

Este exemplar corresponde a redação final
da tese defendida pela aluna Marília Tavares
de Azevedo e aprovada pela Comissão Julgadora
Campinas 5.9.88

Sigeo Hamada 渡田繁雄

MODELO DE CONFIGURAÇÃO DE CAMPO REVERSO
COM RESISTIVIDADE ANÔMALA DE ARRASTAMENTO
HÍBRIDA INFERIOR

Marília Tavares de Azevedo

Orientador: Prof. Dr. Sigeo Hamada

Tese apresentada ao Instituto de Física
"Gleb Wataghin" da Universidade Esta-
dual de Campinas para obtenção do Títu-
lo de Doutor em Ciências

Campinas, Agosto de 1988

Aos meus pais,

Aos meus filhos

A G R A D E C I M E N T O S

Gostaria de agradecer sinceramente a todas as pessoas que no decorrer do meu caminho me auxiliaram de uma forma ou de outra na confecção desse trabalho.

- Prof. Armando Dias Tavares, em primeiro lugar, meu pai ao qual eu prometi que terminaria esse trabalho ainda neste ano, físico, dedicou-se durante quarenta anos à pesquisa no Brasil, morrendo no início desse ano sem o grande reconhecimento que lhe era devido.

- Prof. Sigeo Hamada, pela sua orientação e sugestão do trabalho, pelos seus valiosos conselhos científicos, pelo entusiasmo franco pela ciência e pela nova visão da Física de Plasmas que pode me oferecer.

- Aos Profs. Y. Nogi e S. Shimamura e as respectivas famílias pela boa acolhida no Japão.

- Aos meus amigos Vítor e Lúcia pelo ambiente agradável por eles proporcionado a nos na nossa estadia no Japão.

- À Sra. Teruko, pela calorosa acolhida nesse lindo país.

- Ao Prof. Paulo H. Sakanaka, que permitiu a minha orientação no exterior e apoio na escrita do trabalho.

- Ao Prof. Bernardo Laks, (atual chefe da pós-graduação) pela paciência com os alunos (inclusive eu) e pelos bons conselhos.

- A Maria Ignez, Cidinha e Armando por ajudarem aos alunos sempre com bom humor e desinteresse.

- Ao pessoal da secretaria de Plasma, Cristina, Cora e Valquíria pelos momentos agradáveis do cafezinho e pelo auxílio nas situações difíceis.

- Ao Augusto, pela amizade e uma excelente super datilografia sem a qual esse trabalho não ficaria pronto a tempo.

- Aos amigos da minha sala que já partiram todos, Conrado (o

primeiro que foi), Milton, Vicene, Hisataki, Emília e Peterson.

- Aos colegas de outra sala, Delton, Braga, Hector, Jamil e Cesar.

Aos Professores, Busnardo, Helmut, Clemente e Trigueiros por suas úteis e inestimáveis discussões sobre esse trabalho.

- Aos amigos da UFF, Professoras Marcia, Suzanna, Elizabeth (Beth), Ruth, Altair, Marcos, Honda, Antonio Carlos, Antonio Roberto, Fellows, Paulo Acioly.

- Ao Prof. King Hay Tsui, pela suas referências bibliográficas valiosas na descrição desse trabalho.

- À professora Otilia Rallon que meu auxiliou desde o mestrado com sua amizade.

- Ao Prof. Cândido da Cunha Rapozo, pelo seu otimismo e bons conselhos.

- Ao Prof. Raimundo Martins Romeo.

- As Professoras Georgina, Therezinha e Virgínia do PICD, excelentes pessoas que muito me auxiliaram.

- Ao Prof.. Otto Krauledat.

- Ao Prof. Jader Benuzzi.

- Ao Prof. Kotaro Sawayanagi pela permissão do uso do computador no departamento de raios cósmicos, sem o qual não conseguiria retirar os dados para a tese.

- Aos meus filhos, Aníbal e Ricardo.

- A minha mãe.

- Ao Munemasa.

- Aos meus irmãos Armando, Flávia, Cláudia, Adriano e Olga.

- À D. Doléia e Sr. Severino.

- Ao pessoal do desenho, que auxiliou na confecção final da tese.

- Ao Azevedo, sempre meu amigo..

- À Ana Maria Rodrigues, colega da UERJ.
- À Sueli do Laboratório de Vácuo.
- Aos colegas e amigos da Universidade, Joaquim, Humberto ,
Luís Carlos, Alice e Diomar.

À todos pelo apoio no decorrer desse trabalho, pela amizade e pela oportunidade de caminharmos no mesmo caminho, obrigada !

Agradeço também o apoio financeiro da CAPES sem o qual todo o trabalho se torna mais cansativo.

Uma palavra aos meus amigos:

"Seja o que você deseja ser.

Não dê importância ao que os outros dizem.

Não desanime diante dos impedimentos e das dores.

Fique certo de que você unicamente você, terá de dar conta de seus atos.

Busque em si mesmo a luz divina e seja exatamente o que deseja ser: subindo sempre".

Í N D I C E

	Páginas
Lista de Símbolos	a
Introdução	1
<u>CAPÍTULO I</u> -	8
Introdução	8
I.1 - Noções básicas para a formulação do problema	8
I.2 - Equações de formação	15
I.3 - Introdução da resistividade anômala	18
I.4 - Estudo da resistividade anômala	24
I.5 - Obtenção da equação de fluxo	26
I.6 - A importância do parâmetro $\tau_{//}$	29
<u>CAPÍTULO II</u> -	38
Resolução numérica da equação de fluxo	38
Introdução	38
II.1 - Equações básicas e método de convergência	38
II.2 - Tratamento da singularidade	42
II.3 - Problema da condição de contorno	45
II.4 - Esquemas de iteração numérica	49
II.5 - Auto valores e auto funções	51
II.6 - Exemplo dos resultados numéricos obtidos	64
II.7 - Conclusão	68

<u>CAPÍTULO III</u> -	Análise experimental de um FRC	73
	Introdução	73
	III.1 - Formação de um "pinch" com campo reverso	73
	III.2 - Confinamento de plasma em configurações de campo reverso	78
	III.3 - Descrição de uma máquina FRC	80
	III.4 - Dados representativos em nosso trabalho	86
	III.5 - Estabilização de quádrupolo	93
<u>CAPÍTULO IV</u> -	Resolução numérica e dados obtidos	95
	Introdução	95
	IV.1 - Desenvolvimento do programa computacional e resultados obtidos	95
<u>CAPÍTULO V</u> -		119
	Introdução	119
	V.1 - Discussão dos resultados	119
<u>APÊNDICES</u> -	A - Estudo sobre resistividade anômala com arrasto híbrido inferior	122
	B - Programa computacional	129
	C - Máquinas que trabalham com FRC	135
<u>REFERÊNCIAS</u> -		139

L I S T A D E S Í M B O L O S

- a - anomalia
- b - balanço de pressão radial
- B - campo magnético
- B_e - campo magnético externo
- B_z - campo magnético poloidal
- B_s - campo magnético na separatriz
- B_p - campo magnético no interior da parede condutora (B_z)
- B_w - campo magnético no interior da parede condutora
- TC - toróide compacto
- d,e,f,h - valor de constantes computacionais
- E - campo elétrico
- k - constante de Boltzmann
- J - densidade de corrente
- ΔL_n - comp. escalar característico da variação na densidade
- L - meio comprimento da separatriz
- N - nº de partículas por unidade de comprimento
- P_M - balanço radial de pressão
- P,Q - variáveis positivas (computacional)
- R - variável positiva
- S - raio maior da parede/raio de giro do íon no vácuo r_{i0}
- r_s - raio da separatriz
- r_{Li} - raio de Larmor do íon
- r_w - raio da parede
- T_e, T_i - temperatura eletrônica e iônica, respectivamente
- u - variável radial adimensional de fluxo
- v_i - velocidade térmica iônica
- X_s - razão da separatriz para o raio da parede condutora
- t_L - perda temporal no comprimento L

- t_H - perda temporal de calor
 t_V - perda temporal de volume
 t_ϕ - perda temporal de fluxo
 t_N - perda temporal de partículas em estoque
 y - coordenada radial $(\frac{r}{r_s})^2$
 Z_{eff} - número atômico
FLR - finite Larmor radius
 α - razão τ_ϕ/τ_N
 β - beta do plasma
 $\langle \beta \rangle$ - valor médio do beta do plasma
 β_s - beta na separatriz
 γ - razão de crescimento para instabilidade ℓhd
 δ - variável da resistividade clássica ($= \frac{3}{2}$)
 $\Delta\phi$ - variação no fluxo
 ϵ - n° $\epsilon \ll \frac{1}{2}$
 η - resistividade total
 η_{cl} - resistividade clássica
 η_{AN} - resistividade anômala
 $\eta_{\ell hd}$ - resistividade anômala "lower hybrid drift"
 μ_0 - permeabilidade magnética no vácuo
 ρ_i - raio de giro do íon
 τ_ϕ - decaimento temporal de fluxo adimensional
 τ_N - decaimento temporal de partículas adimensional
 $\tau_{//}$ - decaimento temporal de partículas na borda externa adimensional
 $\ln \Lambda$
 τ_g - decaimento temporal não dimensional
 θ - pseudo-temperatura
 λ_{ie} - comp. de Debye
 $\sigma(y)$ - função definida como sorvedouro
 ψ - função de fluxo
 τ - tempo de confinamento

- v - frequência de colisões anômala
- ω - nº de raios de giro do íon
- ϵ_F - densidade de energia associada a instabilidade de flutuações do campo
- ω_{LH} - frequência híbrida inferior
- η_{lc} - resistividade \perp clássica
- r, θ, z - coordenadas cilíndricas
- Ω - frequência rotacional
- Ω_i^* - frequência diamagnética do deutério
- Ω_{LH} - frequência híbrida inferior
- $(r\Gamma r)_{hd}$ - fluxo de partículas

I N T R O D U Ç Ã O

A configuração de campo reverso ou abreviadamente FRC (field reversed configuration) é um toróide compacto alongado que é formado sem campo toroidal. Essas configurações foram descobertas acidentalmente^(2,3) quando um campo de polarização reverso foi usado.

Atualmente, tais plasmas tem recebido o nome de configuração de campo reverso para dissociá-los dos "Theta-Pinches" clássicos.

Na realidade, tais configurações tiveram o seu início em "Theta-Pinches" chamados clássicos. As experiências realizadas em sistemas de "Theta-Pinch" lineares datam dos inícios das investigações de fusão nuclear controlada por confinamento magnético.

O "Theta-Pinch" clássico é uma das máquinas de fusão de concepção mais simples.

Para "Theta-Pinches" clássicos foram obtidas densidades da ordem de 10^{17} cm⁻³, temperaturas de vários quilo-eletron-volts e tempos de confinamento em torno de alguns micro-segundos^(4,5,6).

Posterior ao "Theta-Pinch" clássico aparece o "Theta-Pinch" de campo reverso, formado da seguinte maneira: ao campo magnético estabelecido inicialmente aplica-se um campo magnético axial anti-paralelo ao campo inicial.

Como veremos no capítulo III, os campos magnéticos em sentidos opostos geram uma estrutura de linhas fechadas de campo magnético que confinarão o plasma, segundo uma geometria toroidal, daí o nome toróide compacto; e elimina as perdas pelas extremidades de tal configuração.

Aos aspectos básicos do "Theta-Pinch" se adicionam a utilização de espelhos magnéticos, técnicas de "crowbarring" campos magnéticos quadrupolares, cúspide, translação axial do plasma.

Os FRC's são estudados ativamente nos Estados Unidos, Japão

Rússia, com programas menores no Brasil, Austrália, Alemanha e China.

As vantagens de um FRC⁽⁷⁾ sobre outras configurações de confinamento magnético são as seguintes:

- a) o β do plasma (o mais alto conhecido) e a densidade de potência resultam em sistemas de tamanho menor, com um uso mais eficiente da energia de campo magnético em reatores, e a alta densidade na potência usa ímãs com valor de campo magnético mais baixo;
- b) os toróides compactos têm uma forma geométrica mais simples isto é, seus solenóides externos são cilíndricos, levam a menor complexidade na parte da construção, que sistemas com simetria toroidal completa;
- c) o plasma FRC é transladado ao longo de cilindro significando um gradiente fraco num campo solenoidal. Esta propriedade se mostra eficiente para compressão de aquecimento adiabática separando fisicamente a formação de alta tecnologia para as câmaras de aquecimento e queima nuclear.
- d) a estrutura das linhas de campo externas resultarão em um divisor natural de plasma que deposita o plasma de forma conveniente nas extremidades do sistema cilíndrico;
- e) os FRC's em particular, oferecem uma vantagem única sobre todos os outros TC. Eles possuem o mais alto beta de todos os plasmas, confinados magneticamente (valores de β médio entre 0.5 - 1.0)⁽¹⁰⁾. Naturalmente, as vantagens de tais configurações são apenas potenciais, e a utilidade do FRC como um possível reator a fusão será determinada por sua estabilidade e propriedades de confinamento não muito conhecidas até o momento.

Existe um número de investigações muito importantes, que aparecem como alvo de investigações futuras:

- a) estudar a estabilidade global dos FRC's onde os efeitos cinéticos, alongação, efeitos de perfil e rotação se entrelaçam. Um parâmetro chave na estabilidade (e confinamento) é \bar{S} , o número aproximado de órbitas iônicas entre o campo nulo e a separatriz⁽²⁾. Até agora, as experiências de FRC's são limitadas para $\bar{S} \leq 2$, enquanto que para reatores com FRC o \bar{S} é da ordem de 20-40^(11,12). Os resultados preliminares preveem uma estabilidade global para $S \lesssim 2$, mas, comportamento instável para $S > 3$. A compreensão de efeitos cinéticos e outros é primordial na estabilidade de FRC;
- b) em experiências atuais, a determinação de confinamento FRC é altamente incerta. Os atuais tempos de vida são curtos, sem estado estacionário, e fortemente influenciados por detalhes de formação^(13,14). Além disso, no limite da separatriz o confinamento FRC também é obscuro;
- c) o desenvolvimento de novos métodos de formação de FRC's é um fato importante que começa a ser investigado. Formação vagarosa de FRC's leva a uma tecnologia mais atraente para futuras fontes FRC's.
- d) Os estudos da condução térmica e perdas internas de fluxo são fatos importantes em futuras investigações. Existe evidências de anomalia na condução térmica eletrônica em FRC's atuais e a clássica dependência $Te^{3/2}$ de tempo de decaimento do fluxo interno não é observada. Tais observações, levam a necessidade de estudar FRC's com temperaturas Te mais altas.

Façamos agora, algumas avaliações técnicas:

- a) os valores de $n\tau_E \sim 4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3} \text{ s}$ para $T_i = 100 \text{ eV}$ e $n \sim 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ foram medidos na máquina FRX-C de Los Alamos. Durante a translação, na mesma experiência, valores de $n\tau_E \gtrsim 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ para

$T_i = 700$ eV e $n \sim 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ foram também obtidos⁽¹⁵⁾. Esses resultados são para os plasmas com raio maior em torno de 7 cm;

- b) a instabilidade rotacional $n = 2$ foi eliminada através de campos multipolares fracos após a formação FRC. Isto é significativo porque tal modo de instabilidade MHD observado na experiência, termina prematuramente com a vida do FRC;
- c) a translação eficiente em FRC's tem sido demonstrada. Este é um dos bons atributos dos toróides compactos e sob determinadas condições, aprisionamento e translação de FRC's tem sido bem acompanhados sem degradação no confinamento.

As principais máquinas do tipo FRC funcionando atualmente situam-se no Japão e nos Estados Unidos. Isso não significa, que nossa participação possa ser excluída, pois até o momento nenhum lugar pode considerar-se o detentor do conhecimento total sobre FRC's (longe disso).

Na Unicamp⁽¹⁸⁾ no Laboratório de Plasmas construíram-se vários tipos de máquinas pulsadas, entre eles o "Theta-Pinch I, II e o Tupã I, o Torus C-I e em construção segue o TP-III.

O Tupã I tem voltagem de carga de 100 kV, 55 kJ de energia, proporcionando estudos na área de aquecimento turbulento e formação rápida de plasmas com altas temperaturas e densidades. Os "Theta-Pinch" I e II são dispositivos menores com energia na ordem de 2 kJ.

No trabalho desenvolvido por nós, investigaremos equilíbrio, evolução e transporte em FRC's com atenção para o controle do FRC em máquinas do tipo toróide compacto, em particular o FRX-C descrito no capítulo III.

Podemos prever também a manutenção de um FRC sob determinadas condições experimentais.

No trabalho de Hamada⁽¹⁾ calculou-se e discutiu-se consistentemente os perfis radiais de quantidades importantes difíceis de serem

medidos diretamente devido a ruptura das sondas.

A dependência temporal da separatriz foi mostrada como relacionada a razão de perda de calor.

A evolução de um FRC foi estudada através da consideração de uma força eletromotiva azimutal, (para que o FRC seja sustentado em um estado estacionário) como a provocada por injeção de feixe de neutros adicionada a lei de Ohm generalizada, tal como será descrita no capítulo I. Hamada concluiu que todos os FRC decaem e o problema de equilíbrio e transporte em FRC encontra-se ligado a este fato. O arrasto E/B devido ao campo decair fortemente afeta o transporte, bem como a dispersão devido ao gradiente de pressão e isto complica a prescrição de um valor de resistividade para um plasma experimental específico.

O ponto crucial de nosso trabalho^(95,96), é a determinação de um modelo de resistividade anômala adequado a descrição de FRC's.

Aparecem assim duas questões: sob que condições a resistividade pode ser considerada clássica e em que condição a resistividade pode ser tomada como anômala ?

Tal resistividade anômala, é tomada como a devida ao arrastamento híbrido inferior onde muitos autores insistentemente tem concluído como a responsável pela anomalia encontrada na resistividade (10,13,17,18).

Além disso, aqueles autores concluíram que o tempo de decaimento de partículas t_N poderá ser explicado, enquanto que o decaimento de fluxo t_ϕ não poderia.

Nesse trabalho, estudou-se resistividade supondo-se, a soma da clássica mais a anômala λ_{hd} , segundo referências de autores anteriores.

No capítulo I, descreveremos o modelo tal como o visto por Hamada, mostrando as equações de formação necessárias para o desen-

volvimento do FRC, em seguida introduzimos a resistividade total que compreende a clássica (praticamente uma constante) mais a anômala λ_{hd} , e obtemos através de algum algebrismo uma equação de fluxo a ser resolvida numericamente.

O capítulo II mostra as equações básicas e o método de convergência utilizado na equação de fluxo. Em seguida, analisamos a ocorrência de um ponto singular que ocorre no momento que a derivada da função de fluxo for igual a unidade ($\psi' = 1$). Um exemplo é utilizado para mostrar a solubilidade do problema de contorno. Por fim, é feita uma breve análise do problema de contorno.

No capítulo III, foi feita uma breve explanação sobre as configurações de campo reverso, as várias fases pelo qual ele passa são descritas sucintamente. A pré-ionização, a implosão, a conexão das linhas de campo, a conexão axial e o equilíbrio são descritos sumariamente. É possível mostrar, que os estudos nessa área são incipientes com os dados teóricos e os de diagnóstico bastante limitados. A formação inibe tais estudos como veremos e o presente confinamento de FRC's exige uma caracterização detalhada de duas regiões distintas, a parte interna do toróide e a borda externa da separatriz.

Ainda no capítulo III, são abordados algumas características da máquina FRX-C (veja Apêndice B) pelos seguintes motivos:

Os resultados do FRX-C levaram a um substancial progresso nos estudos sobre a formação de campo reverso, em todo o mundo, através de definição de metas e a necessidade de nova geração de máquinas.

Os dados experimentais do FRX-C são usados para comparação e análise.

Algumas tabelas são formadas e o método de cálculo de algumas constantes é mostrado.

O capítulo IV faz a resolução numérica da equação de fluxo e

mostra os resultados obtidos.

Um diagrama é formulado demonstrando a forma da resolução numérica. O parâmetro $\tau_{//}$ (como visto no capítulo II) mostra os efeitos de borda do plasma de forma mais simples que a forma usada por Hamada⁽¹⁾. Supomos sempre a máquina FRX-C com duas pressões iniciais 5 m torr D_2 e 20 mtorr D_2 para $t = 65 \mu s$. Sempre nosso modelo depende de três dados iniciais; os outros sendo gerados através do programa numérico.

No capítulo V finalmente é a conclusão e algumas sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO I

Introdução

A partir de um modelo consistentemente formulado por Hamada⁽¹⁾ desenvolvido para transporte e evolução de configurações de campo reverso, será introduzida uma expressão para a resistividade anômala^(17,19) (η_{hd}). Neste capítulo, são deduzidas as equações de fluxo com anomalia incluída e condições de contorno necessárias a resolução numérica do problema.

I.1 - Noções básicas para formulação do problema

A configuração de campo reverso ou FRC (field reversed configuration) é um toróide compacto prolato, formado com campo poloidal mas, sem o campo toroidal, Fig. I-1.

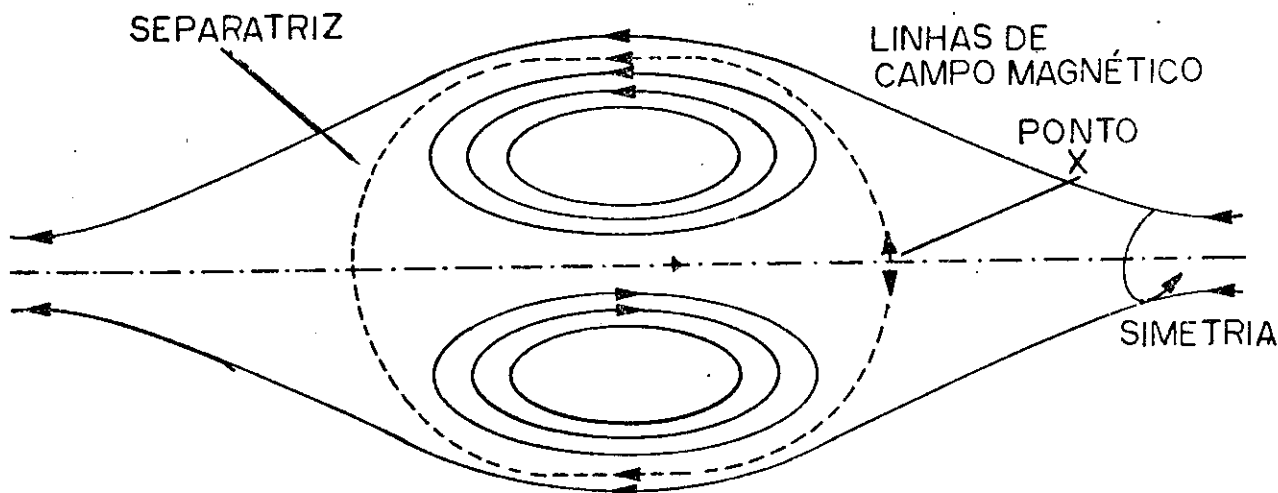


Figura I-1 - Configuração de campo reverso

Essa configuração foi descoberta, em um "Theta-Pinch" linear onde havia sido aplicado um campo de polarização reverso.

O "Theta-Pinch" linear tem uma estrutura em que as linhas de campo abertas conduzem a um excesso de perdas de plasmas pelas extremidades do tubo ao longo das linhas de campo o que determina um tempo de confinamento curto. No "Theta-Pinch" de campo reverso acrescenta-se ao campo magnético axial empregado para comprimir e confinar o plasma um campo magnético de polarização anti-paralela, Fig. I-2.

Na região de campo nulo próxima as extremidades do "Theta-Pinch", desenvolve-se a instabilidade resistiva o que acarreta a reconexão de linhas opostas resultando na configuração de campo reversa.

Uma separatriz magnética é formada no interior do tubo, contendo plasma aprisionado na região interna e plasma livre na região externa.

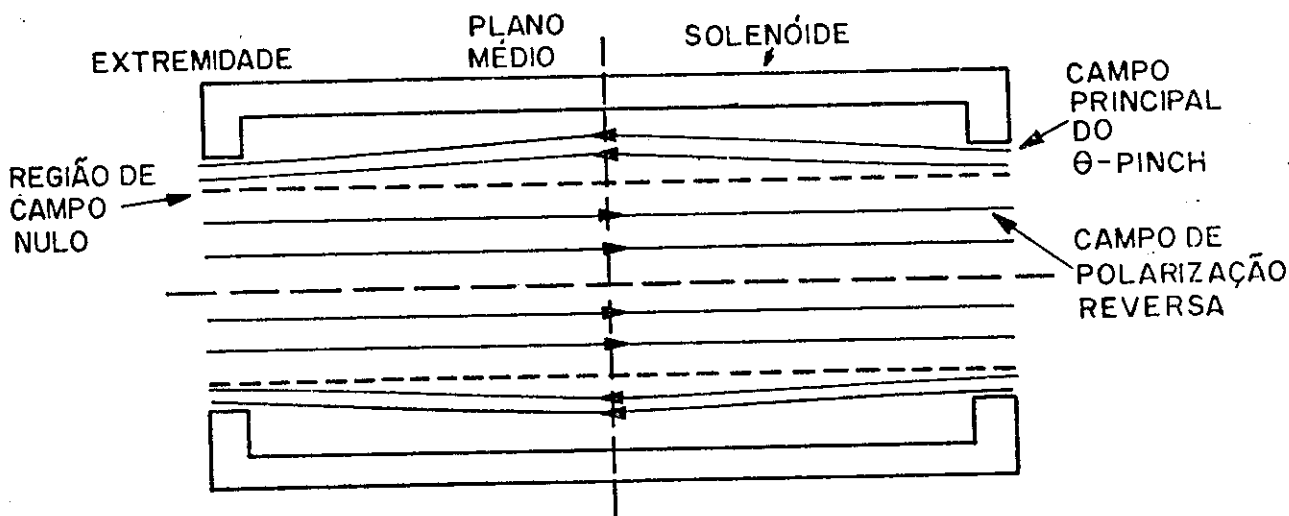


Figura I-2 - "Theta-Pinch" com polarização anti-paralela

A Fig. I.3 é o modelo de configuração de campo reverso alongado utilizado nesta tese. O raio da separatriz é denominado r_s .

Outra grandeza importante nesse estudo de FRC é o valor de

beta médio $\langle \beta \rangle$ no interior da separatriz. Define-se β como a relação entre a pressão cinética p , e a pressão total $p + \frac{B^2}{8\pi}$, a pressão cinética mais a magnética.

No modelo de FRC longo, o valor de beta médio é sempre superior a 0,5. Em experiências atuais tal valor atinge a valores maiores do que 0,9.

Para deduzir a expressão de $\langle \beta \rangle$, supõem-se linhas de campo magnético próximas do campo médio do solenóide desprezando os efeitos rotacionais. O balanço radial da pressão é dado como:

$$p + \frac{B_z^2}{2\mu_0} = \frac{B_e^2}{2\mu_0} = p_M, \quad (I-1)$$

onde p é a pressão do plasma, B_z campo magnético na direção z e B_e campo externo de equilíbrio. A pressão do plasma p é suposta função apenas do fluxo poloidal variável, isto é:

$$\psi = \int_0^r r B_z(r) dr \quad \text{e a relação}$$

$$\frac{d\psi}{B_z} = r dr \text{ ficará } \pm \frac{d\psi}{(2\mu_0(p_M - p(\psi)))^{1/2}} = r dr \quad (I-2)$$

usando a relação (I-1). Tal expressão significa que ψ é uma função simétrica de $r^2 - k^2$. Logo, todas as quantidades de equilíbrio que são funções de ψ são também funções simétricas de $r^2 - R^2$. A ψ varia desde zero no eixo e na separatriz até um valor máximo ψ_M para a região de campo nulo.

Vamos integrar a equação diferencial de 0 para R e de R para r_s tem-se:

$$r_s = \sqrt{2} R \quad (I-3)$$

* R - raio maior (campo nulo)

Outro perfil independente é obtido considerando-se equilíbrio axial. Desprezando a pressão fora da separatriz e supondo que o fluxo magnético é uniforme em z numa região de $z = 0$ a $z = L$, podemos integrar as equações de equilíbrio sobre o volume aprisionado no plano médio entre a parede condutora de raio r_w e o plano final para a obtenção de balanço axial entre as linhas de campo tensionadas e pressão do plasma. Combinando (I-1) e (I-3) e a condição axial, teremos:

$$\langle \beta \rangle = \left(\frac{2}{r_s^2} \right) \int_0^{r_s} \left(\frac{p}{P_M} \right) r \, dr, \quad (\text{I-4})$$

que será o valor médio de beta no interior da separatriz; fazemos $x_s = \frac{r}{r_w}$ e obteremos outra fórmula muito utilizada:

$$\langle \beta \rangle = \frac{1 - x_s^2}{2}. \quad (\text{I-5})$$

A Eq. (I-5) foi primeiro deduzida por Barnes⁽¹⁹⁾ e é muito usada em FRC's. A expressão (I-5) mostra perfis de x_s maximizados quando x_s se aproxima da unidade e alargados para valores de x_s pequenos.

Os valores de $\langle \beta \rangle$ para FRC's é excelente quando se faz um projeto conceitual de reator de fusão termonuclear controlada por este sistema. Em tokamaks, sistemas de confinamento magnético toroidal mais bem estudados tem beta médio máximo de $\pm 7\%$ (experimental) enquanto que com FRC's obtêm-se $\langle \beta \rangle$ acima de 90%. Como de $\langle \beta \rangle$ se deduz o valor de campo magnético externo para confinar o plasma termonuclear, seu alto valor significa baixo campo magnético, portanto a melhor eficiência de confinamento magnético, com menor custo econômico.

A evolução temporal de um FRC é estudo importante, nessa configuração, porque não há sustentação do estado estacionário sem que haja uma força eletromotiva azimutal em adição aquela dada pela lei de Ohm generalizada. Para entender isto considere a superfície neu-

tra de campo nulo, tal como ilustrado, nas linhas pontilhadas da Fig. I-3.

Uma corrente azimutal, é dirigida perpendicular a direção do campo reverso. O termo $\vec{v} \times \vec{B}$ (da lei de Ohm) se anula, e a corrente pode ser dirigida apenas pelo campo elétrico azimutal induzido pelo decaimento de fluxo magnético.

Se os modelos de equilíbrio, não incluírem o decaimento do campo em relação ao tempo, eles são úteis para um dado instante do tempo, apenas.

O "arrasto" $\frac{E \times B}{B^2}$ que ocorre devido ao decaimento do campo produz instabilidades que afetam fortemente o transporte, tais como a difusão proveniente do gradiente de pressão complicando a escolha para o valor da resistividade em um dado plasma experimental.

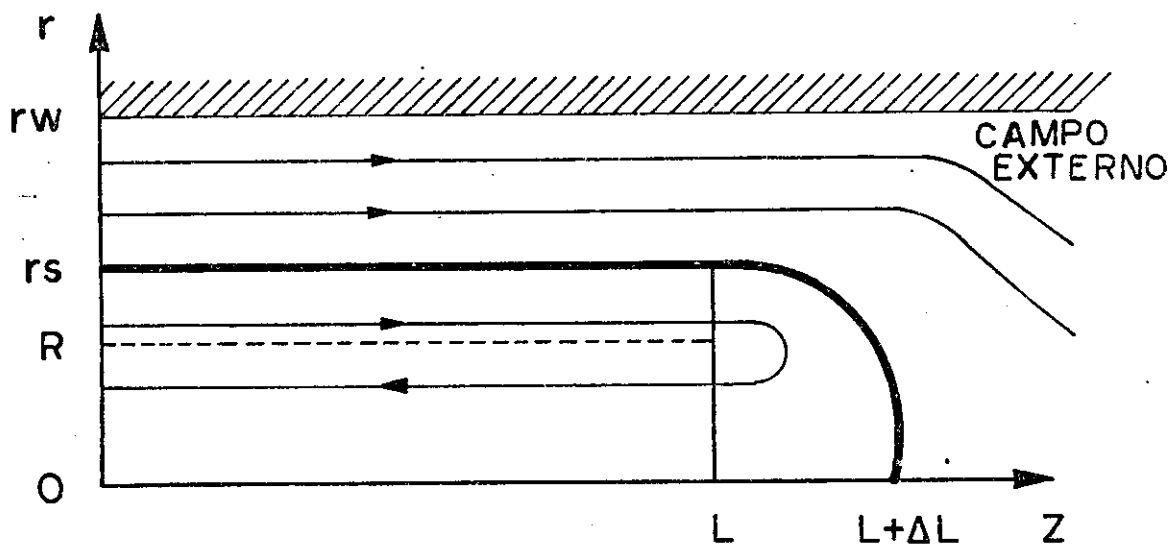


Figura I-3 - Modelo de configuração de campo reverso

Existe uma importância especial na lei de Faraday para o estudo da evolução do FRC, tal como isto na teoria de difusão clássica por Grad e Hogan⁽²⁰⁾, restrita a uma classe de soluções na forma:

$$g = fg(t) g_0(r,z) \quad , \quad (I-6)$$

onde g é qualquer quantidade relevante, t é o tempo, r, z são as coordenadas cilíndricas que facilitam a solução das equações e levam a soluções úteis que concernem a visão dos perfis invariantes favoráveis ao confinamento do plasma.

Pelas razões expostas acima, o modelo unidimensional de Hamada, inclui decaimento do campo e do fluxo axial.

A forma (I-6) é por demais restritiva para reprodução do fenômeno experimental. Ela implica em constância do comprimento da separatriz no tempo, enquanto experiências e teorias confirmam que o comprimento da separatriz⁽²¹⁾ é variável. No modelo de Hamada supõe-se que os perfis das quantidades são estacionários, permitindo porém que o comprimento da separatriz varie temporalmente. Como isso é possível? Se a $\psi_s(r,z)$ é a solução da equação de Grad-Shafranov para o FRC, a derivada $\partial^2 \psi(s)/\partial Z^2$ no plano central ($Z = 0$) decresce rapidamente se o comprimento $2\Delta L$ da separatriz cresce algumas vezes com o valor de r_s , isto é, na região central a função ψ não depende da variável Z , dependendo apenas de r . As FRC's mais longas podem ser aproximadas pela função $\psi_0(r, |Z| - L)$ onde ψ_0 é

$$\begin{aligned} \psi_0(r,x) &= \psi_s(r,x) \text{ para } x > 0 \\ &= \psi_s(r,0) \text{ para } x \leq 0 \quad , \end{aligned} \quad (I-7)$$

a porção central é uniforme e tem comprimento $2L$.

A porção de comprimento ΔL , depende de x e r mas, é independente de L , sempre que o comprimento L varia com o tempo. O x representa a variação desse comprimento. Consideremos a função $\psi = f_\psi(t) \psi_0(r, |Z| - L(t))$, onde $f_\psi(t)$ e L , são funções arbitrárias, por enquanto.

Esta é uma solução aproximada instantânea da equação de ψ no

equilíbrio, para o perfil de pressão $p(\psi) = f_\psi^2 p_s(\psi)/f_\psi$ onde $p_s(\psi_s)$ é o perfil da pressão dado pelo ψ_s inicial.

O p é portanto descrito através de $p = f_p(t)p_o(r, |Z| - L)$ onde $f_p = f_\psi^2$ e $p_o = p_s(\psi_o)$. Todas as quantidades de campo nas equações MHD usadas posteriormente são expressas em termos da ψ e descritas na forma:

$$g = f_g(t), g_o(r, |Z| - L(t)) \quad (I-8)$$

Para região de $x = |Z| - L(t)$ negativo ($x \leq 0$), $g_o(r, |Z| - L(t)) = g_o(r, 0)$ portanto a expressão se torna:

$$g = f_g(t) g_o(r) \quad (I-9)$$

onde as variáveis de tempo e espaço ficam separadas.

Quando se trata da velocidade axial v_z será usada a equação (I-8), por motivo visto posteriormente.

O tempo característico de decaimento $t_g = - \frac{g}{dg/dt}^{(1)}$ para cada grandeza é função de t_ϕ para o decaimento de campo magnético, de t_N para a massa de partículas armazenada no interior da separatriz e de t_H para perda de calor.

O sistema estudado é simétrico em Z em relação ao plano central considerado $Z = 0$.

O raio da parede cilíndrica ($r_w \sim 0$) condutora é maior do que o raio da separatriz r_s . Relembrando a definição para beta médio vista em (I-5) podemos escrevê-la na forma:

$$\langle \beta \rangle = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r_s}{r_w} \right)^2 \quad (I-10)$$

suposto também que:

$$\frac{L}{r_s} \gg 1 \quad e \quad \frac{\Delta L}{r_s} \ll 0(1) \quad (I-11)$$

O campo magnético é sempre positivo, no decorrer desse trabalho. A superfície neutra, assinalada pela linha pontilhada na Fig. I-3 é cilíndrica de comprimento $2L$.

Em seguida veremos a evolução de um FRC descrita pelo modelo de Hamada⁽¹⁾.

I.2 - Equações de formação

A evolução de um FRC, conforme descrito por Hamada, está sujeita as seguintes equações:

$$\vec{v}_p = \vec{J} \times \vec{B} \quad , \quad (I-12)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad , \quad (I-13)$$

$$\mu_0 \vec{J} = \nabla \times \vec{B} \quad , \quad (I-14)$$

$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \eta \vec{J} \quad , \quad (I-15)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = - \nabla \times \vec{E} \quad , \quad (I-16)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad , \quad (I-17)$$

$$p = \rho \theta \quad , \quad (I-18)$$

$$\eta = A\theta^{-\delta} \quad . \quad (I-19)$$

Nas equações acima, \vec{B} é a indução magnética \vec{J} a densidade de corrente, \vec{E} a intensidade do campo elétrico, \vec{v} a velocidade do plasma θ uma pseudo-temperatura $(T_i + ZT_e)m_i$ e η é a resistividade clássica do plasma.

O θ é variável no tempo mas, uniforme no plasma para simpli-

car. A resistividade clássica em (I-19) tem temperatura eletrônica proporcional a temperatura iônica T_i e A e δ são constantes empíricas, no caso $\delta = \frac{3}{2}$.

Se a temperatura eletrônica T_e é constante no tempo, ocasionalmente observada, o δ é sempre igual a zero. Outros valores para δ ocorrem desde que T_e não seja proporcional a T_i .

Na tese, será utilizada a resistividade anômala, conhecida como de arrasto híbrido inferior (lower hybrid drift) porém, considerada uniforme no espaço e dependente do tempo.

Alguns autores (17,22,24) tem tomado a instabilidade de arrasto híbrido inferior como a causa mais comum da anomalia na resistividade, e concluído que o tempo de perdas de partículas t_N , poderia ser explicado e o tempo de decaimento de fluxo t_ϕ não poderia.

A resistividade anômala é definida para a obtenção dos perfis de fluxo, campo magnético e corrente observando-se através desses as alterações nos perfis que a resistividade anômala produzirá.

Desejam-se as quantidades definidas de (I-12) a (I-18), expressas em termos de uma função de fluxo ψ adimensional e uma função sorvedouro σ , devida ao fluxo axial definida posteriormente. Queremos equações adimensionais e independentes do tempo.

Aqui usaremos $y = (r/r_s)^2$ como a coordenada radial. O eixo de simetria é para $y = 0$, a superfície neutra está em $y = 1/2$, a separatriz está em $y = 1$ e a parede condutora dá $y_w = 1/(2 - 2\langle\beta\rangle)$, de acordo com a Eq.(I-10).

A função de fluxo independente do tempo e não dimensional é:

$$\psi(y) = \frac{1}{B_w} \int_0^y B_z dy \quad \dots \quad (I-20)$$

No interior da separatriz, ela é negativa e positiva do lado externo, $\psi(1/2)$ é a razão do fluxo magnético interno à superfície neutra para $\pi r_s^2 B_w$. Sabe-se que cada superfície magnética dentro da

separatriz tem duas coordenadas y_1 e y_2 relacionadas por $y_1 = 1 - y_2$, então $\psi(y)$ e $p(y)$ são funções pares de $y - \frac{1}{2}$ no intervalo $0 \leq y \leq 1$.

Uma função sorvedoura virtual é definida por:

$$\sigma(y) = \frac{\mu_0 r_s^2 w(y,t)}{\eta(t) L(t)} \quad (I-21)$$

Ela é independente do tempo. O v_z pode ser expresso em termos de σ , com uso da expressão:

$$v_z(y,z,t) = \frac{\eta(t)Z}{\mu_0 r_s^2} \left\{ -\frac{1}{\tau_L(t)} + \sigma(y) \right\}, \quad (I-22)$$

que será discutida mais adiante. A função σ é ímpar com respeito a $y - \frac{1}{2}$. Para isso, consideremos um tubo de fluxo fino entre y_1 e $y_1 + dy$, conectado com um tubo de fluxo entre y_2 e $y_2 - dy$. As áreas das seções retas dos dois tubos são idênticas. Acúmulo de plasma na curvatura da conexão dos tubos de fluxo é desprezível, de acordo com a suposição (I-11). Tem-se $w(y) = w(1 - y)$, e $\sigma(y) = -\sigma(1 - y)$ para $0 \leq y \leq 1$. As simetrias de ψ e σ nos são úteis para o trabalho numérico.

