

Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Física Gleb Wataghin

Tese de Mestrado
"Reações de Stripping do Dêuteron com Núcleos Deformados"

Orientador:

Prof. Dr. Antonio Fernando Ribeiro de Toledo Piza

Candidata:

Sandra Graça Carnicero de Castro

1975

Agradecimentos

Quero agradecer pela paciente orientação desde 1971 ao Prof. Dr. Antonio Fernando Ribeiro de Toledo Piza de cujo trabalho, citado como referência (4), este é apenas uma aplicação.

Ao Prof. Dr. Cesare M. G. Lattes e a todos os membros do Depto. de Cronologia, Raios C6smicos e Altas Energias por me terem recebido quando da minha transfer6ncia para a Univ. Est. de Campinas.

Ao Dr. Waldyr Alves Rodrigues Jr. , a quem devo v6rios favores pessoais.

A FAPESP pelo apoio financeiro.

Sandra

Campinas, 18 de agosto de 1975

Resumo.

Obtem-se uma expressão para a amplitude de transição para processos de stripping com alvos deformados que é válida em todas as ordens do parâmetro de deformação. Mostra-se que examinando a reação no sistema intrínseco do alvo deformado, o problema se simplifica no sentido de que as amplitudes radiais que aparecem na amplitude de transição obedecem a equações acopladas menos complexas do que as resultantes do tratamento diretamente no sistema de laboratório.

Reações de stripping do deuteron com núcleos deformados

Conteúdo:

- I. Introdução.
- II. Amplitudes de transição.
- III. Amplitudes radiais.
 - IIIa. Introdução teórica ao modelo usado.
 - IIIb. Equações para as amplitudes radiais.
- IV. Equações para as amplitudes de transição.
- V. Comentários finais.

I. Introdução

Reações de stripping têm sido uma importante fonte de informação sobre a estrutura nuclear.

A principal característica de uma reação de stripping, incluindo-a entre as reações diretas, é que ela envolve poucos graus de liberdade, ocorrendo sem formação de núcleo composto. Na reação $A(d,p)R$, tratada neste trabalho, o deuteron d apresenta ao alvo A um nêutron que é absorvido, enquanto o próton é espalhado através da sua interação com o nêutron. O alvo A é considerado um núcleo par, deformado, dotado de simetria axial.

Apesar do problema específico de stripping envolvendo núcleos deformados já ter recebido análise detalhada (1) (2), o que se pretende é uma abordagem diferente que traga vantagens de ordem prática.

Núcleos deformados são descritos com sucesso em termos de uma estrutura intrínseca (associada ao movimento de partícula independente num potencial deformado) e uma rotação coletiva de relativamente baixa frequência (consequência direta da forma não esférica do potencial) (3).

Explorando essa característica dos núcleos alvo e residual, é possível introduzir-se amplitudes de transição intrínsecas entre estados descritos por funções de onda definidas relativamente a um sistema de eixos fixo no alvo. Essas amplitudes reduzem-se a integrais vetoriais sobre funções de onda intrínsecas:

$$\begin{matrix} (P) L_p J_p k K \\ (D) L_D J_D K \end{matrix} \int d\vec{x}' \int d\vec{x}'' \begin{matrix} (P) L_p J_p k K \\ B_{kK}(\vec{x}', \vec{x}'') \end{matrix} V_{PN}(\vec{x}') \begin{matrix} (D) L_D J_D k K \\ \chi_k(\vec{x}', \vec{x}'') \end{matrix} \quad (I.1)$$

onde $\chi_k(\vec{x}', \vec{x}'')$ é a função intrínseca de espalhamento do deuteron com ondas incidentes caracterizadas pelos números quânticos $L_D J_D k$; \vec{x}' é a coordenada interna do deuteron e \vec{x}'' indica a posição do centro de massa. $B_{kK}(\vec{x}', \vec{x}'')$ é a função intrínseca correspondente ao sistema final:

$$B_{kK}(\vec{x}', \vec{x}'') = \begin{matrix} (P) L_p J_p k K \\ A_{kK}(\vec{x}'') \end{matrix} a_k(\vec{x}')$$

$A_{kK}(\vec{x}'')$ é a função de espalhamento do próton com ondas in-

incidentes l_p, j_p, k e $a_q(\vec{r})$ representa o estado ligado do nêutron no núcleo residual. $U_{pN}(\vec{r})$ é a interação próton-nêutron.

No limite adiabático, que consiste em descrever os núcleos alvo e residual como estruturas deformadas de momento de inércia infinito, é possível obterem-se amplitudes no laboratório em termos de (I.1):

$$\begin{matrix} \begin{matrix} (p)l_p j_p I_0 J M \\ (d)l_d j_d S_0 J M \end{matrix} \\ t \end{matrix} = \begin{bmatrix} f_D & I_0 & J \\ K-k & k & K \end{bmatrix} \begin{matrix} (p)l_p j_p k \\ t \\ (d)l_d j_d K \end{matrix} \begin{bmatrix} J & S_0 & J \\ 0 & 0 & 0 \\ K & 0 & K \end{bmatrix} \quad (\text{I.2})$$

onde t é a amplitude de transição entre um estado final com ondas incidentes do próton no núcleo residual de spin I_0 , e o estado inicial que tem ondas incidentes do deuteron, $l_d j_d$, no alvo de spin S_0 . Os símbolos entre colchêtes são combinações de coeficientes de Clebsch-Gordan definidos em (4).

O interesse em introduzir-se a amplitude de transição intrínseca está em que as amplitudes radiais que ela envolve obedecem equações acopladas muito mais simples do que amplitudes radiais relativas a eixos fixos no espaço.

A amplitude radial para o deuteron no laboratório satisfaz, no limite adiabático, no sistema de equações:

$$\left[T_0 + E_0 - E \right] \frac{1}{R} A_{l j S}^{(d)l_d j_d S_0 J M}(R) = - \sum_{l' j' S'} \frac{1}{R} A_{l' j' S'}^{(d)l_d j_d S_0 J M}(R)$$

$$V_D^{(L)}(R) \cdot (-)^{J+S+L+1} \cdot \sqrt{(2S+1)(2j+1)(2j'+1)(2L+1)}$$

$$C_{000}^{S L S'} \quad C_{000}^{L L L'} \quad \left\{ \begin{matrix} L & L & L' \\ j' & j & j \end{matrix} \right\} \quad \left\{ \begin{matrix} j & L & j' \\ S' & J & S \end{matrix} \right\}$$

(I.3)

onde E_0 é a energia de ligação do deuteron;

T_D é a energia cinética do movimento relativo deuteron-alvo.

Na expressão acima o potencial óptico deformado do alvo foi expandido em polinômios de Legendre.

No sistema intrínseco, as equações reduzem-se, no li_

mit. adiabático, a:

$$\left[T_D + E_D - E \right] \frac{1}{R} A_{\ell J K}^{(D) L_D J_D K J M} (R) = - \sum_{\ell' J' L} \frac{1}{R} A_{\ell' J' K}^{(D) L_D J_D K J M} (R)$$

$$V_D^{(L)}(R) \quad (-)^{J'+L+J} \quad \sqrt{(2\ell+1)(2J'+1)}$$

$$C_{000}^{\ell L \ell'} \quad C_{K0K}^{J' L J} \quad \left\{ \begin{array}{ccc} \ell & L & \ell' \\ J' & 1 & J \end{array} \right\} \quad \left[\frac{1+(-)^L}{2} \right]$$

(I.4)

Observa-se que o sistema é independente de J , o momento angular total, e diagonal em K , sua projeção no eixo de simetria.

Para as amplitudes radiais do próton tem-se, no laboratório, o sistema de equações:

$$\left[T_P + E - E \right] \frac{1}{r_2} A_{\ell_2 J_2 I}^{(P) \ell_P J_P I_2 J M} (r_2) = - \sum_{\ell_2' J_2' I'} \frac{1}{r_2} A_{\ell_2' J_2' I'}^{(P) \ell_P J_P I_2 J M} (r_2)$$

$$V_P^{(L)}(r_2) \quad (-)^{J+I+L+J_2'+J_2+I'} \quad \sqrt{(2R+1)(2I+1)(2I'+1)(2J_2'+1)}$$

$$C_{000}^{R L R'} \quad C_{\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}}^{J_2 L J_2'} \quad \left\{ \begin{array}{ccc} R & L & R' \\ I' & J_2 & I \end{array} \right\} \quad \left[\frac{1+(-)^{L+J_2'+L}}{2} \right]$$

$$\int dr_1 \quad a_{\ell_1 J_1 R} (r_1) \quad a_{\ell_1 J_1 R'} (r_1)$$

(I.5)

com E e $a_{\ell_1 J_1 R} (r_1)$ dados pelas equações para as amplitudes radiais do nêutron:

$$\left[T_N - E \right] \frac{1}{r_1} a_{\ell_1 J_1 R} (r_1) = - \sum_{\ell_1' J_1' R'} \frac{1}{r_1} a_{\ell_1' J_1' R'} (r_1)$$

$$V_N^{(L)}(r_1) \quad (-)^{I+R+J_1} \quad \sqrt{(2R+1)(2J_1+1)}$$

$$C_{000}^{R L R'} \quad C_{\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}}^{J_1 L J_1'} \quad \left\{ \begin{array}{ccc} J_1 & L & J_1' \\ R' & I & R \end{array} \right\} \quad \left[\frac{1+(-)^{L+J_1+L}}{2} \right]$$

Nota-se que os dois sistemas estão acoplados através

de R , o spin do caroço do núcleo residual.

