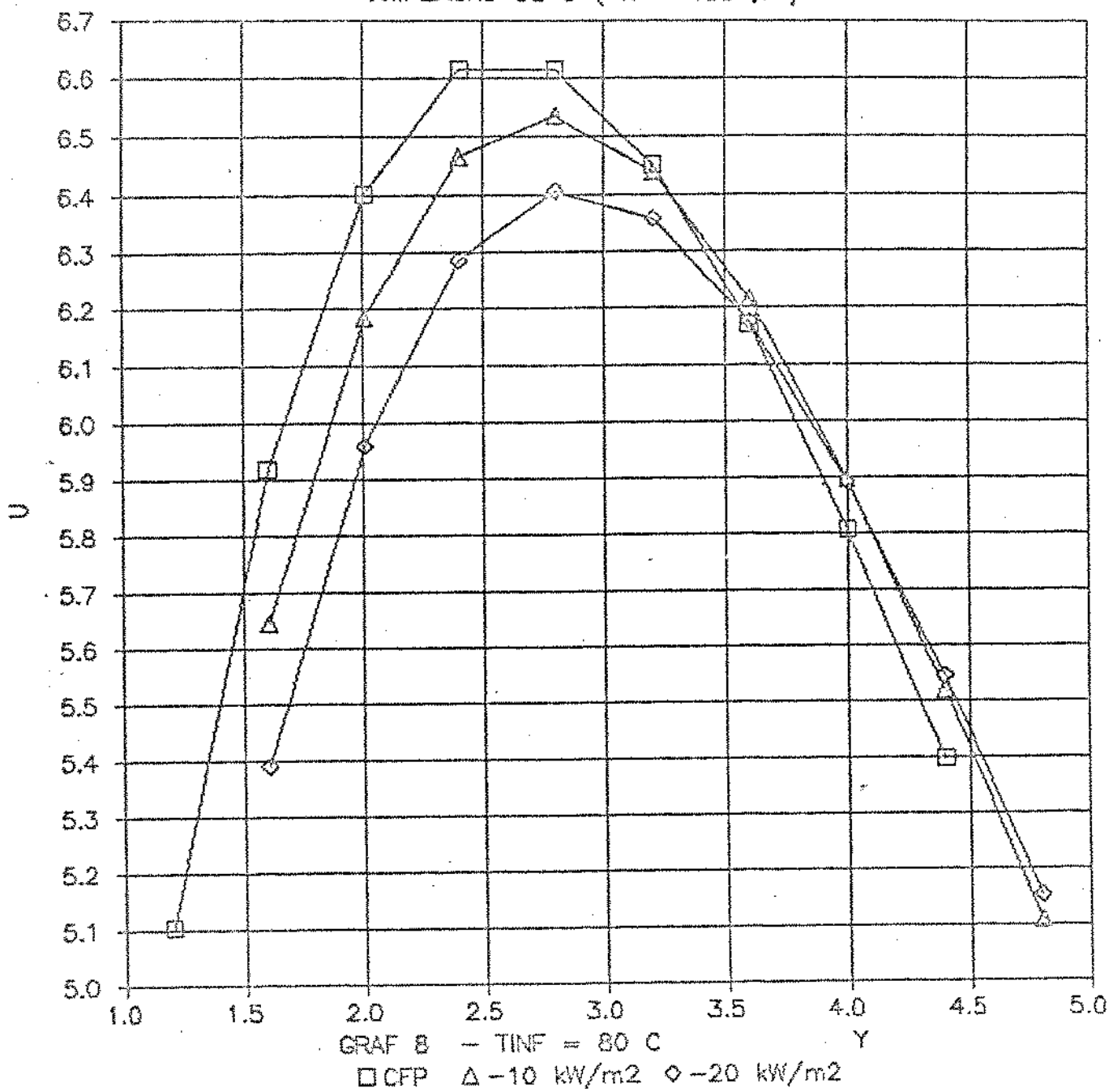
□ CFP △ 10 kW/m² ◇ 20 kW/m²

AMPLIACAO DE U (X = 100 , Y)