As equações (I-20) e (I-12) a (I-18) definem as seguintes expressões:

$$B_z = B_w \psi', \quad (I-23)$$

$$J_\theta = -\frac{2B_w}{\mu_0 r_s} \sqrt{y} \psi'' \quad (I-24)$$

$$p = \frac{B_w^2}{2\mu_0} (1 - \psi'^2) \quad ; \quad \beta = 1 - \psi'^2 \quad (I-25)$$

$$E_\theta = \frac{\eta_n B_w \psi}{2 \mu_0 r_s \tau_\phi \sqrt{y}}$$

$$v_r = \frac{\eta_n}{2 \mu_0 r_s y^{1/2}} \left(\frac{\psi}{\tau_\phi \psi'} + 4\eta_R y \frac{\psi''}{\psi'} \right) \quad (I-27)$$

$$v_z = \frac{\eta_n Z}{\mu_0 r_s^2} \left\{ - \frac{1}{\tau_L} (t) + \sigma(y) \right\} , \quad (\text{I-28})$$

$$\sigma(y) = \frac{\mu_0 r_s^2 w(y,t)}{\eta_n(t) L(t)} , \quad (\text{I-29})$$

$$e n_R(y) = 1 + 4ay \frac{\psi''^2 |\psi'|}{(1 - \psi'^2)} , \quad (\text{I-30})$$

$$a = \frac{3(4\pi\epsilon_0)^2 \cdot m_i^{1/2} T_i(\text{ev}) T_e(\text{ev})}{8 e^{5/2} \eta_n B_w r_s^2 \ln \Lambda} , \quad (\text{I-30})$$

As três últimas expressões serão desenvolvidas mais adiante e são colocadas aqui para facilitar a referência. As outras equações foram deduzidas no trabalho inicial de Hamada⁽¹⁾.

I.3 - Introdução de resistividade anômala

Resistividade anômala, surgiu da necessidade de se explicar algumas experiências, que detetaram ondas de choque perpendiculares ao campo magnético ambiente $\vec{B} = B_0 n_z$ e cuja estrutura de tais ondas originavam uma resistividade na frente de impacto muito maior, que a resistividade proveniente do choque de elétrons e íons⁽²⁵⁾. A evidência de tal resistividade, era dada pelo comprimento da frente de choque L_s , que excedia o valor clássico.

A presença da instabilidade híbrida inferior é gerada pela presença de não homogeneidades na densidade, temperatura e campo magnético. Ela é caracterizada por perturbações do tipo flauta com $\vec{k} \cdot \langle \vec{B} \rangle = 0$, podendo operar em regimes de íons quentes onde $T_i \gtrsim T_e$, uma condição sempre preenchida em experiências de "Theta-Pinches".

Uma discussão sumária de resistividade anômala associada a suposição de arrasto híbrido inferior é vista com detalhes no Apêndice \hat{B} .

A expressão para resistividade anômala nesse trabalho se baseia em dois trabalhos, um de Tuszewski & Linford⁽¹⁷⁾ e outro de Davidson & Krall⁽²⁵⁾.

Em primeiro lugar, tomemos a expressão do trabalho de Tuszewski & Linford.

$$(r\Gamma_r)_{\text{hd}} = - \left(\frac{2\pi m_e}{m_i}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right) \frac{\omega_{\text{cio}}}{s} R^2 n_m \frac{\beta'^2}{\beta^2 b^3} (\mu + 1)^2, \quad (\text{I-32})$$

a expressão (I-32) fornece o fluxo de partículas determinado nos limites de $T_e \ll T_i$, $\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} \gg 1$ e o parâmetro de arrastamento $\frac{v_d}{v_i} \ll 1$.

Nessa equação, m_e , m_i são as massas de elétrons e íons, ω_{cio} é a girofrequência externa de íons $\frac{eB_0}{m_i}$, S é o parâmetro que dá a razão do raio maior R para o raio de giro do íon no vácuo ρ_{i0} , a é definido como $S/2 \sqrt{2} \omega$ onde ω é o número de raio de giro ρ_{i0} necessário para a pressão do plasma, cair linearmente a zero, no lado externo da separatriz, o balanço de pressão radial é definido como $b = (1 - \beta)^{1/2}$ e $u = \left(\frac{r}{R}\right)^2 - 1$, R é o raio maior. Tal expressão será apropriada para muitos casos apresentados, exceto, quando T_e e T_i são comparáveis, neste caso, o fluxo de partículas, pode diferir de tal expressão, por um fator dois. O n_m é a densidade máxima iônica. O que desejamos, é uma expressão para a resistividade, de forma que tomando a lei de Ohm supondo o campo elétrico nulo ($\vec{E} = 0$) temos:

$$n\vec{J} = \vec{v} \times \vec{B}, \quad \text{então}$$

$$2\pi r\Gamma_r = - 2\pi r \frac{n}{B^2} \frac{dp}{dr} n \quad (\text{I-33})$$

Comparando (I-32) e (I-33) achamos a expressão n_{hd} por nós desejada. Queremos obter uma expressão em termos de β , y , r_s , reescrevemos as equações (I-32) e (I-33) como se segue:

$$\frac{\omega_{cio}}{s^4} R^2 = \frac{B_{oe}}{m_i} \frac{\rho_{io}^4}{R^4} R^2 = \frac{B_{oe}}{m_i} \frac{\rho_{io}^4}{R^2} = \frac{2T_{im_i}^2}{r_s^2} \frac{1}{B_o^3 e^3} \quad (I-34)$$

$$\beta' = \frac{d\beta}{du} = \frac{d\beta}{dy} \frac{dy}{du} \quad (y = (\frac{r}{r_s})^2, \quad u = 2 \frac{r^2}{r_s^2} - 1 \quad \therefore \quad \frac{dy}{du} = \frac{1}{2})$$

$$\text{Então} \quad \beta' = \frac{1}{2} \frac{d\beta}{dy} \quad (I-35)$$

$$(u + 1)^2 = \frac{4r^4}{r_s^4} = 4y^2 \quad (I-36)$$

Substituindo (I-34) a (I-36) em (I-32), obtemos:

$$(r\Gamma_r)_{\text{hd}} = -(2\pi m_e m_i)^{1/2} (T_i + T_e) T_i \frac{1}{r_s^2} \frac{1}{B_o^3 e^3} \frac{y^2}{b^3 \beta^2} \left(\frac{d\beta}{dy}\right)^3 n_m \quad (I-37)$$

Se n_m é a densidade iônica máxima, teremos:

$$(T_i + T_e) n_m = \frac{B_o^2}{2\mu_o} \quad (I-38)$$

A equação (I-37) fica:

$$(r\Gamma_r)_{\text{hd}} = - \left(\frac{2\pi}{\omega_{cio} \omega_{ceo}}\right)^{1/2} \frac{T_i}{2\mu_o e^2} \frac{1}{r_s^2} \frac{1}{b^3} \frac{y^2}{\beta^2} \left(\frac{d\beta}{dy}\right)^3 \quad (I-39)$$

A equação (I-33) se torna:

$$(r\Gamma_r) = - r \frac{n}{B^2} n_m \beta \frac{dp}{dr}$$

mas,

$$\frac{dp}{dr} = \frac{dp}{dy} \frac{2r}{r_s^2}, \quad \text{então :}$$

$$r\Gamma_r = - y \frac{n}{b^2} n_m \frac{\beta}{\mu_o} \frac{d\beta}{dy} \quad (I-40)$$

Igualando (I-39) e (I-40), obtemos:

$$\eta = \left(\frac{2\pi}{\omega_{ci} \omega_{ce}} \right)^{1/2} \frac{T_i (d\beta/dy)^2 y}{2n_m e^2 r_s^2 b \beta^3}, \quad (I-41)$$

com o comprimento de Debye λ , temos:

$$\lambda_i^2 = \frac{\epsilon_0 T_i}{n_m e^2} \quad \text{e a equação (I-41) toma a forma:}$$

$$\eta_{\&hd} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{(m_i m_e)^{1/2}}{e^3} \frac{e T_i}{B_0 r_s^2 n_m} \frac{y (d\&n\beta/dy)^2}{\beta (1-\beta)^{1/2}}. \quad (I-42)$$

Outros dois autores definem a resistividade $\eta_{\&hd}$ de uma forma direta, são eles Davidson & Krall⁽²⁵⁾.

Eles se detem na resistividade $\&hd$, baseados em estudos experimentais na fase de pós-implosão na resistividade do "Theta-Pinch" de 40 kV de Maryland⁽²⁷⁾, onde foram medidos valores de η cerca de cinco vezes o valor clássico. Isso sugeria que a resistividade anômala persistia em regimes com baixa velocidade de arrasto, isto é, $v_E \lesssim v_i$ onde v_E é a velocidade de arrasto gerada pelos campos na forma $\langle \vec{E} \rangle \times \langle \vec{B} \rangle$ ⁽²⁸⁾ e v_i é a velocidade térmica iônica, mais detalhes são descritos no Apêndice B.

Façamos aqui o parêntesis necessário ao prosseguimento do trabalho. O valor da resistividade tem direção azimutal e é proveniente da equação $\eta_{AN} = \frac{4\pi v}{\omega_{pe}^2}$, onde v é a frequência de colisões anômala, supondo-se a razão $\frac{v_E}{v_i} \ll 1$ e $T_e \ll T_i$.

→ Com algum algebrismo (Apêndice B) é obtida a expressão:

$$[\eta_{AN}]_{MAX} \cong \left(\frac{\pi}{2} \right)^{3/2} \frac{\omega_{ce}^2}{\omega_{pe}^2} \frac{m_e}{m_i} \omega_{LH}^{-1} \left(\frac{r L_i}{\Delta L_n} \right)^2, \quad (I-43)$$

onde, $\omega_{LH} = (\omega_{ce} \omega_{ci})^{1/2}$ ($= \Omega_{LH}$ para $\omega_{pe}^2 \gg \omega_{pe}^2$).

A resistividade (I-43) pode ser várias vezes maior que a re-

sistividade clássica Comisso e Griem⁽²⁷⁾ mediram uma resistividade na região da borda $(\frac{r_{Li}}{L_n}) \sim \frac{1}{3}$ cerca de cinco vezes o valor clássico isto é, fator de cinco vezes o estimado na teoria. Os valores para ω_{ce} , $\bar{\omega}_{ci}$, ω_{pe} e r_{Li} , são definidos mais adiante. O r_{Li} é o comprimento do raio de Larmor do íon. O ΔL_n é o comprimento escalar característico da variação na densidade e sua expressão é: $\Delta L_n = -(\frac{\partial \ln n_i}{\partial x})^{-1}$, onde n_i é a densidade iônica. Observe a Fig. I-4, para entender tais suposições e o sistema de coordenadas utilizado.

As quantidades para campo magnético \vec{B} , a temperatura iônica T_i e a densidade iônica n_i são considerados valores locais.

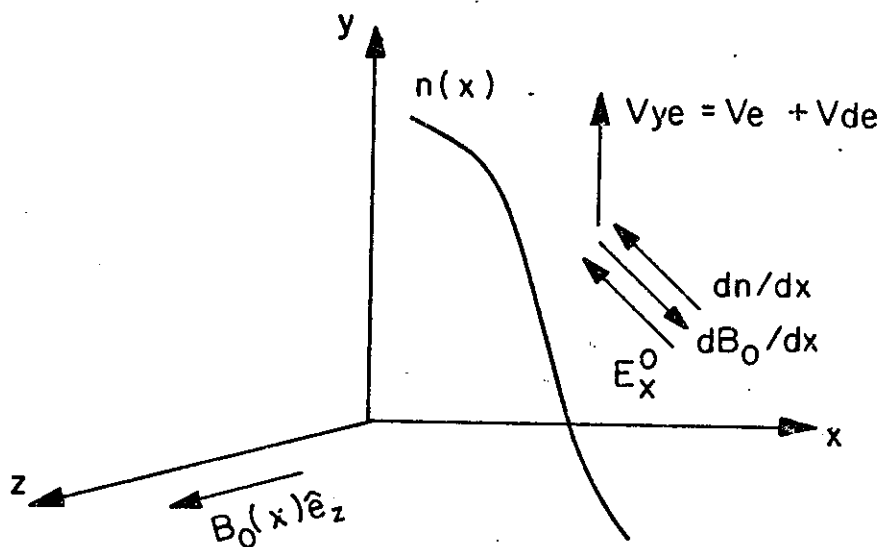


Figura I-4 - Geometria plana e sistema de coordenadas

Na equação (I-43) considerou-se $|\frac{\partial \ln \beta}{\partial x}| \ll |\frac{d \ln n_i}{dx}|$ o que significa baixo β e aproximação de $\beta \ll 1$, como veremos mais adiante.

A equação (I-43) usa unidades gaussianas. Os parâmetros são definidos como:

$$\omega_{ce} = \frac{B_e}{m_e c}, \quad \omega_{ci} = \frac{B_e}{m_i c}, \quad \omega_{pe} = \left(\frac{4\pi n_e e^2}{m_e} \right)^{1/2}$$

$$r_{Li} = \left(\frac{2 T_i}{m_i}\right)^{1/2} / \omega_{ci} \quad \Delta L_n = - \left(\frac{\partial \ln n_i}{\partial x}\right)^{-1}$$

n_i é a densidade numérica de íons. As quantidades B , T_i , n_i são os valores locais, supomos $\omega_{pe}^2 \gg \omega_{ce}^2$ e $T_e \ll T_i$. Nossa proposta é comparar a equação (I-43) com a obtida anteriormente (I-42) na qual é usada o sistema MKS.

Assim devemos estabelecer relações entre a resistividade em ambas as unidades, após algumas alterações, obtemos a resistividade em unidades MKS ou seja:

$$\eta = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{8\epsilon_0} \left| \frac{\omega_{ce}^2}{\omega_{pe}^2} \frac{m_e}{m_i} (\omega_{ce} \omega_{ci})^{-1/2} \left(\frac{r_{Li}}{\Delta L_n}\right)^2 \right| \quad (I-44)$$

Como o valor entre parêntesis é invariante na transformação de CGS para MKS, definimos novamente:

$$\omega_{ce} = \frac{B_e}{m_e} \quad \omega_{ci} = \frac{B_e}{m_i}$$

$$\omega_{pe} = \left(\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e}\right)^{1/2} \quad r_{Li} = \left(\frac{2 T_i}{m_i}\right)^{1/2} \omega_{ci}$$

$\Delta L_n = - \left(\frac{\partial \ln n_i}{\partial x}\right)^{-1}$ onde todas as quantidades do lado direito de (I-44) estão no MKS. E a equação (I-44) fica:

$$\eta = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4} \frac{(m_i m_e)^{1/2}}{e^3} \frac{T_i}{nm B_0} \frac{(\partial \ln \beta / \partial x)^2}{\beta(1-\beta)^{1/2}}$$

onde usamos $n_e = n_i = n_m \beta$ e $B = B_0 (1-\beta)^{1/2}$. Observe que x é r e

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial y}{\partial r} \frac{\partial}{\partial y} = \frac{2r}{r_s^2} \frac{\partial}{\partial y} \quad E,$$

$$\eta_{\text{hd}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{(m_i m_e)^{1/2}}{e^3} \frac{T_i}{nm B_0} \frac{y}{r_s^2} \frac{(\partial \ln \beta / \partial y)^2}{\beta(1-\beta)^{1/2}} \quad (I-45)$$

Tal equação concorda com a equação (I-42) do trabalho anterior, com isso os seguintes pontos tornam-se claros:

a) ρ_{io} é definido tal como;

$$\rho_{io} = \left(\frac{T_i}{m_i}\right)^{1/2} \frac{1}{\omega_{cio}} \quad \text{n\~{o}s t\~{i}nhamos assumido tal defini\~{c}\~{a}o e}$$

agora a coincid\~{e}ncia de equa\~{c}\~{o}es nos mostra que \~{e} verdadeira;

b) a equa\~{c}\~{a}o (I-45) no trabalho de Davidson-Krall foi achada supondo-se que $\beta \ll 1$. Tal suposi\~{c}\~{a}o n\~{a}o \~{e} verdadeira para FRC's, ent\~{a}o a express\~{a}o de $\eta_{\ell hd}$ deve ser reexaminada.

I.4 - Estudo da resistividade an\~{o}mala

Para a resistividade η \~{e} mais conveniente escrevermos $\eta = \eta_n(t) \eta_R(y)$ do que $\eta = f_n(t) \eta_o(y)$ onde $\eta_n(t)$ significa a resistividade na superf\~{i}cie, onde o campo \~{e} nulo, ou seja $y = 1/2$. A $\eta_R(y)$ \~{e} uma distribui\~{c}\~{a}o espacial relativa de η e $\eta_R(1/2) = 1$.

Nossa inten\~{c}\~{a}o \~{e} supor uma resistividade cl\~{a}ssica mais a an\~{o}mala $\eta_{\ell hd}$ que mais tarde se anular\~{a} na superf\~{i}cie do campo nulo, η_n pode ser id\~{e}ntica a resistividade perpendicular cl\~{a}ssica η_c correspondendo a uma temperatura eletr\~{o}nica a qual \~{e} suposta uniforme no interior da separatriz, usamos:

$$\eta_{\ell hd} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{(m_i m_e)^{1/2} T_i}{e^3 n_m B_w r_s^2} y \frac{(d \ln \beta / dy)^2}{\beta (1 - \beta)^{1/2}} \quad (I-46)$$

onde m_i , m_e s\~{a}o as massas i\~{o}nicas e eletr\~{o}nica, e a carga eletr\~{o}nica n_m a densidade num\~{e}rica de el\~{e}trons na superf\~{i}cie de campo nulo, B_w a densidade magn\~{e}tica na parede, T_i temperatura i\~{o}nica em eV e β a raz\~{a}o beta definida por B_w . Nos temos $\eta_R(y) = 1 + \frac{\eta_{\ell hd}}{\eta_n(t)}$.

Se a express\~{a}o de $\eta_{\ell hd}$ n\~{a}o \~{e} a mesma de $\eta_n (= \eta_c)$, n\~{o}s recorreremos a $\eta_R(y)$ como se ela fosse independente do tempo, para facilit-

tar nossa análise.

A expressão para v_z também é um ponto que deve ser esclarecido, como dissemos inicialmente v_z tem a seguinte forma:

$$v_z = \frac{Z}{L(t)} \left\{ \frac{dL}{dt} + w(y,t) \right\} \quad , \quad (I-47)$$

onde o w é a velocidade axial do plasma para $z = L$ relativa ao movimento da extremidade da separatriz e tem a forma $w(y, t) = f_w(t) w_0(y)$. Dentro da separatriz, a velocidade relativa w é causada pelo equilíbrio da pressão ao longo das linhas magnéticas fechadas e mostrada como sendo uma função ímpar de $y - \frac{1}{2}$. Fora da separatriz, ela é causada por perdas finais das linhas magnéticas abertas e comparáveis em valor, com a velocidade do som c_s no plasma.

O decaimento não dimensional temporal τ_g para cada quantidade g é definido por:

$$\tau_g = \frac{\eta_n(t) \text{tg}(t)}{\mu_0 r_s^2} \quad (I-48)$$

onde tg é o tempo de decaimento real $- f_g / \left(\frac{df_g}{dt} \right)$. Em geral, τ_g varia com o tempo, mas τ_ϕ do fluxo magnético e τ_N do estoque de partículas podem ser considerados independentes do tempo⁽¹⁾.

A expressão para $\eta_R(y)$ deve ser modificar um pouco, para ser utilizada na expressão de fluxo. Então,

$$\eta_{AN} = A(t) \frac{y \left(\frac{d \ln \beta}{dy} \right)^2}{(1 - \beta)^{1/2}} \quad , \quad (I-49)$$

$A(t)$ é a constante utilizada anteriormente mas, $\beta = 1 - \psi'^2$ e

$$\left(\frac{d \ln \beta}{dy} \right)^2 = \frac{d}{dy} (\ln(1 - \psi'^2))^2 = \left(\frac{2\psi'\psi''}{1 - \psi'^2} \right)^2 \text{ e } \beta(1 - \beta)^{1/2} =$$

$$(1 - \psi'^2)(1 - 1 + \psi'^2)^{1/2} = (1 - \psi'^2) |\psi'| \quad .$$

Aqui, $\beta(1 - \beta)^{1/2}$ não é negativo, temos

$$\eta_{AN} = A(t) \quad 4y \frac{\psi'^2 |\psi'|}{(1 - \psi'^2)^3} ,$$

e a resistividade total, definida como $\eta_R(y) = 1 + \frac{\eta_{AN}}{\eta_n(t)}$

$$\eta_R(y) = 1 + 4ay \frac{\psi''^2 |\psi'|}{(1 - \psi'^2)^3} , \quad (I-50)$$

aqui o $\eta_n(t)$ é a resistividade uniforme, algumas vezes igualada a clássica e o parâmetro de anomalia a serã dado:

$$a = \frac{3(4\pi\epsilon_0)^2 m_i^{1/2} T_i(\text{ev}) T_e^{3/2}(\text{ev})}{8 e^{5/2} nm B_w r_s^2 \ln\Lambda} , \quad (I-51)$$

a diferença encontrada entre os parâmetros apresentados se deve a mudança no sistema de medida que não se encontrava coerente com o decorrer do trabalho. O sistema em que trabalharemos é o SI (veja capítulo III para esclarecimentos de a).

Aqui, η_n será a resistividade suposta igual a resistividade clássica η_c . T_e é a temperatura de elétrons, ϵ_0 a corrente dielétrica do vácuo, $\ln\Lambda$ é o logaritmo coulombiano. Para ser exato o parâmetro a varia no tempo, porém nos vamos tratá-lo como se fosse constante.

I.5 - Obtenção da equação de fluxo

A partir da equação (48) do trabalho de Hamada⁽¹⁾, vamos obter uma expressão para fluxo; com a resistividade anômala η_{AN} incluída.

$$\{(1 - \psi'^2) \left(\frac{\psi}{\tau_\phi \psi} + \eta_R(y) \frac{4y\psi''}{\psi'} \right)\} = \left(\frac{1}{\tau_N} - \sigma \right) (1 - \psi'^2) . \quad (I-52)$$

Se incluímos o valor de $\eta_R(y)$ conforme (I-50), temos:

$$\left\{ (1 - \psi'^2) \left(\frac{\psi}{\tau_\phi \psi'} + 16 y^2 \frac{\psi''^3 |\psi'|}{(1 - \psi'^2)^3 \psi'} \right) \right\} = \frac{1 - \psi'^2}{\tau_M} - \sigma(1 - \psi'^2), \quad (\text{I-53})$$

mas,

$$y^2 = \underbrace{\left(y - \frac{1}{2} \right)^2}_{\text{par}} + \frac{1}{4} + \underbrace{\left(y - \frac{1}{2} \right)}_{\text{impar}}, \quad (\text{I-54})$$

substituindo (I-54) em (I-53) a equação pode ser decomposta em par e ímpar

$$\left\{ (1 - \psi'^2) \left(\frac{\psi}{\tau_\phi \psi'} + 16 \left\{ \left(y - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{4} \right\} \cdot \frac{\psi''^3 |\psi'|}{(1 - \psi'^2)^3 \psi'} \right) \right\}' = \frac{1}{\tau_N} (1 - \psi'^2), \quad (\text{I-55})$$

par

e

$$\left\{ 16 \left(y - \frac{1}{2} \right) \frac{\psi''^3}{(1 - \psi'^2)^2} \frac{|\psi'|}{\psi'} \right\}' = -\sigma(1 - \psi'^2), \quad (\text{I-56})$$

ímpar

mas,

$$4y \frac{\psi''}{\psi'} \eta_R = 4 \underbrace{\left(y - \frac{1}{2} \right) a \frac{\psi''}{\psi'}}_{\text{par}} + 2a \underbrace{\frac{\psi''}{\psi'}}_{\text{ímpar}} +$$

$$+ \underbrace{4 \left\{ \left(y - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{4} \right\}}_{\text{ímpar}} \frac{\beta'^2}{\beta^3 (1 - \beta)^{1/2}} \frac{\psi''}{\psi'} + 4 \underbrace{\left(y - \frac{1}{2} \right)}_{\text{par}} \frac{\beta'^2}{\beta^3 (1 - \beta)^{1/2}} \frac{\psi''}{\psi'}$$

onde $\beta = 1 - \psi'^2$ e

$$\frac{\beta'^2}{\beta^3 (1 - \beta)^{1/2}} = \frac{4 \psi''^2 |\psi'|}{(1 - \psi'^2)^3}$$

e teremos; a parte ímpar:

$$\sigma(y) = - \frac{1}{1 - \psi'^2} \left| (1 - \psi'^2) (2 \tilde{\eta}_R + 4 \left(y - \frac{1}{2} \right) \bar{\eta}_R) \frac{\psi''}{\psi'} \right|, \quad (\text{I-57})$$

Se incluímos o valor de $\eta_R(y)$ conforme (I-50), temos:

$$\{(1 - \psi'^2) \left(\frac{\psi}{\tau_\phi \psi'} + 16 y^2 \frac{\psi''^3 |\psi'|}{(1 - \psi'^2)^3 \psi'} \right) \}' = \frac{1 - \psi'^2}{\tau_M} - \sigma(1 - \psi'^2), \quad (I-53)$$

mas,

$$y^2 = \underbrace{\left(y - \frac{1}{2} \right)^2}_{\text{par}} + \frac{1}{4} + \underbrace{\left(y - \frac{1}{2} \right)}_{\text{ímpar}}, \quad (I-54)$$

substituindo (I-54) em (I-53) a equação pode ser decomposta em par e ímpar

$$\{(1 - \psi'^2) \left(\frac{\psi}{\tau_\phi \psi'} + 16 \left\{ \left(y - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{4} \right\} \frac{\psi''^3 |\psi'|}{(1 - \psi'^2)^3 \psi'} \right) \}' = \frac{1}{\tau_N} (1 - \psi'^2), \quad \text{par} \quad (I-55)$$

e

$$\left\{ 16 \left(y - \frac{1}{2} \right) \frac{\psi''^3}{(1 - \psi'^2)^2} \frac{|\psi'|}{\psi'} \right\}' = -\sigma(1 - \psi'^2), \quad \text{ímpar}, \quad (I-56)$$

mas,

$$4y \frac{\psi''}{\psi'} \eta_R = 4 \underbrace{\left(y - \frac{1}{2} \right) a}_{\text{par}} \frac{\psi''}{\psi'} + 2a \underbrace{\frac{\psi''}{\psi'}}_{\text{ímpar}} +$$

$$+ \underbrace{4 \left\{ \left(y - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{4} \right\}}_{\text{ímpar}} \frac{\beta'^2}{\beta^3 (1 - \beta)^{1/2}} \frac{\psi''}{\psi'} + 4 \underbrace{\left(y - \frac{1}{2} \right)}_{\text{par}} \frac{\beta'^2}{\beta^3 (1 - \beta)^{1/2}} \frac{\psi''}{\psi'}$$

onde $\beta = 1 - \psi'^2$ e

$$\frac{\beta'^2}{\beta^3 (1 - \beta)^{1/2}} = \frac{4 \psi''^2 |\psi'|}{(1 - \psi'^2)^3}$$

e teremos; a parte ímpar:

$$\sigma(y) = - \frac{1}{1 - \psi'^2} \left| (1 - \psi'^2) (2 \tilde{\eta}_R + 4 \left(y - \frac{1}{2} \right) \bar{\eta}_R) \frac{\psi''}{\psi'} \right|', \quad (I-57)$$

e a parte par:

$$\left[(1 - \psi'^2) \left\{ \frac{\psi}{\tau_\phi \psi'} + (2\bar{\eta}_R + 4\tilde{\eta}_R (y - \frac{1}{2})) \frac{\psi''}{\psi'} \right\} \right]' = \frac{1}{\tau_N} (1 - \psi'^2) \quad , \quad (\text{I-58})$$

onde $\bar{\eta}_R$ e $\tilde{\eta}_R$ substituem as partes pares e ímpares de η_R , respectivamente.

A função $\psi(y)$ é uma função par de $y - \frac{1}{2}$, necessitamos apenas de resolver (I-58) no intervalo $\frac{1}{2} \leq y \leq 1$.

A condição de contorno para $y = \frac{1}{2}$ é obtida através da continuidade de v_r e requisitando que B seja nula. Dessa forma;

$$\psi'(\frac{1}{2}) = 0 \quad , \quad (\text{I-59})$$

e outra forma da condição de contorno será:

$$\lim_{y \rightarrow \frac{1}{2}} \left| \frac{\psi}{\tau_\phi \psi'} + \{2\bar{\eta}_R + 4\tilde{\eta}_R (y - \frac{1}{2})\} \frac{\psi''}{\psi'} \right| = 0 \quad . \quad (\text{I-60})$$

Essa condição pode ser eliminada através da integração de ambos lados da equação (I-58) de $\frac{1}{2}$ até y . Nós temos:

$$\frac{\psi}{\tau_\phi} + 2\psi'' + 4a \{1 + 4(y - \frac{1}{2})^2\} \frac{\psi''' |\psi'|}{(1 - \psi'^2)^3} = \frac{\psi'}{\tau_N (1 - \psi'^2)} \int_{\frac{1}{2}}^y (1 - \psi'^2) dy \quad (\text{I-61})$$

As condições de contorno para $y = 1$ são dadas por:

$$\psi(1) = 0 \quad , \quad (\text{I-62})$$

$$\psi'(1) = (1 - \beta)^{1/2} \quad . \quad (\text{I-63})$$

Nosso problema em resumo, é o seguinte; resolver a equação (I-61) sob as condições (I-59), (I-62) e (I-63). O símbolo do valor absoluto para a ψ' na equação (I-61) pode ser omitido para a ψ' su-

pondo-se que ela é positiva no intervalo $\frac{1}{2} \leq y \leq 1$ sem perda da generalidade. A despeito das diferenças em nossa equação e a da referência (13) ela se assemelham no conteúdo físico.

Numa ligeira diferença vem do fato de que eles aproximaram o termo $2\bar{\eta}_R + 4\tilde{\eta}_R(y - \frac{1}{2})$ na equação (I-58) por $2\eta_R$.

I.6 - A importância do parâmetro $\tau_{//}$

Hamada⁽¹⁾ mostrou e em nosso modelo é válido (supondo t_ϕ e t_N independentes do tempo e que:

$$f_n(t) t_\phi(t) = t_\phi(0) = \text{constante}$$

isso significa que $n(t) t_\phi(t) = \text{const.}$ que é um resultado apropriado. Para o t_N (tempo de decaimento de partículas em estoque) também é válida a expressão:

$$n(t) t_N(t) = \text{constante} .$$

Isso é importante, na determinação de nosso tg's.

Outra relação, que será muito utilizada por nós, é aquela que define o α , a partir da constância de τ_ϕ e τ_N no tempo, definiu-se⁽¹⁾:

$$\alpha = \frac{\text{def } t_\phi(t)}{t_N(t)} = \frac{\tau_\phi}{\tau_N} = \text{const.} \quad (\text{I-64})$$

O parâmetro α é definido e a razão β_s da separatriz determina $\langle \beta \rangle$, x_s e os perfis radiais de todas as quantidades no interior da separatriz, mas, determina também τ_ϕ e τ_N .

$$\tau_\phi = \frac{\eta t_\phi}{\mu_0 r_s^2} \quad \text{e} \quad \tau_N = \frac{\eta t_N}{\mu_0 r_s^2} \quad (\text{I-65})$$

Conclusão; é possível a manutenção de um FRC, especificando-se o

(α, β_s) numa experiência e dadas três condições experimentais.

Vários autores^(13,17,23) mostraram a importância do $\tau_{//}$ na evolução de um FRC.

Na verdade, as configurações reversas são compostas de partículas aprisionadas (que chamamos, o interior da separatriz) e partículas não aprisionadas (externas a separatriz) que são livres para escapar ao longo das linhas de campo abertas. Confinamento de partículas é governado como a razão pela qual os elétrons e íons se difundem através da separatriz e na região de linhas de campo abertas. O confinamento do fluxo magnético poloidal é governado pela razão de dissipação de fluxo no eixo magnético. Existe um interesse muito grande, em verificar se o transporte de partículas em FRC's, não seria governado por uma micro instabilidade turbulenta. A instabilidade de "arrasto" híbrida inferior dá a razão de crescimento mais rápida no parâmetro de arrasto no intervalo moderado $0,1 < \frac{v_d}{v_i} < 1$ (v_d é a velocidade de arrasto do íon, v_i velocidade térmica iônica) a qual é importante para FRC's).

Um modelo de transporte global usando difusão e baseado em turbulência λ_{hd} foi mostrado, como explicando os perfis de densidade radial observados em "Theta-Pinch" convencionais⁽²⁹⁾.

O problema é mais complexo em FRC's onde existem duas regiões (linhas de campo abertas e fechadas) com um comportamento para transporte radicalmente diferente. A forte influência das perdas rápidas nas extremidades foi observado por Steinhauer em 1979⁽³⁰⁾.

A conservação da massa estacionária em linhas de campo abertas é expressa pela equação:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{n_{\perp}}{2\mu} \frac{\beta}{b^2} \frac{dn}{dr} \right) - \frac{n}{\tau_{//}} = 0 \quad , \quad (I-66)$$

onde o termo $-\frac{n}{\tau_{//}}$ é suposto um sorvedouro de partículas, $b \equiv \frac{B(r)}{B_e}$,

B_e é o campo magnético axial externo, B é o campo magnético axial local e o $\beta \equiv n(r)k (T_e + T_i)/(B_e^2/2\mu)$.

A mesma equação no trabalho de Hamada⁽¹⁾, tem a forma:

$$\left\{ \frac{\beta}{\tau_\phi (1-\beta)^{1/2}} \int_1^y \sqrt{1-\beta} dy - \eta_R \frac{2y\beta\beta'}{1-\beta} \right\}' = \left(\frac{1}{\tau_N} - \sigma \right) \beta, \quad (\text{I-67})$$

onde os termos que tem "lower hybrid drift" e $\frac{1}{\tau_N}$ foram desprezados e y igual a unidade. Então:

$$\left\{ \eta_R \frac{2\beta\beta'}{1-\beta} \right\}' - \sigma\beta = 0$$

o σ tem a expressão;

$$\sigma = \sigma_M \left\{ 1 - \left(\frac{\beta}{\beta_S} \right)^q \right\} \text{ fazemos } q = \infty, \text{ tal como em Hamada}^{(1)} \text{ e}$$

teremos:

$$\left\{ \eta_R \frac{2\beta\beta'}{1-\beta} \right\}' - \sigma_M\beta = 0$$

onde;

$$\sigma_M = \frac{\mu_0 r_s^2 w}{\eta_{cL}} \quad (\text{a resistividade é } \eta = \eta_c \eta_R (y)).$$

Observe que $\frac{L}{w} = t_{//}$, temos:

$$\frac{1}{\mu_0 r_s^2} \left\{ \eta \frac{2\beta\beta'}{1-\beta} \right\}' \quad \text{onde} \quad \frac{d}{dy} = \frac{r_s^2}{2r} \frac{d}{dr},$$

logo:

$$\frac{r_s^4}{\mu_0 r_s^2 2r} \frac{d}{dr} \left\{ \eta \frac{\beta}{1-2\beta r} \frac{d}{dr} \right\} = \frac{r_s^2}{2\mu_0} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ \frac{\eta}{1-\beta} \frac{\beta}{r} \frac{d\beta}{dr} \right\} = \frac{\beta}{t_{//}}.$$

Isto pode ser aproximado como:

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{\eta\beta}{2\mu_0(1-\beta)} - \frac{d\beta}{dr} \right) = \frac{\beta}{t_{//}} \quad (I-68)$$

Essa equação coincide com a de Steinhauer (I-66) quando a resistividade é clássica.

Agora vamos acrescentar nossa resistividade anômala na forma (I-45) $\eta_{an} = ay \frac{(d\beta/dy)^2}{\beta^3 b}$ para $r = r_s$ teremos:

$$\eta_{an} \approx a^* \frac{b}{\beta^3} \left(\frac{db}{dr} \right)^2, \quad (I-68)$$

onde, $\beta = 1 - b^2$, $a^* = r_s^2 a \cdot e \left(\frac{n}{n_s} \right)^2$

A Eq.(I-68) nos leva a:

$$\frac{a^*}{2\mu_0} \frac{d}{dr} \left(\frac{b\beta}{\beta^3(1-\beta)} \left(\frac{db}{dr} \right)^2 \frac{d\beta}{dr} \right) = \frac{\beta}{t_{//}}.$$

ou

$$\frac{3a^*}{4\mu_0} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{\beta^{2/3}} \frac{db}{dr} \right)^4 = \frac{1}{2 t_{//}} \frac{d}{dr} \int_0^\beta \frac{\beta'^{1/3}}{\sqrt{1-\beta'}} d\beta'.$$

Supomos;

$$\frac{1}{\beta^{2/3}} \frac{db}{dr} \rightarrow 0, \quad \text{quando } \beta \rightarrow 0, \quad \text{teremos}$$

$$\frac{3a^*}{4\mu_0} \left(\frac{1}{\beta^{2/3}} \frac{db}{dr} \right)^4 = \frac{1}{t_{//}} \int_0^\beta \frac{\beta'^{1/3}}{\sqrt{1-\beta'}} d\beta'$$

$$\frac{1}{(1-\beta')^{1/2}} = \left(1 - \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \dots \right)^{-1}$$

então

$$\frac{3a^*}{2\mu_0} \frac{1}{\beta^4} \left(\frac{db}{dr} \right)^4 = \frac{1}{t_{//}} \left(1 + \frac{2}{7} \beta + \frac{3}{20} \beta^2 + \dots \right), \quad (I-69)$$

para $r = r_s$, teremos:

$$\frac{2}{\mu_0} \frac{1}{b_s \beta_s} \left(\frac{db}{dr} \right)_s^2 = \frac{1}{\tau_{//}} \left(1 + \frac{2}{7} \beta_s + \frac{3}{20} \beta_s^2 + \dots \right) , \quad (I-70)$$

ou

$$\left(1 + \frac{2}{7} \beta_s + \frac{3}{20} \beta_s^2 + \dots \right)^{-1} = 1 - \frac{2}{7} \beta_s - \frac{67}{980} \beta_s^2 + \dots ,$$

então:

$$\frac{2}{\mu_0} \frac{\eta_s}{b_s \beta_s} \left(\frac{db}{dr} \right)_s^2 \left(1 - \frac{2}{7} \beta_s - \frac{67}{980} \beta_s^2 + \dots \right) = \frac{1}{\tau_{//}} . \quad (I-71)$$

Essa equação (I-71) corresponde a equação (12) do trabalho de Steinhauer⁽²⁹⁾. Na notação do trabalho desenvolvido por nós, teremos:

$$\left(\frac{db}{dr} \right)_s = \frac{2}{r_s} \psi_s'' \quad \dots \quad \frac{2}{\mu_0} \frac{\eta_s}{\psi_s' (1 - \psi_s'^2)} \frac{1}{r_s^2} \psi_s''^2 \left(1 - \frac{2}{7} \beta_s - \frac{67}{980} \beta_s^2 \right) = \frac{1}{\tau_{//}}$$

onde

$$\eta_s = r_s^2 a \frac{b_s}{\beta_s^3} \left(\frac{db}{dr} \right)^2 = 4 a \frac{b_s}{\beta_s^3} \psi_s''^2 ,$$

ou

$$\frac{1}{\tau_{//}} = \frac{32a \psi_s''^4}{(1 - \psi_s'^2)^4} \left(1 - \frac{2}{7} \beta_s - \frac{67}{980} \beta_s^2 + \dots \right) , \quad (I-72)$$

$$\text{onde } \tau_{//} = \frac{\eta_c \tau_{//}}{\mu_0 r_s^2} .$$

Agora, a formulação de Steinhauer também fornece uma equação para transporte interno isto é:

$$\eta' \frac{db}{du} = \frac{\tau_0}{\tau_N} \frac{Gb}{\beta} + \frac{\tau_0}{\tau_\phi} \left| F(1) - F \right| , \quad (I-73)$$

τ_ϕ é o decaimento temporal de fluxo poloidal,

τ_N é o decaimento temporal de partículas em estoque.

$G(u) = \int_0^u \beta(u') du'$, $F(u) \equiv \int_0^u b(u') du'$ o η' é chamado de resistividade normalizada, além disso,

$$\frac{dF}{du} = b \quad , \quad (I-74)$$

$$\frac{dG}{du} = \beta \quad . \quad (I-75)$$

Tais equações obedecem as seguintes condições de contorno:

$$b(0) = F(0) = G(0) = 0 \quad , \quad (I-76)$$

e

$$\frac{\eta'}{\beta b} \left(\frac{db}{du} \right)^2 \left(1 - \frac{2}{7} \beta - \frac{67}{980} \beta^2 + \dots \right) \Big|_{u=1} = \frac{\tau_0}{4 \tau_{//}} \quad , \quad (I-77)$$

$$G(1) = 1 - \frac{x_s^2}{2} \quad . \quad (I-78)$$

Essas equações são reescritas em termos da nossa notação:

$$\eta' = \eta_R \quad , \quad \tau_0 = \frac{\mu R^2}{4 \eta_c} = \frac{\mu_0 r_s^2}{8 \eta_c}$$

além disso,

$$\frac{t_N}{t_0} = \frac{8 \eta_c t_N}{\mu_0 r_s^2} = 8 \tau_N \quad e \quad \frac{t_\phi}{t_0} = 8 \tau_\phi$$

$$b = \psi' \quad , \quad \beta = 1 - \psi'^2 \quad , \quad \frac{db}{du} = \frac{b'}{2} = \frac{\psi''}{2}$$

o

$$G = \int_0^u \beta du \quad u = \frac{r^2}{R^2} - 1 = 2y - 1$$

$$G = 2 \int_{1/2}^y \beta dy = 2 \int_{1/2}^y (1 - \psi'^2) dy$$

$$F = \int_0^u bdu = 2 \int_{1/2}^y \psi' dy = 2(\psi(y) - \psi(1/2))$$

$$F(1) = 2(\psi(1) - \psi(1/2))$$

$$F(1) - F = 2\psi(1) - 2\psi(y).$$

A eq.(I-73) fica:

$$\eta_R \frac{\psi''}{2} = \frac{1}{8\tau_N} 2 \left\{ \int_{1/2}^y (1 - \psi'^2) dy \right\} \frac{\psi'}{1 - \psi'^2} + \frac{1}{8\tau_\phi} (2\psi(1) - 2\psi(y))$$

$$\frac{1}{\tau_\phi} (\psi(y) - \psi(1)) + 2\eta_R \psi'' = \frac{1}{\tau_N} \frac{\psi'}{1 - \psi'^2} \int_{1/2}^y (1 - \psi'^2) dy \quad \text{(I-79)}$$

Nós temos definido ψ tal que $\psi(1) = 0$, essa é nossa equação se $\tau_\phi = \tau_\beta$ e quando η_R for uma função par de $y - \frac{1}{2}$.