No sistema intrínseco ocorre o desacoplamento:

$$\left[T_p + \ell - E \right] \frac{1}{\kappa_2} A_{\ell_2 j_2 \kappa - \ell}^{(p) \ell_2 j_2 \ell \kappa j m} (\kappa_2) = - \sum_{\ell_2' j_2' L} \frac{1}{\kappa_2} A_{\ell_2' j_2' \kappa - \ell}^{(p) \ell_2' j_2' \ell \kappa j m} (\kappa_2)$$

$$V_p^{(\ell)} (\kappa_2) \quad C_{\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}}^{j_2 L j_2} \quad C_{\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}}^{j_2' L j_2'} \quad \left[\frac{1+(-)^L}{2} \right] \quad \left[\frac{1+(-)^{\ell_2 + \ell_2' + L}}{2} \right]$$

O anterior é o sistema de equações para as amplitudes do próton.

Para o nêutron as equações são bastante simétricas às últimas:

$$\left[T_n - E \right] \frac{1}{\kappa_1} a_{\ell_1 j_1 \ell} (\kappa_1) = - \sum_{\ell_1' j_1' L} \frac{1}{\kappa_1} a_{\ell_1' j_1' \ell} (\kappa_1)$$

$$V_n^{(\ell)} (\kappa_1) \quad C_{\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}}^{j_1 L j_1} \quad C_{\ell 0 \ell}^{j_1' L j_1'} \quad \left[\frac{1+(-)^L}{2} \right] \quad \left[\frac{1+(-)^{\ell_1 + \ell_1' + L}}{2} \right]$$

e, mais uma vez, as equações são independentes de J , além de diagonais em κ e em ℓ , projeção do momento angular do nêutron no eixo de simetria.

No que segue, os resultados anteriores são deduzidos. Na secção II é feita uma pequena discussão sobre o formalismo da matriz de transição e as aproximações usadas no seu cálculo. Na secção III, depois de uma breve introdução ao modelo que descreve os núcleos deformados, obtêm-se as equações para as amplitudes radiais. Finalmente na secção IV chega-se a forma da matriz de transição, verificando as relações (I.1) e (I.2). Secção V contém alguns comentários finais.

Este trabalho é puramente formal. Qualquer resultado numérico está além de suas ambições.

II. Amplitudes de transição.

A amplitude de transição para uma reação $A+d \rightarrow p+R$, segundo a teoria geral de espalhamento (5) (6), é:

$$t_{\alpha,\beta} = \langle \Phi_\beta | U_\beta | \Psi_\alpha^+ \rangle$$

onde α designa o canal de entrada, β , o de saída; U_β é a interação no canal de saída.

Ψ_α^+ é autofunção da hamiltoniana no canal de entrada, $H = T_\alpha + h_\alpha + U_\alpha$, sendo:

T_α = energia cinética do movimento relativo de A e d ;

h_α = hamiltoniana do movimento interno de A e d : $h_\alpha = h_A + h_D$;

U_α = interação no canal de entrada.

Então:
$$(H - E) \Psi_\alpha^+ = 0$$

O índice (+) indica o comportamento assintótico de ondas planas incidentes apenas no canal de entrada e ondas esféricas emergentes em todos os canais, inclusive α , isto é:

$$\Psi_\alpha^+ \sim C_E \left\{ k_\alpha \frac{e^{i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha}}{4\pi} \Psi_\alpha - \sum_{\gamma} t_{\alpha,\gamma}(\vec{k}_\alpha, \vec{k}_\gamma) \Psi_\gamma \frac{e^{i k_\gamma r_\gamma}}{k_\gamma} \right\} \quad (\text{II.1})$$

Ψ_α é autofunção de h_α correspondente ao autovalor E_α : $(h_\alpha - E_\alpha)\Psi_\alpha = 0$;
 k_α é o número de onda no canal α : $\frac{\hbar^2 k_\alpha^2}{2m_\alpha} = E - E_\alpha$;

m_α é a massa reduzida no canal α ;

C_E é uma constante de normalização introduzida para que as funções Ψ_α^+ sejam normalizadas a uma função delta no espaço de energias (7):

$$C_E = \left(\frac{2}{\pi} \frac{dk}{dE} \right)^{1/2}$$

$t_{\alpha,\gamma}$ é a amplitude de transição em termos da qual a secção de choque se escreve (7):

$$\frac{d\sigma_{\alpha \rightarrow \gamma}}{d\Omega} = \frac{(2\pi)^4}{k_\alpha^2} \left| t_{\alpha,\gamma}(\vec{k}_\alpha, \vec{k}_\gamma) \right|^2$$

*Por simplicidade, é ignorada a interação coulombiana.

Φ_{β} é autofunção de $(H - U_{\beta})$ com energia E :

$$\Phi_{\beta} = \psi_{\beta} e^{i\vec{k}_{\beta} \cdot \vec{r}_{\beta}} \quad (h_{\beta} + T_{\beta} - E) \Phi_{\beta} = 0$$

Se o potencial U_{β} puder ser dividido em duas partes, é possível encontrar uma nova forma para $t_{\alpha, \beta}$. Supõe-se $U_{\beta} = U_{\beta} + W_{\beta}$, sendo W_{β} suficientemente pequeno para ser tratado como perturbação. Supõem-se ainda conhecidas as autofunções de $H_1 = H - U_{\beta}$, ψ_{β}^- , tais que: $(H_1 - E) \psi_{\beta}^- = 0$, tendo ψ_{β}^- a forma assintótica de ondas planas incidentes em β e ondas esféricas imergentes em todos os canais, com exceção de α .

A amplitude de transição pode ser escrita (5), (6):

$$t_{\alpha, \beta} = t_{\alpha, \beta}^1 + \langle \psi_{\beta}^- | W_{\beta} | \Psi_{\alpha}^+ \rangle \quad (\text{II.2})$$

onde t^1 é a amplitude de transição na ausência de W_{β} .

Numa reação de stripping, costuma-se considerar o potencial no canal de saída: $U_{\beta} = U_{pN} + U_{pR}$; U_{pN} = interação proton-nêutron; U_{pR} = potencial sofrido pelo proton no campo do núcleo residual. É comum considerar-se U_{pN} como o principal responsável pela reação e assim ele aparece no lugar de W_{β} na expressão para as amplitudes $t_{\beta p}$. U_{pR} é considerado como o potencial óptico que causa o espalhamento elástico do proton.

A expressão (II.2) é exata. A aproximação de ondas distorcidas de Born (DWBA) considera que a parte mais importante de Ψ_{α}^+ está no canal elástico e, assim, aproxima:

$$\Psi_{\alpha}^+ \sim \psi_{\alpha}^+$$

A amplitude de stripping é nessa aproximação:

$$t_{\beta p}(\text{DWBA}) = \langle \psi_{\beta}^- | U_{pN} | \psi_{\alpha}^+ \rangle \quad (\text{II.3})$$

Esta forma para $t_{\beta p}$ implica que a transição ocorre do canal de entrada, que contém as ondas incidentes do deuteron, ao canal do proton, sem processos inelásticos anteriores ou posteriores à reação. Na realidade, porém, o proton pode excitar o núcleo residual, e o deuteron, o alvo e isto não é levado em conta na aproximação acima.

A inclusão de processos inelásticos no tratamento vai, por exemplo, provocar mudanças nas regras de seleção que regem a reação.

Quando esta pode ser convenientemente estudada através de DWBA em acoplamento de canais, costuma-se considerar a seção de

choque em duas partes (1) :

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{2I + 1}{2S + 1} \sum_{Lj} S_{Lj} \phi_L(\theta) \quad (\text{II.4})$$

I , S são os spins dos núcleos residual e alvo, respectivamente. $\phi_L(\theta)$ é um fator cinemático, a secção de choque de partícula independente, e é calculado considerando-se potenciais ópticos nos canais de entrada e saída.

S_{Lj} é um fator espectroscópico que contém toda a informação sobre a estrutura nuclear.

É bem conhecido o resultado para reações de stripping envolvendo núcleos deformados (1) :

$$S_{Lj} = 4 \left| \begin{bmatrix} j & S & I \\ k & 0 & k \end{bmatrix} C_{n l j}^k \right|^2 \quad (\text{II.5})$$

k = projeção do momento angular do núcleo residual, I , no eixo de simetria.

j = momento angular do nêutron transferido ocupando um definido orbital de Nilsson $j l$.