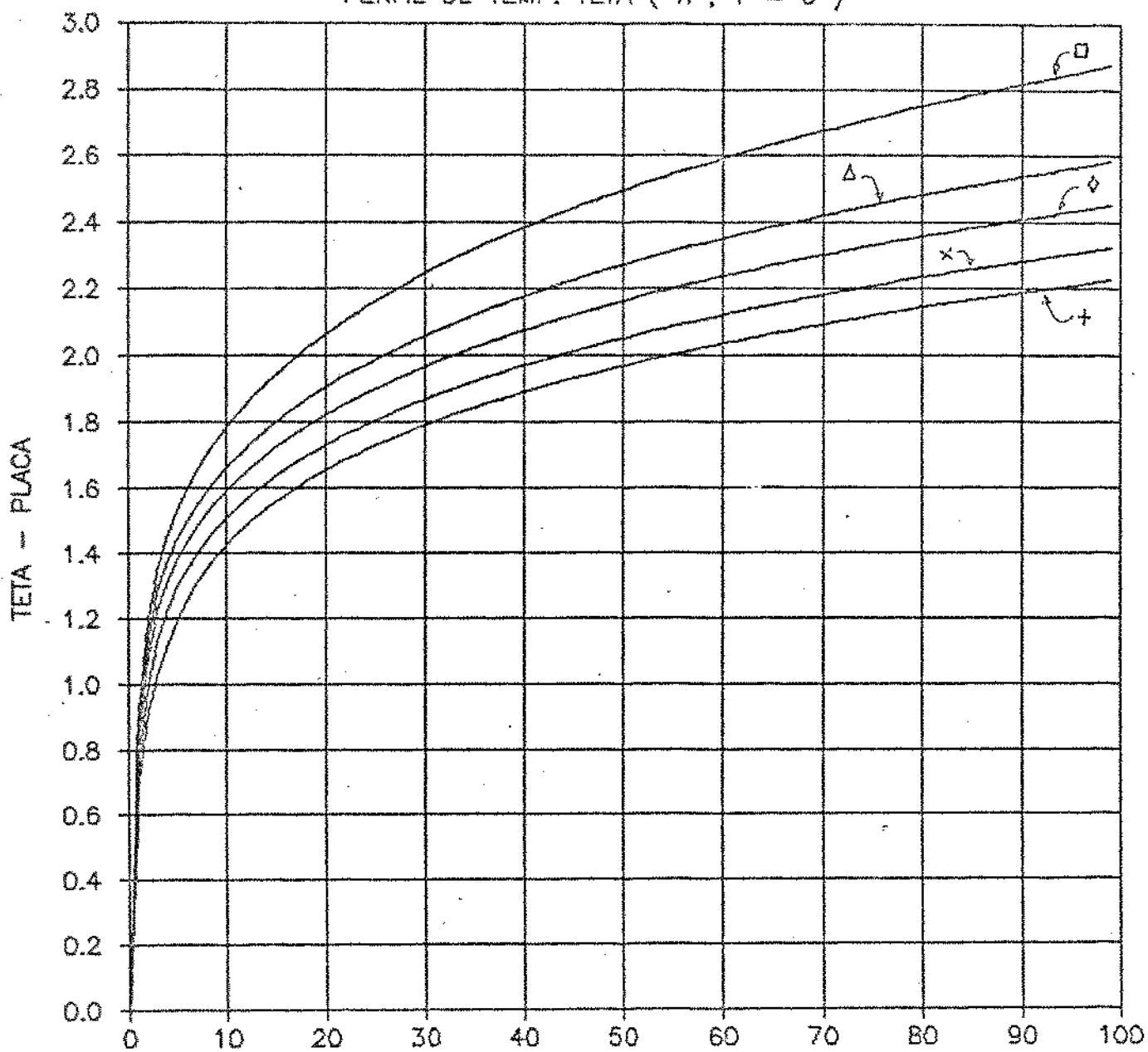


GRAF 7 - TINF = 50 C
 □ CFP x -10 kW/m² + -20 kW/m²

AMPLIACAO DE U (X = 100 , Y)

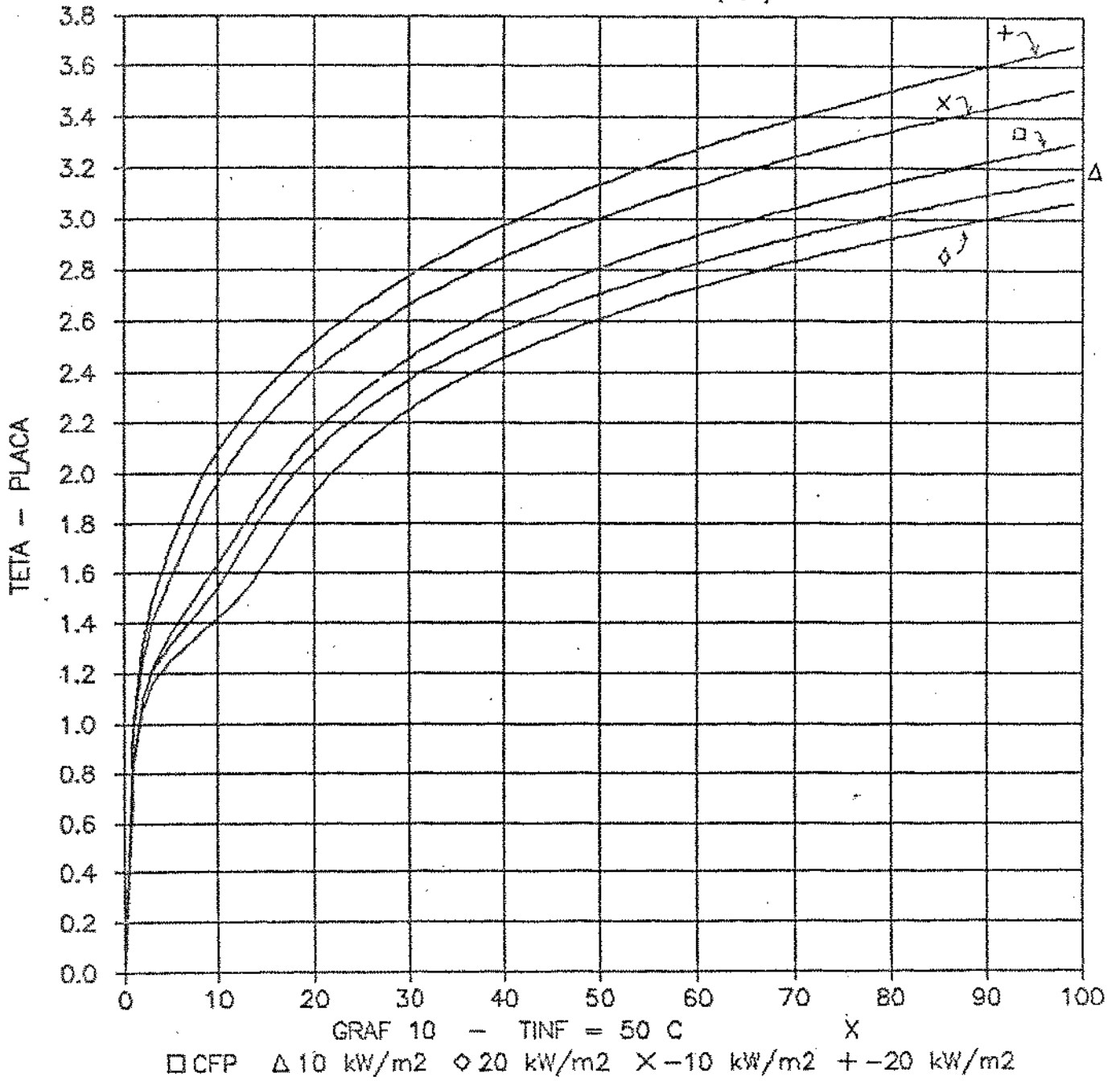


PERFIL DE TEMP. TETA (X , Y = 0)