Se temos parte par e ímpar para η_R ; $\eta_R = \bar{\eta}_R + \tilde{\eta}_R$, então nossa equação será:

$$\frac{\psi}{\tau_\phi} + \left\{ 4\left(y - \frac{1}{2}\right)\tilde{\eta}_R + 2\bar{\eta}_R \right\} \psi'' = \frac{1}{\tau_N} \frac{\psi'}{(1 - \psi'^2)} \int_{1/2}^y (1 - \psi'^2) dy.$$

Quando supomos resistividade λ_{hd} , teremos:

$$4\left(y - \frac{1}{2}\right)\tilde{\eta}_R + \bar{\eta}_R = \left(\eta_R = 1 + 4ay \frac{(d\beta/dy)^2}{\beta^3(1 - \beta)^2}\right)$$

ou

$$\bar{\eta}_R = 1 + \frac{a}{2} \frac{\beta'^2}{\beta^3 b}, \quad \tilde{\eta}_R = \left(y - \frac{1}{2}\right) a \frac{\beta'^2}{\beta^3 b}$$

então

$$\begin{aligned} 4\left(y - \frac{1}{2}\right)\tilde{\eta}_R + \bar{\eta}_R &= 4\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 a \frac{\beta'^2}{\beta^3 b} + 2 + a \frac{\beta'^2}{\beta^3 b} \\ &= 2 \left\{ 1 + \frac{a}{2} \frac{\beta'^2}{\beta^3 b} + 2\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 a \frac{\beta'^2}{\beta^3 b} \right\} \end{aligned}$$

$$= 2 \left\{ 1 + a \frac{\beta'^2}{\beta^3 b} + (2y^2 - 2y) a \frac{\beta'^2}{\beta^3 b} \right\}$$

$$= 2 \left\{ 1 + (2y^2 - 2y + 1) a \frac{\beta'^2}{\beta^3 b} \right\}$$

= 2 { $\eta_0 + (2y - 2 + \frac{1}{y}) \eta$ } para a notação de Steinhauer, onde

$$2y - 2 + \frac{1}{y} = \frac{r_s^2}{r^2} - 2 + \frac{2r^2}{r_s^2} = \frac{2R^2}{r^2} - 2 + \frac{r^2}{R^2} .$$

Eles fazem $\frac{2R^2}{r^2} - 2 + \frac{r^2}{R^2} = 1$ para $r > R$.

A eq.(I-74) fica:

$$\frac{dF}{du} = \frac{F'}{2} = \psi' = b .$$

A eq.(I-75) se torna:

$$1 - \psi'^2 = \beta , \text{ isso é trivial.}$$

A eq.(I-76) corresponde a:

$$\psi'(\frac{1}{2}) = 0 , \psi(\frac{1}{2}) = \psi(\frac{1}{2}) , \int_{1/2}^{1/2} (1 - \psi'^2) dy = 0 .$$

E a eq.(I-78) será:

$$2 \int_{1/2}^1 (1 - \psi'^2) dy = \langle \beta \rangle = 1 - \frac{x_s^2}{2} .$$

A eq.(I-77) só será válida se supomos resistividade λ hd supondo que qualquer tipo de resistividade pode ser assumida (segundo Steinhauer)⁽²⁶⁾. Então tal expressão pode ser reescrita como:

$$\frac{2 \eta_s}{\mu_0 \beta_s b_s} \left(\frac{db}{dr} \right)_s^2 (1 - \frac{2}{7} \beta \dots) = \frac{1}{r_{//}}$$

essa é a equação (I-71) que encontramos anteriormente.

A formulação do $\tau_{//}$ significa o cálculo de perda de partículas na borda externa da separatriz. Se o $t_{//}$ for omitido nossos resultados mostrarão a configuração interna a separatriz e aí torna-se \bar{I}_i vre qualquer suposição na estrutura da borda externa a separatriz.

CAPÍTULO II

Resolução Numérica da Equação de Fluxo

Introdução

O método de solução da equação de fluxo, com as respectivas condições de contorno é descrito aqui.

O programa desenvolvido, para um ponto singular na ψ' , e o exemplo utilizado para resolução do valor de contorno são descritos de forma numérica para que possamos entender os resultados da equação de fluxo vistos nos próximos capítulos.

II.1 - Equações básicas, método de convergência

Vamos reescrever as equações, numerando-as novamente:

$$B = B_w y' \quad , \quad (II-1)$$

$$J_\theta = - \frac{2B_w}{\mu_o r_s} \sqrt{y} \psi'' \quad , \quad (II-2)$$

$$\beta = 1 - \psi'^2 \quad (II-3)$$

$$E_\theta = \frac{\eta_n B_w \psi}{2\mu_o r_s y^{1/2} \tau_\phi} \quad , \quad (II-4)$$

$$v_r = \frac{\eta_n}{2\mu_o r_s y^{1/2}} \left(\frac{\psi}{\tau_\phi \psi'} + 4\eta_R y \frac{\psi''}{\psi'} \right) \quad , \quad (II-5)$$

$$v_z = \frac{\eta_n z}{\mu_o r_s^2} \left\{ - \frac{1}{\tau_L(\tau)} + \sigma(y) \right\} \quad , \quad (II-6)$$

$$\eta_R(y) = 1 + \frac{4ay\psi''^2|\psi'|}{(1-\psi'^2)^3}, \quad (\text{II-7})$$

$$\rightarrow a = \frac{3}{8} (4\pi\epsilon_0)^2 \frac{m_i^{1/2} T_i(\text{ev}) T_e^{3/2}(\text{ev})}{e^{5/2} n_m B_w r_s^2 \ln\Lambda}, \quad (\text{II-8})$$

a equação de fluxo a ser resolvida dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\psi}{\tau_\phi} + 2\psi'' + 4a \left\{ 1 + 4\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \right\} \cdot \frac{\psi''^3 |\psi'|}{(1-\psi'^2)^3} &= \\ &= \frac{\psi'}{\tau_N (1-\psi'^2)} \int_{1/2}^y (1-\psi'^2) dy \end{aligned} \quad (\text{II-9})$$

As condições de contorno oferecidas são:

$$\psi'\left(-\frac{1}{2}\right) = 0, \quad (\text{II-10})$$

$$\psi(1) = 0, \quad (\text{II-11})$$

$$\psi'(1) = (1-\beta)^{1/2}, \quad (\text{II-12})$$

e o intervalo para resolução da equação de fluxo é $\frac{1}{2} \leq y \leq 1$.

O a e o τ_N são constantes, onde o a é condição física e τ_N qualquer valor positivo, o β_s também é um parâmetro no intervalo entre (0 e 1). Nossa tentativa é determinar $\psi(y)$ e τ_ϕ como funções de a , τ_N e β_s .

As condições de contorno (II-10) a (II-12) são suficientes para determinar a solução da $\psi(y)$, se $y = \frac{1}{2}$ não for ponto singular. Existe um ponto onde $y = \frac{1}{2}$ é singular porque a equação (II-9) inclui o termo onde temos $\frac{1}{\psi'}$ e $\psi'(\frac{1}{2}) = 0$ mas, através da condição de contorno definida em (I-60) o termo de confronto

$$- \psi'' \left(\frac{1 + \psi'^3}{\psi} \left(\frac{\psi}{\tau_\phi} + 2 \psi'' \right) \right)$$

convergir para um valor definido como $4a \psi''^4(\frac{1}{2})$ quando $y \rightarrow \frac{1}{2} + \epsilon$.

Temos:

$$\psi'''(-\frac{1}{2} + \epsilon) = -2a\psi'' \quad , \quad (\text{II-13})$$

conforme (I-5) e (I-6).

Através dos $\psi(\frac{1}{2})$, $\psi'(\frac{1}{2})$, $\psi''(\frac{1}{2})$ e $\psi'''(\frac{1}{2})$ determinamos $\psi(\frac{1}{2} + \delta)$, $\psi'(\frac{1}{2} + \delta)$, $\psi''(\frac{1}{2} + \delta)$ onde δ é um pequeno incremento de $y = \frac{1}{2}$.

A determinação de $\psi'''(\frac{1}{2} + \delta)$ é feita através de (II-9) que não é singular para $y = \frac{1}{2} + \delta$.

Numericamente calcularemos a função de $\psi(y)$ e suas derivadas passo a passo pelo método Runge-Kutta.

A solução de $\psi(y)$ será função de $a, \tau_N, \psi(\frac{1}{2})$ e τ_ϕ .

$$\psi(y) = \psi(y; a, \tau_N, \psi(\frac{1}{2}), \tau_\phi) \quad . \quad (\text{II-14})$$

Tal solução satisfará condições de contorno (II-10) mas as condições (II-11) e (II-12) são satisfeitas por ajustes nos valores de $\psi(\frac{1}{2})$ e τ_ϕ ; isto é possível porque tais valores são desconhecidos para essas condições.

Em primeiro lugar, escolhemos dois valores quaisquer para $\psi(\frac{1}{2})$ e τ_{ϕ_0} , nossa função para a $\psi_0(1) = (1, a, \tau_N, \psi_0(\frac{1}{2}), \tau_{\phi_0})$ em segundo lugar, são calculadas as derivadas de $\frac{\partial \psi(1)}{\partial \psi_0(1/2)}$ e $\frac{\partial \psi(1)}{\partial \tau_{\phi_0}}$ com pequeno incremento $\psi(\frac{1}{2})$ e $\psi_0(\frac{1}{2})$.

Em terceiro lugar são calculadas as derivadas de $\frac{\partial \psi'(1)}{\partial \psi_0(1/2)}$ e $\frac{\partial \psi'(1)}{\partial \tau_{\phi_0}}$ de forma semelhante a anterior.

Por último, resolvemos as equações diferenciais obtidas,

$$\frac{\partial \psi(1)}{\partial \psi_0(1/2)} X + \frac{\partial \psi(1)}{\partial \tau_\phi} Y = -\psi_0(1) \quad (\text{II-15})$$

$$\frac{\partial \psi'(1)}{\partial \psi_0(1/2)} X + \frac{\partial \psi'(1)}{\partial \tau_{\phi_0}} Y = \sqrt{1 - \beta_s} - \psi_0'(1),$$

onde a $\psi_0'(1) = \psi'(1; \psi_0(1/2), \tau_{\phi_0})$. Os valores para X e Y seguem os valores dos $\psi(1/2)$ e τ_ϕ isto é:

$$\begin{aligned} \rightarrow \psi_1\left(\frac{1}{2}\right) &= \psi_0\left(\frac{1}{2}\right) + \epsilon X \\ \tau_{\phi_1} &= \tau_{\phi_0} + \epsilon Y \end{aligned} \quad (\text{II-16})$$

onde ϵ é um fator de convergência o qual é sempre tomado como positivo.

Considerados os valores de $\psi(1)$ e $\psi'(1)$ para $\psi_1(1/2)$ e τ_{ϕ_1} como $\psi_1(1)$ e $\psi_1'(1)$ respectivamente e corrigimos $\psi_1(1)$ e $\psi_1'(1)$ na comparação com $\psi_0(1)$ e $\psi_0'(1)$ ou:

$$\begin{aligned} |\psi_1(1)| &< |\psi_0(1)| \\ |\sqrt{1 - \beta_s} - \psi_1'(1)| &< |\sqrt{1 - \beta_s} - \psi_0'(1)| \end{aligned} \quad (\text{II-17})$$

Calculamos $\frac{\partial \psi(1)}{\partial \psi_1(1/2)}$, $\frac{\partial \psi'(1)}{\partial \psi_1(1/2)}$, $\frac{\partial \psi'(1)}{\partial \tau_{\phi_1}}$ como anteriormente obtendo $\psi_2(1)$ e $\psi_2'(1)$. Por essa forma é possível interagir $\psi_n(1)$ e $\psi_n'(1)$ até $|\psi_n(1)|$ e $|\sqrt{1 - \beta_s} - \psi_n'(1)|$ se tornarem adequadamente pequenos.

Os valores desejados de $\psi(1/2)$ e τ_ϕ serão calculados como funções de a , τ_N e β_s .

Se em algum ponto da interação, a desigualdade:

$$|\psi_n(1)| < |\psi_{n-1}(1)|$$

$$\rightarrow \left| \sqrt{1 - \beta_s} - \psi'_n(1) \right| < \left| \sqrt{1 - \beta_s} - \psi'_{n-1}(1) \right| \quad , \quad (\text{II-18})$$

não é mantida, reduzimos o valor de ϵ (o passo ϵ de interação inicial, pode ser muito menor de que a unidade). Um ϵ maior do que a unidade também pode acelerar a convergência de interação.

II.2 - Tratamento de singularidade

Vamos retornar a equação (II-9) obtida no capítulo anterior.

$$\begin{aligned} \frac{\psi}{\tau_\phi} + 2\psi'' + 4a \left\{ 1 + 4\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \right\} \frac{\psi''^3 |\psi'|}{(1 - \psi'^2)^3} &= \\ &= \frac{\psi'}{\tau_N (1 - \psi'^2)} \int_{1/2}^y (1 - \psi'^2) dy \quad , \quad (\text{II-19}) \end{aligned}$$

Restringimos nosso interesse (por enquanto) na área contida no interior da separatriz onde $\psi < 0$. Para $y = \frac{1}{2}$, $-\frac{\psi}{\tau_\phi}$ é positiva e o termo no lado direito de (II-19) pode ser reescrita como:

$$P\psi''^3 + 2\psi'' = Q \quad , \quad (\text{II-20})$$

onde,

$$P = a(16\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + 4) \frac{\psi'}{(1 - \psi'^2)^3} \quad , \quad (\text{II-21})$$

e

$$Q = -\frac{\psi}{\tau_\phi} + \frac{\psi'}{\tau_N (1 - \psi'^2)} \int_{1/2}^y (1 - \psi'^2) dy \quad . \quad (\text{II-22})$$

Se, \underline{a} é positivo, \underline{P} e \underline{Q} são positivos próximos a $y = \frac{1}{2}$. Neste caso, a equação algébrica (II-20) para ψ'' tem apenas uma raiz positiva como visto graficamente na Fig. II-1.

Isto é, ψ'' é também positiva próxima de $y = \frac{1}{2}$, então ψ' é função crescente perto de $y = \frac{1}{2}$.

Ora, se $-\frac{\psi}{\tau_\phi}$ e $1 - \psi'^2$ são positivos, P e Q serão positivos e ψ'' também é positivo bem como ψ' .

A $\psi(y)$ é uma função tal como a mostrada na Fig. II-1.

Quando ψ' alcança o valor 1, a equação (II-19) se tornará singular.

O ponto singular é mostrado pelo pontos, na Fig. II-1. Neste ponto, P e Q são infinitos. Se $a = 0$, a propriedade do ponto singular foi discutida na referência (1). O caso em discussão aqui, é para $a > 0$.

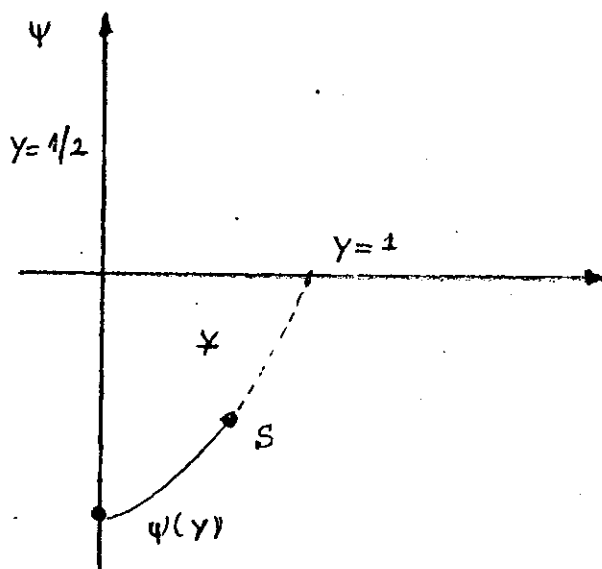


Figura II.1 - Função $\psi(y)$

Se queremos a solução para $\psi(y)$ com $\beta_s = 0$ ajustamos τ_ϕ e $\psi(1/2)$ de forma que o ponto singular s coincida com o ponto $(\psi = 0, \gamma = 1)$ no eixo horizontal da Fig. II-1. Nesta proposta, devemos conhecer o comportamento de $\psi(y)$ próximo ao ponto s da singularidade.

Fazemos a divisão de ambos lados de (II-19) por P e $(1 - \psi'^2)$ é tomado como um número positivo muito pequeno, obtemos:

$$\psi''^3 = \frac{Q}{P} = \frac{(1 - \psi'^2)^2}{a(16(\gamma - \frac{1}{2})^2 + 4)\tau_N} \int_{1/2}^{\gamma} (1 - \psi'^2) dy, \quad (II-23)$$

onde y é a coordenada y do ponto singular y .

Considerando $(1 - \psi'^2)$ muito pequeno, teremos a seguinte aproximação $(1 - \psi'^2)^2 = 4(1 - \psi')^2$.

$$\psi''^3 = (1 - \psi'^2) R^3 : R^3 = \frac{4 \int_{1/2}^y (1 - \psi'^2) dy}{16a(y - \frac{1}{2})^2 + 4}, \quad (\text{II-24})$$

o R^3 é uma constante positiva e finita definida acima. Sabendo o comportamento da $\psi(y)$ para $(1 - \psi'^2)^2 = (1 + \psi')^2(1 - \psi')^2 \approx 4(1 - \psi')^2$, o lado esquerdo do ponto s , consideramos $1 - \psi'$ um infinitesimal positivo. De (II-24) temos:

$$\psi'' = (1 - \psi')^{2/3} R, \quad (\text{II-25})$$

a equação diferencial é resolvida, substituindo $f = (1 - \psi')$, $f' = -f^{2/3} R \rightarrow (f^{1/3})' = -\frac{R}{3}$. Agora integraremos y até $y < y$ e substituímos $f(y) = 0$, logo:

$$f^{1/3}(y) = -\frac{R}{3} (y - y), \quad (\text{II-26})$$

$$f(y) = -\frac{R^3}{27} (y - y)^3,$$

$$\psi'(y) = 1 - f = 1 + \frac{R^3}{27} (y - y)^3. \quad (\text{II-27})$$

Integrando novamente, obtemos:

$$\psi(y) = \psi(y) + (y - y) + \frac{R^3}{27 \times 4} (y - y)^4. \quad (\text{II-28})$$

Diferenciando (II-27) :

$$\psi''(y) = \frac{R^3}{9} (y - y)^2. \quad (\text{II-29})$$

Nas equações (II-27), (II-28) e (II-29) estão incluídas três

$$(1 - \psi'^2)^2 = (1 + \psi')^2 (1 - \psi')^2 \approx 4(1 - \psi')^2$$

constantes desconhecidas. Elas são determinadas para dados valores de a , τ_N , $\psi(1/2)$ e τ_ϕ como se segue.

Tais valores são suficientes para a determinação da $\psi(y)$ em um ponto diágnos $y = y_1$ próximo de $y = \underline{y}$ por cálculo numérico. Sabemos as quantidades $\psi(y_1)$, $\psi'(y_1)$, $\psi''(y_1)$. Através de (II-27), (II-28) e (II-29) obtemos:

$$\underline{y} - y_1 = \frac{3\psi''(y_1)^{1/2}}{R^{3/2}}, \quad (\text{II-30})$$

$$\psi(y) - \psi(y_1) = \underline{y} - y_1 - \frac{R^3}{27 \times 4} (\underline{y} - y_1)^4, \quad (\text{II-31})$$

$$\text{e } R = \frac{(1 - \psi')^{1/3}}{\underline{y} - y_1} \cdot 3, \quad (\text{II-32})$$

finalmente

$$\underline{y} - y_1 = \frac{3(1 - \psi'(y_1))}{\psi''(y_1)}, \quad (\text{II-33})$$

$$R = \frac{\psi''(y_1)}{(1 - \psi'(y_1))^{2/3}}, \quad (\text{II-34})$$

e

$$\psi(\underline{y}) - \psi(y_1) = 3\left(1 - \frac{\psi'(y_1)}{\psi''(y_1)}\right) - \frac{3}{4} \frac{(1 - \psi'(y_1))^2}{\psi''(y_1)}. \quad (\text{II-35})$$

Por essas equações achamos a posição do ponto singular $(\underline{y}, \psi(\underline{y}))$ da delta de ψ' , ψ' , ψ'' em $y = y_1$. Apenas isso não é suficiente para resolução numérica da equação de fluxo. O próximo passo é resolver os problemas das condições de contorno.

II.3 - Problemas do valor de contorno

Através da equação (II-19) com suas condições iniciais definidas de (II-10) a (II-12) e (I-60) ajustaremos os valores de $\psi(\frac{1}{2})$ e τ_ϕ como já foi visto, os a e τ_N são considerados parâmetros dados.

Estudaremos um método de iteração que resulte em convergência efetiva através de uma equação modelo.

Temos de (II-9) a (II-12):

$$\frac{\psi}{\tau_{\phi}} + 2\psi'' + 4a \left\{ 4\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 \right\} \frac{\psi''^3 \psi'}{(1 - \psi'^2)^3} = \frac{1}{\tau_M} \frac{\psi'}{(1 - \psi'^2)} \int_{1/2}^y (1 - \psi'^2) dy \quad (\text{II-36})$$

se o β_s não for pequeno o lado direito se aproxima como:

$$\frac{1}{\tau_N} \frac{\psi'}{(1 - \psi'^2)} \int_{1/2}^y (1 - \psi'^2) dy \sim \frac{1}{\tau_N} \psi' \left(y - \frac{1}{2}\right) \sim \frac{1}{\tau_N} \left(\psi - \psi\left(\frac{1}{2}\right)\right) \quad (\text{II-37})$$

Se $a \gg 1$, o segundo termo do lado esquerdo de (II-36) pode ser desprezado. O termo $4\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + 1$ muda seu valor de 1 para 2 quando y muda de 1/2 para 1.

Substituiremos esse termo por 1 e teremos a equação:

$$4a\psi''^3 \psi' = -\frac{\psi}{\tau_{\phi}} + \frac{1}{\tau_N} \left(\psi - \psi\left(\frac{1}{2}\right)\right) \quad (\text{II-38})$$

Simplificação da equação exige a substituição da $\psi(y)$ por uma constante $\frac{\psi(1/2)}{2}$. Temos:

$$4a\psi''^3 \psi' = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_{\phi}} + \frac{1}{\tau_N}\right) \psi\left(\frac{1}{2}\right) \quad (\text{II-39})$$

Tal equação é nosso modelo para equação de fluxo, estudemos tal equação sob as condições iniciais:

$$\psi = \psi\left(\frac{1}{2}\right) \quad \text{para} \quad y = 1/2$$

$$\psi'\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \quad , \quad (\text{II-40})$$

e como condições finais:

$$\psi(1) = 0 \quad , \quad \psi'(1) = \sqrt{1 - \beta_s} \quad (\text{II-41})$$

Observe que a condição inicial $\psi''(\frac{1}{2}) = -\frac{\psi(\frac{1}{2})}{2\tau_\phi}$ pode não ser satisfeita devido a redução na terceira ordem da equação (II-36) para a equação de segunda ordem (II-38). Nosso problema modelo de (II-38) a (II-41) representa a natureza qualitativa do problema original (II-36) muito grosseiramente.

Definimos uma constante:

$$\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\tau_\phi}{\tau_N} \quad , \quad (\text{II-42})$$

A eq.(II-38) fica:

$$\psi'''^3 \psi' = -\frac{1}{8a\tau_\phi} (1 + \alpha) \psi(1/2) \quad , \quad (\text{II-43})$$

ou

$$\psi'^{1/3} \psi''' = \frac{1}{2} \left(\frac{1 + \alpha}{a\tau_\phi} |\psi(1/2)| \right)^{1/3} \quad . \quad (\text{II-44})$$

Obtemos:

$$\frac{3}{4} \psi'^{4/3} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1 + \alpha}{a\tau_\phi} |\psi(1/2)| \right\}^{1/3} \left(y - \frac{1}{2} \right) \quad ,$$

ou,

$$\psi' = \left(\frac{2}{3} \right)^{3/4} \left\{ \frac{1 + \alpha}{a\tau_\phi} |\psi(1/2)| \right\}^{1/4} \left(y - \frac{1}{2} \right)^{3/4} \quad . \quad (\text{II-45})$$

Integrando (II-43), obtemos:

$$\psi = \psi\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{4}{7} \left(\frac{2}{3} \right)^{3/4} \left\{ \frac{1 + \alpha}{a\tau_\phi} |\psi\left(\frac{1}{2}\right)| \right\}^{1/4} \left(y - \frac{1}{2} \right)^{7/4} \quad . \quad (\text{II-46})$$

Tal é a solução de (II-38) sob as condições inicial (II-40) e (II-41).

Primeiro, temos de (II-45),

$$(1 - \beta_S) = \psi'^2(1) = \left(\frac{1}{2} \right)^{3/2} \left(\frac{2}{3} \right)^{3/2} \left\{ \frac{1 + \alpha}{a\tau_\phi} |\psi(1/2)| \right\}^{1/2} \quad ,$$

ou

$$(1 - \beta_S) = \left(\frac{1}{3} \right)^{3/2} \left\{ \frac{1 + \alpha}{a\tau_\phi} |\psi\left(\frac{1}{2}\right)| \right\}^{1/2} \quad . \quad (\text{II-47})$$

Segundo, de (II-46):

$$|\psi(\frac{1}{2})| = \frac{4}{7} (\frac{1}{2})^{7/4} (\frac{2}{3})^{3/4} \left\{ \frac{1 + \alpha}{a\tau_\phi} |\psi(\frac{1}{2})| \right\}^{1/4}$$

ou

$$|\psi(\frac{1}{2})|^{3/4} = \frac{4}{7} (\frac{1}{2})^{7/4} (\frac{2}{3})^{3/4} \left\{ \frac{1 + \alpha}{a\tau_\phi} \right\}^{1/4}$$

ou

$$|\psi(\frac{1}{2})| = (\frac{4}{7})^{4/3} (\frac{1}{2})^{7/3} (\frac{2}{3}) \left\{ \frac{1 + \alpha}{a\tau_\phi} \right\}^{1/3}, \quad (\text{II-48})$$

de (II-47), chegamos a:

$$\frac{1 + \alpha}{a\tau_\phi} |\psi(\frac{1}{2})| = (1 - \beta_s)^2 3^3, \quad (\text{II-49})$$

de (II-48) e (II-49) teremos:

$$\frac{1 + \alpha}{a\tau_\phi} (\frac{4}{7})^{4/3} (\frac{1}{2})^{7/3} (\frac{2}{3}) \left\{ \frac{1 + \alpha}{a\tau_\phi} \right\}^{1/3} = \{1 - \beta_s\}^2 3^3,$$

ou

$$\left\{ \frac{1 + \alpha}{a\tau_\phi} \right\}^{4/3} (\frac{4}{7})^{4/3} (\frac{1}{2})^{7/3} (\frac{2}{3}) = \{1 - \beta_s\}^2 3^3,$$

ou ainda;

$$\begin{aligned} a\tau_\phi &= (\frac{4}{7})(\frac{1}{2})^{7/4} (\frac{2}{3})^{3/4} (3)^{-9/4} (1 + \alpha)(1 - \beta_s)^{-3/2} = \\ &= \frac{1}{7} \frac{2}{3^3} (1 + \alpha)(1 - \beta_s)^{-3/2}. \end{aligned} \quad (\text{II-50})$$

De (II-49) e (II-50), teremos:

$$|\psi(\frac{1}{2})| = (1 - \beta_s)^2 3^3 \frac{a\tau_\phi}{1 + \alpha} - \frac{2}{7} (1 - \beta_s)^{1/2},$$

ou

$$|\psi(\frac{1}{2})| = \frac{2}{7} (1 - \beta_s)^{1/2}. \quad (\text{II-51})$$

Se $\alpha = 1$, $a = 1$ e o $\beta_s = 0,5$ as equações (II-49) e (II-50), fornecem:

$$\tau_{\phi} = 0,59 \quad , \quad \psi\left(\frac{1}{2}\right) = -0,40 \quad . \quad (\text{II-52})$$

A solução numérica do problema original (II-36) dará:

$$\tau_{\phi} = 0,022 \quad e \quad \psi\left(\frac{1}{2}\right) = -0,21 \quad . \quad (\text{II-53})$$

Então, nossa grosseira estimativa dá um resultado aproximadamente bom.

As eqs. (II-50) e (II-56) sugerem que a $\psi\left(\frac{1}{2}\right)$ e τ_{ϕ} não dependam do valor de \underline{a} . De forma que τ_{ϕ} pode ser inversamente proporcional a \underline{a} .

II.4 - Esquemas de iteração numérica

Da condição (II-39), temos:

$$\psi'(1) = \left(\frac{1}{3}\right)^{3/4} \left\{ \frac{1 + \alpha}{a\tau_{\phi}} \left| \psi\left(\frac{1}{2}\right) \right| \right\}^{1/4} \quad . \quad (\text{II-54})$$

Da equação (II-46) retiramos:

$$\psi(1) = \psi\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{2}{7} \left(\frac{1}{3}\right)^{3/4} \left\{ \frac{1 + \alpha}{a\tau_{\phi}} \left| \psi\left(\frac{1}{2}\right) \right| \right\}^{1/4} \quad , \quad (\text{II-55})$$

De (II-54) e (II-55) concluímos que $\psi'(1)$ e $\psi(1)$ no problema original tem dependência linear aproximada com $\psi(1/2)$ e $\left\{ \frac{1 + \alpha}{a\tau_{\phi}} \left| \psi\left(\frac{1}{2}\right) \right| \right\}^{1/4}$ no nosso problema a iteração convergirá rapidamente.

O seguinte procedimento ajuda em tal convergência, suponha que a:

$$\psi\left(\frac{1}{2}\right) = X \quad , \quad (\text{II-56})$$

e

$$\left\{ \frac{1 + \alpha}{a\tau_{\phi}} \left| \psi\left(\frac{1}{2}\right) \right| \right\}^{1/4} = Y \quad , \quad (\text{II-57})$$

Logo X e Y são dados como dependentes explícitas de $\psi'(l) = \psi'(l, X, Y)$ e $\psi(l) = \psi(l, X, Y)$, se acrescentamos uma delta a cada quantidade X e Y e representamos a $\psi'(l, X + \Delta X, Y + \Delta Y) = \sqrt{1 - \beta_s}$ e $\psi(l, X + \Delta X, Y + \Delta Y) \approx 0$ as quantidades Δx e Δy , satisfarão:

$$\sqrt{1 - \beta_s} - \psi'(l, x, y) = \frac{\partial \psi'}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial \psi'}{\partial y} \Delta y \quad , \quad (\text{II-58})$$

$$- \psi(l, x, y) = \frac{\partial \psi}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial \psi}{\partial y} \Delta y \quad . \quad (\text{II-59})$$

A dependência linear de $\psi'(l)$ e $\psi(l)$ em x e y é dada e os coeficientes para as derivadas segunda e primeira são aproximadamente constantes a cada passo da iteração, de forma que a convergência é boa.

Os coeficientes são calculados como se segue:

$$\frac{\partial \psi'}{\partial x} = \frac{1}{\delta x} \{ \psi'(l, x + \delta x, y) - \psi'(l, x, y) \}$$

$$\frac{\partial \psi'}{\partial y} = \frac{1}{\delta y} \{ \psi'(l, x, y + \delta y) - \psi'(l, x, y) \}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{1}{\delta x} \{ \psi(l, x + \delta x, y) - \psi(l, x, y) \}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{1}{\delta y} \{ \psi(l, x, y + \delta y) - \psi(l, x, y) \}$$

Se calcularmos as $\psi'(l, x + \delta x, y)$, $\psi'(l, x, y + \delta y)$, $\psi'(l, x, y)$, $\psi(l, x + \delta x, y)$, $\psi(l, x, y + \delta y)$ e $\psi(l, x, y)$ então ψ' e ψ são simultaneamente calculados.

Para calcular $\psi'(l, x + \delta x, y)$ e $\psi(l, x + \delta x, y)$ os incrementos de $\psi(l/2)$ e τ_ϕ são constantes por:

$$\delta \psi \left(-\frac{1}{2} \right) = \delta x \quad , \quad (\text{II-60})$$

$$\delta \tau_\phi = \frac{\tau_\phi}{\psi(l/2)} \delta x \quad , \quad (\text{II-61})$$

de forma que o y não muda.

Para calcular $\psi'(1, x, y + \delta y)$ e $\psi(1, x, y + \delta y)$ incrementos de $\psi(1/2)$ e τ_ϕ são dados por:

$$\delta\psi\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\tau_\phi}{\psi(1/2)} \delta x, \quad (\text{II-62})$$

$$\delta\tau_\phi = \frac{\tau_\phi}{\psi(1/2)} \delta x. \quad (\text{II-63})$$

Para calcular a função de fluxo e sua derivada, os incrementos de $\psi(1/2)$ e τ_ϕ , são dados por:

$$\delta\psi\left(\frac{1}{2}\right) = 0, \quad (\text{II-64})$$

$$\delta\tau_\phi = \frac{\tau_\phi}{\psi(1/2)} \delta x. \quad (\text{II-65})$$

Para calcular a função de fluxo e sua derivada incrementos de $\psi(1/2)$ e τ_ϕ são dados por:

$$\delta\psi\left(\frac{1}{2}\right) = 0,$$

$$\delta\tau_\phi = \frac{((1 + \alpha) |\psi(1/2)| - 1)}{a\tau_\phi (y + \delta y)^4} \tau_\phi \quad (\text{II-66})$$

assim o x não mudará.

II.5 - Auto-valores e auto-funções

Atualmente nas experiências, o valor de a situa-se na ordem de $0 \sim 10$, mas, a pode ser maior do que 10^3 em um reator de fusão. Analisemos as eqs.(II-9) a (II-12) para $a \gg 1$.

Primeiro, investigaremos o comportamento da $\psi(y)$ nas proximidades do $y = 1/2$, para esse fim, basta estudar equação (II-20) pro-

veniente de (II-9).

Para $y = 1/2$, P é igual a zero porque a $\psi'(1/2) = 0$, mas, se $a \gg 1$, P crescerá com y porque a $\psi'(y)$ é função crescente de y .

Por outro lado, $y = \frac{1}{2}$ tem $Q = -\psi(1/2)/\tau_\phi$ o qual será finito e positivo.

O segundo termo na definição de Q em (II-22) é aproximadamente proporcional a $(y - \frac{1}{2})^2$ perto de $y = \frac{1}{2}$, então o Q pode ser mais ou menos constante para esse ponto.

Graficamente, observamos que ϕ é pequeno, então ψ' se aproxima de:

$$\psi'' \approx \frac{Q}{2} \approx -\frac{\psi(1/2)}{2\tau_\phi} \quad , \quad (\text{II-67})$$

próximo de $y = \frac{1}{2}$. Para P grande, ψ'' é aproximado por $(\frac{Q}{P})^{1/3}$, isto é:

$$\psi'' \approx -\left(\frac{\psi(1/2)}{2\tau_\phi}\right) \left(\frac{1}{2a\psi'}\right)^{1/3} \quad (\text{II-68})$$

O valor de ψ'' é dado por (II-67) inicialmente, mas, breve será dado por (II-67) quando y , for maior do que $1/2$, o incremento δ de y necessário para esta transição pode ser muito pequeno, quando a foi muito grande; observando as funções de P e Q vemos que a δ decrescerá com o crescimento de a .

Se compararmos (II-67) e (II-68) para o valor de $y - \frac{1}{2} = \delta$ e aproximarmos $\psi' \sim \psi''(y - \frac{1}{2}) = -\frac{\psi(1/2)}{2\tau_\phi} (y - \frac{1}{2})$, obtemos uma função para ψ'' que decrescerá do valor dado em (II-66) para a metade quando $(y - \frac{1}{2})$ crescer de 108.

Se δ é da ordem de 10^{-1} , o resultado anterior não causará problemas de cálculos numérico porque a ψ'' será tomada com função que varia suave e vagarosamente. Mas, se δ for da ordem de 10^{-3} , ψ'' varia de forma apreciável com y crescendo de $y = \frac{1}{2}$ até $y = \frac{1}{2} + 10^{-2}$. Nesse caso, a precisão da rede para cálculos será suficientemente pequena, perto do ponto inicial $y = \frac{1}{2}$.

Se a é infinito, a computação numérica direta é impossível e temos de desenvolver uma técnica que permita realizá-la. A idéia de tal técnica é a seguinte, na discussão antecedente a $\psi'(y)$ perto de $y = \frac{1}{2}$ pode ser representada esquematicamente pela curva real na Fig. II-2, abaixo.

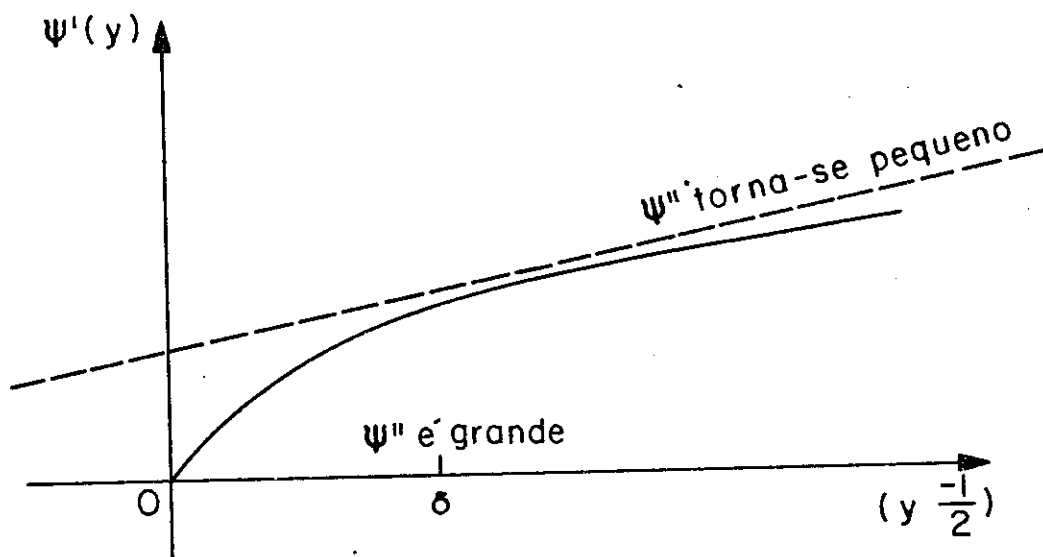


Figura II-2 - Representação de $\psi'(y)$ próxima de $y - \frac{1}{2}$

Onde $y - \frac{1}{2}$ é suficientemente maior do que δ , a $\psi'(y)$ pode ser descrita pela equação abaixo na qual ψ'' é desprezível de (II-20):

$$P\psi''^3 = Q \quad (II-69)$$

A linha pontilhada na Fig. II-2, representa uma solução de (II-69) tal que assintoticamente coincide com a curva real para um grande valor de $y - \frac{1}{2}$. A eq.(II-69) tem várias soluções para os valores iniciais de $y = \frac{1}{2}$.

Que valores iniciais darão soluções assintóticas para $\psi'(y)$?

Se temos uma regra de solucionar as condições iniciais para (II-69) necessitamos resolver a mesma no intervalo compreendido en-

tre $|\frac{1}{2}, 1|$ de y quando δ é muito pequeno.

Esta é a idéia. Na procura de tal regra, resolvemos (II-20) o que inclui $2\psi''$, o que é possível.

A eq.(II-20) é resolvida com respeito a ψ'' algebricamente.

Façamos:

$$\psi'' = \frac{2}{3PZ} \quad (II-70)$$

A eq.(II-20) fica:

$$Z^3 - \left(\frac{2}{3P}\right)^3 \frac{1}{Z^3} = \frac{Q}{P}$$

Temos:

$$Z = \left(\frac{2}{3P}\right)^{1/2} \left\{ \left(\frac{27}{32} PQ^2\right)^{1/2} \pm \sqrt{1 + \frac{27}{32} PQ^2} \right\}^{1/3}, \quad (II-71)$$

os dois sinais usados independentemente nos fornecem o mesmo ψ'' positivo. Simplifiquemos,

$$\frac{27}{32} PQ^2 = X$$

E a expressão para a ψ'' , fica:

$$\psi'' = \left(\frac{2}{3P}\right)^{1/2} \frac{2\sqrt{x} \{\sqrt{1+x} + \sqrt{x}\}^{2/3}}{\{\sqrt{1+x} + \sqrt{x}\}^{4/3} + \{\sqrt{1+x} + \sqrt{x}\}^{2/3} + 1}$$

mas, $\left(\frac{2}{3P}\right)^{1/2} \cdot 2\sqrt{x} = \frac{3}{2} Q$ de acordo com o visto acima, então:

$$\psi'' = \frac{1}{2} Q F(x), \quad (II-72)$$

onde

$$F(x) = \frac{3 \{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}\}^{2/3}}{\{\sqrt{1+x} + \sqrt{x}\}^{4/3} + \{\sqrt{1+x} + \sqrt{x}\}^{2/3} + 1}, \quad (II-73)$$

ora, $F(x)$ é função decrescente de x positivo e $F(0) = 1$. Tomando um pequeno número ϵ , positivo tal que:

$$\frac{1}{2} \gg \epsilon \gg \delta > 0 \quad (II-74)$$

Para y entre $|\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \epsilon|$, o P é aproximado como:

$$P = 4a \psi'(y) \quad (\text{função de } y) \quad (II-75)$$

$$e \quad Q = - \frac{\psi(1/2)}{\tau \phi} \quad (\text{constante}) \quad (II-76)$$

nesse caso temos:

$$x = \left(\frac{27}{8} a \frac{\psi^2(1/2)}{\tau \phi} \right) \psi'(y) \quad (II-77)$$

através da (II-72) e (II-77) obtemos:

$$\psi''(y) = - \frac{\psi(1/2)}{2\tau \phi} F \left\{ \frac{27a\psi^2(1/2)}{8\tau \phi^2} \psi'(y) \right\} \quad (II-78)$$

Tal equação diferencial é válida para $\psi(y)$ que é verdadeira no intervalo $|\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \epsilon|$.