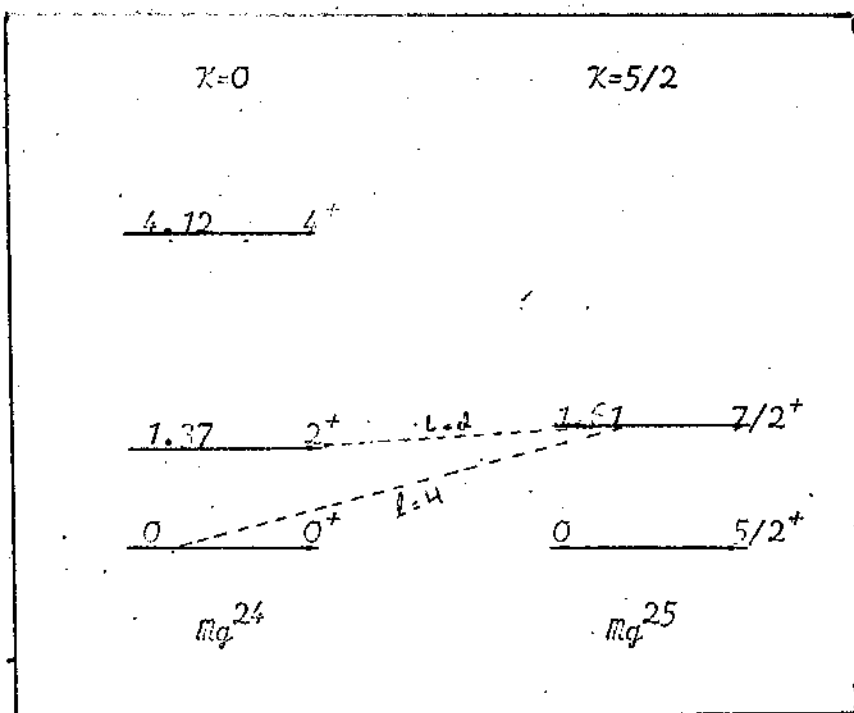
$$C_{n l j}^k = \sum_{\lambda} a_{n l \lambda} C_{n \lambda}^{l s j k}$$

$a_{n l \lambda}$ é o coeficiente de Nilsson tal como aparece em (8).

Da expressão (II.5) vem a regra de seleção que o momento angular transferido na reação deve ser igual ao momento angular do nêutron num orbital j . Mas o momento transferido é conservado, enquanto j certamente não o é. Essa discrepância é consequência da não inclusão de processos inelásticos tais como possíveis excitações dos níveis rotacionais dos núcleos A e R .

Um exemplo de transição que torna-se possível se o alvo é antes excitado por espalhamento inelástico (9) é $Mg^{24}(d,p)Mg^{25}$. A transição ao nível $(7/2)^+$ do Mg^{25} , a 1.61 MeV, considerado membro da banda rotacional do estado fundamental com $K=5/2$, requer captura de nêutron com $l=4$. Isso porque a paridade não muda, e tendo Mg^{24} spin zero, o nível $(7/2)^+$ só pode ser alcançado através do $j=l+s$ do nêutron. Mas se este ocupa o orbital $[202]K=5/2$, o coeficiente de Nilsson só é diferente de zero para $l=2$. Então, se Mg^{24} for antes excitado para o nível rotacional 2^+ , a transição torna-se possível com captura de nêutron com $l=2$.

Um modo de levar em conta os possíveis processos ine-



Bandas rotacionais do estado fundamental de Mg^{24} e Mg^{25} : Ref. (2), (3).

lásticos na reação, é tratar os potenciais ópticos nos canais de entrada e saída como matrizes nos índices dos canais. Esses potenciais ópticos generalizados não esféricos descrevem tanto o espalhamento elástico como os possíveis acoplamentos inelásticos.

No cálculo da matriz de transição, devem aparecer amplitudes inelásticas nas funções de onda de entrada e saída. Estas, como é sugerido em (10), são expandidas em bases apropriadas ao esquema de acoplamento considerado:

$$\psi_P^- = \sum_{\beta} A_{\beta}^{-(P)} \psi_{\beta} \quad \psi_D^+ = \sum_{\alpha} A_{\alpha}^{+(D)} \psi_{\alpha}$$

O problema recai na resolução de sistemas de equações acopladas para os coeficientes da expansão do tipo:

$$\sum_{\beta} (T_{\beta} + E_{\beta} - E) \langle \psi_{\gamma} | \psi_{\beta} \rangle A_{\beta}^{-(P)} =$$

$$= - \sum_{\beta} \langle \psi_{\gamma} | V | \psi_{\beta} \rangle A_{\beta}^{-(P)}$$

Na próxima secção, as equações acopladas são examinadas escolhendo-se explicitamente uma base e uma expressão para o potencial de interação. Antes, porém, é feita uma pequena introdução ao modelo unificado, já que é às hipóteses que ele encerra que se devem consideráveis simplificações nas equações.

III. Amplitudes radiais.

III.a) Introdução teórica ao modelo.

Núcleos pesados como os actinídeos e os terras-raras exibem uma forma de equilíbrio não esférica. Consequência amplamente comprovada é a banda rotacional do estado fundamental de núcleos par-par.

O chamado "modelo quase molecular" ou "modelo unificado" aplica-se às citadas regiões da tabela periódica. Sua característica fundamental é incorporar aspectos coletivos e de partícula independente à estrutura nuclear, já que um e outro tratamento, isoladamente, descreve com sucesso determinadas propriedades nucleares.

O modelo unificado, tal como foi desenvolvido em (11) e (10), descreve as propriedades coletivas através de um conjunto de coordenadas que caracterizam a forma da superfície nuclear.

Essas coordenadas são os coeficientes da expansão:

$$R(\theta, \varphi) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right)$$

onde R_0 é o raio de equilíbrio.

A existência de deformação permanente (no sentido de que as oscilações do ponto zero são pequenas em relação a elas) permite que se defina um sistema de eixos fixo no corpo, o sistema intrínseco.

Exprimindo a energia cinética da superfície relativamente ao sistema intrínseco, ela se divide em uma parte rotacional e uma vibracional. Como consequência, é marca registrada dos núcleos deformados o espectro rotacional.

A transformação para o sistema intrínseco introduz uma não unicidade nas novas coordenadas relativas aos eixos do corpo. Isso obriga a função de onda a obedecer a certas simetrias.

Restringindo as deformações às quadrupolares, haverá 5 coordenadas definindo a superfície do núcleo que, nesse caso, se apresenta como um elipsóide orientado no espaço.

Escolhendo o sistema intrínseco como os eixos principais, das 5 coordenadas resultantes da transformação das antigas $\alpha_{\lambda\mu}$, duas serão iguais entre si, $a_{22} = a_{2-2}$, e duas iguais a zero, $a_{21} = a_{2-1} = 0$.

Costumam-se redefinir essas coordenadas :

$$a_{20} = \beta \cos \gamma$$

$$a_{2-2} = a_{22} = \left(1/\sqrt{2}\right) \cdot \beta \sin \gamma$$

Surtem assim os parâmetros β e γ muito citados na literatura em conexão com as bandas β (vibrações em a_{20}) e bandas γ (vibrações em a_{22} , a_{2-2}).

β é uma medida da deformação esferoidal do núcleo.

γ caracteriza o desvio de simetria axial da forma nuclear. Para $\gamma = 0$, o núcleo é prolato e simétrico com relação ao seu terceiro eixo.

Assim além de β e γ , a superfície nuclear é descrita pelos três ângulos de Euler que definem sua orientação no espaço.

As grandes deformações de equilíbrio apresentadas por certos núcleos só podem ser entendidas quando se fala no movimento das partículas, já que a energia potencial da superfície é mínima para $\beta = 0$. Porém, para determinados valores do número de massa A , é possível que a energia nuclear total se minimize num valor $\beta \neq 0$. O movimento das partículas influenciou o movimento coletivo e então se fala no limite de acoplamento forte.

Nesse limite supõem-se que a vibração e rotação do núcleo só interferem adiabaticamente com o movimento de maior frequência das partículas. Como consequência, a função de onda para um estado nuclear pode ser separada num produto de funções que dependem apenas das coordenadas coletivas e apenas das variáveis que descrevem o movimento das partículas, a função intrínseca.

É conveniente usar uma representação na qual I e j , as projeções do momento angular total e da partícula no eixo de simetria, são diagonais. Isso porque a superfície nuclear, devido à pressão centrífuga exercida pela partícula, adquire em geral simetria axial. Nesse caso a função de onda de Bohr-Mottelson ou função de acoplamento forte tem a forma:

$$\left| n_\beta, n_\gamma, I M K, \Lambda \right\rangle = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} \varphi_{n_\beta n_\gamma}(\beta, \gamma) \left\{ \chi_{\Lambda, n_\gamma}^I(\theta_i) + (-)^{I+K} \chi_{\Lambda, n_\gamma}^I(\theta_i) \right\}$$

χ_Λ é a função de onda intrínseca que descreve o movimento da partícula;

$D_{MK}^I(\theta_i)$ é a autofunção do rotor simétrico que descreve as rotações nucleares;

Ω é a projeção do momento angular da partícula, i , no eixo de simetria;

J é o momento angular total; K , sua componente ao longo do 3º eixo;

$\Psi_{n_p, n_f}(\beta, \delta)$ representa as vibrações do núcleo nos graus de liberdade β e δ caracterizadas pelos números quânticos n_p e n_f .