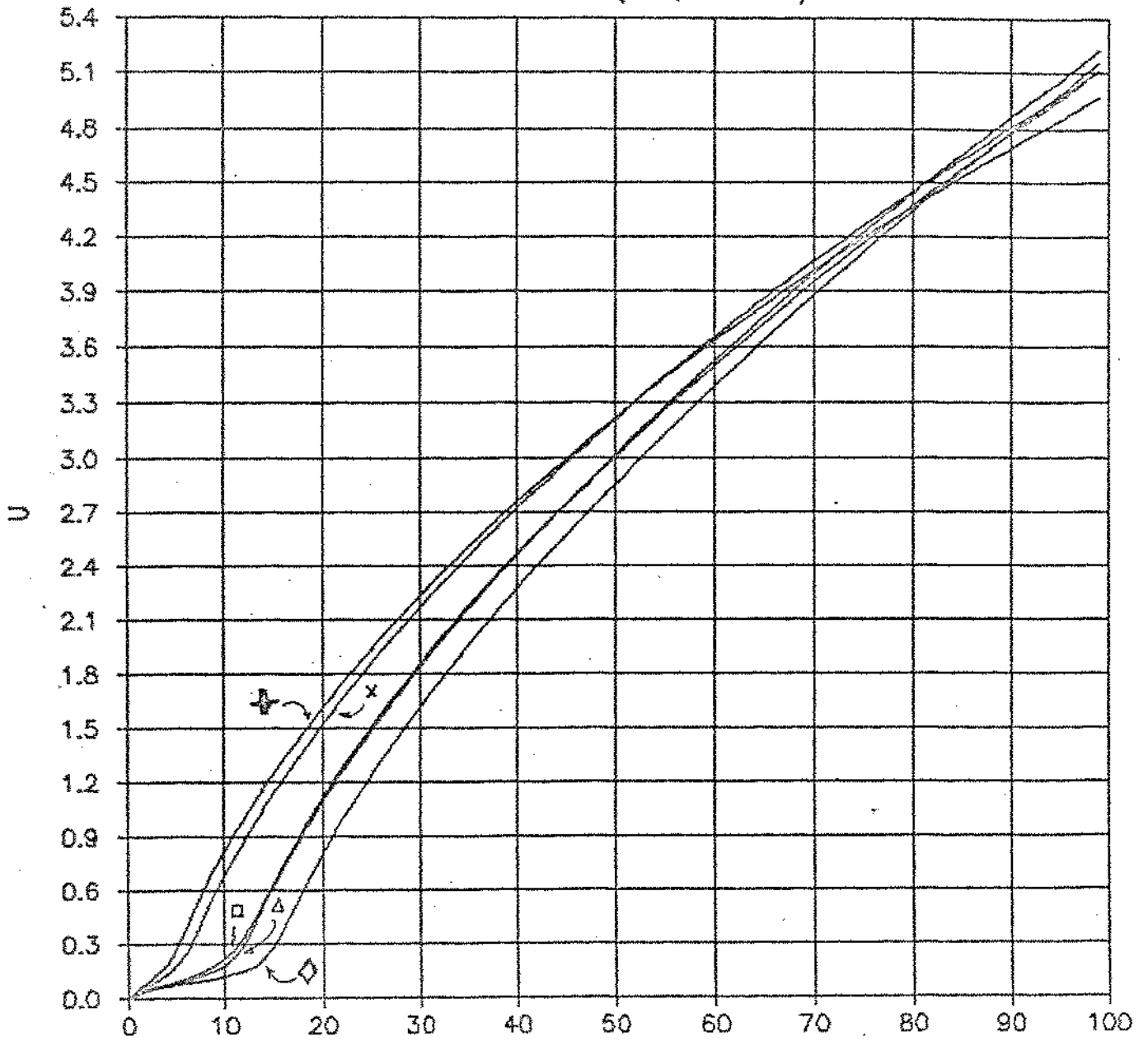


GRAF 9 - TINF = 20 C X
 □ CFP Δ 10 kW/m² ◇ 20 kW/m² × 35 kW/m² + 50 kW/m²

PERFIL TEMP.DE PLACA TETA(X,0)