Consideremos a eq.(II-69) válida para y tal que:

$$\delta \ll y - \frac{1}{2} < \frac{1}{2} \quad (II-79)$$

Se P e Q se aproximam para (II-75) e (II-76) a equação é válida no intervalo $|\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \epsilon|$. Consideremos (II-69) válida no intervalo y , tal que:

$$\delta \ll y - \frac{1}{2} < \frac{1}{2} \quad (II-80)$$

Quando P e Q são aproximados por (II-75) e (II-76) a equação

é válida para y sss $\delta \ll y - \frac{1}{2} \lesssim \epsilon$, tomando a forma:

$$\psi''(y) = \left(\frac{Q}{P}\right)^{1/3} = \left\{ -\frac{\psi(1/2)}{\tau_\phi \cdot 4a\psi'(y)} \right\}^{1/3} \quad (\text{II-81})$$

Tal equação não é válida no intervalo de y $|\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \delta|$ então a solução desta não coincidirá com a eq.(II-78). Substituímos o valor da $\psi(y)$ por $\psi''(y)$ e (II-81) ficará:

$$\phi''(y) = \left\{ -\frac{\psi(1/2)}{4a\tau_\phi} \right\}^{1/3} \frac{1}{\phi'(y)^{1/3}} \quad (\text{II-82})$$

A $\phi(y)$ representa a linha pontilhada na Fig.II-3 e $\psi(y)$ é a curva real na mesma figura. Observe que a $\psi(1/2)$ acima não foi substituída por $\phi(1/2)$. E a função $F(x)$ tenderá para:

$$F(x) \rightarrow \frac{1}{(4x/27)^3} \quad \text{quando} \quad x \gg 1$$

A equação (II-81) é aproximada através da derivada segunda de $\psi''(y)$ e reescrevemos:

$$\phi''(y) = \frac{\psi(1/2)}{2\tau_\phi} \frac{1}{\left\{ \frac{a\psi^2(1/2)}{2\tau_\phi^2} \phi'(y) \right\}^{1/3}} \quad (\text{II-83})$$

A eq.(II-83) é a mesma (II-82). Agora comparemos (II-78) com (II-83). Vamos fazer uma transformação através de constantes e, d , para simplificar nosso cálculo.

$$y - \frac{1}{2} = dt$$

$$\psi(y) = ef(t), \quad \phi(y) = eh(t)$$

onde e e d são determinados de forma que:

$$X = \frac{27a\psi^2(1/2) \psi'(y)}{8\tau_\phi^2} = \frac{df}{dt} \quad , \quad (\text{II-84})$$

e

$$-\frac{2\tau_\phi}{\psi(1/2)} \psi''(y) = \frac{d^2f}{dt^2} \quad . \quad (\text{II-85})$$

Então a eq.(II-78) torna-se:

$$\frac{d^2f}{dt^2} = F\left(\frac{df}{dt}\right) \quad , \quad (\text{II-86})$$

a equação (II-83) fica:

$$\frac{d^2h}{dt^2} = \frac{3}{2^{2/3}} \left(\frac{dh}{dt}\right)^{-1/3} \quad . \quad (\text{II-87})$$

As constantes e e d são dadas por:

$$d = -\frac{16}{27} \frac{\tau_\phi^3}{a\psi^3(1/2)} = \frac{4}{27} \delta \quad (\text{II-88})$$

$$e = -\frac{2^7}{3^6} \frac{1}{a^2} \left\{ \frac{\tau_\phi}{\psi(1/2)} \right\}^5 \quad . \quad (\text{II-89})$$

De (II-88), pode ser observado que para $t = 1$ corresponderá

$y - \frac{1}{2} = \frac{4}{27} \delta$ e $t \gg 1$ corresponderá a $y - \frac{1}{2} \sim \epsilon$.

A eq.(II-86) formalmente será integrada como:

$$t = \int_0^t \frac{d^2f/dt'^2}{F(df/dt')} dt' = \int_{(df/dt)_{t=0}}^{(df/dt)_t} \frac{d(df/dt')}{F(df/dt')} = \int_0^{(df/dt)_t} \frac{ds}{F(s)} \quad (\text{II-90})$$

onde $(\frac{df}{dt})_t$ significa o valor de $\frac{df}{dt}$ para t. A eq.(II-90) determina $(\frac{df}{dt})_t$ como uma função de t.

Equação (II-87) pode ser integrãda como:

$$t = \frac{2^{2/3}}{3} \int_0^t \left(\frac{dh}{dt}\right)^{1/3} \frac{d^2h}{dt^2} dt = \frac{2^{2/3}}{3} \int_{\left(\frac{dh}{dt}\right)_0}^{\left(\frac{dh}{dt}\right)_t} s^{1/3} ds, \quad (\text{II-91})$$

Observe que $\left(\frac{dh}{dt}\right)_0$ não é sempre nulo como ψ' ou $\frac{df}{dt}$, $\frac{df}{dt} \approx \frac{dh}{dt}$ para $t \gg 1$ e $\frac{df}{dt} \gg 1$ porque $a \gg 1$ em (II-84). Subtraindo (II-91) de (II-90), temos:

$$0 = \int_0^{(df/dt)_t} \frac{ds}{F(s)} - \int_{\left(\frac{dh}{dt}\right)_0}^{(df/dt)_t} \frac{2^{2/3}}{3} s^{1/3} ds,$$

temos:

$$\frac{2^{2/3}}{3} \int s^{1/3} ds = \frac{1}{2^{4/3}} \left(\frac{dh}{dt}\right)_0 = \int_0^\infty \left(\frac{2^{2/3}}{3} s^{1/3} - \frac{1}{F(s)}\right) ds,$$

então:

$$\left(\frac{dh}{dt}\right)_0 = 2^{4/3} \int_0^\infty \left\{ \frac{2^{2/3}}{3} s^{1/3} - \frac{1}{F(s)} \right\} ds \quad (\text{II-92})$$

De (II-92), (II-88) e (II-89) temos uma condição inicial para $\phi(y)$.

$$\phi'(\frac{1}{2}) = 2^{4/3} \frac{8}{27} \int_0^\infty \left\{ \frac{2^{2/3}}{3} s^{1/3} - \frac{1}{F(s)} \right\} ds \times \frac{\tau_\phi^2}{a\psi^2(1/2)} \underline{\underline{det}}$$

$$\underline{\underline{det}} 2^{4/3} G \frac{\tau_\phi^2}{a\psi^2(1/2)} \quad (\text{II-93})$$

$\phi''(\frac{1}{2})$ pode ser obtido de (II-83) e (II-93) como:

$$\phi''(\frac{1}{2}) = - \frac{\psi(1/2)}{2^{2/3} \tau_\phi G^{1/3}} \quad (\text{II-94})$$

Nos temos para $\phi(1/2)$:

$$\phi(1/2) = \psi(1/2) \quad (\text{II-95})$$

desprezando a correção de ordem a^{-2} . Sob a condição inicial (II-93), (II-94) e (II-95) a equação:

$$P\phi'''^3 = Q \quad , \quad (II-96)$$

onde;

$$P = a(16(y - \frac{1}{2})^2 + 4 \frac{\phi'}{(1 - \phi'^2)^3}) \quad (II-97)$$

$$Q = -\frac{\phi}{\tau_\phi} + \frac{\phi'}{\tau_N(1 - \phi'^2)} \int_{1/2}^y (1 - \phi'^2) dy \quad ,$$

que serão resolvidos no intervalo de $y \in [\frac{1}{2}, 1]$ sob as condições para $y = 1$:

$$\phi(y = 1) = 0 \quad , \quad (II-98)$$

$$\phi'(y = 1) = \sqrt{1 - \beta_S} \quad , \quad (II-99)$$

são satisfeitas.

Então, a solução $\phi(y)$ é aproximadamente igual a $\psi(y)$ na região $[\frac{1}{2} + \epsilon, 1]$ mas, desviado de $\psi(y)$ na região $[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \delta]$. O desvio de $\phi(y)$ da $\psi(y)$ em $[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \delta]$ deverá ser menor, seu valor é da ordem de a^{-2} . O desvio de $\phi'(y)$ para a $\psi'(y)$ é também pequeno da ordem de a^{-1} . Mas, o desvio de $\phi''(y)$ para $\psi''(y)$ deve ser finito.

Isso pode ser visto de (II-95) a (II-99).

Comportamento esquemático de ϕ , ϕ' e ϕ'' são mostrados pelas curvas pontilhadas das figuras II-3.

Na região $[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \epsilon]$, $\phi(y)$ pode ser facilmente obtida porque P e Q são aproximados por (II-75) e (II-76) na qual $\psi'(y)$ será substituído por $\phi'(y)$ com uso de (II-88), (II-89), (II-91) e (II-92) obtemos:

$$\begin{aligned} \phi'(y) &= \frac{e}{d} \frac{dh}{dt} = \frac{27}{8} \frac{\tau_\phi^2}{a\psi^2(1/2)} \frac{dh}{dt} = \frac{27}{4} \frac{\tau_\phi^2}{a\psi^2(1/2)} (t + G)^{3/4} \\ &= 4 \left\{ \frac{27}{16} \frac{|\psi(1/2)|}{a\tau_\phi} \right\}^{1/4} \left\{ y - \frac{1}{2} + \frac{2G}{a} \left(\frac{2}{3} \frac{a\tau_\phi}{|\psi(1/2)|} \right)^3 \right\}^{3/4} \end{aligned} \quad (\text{II-100})$$

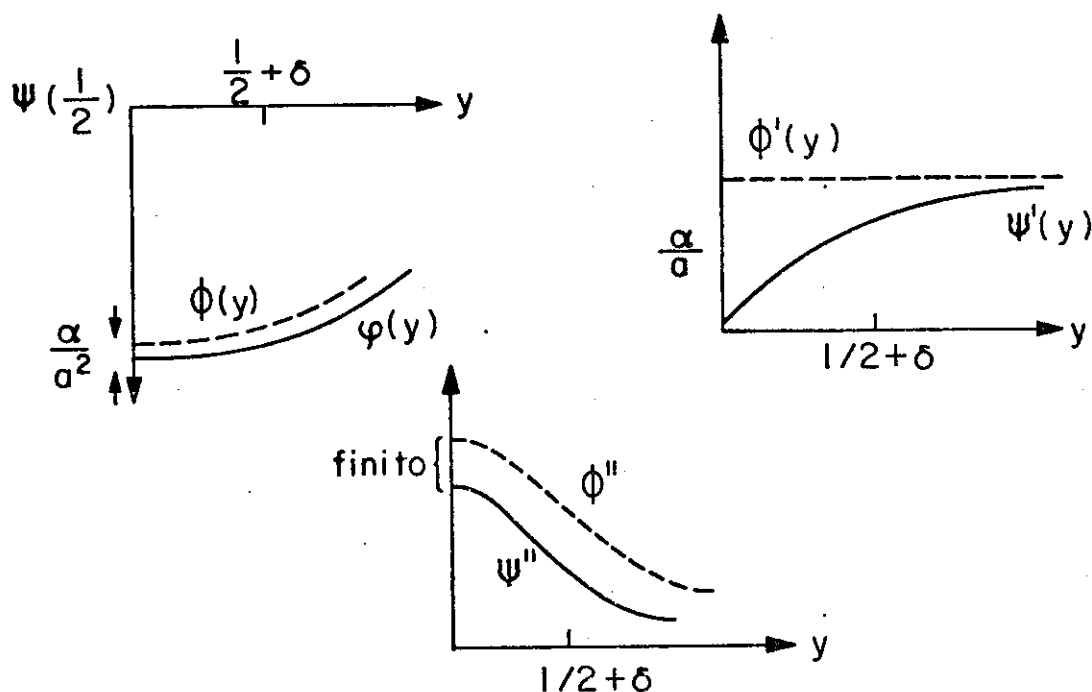


Figura II-3 - Comportamento esquemático de ϕ , ϕ' e ϕ''

$$\phi''(y) = 3 \left\{ \frac{27}{16} \frac{|\psi(1/2)|}{a\tau_\phi} \right\} \left\{ y - \frac{1}{2} + \frac{2G}{a} \left(\frac{2a\tau_\phi}{3|\psi(1/2)|} \right)^3 \right\}^{-1/4}, \quad (\text{II-101})$$

$$\phi(y) = \psi\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{16}{7} \left\{ \frac{27}{16} \frac{|\psi(1/2)|}{a\tau_\phi} \right\}^{1/4} \times \left\{ y - \frac{1}{2} + \frac{2G}{a} \left(\frac{2}{3} \frac{a\tau_\phi}{|\psi(1/2)|} \right)^3 \right\}^{7/4}, \quad (\text{II-102})$$

onde:

$$G = \frac{8}{27} \int_0^\infty \left\{ \frac{2}{3} S^{2/3} - \frac{1}{F(S)} \right\} dS \quad (\text{II-103})$$

Através das equações (II-96) e (II-98), $\phi''(y)$ é singular para:

$$y \text{ sen} = \frac{1}{2} - \frac{2G}{a} \left(\frac{2}{3} \frac{a\tau_\phi}{|\psi(1/2)|} \right)^3, \quad (\text{II-104})$$

e

$$\phi'(\frac{1}{2}) = 2^{4/3} G\left(\frac{a\tau_\phi}{|\psi(1/2)|}\right)^2 \frac{1}{a^3}, \quad (\text{II-105})$$

$$\phi(\frac{1}{2}) \approx \psi(\frac{1}{2}) \quad (\text{II-106})$$

Assumimos que $a\psi(1/2)$ e $a\tau_\phi$ são finitos quando $a \rightarrow \infty$. Então $y \approx \frac{1}{2}$ e $\phi'(\frac{1}{2}) = 0$ quando $a \rightarrow \infty$.

Se $a \rightarrow \infty$ o problema (II-93) a (II-99) se reduzirá a achar a solução a qual é singular para $y = \frac{1}{2}$ e satisfazer.

$$\{16(y - \frac{1}{2})^2 + 4\} \phi' \phi''^3 = - \frac{\phi}{a\tau_\phi} (1 - \phi'^2)^3 + \frac{\phi'(1 - \phi'^2)^2}{a\tau_N} \int_{1/2}^y (1 - \phi'^2) dy \quad (\text{II-107})$$

e

$$\phi(1) = 0, \quad \phi'(1) = \sqrt{1 - \beta_S} \quad (\text{II-108})$$

Então, $a\tau_\phi$ é uma função de β_S e $a\tau_N$ bem como $\psi(\frac{1}{2})$. O valor de $a\tau_\phi$ é independente de a quando $a \gg 1$.

Para calcular o valor de $a\tau_\phi$ de forma grosseira nós tomamos em (II-107),

$$16(y - \frac{1}{2})^2 + 4 \approx 6$$

e

$$1 - \phi'^2 \approx (1 + \beta_S)/2$$

Então (II-103) fica:

$$6 \phi' \phi''^3 = \frac{(1 + \beta_S)^3}{2} \left\{ - \frac{\phi}{a\tau_\phi} + \frac{\phi'}{a\tau_N} (y - \frac{1}{2}) \right\} \quad (\text{II-109})$$

Vamos considerar dois casos: $a\tau_\phi = \infty$ mas, $a\tau_N = \text{finito}$ e $a\tau_\phi = \text{finito}$ mas $a\tau_N = \infty$.

Se $a\tau_\phi = \infty$, (II-109) leva a:

$$\phi''^3 = \frac{(1 + \beta_S)^3}{6 \cdot 2^3} \frac{(y - 1/2)}{a_N} \quad (\text{II-110})$$

Nesse caso, $\phi''(\frac{1}{2})$ pode não ser infinito sem $a\tau_N = 0$. Quando $a\tau_N = \infty$, (II-109) fica:

$$\phi' \phi''^3 = \frac{1}{6} \left(\frac{1 + \beta_S}{2} \right)^3 \left(- \frac{\phi}{a\tau_\phi} \right) \quad (\text{II-111})$$

Isso pode ser escrito como:

$$\phi' \phi^{4/3} \phi'' = \frac{1}{6^{1/3}} \frac{1 + \beta_S}{2} \frac{1}{(a\tau_\phi)^{1/3}} (-\phi)^{1/3} \phi' \quad .$$

Isto é:

$$\left(\frac{3}{7} \phi'^{7/3} \right)' = \frac{1}{6^{1/3}} \frac{1 + \beta_S}{2} \frac{1}{(a\tau_\phi)^{1/3}} - \frac{3}{4} \{ (-\phi)^{4/3} \}' \quad (\text{II-112})$$

Integrando, teremos:

$$\frac{3}{7} \phi'^{7/3} = \frac{1}{6^{1/3}} \frac{3}{2^3} (1 + \beta_S) - \frac{1}{(a\tau_\phi)^{1/3}} \{ (-\phi)^{4/3} - (-\psi(\frac{1}{2}))^{4/3} \} \quad (\text{II-113})$$

Mas, para $y = 1$, ϕ será 0 e $\phi' = \sqrt{1 - \beta_S}$. Então,

$$\frac{3}{7} (1 - \beta_S)^{7/6} = \frac{1}{6^{1/3}} \frac{3}{2^3} (1 + \beta_S) \frac{|\psi(1/2)|^{4/3}}{(a\tau_\phi)^{1/3}} \quad .$$

Isto é:

$$\frac{|\psi(1/2)|^{4/3}}{(a\tau_\phi)^{1/3}} = \frac{6^{1/3} 2^3 (1 - \beta_S)^{7/6}}{7 (1 + \beta_S)}$$

ou

$$\frac{|\psi(1/2)|^4}{a\tau_\phi} = \frac{6 \cdot 2^9 (1 - \beta_S)^{7/6}}{7^3 (1 + \beta_S)^3} \quad (\text{II-114})$$

Após integrar (II-112) segue-se:

$$\frac{\phi^{7/3}}{|\psi(1/2)|^{4/3} - \phi^{4/3}} = \frac{7(1 + \beta_s)}{6^{1/2} \cdot 2^3 (\alpha\tau_\phi)^{1/3}}$$

ou

$$\int_{1/2}^1 \frac{\phi' dy}{\{|\psi(1/2)|^{4/3} - \phi^{4/3}\}^{3/7}} = \frac{7^{3/7} (1 + \beta_s)^{3/7}}{6^{3/4} \cdot 2^{16/7} (\alpha\tau_\phi)^{1/7}}$$

Fazemos: $\phi(y) = \psi(1/2) q(y)$

$$q(1/2) = 1$$

$$q(1) = 0$$

$$\frac{7^{3/7} (1 + \beta_s)^{3/7}}{6^{3/4} \cdot 2^{16/7} (\alpha\tau_\phi)^{1/7}} = \frac{\psi(1/2)}{\psi(1/2)^{4/3}} \times \int_{1/2}^1 \frac{q' dy}{(1 - q^{4/3})^{3/7}} =$$

$$= |\psi(1/2)|^{-1/3} \int_0^1 \frac{dq}{(1 - q^{4/3})^{3/7}}$$

Obtemos de (II-114):

$$\frac{|\psi(1/2)|^{1/3}}{(\alpha\tau_\phi)^{1/7}} = \frac{6^{3/4} \cdot 2^{16/7}}{7^{3/7} (1 + \beta_s)^{3/7}} \int_0^1 \frac{dq}{(1 - q^{4/3})^{3/7}}$$

ou

$$\frac{|\psi(1/2)|^{7/3}}{\alpha\tau_\phi} = \frac{6^{3/2} \cdot 2^{16}}{7^3 (1 + \beta_s)^3} \left\{ \int_0^1 \frac{dq}{(1 - q^{4/3})^{3/7}} \right\}^7 \quad (\text{II-115})$$

De (II-114) e (II-115) teremos:

$$|\psi(1/2)|^{5/3} = \frac{(1 - \beta_s)^{7/2}}{6^{1/2} \cdot 2^7 \left\{ \int_0^1 \frac{dq}{(1 - q^{4/3})^{3/7}} \right\}^7} \quad (\text{II-116})$$

ou

$$\psi(1/2) = \frac{(1 - \beta_s)^{21/10}}{6^{31/20} \cdot 2^{21/5} \left\{ \int_0^1 \frac{dq}{(1 - q^{4/3})^{3/7}} \right\}^7} \quad (\text{II-116})$$

e

$$\begin{aligned} a\tau_\phi &= |\psi(1/2)|^4 \frac{7^3 (1 + \beta_s)^3}{6 \cdot 2^9 (1 - \beta_s)^{77/2}} = \\ &= \frac{(1 - \beta_s)^{49/10} (1 + \beta_s)^3 7^3}{6^{11/5} 2^{129/5} \left\{ \int \right\}^{84/5}} \quad ; \quad (\text{II-117}) \end{aligned}$$

Esse é o cálculo de τ_ϕ de uma forma de aproximação matemática grosseira e mostra uma expressão aproximada para os valores iniciais de $\psi(1/2)$ e $a\tau_\phi$.

II.6 - Exemplo dos resultados numéricos obtidos

Dois exemplos de computação numérica são colocados nessa parte do trabalho.

O primeiro, se refere aos dados obtidos no FRX-C com pressão inicial de 20 mtorr D_2 e o segundo para o FRX-C com pressão inicial de 5 mtorr D_2 .

A descrição da máquina e do programa numérico se sucedem nos capítulos III e IV.

Aqui serão colocados apenas os perfis obtidos.

No capítulo IV, temos o esquema da resolução numérica e a obtenção dos dados teóricos comparados aos dados obtidos, experimentalmente, por uma máquina que trabalha com campo reverso, também estudaremos esse modelo com a vantagem que ofereçamos três parâmetros de entrada e obtemos os outros difíceis de serem medidos.

Observe o primeiro perfil obtido figura II-4, aqui os dados de entrada são a , x_s e $\tau_{//}$ e os gráficos obtidos são o fluxo versus

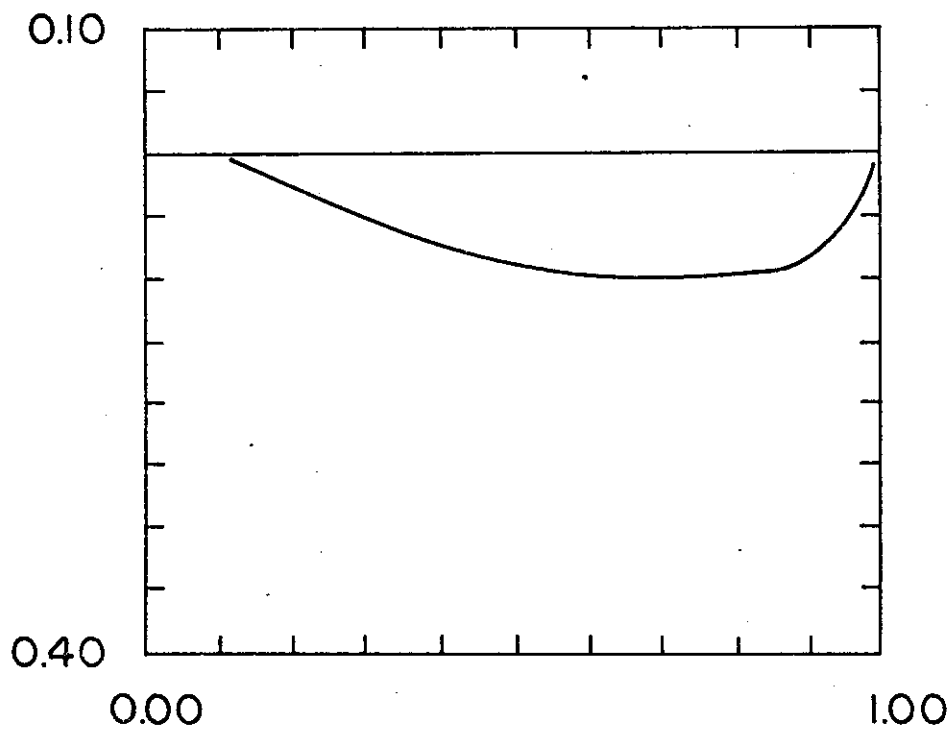


Figura II-4 - Tipos de perfis obtidos numericamente para o
FRX-C (20 mtorr D_2)
a) fluxo versus r/r_s

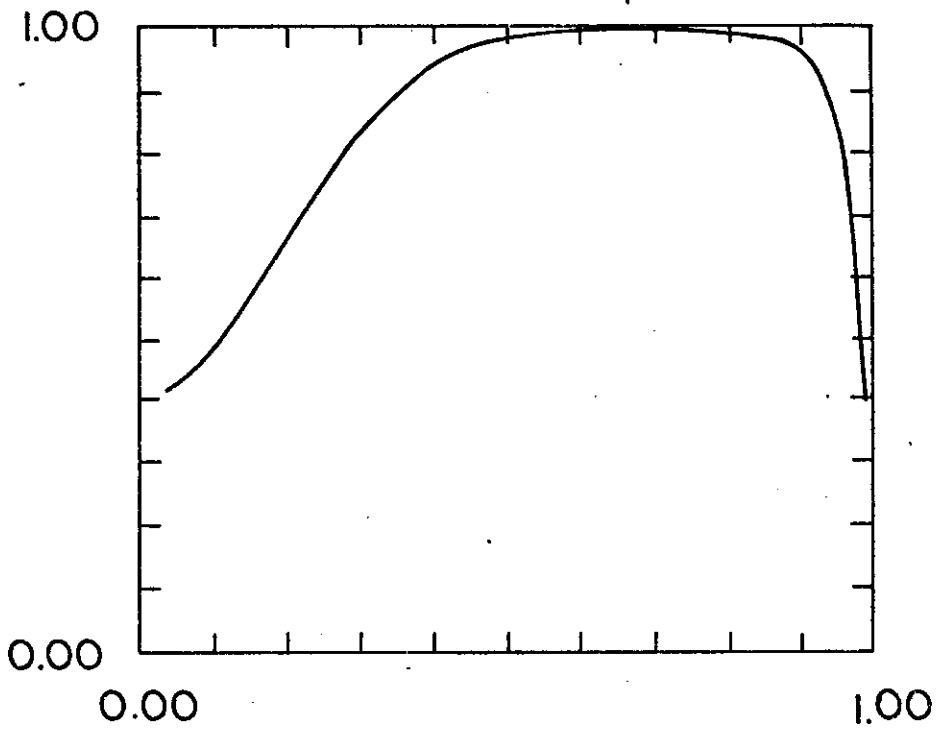


Figura II-4b - Beta versus r/r_s .

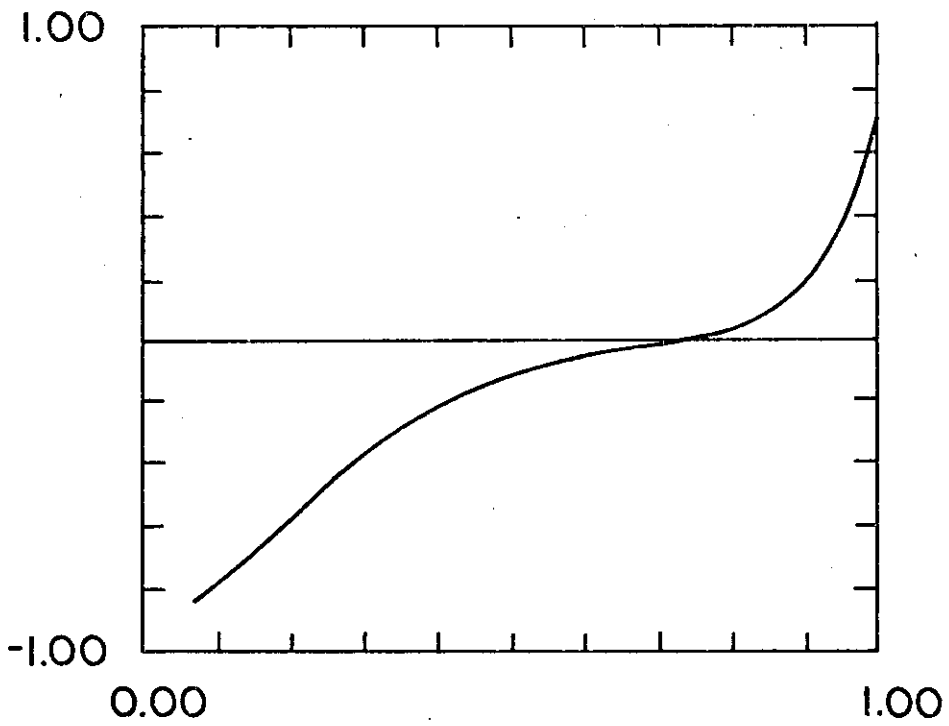


Figura II-4c - Campo versus r/r_s .

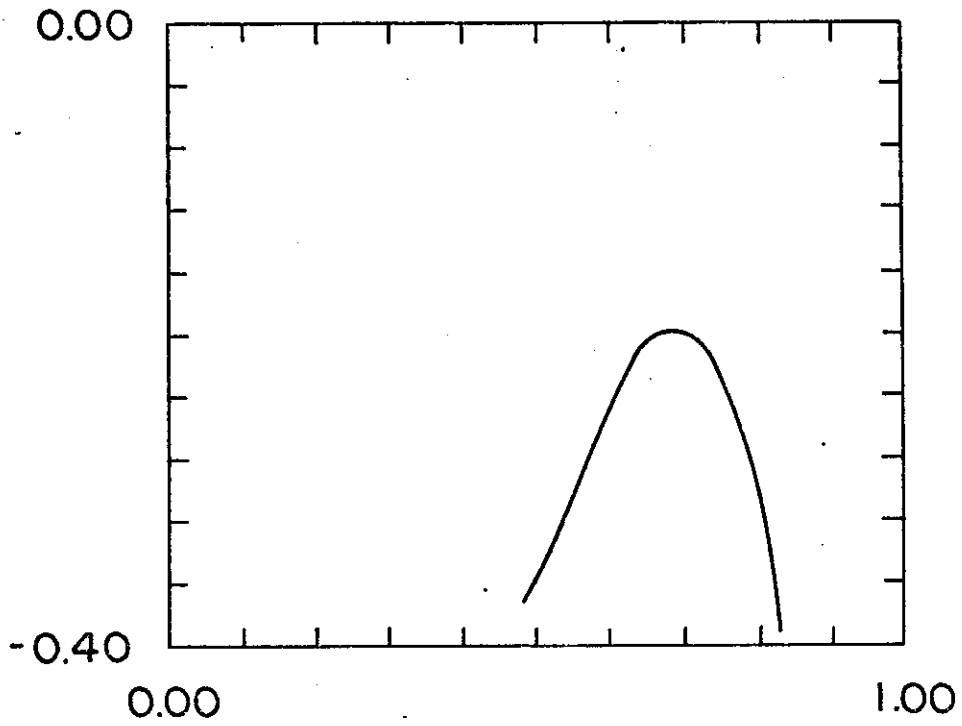


Figura II-4d - Corrente versus r/r_s

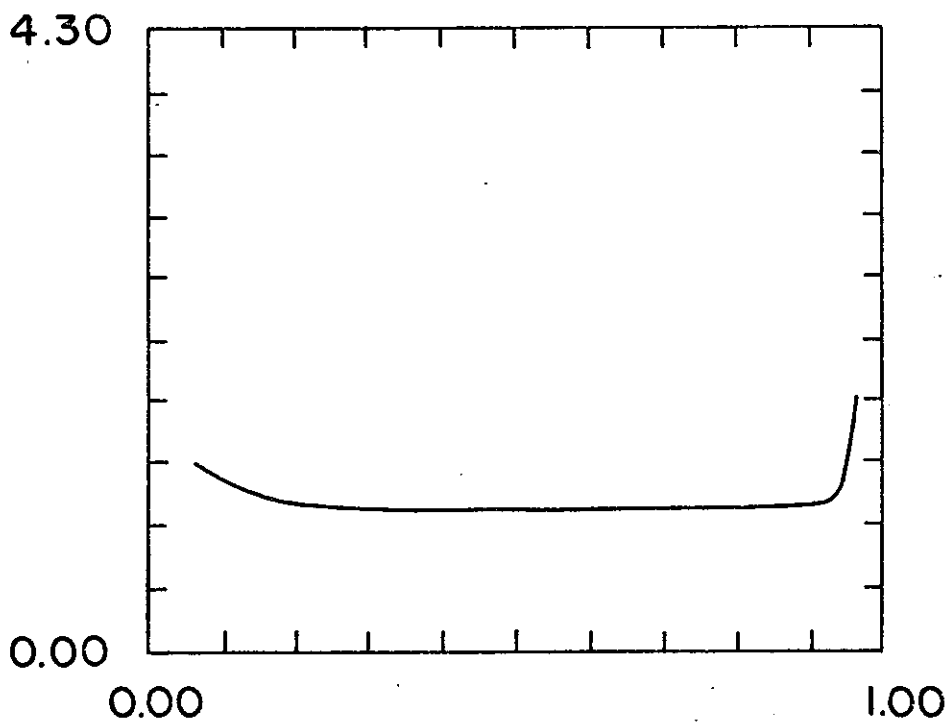


Figura II-4e - Resistividade versus r/r_s

$\frac{r}{r_s}$, beta versus $\frac{r}{r_s}$, campo magnético versus $\frac{r}{r_s}$, corrente versus $\frac{r}{r_s}$ e resistividade versus $\frac{r}{r_s}$, outros parâmetros são gerados numericamente, α , beta, $\psi(1/2)$, τ_ϕ , $\langle \beta \rangle$.

Para os casos dos valores negativos de a e α , não há um significado físico importante, o a negativo não tem sentido e o τ_ϕ não pode ser negativo⁽¹⁾, um α negativo conseqüentemente imporá τ_N também negativo isso significaria que as partículas seriam alimentadas pela configuração correspondente a parte externa.

Na figura II-5 são mostrados alguns perfis gerados para a máquina FRX-C, com pressão inicial de 5 mtorr D_2 . Os parâmetros iniciais dados são a , x_s e α . Os outros parâmetros são gerados através do programa computacional, os perfis que aparecem são da mesma forma fluxo versus r/r_s , beta, campo magnético, corrente e resistividade.

Os perfis gerados computacionalmente dependendo dos valores oferecidos nos dão o comportamento de todo o FRC.

II.7 - Conclusão

Os resultados aqui obtidos são retirados de oscilogramas do FRX-C de 20 mtorr de pressão D_2 e 5 mtorr D_2 para $t = 65\mu s$. Fazemos $T_e = T_i$. O primeiro conjunto de parâmetros oferecidos é α , β_s e a . Os resultados nos mostram os perfis vistos nas páginas anteriores e os outros parâmetros são calculados computacionalmente. Outro conjunto de parâmetros pode ser oferecido tal como a , x_s e $\tau_{//}$. O a é a anomalia, o x_s é a razão entre o raio da separatriz e o raio da parede e o $\tau_{//}$ é a perda temporal pelas linhas de campo magnético abertas, tal como no trabalho de Hofmann e Milroy⁽¹⁸⁾ e no trabalho de Tuszewski⁽¹⁷⁾ onde o $\tau_{//}$ é a constante que caracteriza o tempo de confinamento de partículas nas linhas de campo aberto, obtidas atra-

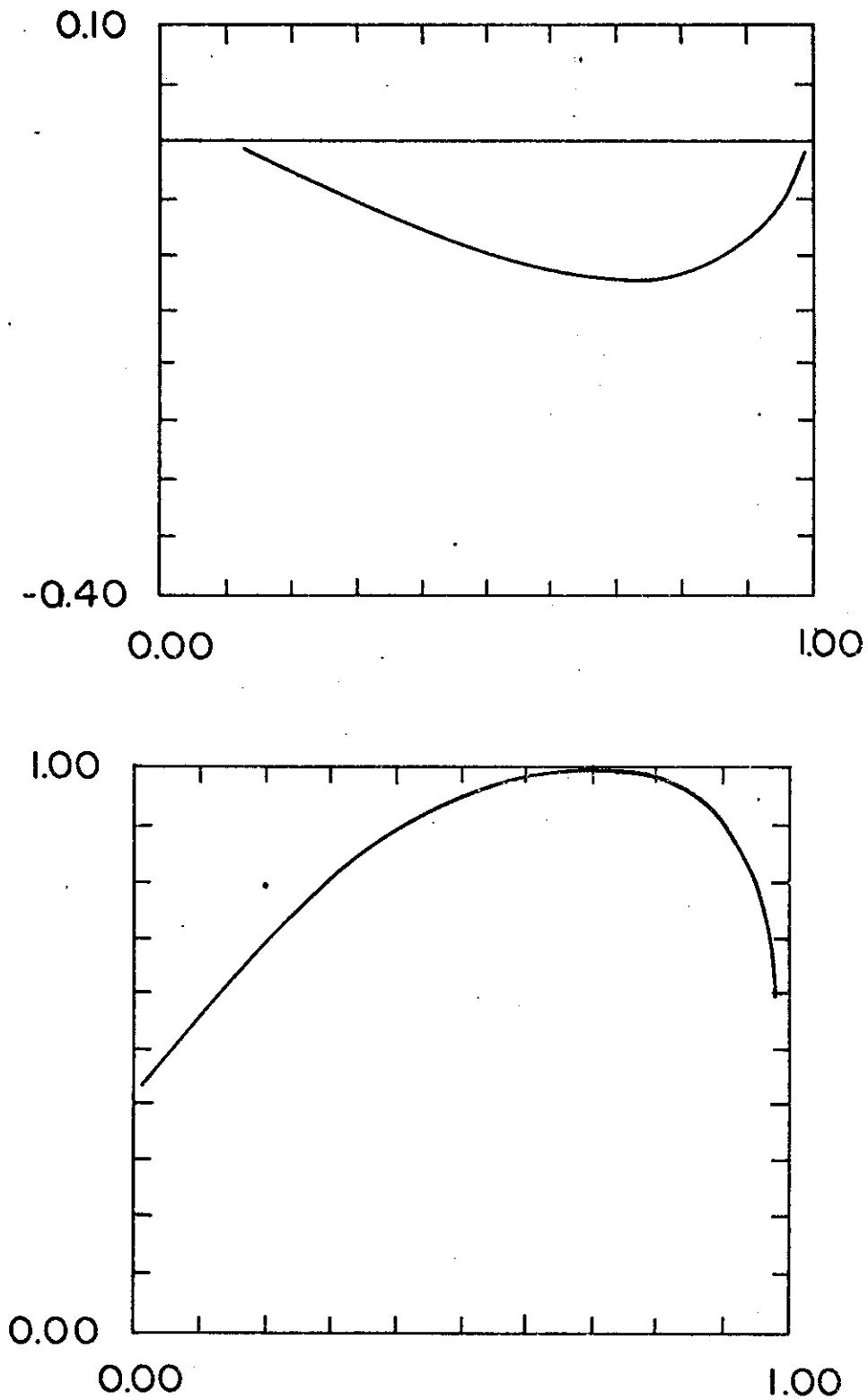
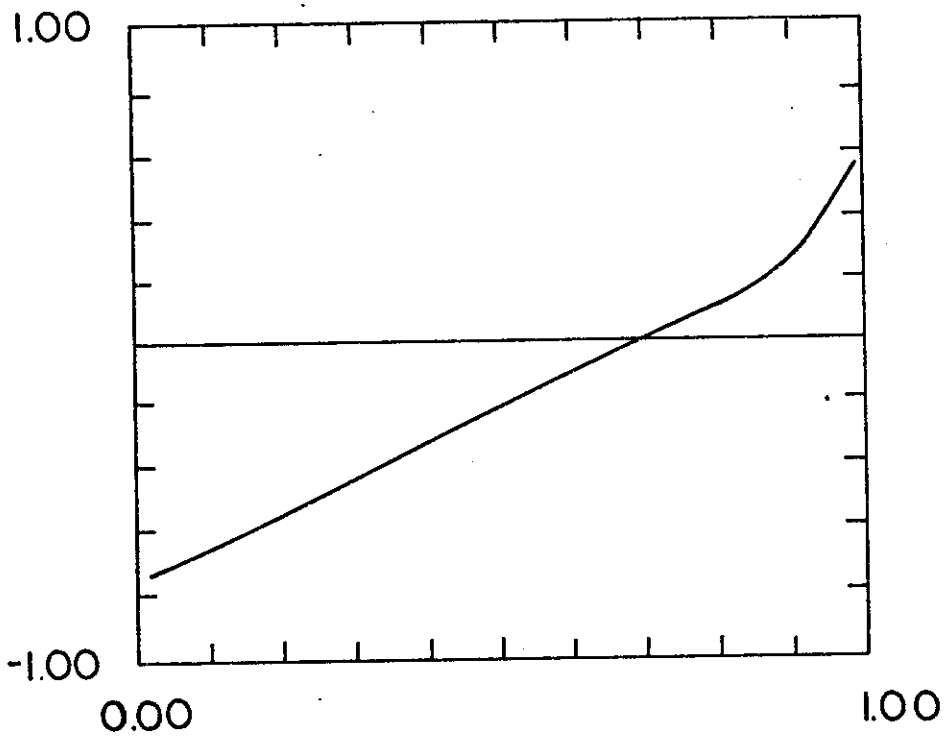
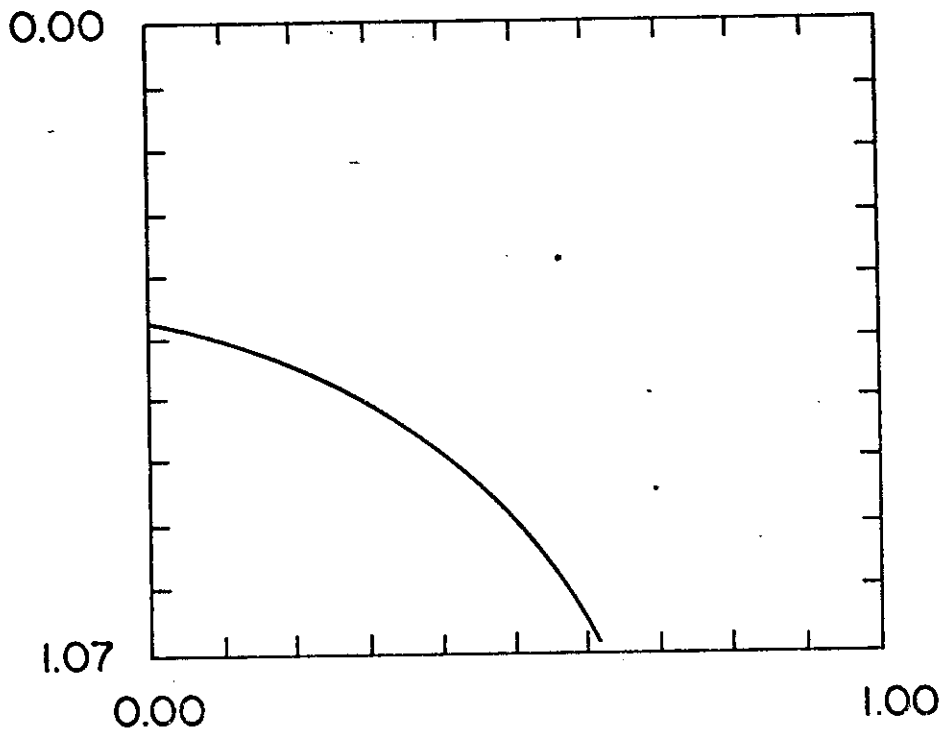


Figura II-5 - Tipos de perfis obtidos para a máquina FRX-C
5 mtorr D_2

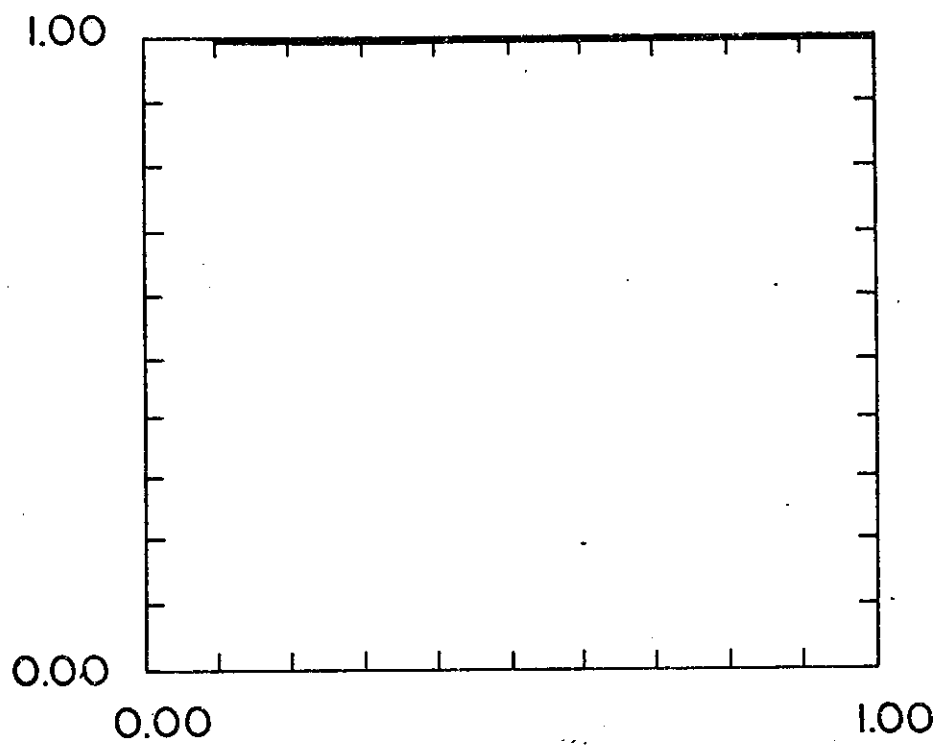
5a) Fluxo versus r/r_s

5b) Beta versus r/r_s



5c) Corrente versus r/r_s

5d) Campo magnético versus r/r_s



5e) Resistividade relativa versus r/r_s

vés da equação radial de difusão no estado estacionário. Para esse conjunto o resultado em τ_ϕ é muito grande.