$\chi_{\bar{\Omega}}$ é a função intrínseca associada a $-K$.

As já citadas simetrias da função de onda são responsáveis pelo aparecimento de K e $-K$ e Ω e $\bar{\Omega}$. Assumindo simetria axial e de reflexão no plano equatorial, essas simetrias se resumem em invariância sob rotação de 180° em torno de um eixo perpendicular ao de simetria.

Nos níveis mais baixos, $K = \Omega$, e não há rotação em torno do eixo de simetria. Isso se vê facilmente exprimindo a energia rotacional da superfície em termos de J e j :

$$T_{ROT} = \frac{\hbar^2}{2J} \sum_i (J_i - j_i)^2$$

J = momento de inércia.

Para um núcleo simétrico em relação ao terceiro eixo,

$$J_1 = J_2 = J.$$

$$T_{ROT} = \frac{\hbar^2}{2J} \left[(J - j)^2 - (J_3 - j_3)^2 \right] + \frac{\hbar^2}{2J_3} (J_3 - j_3)^2$$

$$T_{ROT} = \frac{\hbar^2}{2J} \left[(J - j)^2 - (K - \Omega)^2 \right] + \frac{\hbar^2}{2J_3} (K - \Omega)^2$$

O estado vibracional nos níveis mais baixos corresponde às vibrações do ponto zero. No cálculo das amplitudes de transição, o produto escalar das funções de onda vibracionais é uma medida da diferença entre as deformações dos núcleos alvo e residual. Supondo que essa diferença seja pequena, o produto pouco se afasta da unidade. Então, por simplicidade, as referidas funções serão omitidas.

Estados com $K = 0$ requerem atenção especial, já

que: $\chi_0(K) = \sum_{n_l j_l} C_{n_l j_l}^0 (-)^{j_l} u_{n_l j_l}(\vec{r})$

e, sendo j inteiro, $X_{\sigma} = r X_0$, $r = \pm 1$.

Assim, para que a função de onda $|J M K=0\rangle$ seja não nula, $r(-)^J = 1$. Isso implica nas seqüências rotacionais:

$$J=1,3,5\dots \quad r=-1 ;$$

$$J=0,2,4\dots \quad r=+1 ;$$

Núcleos impar-impar podem apresentar estados com $K=0$, $r=-1$, J =impar. Um exemplo é ${}_{67}^{166}\text{Ho}$ ${}_{99}^{166}$ (3).

Supõem-se que os estados fundamentais de núcleos par-par são formados preenchendo-se os níveis de partícula independente por pares com $+\Omega$ e $-\Omega$ resultando: $\sum_p \Omega_p = 0 = K$.

Podem ser descritos como um rotor axialmente simétrico representado por uma função D normalizada. Como já foi mencionado; apresentam a banda rotacional do estado fundamental com $K=0$, $r=+1$, J par= $0,2,4\dots$

Núcleos ímpares têm, no estado fundamental, $K = \Omega$ do último nucleon ímpar. Para cada estado ligado da partícula há uma banda rotacional com os níveis $J=K, K+1, K+2\dots$

A validade da aproximação de acoplamento forte depende de a magnitude da deformação de equilíbrio ser grande comparada à amplitude do ponto zero. Em geral isso se verifica, segundo (10), em regiões longe de camadas fechadas.

Núcleos pares e ímpares apresentam no seu espectro de excitação níveis vibracionais. Mas estes só aparecem a cerca de 1 MeV, ao passo que a separação entre os rotacionais é da ordem de alguns KeV. Para este trabalho, só os últimos são relevantes, e, os núcleos considerados no estado vibracional fundamental, será omitida qualquer referência ao movimento coletivo de carácter vibracional.

III. b) Equações para as amplitudes radiais.

Tratando especificamente da reação $A(d,p)R$, onde A é um núcleo deformado, par-par, axialmente simétrico; a equação de Schrödinger a que obedece $\psi^{+(D)}$ é:

$$\left[T_D + h_A(\theta_i) + h_D(\vec{k}) + V(\theta_i, \vec{R}) - E \right] \psi^{+(D)}(\vec{R}, \vec{k}, \theta_i) = 0$$

com: T_D = energia cinética do movimento relativo dêuteron-alvo;
 $h_A(\theta_i)$ e $h_D(\vec{k})$, hamiltonianas internas do alvo e do dêuteron, respectivamente;

U = potencial sofrido pelo dêuteron;

\vec{R} indica a posição do centro de massa.

Introduzem-se como base na qual expandir $\psi^{+(D)}$, as autofunções do momento angular total J :

$$\left\langle \vec{R}, \vec{k}, \theta_i \mid l, j, S, J, m \right\rangle = \sum_{S, m, m_D} C_{m, S, J}^{J, S, J} C_{m, m_D, m}^{l, j, j}$$

$$\sqrt{\frac{2S+1}{8\pi^2}} N_{S,0}^S(\theta_i) \psi_{j, m_D}(\vec{k}) Y_{l, m-m_D}(\hat{R})$$

onde:

$\sqrt{\frac{2S+1}{8\pi^2}} N_{S,0}^S(\theta_i)$ representa o alvo A como um rotor axialmente de spin S . É autofunção de $h_A(\theta_i) = \frac{\hbar^2}{2J} S^2$ com autovalor $\frac{\hbar^2}{2J} S(S+1)$.

$\psi_{j, m_D}(\vec{k})$ descreve a estrutura interna do dêuteron: $(h_D - E_D) \psi_{j, m_D}(\vec{k}) = 0$.

Expandindo $\psi_{j, m_D}(\vec{k})$ em ondas parciais:

$$\psi_{j, m_D}(\vec{k}) = \sum_{l, m} C_{m, m_D, m}^{l, j, j} \psi_{l, m}(\vec{k}) Y_{l, m-m_D}(\hat{k}) \chi_{l, m}$$

sendo $\chi_{l, m}$ autofunção do spin e considerando o dêuteron num estado s puro:

$$\psi_{j, m_D}(\vec{k}) = \sum_l \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \psi_l(\vec{k}) \chi_{l, m}$$

Assim:

$$\langle \vec{k} \vec{R} \theta_i | l_1 j_1 S_1 J M \rangle = \sum_{S_2} C_{m_1 S_2}^{j_1 S_1 J} C_{m_1 r_1 m_2}^{l_1 j_1 S_2} \\ \cdot \sqrt{\frac{2S_1+1}{8\pi^2}} Y_{l_1 0}^{S_1}(\theta_i) Y_{l_2 m_2}(\hat{R}) \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \psi_r(x) \chi_{l_1 r_1}$$

e a base contém toda dependência angular do deuteron e do alvo.

Combinando essas funções com amplitudes radiais apropriadas, tem-se a função de espalhamento para o deuteron:

$$\psi^{(D)}(l_0 j_0 S_0 J M) (\vec{k}, \vec{R}, \theta_i) = \sum_{l_1 j_1 S_1} \frac{1}{R} A_{l_1 j_1 S_1}^{(D) l_0 j_0 S_0 J M}(R) \langle \hat{R} \vec{k} \theta_i | l_1 j_1 S_1 J M \rangle \quad (\text{III.1})$$

Os índices $l_0 j_0 S_0 J M$ relacionam-se com a forma assintótica de $\psi^{(D)}$. Ao tentar escrevê-la, procura-se uma expressão semelhante a (II.1), isto é, onda incidente mais ondas esféricas emergentes associadas às funções internas do canal:

$$\psi^{(D) l_0 j_0 S_0 J M}(\vec{k}, \vec{R}, \theta_i) \xrightarrow{R \rightarrow \infty} C_E \left\{ i^{l_0} \cdot i^{l_D} \frac{Y_{l_0 0}^{S_0}(k_0 R)}{R} \sqrt{\frac{2l_0+1}{4\pi}} \cdot Y_{l_0 0}(\hat{R}) \psi_{r_0}(\vec{k}) \langle \theta_i | S_0 S_{0z} \rangle - \sum_{l m_1 r_1 S_1} \left[i^{-l+l_D} \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} \cdot e^{i m_1 \varphi} \frac{G_l(kR) + i F_l(kR)}{R} Y_{l m_1}(\hat{R}) \cdot \psi_r(\vec{k}) \langle \theta_i | S_1 S_{1z} \rangle \right] \right\}$$

$\psi_r(\vec{k})$ é a função interna do deuteron.

$\langle \theta_i | S_0 S_{0z} \rangle$ representa o alvo.

k_0 = número de onda no canal S_0 .

k = número de onda no canal S_1 .

F_l e G_l são as funções de Coulomb regular e irregular e δ_l é a defasagem coulombiana.