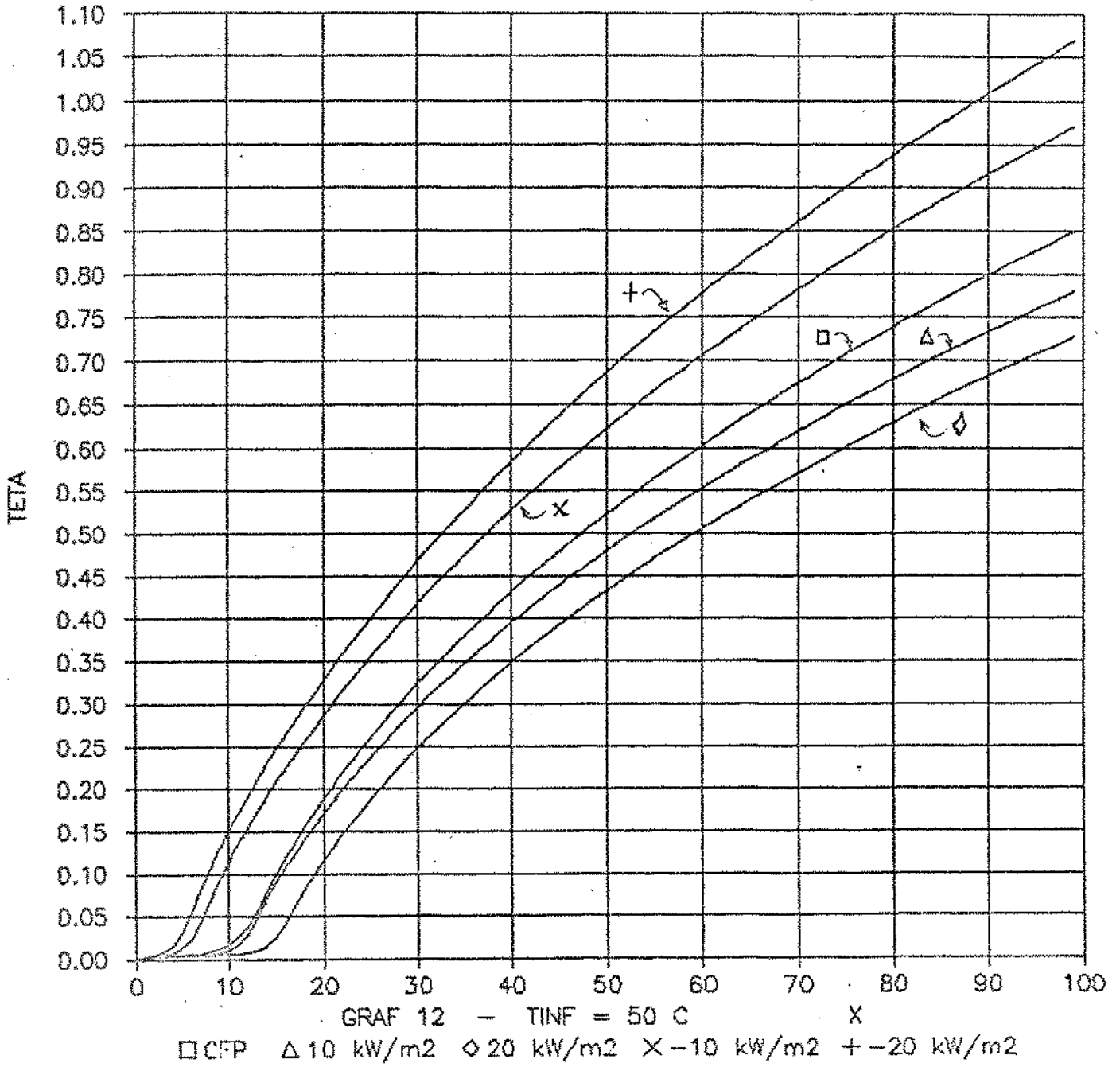


PERFIL DA VEL. U (X , Y = 3)

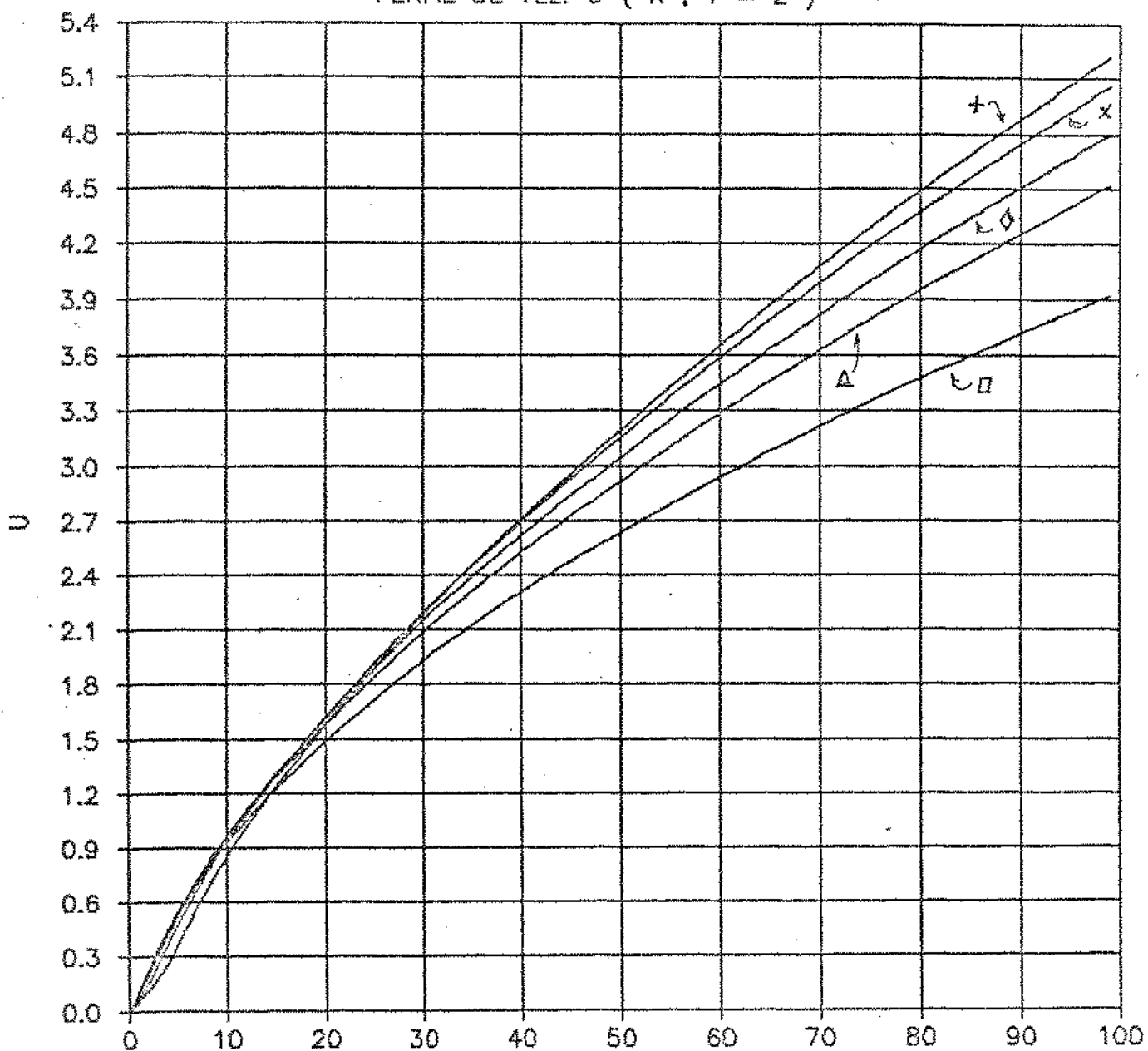


GRAF 11 - TINF = 50 C
 □ CFP △ 10 kW/m² ◇ 20 kW/m² × -10 kW/m² + -20 kW/m²

PERFIL DE TEMP. TETA (X , Y = 3)