Podemos também oferecer a , x_s e τ_N , o τ_N é o decaimento temporal de massa. O lado externo da separatriz não é bem compreendido até o momento então $\tau_{//}$ não é o escolhido. O $\tau_{//}$ obtido é mais ou menos bom, mas, τ_ϕ , decaimento temporal de fluxo é muito grande.

Temos a , x_s e α dados. O α é escolhido para inclusão do campo elétrico. Os $\tau_{//}$, τ_ϕ e τ_N obtidos são todos muito grandes.

Se, τ_N , x_s e α são dados, porque o nível de turbulência λ_{hd} \underline{a} não é bem compreendido, todos os parâmetros com fácil obtenção como $\tau_{//}$ e τ_ϕ são razoáveis mas, \underline{a} é muito grande.

No capítulo IV esse modelo é comparado a experiências, os parâmetros tais como β_s são facilmente encontrados por outras espécies de dados. No capítulo seguinte um estudo descritivo de FRC's e as máquinas que lidam com eles, se segue.

CAPÍTULO III

Análise Experimental de um FRC

Introdução

Um breve relato de todos estágios de formação de um FRC, é descrito nesse capítulo. Aliás, não se compreenderia um trabalho teórico onde, não houvessem alguns esclarecimentos sobre pontos tão importantes como formação, pré-ionização, implosão, até finalmente o equilíbrio⁽⁴⁰⁾.

Damos ênfase particular a uma máquina, o FRX-C que é a fonte de nossos dados experimentais.

III.1 - Formação de um "pinch" com campo reverso

Os vários estágios de formação de uma "field reversed configuration" são vistos a partir da Fig.III-1.

O tubo de descarga se encontra cheio de gás neutro e um campo magnético de polarização é aplicado.

O gás é ionizado, congelando o campo de polarização o plasma se torna frio, mas, ainda suficientemente condutor.

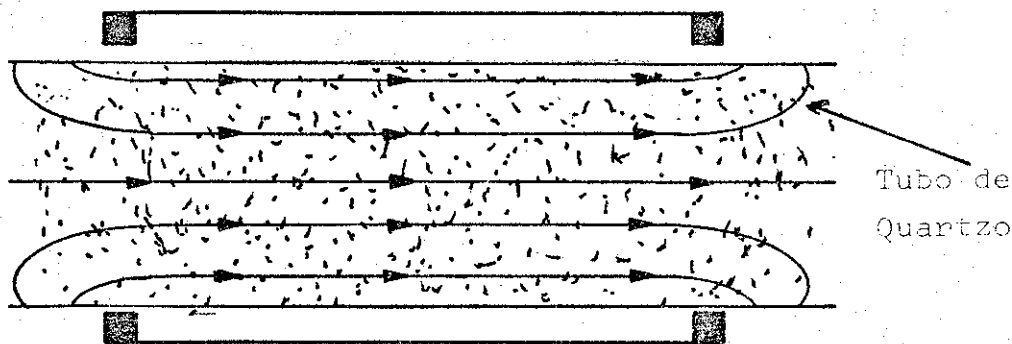


Figura III-1 - Primeiro estágio de formação e a pré-ionização. Observe o plasma frio, e as linhas do campo de polarização

Segundo, a espira do theta-pinch tem uma corrente, que é invertida rapidamente, produzindo um grande campo elétrico indutivo, o que causa uma mistura do campo polarizado e de plasma que implodirá radialmente⁽³¹⁻³⁴⁾. Veja a Fig.III-2.

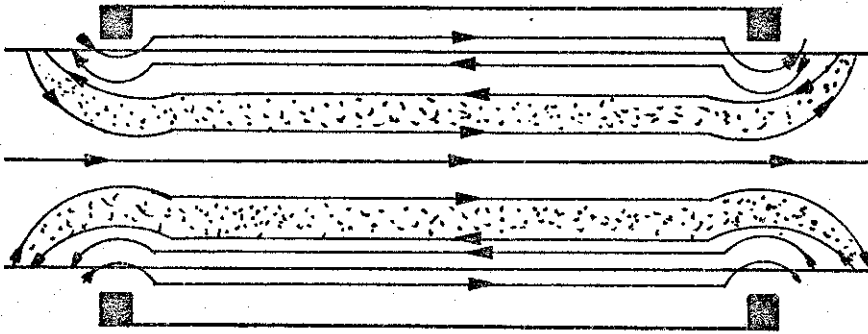


Figura III-2 - Formação do campo reverso

Terceiro, as linhas de campo magnético dirigidas em direções opostas conectam-se próximo das extremidades da espira do "Theta-pinch" formando uma configuração fechada de campo. Fig.III-3.

Quarto, a tensão magnética nas extremidades da configuração geralmente causa a contração do FRC axialmente, até que o equilíbrio seja finalmente alcançado.

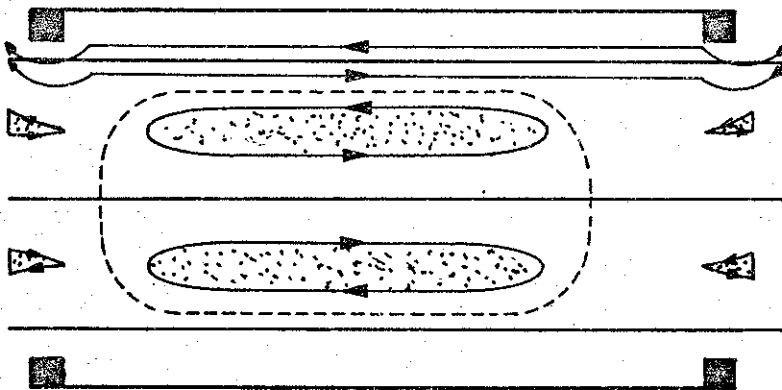


Figura III-3 - Compressão radial e conexão das linhas de campo

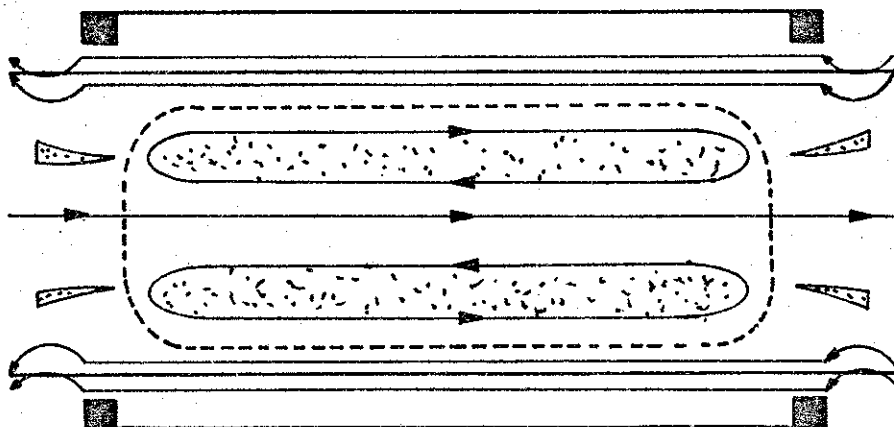


Figura III-4 - A contração axial. A linha pontilhada é a separatriz

Os primeiros FRC's operaram da maneira mais simples possível, com um banco principal descarregando dentro do solenóide⁽³⁵⁾. Posteriormente o FRC foi formado e confinado, na primeira metade do ciclo do banco de descarga principal. E a inserção da chave "crowbar" permite o campo magnético fornecer um tempo de vida de 50 - 100 μ s. Muitas experiências modernas, operam na primeira metade do ciclo com uma chave "crowbar".

A física de conexão de linhas de campo durante a formação de um FRC não é facilmente compreendida por se tratar de um fenômeno complexo, onde a geometria, resistividade e efeitos cinéticos se misturam em escalas dinâmicas de tempo.

A resistividade do plasma é um ingrediente necessário na conexão de linhas de campo. Sua influência é demonstrada por injeção de impurezas numa das extremidades do solenóides a qual tem conexão aximétrica e translação FRC.

Quando as linhas de campo são mapeadas com sondas internas, durante a fase de implosão radial e a de conexão é observada uma rápida formação e subsequente ligamento de pequenas ilhas magnéticas.

Várias ilhas podem permanecer em equilíbrio subsequente do FRC. A área mais estudada em FRC's é a de equilíbrio. O equilíbrio dura aproximadamente 100 μ s, a instabilidade rotacional $n = 2$ já possui forma de ser estabilizada através de campos externos multipolares, e o tempo de observação do equilíbrio FRC pode se estender a umas poucas centenas de μ s.

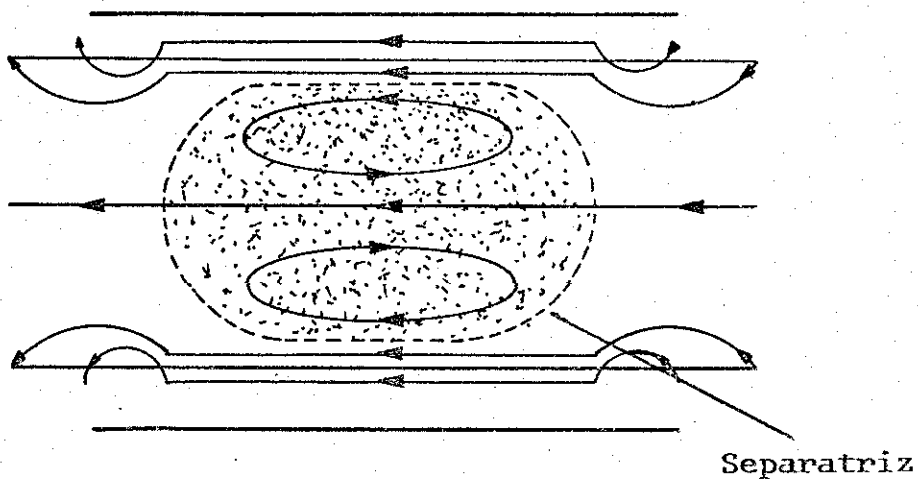


Figura III-5 - Equilíbrio. A linha pontilhada é a separatriz

Atualmente, parâmetros típicos para um FRC durante a fase de equilíbrio são $n \sim (1 - 5) \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $B_e \sim 5 - 10 \text{ kG}$, $T_e \sim 0.1 - 0.2 \text{ keV}$ e $T_i \sim 0.1 - 1 \text{ keV}$. As separatrizes tem raios que variam de $r_s \sim 5 - 20 \text{ cm}$ e a razão de aspecto $\frac{l_s}{2r_s} \sim 5 - 10$. Os valores típicos de X_s estão entre 0.4 - 0.6, os valores de S entre 1 - 2 e os de ϕ são cerca de 6 mWb, o \bar{S} nos dá o número de raios de giro do ion que existe entre o máximo do perfil de pressão do plasma e o contorno externo do plasma confinado.

Se os efeitos do alto-beta são relevantes, estimamos o número efetivo de raios de giro pela fórmula⁽³⁶⁾.

$$S = \int_R^{r_s} \frac{r dr}{r_s \rho_i}, \quad (\text{III-1})$$

onde ρ_i é achado com campo magnético local no interior do FRC, a temperatura iônica é considerada mais ou menos uniforme no raio e:

$$S = \frac{\phi}{2 \pi r_s \rho_{io} B_e} \quad , \quad (\text{III-2})$$

onde B_e é o campo externo, r_s o raio da separatriz e ϕ o fluxo poloidal. Compressão adiabática em plasma, significa compressão temporal que são longas comparadas aos tempos de confinamento. Leis aproximadas para compressão adiabáticas de FRC's alongados podem ser facilmente obtidas desprezando-se os efeitos de perfil e considerando o equilíbrio radial $nT \sim B_e^2$, a conservação de partículas $nV \sim$ constante, e a relação adiabática $nT \sim V^{-5/3}$. Existem dois tipos de compressão adiabática, fluxo e compressão na parede governados por mudanças em X_s e r_s , respectivamente.

O caminho considerado de maior eficiência para avaliação de compressão adiabática foi conceituado por Bellan; um espelho magnético móvel permite uma compressão 3D para energia magnética constante. Isso ainda não foi testado num toróide compacto.

Eis alguns fatos importantes que levam a estabilidade do plasma:

a) o FRC tem um pequeno campo toroidal que tem linhas fechadas e energia compressiva do plasma com altos betas que é um fator estabilizador.

Este efeito não existe em configurações de plasmas com campo toroidal para os quais as linhas de campo não são fechadas.

b) As regiões de linhas de campo abertas com baixo beta, fora da separatriz FRC são estáveis magnetohidrodinamicamente, devido a boa curvatura nas regiões extremas com campo baixo. Modos externos são amortecidos e possíveis modos internos podem ser restringidos.

O fluxo de plasma também pode ser estabilizado de forma semelhante a de algumas máquinas do tipo espelho⁽³⁷⁾.

- c) A presença de um contorno de condução fechado é importante para a estabilidade isto explicaria em parte as propriedades de estabilidade crescentes de experiências modernas de FRC as quais tem baixa compressão radial do plasma.
- d) As superfícies de fluxo FRC são alongadas axialmente e garantem uma redução nas razões de crescimento MHD. Gradientes, com baixa pressão para o campo nulo e alta pressão na separatriz também são estabilizados.
- e) Rotação azimutal de plasma e efeitos Hall que ocorrem naturalmente são fatores estabilizadores para as instabilidades de ruptura e "tilt" (inclinada).
- f) Efeitos cinéticos são muito importantes nos FRC's atuais com valores de S entre 1 - 2 e podem ser estimados por eles próprios em estabilidade FRC observada.

Os efeitos do raio de Larmor finito (FLR) reduzem as razões de crescimento MHD e estabilizam todos os números dos modos mais baixos.

Conclusão: o caminho mais efetivo para a manutenção de uma estabilidade FRC para grandes valores de S é provavelmente a retenção de efeitos cinéticos substanciais na injeção de partículas com alta energia.

III.2 - Confinamento de plasma em configurações de campo reverso

Devido aos limitados meios de diagnósticos e dados de base essa área de FRC's ainda permanece no desconhecimento parcial. Outros fatores tais como: as descargas não são estacionárias e tem curta du

ração, grande espalhamento nos dados por causa das variações intrínsecas nos processos de formação, controlados marginalmente e a camada externa tem linhas fechadas para confinamento ainda obscuras. No interior-da separatriz, existe um potencial para o qual as microinstabilidades eletrostáticas e eletromagnéticas causariam resistividade anômala alta.

Numerosos modos eletrostáticos foram mencionados por Davidson e Krall⁽³⁸⁾. O parâmetro de arrasto $\frac{v_D}{v_i}$ tinham valores típicos entre 0,2 - 0,8 próximo a separatriz, onde o v_D é a velocidade de arrasto diamagnético, v_i é a velocidade térmica de íons, para tais casos, o modo mais importante é a instabilidade do "lower-hybrid-drift" (lhd).

Outro modo possível inclui o arrastamento de ciclotron do ion, o arrasto chamado universal e as instabilidades de arrasto das densidades de elétrons e íon-ciclotron⁽³⁹⁾.

A instabilidade (lhd) é dirigida como o modo flauta através de densidades de gradientes. Sua teoria é bem entendida e prediz frequências comparáveis a giro frequência híbrida e comprimentos de onda comparáveis ao raio de giro do elétron. Essas predições foram verificadas por meio de simulações numéricas e por medidas na flutuação de densidades.

A evolução não linear lhd, seu nível de saturação e transporte, os possíveis efeitos eletromagnéticos locais e não-locais, os fatores estabilizadores não foram compreendidos até o momento.

Nosso trabalho é talvez uma parcela a mais no caminho para esclarecimentos sobre a resistividade lhd.

A influência da resistividade lhd na parte externa da separatriz também é discutida no próximo capítulo.

A partir do momento em que as instabilidades mais grosseiras foram suprimidas em FRC's pela presença de campos multipolares, o interesse sobre toróides compactos renascem e a esperança de um reator de geometria simples e compacta que inclua um divertor natural,

com a translabilidade demonstrada e valores de beta muito altos. Equilíbrio FRC é parcialmente compreendido .

Para FRC's alongados no interior do tubo de fluxo ainda podemos achar propriedades gerais úteis e leis de compressão⁽⁴²⁻⁴⁵⁾. A estabilidade em configurações reversas é fato ainda mais intrigante. Vários fatores como compressibilidade de alto beta, estabilidade da camada externa, fluxo axial no jato, o contorno condutivo, alongação, efeitos do perfil, efeitos do FLR (finite larmor ratio), rotação e correntes de Hall podem contribuir para fortalecimento dos atuais FRC's.

Isto significa que estudos cinéticos de FRC's são desejados para a fusão magnética.

O confinamento^(42,25) FRC também não está bem compreendido até o presente, primeiro porque estudos no confinamento são novos com os dados de base muito limitados seja nos diagnósticos seja na teoria.

Segundo, a formação inibe estudos de transporte com vida curta, e também os dados de espalhamento e as descargas não estacionárias.

Terceiro, para estudar confinamento FRC devemos caracterizar duas regiões distintas, o interior do toróide e a borda externa, cujo confinamento intrínseco são acoplados nos atuais FRC's.

III.3 - Descrição de uma máquina FRC

O porquê de nosso estudo sobre uma máquina FRC⁽⁴⁶⁻⁴⁹⁾ se deve principalmente ao fato que nosso trabalho se baseia em dados experimentais da máquina FRX-C que opera em Los Alamos.

Vamos desenvolver uma pequena biografia de tal máquina descrevendo suas linhas gerais e informando sobre os principais tipos de

de diagnósticos utilizados.

O FRX-C é uma máquina que opera como Theta-Pinch de campo reverso que possui 200 cm de comprimento e 50 cm de diâmetro. Em cada extremidade foram colocados espelhos com 20 cm de extensão axial e 0,44 m de diâmetro para fornecer uma razão especular sobre o eixo de 1,17; tais espelhos possibilitam a formação simétrica de FRC's e posicionamento axial. O tubo de descarga de quartzo tem diâmetro interno de 40 cm. Os dados foram retirados com dois tipos de pressão inicial 5 mtorr e 20 mtorr de deutério.

Os parâmetros típicos na fase de equilíbrio são $n \sim 2 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $T_e \sim 175 \text{ eV}$ e $T_i \sim 600 \text{ eV}$ para 5 mtorr; $n \sim 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $T_e \sim T_i \sim 100 \text{ eV}$ para 20 mtorr. Tais parâmetros correspondem a um campo magnético confinante de cerca de 7 kG que decai em 300 μs na escala de tempo.

O raio da separatriz, linha separadora das linhas de campo abertas e fechadas tem uma forma mais ou menos elíptica.

Os diagnósticos do FRX-C incluem espalhamento Thomson, interferômetros "side-on" e interferômetro holográfico "end-on", um arranjo de fluxo excluído e um espectrômetro. Os interferômetros de laser são 3,39 μm , He-Ne com "movimento duplo" e usam uma técnica chamada "heterodínia"⁽⁵¹⁾ para obtenção de quadratura. Os feixes do interferômetro tem 3 mm de diâmetro. Um anel mede o valor de $\int n_{dr}$ no centro do solenóide enquanto o outro anel varia entre r e z. Várias leituras interferométricas são obtidas com as variações de descarga para normalização $\int n_{dr}$ do anel variável até $\int n_{dr}(0)$ do anel de referência.

O $\int n_{dr}(0)$ significa o valor de $\int n_{dr}$ para $r = z = 0$, e todos os valores numéricos da densidade de linhas integradas corresponde a uma só passagem através do plasma.

Mckenma⁽⁵²⁾ observou uma assimetria sobre $r = 0$ com hologra-

mas "end-on" enquanto a observação de simetria no plano $z = 0$ é fornecida através de todas as descargas através da "rede de fluxo excluído". Essa rede consiste de 13 sondas magnéticas B_z localizadas do lado externo do tubo de quartzo para $z = 0, \pm 15, \pm 30, \pm 45, \pm 60, \pm 75$ e ± 90 cm. Através dos efeitos combinados do interferômetro "side-on" e "rede de fluxo excluído", um conhecimento mais detalhado do equilíbrio FRC pode ser obtido.

Na máquina FRX-C, a configuração reversa é formada em poucos microssegundos pelo método "Theta-Pinch" de reversão. Pela combinação de interferometria "side-on" e medidas diamagnéticas, há uma clara evidência de uma estrutura de campo reversa alongada de alto beta. A densidade na separatriz é cerca de 0,5 - 0,6 da densidade máxima e o comprimento de escala característica das linhas de plasma abertas é 2 - 6 vezes o raio de giro do íon. As separatrizes podem ser aproximadas por elipses alongadas com razões de raios no intervalo de 6 - 9.

No FRX-C, as temperaturas iônicas alcançam 10^3 eV ou mais e os tempos de vida estão em torno de $100\mu s$, produzindo cerca de 10^8 neutros. O principal processo de perdas observado é o de difusão de partículas na região de linhas de campo fechadas. A razão de perdas é cerca de 10 vezes mais rápidas do que a clássica, é determinada pela medida total das partículas em estoque como função temporal durante a fase de aquecimento. A medida de τ_N é dada por modelos teóricos que usem resistividade λ_{hd} , como nosso modelo.

A Fig. III-6 mostra a história temporal do campo principal, raio da separatriz do plasma e seu comprimento, densidade média, balanço de pressão e temperatura para a pressão inicial de 20 mtorr.

Estabilização semelhante é obtida para pressão inicial de 5 mtorr.

A tabela III-1 mostra vários valores e como são medidos experimentalmente.

	Definição	Método de medida
B	campo externo	sondas magnéticas
T	$T_e + T_i$	balanço de pressão
T_e	temp. eletrônica	espalhamento Thomson
T_i	temp. iônica	balanço de pressão
V	volume	sondas magnéticas
n	$\int nd\ell/2r_s$	interferometria "side-on"
r_s	raio da separatriz	sondas magnéticas
N	elétrons contidos na separatriz	medidas diamagnéticas e interferômetro "side-on"

Tabela III-1 - Alguns parâmetros com suas definições e métodos de medida

A característica temporal de fluxo τ_ϕ é difícil de ser medida, porque o fluxo perdido depende do perfil do campo magnético no interior da separatriz, nosso modelo fornece esse valor através de outras medidas facilmente obtidas na experiência. Observe as duas tabelas abaixo com alguns parâmetros importantes em nosso trabalho. A primeira tabela (Tab.III-2) tem alguns valores da geometria tubular, campo magnético e energia armazenada. A tabela III-3 fornece parâmetros representativos para duas pressões iniciais 20 mtorr D_2 e 5 mtorr D_2 .

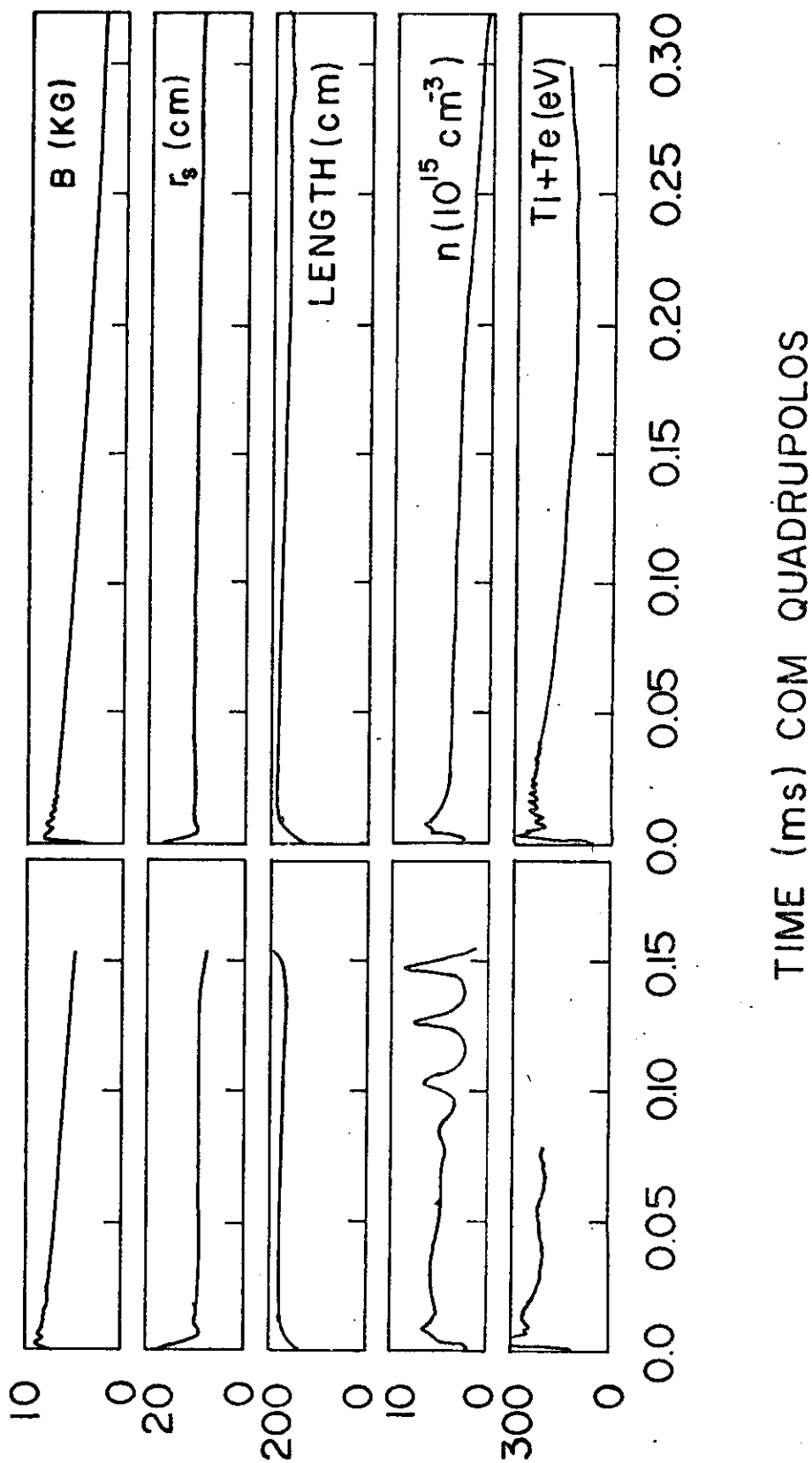


Figura III-6 - Evolução temporal de campo magnético, raio da separatriz, comprimento e densidade média, pressão com e sem campo de quadrupolo, balanço de temperatura para 20 mtorr

Geometria tubular	Medidas
raio central do tubo (1,6 cm de comp.)	0,25 m
raio da região especular (0.2 m em cada extremidade)	0,22 m
razão do espelho magnético	1,17
comprimento do tubo	2,0 m
tubo de descarga DI	0,40 m
Campo magnético	
campo principal (vácuo, não polarização)	10,5 kG
tempo de crescimento ($\tau/4$)	4,5 μ s
tempo de decaimento (L/R no vácuo)	300 μ s
campo elétrico, E_v	0,41 kV/cm
campo de polarização (ajustável)	0 4 kG
Energia armazenada	
banco principal (140 2,8 μ f caps)	397 kJ 45 kV
banco de polarização (10,2 μ F)	326 kJ 8 kV

Tabela III-2 - Parâmetros da máquina FRX-C

Definições	Símbolos	5 mtorr D ₂	20 mtorr D ₂
campo magnético (kG)	B _ω	8	7
campo de polarização (kG)	B _λ	.7	1,6
raio da separatriz (cm)	r _s	9	10
x _s	x _s	.36	0,40
comp. da separatriz (cm)	l _s	130	150
temperatura de íons (eV)	T _i	625	150
temperatura de elétrons (eV)	T _e	175	100
densidade (10 ¹⁵ cm ⁻³)	n	1.9 x 10 ¹⁵	5 x 10 ¹⁵
período de estabilidade (μs)	τ _{obs}	30 → 70	55 → 110
tempo de perda de partículas (μs)	τ _N	67 ± 25	154 ± 25
tempo de perda de energia (μs)	τ _E	35	80
tempo de perda de fluxo (μs)	τ _φ	250	180

Tabela III-3 - Parâmetros representativos para a máquina FRX-C

III.4 - Dados representativos em nosso trabalho

Alguns parâmetros representativos que serão utilizados no decorrer desse trabalho serão definidos agora.

Tomemos a formulação para η_{1c} dada por Braginskii na forma:

$$\eta_{1c} = \frac{m_e}{e^2 n_e \tau_e} = \frac{m_e}{e^2 n_e} \frac{4 \sqrt{2} \pi \lambda e^4 Z^2 n_i}{3 \sqrt{m_e} T_e^{3/2}}, \quad (\text{III-3})$$

onde m_e é a massa do elétron, e é a carga do elétron, T_e temperatura eletrônica e Z o número atômico. O λ é definido pela fórmula abaixo quando $T_e > 50$ eV.

$$\lambda = \log \Lambda = 25.3 - 1,15 \log n + 2.3 \log T_e \quad . \quad (\text{III-4})$$

O $n_{ic} \vec{j} = \vec{E}$ e a corrente pela lei de Ohm tem a seguinte expressão:

$$\vec{j} = Z n_i e \vec{v}_i - n_e e \vec{v}_e \quad \therefore \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{e} \quad ,$$

como estamos trabalhando em MKS devemos fazer a mudança das constantes para tal sistema e o n_{ic} será definido como:

$$n_{ic} = \frac{4}{3} \sqrt{2\pi} \frac{\lambda Z}{(4\pi\epsilon_0)^2} e^{1/2} \frac{\sqrt{m_e}}{T_e^{3/2}} = 1,03 \times 10^{-4} \frac{\lambda Z}{(T_e v)^{3/2}} \quad (\Omega m) \quad . \quad (\text{III-5})$$

Conforme a expressão da resistividade por nós formulada, a resistividade η_{hd} será expressa por:

$$\eta_{hd} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{(m_i m_e)^{1/2}}{e^3} \frac{T_i}{n_m B_o r_s^2} \frac{y(d\beta/dy)^2}{\beta'^3 (1-\beta')^{1/2}} \quad (\text{III-6})$$

e a anomalia \underline{a} , tem a seguinte expressão:

$$a = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{(m_i m_e)^{1/2}}{e^3} \frac{T_i}{n_m B_o r_s^2} \frac{1}{\frac{4}{3} \sqrt{2\pi} \frac{\lambda Z}{(4\pi\epsilon_0)^2} e^{1/2} \frac{\sqrt{m_e}}{T_e^{3/2}}}$$

$$a = \frac{3}{8} (4\pi\epsilon_0)^2 \frac{T_i T_e^{3/2} m_i^{1/2}}{e^5 n_m B_o r_s^2 \lambda Z} \quad ,$$

observemos que a anomalia varia inversamente com o parâmetro \underline{a} .

Calculemos a anomalia para a máquina FRX-C com a pressão de 20 mtorr D_2 e parâmetros tirados dos gráficos do FRX-C de Los Alamos. Observe os perfis de campo magnético, r_s (raio da separatriz), comprimento da separatriz (cm), densidade e $T_i + T_e$ em eV com aplicação de quadrupolos. Os quadrupolos são aplicados para estabilização do plasma tal como pode ser visto na ref. (47). Sem campos qua-

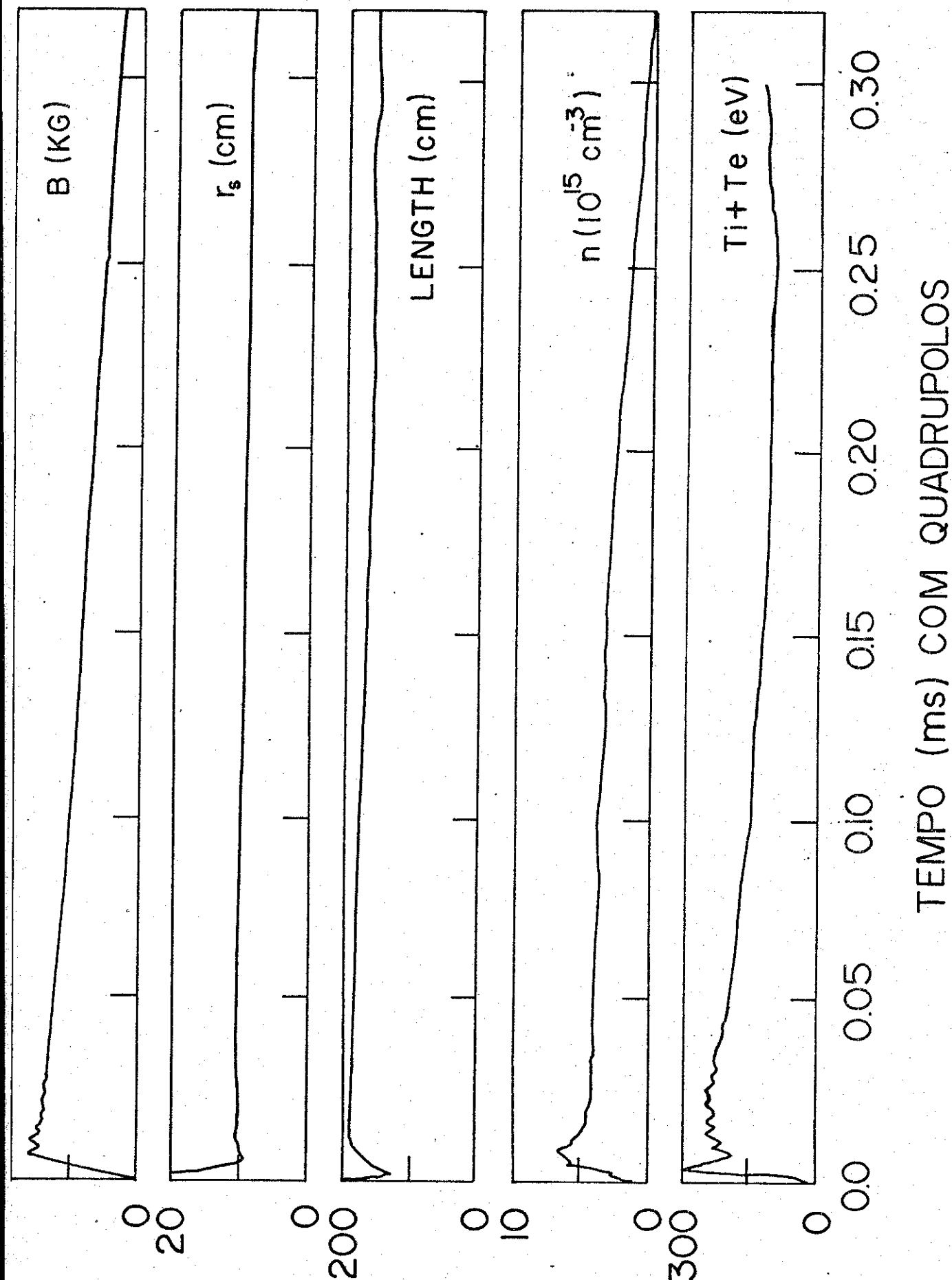


Figura III-7 - Perfis de campo magnético, r_s (raio da separatriz), comprimento da separatriz, densidade e temperatura para FRX-C com pressão 20 mtorr D_2 (com quadrupolo)

drupolares o parâmetro definido como; $-\frac{\Omega}{\Omega_1^*}$ onde Ω é a frequência rotacional e Ω_1^* é a frequência diamagnética do deutério que se calcula através do uso de um modelo de rotor rígido⁽⁴⁷⁾; tenderá a crescer no período estável e começará a decrescer quando o modo $n = 2$ apresentar deformação máxima.

Quando forem aplicados campos quadrupolares, $-\frac{\Omega}{\Omega_1^*}$ flutuará sobre o zero através de todo tempo de vida do FRC. Sem quadrupolos a vida média de um FRC estável era 100 μ s. Através da aplicação de tais campos o plasma pode se manter estável até 300 μ s. Estabilização semelhante é obtida para a pressão de 5 mtorr D₂.

O tempo de decaimento das partículas em estoque, energia e fluxo interno são semelhantes em FRC's estabilizados ou não para cada caso da pressão de enchimento. O efeito dos campos quadrupolares na rotação do fluido de plasma foi estudado através da observação do desvio "Doppler" na emissão CV (227,1 nm). O desvio "Doppler" CV é observado usando-se um policromador de seis canais com espaçamento do canal e resolução de 0,1 nm o qual mostrava o FRC através de um arco tangencial de raio (7 m) do campo nulo. Miores detalhes sobre métodos de diagnósticos podem ser vistos nas referências (37, 52 e 56) aqui nosso propósito é apenas um esclarecimento para ponto de partida do modelo teórico.

O primeiro perfil se refere a máquina FRX-C com pressão de 20 mtorr D₂ e campos de quadrupolo aplicados, Fig.III-7.

A Fig.III-8 mostra os mesmos tipos de perfil para pressão inicial de 5 mtorr D₂.