É óbvio que essa forma assintótica está numa outra representação que não a do momento angular total. A mudança de representação é simples:

$$|l m_l l' s s_3\rangle = \sum_{J M j m_j} C_{m_l m_j}^{l l' J} C_{m_s s_3}^{J S} |l l' s J M\rangle$$

Na representação $|l l' s J M\rangle$ a expressão assintótica para $\psi^{(0)}$ é:

$$\psi^{(0)}(R, \vec{r}, \theta_i) \xrightarrow{R \rightarrow \infty} C_L \left(\frac{\partial L_0 + 1}{4R} \right)^{1/2} i^{L_0} \sum_{J M j_0 m_0} C_{0 m_0 j_0}^{L_0 l J_0} C_{m_0 s_0}^{J_0 S_0} \psi^{(0)}$$

$$\left\{ \frac{Y_{L_0}(k_0 R)}{R} \langle \vec{R} \vec{r} \theta_i | L_0 J_0 l S_0 J M \rangle - \sum_{L J S} i^{-L} t_{L_0 l J_0 S_0}^{L l' s J M} \right.$$

$$\left. e^{-iLr} \frac{G_L(kR) + i Y_L(kR)}{R} \langle \vec{R} \vec{r} \theta_i | l l' s J M \rangle \right\}$$

A relação entre as matrizes de transição é:

$$t_{L_0 l J_0 S_0}^{L m_l l' s s_3} = \sum_{J M j m_j} C_{m_l m_j}^{l l' J} C_{m_s s_3}^{J S} t_{L_0 l J_0 S_0}^{L l' s J M} C_{0 m_0 j_0}^{L_0 l J_0} C_{m_0 s_0}^{J_0 S_0}$$

Substituindo a expressão (III.7) na equação de Schroedinger para $\psi^{(0)}$:

$$\sum_{L' J' S'} \left[T_0 + E_A + E_D + V(\theta_i, \vec{R}) - E \right] \frac{1}{R} A_{L' J' S'}^{(0) l_0 l_0 s_0 J M}(R) \langle \vec{R} \vec{r} \theta_i | L' l' s' J' M \rangle = 0$$

e multiplicando pela esquerda por $\langle L l' s J M |$:

$$\left[T_0 + E_A + E_D - E \right] \frac{1}{R} A_{L J S}^{(0) l_0 l_0 s_0 J M}(R) = - \sum_{L' J' S'} \frac{1}{R} A_{L' J' S'}^{(0) l_0 l_0 s_0 J M}$$

$$\langle L l' s J M | V(\theta_i, \vec{R}) | L' l' s' J' M \rangle$$

Cabe agora escolher uma forma para $V(\theta_i, \vec{R})$. É costume, para um núcleo dotado de simetria axial, expandir V em potências de $\sum \beta_n V_n(\hat{R})$ e reter alguns termos (\hat{R} é um versor, na direção de \vec{R} , relativo ao sistema intrínseco). Para β_2 , parâ-

metro: de deformação, grande, essa aproximação torna-se po-
bre. Uma alternativa é expandir V em polinômios de Legendre :

$$U(\theta_i, \vec{R}) = \sum_L U_L(R) P_L(\hat{R} \cdot \hat{\beta}) \dots$$

$$U_L(R)$$
 é um potencial
 óptico central e $\hat{\beta}$ representa o versor ao longo do eixo de
 simetria. Segundo (12), as funções radiais que aparecem co-
 mo coeficientes de $P_L(\hat{R} \cdot \hat{\beta})$ são somas de infinitos números
 de termos correspondentes à expansão em potências de $\sum \beta_n Y_{00}(\hat{R})$.
 A expansão em polinômios de Legendre tem o mérito de ser vá-
 lida para qualquer ordem da deformação. Se o núcleo tem si-
 metria de reflexão com relação ao plano equatorial, a soma
 se restringe a L par.

O cálculo do elemento de matriz do potencial envolve as
 quantidades:

$$\langle l_1 j_1 S J M | P_L(\hat{R} \cdot \hat{\beta}) | l_1' j_1' S' J' M' \rangle = (-1)^{J+l_1+l+5} C_{000}^{l l l'}$$

$$C_{000}^{l l l'} \sqrt{(2S+1)(2j+1)(2j'+1)(2l+1)} \begin{Bmatrix} l & L & l' \\ j & 1 & j' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l & L & l' \\ S & 1 & S \end{Bmatrix}$$

Tendo em mente o uso da aproximação adiabática, pode
 ser proposta como representação alternativa para $\psi^{(0)}$, uma
 função de onda de Bohr-Mottelson:

$$\psi^{(0)}(l_0 j_0 K_0 J M) (\vec{R}, \vec{R}', \theta_i) = \sum_K \sqrt{\frac{2J+1}{16\pi^2}} \left\{ \chi_K^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}') N_{mK}^J(\theta_i) + (-1)^{J+K} \chi_{-K}^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}') N_{m-K}^J(\theta_i) \right\}$$

$$\text{Se } \chi_K^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}') = \sum_{LJ} \frac{1}{R} A_{LJK}^{(0)}(R) \langle \hat{R} \cdot \vec{R}' | l_1 j_1 K \rangle$$

e $\chi_{-K}^{(0)}$, a função intrínseca ligada a $\chi_K^{(0)}$ por inversão temporal:

$$\chi_{-K}^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}') = \sum_{LJ} \frac{1}{R} A_{LJK}^{(0)}(R) (-1)^{J+K} \langle \hat{R} \cdot \vec{R}' | l_1 j_1 -K \rangle$$

isso equivale a expandir $\psi^{(0)}$:

$$\psi^{(0)}(l_0 j_0 K_0 J M) (\vec{R}, \vec{R}', \theta_i) = \sum_{LJK} \frac{1}{R} A_{LJK}^{(0)}(R) \langle \hat{R} \cdot \vec{R}' \theta_i | l_1 j_1 K J M \rangle$$

Os índices (') indicam que o sistema de coordenadas é o sistema intrínseco.

Agora, porém, a função ψ que aparece em $\mathcal{U}^{(0)}$ não é a função da hamiltoniana do alvo. Mas, exprimindo $h_a(\theta_i)$ em termos de J e j :

$$h_a(\theta_i) = \frac{\hbar^2}{2I} (J-j)^2 = \frac{\hbar^2}{2I} [J^2 + j^2 - 2\vec{J}\cdot\vec{j}]$$

J = momento angular total; j = momento angular do deuteron.

O último termo, chamado termo de Coriolis ou termo de acoplamento rotação-partícula (RPC), provoca mistura de bandas e K deixa de ser bom número quântico. É desprezado na aproximação adiabática.

A equação para $\mathcal{U}^{(0)}$ na representação $|K\rangle$, ignorando RPC, fica:

$$\left[\frac{T_D}{2} + \frac{\hbar^2}{2I} J(J+1) + \frac{\hbar^2}{2I} j(j+1) + E_D - E \right] \frac{1}{R} A_{LJK}^{(D)J_0K_0JM}(R) =$$

$$= - \sum_{L'J'K'} V_D^{(L)}(R) \langle L_1 J_1 K_1 J_1 M | P_L(\hat{R} \cdot \hat{S}) | L' J' K' J' M \rangle \frac{1}{R} A_{L'J'K'}^{(D)J_0K_0JM}(R)$$

O elemento de matriz, calculado, é igual a:

$$\langle L_1 J_1 K_1 J_1 M | P_L(\hat{R} \cdot \hat{S}) | L' J' K' J' M \rangle = (-)^{J+L+1} \sqrt{(2L+1)(2J'+1)} \cdot$$

$$\cdot C_{000}^{L L L'} C_{K_0 K_0 K}^{J' L J} \left\{ \begin{matrix} L & L & L' \\ J' & J & J \end{matrix} \right\} \left[\frac{1+(-)^L}{2} \right] \delta_{KK'}$$

Já se vê que a representação $|K\rangle$ introduz consideráveis simplificações para as amplitudes radiais do deuteron. Em particular, no limite de momento de inércia infinito, elas se tornam diagonais em K e independentes de J (expressão (I.4)). Observa-se que o fator $\left[\frac{1+(-)^L}{2} \right]$ é coerente com a hipótese de invariância por reflexão do potencial.

Resta saber a transformação que rege a mudança de representação, pois em $|K\rangle$ todas as coordenadas se referem ao sistema intrínseco e, medidas são feitas no laboratório...

Na referência (4) foi desenvolvido um formalismo que conecta as duas representações:

$$|L_1 J_1 K_1 J_1 M\rangle = \sum_S \begin{bmatrix} J & S & J \\ K & 0 & K \end{bmatrix} |L_1 J_1 S J_1 M\rangle$$

Os símbolos entre colchêtes são combinações apropriadas de coeficientes de Clebsch-Gordan que garantem que as simetrias da função de onda de Bohr-Mottelson sejam observadas. Isto é, para alvo par, $K > 0$, S par.