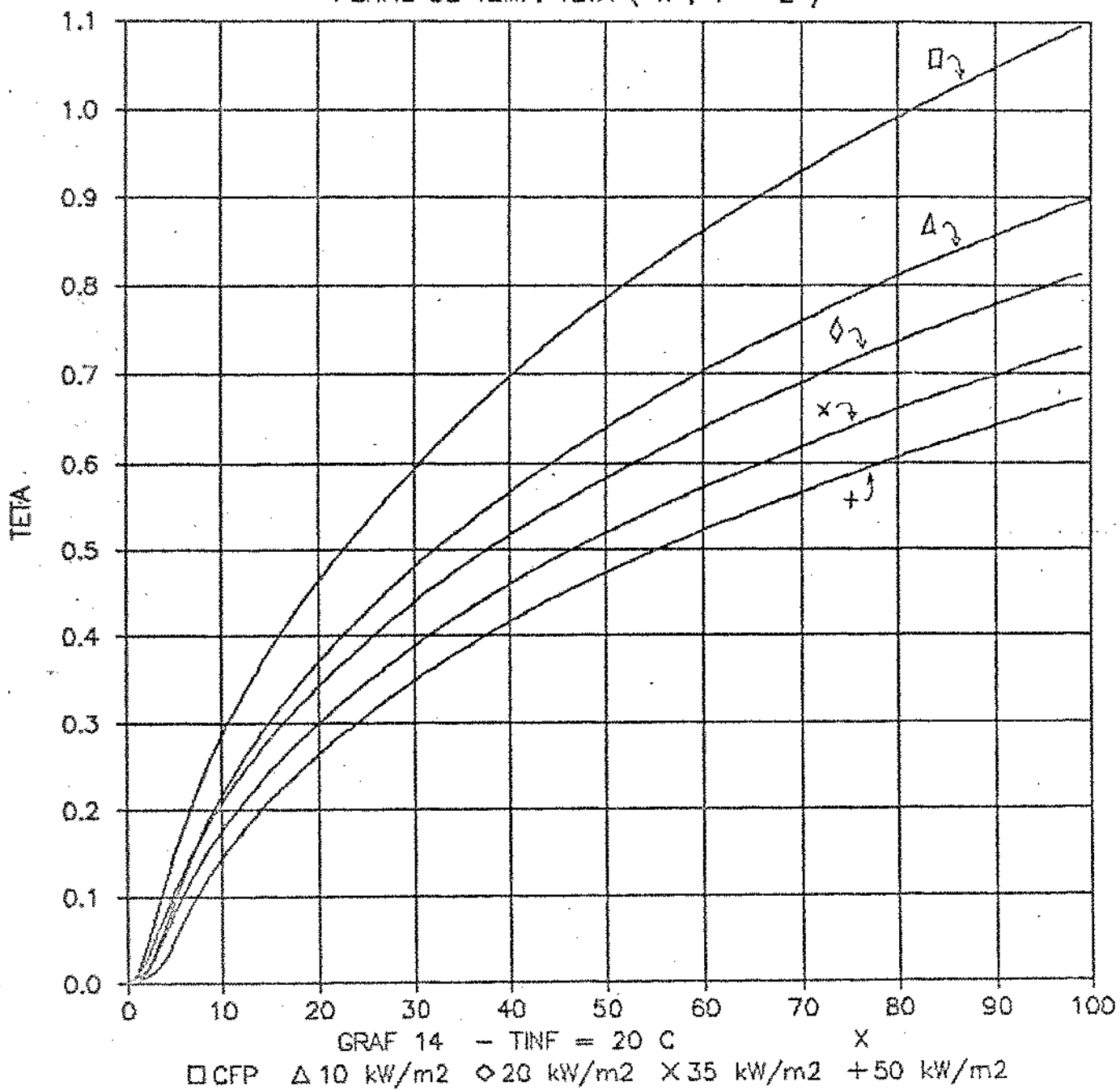


PERFIL DE VEL. U (X , Y = 2)