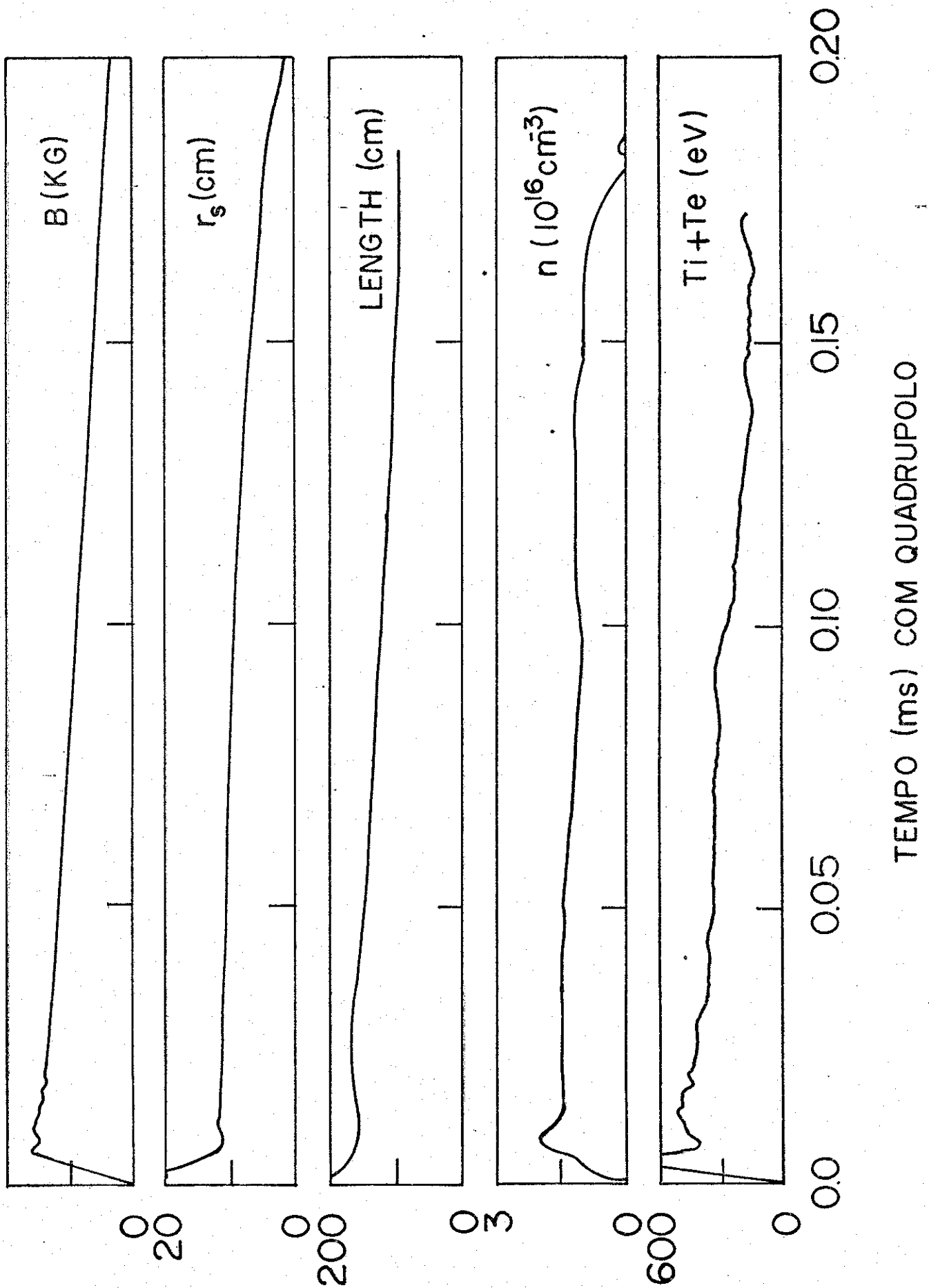


Figura III-8 - Perfis de campo magnético, raio da separatriz, comprimento da separatriz, temperatura para FRX-C com pressão de 5 mtorr e campo de quadrupolo aplicado.

T_i	125 eV	<p>Cálculos</p> $\langle \beta \rangle = 1 - \frac{x_s^2}{2} = 0,885$ $\bar{n}_m = \frac{\bar{n}_e}{\langle \beta \rangle} = 3,95 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$ <p>$a = 0,0079336$ conf. nossa fórmula) (muito pequeno numericamente)</p>
T_e	100 eV	
t	<u>40 μs</u>	
\bar{n}_e	$3,5 \times 10^{+15} \text{ cm}^{-3}$	
x_s	0,48	
B_o	0,6 T	
r_s	0,12 m	
λ	12	

Tabela III-4 - Parâmetros calculados para o FRX-C para pressão de 20 mtorr D_2 , para $Z = 1$ no tempo $t = 40\mu\text{s}$

$T_e = T_i$	89,732 eV	<p>Cálculos</p> $a = 0,00714965$ $\eta_c = 1,43802 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ $\langle \beta \rangle = 0,9194$ $\tau_{//} = \frac{\eta_c t_{//}}{\mu_o r_s^2} = 1,105 \times 10^{-6} \text{ seg}$
t	<u>65 μs</u>	
B_o	0.55357 T	
x_s	0,401404	
n_m	$4,19784 \times 10^{-21} \text{ m}^{-3}$	
r_s	0,100351 m	
λ	11,86	

Tabela III-5 - Dados para o FRX-C para pressão de 20 mtorr D_2 , $z = 1$ e $t = 65\mu\text{s}$

		Cálculos
raio do tubo	0,25 m	
B	5,53571 kG	$t_B = 70/\log(B(30\mu s)/B(100\mu s)) = 259,9\mu s$
r_s	10,0351 cm	$t_{r_s} = 70/\log(R_s(30\mu s)/R_s(100\mu s)) = 2064,8\mu s$
ℓ	180,351 cm	$t_L = 70/\log(L(30\mu s)/L(100\mu s)) = 1510,56\mu s$
x_s	0,401404	$t_n = 70/\log(n(30\mu s)/n(100\mu s)) = 524,22\mu s$
L	$\ell/2 = 90,175$ cm	
$\langle\beta\rangle$	$1 - \frac{x_s^2}{2} = 0,91943$	$T_i + T_e = 70/\log(T_e + T_i(30\mu s)/T_e + T_i(100\mu s)) = 183,5\mu s$
n_m	$\frac{n}{\langle\beta\rangle} = 4,19784 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$	$N = \sigma T_i^2 L \bar{n} = 282,62\mu s$
n	$3,859 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$	$\frac{1}{t_N} = \frac{2}{t_{r_s}} + \frac{1}{t_L} + \frac{1}{t_n}$ e $t_N = 282,62\mu s$
T_e	89,73 eV	$t_\phi = 188,66\mu s$
		$\frac{1}{t_\phi} = \frac{1}{t_B} + \frac{3}{t_{r_s}}$ (vide Hamada (1))

Tabela III-6 - Cálculo dos tempos de decaimento para o FRX-C, 20 mtorr D_2 , com $t = 65\mu s$

As tabelas aqui desenvolvidas III-4 a III-7 nos mostram o cálculo dos parâmetros experimentais utilizados em nosso trabalho a partir dos gráficos obtidos experimentalmente das Figuras (III-7) e (III-8). O próximo capítulo através da resolução da equação de fluxo nos permitirá comparar tais dados ao nosso modelo teórico.

		Cálculos
t	65 μ s	
B ₀	4,37736 kG	t _B = 208,04 μ s τ_{ϕ} = 0,0044778
r _S	10,6182 cm	t _{r_S} = 687,74 μ s $\frac{\tau_{\phi}}{\tau_N} = \alpha = 1,24641$
l	145,455 cm	t _L = 202,844 μ s
L	72,72 cm	t _N ⁿ = 278,536 μ s $\frac{\tau_N}{\tau_M} = 0.00383$
x _S	0,4247	t _{T_e} + T _i = 208,04 μ s $\tau_{//} = 2,51 \times 10^{-4}$
< β >	0,9098	*t _N = 87,503 μ s
n _m	$\frac{n}{\langle \beta \rangle} = 1,404 \times 10^{15}$ cm	*t _{ϕ} = 109,065 μ s
λ	13,047	T _i + T _e = 334,615 eV
T _e = T _i	167,307 eV	$\eta'_{lc} = 6,2072 \times 10^{-7} \Omega \cdot m$
$v_i = \sqrt{\frac{T_i + T_e}{m_i}}$	1,266 x 10 ⁵ m/seg	$\alpha = 0,1048$
		$\beta_s = 0,55 \pm .05$ (Tuszewski ⁽¹⁷⁾)

Tabela III-7 - Dados para o FRX-C com pressão inicial de 5 mtorr D₂, para t = 65 μ s, todos os tempos de decaimento foram obtidos

III.5 - Estabilização de quadrupolo

O grupo da Universidade de Osaka^(54,82) foi o primeiro a observar estabilização de FRC's com campos quadrupolares relativamente fracos aplicados durante a fase quiescente após o FRC formado, impedindo a formação do modo n = 2, estável.

O campo principal tem um tempo de crescimento de 5 μ s e decaimento temporal de 350 μ s.

A distorção n = 2 foi completamente suprimida e o FRC mostrou tendência a um desvio quando os campos quadrupolares foram aplicados, possivelmente devido a assimetrias nos campos quadrupolares. As

figuras III-7 e III-8 mostram os históricos do campo principal, raio da separatriz do plasma, comprimento da separatriz, densidade média e balanço de pressão e temperatura para (20 mtorr) e (5 mtorr). Com campos quadrupolares o período estável do FRC passa de cerca de 100 μ s para 300 μ s (comparável ao decaimento temporal de campo magnético).

Os tempos de decaimento das partículas em estoque são similares em ambos FRC's estabilizados e não estabilizados para cada caso de pressão inicial. As demonstrações de estabilização multipolar do modo $n = 2$, é uma experiência interessante da Universidade de Nihon^(83,97). Algumas conclusões para essa experiência com quadropolos são:

- . O produto $n\tau_E$ para 20 mtorr é $4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3} \text{ s}$ para $T_i = 100 \text{ eV}$ e o produto $n\tau_E$ para 5 mtorr é $7 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3} \text{ s}$ para $T_i = 600 \text{ eV}$.
- . A maior perda de energia é pelo transporte de partículas.
- . Impurezas não parecem irradiar energia suficiente para influenciar o balanço de potência total.

CAPÍTULO IV

Resolução Numérica e os Dados Obtidos

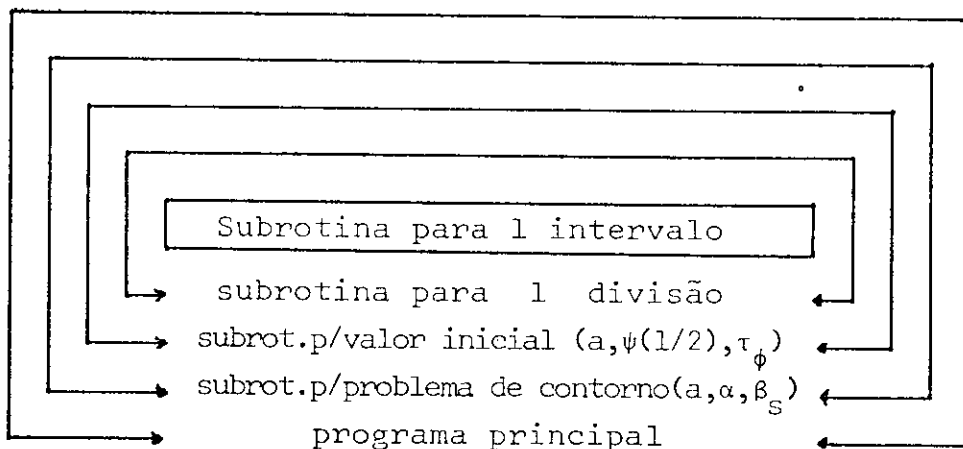
Introdução

Resolução numérica da equação de fluxo⁽⁹⁶⁾ e os resultados obtidos são descritos nesse capítulo. Construimos algumas tabelas e os comparamos com os dados experimentais obtidos com a máquina FRX-C de Los Álamos.

Os gráficos descrevem o modelo teórico e são discutidos os resultados teóricos fornecidos pelo programa computacional.

IV.1 - Desenvolvimento do programa computacional e resultados obtidos

Uma listagem completa do programa numérico desenvolvido encontra-se no apêndice B desse trabalho. Para melhor enfoque de nosso trabalho, fizemos o diagrama abaixo que mostra o funcionamento computacional desse trabalho. Em primeiro lugar, foi desenvolvido o pro



grama principal, as outras subrotinas foram colocadas como mostra o diagrama com os cálculos necessários a cada uma delas.

Para resolver o programa são oferecidos três parâmetros, os

restantes são determinados como auto-valores da $\psi(y)$.

O problema é resolvido fornecendo todas as outras quantidades calculadas como funções dos parâmetros iniciais.

Pela resolução das relações funcionais, qualquer conjunto de três parâmetros podem ser tomados como dados iniciais.

Por exemplo, em nosso trabalho o x_s se relaciona ao $\langle \beta \rangle$ dentro da separatriz isto é $0 \leq y \leq 1$ pela relação $\langle \beta \rangle = \frac{1 - x_s^2}{2}$, o $\langle \beta \rangle$ também se relaciona com β_s e τ_N que é o decaimento de partículas em estoque, como veremos em seguida. A fórmula do $\tau_{//}$ vista no capítulo II, significa a perda de partículas na borda externa da separatriz. Se o $t_{//}$ é omitido, os resultados forneceram a configuração interna da separatriz e podemos supor livremente qualquer suposição estrutural da borda externa a separatriz.

Um resultado interessante é que todos os parâmetros calculados dependem fortemente dos dados escolhidos retirados da experiência, significando que a suposição atual para a resistividade não é a mais adequada para a compreensão da configuração interna e transporte na separatriz.

O que se constatou foi que a anomalia λ_{hd} se mostra insuficiente por um fator de duas a três vezes para explicar o tempo de perda das partículas estocadas, t_N , afetados pelo campo elétrico que corresponde ao tempo de fluxo perdido.

Supor resistividade uniforme dá muito bons resultados supondo-se fatores multiplicativos apropriados para a resistividade clássica e aí, inexistente uma explicação para o aparecimento desses fatores.

Interpretamos isso por uma anomalia λ_{hd} sobreposta por uma grosseira resistividade anômala uniforme devida a causas não conhecidas.

Nosso objetivo principal fica sendo discutir as causas da anô

malia enquanto a importância real da anomalia λ_{hd} em experiências futuras não pode ser avaliada.

Quando o valor de $a = 0$, significa $\eta_R(y) = \eta_{cl}$ e já foi estudado anteriormente⁽¹⁾. O resultado obtido foi uma solução única para o problema correspondente a cada conjunto de valores dos parâmetros no domínio $0 \leq \alpha \leq \infty$ e $0 \leq \beta_S \leq 1$.

A resistividade ainda não pode ser medida diretamente nas experiências modernas. Assim, não há consenso entre os cientistas para afirmar se ela é clássica ou anômala.

A tabela IV-1 mostra que a η é clássica para experiências com pequeno raio da separatriz ($r_S \approx 2$ cm) e moderadamente anômala para experiências com raio da separatriz grande ($r_S \approx 10$ cm).

O $\eta_{\perp c}$ é a resistividade clássica perpendicular se o Z_{eff} é igual a 1 e em relação a temperatura dos elétrons em todas as experiências (veja capítulo III).

Nosso modelo fornece o valor da resistividade anômala ou não numericamente apenas com o fornecimento de 3 parâmetros iniciais.

De acordo com nossa experiência numérica, o resultado encontrado quando $a = 0$ pode ser extensivo ao caso em que $a \neq 0$, no domínio $a \geq 0$, $0 \leq \alpha \leq \infty$ e $0 \leq \beta_S < 1$ para um a não muito grande.

Analisando a equação de fluxo vemos que existe uma solução sobre o intervalo de $0 \leq a < \infty$.

O conjunto de parâmetros básicos para resolver a equação numericamente é a , α , β_S . Tal conjunto se mostra excelente porque tem domínio bem definido e simples com apenas 1 solução.

Apresentamos os parâmetros $a, \tau_\phi, \tau_N, \tau_{//}, x_S, \alpha$ e β_S . Todos esses valores podem ser medidos ou deduzidos dos dados experimentais. Se τ_ϕ e τ_N são funções de a, α e β_S lembramos

$$\alpha = \frac{\tau_\phi}{\tau_N} \quad (IV-1)$$

Experiências	β	β_s	τ_L	$\eta/\tau_{lc}(T_e)$	(μs) τ_ϕ	(μs) τ_L	(μs) τ_ρ	$T_i + T_e$ (eV)	L(m)	r_s/r_w
FRX-C (20 mtorr D ₂)	0,58	0,62	-0,18	5,6 (100 eV)	183	-500	194	240	0,95	0,48
FRX-C (5 mtorr D ₂)	1,4 - 2,4	0,69-0,56	-	5,2-7,9 (150 eV)	288	-	-	700	0,6	0,37
OCT (large-borecham.) BDC = 1,3 kG H ₂)	0,84	0,81-0,55	0,45	9,3 (90 eV)	$t_\psi = 57$	315	$t_M = 68$	184	0,45	-
OCT (small borecham.) (H ₂)	1	0,74-0,49	-	0,65 (73 eV)	150	315	$t_M = 150$	145	0,5	-
STP-L com guia f (D ₂)	1,6	0,79	0,12	1,7 (133 eV)	27,4	38	31	383	0,4	0,3
NUCIE (H ₂)	1 - 1,7	0,82-0,77	>0,15	1 - 1,2 (100 eV)	49	>0	45	355	0,65	0,31
NUCIE (D ₂)	0,86-1,5	0,81-0,76	>0,31	0,89-1,1 (100 eV)	51	>0	43	417	0,65	0,33

Tabela IV-1 - Primeiros dados obtidos para experiências e usados no modelo de Hamada (1)

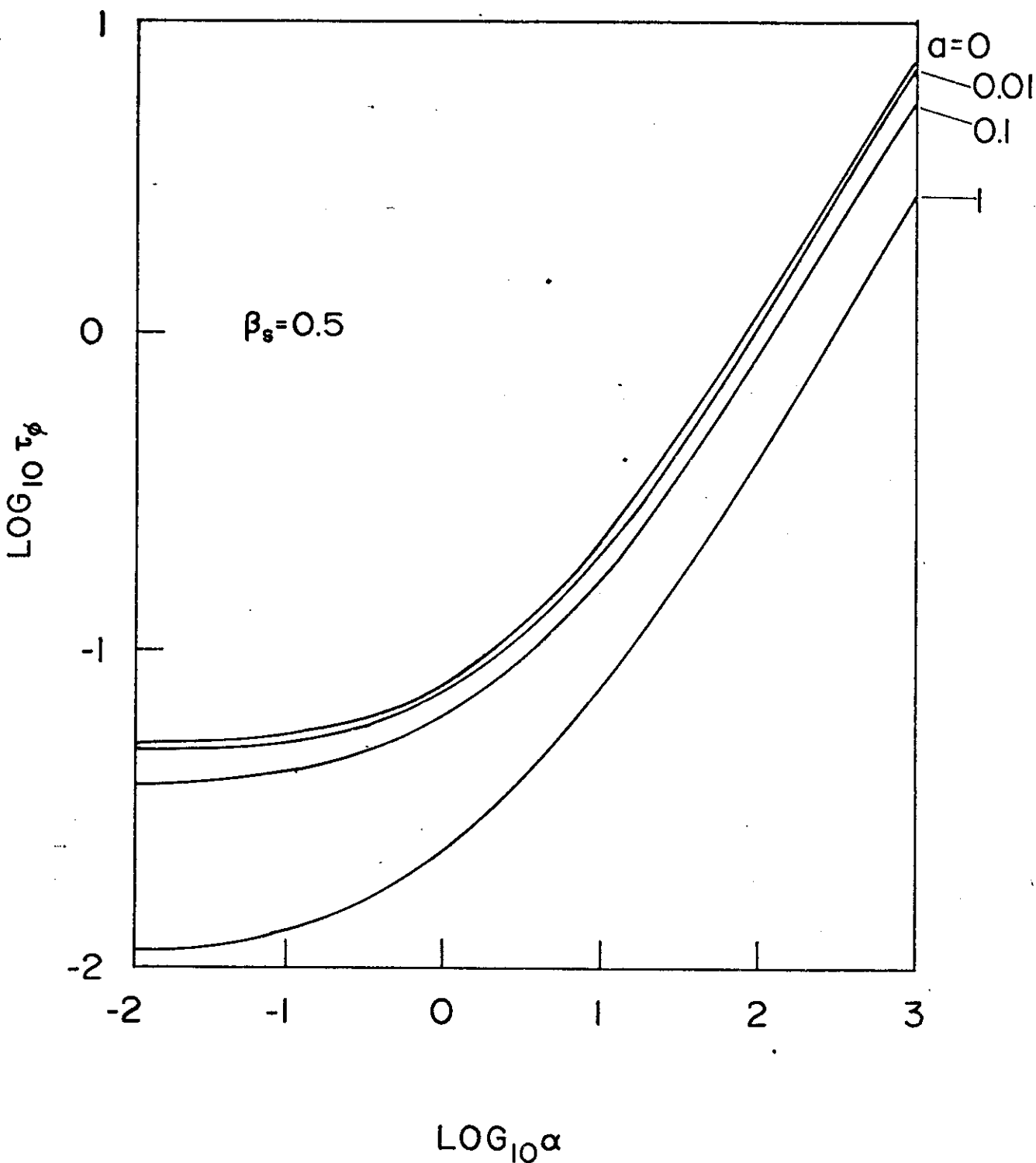


Figura IV-1 - Dependência de τ_{ϕ} com α para $a = 0, 0,01, 0,1$ e 1 . O β_s está fixo em $0,5$. A dependência de τ_N em α é obtida pela relação $\tau_N = \tau_{\phi}/\alpha$ nesta figura. τ_{ϕ} e τ_N são suprimidos pelo crescimento no parâmetro de anomalia a definido no cap.I. τ_{ϕ} e τ_N nos dão o decaimento de fluxo não dimensional e o decaimento de partículas, normalizados por $\mu_0 r_s^2 / \eta_n$, respectivamente. O α é τ_{ϕ} / τ_N e β_s a razão β na separatriz

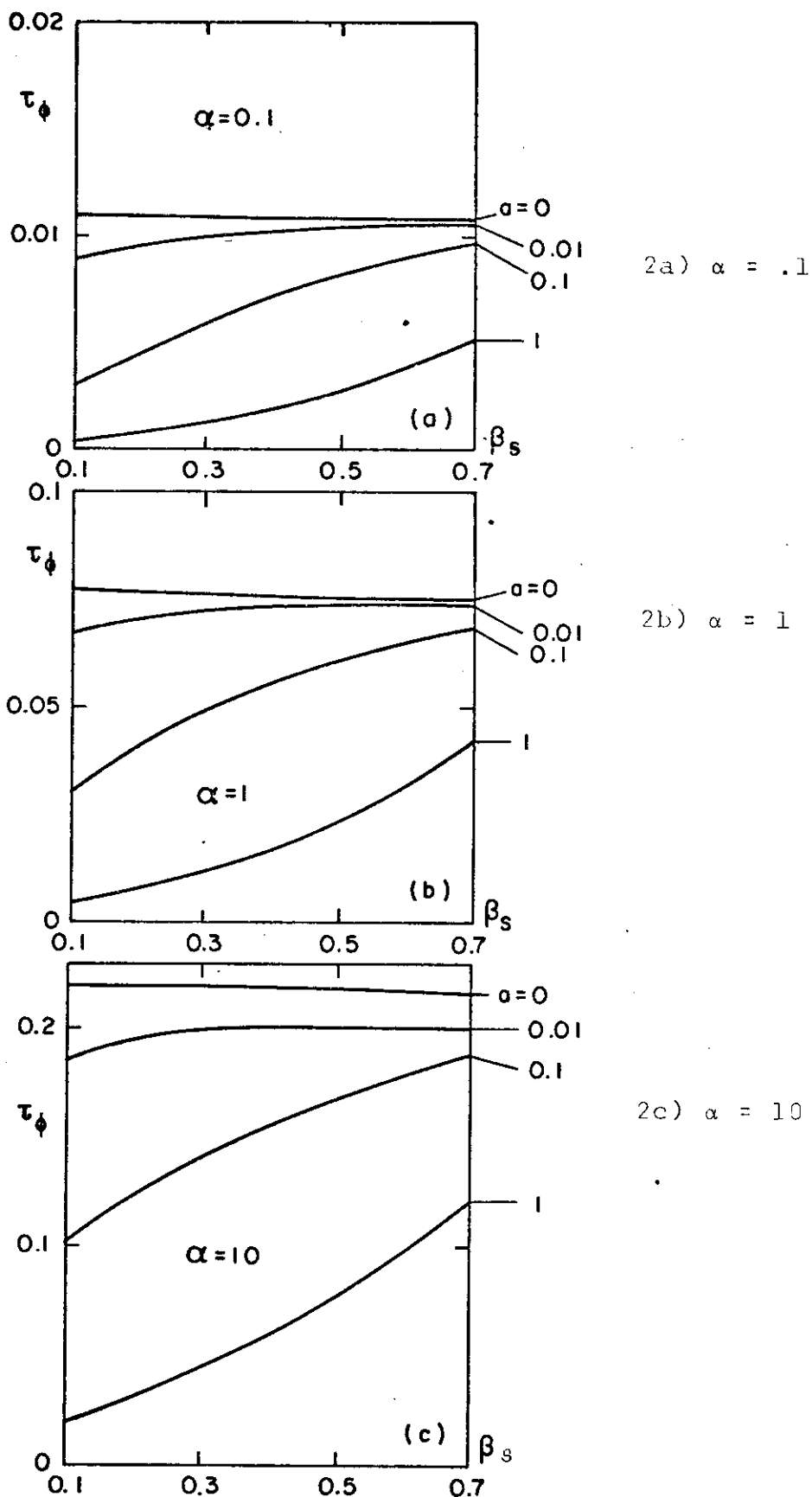


Figura IV-2 - Dependência de τ_ϕ em β_s para $a = 0, .01, .1$ e 1 . A dependência de τ_N também obtida por $\tau_N = \tau_\phi / \alpha$ nesta figura. O efeito anômalo está ligado aos baixos valores de β_s . O símbolo \diamond indica que $\langle \beta \rangle$ é menor do que $0,5$.

Observemos a dependência de τ_ϕ em α na Fig. IV-1 mostrada como função de a para $\beta_s = 0,5$.

Viu-se anteriormente que quando $a = 0$, o crescimento de τ_ϕ de $\frac{1}{(2\pi)^2}$ para infinito e reciprocamente o decréscimo de τ_N de infinito para zero com o crescimento de α para infinito.

Obtemos comportamentos semelhantes com os valores de a positivos. Os parâmetros τ_ϕ e τ_N também são bastante diminuídos com o crescimento de a .

Através da análise de um modelo mais simples, da equação de fluxo descrita no capítulo II, podemos constatar que τ_ϕ e τ_N estão no limite superior do intervalo para $0 \leq \alpha < \infty$, e o limite de τ_ϕ para $\alpha = 0$ que tenderá a zero quando a for para infinito.

O decréscimo de τ_ϕ com a anomalia λ_{hd} é discutido mais adiante. Na Fig. IV-2, temos a dependência de τ_ϕ com β_s e mostrada como função de a e α ; a Fig. IV-2a, para $\alpha = 0,1$; a Fig. IV-2b, para $\alpha = 1$ e a Fig. IV-2c, para $\alpha = 10$.

Mostramos em ⁽¹⁾⁽⁵⁸⁾ para $a = 0$ que τ_ϕ e τ_N são mais ou menos independentes de β_s . O desvio para outros valores de β_s é apenas de poucos por cento.

Para outros valores positivos da anomalia (a); τ_ϕ e τ_N tem uma boa dependência de β_s . Associamos assim, o efeito da anomalia λ_{hd} com os valores baixos de β_s .

Na figura seguinte IV-3 a dependência de τ_ϕ com a é observada como uma função de β_s para $\alpha = 1$.

Observemos que a dependência do parâmetro τ_N é exatamente igual porque α é a unidade e obedece equação (IV-1).

A forte dependência de τ_ϕ com a anomalia λ_{hd} ainda é vista como um efeito ligado aos baixos valores de β_s .

Uma coisa que nos surpreende é que τ_ϕ decresça com a anomalia λ_{hd} , observemos que $\eta_{\lambda_{hd}}/\eta_n(\eta_R - 1)$ se anulará na superfície de cam-

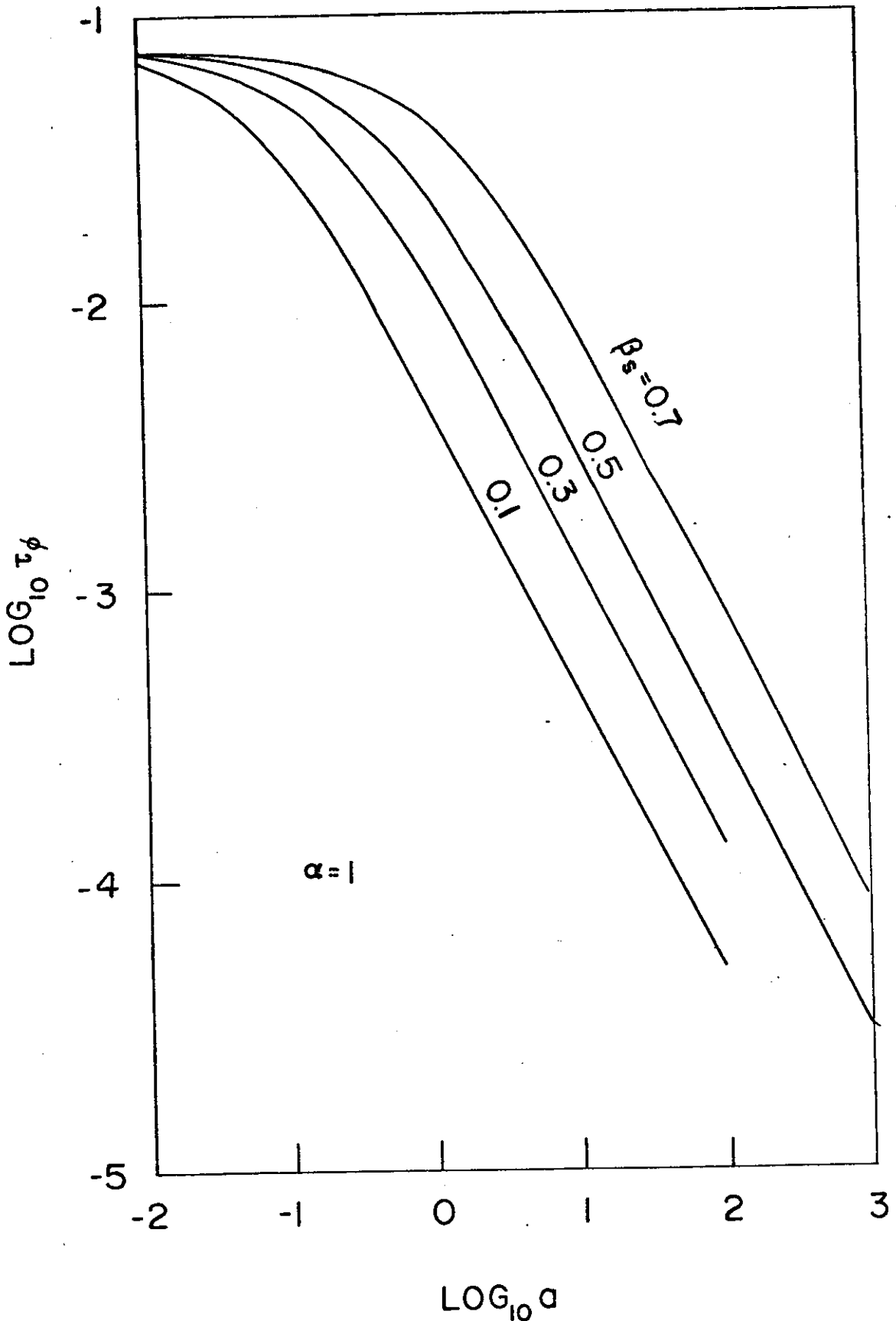


Figura IV-3 - A dependência acentuada de τ_{ϕ} com a para $\beta_s = 0,7$; 0,5; 0,3 e 0,1. α é fixo para a unidade, e a dependência de τ_N é exatamente a mesma figura. O símbolo \diamond indica $\langle \beta \rangle$ da configuração menor do que 0,5. Soluções para $a = 1000$ não são obtidos dos valores baixos de β_s , devido ao formalismo

po nulo ($y = \frac{1}{2}$) tal como foi visto na Eq.(I-50) fazendo-se $\psi' = 0$.

A lei de Ohm toma a seguinte forma $\eta_n J_\theta = E_\theta$ e de acordo com a lei de Faraday τ_ϕ é dado por $\frac{B_w \psi(1/2)}{(2\pi)^{0.5} r_s \eta_n J_\theta(1/2)}$. Vemos que τ_ϕ será capaz de decrescer sem o crescimento de η_n se $J_\theta(1/2)/\psi(1/2)$ crescer com \underline{a} .

Através das equações (II-1) a (II-8) vimos que $J_\theta(1/2)$ é proporcional a raiz quadrada de $-\beta''(\frac{1}{2})$ e τ_ϕ será relacionado apenas com a pressão distribuída⁽⁵⁹⁾:

$$\tau_\phi = \int_{1/2}^1 (1 - \beta)^{1/2} dy \left| \{-2\beta''(\frac{1}{2})\}^{1/2} \right. , \quad (IV-2)$$

a qual é independente da resistividade.

Observemos, que o η_n que incluímos em τ_ϕ nem sempre é clássico.

Na figura IV-4, a curva sólida representa esquematicamente a distribuição de pressão correspondente a $a = 0$ e alguns valores fixos de α e β_s .

Se a distribuição de pressão não mudar o τ_ϕ também poderá não mudar de acordo com a equação (IV-2) mas o valor de τ_N decrescerá devido a rápida difusão da separatriz ($y = 1$) que resulta em contradição com a relação $\tau_N = \frac{\tau_\phi}{\alpha}$.

O gradiente da pressão para $y = 1$, modera o decréscimo de τ_N , tornando-se mais fraco tal como indica a linha pontilhada.

O crescimento necessário da curvatura $-\beta''(\frac{1}{2})$ no mais alto ponto do perfil de pressão, faz o τ_N decrescer. O gradiente de pressão quando o $y = 1$ será determinado assim, procedendo-se de acordo com a relação mantida.

Um exemplo típico do crescimento de $J_\theta(1/2)$ devido a anomalia λ_{hd} é visto na Fig.IV-7b mostra a distribuição de corrente versus r/r_s para $a = 5,6$, $\alpha = 0,67$ e $\beta_s = 0,81$.

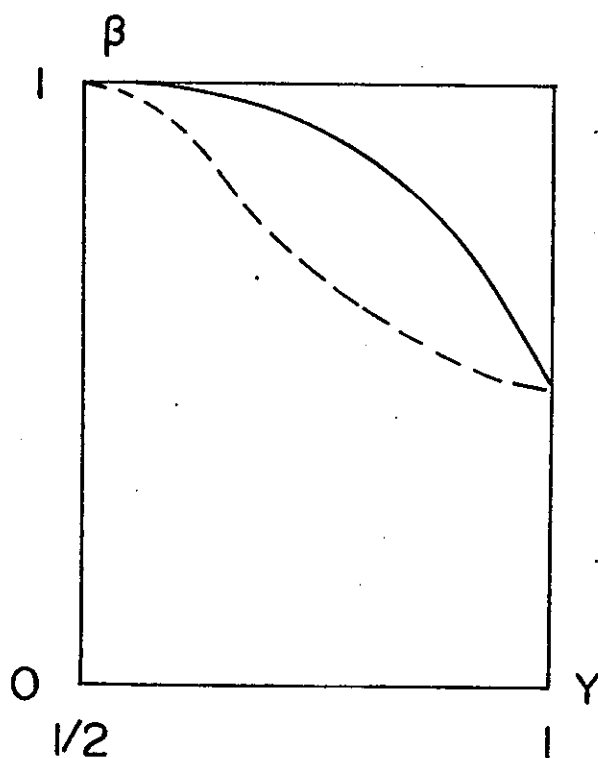


Figura IV-4 - Distribuição esquemática de pressão para $a = 0$ (curva real) e $a \neq 0$ (curva pontilhada). A coordenada radial y é definida como igual a $(r/r_s)^2$. A superfície de campo nulo é para $y = 1/2$ e a separatriz para $y = 1$.

A anomalia λ_{hd} , faz a distribuição moderada e elimina τ_ϕ . A razão é dada no texto

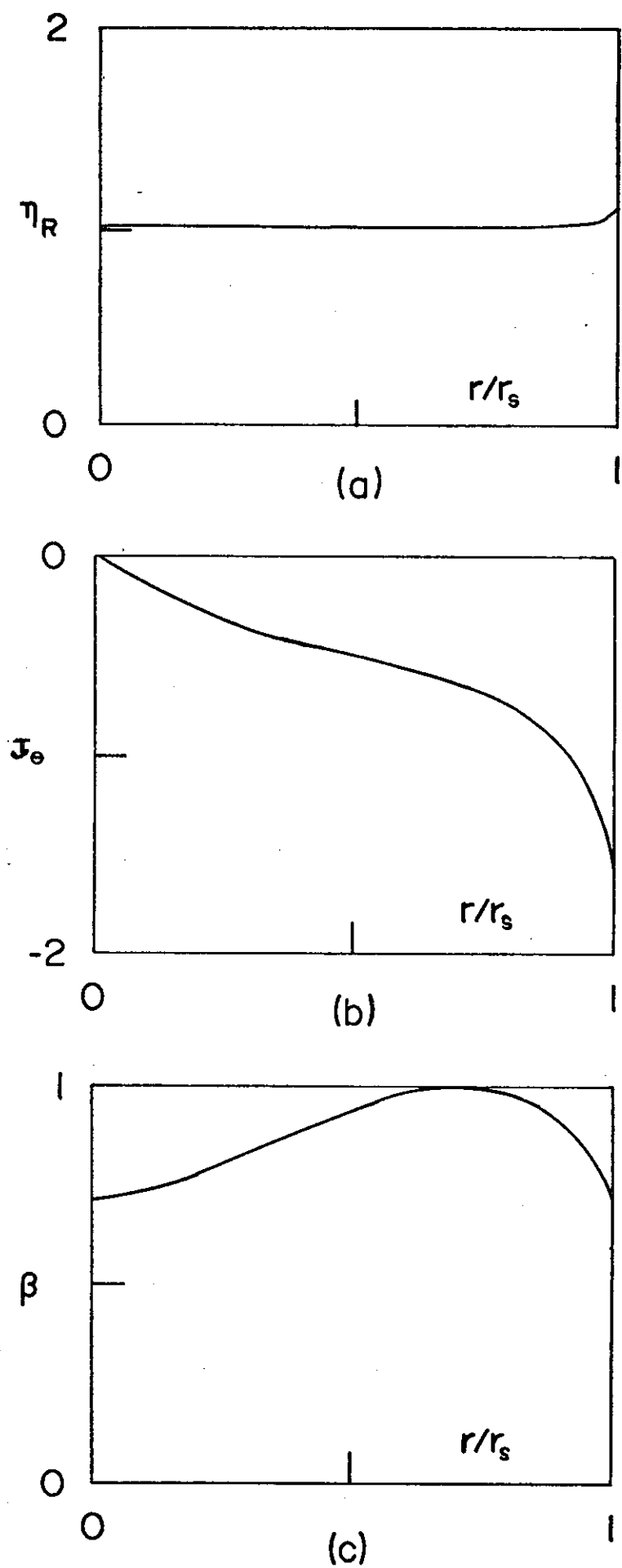


Figura IV-5 - Perfis versus r/r_s para a configuração correspondente a coluna II da Tab. IV-2.

Os parâmetros dados são $a = .0072$, $x_s = .40$ e $\tau_N = .032$

a) η_R é a resistividade normalizada pelo valor da superfície de campo nulo.

b) J_θ é a densidade de corrente em unidades de $2B_w/\mu_0 r_s$

c) β é a razão beta

O J_θ é observado com valor máximo para $r/r_s = \frac{\sqrt{2}}{2}$ na superfície onde o campo é nulo, e a distribuição de resistividade correspondente a Fig. IV-7a mostra $\eta_R = 1$ na mesma superfície onde o campo é nulo. Nesse caso, observamos que τ_ϕ é menor do que 1/3 do valor clássico correspondente a $a = 0$, $\alpha = 0,67$ e $\beta_s = 0,81$.

Tal configuração tem uma forte corrente e pode ser instável para o modo resistivo que também decrescerá com τ_ϕ .

A anomalia λ_{hd} faz o perfil de pressão moderado e reduz o valor de $\langle \beta \rangle$ para menos de 0,5 para baixos valores de α e β_s .

Os casos como esse são indicados pelo símbolo \diamond nas figuras IV-2a e IV-3.

Vamos agora comparar a experiência em FRC e o modelo considerado que é uma função de três parâmetros digamos a , α e β_s .

As tabelas IV-2 e IV-3 nos fornecem aspectos interessantes através dos parâmetros dados.

Os valores marcados como "medidos experimentalmente" são provenientes da máquina FRX-C tais como o descrito no capítulo III, essa máquina trabalha com duas pressões iniciais 20 mtorr D_2 , Tabela IV-2 e com 5 mtorr D_2 Tabela IV-3.

Os parâmetros a , x_s e $\tau_{//}$ ($\eta_n L / \mu_0 r_s^2 c_s$) são calculados dos valores de quantidades relevantes para 65 μs das medidas iniciadas com a suposição de que $T_e = T_i$ e $\eta_n = \eta_c$. Os valores de τ_ϕ e τ_N são avaliados dos oscilogramas entre 30 μs e 100 μs centrados em 65 μs supondo-se o decaimento exponencial em quantidades importantes.

O valor de β_s é o deduzido por Tuszewski⁽¹⁷⁾, supondo que os dados não são da mesma descarga. Maiores detalhes foram descritos no capítulo III.