De acordo com a definição em (4):

$$\begin{bmatrix} J & S & T \\ K & 0 & K \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2S+1}{2J+1}} \left[C_{K0K}^{JST} + (-1)^{J-T} C_{-K0-K}^{JST} \right]$$

Conhecida a relação entre as representações, pode-se tentar escrever uma expressão assintótica para $\psi^{(0)l_0 J_0 K_0 J M}$ à semelhança da anterior. Agora:

$$|l m_l 1^0 S_0 J\rangle = \sum_{J M J_0 M_0} C_{m_l m_j}^{L J} C_{m_j S_0 M}^{J S J} \sum_K \begin{bmatrix} J & S & T \\ K & 0 & K \end{bmatrix} |l_1 J K J M\rangle$$

e,

$$\psi^{(0)l_0 J_0 K_0 J M}(\vec{R}, \vec{r}, \theta_i) \xrightarrow{R \rightarrow \infty} C_E \sqrt{\frac{2L_0+1}{4\pi}} \sum_{J M J_0 M_0} C_{0 0 0}^{L_0 J_0} C_{0 0 S_0 M}^{J_0 S_0 J} \begin{bmatrix} J_0 & S_0 & J \\ K_0 & 0 & K_0 \end{bmatrix} \times$$

$$\times \left\{ i^{L_0} e^{iL_0\theta} \frac{Y_{L_0}(\theta, R)}{R} \langle \vec{R} | \vec{r} | \theta_i \rangle |L_0 J_0 K_0 J M\rangle - \sum_{J' K'} t_{L_0 J_0 K_0 J M}^{L_1 J' K' J M} \right.$$

$$\left. \times i^{L_0-L} e^{-iL\theta} \frac{Y_L(\theta, R) + i Y_L(\theta, R)}{R} \langle \vec{R} | \vec{r} | \theta_i \rangle |L_1 J' K' J M\rangle \right\}$$

Fica claro que as amplitudes de transição se relacionam:

$$t_{L_0 J_0 K_0 J M}^{L_1 J S T M} = \sum_{K K_0} \begin{bmatrix} J & S & T \\ K & 0 & K \end{bmatrix} t_{L_0 J_0 K_0 J M}^{L_1 J' K' J M} \begin{bmatrix} J_0 & S_0 & J \\ K_0 & 0 & K_0 \end{bmatrix}$$

As amplitudes radiais estão ligadas pela mesma transformação:

$$A_{L_1 J S}^{(0)l_0 J_0 K_0 J M}(R) = \sum_{K K_0} \begin{bmatrix} J & S & T \\ K & 0 & K \end{bmatrix} A_{L_1 J' K}^{(0)l_0 J_0 K_0 J M}(R) \begin{bmatrix} J_0 & S_0 & J \\ K_0 & 0 & K_0 \end{bmatrix}$$

Na aproximação adiabática as somas desaparecem pois K é conservado.

Observa-se ainda o caracter matricial das amplitudes A , consequência da não centralidade do potencial.

No canal de saída da reação de stripping, o proton é espalhado pelo núcleo residual ímpar, constituído por um carôço axialmente simétrico (o alvo) e o nêutron.

A hamiltoniana do sistema é:

$$H = T_P + h_{RES} + V(\vec{k}_2, \theta_i)$$

T_P é a energia cinética do movimento relativo proton-núcleo residual; h_{RES} é a hamiltoniana interna do núcleo residual; $V(\vec{k}_2, \theta_i)$ é o potencial óptico deformado que traduz a interação no canal de saída, interação essa considerada apenas entre o proton e o carôço. Usa-se o procedimento habitual de considerar a interação proton-nêutron como a principal responsável pelo stripping e assim ela não aparece na hamiltoniana e, consequentemente, nas equações para as amplitudes radiais.

Há várias abordagens ao problema:

- ___ sistema final no laboratório;
- ___ proton no laboratório e núcleo residual no sistema intrínseco;
- ___ proton e núcleo residual no sistema intrínseco.

No primeiro tratamento escolhe-se uma representação do momento angular total para $\chi^{(-P)}$:

$$\chi^{(-P)}(\vec{k}_2, \vec{k}_1, \theta_i) = \sum_{l_2 l_1 I} \frac{1}{k_2} A_{l_2 l_1 I}^{(P)}(k_2) \langle \hat{k}_2 \vec{k}_1 \theta_i | l_2 l_1 I J m \rangle$$

(III.3)

O índice (2) se refere ao proton e o (1), ao nêutron.

$$\langle \hat{k}_2 \vec{k}_1 \theta_i | l_2 l_1 I J m \rangle = \sum_{\mu} C_{m_2 \mu m}^{l_2 I J} \langle \hat{k}_2 | l_2 \mu l_1 m_1 \rangle \langle \vec{k}_1 \theta_i | I \mu \rangle$$

$\langle \vec{k}_2 \theta_i | I \mu \rangle$ é a função que descreve o núcleo residual:

$$\begin{aligned} \langle \vec{k}_2 \theta_i | I \mu \rangle &= \sum_{l_2, j_2, R} \frac{1}{k_2} \alpha_{l_2, j_2, R}(k_2) \langle \hat{k}_2 \theta_i | l_2, j_2, R I \mu \rangle \\ &= \sum_{l_2, j_2, R} \frac{1}{k_2} \alpha_{l_2, j_2, R}(k_2) \sum_{m_2, j_2, \mu} C_{m_2, j_2, \mu}^{l_2, R, I} \langle \hat{k}_2 | l_2, j_2, m_2 \rangle \times \\ &\quad \times \sqrt{\frac{2R+1}{8\pi^2}} N_{R, j_2}^R(\theta_i) \end{aligned}$$

É adotada a simplificação sugerida em (4) de não introduzir explicitamente uma base de orbitais para o estado ligado do nêutron. Este tem uma amplitude radial equivalente a:

$$\alpha_{l_2, j_2, R}(k_2) = \sum_N \alpha_{N, l_2, j_2}^R u_{N, l_2, j_2, R}(k_2)$$

$$\alpha_{N, l_2, j_2}^R = \sum_k \begin{bmatrix} j_2 & R & I \\ k & 0 & k \end{bmatrix} \alpha_{N, l_2, j_2}^k$$

α_{N, l_2, j_2}^k é o coeficiente de Nilsson na base $|N, l_2, j_2, k\rangle$.

$\psi^{-(P)}$ tem a forma assintótica:

$$\psi^{-(P)}(\vec{k}_0, \vec{k}_2, \theta_i) \xrightarrow{k_0 \rightarrow \infty} C_E \sqrt{\frac{2l_0+1}{4\pi}} \sum_{j_0, m_0} C_{0, j_0, m_0}^{l_0, I_0, J} C_{j_2, j_2, m_2}^{l_2, I_2, J}$$

$$\times \left\{ i^{l_2} e^{i k_2 r} \frac{y_{l_2}^{(l_2)}(k_2)}{k_2} \langle \hat{k}_0 \vec{k}_2 \theta_i | l_2, j_2, I_2, J, m_2 \rangle - \right.$$

$$\left. - \sum_{l_0, j_0, I_0} i^{l_0-l} t_{l_0, j_0, I_0}^{+l_2, j_2, I_2, J, m_2} e^{i k_0 r} \frac{y_{l_0}^{(l_0)}(k_0) - i y_{l_0}^{(l_0)}(k_0)}{k_0} \times \right.$$

$$\left. \langle \hat{k}_0 \vec{k}_2 \theta_i | l_0, j_0, I_0, J, m_0 \rangle \right\}$$

l_0 = número de onda no canal I_0 ; k = número de onda no canal I .

A função $\langle \hat{k}_0 \hat{\alpha}_i | l_0 j_0, l_1 j_1 R I, JM \rangle$ encerra toda a dependência angular de $\psi^{(-)}$:

$$\langle \hat{k}_0 \hat{\alpha}_i | l_0 j_0, l_1 j_1 R I, JM \rangle = \sum_{\mu, \mu'} C_{m_0 \mu}^{j_0 j_1} C_{m_1 \mu'}^{j_1 R I} \langle \hat{k}_0 | l_0 j_0 m_0 \rangle \langle \hat{k}_i | l_1 j_1 m_1 \rangle \cdot \sqrt{\frac{2R+1}{2\pi^2}} N_{R_0}^R(\theta_i)$$

As equações para as amplitudes radiais resultam:

$$\left[T_p + \ell - E \right] \frac{1}{k_0} A_{l_0 j_0 I}^{(p) l_1 j_1 I, JM}(\hat{k}_0) = - \sum_{\substack{l_1' j_1' I' \\ l_1' j_1' R' L}} \frac{1}{k_0} A_{l_1' j_1' I'}^{(p) l_1 j_1 I, JM}(\hat{k}_0) \times$$

$$V_p(\hat{k}_0) \langle l_0 j_0, l_1 j_1 R I, JM | P_L(\hat{k}_0 \cdot \hat{\alpha}) | l_1' j_1', l_1' j_1' R' I', JM \rangle$$

$$\int dk_1 a_{l_1 j_1 R}(\hat{k}_1) a_{l_1' j_1' R'}(\hat{k}_1)$$

E é autovalor da hamiltoniana do núcleo residual:

$$h_{RES}(\theta_i, \vec{\pi}_i) = T_N + \frac{\hbar^2}{2J} R^2 + U(\theta_i, \vec{\pi}_i)$$

T_N = energia cinética do nêutron;

$\frac{\hbar^2}{2J} R^2$ = hamiltoniana rotacional do carôço par;

$U(\vec{\pi}_i, \theta_i)$ = potencial sofrido pelo nêutron.