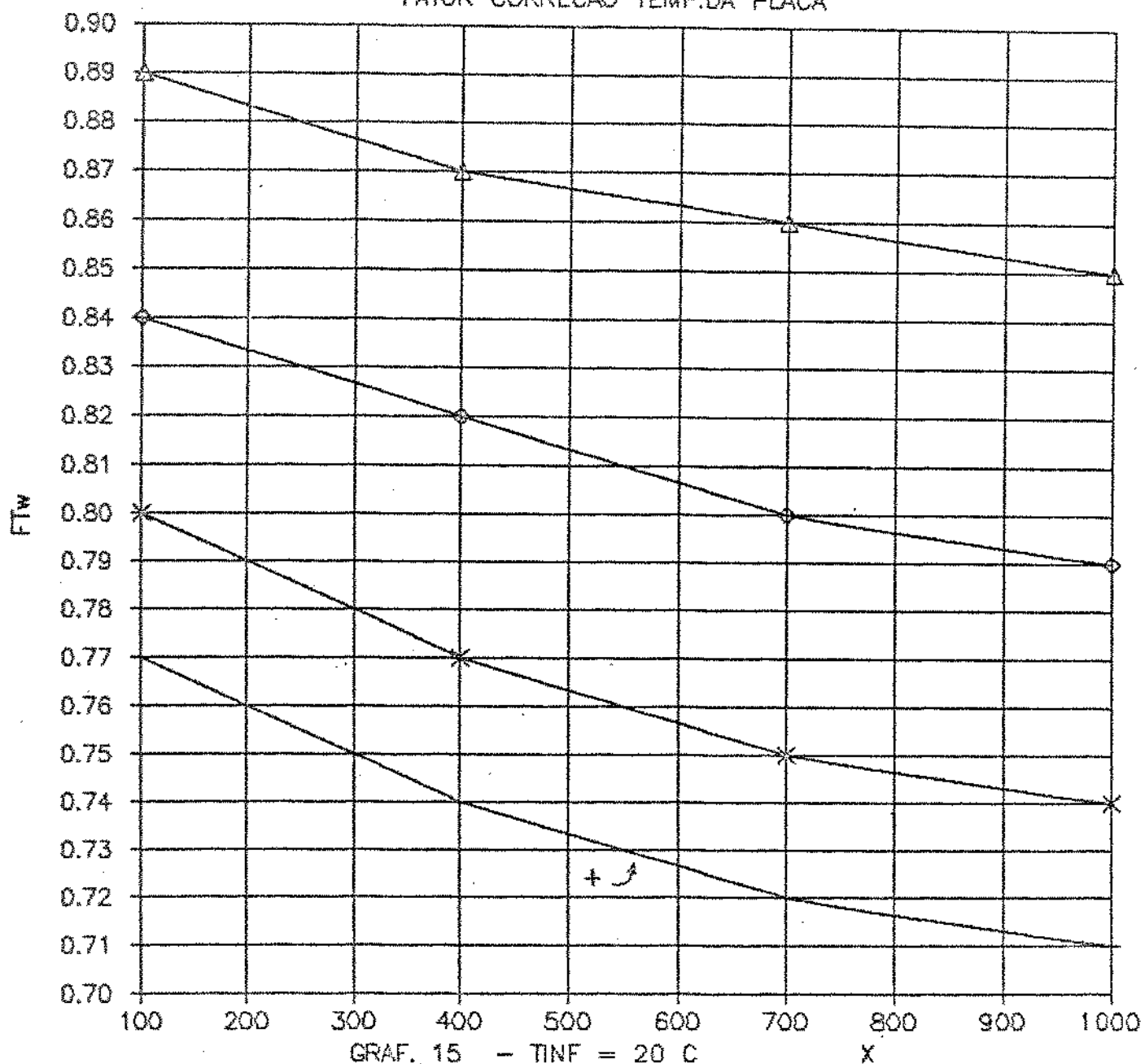


GRAF 13 - TINF = 20 C
 □ CFP Δ 10 kW/m² ◇ 20 kW/m² × 35 kW/m² + 50 kW/m²

PERFIL DE TEMP. TETA (X , Y = 2)