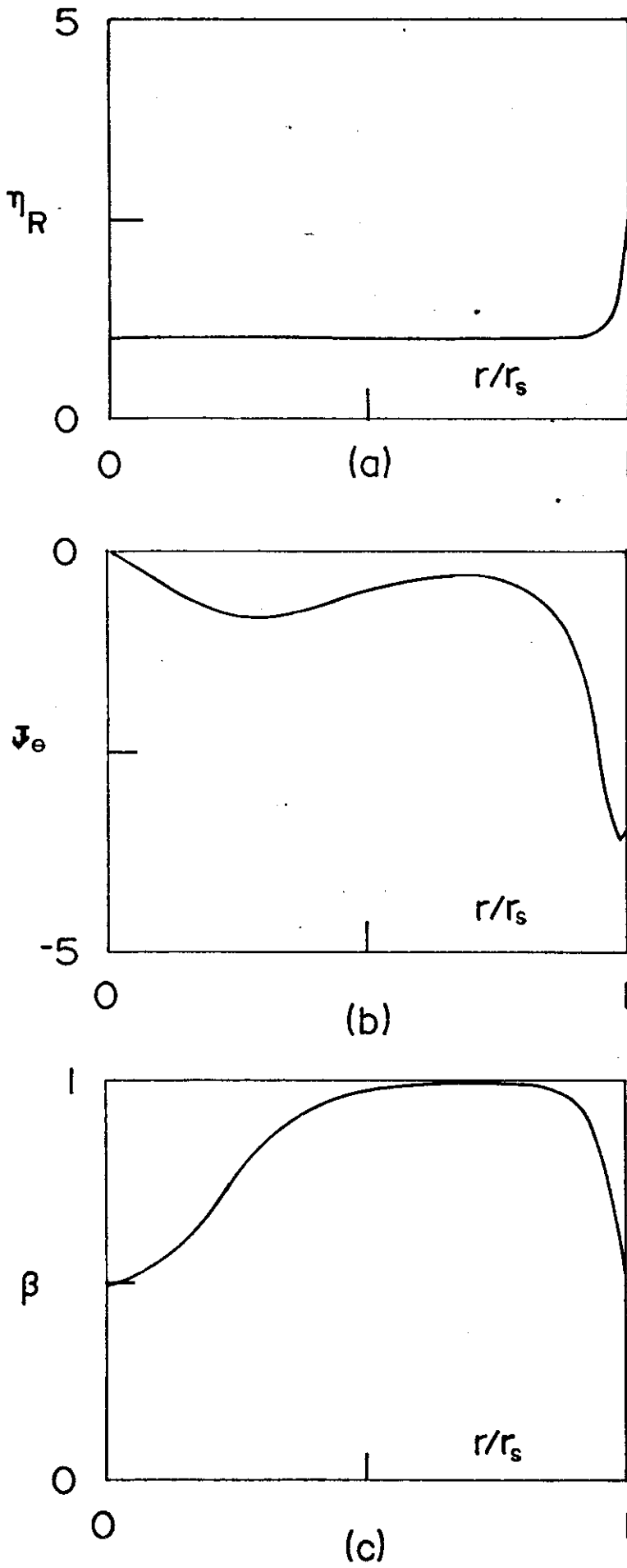


Figura IV-6 - Perfis versus r/r_s para a coluna III da Tab.IV-2, parâmetros dados:
 $a = .0072$, $x_s = .40$ e $\alpha = .67$

- a) η_R
- b) J_θ
- c) β

A resistividade é \sim clássica e o parâmetro de anomalia a não foi modificado

Parâmetros não-dimensionais	Medidas Experimental	I	II	III	IV	V	VI
a	0,0072	○	○	○	5,6		a=0
x_s	0,40	○	○	○	○	○	○
$\tau_{//}$	0,0011	○	0,0022	0,017	0,033	-	0,0045
τ_ϕ	0,021	0,16	0,13	0,067	0,021	-	0,021
τ_N	0,032	0,025	○	0,1	○	-	0,032
α	0,67	6,5	3,9	○	○	○	○
β_s	$0,6 \pm 0,05$	0,44	0,50	0,72	0,81	○	0,71
$\eta_R(1)$	-	4,6	3	1,1	7	-	$\eta_n = 3,1 \eta_c$

Tabela VI-2 - Comparação com a experiência FRX-C 20 mtorr D_2

Todos os parâmetros são não-dimensionais, τ'_s : tempos de decaimentos normalizados por $\mu_0 r_s^2 / \eta_n$, x_s e β_s = beta na separatriz, $\alpha = \tau_\phi / \tau_N$, a = parâmetro anômalo definido no capítulo I, $\eta_R(1)$, razão de resistividade na separatriz com campo nulo. Valores sob "Medida Experimental" são estimativas da ref. () bem como os da Tab. IV-3. O símbolo ○ indica os parâmetros dados para o cálculo, idênticos aos "Medida Experimental". Não há solução com a positivo na coluna V.

Nas Colunas de I a VI de ambas tabelas os parâmetros iniciais são indicados pelo símbolo ○, tomados das colunas "medida experimental".

Os valores calculados dos outros parâmetros são também listados nas mesmas colunas para comparação com os valores medidos. Os valores calculados de $\eta_R(1)$ também são adicionados para comparação.

As colunas VI de ambas tabelas são para comparação entre duas suposições diferentes da resistividade, a $2hd$ mais a clássica e a

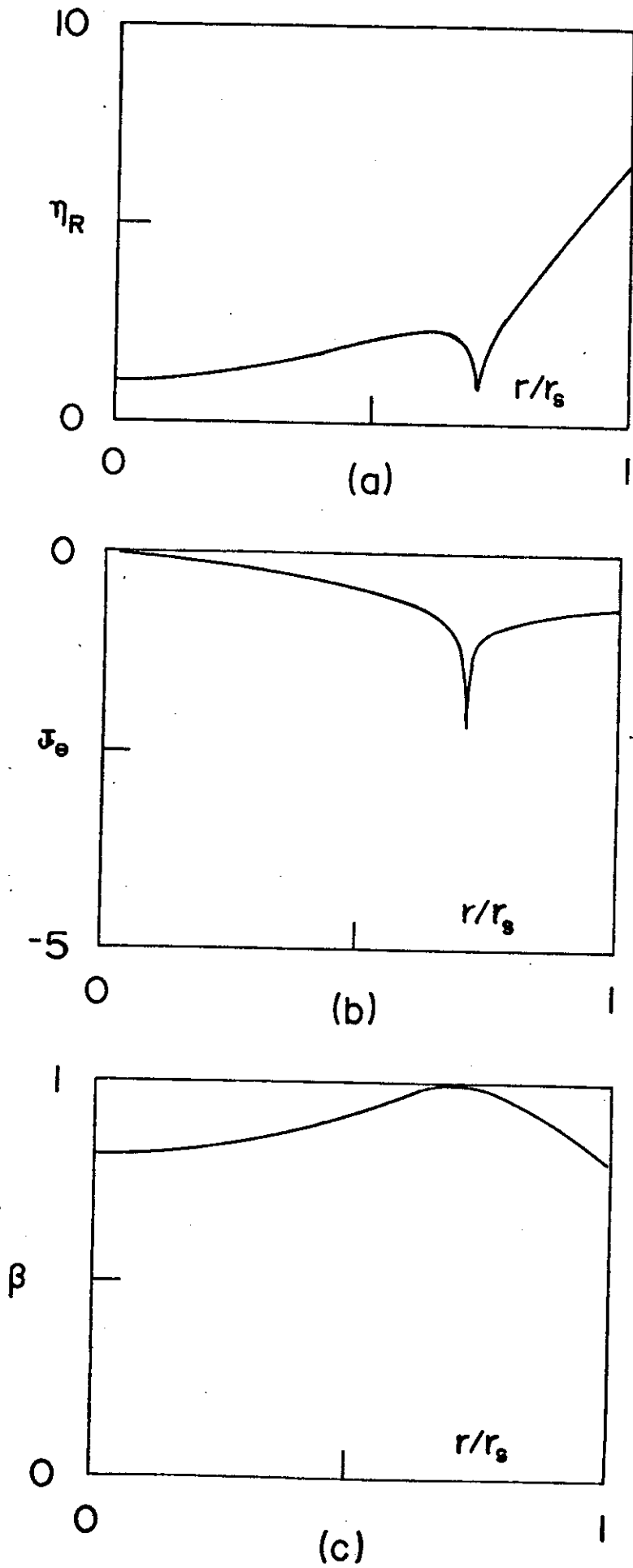


Figura IV-7 - Perfis versus r/r_s para a configuração da coluna IV da Tab. IV-2 com parâmetros $x_S = .40$, $\tau_N = .032$ e $\alpha = .67$

- a) η_R
- b) J_θ
- c) β

O parâmetro de anomalia \underline{a} é igual a 5,6 neste caso. Devido ao grande valor de \underline{a} , a densidade de corrente tem um máximo na superfície do campo nulo enquanto η_R é igual a unidade aqui. A razão está no texto

uniforme. É necessário observar que a resistividade clássica já foi exaustivamente estudada no modelo de Hamada⁽¹⁾ e o nosso objetivo não é estudar a resistividade clássica e sim os efeitos que a resistividade anômala produzirão sobre os perfis mostrados nas figuras e principalmente se é justa a causa pela qual ela tem interessado a tantos cientistas.

Na coluna VI, o \underline{a} é nulo e o η_n é sempre um múltiplo da resistividade η_c . O conjunto de parâmetros dados da coluna I é mais interessante porque podem explicar o comportamento do FRC como um todo incluindo o comportamento dos lados interno e externo da separatriz. Tal escolha foi tomada anteriormente por outros autores. Nossos resultados se assemelham aos deles: os valores de τ_N são próximos aos da experiência, mas, os valores de τ_ϕ são muito grandes por causa dos valores pequenos de \underline{a} . Resultado, os valores de α também serão grandes se comparados aos valores da experiência. Os valores para β_s terão uma tendência a serem menores do que os medidos.

Uma relação simples $\tau_N = \frac{N\tau_{//}}{N_{ext}}$, onde o N_{ext} são as partículas em estoque no interior da camada externa da separatriz no intervalo $-L \leq Z \leq L$ (não há qualquer dependência na resistividade). Supomos $N\tau_{//}$ fraco, porque x_s e $\langle\beta\rangle$ também conjuntamente com $\tau_{//}$ e τ_N dependerão apenas de N_{ext} .

Pela coluna I, os valores da resistividade na separatriz são muito maiores do que $\eta_n (= \eta_{cl})$.

A rápida difusão radial do lado externo da separatriz torna N_{ext} crescente e τ_N decrescente.

A avaliação dos valores de τ_N com os medidos significa que o N_{ext} foi calculado de forma correta, isto é um sucesso preliminar com a anomalia λ_{hd} para compreender o transporte externo a separatriz.

O transporte interno não pode ser investigado através do $\tau_{//}$ porque as equações (IV-2) válida para $\tilde{n}_R((y) > 1) \sim 1^{(1)}$, e a rela-

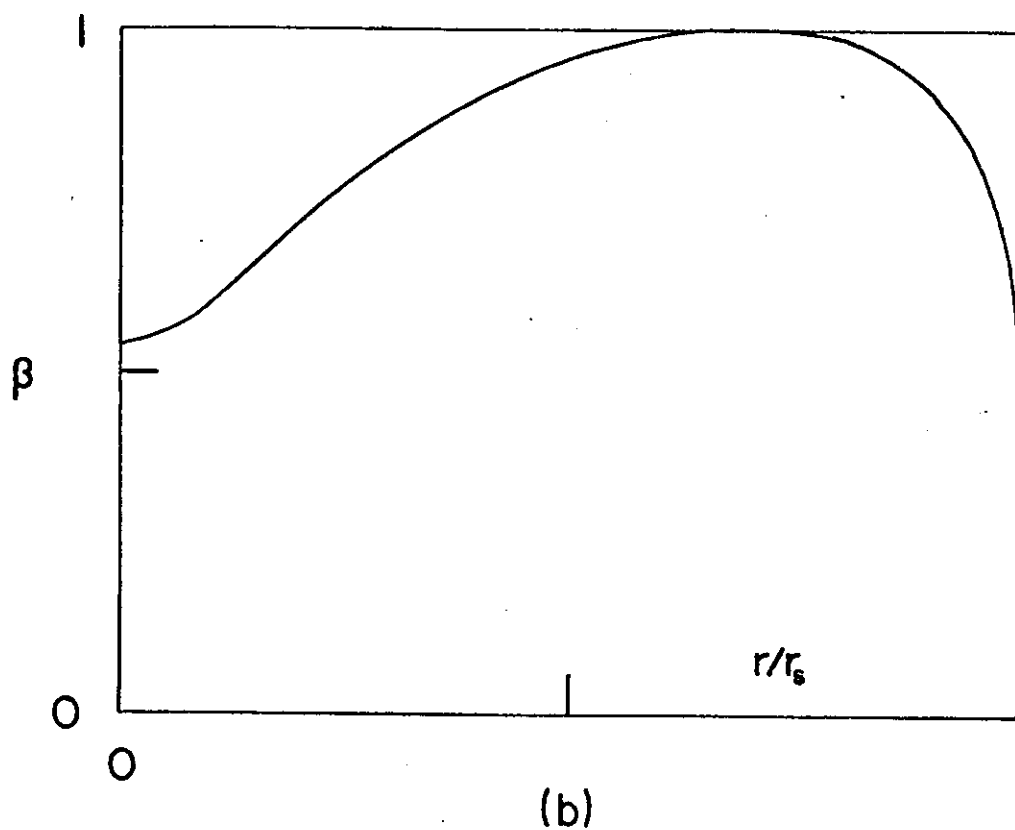
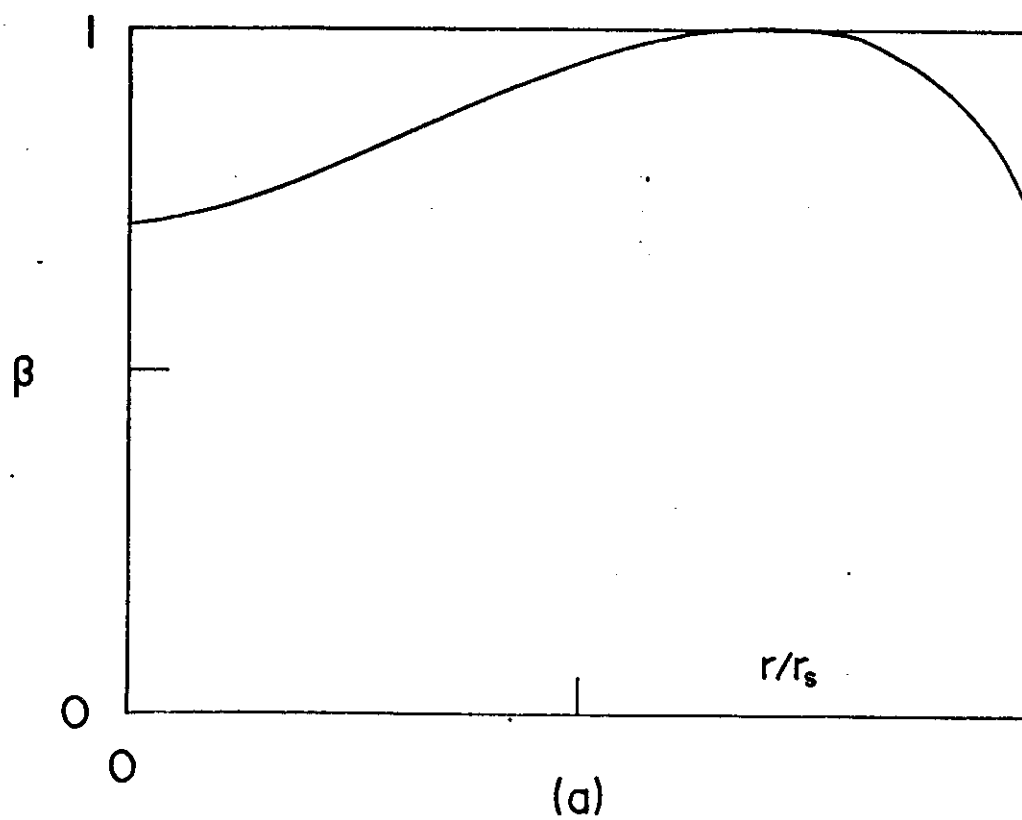


Figura IV-8 - Distribuição da pressão versus r/r_s para a configuração obtida supondo resistividade uniforme com $a = 0$ (a) para a coluna VI da Tab.IV-2 e (b) para a coluna VI da Tab.IV-3

ção:

$$\frac{1}{\tau_{//}} = \frac{-\beta_s^2 \beta_s'^2}{(1 - \beta_s)^2 \left\{ \ln(1 - \beta_s) + \beta_s + \frac{\beta_s^2}{2} \right\}} \quad (IV-3)$$

A equação (IV-3) tem algumas suposições que não são corretas em alguns casos, primeiro a suposição de uniformidade das temperaturas.

Se trabalhamos na estrutura interna, o $\tau_{//}$ pode ser um parâmetro livre porque se relaciona com a estrutura externa à separatriz.

Os valores de $\tau_{//}$ foram calculados nas colunas II e IV de ambas tabelas com o uso da equação (IV-2). Com exceção da coluna III da Tabela IV-2, a coluna V da Tabela IV-3 e as colunas VI de ambas tabelas, onde $\eta_R(1)$ é igual ou mais ou menos igual a unidade, onde usamos eq.(IV-3).

Na coluna II, a, τ_N e x_s são dados experimentais. Os valores resultantes de outros parâmetros tem tendência semelhante aqueles da coluna I. Em particular, os valores de $\tau_{//}$ são mais ou menos bons. Isto é natural, porque os valores para τ_N na coluna I se aproximam dos medidos que são considerados como parâmetros dados.

Na Fig.IV-5, os perfis internos de η_R , J_θ e β_s versus r/r_s para a coluna II da Tabela IV-2 se apresentam como se segue: o η_R na figura IV-5a, J_θ na figura IV-5b e β na figura IV-5c. A resistividade e a densidade de corrente crescente em valor próximos a periferia mas, são baixas e achatadas próximas a superfície com o campo nulo isso resultará em valor grande de τ_ϕ .

O perfil de pressão tem um topo largo e chato, em consequência o β_s será suprimido de forma a manter o $\langle \beta \rangle$ fixo a um valor determinado por x_s .

Esses perfis corresponderão a coluna II da tabela IV-3 e tem

tendência semelhante as colunas I de ambas tabelas. Nas colunas III, a , x_s e α ($= \frac{\tau_\phi}{\tau_N} = \frac{t_\phi}{t_N}$) são considerados os parâmetros dados.

O α está mais diretamente ligado as medidas do que τ_ϕ e τ_N porque esses incluem η_n na sua definição.

Para avaliação de τ_ϕ e τ_N nas medidas, há necessidade de fazer algumas suposições para η_n digamos $\eta_n = \eta_c$ o que é indispensável, mas, tal suposição não será respeitada como visto posteriormente. O parâmetro α é livre de tal suposto, de forma que α e x_s são parâmetros mais reais comparando-se teoria e experiência.

Nosso cálculo não é livre para supormos $\eta_n = \eta_c$ porque o parâmetro a incluiu isto na sua definição.

Os valores resultantes de outros parâmetros são muito diferentes dos das colunas precedentes I, II e medida experimental.

Através dos valores da parte inferior da coluna III da tabela IV-2, a resistividade resultante toma alguns valores clássicos no interior da separatriz se a muda, veja a Fig. IV-6a.

Parâmetros não-dimensionais	Medida Experimental	I	II	III	IV	V	VI
a	0,1	○	○	○	34,63	10^{-4}	$a = 0$
x_s	0,42	○	○	○	○	○	○
$\tau_{//}$	0,00025	○	.00013	.025	.0028	.0020	.0011
τ_ϕ	0,0048	3,7	42	.073	.0048	.080	.0048
τ_N	0,0038	.0055	○	.058	○	.064	.0038
α	1,25	660	11000	○	○	○	○
β_s	$0,55 \pm .05$.42	.38	.69	.78	○	.55
$\eta_R(1)$		29	46	2,4	56	1	$\eta_n = 17\eta_c$

Tabela IV-3 - Comparação com a experiência do FRX-C de 5 mtorr D_2

O resultado é que τ_N é cerca de 3 vezes o valor medido bem como τ_ϕ . Isso é, o nível de anomalia λ_{hd} não explica tal observação. O valor de τ_ϕ é menor nas colunas adjacentes a I e II e o valor de α foi fixado em um valor baixo com parâmetro dado Fig. IV-1.

Observar dados através dos gráficos, não através da tabela fornecida, tais dados se modificam, através do tempo.

O valor de $\tau_{//}$ é cerca de 60 vezes o plausível o que indica que a configuração em circunstâncias razoáveis ($t_{//} \sim \frac{L}{c_s}$).

Na coluna II o β_s é maior do que o medido. Os resultados na coluna III da tabela IV-3 tem tendência semelhante e enfatizam o descrito aqui.

Na figura IV-6, os perfis internos de n_R , J_θ e β_s para a coluna III se apresentam como anteriormente.

Eles se mostram diferentes dos da figura IV.5. A resistividade λ_{hd} é aproximadamente clássica. A densidade de corrente cresce vagarosa e monotonicamente através da periferia. O valor de J_θ na superfície de campo nulo é maior em valor do que na figura IV-5c, resultando em valor maior de β_s que na coluna II da tabela IV-2. Os perfis, correspondentes da coluna III da tabela IV-3 também tem comportamento semelhante ao descrito anteriormente. A diferença das medidas e inconsistência dos resultados nas colunas II e III nas duas tabelas, indica que o modelo unidimensional na expressão para a anomalia (I-50) não é o mais adequado para a compreensão do transporte interno da separatriz. Os resultados das colunas III, indicam que os níveis de anomalia λ_{hd} são demasiado baixo para explicar as observações.

Pela observação das colunas IV, tal conclusão se torna mais clara, pois tomamos como parâmetros dados x_s , α e τ_N .

O parâmetro a não é dado devido a ambiguidade do nível de saturação.

Os valores verdadeiros são deduzidos por outros parâmetros. Su

pondo que o τ_N é dado permanece a suposição $\eta_n = \eta_c$. Os valores resultantes de τ_ϕ são os mesmos, tal como os medidos. Como α é dado junto com τ_N , isto não é surpreendente, pelo fato da anomalia λ_{hd} levam a valores muito pequenos de τ_ϕ .

Os valores resultantes de \underline{a} , são maiores do que o admissível em ambas tabelas, mostrando que os níveis de anomalia λ_{hd} atuais são pequenos quando comparados com a atual resistividade por uma ordem de grandeza de 2 ou 3.

Se damos α e τ_N é o mesmo que dar α e τ_ϕ então, não surpreende a elucidação da anomalia λ_{hd} através da perda de fluxo no tempo.

Da mesma forma, se α e τ_N são dados é o mesmo que τ_ϕ e τ_N . Temos a seguinte equação:

$$E_\theta = \frac{\eta_n \beta_w \psi}{2\mu_0 r_s y^{1/2} \tau_\phi}, \quad (IV-4)$$

o valor de τ_ϕ determina grosseiramente o campo elétrico e concentra o plasma na superfície de campo nulo através do arrasto E/β . Difusão de partículas (τ_N) pode ser elucidada sob esta circunstância onde a anomalia λ_{hd} falhou.

Isto não pode ser explicado através de τ_N . A expressão para a anomalia λ_{hd} é uma tentativa, mas, é difícil de haver mudança através da troca da expressão. Além disso, os valores do $\tau_{//}$ são grandes também, o que indica que a configuração interna não é mantida em circunstâncias físicas aceitáveis. Isso se deve a rápida difusão da borda com valores grande para \underline{a} . Finalmente, os valores para β_s são muito grandes.

Na figura IV-7, os perfis internos de η_n , J_θ e β para a coluna IV da tabela IV-2 foram mostrados anteriormente. Em contraste com os casos visto, a resistividade e a densidade de corrente mudam subitamente próximas da superfície de campo nulo, através do mecanismo

discutido anteriormente.

O perfil de pressão é suavizado em relação ao da figura IV-6c e resulta em um valor mais alto de β_s do que na coluna III da tabela IV-2.

Na coluna V, os parâmetros dados são x_s , α e β_s e mostram conexão mais direta com as medidas.

Logo a e τ_N são excluídos do conjunto de parâmetros dados e nosso cálculo está livre de supor $\eta_n = \eta_c$. Não existe uma solução com um valor de a positivo na coluna V da tabela IV-2, se pudesse ser negativo então a solução será obtida.

Os valores de $\tau_{//}$, τ_ϕ e τ_N são grande comparados aos possíveis valores. Nos surpreende, que o parâmetro a retorne a direção oposta ao caso visto na coluna IV.

Supomos o parâmetro a muito grande para explicar as observações. Supomos o η_n múltiplo de η_c , e os valores τ da coluna V da tabela IV-3 serão divididos por $\frac{\eta_n}{\eta_c}$ para compará-los com os valores medidos.

Semelhantemente, o valor poderá ser multiplicado pelo mesmo fator η_n/η_c .

Se $\frac{\eta_n}{\eta_c}$ é igual a 16,8 teremos $a < 1,7 \times 10^{-3}$, $\tau_{//} = .00012$, $\tau_\phi = .0048$ e $\tau_N = .0038$ concordando com os valores experimentais exceto para a .

Tal resultado sugere resistividade anômala uniforme muito forte, excitada por causas desconhecidas e quebrando a anomalia λ hd.

Para o a muito pequeno, isto é explicado por uma não uniformidade fraca da nova anomalia ou incluindo-se a expressão da resistividade que tenha a suposição de baixo β (errada para FRC's).

A não existência de solução com a positivo na coluna V da tabela IV-2 sugere não uniformidade na nova anomalia.

Distribuição espacial desse tipo de anomalia foi estudado ex-

tensivamente na referência (1).

Sua necessidade é deduzida aqui pela aplicação da difusão anômala λ_{hd} também investigada em (1).

Comparamos com suposição de resistividade clássica mais anômala λ_{hd} nas próximas colunas.

Nas colunas VI de ambas tabelas a uniformidade da resistividade de anômala é assumida, o parâmetro a é igualando a zero, η_n é igual a $3,1 \eta_c$ na tabela IV-2 e igual a $17 \eta_c$ na tabela IV-3.

Os valores resultantes de todos os outros parâmetros são mais plausíveis. Como α tinha sido dado, os melhores valores de τ_ϕ e τ_N com as medidas não surpreendem.

Os valores de $\tau_{//}$ e β_s são mais ou menos bons. Excelente resultado é obtido para β_s na tabela IV-3. Tal resultado sugere uma fraca não uniformidade se é que ela existe.

O perfil de pressão da coluna VI da tabela IV-3 é mostrado na Fig.8a e para a coluna VI da tabela IV-3 na Fig.8b. O perfil da Fig. 8a é semelhante a Fig.6c correspondendo a coluna III da tabela IV-2.

Observemos que através da Fig. IV-6a a resistividade às vezes poderá ser clássica. A anomalia λ_{hd} não é efetiva de forma que o valor de a não chega a tomar importância.

Supomos $\eta_n = \eta_c$ e dividindo os valores da coluna III da tabela IV-2 por 3,1 obtemos $\tau_{//} = .0055$, $\tau_\phi = 0,022$ e $\tau_N = 0,032$ o que é bem próximo dos valores da coluna VI da tabela IV-2. Tal é a razão da semelhança de ambas figuras.

Concluimos que a resistividade anômala λ_{hd} está cercada de forte anomalia uniforme devida a causas não conhecidas no interior da separatriz de forma que não há explicação para o transporte interno observado.

Particularmente, seu nível é baixo para explicar as observações.

Supor que a resistividade é anômala uniforme é a mais adequada a compreensão das atuais experiências. Anomalia λ_{hd} é importante porque explica o transporte externo e principalmente o parâmetro a será grande no regime de fusão.

CAPÍTULO V

Introdução

Fechamento do trabalho e sugestões para futuros trabalhos são os objetivos desse capítulo.

Discussão dos dados mais importantes e algumas aplicações em FRC's brasileiros também são sugeridos.

V.1 - Discussão dos resultados

Resultados aqui obtidos são importantes se considerarmos que até a época da publicação do trabalho de Siemon⁽⁴⁷⁾ (1985) o modelo teórico para o FRX-C com que baseavam seus trabalhos era zero-dimensional.

No capítulo anterior consideramos os dados experimentais fornecidos por essa máquina com duas pressões iniciais 20 mtorr D_2 e 5 mtorr D_2 .

Construímos duas tabelas com os vários parâmetros adimensionais experimentais, e nosso modelo teórico entrava com três dados experimentais e os restantes sendo calculados numericamente.

Obtivemos não apenas os efeitos da resistividade anômala, estudando também o transporte interno e externo da separatriz.

Além disso, o programa numérico se mostra capaz de fornecer dados difíceis de serem obtidos experimentalmente através de formulações baseadas nos dados possíveis de ser obtidos na experiência.

Por exemplo, sabemos que tanto β_s quanto η são difíceis de se obter experimentalmente então a vantagem desse modelo é que tais parâmetros são obtidos pelo cálculo numérico, através de outras quantidades mensuráveis de forma mais rápida, tal como t_B , t_M e r_s .

Na parte experimental das tabelas não existe o valor de η , porque até o momento não medimos η diretamente em experiências.

Outro ponto importante do modelo é o que revela as condições para as quais a resistividade será clássica ou anômala.

A semelhança entre as soluções que envolvem as equações de equilíbrio FRC foram estudadas supondo a resistividade clássica mais lhd.

A dependência do tempo de decaimento do fluxo não dimensional τ_ϕ com parâmetros básicos a , α e β_s foi mostrada bem como o tempo de decaimento não dimensional de partículas τ_N . Mostramos o decréscimo de τ_ϕ apreciavelmente com o parâmetro anômalo a bem como τ_N . Isso é um resultado novo. Para explicar o transporte FRC observado, a anomalia lhd teve sucesso para o transporte externo à separatriz. De qualquer forma ela não se mostrou adequada a compreensão da configuração interna a separatriz, porque os resultados calculados de diversas formas não foram consistentes nem plausíveis com os medidos.

Em resumo, o nível de anomalia lhd é muito baixo para explicar as observações da ordem de duas ou três vezes.

Por outro lado, supondo a resistividade uniforme com fatores multiplicativos empíricos para o clássico obtém sucesso na explicação de transporte interno.

Interpretamos tais resultados consistentemente com a anomalia lhd superposta a outra anomalia proveniente de causas desconhecidas.

O tratamento desse trabalho é essencialmente unidimensional com base na expressão (I-50) para anomalia lhd.

A expressão envolve a suposição de baixo β incoerente para os FRC's.

A correção para isto é suprimir o nível de anomalia enquanto há o alargamento da distribuição espacial.

Observemos que as perdas nas extremidades do plasma nos fins

da separatriz são desprezadas em tratamentos unidimensionais.

A lei de medidas de Nogi⁽⁶⁰⁾ indicou que a separatriz longa era a mais indicada.

Então, o transporte FRC se relaciona com a forma da separatriz.

Os tratamentos bi-dimensionais tem uma boa possibilidade de explicar transporte FRC.

Utilização dos parâmetros medidos com o propósito de encontrarmos outros, difíceis de serem medidos pode ser um objetivo próximo com a construção do toróide compacto da Unicamp.

O valor de \bar{s} mencionado anteriormente no capítulo III, onde:

$$s = \frac{\phi}{2\pi r_s \rho_{ie} B_e} \quad (V-1)$$

pode nos ser muito útil. O valor de ϕ é calculado em nosso modelo através de outros parâmetros dados na experiência. Assim verificamos que o \bar{s} poderia ser calculado em nosso modelo se são dados a , α e β , podendo também ser incluídos nas tabelas IV-2 e IV-3 de parâmetros dados do nosso trabalho (capítulo IV).

Se nós temos três parâmetros achamos a dependência dos outros parâmetros em s .

Observe que $s = \left(\frac{r_s}{2\rho_{ie}}\right) \psi(1/2)$ onde $\psi(1/2)$ foi definido em nosso modelo. De forma que é mais conveniente trocarmos o valor de ϕ por $\psi(1/2)$.

Outra sugestão é a substituição de um termo que nos dá a perda de radiação "bremsstrahlung" na equação da energia de Hamada⁽¹⁾. Obteríamos a perda de condução de aquecimento térmico e compararíamos aos dados experimentais.

A P E N D I C E A

Estudo sobre a resistividade anômala com arrasto híbrido inferior

Algumas experiências detetaram ondas de choque viajando perpendiculares ao campo magnético ambiente $\vec{B} = B_0 \hat{n}_z$ e estabeleceram que a estrutura dessas ondas originavam uma resistividade na frente de impacto muito maior que a resistividade proveniente das colisões de elétrons e íons⁽²⁵⁾.

Essa resistividade anômala⁽⁶⁶⁾ era evidente pelo comprimento da frente de choque L_s , a qual excedia o valor clássico. As configurações de plasma Q e Z-pinches são instáveis para várias frequências intermediárias ($\omega_{ci} < \omega < \omega_{ce}$) de longos comprimentos de ondas sempre que $T_e < T_i$. Uma instabilidade é causada por uma conexão de plasma iônico ou de oscilações híbridas inferiores para arrasto de ondas em plasma não uniforme. A outra, é uma instabilidade modificada do feixe de elétrons-íons, a qual cresce quando o feixe for subtérmico.

Experiências e teoria⁽⁶¹⁾ mostram um crescimento de muitas ordens de valor acima da resistividade clássica (determinada por colisões binárias) pode ser obtida quando as densidades de corrente grande são dirigidas através do plasma por altos campos elétricos ou gradientes magnéticos fortes. Uma consequência desse efeito é que o campo magnético aplicado subitamente ao contorno do plasma penetrará por uma razão determinada pela resistividade turbulenta mais do que o "skin depth" sem colisões cujo valor será menor que o raio do plasma. Tal resistividade alcançada pelas ondas de plasma instáveis é dirigida por correntes induzidas no plasma, através da penetração do campo magnético. A importância do fenômeno é que a penetração do pulso segue um grande volume de plasma sendo aquecido pela penetra-

ção do pulso, oposto ao aquecimento adiabático, menos eficiente que toma lugar se o plasma permanece estável e a resistividade for clássica.

A resistividade anômala que estudamos é proveniente de uma teoria que supõe um tipo de instabilidade híbrida inferior, com saturação quasi linear das ondas. O trabalho de Krall e Davidson mostra quatro tentativas para resistividade anômala:

$$1) \text{ resistividade de Sagdeev: } \nu = \frac{Vd}{C_s} \frac{T_e}{T_i} \omega_{pi} \times 10^{-2} \quad (1)$$

$$2) \text{ resistividade de Krall-Book: } \nu = \omega_{LH} \beta^2 \ln \left(\frac{4\pi N_n e c^2}{B^2} \right) \quad (2)$$

$$3) \text{ resistividade íon-acústica: } \nu = (10^{-2} - 10^{-3}) \omega_{pe} \quad (3)$$

$$4) \text{ resistividade híbrida inferior: } \nu = \omega_{LH} \frac{Vd}{C_s} \quad (4)$$

O fator 10^{-2} na primeira tentativa foi introduzido para acomodar grosseiramente resultados teóricos e experimentais. O fator $10^{-2} - 10^{-3}$ na terceira tentativa é proveniente de simulação computacional.

Todos os cálculos de ν dão a ordem de grandeza aproximada do resultado experimental, $\nu \approx \frac{\omega_{pi}}{4}$.

Onde:

$$\omega_{pi}^2 = \frac{4\pi N_i e_i^2}{m_i}$$

O número ν depende de fatores não considerados na teoria:

- a) Para que ponto no perfil de choque a instabilidade é excitada?
- b) Quanto cresce o modo antes das ondas serem transferidas para a frente de onda?
- c) A instabilidade muda o estado do plasma ou altera o caráter estável do plasma?
- d) A instabilidade produz dissipação suficiente para satisfazer as leis de conservação através do choque?

Se essas perguntas são inseridas em códigos do tipo Hain-Roberts⁽⁶⁵⁾ e comparadas a experimentos pulsados nos quais os perfis magnéticos e de densidade eram medidos envolvendo o tempo, estabelecia-se que não existia teoria capaz de explicar as anomalias de um "theta-pinch". A dificuldade era haver um número ν que representasse os efeitos turbulentos com dependência no tempo e espaço e auto-consistente com o tratamento de resistividade anômala.

A idéia da resistividade turbulenta foi bem estabelecida por medidas no "theta-pinch" da resistividade várias vezes maior do que a clássica e por teorias que predizem quais instabilidades poderiam atrapalhar a corrente se excederem valores críticos, comparações entre o modelo e a experiência são difíceis de avaliar. Este é um problema importante porque a resistividade tem rápida penetração do pulso magnético no interior do plasma e requer uma compreensão quantitativa da medida de penetração e aquecimento com parâmetros de plasma.

Experiências com aquecimento por implosão são experiências mais direcionadas do que experiências de relaxação. Numa experiência de relaxação (por exemplo, o alargamento de uma camada de plasma na fase de implosão de um "theta-pinch") o arrastamento de energia decresce com a sua flutuação e o crescimento da temperatura iônica. Nesse caso, a conservação de energia limita a mudança na energia térmica menos do que o arrastamento térmico original.

Durante o estágio de implosão, o pulso magnético induz arrastamento no plasma que em retorno excita instabilidades de campo. As flutuações resultantes produzem um retardamento na corrente e aquecem o plasma, mas, a energia dos circuitos externos continua a produzir gradientes magnéticos e mantém uma quantidade substancial de energia do arrasto no plasma.

Na prática, os pulsos se propagam através do plasma com velocidades comparáveis a velocidade de Alfvén $V_A = B / \sqrt{4\pi N m_i}$ e como o

comprimento de borda está entre $5 - 10 c/\omega_{pe}$, o plasma gasta várias vezes ω_{LH}^{-1} (híbrido inferior) no pulso.

Isto significa o aquecimento do plasma até $v_i^2 \approx Vd^2$ para o qual $\gamma < \omega_{LH}$ ou até o elemento de fluido aquecido deixar a região de instabilidade. A fonte de energia, que aquece o plasma é a energia magnética dirigida através do plasma pelo circuito elétrico externo.

O problema em todos modelos de fluido é que a teoria de fluidos não pode tratar reflexão de íons fora do pistão magnético durante a implosão, a qual tem efeito importante na dinâmica de íons e aquecimento. Isso foi corrigido através da versão híbrida do modelo. O comportamento da estabilidade linear e as propriedades do transporte anômalo associado com a instabilidade híbrida inferior em regimes de baixo arrasto ($V_E \lesssim v_i$, onde V_E é a velocidade $\langle \vec{E} \rangle \times \langle \vec{B} \rangle$ e v_i é a velocidade térmica iônica, foi discutido por Davidson e Gladd⁽⁴⁾). Nesse trabalho queremos que a perturbação seja quasi-estacionária, caracterizada $\frac{dv_{ix}}{dt} \approx 0$.

Nesse caso, $V_E = -V_{di}$ e $\frac{V_E}{v_i}$ são dadas por:

$$\frac{V_E}{v_i} = -\frac{V_{di}}{v_i} = -\frac{1}{2} \frac{r_{Li}}{N} \frac{dN}{dx}, \quad \text{onde,}$$

$$r_{Li} = \left(\frac{2T_i}{m_i \omega_{ci}^2} \right)^{1/2}, \quad (5)$$

e $\frac{dT_j}{dx} = 0$ foi suposto.

Além disso, se $\frac{V_E}{v_i} \lesssim 1$ podemos ter a forma equivalente:

$$\Delta \ln \gtrsim \frac{1}{2} \beta_i^{1/2} \frac{c}{\omega_{pi}}, \quad (6)$$

onde

$$\Delta \ln \gtrsim \frac{1}{2} \beta_i^{1/2} \frac{c}{\omega_{pi}}, \quad (7)$$

aqui

$$\beta_e = \frac{8\pi N T_e}{B_z^2} \quad e$$

$$\Delta L_B = \left(\frac{\partial \ln B_z}{\partial x} \right)^{-1} \approx 2(\beta_e + \beta_i)^{-1} \Delta L_x \quad (8)$$

é o comprimento característico para variação do campo magnético. Para betas de plasma de ordem da unidade, a persistência da instabilidade e transporte anômalo para $V_E/v_i \lesssim 1$ indica que a região da camada, continua a exibir instabilidade e longo tempo de transporte quando a espessura da camada excede c/ω_{pi} .

Com as suposições que $\frac{V_E}{v_i} \ll 1$ e $T_e \ll T_i$ além de $|\gamma| \ll |\omega|$ e $\left| \frac{\partial \ln \beta_z}{\partial x} \right| \ll \left| \frac{\partial \ln N}{\partial x} \right|$, teremos a seguinte equação para $\omega\gamma$.

$$\omega - k_y V_E = - \frac{2\omega_{pi}^2}{k_y^2 v_i^2} k_y V_E \left\{ 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} + \frac{2\omega_{pi}^2}{k_y^2 v_i^2} \right\}^{-1} \quad (9)$$

e o

$$\gamma = \sqrt{\pi} \frac{(\omega - k_y V_E)^2}{|k_y| v_i} \frac{\omega}{k_y V_E}, \quad (10)$$

o k_y é o vetor de onda e γ a razão de crescimento onde,

$$V_E = -V_{di} = \left(- \frac{T_i}{m_i \omega_{ci}} \right) \frac{\partial \ln N}{\partial x}.$$

As equações (9) e (10) dão instabilidades para velocidades de fase no intervalo $0 < \frac{\omega}{k_y} < V_E$ com crescimento máximo (γ_M) e velocidade de fase do crescimento máximo $\left(\frac{\omega_M}{k_M} \right)$ dada por:

$$\gamma_M = \sqrt{\frac{2\pi}{8}} \left(\frac{V_E}{v_i} \right)^2 \Omega_{LH}, \quad (11)$$

$$\frac{\omega_M}{k_M} = \frac{V_E}{2} \quad \text{onde,}$$

$$k_M^2 = \left(\frac{2\omega_{pi}^2}{v_i^2} \right) \left(1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} \right)^{-1}$$

e

$$\Omega_{LH} = \frac{\frac{\omega_{pi}}{2}}{\left(1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} \right)^{1/2}}, \quad (12)$$

é a frequência híbrida inferior generalizada.

$$\Omega_{LH} \rightarrow \omega_{LH} = (\omega_{ce} \omega_{ci})^{1/2} \text{ para } \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} \gg 1.$$

O aquecimento e transporte anômalos podem ser examinados em regime de velocidade de arrasto baixas dentro do contexto deste formalismo.