A equação de Schrodinger para o nêutron recai num sistema de equações acopladas:

$$\left[T_N + \frac{\hbar^2}{2J} R(R+1) - E \right] \frac{1}{k_1} a_{l_1 j_1 R}(\hat{k}_1) =$$

$$- \sum_{L l_1' j_1' R'} \frac{1}{k_1} a_{l_1' j_1' R'}(\hat{k}_1) V_N^L(\hat{k}_1) \langle l_1 j_1 R I \mu | P_L(\hat{k}_1 \cdot \hat{\alpha}) | l_1' j_1' R' I' \mu' \rangle$$

$$= - \sum_{L l_1' j_1' R'} \frac{1}{k_1} a_{l_1' j_1' R'}(\hat{k}_1) V_N^L(\hat{k}_1) \times (-)^{I+R+j_1'} \sqrt{(2R+1)(2j_1+1)}$$

$$\times C_{000}^{R L R'} C_{\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}}^{j_1 L j_1'} \left\{ \begin{matrix} j_1 & L & j_1' \\ R' & I & R \end{matrix} \right\} \left[\frac{L+(-)^{l_1+l_1'+L}}{2} \right] C_{I I'} C_{\mu \mu'}$$

Calculando $\langle l_0 j_0, l_1 j_1 R I, JM | P_L(\hat{k}_0 \cdot \hat{\alpha}) | l_1' j_1', l_1' j_1' R' I', JM \rangle$ obtêm-se:

$$\langle l_0 j_0, l_1 j_1 R I, JM | P_L(\hat{k}_0 \cdot \hat{\alpha}) | l_1' j_1', l_1' j_1' R' I', JM \rangle = (-)^{J+2I+L+j_0+j_1} \sqrt{(2R+1)(2I+1)(2I'+1)(2j_0+1)}$$

$$\times C_{000}^{R L R'} C_{\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}}^{j_0 L j_0'} \left\{ \begin{matrix} j_0 & L & j_0' \\ I' & J & I \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} R & L & R' \\ I' & J & I \end{matrix} \right\} \cdot \left[\frac{L+(-)^{l_0+l_0'+L}}{2} \right] C_{J J'} C_{\mu \mu'}$$

A segunda alternativa é tratar o próton no laboratório e o núcleo residual no sistema intrínseco. Introduz-se uma representação na qual I_3 , a componente do spin do núcleo residual no eixo de simetria, é diagonal:

$$\begin{aligned} \psi^{(p)l_p I_p I_3 J M}(\vec{k}_p, \vec{k}_i, \theta_i) &= \sum_{b_0 I_0} \frac{1}{k_0} A_{b_0 I_0 I_3}^{(p)l_p I_p I_3 J M}(k_0) \langle \vec{k}_p, \vec{k}_i, \theta_i | l_p I_p I_3 J M \rangle \\ &= \sum_{b_0 I_0} \frac{1}{k_0} A_{b_0 I_0 I_3}^{(p)l_p I_p I_3 J M}(k_0) \sum_{\mu} C_{m \mu m}^{l_p I_0 J} \langle \vec{k}_p | l_p I_0 J m \rangle \\ &\quad \times \langle \vec{k}_i, \theta_i | I \mu b \rangle \end{aligned}$$

$\langle \vec{k}_i, \theta_i | I \mu b \rangle$ é uma função de onda de Bohr-Mottelson para o núcleo residual.

A forma assintótica de $\psi^{(p)l_p I_p I_3 J M}$ é:

$$\begin{aligned} \psi^{(p)l_p I_p I_3 J M}(\vec{k}_p, \vec{k}_i, \theta_i) &\underset{k_0 \rightarrow \infty}{\sim} C_E \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} \sum_{J M} C_{0 \mu m}^{l_p I_0 J} C_{\mu m}^{l_p I_0 J} \times \\ &\times \left\{ i^{l_p} e^{i\mu\theta_p} \frac{Y_{l_p}(\theta_p, \phi_p)}{k_0} \langle \vec{k}_p, \vec{k}_i, \theta_i | l_p I_p I_3 J M \rangle - \sum_{b_0 I_0} \frac{i^{l_p} e^{i\mu\theta_p} Y_{l_p}(\theta_p, \phi_p)}{k_0} \langle \vec{k}_p, \vec{k}_i, \theta_i | l_p I_p I_3 J M \rangle \right. \\ &\quad \left. \times i^{l_p} e^{i\mu\theta_p} \frac{Y_{l_p}(\theta_p, \phi_p) - i Y_{l_p}(\theta_p, \phi_p)}{k_0} \langle \vec{k}_p, \vec{k}_i, \theta_i | l_p I_p I_3 J M \rangle \right\} \end{aligned}$$

A equação de Schrodinger para é:

$$\left[T_p + e - E \right] \frac{1}{k_0} A_{b_0 I_0 I_3}^{(p)l_p I_p I_3 J M}(k_0) = - \sum_{\substack{l'_p I'_p I'_3 \\ l'_i I'_i I'_3}} \frac{1}{k_0} A_{b'_0 I'_0 I'_3}^{(p)l'_p I'_p I'_3 J M}(k_0) \times$$

$$\times V_p^l(k_0) \langle l_p I_p I_3 J M | V_p^l(k_0) | l'_p I'_p I'_3 J M \rangle$$

$$\times \int dr_2 U_{l_1 I_1 b_1}^{(I)}(r_2) U_{l_2 I_2 b_2}^{(I)}(r_2)$$

O elemento de matriz é diagonal em k , l e j . Então, as equações para as amplitudes do próton nessa representação:

$$\left[T_p + \ell - E \right] \frac{1}{k} A_{\ell, j, I}^{(p, \ell, j, I, \beta, J, M)}(k) = - \sum_{\ell', j', I'} \frac{V_p(k)}{k} A_{\ell', j', I'}^{(p, \ell', j', I', \beta, J, M)}(k)$$

$$\dots (-)^{j+I+j'} \sqrt{(2j'+1)(2I'+1)} C_{\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}}^{j' L j'} C_{\ell 0 \ell}^{I' L I} \left\{ \begin{matrix} j & L & j' \\ I' & J & I \end{matrix} \right\} \left[\frac{1+(-)^L}{2} \right] \left[\frac{1+(-)^{j'+I'+L}}{2} \right]$$

onde E é autovalor de h_{REG} sem RPC:

$$\left[T_n + \frac{\hbar^2}{2\mu} I(I+1) + \frac{\hbar^2}{2\mu} j_1(j_1+1) - E \right] \frac{1}{k_1} A_{\ell_1, j_1, I}^{(n)}(k_1) =$$

$$= - \sum_{\ell_2, j_2, I'} \frac{1}{k_2} A_{\ell_2, j_2, I'}^{(n)}(k_2) V_n(k_2) \langle \ell_2, j_2, \beta, I, \mu | P_{\ell_2}(k_2, \hat{\sigma}) | \ell_2', j_2', \beta, I', \mu' \rangle$$

$$= - \sum_{\ell_2, j_2, I'} \frac{1}{k_2} A_{\ell_2, j_2, I'}^{(n)}(k_2) V_n(k_2) C_{\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}}^{j_2 L j_2'} C_{\ell_2 0 \ell_2}^{j_2' L j_2'} \left[\frac{1+(-)^L}{2} \right] \left[\frac{1+(-)^{j_2+I_2+L}}{2} \right] \epsilon_{I' I} \epsilon_{\mu \mu'}$$

Já se pode observar uma vantagem do 2º tratamento sobre o 1º: no 1º, as equações para o próton e para o nêutron estão acopladas através de R, o spin do carôco.

A última abordagem mostrar-se-á a mais útil para um eventual cálculo numérico, pela simplicidade das equações.