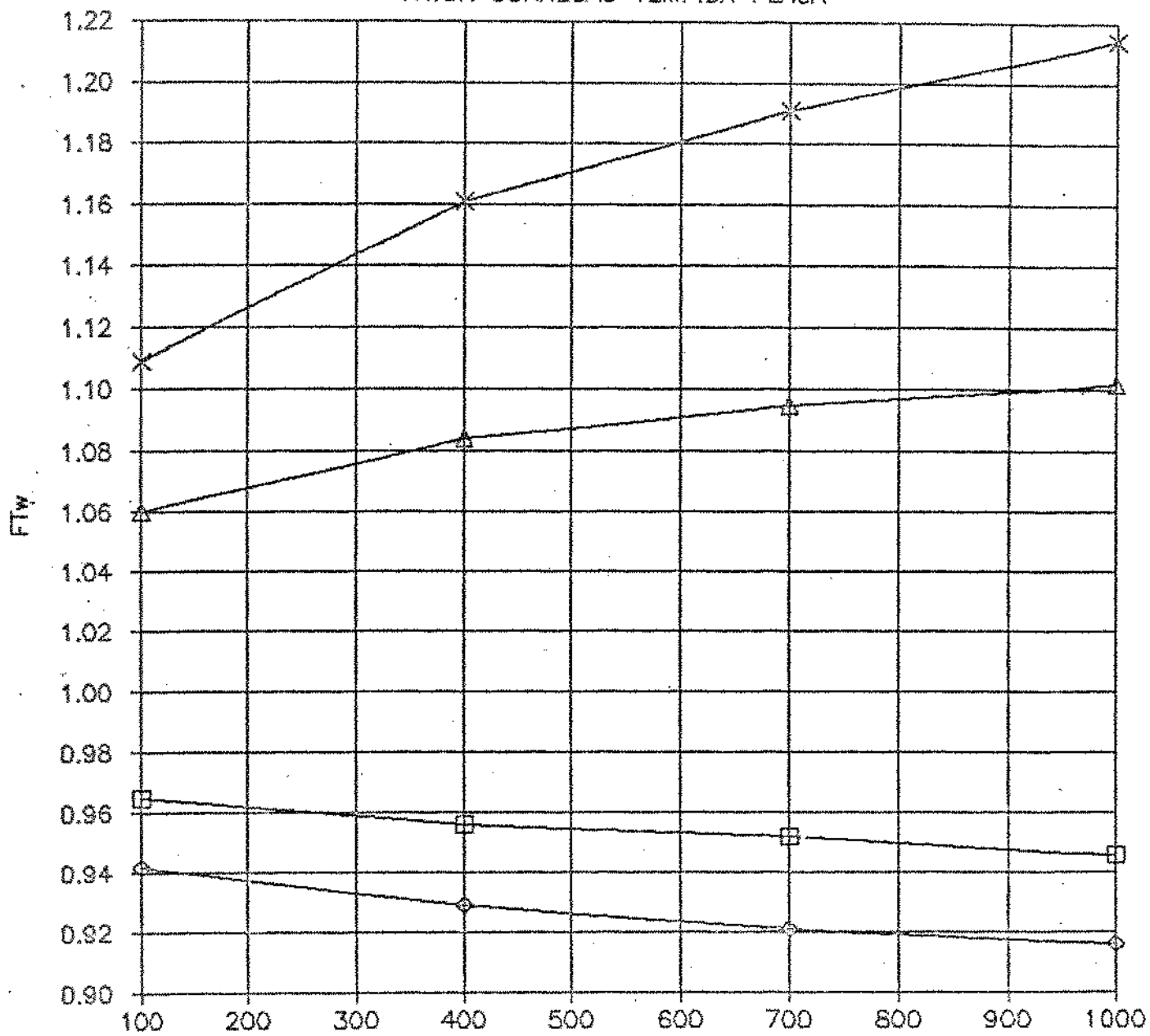


FATOR CORRECAO TEMP.DA PLACA



GRAF. 15 - TINF = 20 C
 Δ 10 kW/mm ◇ 20 kW/mm × 35 kW/mm + 50 kW/mm

FATOR CORRECAO TEMP.DA PLACA

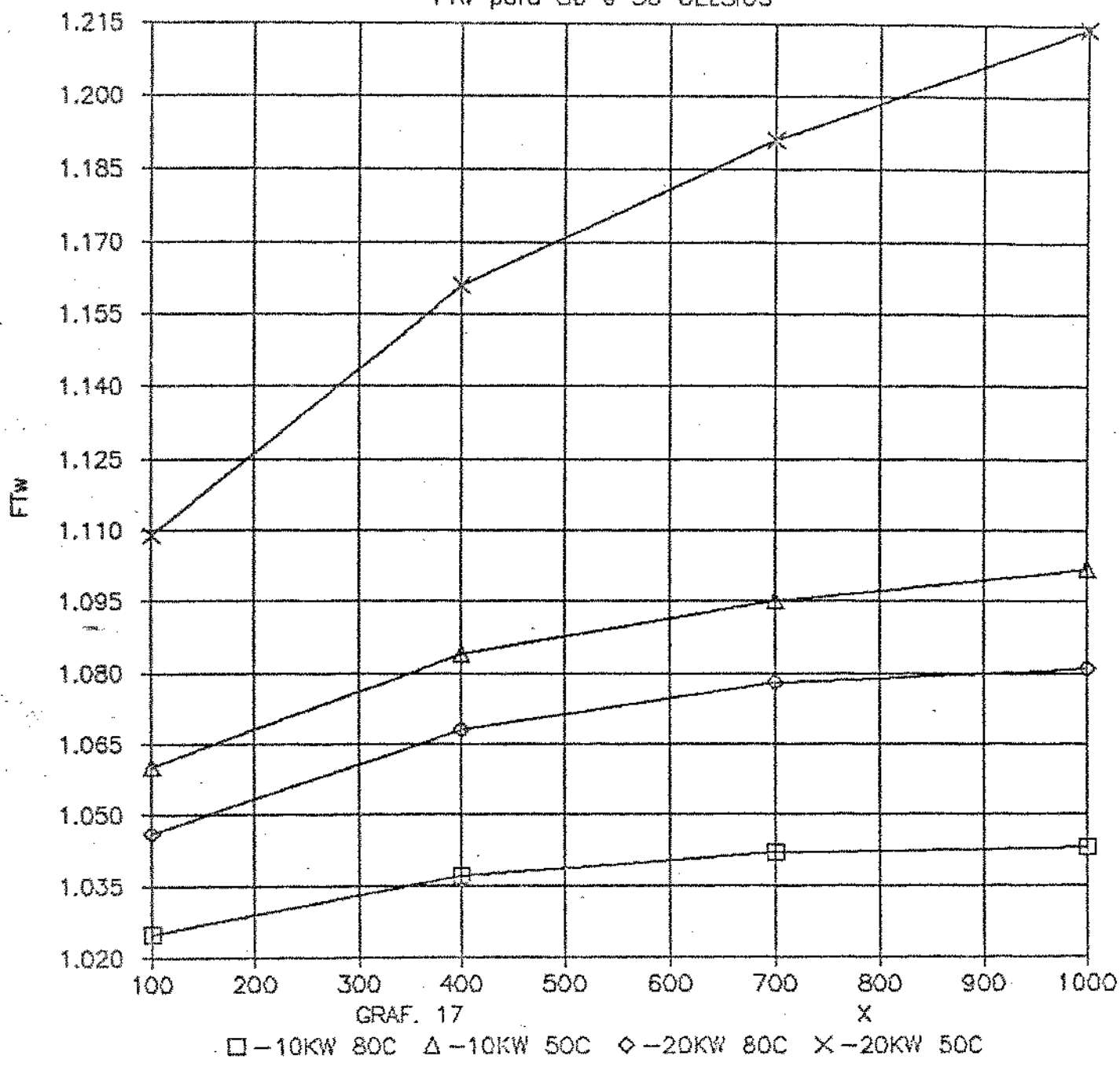


GRAF. 16 - TINF = 50 C

X

□ 10 kW/mm △ - 10 kW/mm ◇ 20 kW/mm × - 20 kW/mm

FTw para 80 e 50 CELSIUS



CAPITULO 5 - CONCLUSÕES

Para os níveis de fluxo de calor e temperaturas ambientes aqui empregados pode-se concluir que :

1 Os perfis de temperatura e velocidade são fortemente afetados pela variação das propriedades da água .

2 A influência da variação das propriedades sobre o escoamento se dá de forma mais acentuada à temperaturas mais baixas .

3 O afastamento da temperatura da placa com relação à solução de similaridade é maior para temperaturas mais baixas e se acentua no caso de resfriamento da água .

Como sequência deste trabalho, poderia ser conduzida uma investigação sobre a influência da variação das propriedades no comportamento transiente do fenômeno. Com vista a se comparar os resultados numéricos daí obtidos, à experimentais, pode-se para ar, lançar mão dos resultados de Sammakia, Gebhart e Qureshi [33]. Nesse "paper" fica claro o afastamento da solução numérica (exposta em Carnahan et al [19]) em relação aos dados experimentais, para o caso do comportamento transiente da temperatura da placa sob a condição de fluxo de calor constante e

propriedades constantes calculadas na temperatura de filme .

Isso pode ser feito adicionando-se ao modelo aqui usado as condições de contorno existentes nesse "paper" que são :

- Regime transiente

- Consideração do mecanismo de transferência de calor por radiação térmica .

- Placa com capacidade térmica apreciável .

Outro problema que poderia ser encarado com pequenas modificações na estrutura do programa FORTRAN usado para o presente trabalho, refere-se à placa com distribuição não uniforme de temperatura ou fluxo de calor, a exemplo do tipo degrau, que apareceria no caso de placas superpostas .

BIBLIOGRAFIA

- [1] Brown ,S.,N., e Riley ,N., "Flow past a suddenly heated vertical plate", J. Fluid Mechanics , vol 59 , 1973 , pag 225-237
- [2] Lorenz ,L. , "Über das leitungsvermögen der Metalle für warme und eletricitat", Ann. Phys. Chem. , 13 , 1881 , pag 582-606 .
- [3] Schmidt, E. e Beckmann, W. , "Das temperatur und geschwindigkeitsfeld vor einer warmeabgebenden senkrechten platte bei natürlicher konvektion", Tech. Thermodynamik , 1 , 1930 , pag 341-391
- [4] Sissom, L.E. e Pitts, D.R. , Elements of transport phenomena , Mc Graw-Hill , 1972
- [5] Boussinesq , J. , Theorie analytique de la chaleur , vol 2 , Gauthier-Villars , Paris , 1903
- [6] Oberbeck , A. , "Über die varmeleitung der flüssigkeiten bei berucksichtigung der stromungen infolge von temperatur differenzen", Ann. Phys. Chem. , 7 , pag 271-292 , 1879.
- [7] Chandrasekhar , S. , Hydrodynamic and Hydromagnetic , pag 16-18 , Oxford University Press , London , 1961.