Por aproximações anteriores, obtemos:

$$v = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{m_i}{m_e} \left(1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} \right) \Omega_{LH} \frac{\epsilon_F}{NT_i}, \quad (13)$$

o ϵ_F é a densidade de energia associada as flutuações instáveis do campo. Através de (13) encontramos a resistividade anômala na direção y (ou azimutal) com

$$\eta_{AN} = 4\pi v / \omega_{pe}^2$$

isto é:

$$\eta_{AN} = 4\pi \sqrt{\frac{\pi}{2}} \Omega_{LH}^{-1} \frac{\epsilon_F}{NT_i}. \quad (14)$$

O tamanho de η_{AN} depende do nível de flutuações do campo ϵ_F .

Usando:

$$\epsilon_\omega = \epsilon_F \left(\omega \frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{k_y} = \pm k_M \quad \text{ou}$$

$$\epsilon_{\omega} = 2 \left(1 + \frac{\epsilon_{pe}^2}{\epsilon_{ce}^2} \right) \epsilon_F$$

Temos

$$\eta_{AN} = 2\pi \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\Omega_{LH}^{-1}}{(1 + \omega_{pe}^2/\omega_{ce}^2)} \frac{\epsilon_{\omega}}{NT_i} \quad (15)$$

um valor plausível fisicamente para a ϵ_{ω} é a energia cinética total, isto é,

$$|\epsilon_{\omega}|_{\max} = NT_i \frac{m_e}{m_i} \left(\frac{V_E}{v_i} \right)^2 \quad \text{então} \quad \omega_{pe}^2 \gg \omega_{ce}^2 \quad \text{e} \quad \beta \ll 1, \quad \text{logo,}$$

$$|\eta_{AN}|_{\max} \cong \left(\frac{\pi}{2} \right)^{3/2} \left(\frac{\omega_{ce}}{\omega_{pe}} \right)^2 \frac{m_e}{m_i} \omega_{LH}^{-1} \left(\frac{r_{Li}}{\Delta L_n} \right)^2 \quad (16)$$

$$\text{onde } \omega_{LH} = (\omega_{ce} \omega_{ci})^{1/2} = \Omega_{LH} \quad \text{para } \omega_{pe}^2 \gg \omega_{ce}^2$$

A resistividade anômala em (16) pode ter um valor muito maior que o clássico.

Em Culham mostrou-se que transporte na pós-implosão de Theta-pinches é sempre clássico.

Enfatizamos que o plasma era suficientemente frio (≈ 150 eV) em Culham e o modelo de transporte dominante era com colisões.

De fato, os parâmetros⁽⁶³⁾ de Culham, mostravam que $\eta_{cl} \approx 7\eta_{AN}$ na região da camada externa, onde η_{AN} é a resistividade anômala (16).

Para altas temperaturas $\eta_{AN} \gg \eta_{cl}$, facilmente satisfeita⁽⁶²⁾ para a fase de pós-implosão onde $\frac{r_{Li}}{\Delta L_n} \lesssim 1$. Como mencionado a medida da resistividade de pós-implosão na experiência em Maryland⁽⁶⁴⁾ era cerca de cinquenta vezes o valor clássico.


```

1130 P10# P11# P12# are output as final values
1140 step width h# is continued from the foregoing division
1150 n# is integer in for next in solver for total range
1160 #Y1#P0#=#10#P1#=#11#P2#=#P12#
1170 GOSUB 1000
1180 P0#=#P0#;P1#=#P1#;P2#=#P2#
1190 P0#=#P0#;P1#=#P1#;P2#=#P2#;P3#=#P3#;P4#=#P4#;P5#=#P5#
1200 Y#=#Y#;H#=#H#;SOSUB 1000
1210 AV#=#SQR((P0#-P2#)^2+(P1#-P1#)^2+(P2#-P0#)^2)
1220 IF AV#ER#*2*H# THEN (#Y#+H#)*H#=#H#+H#;P10#=#P10#;P11#=#P11#;P12#=#P12# ELSE P0#=#P0#;P10#=#P10#;P11#=#P11#;P12#=#P12#
1230 R#=(Y1#+H1#-Y#)/(2*H#)-.1
1240 IF R# 0 THEN RETURN ELSE PSET(Y#,-P0#);IF N# 4 THEN PSET(Y#,-P0#);P1#=#P1#;P2#=#P2#;P3#=#P3#;P4#=#P4#;P5#=#P5#
1250 IF AV# ER#*H#/64 THEN IF R#-INIT#R# 1.5 THEN H#=#H#*2**H#
1260 GOSUB 1020;GOTO 1280
1270 RETURN
1400 .....solver for total range
1410 CL# 2#W1#=#W1#;W2#=#W2#;W3#=#W3#;W4#=#W4#;W5#=#W5#;W6#=#W6#;W7#=#W7#;W8#=#W8#;W9#=#W9#;W10#=#W10#
1420 CL# 2#W1#=#W1#;W2#=#W2#;W3#=#W3#;W4#=#W4#;W5#=#W5#;W6#=#W6#;W7#=#W7#;W8#=#W8#;W9#=#W9#;W10#=#W10#
1430 P10#=#P10#;P11#=#P11#;P12#=#P12#;P13#=#P13#;P14#=#P14#;P15#=#P15#;P16#=#P16#;P17#=#P17#;P18#=#P18#;P19#=#P19#;P20#=#P20#
1440 P10#=#P10#;P11#=#P11#;P12#=#P12#;P13#=#P13#;P14#=#P14#;P15#=#P15#;P16#=#P16#;P17#=#P17#;P18#=#P18#;P19#=#P19#;P20#=#P20#
1450 P10#=#P10#;P11#=#P11#;P12#=#P12#;P13#=#P13#;P14#=#P14#;P15#=#P15#;P16#=#P16#;P17#=#P17#;P18#=#P18#;P19#=#P19#;P20#=#P20#
1460 P10#=#P10#;P11#=#P11#;P12#=#P12#;P13#=#P13#;P14#=#P14#;P15#=#P15#;P16#=#P16#;P17#=#P17#;P18#=#P18#;P19#=#P19#;P20#=#P20#
1470 P10#=#P10#;P11#=#P11#;P12#=#P12#;P13#=#P13#;P14#=#P14#;P15#=#P15#;P16#=#P16#;P17#=#P17#;P18#=#P18#;P19#=#P19#;P20#=#P20#
1480 P10#=#P10#;P11#=#P11#;P12#=#P12#;P13#=#P13#;P14#=#P14#;P15#=#P15#;P16#=#P16#;P17#=#P17#;P18#=#P18#;P19#=#P19#;P20#=#P20#
1490 P10#=#P10#;P11#=#P11#;P12#=#P12#;P13#=#P13#;P14#=#P14#;P15#=#P15#;P16#=#P16#;P17#=#P17#;P18#=#P18#;P19#=#P19#;P20#=#P20#
1500 .....solver of boundary value problem
1510 anomaly factor # alpha a# final beta b# trial values of initialpsai# and taub tb# are to have been input
1520 GOSUB 1400;CVP#=#CVP#
1530 IF ABS(CVP#(0,N1#)) < .0001 AND ABS(1-PP#(1,N1#)*C-BS#) < .01 THEN GOTO 1590 ELSE GOSUB 1700
1540 IF ABS(PP#(0,N1#)) < .0001 AND ABS(1-PP#(1,N1#)*C-BS#) < .01 THEN GOTO 1590 ELSE GOSUB 1700
1550 IF ABS(1-PP#(1,N1#)*C-BS#) < .0001 AND ABS(PP#(0,N1#)) < .0001 THEN GOTO 1590 ELSE GOSUB 1700
1560 DET#=#DF1D#*DF2D#-DF3D#*DF4D#
1570 DXX#=#(DF0D#*DF1D#-DF2D#*DF3D#)/DET#
1580 DYY#=#(DF0D#*DF2D#-DF1D#*DF3D#)/DET#
1590 DXX#=#(DF0D#*DF1D#-DF2D#*DF3D#)/DET#
1600 DYY#=#(DF0D#*DF2D#-DF1D#*DF3D#)/DET#
1610 IF ABS(CVP#*DXX#/(INITIALPSAI#)) < .5 THEN DXX#=#DXX#*.5*ABS(INITIALPSAI#/(CVP#*DXX#));DYY#=#DYY#*.5*ABS(INITIALPSAI#/(CVP#*DXX#))
1620 IF ABS(CVP#*DYY#/(INITIALPSAI#)) < .5 THEN DYY#=#DYY#*.5*ABS(INITIALPSAI#/(CVP#*DYY#));DXX#=#DXX#*.5*ABS(INITIALPSAI#/(CVP#*DXX#))
1630 PRINT "DXX#=#DXX#";DYY#=#DYY#;PRINT USING "###.###" DXX#;PRINT USING "###.###" DYY#;IF ABS(DXX#/(INITIALPSAI#)) < .1 AND ABS(DYY#/(INITIALPSAI#)) < .1 THEN CVP#=#1
1640 IF #N1# THEN INITIALPSAI#=#INITIALPSAI#+CVP#*DXX#;TE#=#TE#+CVP#*DYY#;GOTO 1590
1650 INITIALPSAI#=#INITIALPSAI#+CVP#*DXX#
1660 TE#=#(1+AL#)*INITIALPSAI#/(AL#*(Y1#)^.25#+CVP#*DYY#)
1670 GOSUB 1400;GOTO 1520
1680 PRINT "initialpsai#=#INITIALPSAI#
1690 PRINT "taub#=#TE#;taum#=#TE#/AL#
1700 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1710 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1720 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1730 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1740 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1750 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1760 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1770 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1780 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1790 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1800 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1810 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1820 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1830 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1840 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1850 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1860 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1870 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1880 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1890 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1900 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1910 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1920 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1930 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1940 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1950 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1960 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1970 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1980 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
1990 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN
2000 IF #N1# THEN GOSUB 1800;RETURN

```

```

1780  EQDY#=(FF#(0,NX)-FF0#)/IY#;DFDY#=(FF#(1,NX)-FF1#)/IY#
1790  RETURN
1800  .....derivatives when aw=1
1810  IXI#=.001#;DIFI#=.001#
1820  INITIALPSAI#=INITIALPSAI#;IXI#;GOSUB 1400;INITIALPSAI#=#INITIALPSAI#;IXI#
1830  DFDX#=(FF#(0,NX)-FF0#)/IXI#;DFDX#=(1-FF#(1,NX))/2-(1-FFI#)/2)/IXI#
1840  FE#=(FE#+DIFI#)*GOSUB 1400;FE#;FE#-DIFI#
1850  DFDI#=(FF#(0,NX)-FF0#)/DIP#;DIP#;DIPDI#=((1-FF#(1,NX))/2-(1-FFI#)/2)/DIP#
1860  DEBT#=(DEBT#+DFDX#-DFDI#)*DEBDCX#
1870  RETURN
2000  .....preparing graphics
2010  window coordinates wx1....wy2 are to have been defined
2020  WINDOW (WX1,WY1)-(WX2,WY2)
2030  VIEW (00,35)-(59,254),17
2040  WX#=(WX2-WX1)/10;WD#=(WY2-WY1)/10
2050  FOR NX=1 TO 9
2070  LINE(WX1,WY1+NX*WDY)-(WX1+.5*WDX,WY1+.2*WDY);LINE(WX2-.2*WDX,WY1+NX*WDY)-(WX2,WY1+NX*WDY)
2080  LINE(WX1+NX*WDX,WY1)-(WX1+NX*WDX,WY1+.2*WDY);LINE(WX1+NX*WDX,WY2-.2*WDY)-(WX1+NX*WDX,WY2)
2090  NEXT NX
2105  GOSUB 9,17,0,0
2110  LOCATE 74,2:PRINT USING "###.##":WX1
2120  LOCATE 74,2:PRINT USING "###.##":WY2
2130  LOCATE 74,23:PRINT USING "###.##":WX1
2140  LOCATE 74,23:PRINT USING "###.##":WX2
2150  LINE(WX1,0)-(WX2,0):LINE(0,WY1)-(0,WY2)
2170  RETURN
2200  H#=#H#;H1#=#H1#;FF#(0,0)=FF#(1,0)=FF#(2,0)=FF#(3,0)=FF#(4,0)=FF#(4,0)
2210  FOR NX=1 TO NXZ
2220  GOSUB 1000
2230  FF#(0,NX)=FF10#;FF#(1,NX)=FF11#;FF#(2,NX)=FF12#;FF#(3,NX)=FF13#;FF#(4,NX)=FF14#;PSET(I
1#,-P10#),4:PSET(Y1#,-FF#(0,0)+P11#*2/2.5),4
2240  NEXT NXZ
2250  H1#=#H1#
2260  RETURN
2270  CLS:PRINT "flux"
2305  GOSUB 4000
2310  GOSUB 1000
2320  WX1=0;WX2=1;WY1=-.1;WY2=.4;GOSUB 2000
2330  GOSUB 1100
2340  RETURN
2400  CLS:PRINT "beta"
2405  GOSUB 4200
2410  GOSUB 1000
2420  WX1=0;WX2=1;WY1=-1;WY2=0;GOSUB 2000
2430  GOSUB 1100
2440  RETURN
2500  CLS:PRINT "mag.field"
2505  GOSUB 4200
2510  GOSUB 1000
2520  WX1=0;WX2=1;WY1=-1;WY2=1;GOSUB 2000
2530  GOSUB 1100
2540  RETURN
2600  CLS:PRINT "current"
2605  GOSUB 4200
2610  GOSUB 1000
2620  WX1=0;WX2=1;WY1=0;WY2=.5;GOSUB 2000
2630  GOSUB 1100
2640  PRINT "WY2=";WY2
2650  PRINT "DO you change WY2 no,0, yes,print the value;WY2
2660  IF WY2=0 THEN RETURN ELSE CLS:GOSUB 1000;GOTO 1600

```



```

A#=#+DA#;ES#=#-2I#+DS#;GOSUB 1500
3140 GOTO 4040
4100 RETURN
4200 INPUT "Coordinate? ",XPS1;CX
4210 RETURN
4500 .....solution for a, sigma and xs given
4505 PRINT "convergence parameter of outer loop=CVG#=#.5";CVG#;.5;AC#;.01#
4510 GOSUB 1500
4520 SGMF#=#2#*#*(PF#(C,N1X)/(1-FF#(1,N1X)))^4*(1-2#/#7#*(1-FF#(1,N1X)))^2-67#/#80#*(1-FF#(1,N1X))^2);IF L57#=#1 THEN GOTO 5710
4530 XSF#=#SOR(2-1-FF#(C,N1X));IF LX=#1 THEN GOTO 4560 ELSE IF LX=#2 THEN GOTO 4580
4535 SGM#=#SGMF#;XSG#=#XSF#;IF ABS((SGM#-SGM#)/SGM#).AC# AND ABS((XSG#-XSG#)/XSG#).AC# THEN GOTO 4670
4540 I#4#=#.05#*AL#;I#4#=#.2I#
4550 AL#=#AL#+I#4#;GOSUB 1500;LX=#1;GOTO 4520
4560 SGM#=#SGMF#;XSI#=#XSF#
4570 AL#=#AL#+I#4#;XSG#=#XSG#+I#4#;GOSUB 1500;LX=#2;GOTO 4520
4580 BS#=#BS#-I#4#;LX=#0;SGM#=#SGMF#;XSG#=#XSF#
4590 DSGMDX#=#(SGM#-SGM#)/I#4#;DXSDX#=#(XSG#-XSG#)/I#4#
4600 DSGMDY#=#(SGM#-SGM#)/I#4#;DXSDY#=#(XSG#-XSG#)/I#4#
4610 DETER#=#DSGMDX#*DXSDY#-DSGMDY#*DXSDX#
4620 DX4#=#((SGM#-SGM#)*DXSDY#-(XSG#-XSG#)*DSGMDY#)/DETR#
4630 IY4#=#((DSGMDX#*(XSG#-XSG#)-DXSDX#*(SGM#-SGM#))/DETR#
4635 IF ABS(CVG#*DX4#/#4#).5 THEN DX4#=#AL#/#4#/(CVG#*DX4#*DX4#);IF ABS(CVG#*DY4#/#4#).5 THEN DY4#=#DY4#*#5#*ABS(BS#/(CVG#*DY4#));DX4#=#DX4#*#5#*ABS(BS#/(CVG#*DY4#))
4640 PRINT "alpha=";PRINT USING "#####";DX4#;PRINT "dbetas=";PRINT USING "#####";DY4#;IF ABS(DX#)#<.5 AND ABS(DY#)#<.1 THEN CVG#=#
I
4650 AL#=#AL#+CVG#*DX4#;BS#=#BS#+CVG#*DY4#
4660 GOTO 4510
4670 PRINT "alpha=";AL#;PRINT "betas=";BS#;PRINT "for a=";A#;PRINT "sigma=";SGM#
4680 RETURN
5000 .....solution for a, xs and tauN
5010 PRINT "convergence parameter of outer loop=VG#=#.5#";VG#=#.5;AR#=#.01#
5020 GOSUB 1500
5030 TNG#=#TER#AL#*XSG#SOR(2-1-FF#(2,N1X))
5040 IF ABS((TNG#-TNG#)/TNG#)<AR# AND ABS((XSG#-XSG#)/XSG#)<AR# THEN GOTO 5190
5050 IX5#=#.05#*AL#;IY5#=#.05#
5060 AL#=#AL#+IX5#;GOSUB 1500
5070 TNR#=#TER#AL#*XSG#SOR(2-1-FF#(2,N1X));AL#=#AL#+IX5#
5080 IY5#=#IY5#+IY5#;GOSUB 1500
5090 TNR#=#TER#AL#*XSG#SOR(2-1-FF#(2,N1X));BS#=#BS#+IY5#
5100 DTNDX#=#(TNR#-TNR#)/IX5#;DXSDX#=#(XSG#-XSG#)/IX5#
5110 DTNDY#=#(TNR#-TNR#)/IX5#;DXSDY#=#(XSG#-XSG#)/IX5#
5120 DETR#=#DTNDX#*DXSDY#-DTNDY#*DXSDX#
5130 DX5#=#((TNG#-TNG#)*DXSDY#-(XSG#-XSG#)*DTNDY#)/DETR#
5140 DY5#=#(DTNDX#*(XSG#-XSG#)-DXSDX#*(TNR#-TNR#))/DETR#
5145 IF ABS(DX5#/#4#).5 THEN DX5#=#DX5#*#5#*ABS(AL#/(DX5#));DY5#=#DY5#*#5#*ABS(AL#/(DY5#))
5147 IF ABS(DY5#/#4#).5 THEN DY5#=#DY5#*#5#*ABS(BS#/(DY5#));DX#=#DX#*#5#*ABS(BS#/(DY5#))
5150 PRINT "alpha=";PRINT USING "#####";DX5#
5160 PRINT "dbetas=";PRINT USING "#####";DY5#
5170 IF ABS(DY5#)#<.5 AND ABS(DY5#)#<.1 THEN VG#=#1
5180 AL#=#AL#+VG#*DX5#;BS#=#BS#+VG#*DY5#;GOTO 5020
5190 PRINT "alpha=";AL#;PRINT "betas=";BS#
5200 PRINT "sigma=";SGM#;PRINT "for a=";A#;PRINT "tauN=";TNG#
5210 SGMAR#=#SGM#*FF#(C,N1X)/(1-FF#(1,N1X));IF L57#=#1 THEN GOTO 5210;PRINT "sigma=";SIGMAM#
5220 PRINT "tauN=";TNGM#
5230 RETURN
5500 .....solution for a, alpha and xs given
5510 PRINT "convergence parameter of outer loop=GF#=#.5#";GF#=#.5#
5520 AC#=#.001#
5530 GOSUB 1500

```




```

5650 XSD=SQR(C-4*FF#(2,N1X))
5655 IF ABS(XS#-(SQ#)/XS#) > AQ# THEN GOTO 5620
5660 IY#=.05#
5670 RS=RS#+IY#;GOSUB 1500
5680 YS1=SQR(C-4*FF#(2,N1X));RS#RS#+IY#
5690 DY#=(Y#-XS0)/(XS1#-XS0)/(Y6#)
5700 PRINT "betas=";PRINT USING "#.#####":DY#
5705 IF ABS(DY#) < .2 THEN GP#1
5710 RS#RS#+GP#DY#;GOTO 5550
5720 PRINT "taub=";I#;PRINT "taup=taum=";I#;PRINT "betas=";I-PP#(1,N1X);C
5730 RETURN
5700 IF A#0 THEN GOTO 5720 ELSE L57#1;GOTO 4520
5710 L57#0 :PRINT "taupara=";1/53MF#
5720 E7#1-PP#(1,N1X);C
5730 I4U#=(F#(1,N1X) C*(-LOG(1-E7#)-E7# C*(2-E7#).4/B7# C.EFF#(2,N1X));C
5740 PRINT "taupara for a=0 is";TAUP#
5750 RETURN

```

A P E N D I C E C

Máquinas que trabalham com FRC

Principais experimentos com FRC

Ano.	Máquina	Laboratório	ℓ_c (cm)	dc (cm)	B _M (kG)	P _O (mtorr)	$\left(\frac{O}{S}\right)$	EST. PRINCIPAIS
A - EXPERIÊNCIAS ANTIGAS								
59	-	NRL	10	6	100	100	2	aniquilação ⁽⁶⁷⁾
61	SCYLLA I	LASL	11	5	55	85	3	aniquilação ⁽⁶⁸⁾
62	SCYLLA III	LASL	19	8	125	85	4	rotação ⁽⁶⁹⁾
62	THETATRON	Culham	21	5	86	100	3	contração ⁽⁷⁰⁾
62	-	Jülich	10	4	60	230	1	formação, ruptura ⁽⁷¹⁾
63	-	Culham	30	10	50	50	6	contração ⁽⁷²⁾
64	θ-PII	Garching	30	5	100	100	1	contração, ruptura ⁽⁷³⁾
B - EXPERIÊNCIAS INTERMEDIÁRIAS								
65	PHAROS	NRL	180	17	30	60	30	confinamento, rotação ⁽⁷⁴⁾
67	CENTAUR	Culham	50	19	21	20	15	confinamento ⁽⁷⁵⁾
67	JULIETA	Jülich	128	11	27	50	15	ruptura ⁽⁷⁶⁾
71	E-G	Garching	70	11	28	50	25	ruptura, rotação ⁽⁷⁷⁾
C - EXPERIÊNCIAS MODERNAS								
75	BN ^{ab}	Kurchatov	90	21	45	2-8	50	formação ⁽⁷⁸⁾
79	TOR ^{ab}	Kurchatov	150	30	10	2-5	100	formação ⁽⁷⁹⁾
79	FRX-A	LASL	100	25	6	4-7	30	confinamento ⁽⁸⁰⁾
81	FRX-B	LANL	100	25	13	9-49	60	confinamento ⁽⁸²⁾
82	STP-L	Nagoya	150	12	10	9	30	rotação ⁽⁹¹⁾
82	NUCTE	Nihon	200	16	10		60	rotação, confinamento ⁽⁹⁰⁾
82	PIACE	Osaka	100	15	14		60 ^c	rotação ⁽⁸²⁾

Ano	Máquina	Laboratório	l_c (cm)	dc (cm)	B_M (kG)	P_o (mtorr)	τ_o (μ s)	EST. PRINCIPAIS
C - EXPERIÊNCIAS MODERNAS (continuação)								
83	FRX-C ^b	LANL	200	50	8	5-20	300 ^c	confinamento (88)
84	TRX-1 ^a	MSNW	100	25	10	5-15	150 ^c	formação, confinamento (84)
84	CTIX	Perm S U	50	12	4	100	40	confinamento (92)
85	HBQM ^a	U Wash	300	22	5	4-7	30	formação (86)
86	OCT ^{ab}	Osaka	60	22	10		130 ^c	confinamento (83)
86	TRX-2 ^a	STI	100	24	13	3-20	100 ^c	formação, confinamento (87)
86	FRXC/LSM ^{ab}	LANL	200	70	6	2-10	200	formação, confinamento (89)
87	CSS	U. Wash	100	45	3	10-60	60	formação, vagarosa (81)
87	TUPÃ I	Unicamp	100	17	5,4	20-40		formação (93)
88/ 89	TORÓIDE COMPACTO	Unicamp						formação (94)
89	LSX ^a	STI	500	50	8	5-10		estabilidade, confinamento (85)

a = formação sem ruptura

b = capacidade de translação

c = estabilização multipolar

Tabela I - Principais experimentos com FRC

DIAGNÓSTICO	INFORMAÇÃO OBTIDA
1. Arranjo regular para fluxo excluído	$B_e, r_s(Z)$
2. Interferometria (side-on)	$\int n dr, n(r)$, mapeamento das perdas nas extremidades
3. câmara <framing> (end-on) streak camera (side-on)	geometria e simetria grosseira do plasma
4. sondas internas	$B(r)$
5. monocromador	intensidade das linhas de impureza, T_e
6. policromador	T_i , velocidade rotacional
7. emissão de neutros	T_i
8. espalhamento THOMSON	$T_e(r), n(r)$
9. Holografia	$\int n dz$, estoque de partículas
10. Bolometria	potência irradiada
11. Sondas B	simetria
12. Sonda de pressão	mapeamento das perdas nas extremidades
13. Espalhamento de Laser de CO_2	Flutuações

Tabela II - Principais diagnósticos de FRC

n (toroidal)	m (poloidal)	modo característico	nome do modo	observação experimental
1) modos locais ideais				
∞	0	axial ou	intercâmbio	não
∞	1,2	radial	"ballooning" (troca dupla)	não
2) modos globais ideais				
2a) sem rotação				
0	1	axial	espingarda cilíndrica	não
1	1	radial	desvio para o lado	não
≥ 1	1	axial	inclinação	não
2b) rotação				
1	1	radial		sim ^a
2	1	radial	n = 2	sim ^b
≥ 2	1	radial	n > 2	não
3) modos resistivos				
0	2	radial e axial	ruptura	sim ^c

a) saturação para amplitude finita

b) estabilizada para campos multipolares

c) desaparece em experiências modernas

Tabela III - A estabilidade FRC

Teoria MHD versus experiência

B I B L I O G R A F I A

1. Hamada, S., A model of equilibrium transport and evolution of field reversed configurations - NF 26, 55.9 A.1 (1986).
2. Kolb, A.C., Dolbie, C.B., Griem, H.R., Phys. Rev. Letts. 3 (1959).
3. Green T.S., Phys. Rev. Lett. 5; 297 (1960).
4. Matther, J.N., Los Alamos Scientific Laboratory Progress Report (October, 1953), Washington Report, Wash.184 (October, 1954)p.51.
5. Wilson, R.R., Letter to the U.S. Atomic Energy Commission, (unpublished)(1953).
6. Colgate, S.A., Conference on Thermonuclear Reactions, Washington Report, Wash.289, (unpublished, p.176) (June 1955).
7. Alvarez, R.F., Estudio de la formação de plasma en un theta-pinch de campo invertido, Tese de Doutoramento
8. Machida, M., "theta-pinch" de campo reverso torus compacto-I
9. Slough, J.T., Hoffman, A.L., Milroy, R.D., Harding, D.G., Steinhauer, L.C., Nucl. Fusion 24, 1537 (1984).
10. Tuszewski, M.G., field-reversed configurations without toroidal field, submitted to Nuclear Fusion.
11. Hagenson, R.L., Krokowski, R.A., "A compact toroid fusion reactor based on the reversed field theta-pinch", LA-8758-MS, Los Alamos National Laboratory, (unpublished).
12. Vlases, G.C., Rowe, D.S., and the Firebird design team, Fusion technology 9, 116 (1986).
13. Steinhauer, L.C., Milroy, R.D., Slough, J.T., in Phys. Fluids 28, 888 (1985).
14. Tuszewski, M. in Physics and Technology of Compact toroids (proc. 7th Symp. Santa Fé, 1985)(1985) 142; Tuszewski, M., Chrien, R.E., Hugrass, W.N., Rej, D.J., Siemon, R.E., Wright, B.L., in Physics and Technology of Compact toroids (Proc. 8th Symp. Maryland, 1987) (1987) 191.

15. Tuszewski, M., Armstrong, W.T., Chrien, R.E., Klingner, P.L., McKenna, K.F., et al., Phys. Fluids 29, 863 (1986).
16. Hamasaki, S., Linford, R.K., Bull Am Phys. Soc. 24, 1081 (1979).
17. Tuszewski, M., Linford, R.K., Phys. Fluids 25, 765 (1982).
18. Hoffman, A.L., Milroy, R.D., Phys. Fluids 26, 3170 (1983).
19. Barnes, D.C., Seyler, C.E., Anderson, D-Vin, Compact Toruses and energetic particle injection (Proc. of the US. Japan Joint Symp., Princeton, N.J., 1979), 110 (1979).
20. Grad, H., Hogan, J., Phys. Rev. Lett. 24, 1337 (1970).
21. Suzuki, K., Hamada, S., Numerical Confirmation of Closed separatrix in Experimental field reversed configurations, Proceedings of the eighth U.S. Japan Workshop on Compact Toroids (1986).
22. Hamasaki, S., Linford, R.K., Bull. Am. Phys. Soc. 24, 1081(1979).
23. Hoffman, A.L., Milroy, R.D., Phys. Fluids 26, 3170 (1983).
24. Steinhauer, L.C., Milrou, R.D., and Slough, J.T., Phys Fluids 28, 888 (1985).
25. Krall, N.A., David Book, Anomalous resistivity in collisionless plasma shock waves, Physical Reviews Letters, September (1969).
26. Davidson, R.C., Kral, N.A., Review Paper, Nucl. Fus. 17, 6, 1313 (1977).
27. Comisso, R., Griem, H.R., Phys. Rev. Lett. 36, 1038 (1976).
Comisso, R., Griem, H.R., Phys. Fluids 20, 4 (1977).
28. Krall, N.A., Trivelpiece, W.A., Principles of plasma physics international series in pure and applied physics, Mac Graw-Hill Kogakusha, Ltd.
29. Steinhauer, L.C., Phys. Fluids 21, 230 (1979).
30. Steinhauer, L.C., presented at the Annual Meeting on Theoretical Aspects of Controlled Thermonuclear Research, Mount Pocono, Pennsylvania, April 18-20, paper 1B 28 (1979).
31. Filuk, A. et al., The Maryland Spheromak experiment (MS) - Proc. of the 8th US-Japan Workshop on Compact Toroids (November, 1986).

32. Comisso, R.J., et al., The initial ionization stage of FRC formation, Los Alamos Scientific Laboratory, December 2-4 (1980).
33. Cochrane, J.C., Armstrong, W.T., et al., Observations of separatrix motion during the formation a field reversed configuration, L. Alamos Scientif. Laboratory, February (1981).
34. Pietzyk, Z.A., Bull. of Am. Physics Soc. 25, Number 8, Paper 1P10 (1980).
35. Rej, D.J., "Interaction of the neutral deuterium flux with a field-reversed configuration", Proceedings of the sixth U.S.-Symposium on Compact toroid research, Princenton, N.J., 214 (1984).
36. Slough, J.T., Hoffman, A.L., Milroy, R.D., Harding, D.G., and Steinhauer, L.C., Nucl. Fusion 24, 1537 (1984).
37. Berk, H.L., Riesliakov, G.V., Phys. Fluids 30, 478 (1987).
38. Davidson, R.C., Krall, N.L., Anomalous Transport in High-temperature plasmas with applications to solenoidal fusion systems, Nuclear Fusion 176 (1977).
39. Carlson, A.W., Phys. Fluids 30, 1497 (1987).
40. Tuszewski, M.G., Field Reversed configurations withouth toroidal field, Nucl. Fusion (Review Article) (1988).
41. Davidon, R.C., & Gladd, N.T., Phys. Fluids 18, 1327 (1975).
42. Armstrong, N.T., et al., Field Reversed experiments (FRX) on compact toroids, Phys. Fluids 24 (11) 2068, november (1981).
43. Minato, T., Tanjyo, M., Okada, S., Ito, Y., Kako, M., et al., Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research (Proc. 9th Int. Conf. Baltimore, 1982), Vol. 2, IAEA, Vienna, 303 (1983).
44. Hoffmann, A.L., Slough, J.T., and Harding, D.G., Phys. Fluids 26, 1626 (1983).
45. Nogi, Y., Shimamura, S., Hamada, S., "Stabilization of FRC plasma by helical quadrupole field", Japan-US, Joint Symposium on Compact toroid research, Hiroshima, Japan (November 13-15, 1984).

46. Rej, D.J., and Tuszewski, M., Phys. Fluids 27, 1514 (1984).
47. Siemon, R.E., Armstrong, W.T., Chrien, R.E., Klingner, P.L., and Linford, R.K., et al., "Theoretical Studies of field-reversed configurations (FRCs) and Experimental Study of FRC during translation" in Plasma physics and controlled Nuclear fusion research (Proc. 10th Int. Conf. London 1984), IAEA, Vienna (1985, to be published) paper DIII-2-1.
48. McKenna, K.F., and Chrien, R.E., Bull. Am. Phys. Soc., 1328 (1984).
49. Chrien, R.E., McKenna, K.F., Rej D.J.; and Tuszewski, M., "Radiation and Impurity Measurements in FRX-C/T", Japan-US Joint Symposium on Compact Toroid Research, Hiroshima, Japan (November 13-15, 1984).
50. Tuszewski, M., Plasma Physics 26, 991 (1984).
51. Jacobon, A.R., Rev. Scient. Instrum. 49, 673 (1978).
52. McKenna, K.F., Armstrong, W.T., Bartsch, R.R., Chrien, R.E., Cochrane, J.C., Kewish, R.W., Klinger, P.L., Linford, R.K., Rej, D.J., Sherwood, E.G., Siemon, R.E., Tuszewski, M., Phys. Rev. Lett. 50, 1787 (1983).
53. Dreicer, H., Proposal for FRX-C and Multiple-cell compact torus experiment, Los Alamos Scientific Laboratory, (October, 1978).
54. Minato, T., Tanjyo, M., Okada, S., Ito, Y., Kako, M., Ohi, S., Goto, S., Ishimura, T., Ito, H., Nogi, Y., Shimamura, S., Osanai, Y., Saito, K., Yokoyama, K., Shiina, S., Hamada, S., Yoshimura, H., Aso, Y., Wu Ch., Himeno, S., Okamoto, M., Hirano, K., Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1982 (Proc. 9th Int. Conf. Baltimore (1982)) vol.2 IAEA; Vienna (1983) 303.
55. Chrien, R.E., Armstrong, W.T., Bartsch, R.R., Cochrane, J.C., Kewish, R.W., Klinger, P.L., Linford, R.K., McKenna, R.F., Rej, D.J., Sherwood, E.G., Siemon, R.E., Tuszewski, M., IEEE Int. Conf. Plasma Science (San Diego 1983) NY pp. 6P8.

56. Armstrong, W.T., Linford, R.K., Lipson, J., Platts, D.A., Sherwood, E.G., Phys. Fluids 24, 2086 (1981).
57. Hamada, S., Azevedo, M.T., Study on FRC plasma model including LHD anomaly, Proceedings of the eighth US-Japan Workshop on compact toroids, pag. 57 (1987).
58. Manheimer, W.M., Finn, J.M., Phys. Fluids 24, 1865 (1981).
59. Chrien, R.E., Okada, S., Los Alamos National Laboratory, Report LA-UR-87-1629 (1987).
60. Minato, T., and Nogi, Y., et al., Nuclear Fusion Supplement, vol. II, p.303 (1983).
61. Liewer, P.C., Krall, N.A., Anomalous penetration of a magnetic pulse into a plasma, vol. 4, number 5, Physical Review A (1971).
62. Liewer, P.C., Davidson, R.C., Nucl. Fusion 17, 85 (1977).
63. Bodin, H., McCartan, J., Newton, A.A., Wolb, G.H., in Plasma Physics and controlled Fusion Research (Proc. 3rd Int. Conf. Novosibirsk, 1986), 2 IAEA, Vienna (1969) 533.
64. Comisso, R., Griem, H.R., Phys. Rev. Lett. 36, 1038 (1976).
Comisso, R., Griem, H.R., Phys. Fluids 20, 4 (1977).
65. Hain, K., Hain, G., Roberts, K.V., Roberts, S.J., Koppens, W.Z., Naturforsch 15a, 1039 (1960).
66. Krall, N.A., Book, D.L., Ion sound instability in a collisionless shock wave, the Phys. of Fluids, vol. 12, number 2 (1969).
67. Kolb, A.C., Dolbie, C.B., Griem, H.R., Phys. Rev. Lett. 3, 5, (1959).
68. Little, E.M., Quinn, W.E., Ribe, F.L., Phys. Fluids 4, 711(1961).
69. Little, E.M., Quinn, W.E., Ribe, F.L., Sawyer, G.A., Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research (Proc. Conf. Salzburg, 1961), Nucl. Fusion Suppl. Part 2, 497 (1962).
70. Bodin, H.A.B., Green, T.S., Niblett, G.B.F., Peacock, N.J., Quinn, J.M.P., Reynolds, J.A., Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research (Proc. Conf. Salzburg, 1961), Nucl. Fus.

- Suppl. Part 2, 511 (1962).
71. Jordan, H.L., Plasma Physics and controlled nuclear fusion re-
search (Proc. Conf. Salzburg 1961), Nuclear Fusion Suppl.,
Part 2, 589 (1962).
 72. Green, T.S., Phys. Fluids 6, 864 (1963).
 73. Keilhacker, M., Nucl. Fusion 4, 287 (1964).
 74. Hintz, E., Kolb, A.C., Phys. Fluids 8, 1347 (1965).
 75. Allen, T.K., Coxell, H., Hill, M., Spalding, I.J., Proceedings
of Topical Conference on High Beta Plasma, L. Alamos Laboratory,
Report LA-3770, pp.64 (1967).
 76. Kalleck, A., Kever, H., Könen, L., Noll, P., Sugita, K.,
Walboeck, F., Witulski, H., Ibid, A.H.,
 77. Eberhagen, A., Grossman, W., Z. Physik 248, 130 (1971).
 78. Es'kov, A.G., Kurtmullaev, R.Kh., Krëshchuk, A.P., Laukhin, Ya.,
N., Malyutin, A.I., et al., Plasma Physics and Controlled
Nuclear Fusion Research (7th Int. Conf. Innsbruck, 1978) vol.2,
IAEA, Vienna (1979) 187
 79. Es'kov, A.G., Kurtmullaev, R.Kh., Malyutin, A.I., Semenov, V.N.,
Chernyakov, A.L., in Controlled Fusion and Plasma Physics (Proc.
6th Europ. Conf. Moscow, 1973), Moscow (1973) 975.
 80. Linford, R.K., Armstrong, N.T., Platts, O.A., Sherwood, E.G.,
Plasma Physics ibid (78) vol. 2, IAEA, Vienna (1979) 447.
 81. Pietrzyk, Z.A., Vlases, G.C., Brooks, R.D., Hahn, K.D., Raman,
R., Nucl. Fusion 27, 1478 (1987).
 82. Ohi, S., Minato, T., Kawakami, Y., Tanjyo, M., Okada, S., et al.,
Phys. Rev. Lett. 51, 1042 (1983).
 83. Tanjyo, M., Okada, S., Ito, Y., Kako, M., Ohi, S., et al., in
Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research (Proc.
10th Int. Conf. London, 1984) vol.2, IAEA, Vienna (1985) 523.
 84. Slough, J.T., Hoffman, A.L., Milroy, R.D., Harding, D.G.,
Steinhauer, L.C., Nucl. Fusion 24, 1537 (1984).

85. Hoffman, A., L., Dehart, T.E., Milroy, R.D., Slough, J.T., in the (Proc. 8th Symp., Osaka, Japan, 1986), 73 (1983).
86. Sevillano, E., Ribe, F.L., American Geophysical University, Washington D.C., (1984), 313.
87. Hoffman, A.L., Slough, J.T. Nucl. Fusion 26, 1693 (1986).
88. Siemon, R.E., Armstrong, W.T., Bartsch, R.R., Chrien, R.I., Cochrane, J.C., in Controlled Nucl. Fusion Research (Proc. 9th Int. Conf. Baltimore, 1982), vol. 2, IAEA, Vienna (1983) 283.
89. Barnes, D.C., Armstrong, W.T., Caramana, E.J., Chrien, R.E., Hugrass, N.N., et al. in Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research (Proc. 11th Int. Conf. Kyoto 1986) vol. 2 IAEA, Vienna (1987) 673.
90. Minato, T., Tanjyo, M., Okada, S., Ito, Y., Kako, M., et al., ibid (88) 303.
91. Aso, Y., Wu, Ch., Himeno, S., Hirano, K., Nucl. Fusion 22 (1982) 843, Aso, Y., Hirano, K., J.Phys. Soc. Jpn. 52, 1095 (1983).
92. York, T.M., Mead, F.B., Physics and Technology of Compact Toroids (Proc. 6th Symp. Princeton 1984), 170 (1984).
93. Kayama, M.E., Reconexão de linhas magnéticas e formação de configuração reversa de campo, tese de doutoramento, UNICAMP (1987).
94. Azevedo, M.T., Máquinas que trabalham com FRC, exame de qualificação para doutoramento (1988).
95. Hamada, S., Azevedo, M.T., Study of a model of field reversed configuration with the lower hybrid drift anomalous resistivity, Journal of Physics Japan, April (1988).
96. Hamada, S., Azevedo, M.T., Study on FRC model including LHD anomaly, (8th US-Japan Workshop on Compact Toroids) (1986).
97. Nogi, Y., Shimamura, S., Hamada, S., Stabilization of FRC Plasma by helical quadrupole field, Japan-US Joint Symposium on compact toroid research, Hiroshima, Japan (November 13-15, 1984).