[8] Ostrach , S. , "An analysis of laminar free convection flow and heat transfer about a flat plate parallel to the direction of the generating body force", NACA Rep. 1111 , 1953.

[9] Sparrow ,E.M. e Gregg ,J.L. , "Laminar free convection from a vertical plate with uniform surface heat flux", Trans. ASME ,VOL 78 , PAG 435-441 , 1956.

[10] Sparrow,E.M. e Gregg ,J.L. , "Similar solutions for free convection from a non isothermal vertical plate", Trans. ASME vol 80 , pag 379-386 , 1958.

[11] Sparrow ,E.M. e Gregg ,J.L. , "The variable fluid property problem in free convection", Trans. ASME ,vol 80, pag. 879-886, 1958

[12] Sparrow,E.M. , Free convection with variable properties and variable wall temperature", Ph.D. Thesis , Harvard University , Cambridge , Mass. , maio 1956

[13] Brown ,A. , "The effect on laminar free convection heat transfer of the temperatur dependence of the coefficient of volumetric expansion", Trans. ASME ,Jl. of Heat Transfer , fev 1975 , vol 97c , pag 133-135.

[14] Minkowycz , W.J. e Sparrow ,E.M. , "Free convection heat transfer to steam under variable property conditions , Int. Jl. of Heat and Mass Transfer , vol 9 , pag 1145, 1966.

[15] Barrow, H. e Sitharamarao , T.L. , "The effect of variable β on free convection" , British Chemical Engineering , vol 16 , n^o8, pag 704-705, 1971.

[16] Eckert, E.R. e Drake, R.M. , Analysis of Heat and Mass Transfer Mc Graw-Hill , New York, 1972.

[17] Gray , D.D. e Giorgini, A. , "The validity of Boussinesq approximations for liquids and gases", IJHMT, vol 19, pag 545-551, 1976.

[18] Vajravelu , K. , "Effect of variables properties and internal heat generation on natural convection at a heated vertical plate in air", Numerical Heat Transfer , vol 3 , pag 345-356 , 1980.

[19] Carnahan , B. , Luther H.A. e Wilkes , J.O. , Applied Numerical Methods , John Wiley , New York , 1969.

[20] Miyamoto , M. , "Influence of variable properties upon transient and steady-state free convection", IJHMT , vol 20 pag 1258-1261 , 1977

[21] Siegel, Robert. , "Transient free convection from a vertical plate", Trans. ASME , vol 80 , pag 347-359 , 1958.

[22] Shaukatullah , H. e Gebhart , B. , "The effect of variables properties on laminar convection boundary layer flow over a vertical isothermal surface in water", Num. Heat Transfer, vvol 2

pag 215-232 , 1979.

[23] Gebhart , B. e Mollendorf , J. C. , "Buoyancy-induced flows in a liquid under conditions in which density extrema may occur", J.Fluid Mech. , vol 89 , pag 673-707 , 1978.

[24] Goren , Simon L. , "On free convection in water at 4°C", Chemical Engineering Science , vol 21 , pag 515-518 , 1966.

[25] Vanier , C.R. e Tien , Chi , Chemical Eng. Science , vol 22. pag 1747-1751 , 1967.

[26] Perry , J.H. , Chemical Engineers Handbook , 4^a edição , seção 3 , pag 70 , 1963.

[27] Scheter , R.S. e Isbin , H.S. , "Natural convection heat transfer in regions of maximum fluid density" , A.I.Ch.E. Jl. , vol 4 pag 81-99 , 1958.

[28] Vanier , C.R. , M.Sc. Thesis , Syracuse University, 1967.

[29] Poots , G. e Rogers , M.H. , "Laminar flow between parallel flat plates , with heat transfer of water with variable physical properties" , I.J.H.M.T , vol 8 , pag 1515 , 1965.

[30] Qureshi , Z.H. e Gebhart , B. , "Transition and transport in a buoyancy driven flow in water adjacent to a vertical uniform flux surface", I.J.H.M.T , vol 21, pag 1467-1479 , 1978.

[31] Sammakia , B. e Gebhart , B. , "Transient and steady-state numerical solutions in natural convection" , N.H.T , vol 1 , pag 529-542 , 1978.

[32] Sammakia , B. e Gebhart , B. , "Transient natural convection adjacent to a vertical flat surface : The thermal capacity effect",N.H.T , vol 4 , pag 331 , 1981.

[33] Sammakia , B. , Gebhart , B. e Qureshi , Z.H. , "Measurements and calculations of transient natural convection in air" , I.J.H.M.T , vol 23 , pag 571-576 , 1980.

[34] Hellums , J.D. e Churchill , S.W. , "Transient and steady-state , free and natural convection numerical solutions - I - The isothermal vertical plate" , A.I.Ch.E. ,J1 , vol 8 , pag 690-692 , 1962.

[35] Jaluria , Y. e Torrance , K.E. ,Computational Heat Transfer Hemisphere Publishing Corporation , NY ,1976.

[36] Kell , G.S. ,Thermodynamik and Transport Properties of Fluid Water ,in F. Franks (ed) , Water - A comprehensive Treatise , vol 1, pag 263-413 , Plenum , NY , 1972.

[37] Touloukian, Y.S. e Makita , T. , Thermophysical properties of matter , vol 8 , pag 102 ,IFI/Plenum , Data Corp. , NY , 1970.

[38] Meyers,C.A. , Mc Clintock ,R.M. , Silvestri,G.S. e

Spencer, R. C. , 1967 ASME STEAM TABLES , 2^a-ed. , American Society
of Mechanical Engineers , New York , 1968