Considerando-se o próton e o núcleo no sistema intrínseco, é possível escrever-se uma função de onda de Bohr-Mottelson para o sistema final como:

$$\Psi(\vec{r}_p, \vec{r}_n, \theta_i) = \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} \sum_{\kappa \beta} \left\{ \frac{B_{\beta \kappa}^{(p, \ell, j, I, \beta, J, M)}(\vec{r}_p, \vec{r}_n)}{B_{\beta \kappa}^{(p, \ell, j, I, \beta, J, M)}(\vec{r}_p, \vec{r}_n)} N_{n \kappa}^J(\theta_i) + (-)^{j+\kappa} \frac{B_{\beta \kappa}^{(p, \ell, j, I, \beta, J, M)}(\vec{r}_p, \vec{r}_n)}{B_{\beta \kappa}^{(p, \ell, j, I, \beta, J, M)}(\vec{r}_p, \vec{r}_n)} N_{n-\kappa}^J(\theta_i) \right\} \quad (III.5)$$

$$\frac{B_{\beta \kappa}^{(p, \ell, j, I, \beta, J, M)}(\vec{r}_p, \vec{r}_n)}{B_{\beta \kappa}^{(p, \ell, j, I, \beta, J, M)}(\vec{r}_p, \vec{r}_n)} = \sum_{\ell_2, j_2, I'} \frac{1}{k_2} A_{\ell_2, j_2, I'}^{(p, \ell, j, I, \beta, J, M)}(k_2) \frac{1}{k_2} C_{\ell_2, j_2, \beta}^{(j)}(k_2) \langle \hat{k}_2 | \ell_2, \frac{1}{2}, j_2, \beta \rangle \langle \hat{k}_2 | \ell_2, \frac{1}{2}, j_2, \beta \rangle \quad (\beta = \kappa - \ell)$$

$$\frac{B_{\beta \kappa}^{(p, \ell, j, I, \beta, J, M)}(\vec{r}_p, \vec{r}_n)}{B_{\beta \kappa}^{(p, \ell, j, I, \beta, J, M)}(\vec{r}_p, \vec{r}_n)} = \sum_{\ell_2, j_2, I'} \frac{1}{k_2} A_{\ell_2, j_2, I'}^{(p, \ell, j, I, \beta, J, M)}(k_2) \frac{1}{k_2} C_{\ell_2, j_2, \beta}^{(j)}(k_2) (-)^{j_2+\beta} \langle \hat{k}_2 | \ell_2, \frac{1}{2}, j_2, -\beta \rangle \times (-)^{j_2+\beta} \langle \hat{k}_2 | \ell_2, \frac{1}{2}, j_2, -\beta \rangle$$

As equações para as amplitudes do proton resultam:

$$\left[T_p + E - \frac{A^2}{2Y} J_2(J_2+1) - E \right] \frac{1}{k_2} A_{l_2 j_2}^{(J)}(k_2) =$$

$$= - \sum_{\substack{l_1 j_1 l_2 \\ l_1' j_1' l_2'}} \frac{1}{k_2} A_{l_1 j_1 l_2}^{(J)}(k_2) V_p^L(k_2) \times$$

$$\times \langle l_1 j_1 l_2, l_1' j_1' l_2', KJM | P_L(\hat{r}_2) | l_1' j_1' l_2', l_1 j_1 l_2, KJM \rangle \int d\Omega \frac{C_{l_1 j_1}^{(J)}(k_2)}{k_2} \frac{C_{l_2 j_2}^{(J)}(k_2)}{k_2}$$

O cálculo do elemento de matriz mostra que ele é diagonal em l e $l_2 = K - k$. Assim, finalmente:

$$\left[T_p + E - \frac{A^2}{2Y} J_2(J_2+1) - E \right] \frac{1}{k_2} A_{l_2 j_2}^{(J)}(k_2) = - \sum_{l_1 j_1} \frac{1}{k_2} A_{l_1 j_1}^{(J)}(k_2) \times$$

$$\times V_p^L(k_2) \quad C_{k-\beta \ 0 \ k-\beta}^{l_2 L j_2} \quad C_{\frac{1}{2} \ 0 \ \frac{1}{2}}^{l_2 L j_2} \quad \left[\frac{1+(-)}{2} \right] \left[\frac{1+(-)^{l_2+l_1+L}}{2} \right]$$

sendo E o autovalor de $(h_{RES}^2 - \frac{\pi^2}{2Y} J_2^2)$, omitindo-se um novo RPC: $-\frac{\pi^2}{2Y} \vec{J}_2 \cdot \vec{J}_2$.

As equações para o nêutron são bastantes simétricas às do proton:

$$\left[T_n + \frac{A^2}{2Y} J(J+1) + \frac{A^2}{2Y} J_2(J_2+1) - E \right] \frac{1}{k_2} a_{l_2 j_2}^{(J)}(k_2) =$$

$$= - \sum_{l_1 j_1} V_n^L(k_2) \frac{1}{k_2} a_{l_1 j_1}^{(J)}(k_2) \quad C_{\frac{1}{2} \ 0 \ \frac{1}{2}}^{j_2 L j_2} \quad C_{k \ 0 \ k}^{j_2 L j_2} \quad \left[\frac{1+(-)}{2} \right] \left[\frac{1+(-)^{l_2+l_1+L}}{2} \right]$$

No limite $J \rightarrow \infty$, $a_{l_2 j_2}^{(J)}$ e $a_{l_1 j_1}^{(J)}$ obedecem às mesmas equações.

As amplitudes radiais no laboratório e no sistema in-
trínseco relacionam-se pela transformação:

$$A_{\substack{(P) l_p j_p I_0 J M \\ l_0 j_0 I J M}}(k_0) = \begin{bmatrix} J_p & I & J \\ \mu - \beta & \beta & \mu \end{bmatrix} A_{\substack{(P) l_p j_p \beta K J M \\ l_0 j_0 \mu - \beta K J M}}(k_0) \begin{bmatrix} J_0 & I & J \\ \mu - \beta & \beta & \mu \end{bmatrix}$$

Os símbolos entre colchêtes são os coeficientes da trans-
formação entre a representação $|K\rangle$ e $|I\rangle$ para sistemas de mas-
sa par. Tal como são definidos em (4):

$$\begin{bmatrix} J_0 & I & J \\ \mu - \beta & \beta & \mu \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{\partial I + 1}{\partial J + 1}} \begin{matrix} C_{\substack{J_0 I J \\ \mu - \beta \beta \mu}} \\ C_{\substack{l_p j_p \beta K J M \\ l_0 j_0 \mu - \beta K J M}} \end{matrix}$$

A forma assintótica de ψ será, então:

$$\begin{aligned} \psi_{\substack{(P) l_p j_p \beta K J M \\ l_0 j_0 \mu - \beta K J M}}(k_0^1, k_0^2, \theta_i) \xrightarrow{k_0 \rightarrow \infty} C_E \left(\frac{\partial l_p + 1}{4\pi} \right)^{1/2} \sum_{\substack{l_p j_p \beta \\ J M \beta K}} C_{\substack{l_p j_p I_0 J \\ \mu - \beta \beta \mu}} \begin{bmatrix} J_p & I_0 & J \\ \mu - \beta & \beta & \mu \end{bmatrix} \\ \times \left\{ i^{l_p} e^{i\mu\theta_p} \frac{f_{l_p}^{\beta}(k_0^1, k_0^2)}{k_0} \langle \hat{k}_0^1 \hat{k}_0^2 \theta_i | l_p j_p \mu - \beta, K J M \rangle - \right. \\ \left. - \sum_{\substack{l_p j_p \mu - \beta \\ l_0 j_0 \mu - \beta}} i^{l_p - l_0} e^{i\mu\theta_p} \frac{f_{l_p}^{\beta}(k_0^1) - i f_{l_0}^{\beta}(k_0^1)}{k_0} \right. \\ \left. \times \langle \hat{k}_0^1 \hat{k}_0^2 \theta_i | l_0 j_0 \mu - \beta, K J M \rangle \right\} \end{aligned}$$

E verifica-se a relação (na aproximação adiabática):

$$A_{\substack{(P) l_p j_p I_0 J M \\ l_0 j_0 I J M}} = \begin{bmatrix} J_p & I_0 & J \\ \mu - \beta & \beta & \mu \end{bmatrix} A_{\substack{(P) l_p j_p \mu \beta J M \\ l_0 j_0 \mu - \beta J M}} \begin{bmatrix} J_0 & I & J \\ \mu - \beta & \beta & \mu \end{bmatrix}$$

Uma análise dos três tratamentos leva a agrupar os números quânticos:

R, j_1, I, k relacionam-se com o núcleo residual;

j_2 é o momento angular do próton;

I é o momento angular total.

No laboratório, a interação próton-núcleo residual é responsável pela não diagonalidade em I . Consequência da não conservação de I é que R também não se conserva, já que a interação em questão é entre o carôço e o próton, porque foi omitida a interação com o nêutron.

Os elementos de matriz do potencial sofrido pelo nêutron também são não diagonais em R , conservando-se I .

Examinando o núcleo residual no sistema intrínseco, ele é descrito por j_1, I, k . Mais uma vez, a interação próton-núcleo causa a não conservação de I . k é um bom número quântico ignorando RPC. O potencial $V(e_i, \vec{r}_i)$ tem, de novo, elementos de matriz diagonais em I . A aproximação adiabática, implícita na forma da função de onda do núcleo residual, provoca o desacoplamento entre j_1 e R .

Quando o próton também é tratado no sistema intrínseco, o problema passa a ser caracterizado por j_2, j_1, I, K e k . Os dois últimos são diagonais e, os números quânticos que não se conservam, R e I , não aparecem explicitamente neste tratamento. Isso resulta na forma simétrica das equações para as amplitudes radiais do próton e do nêutron. Observa-se que a forma da função de onda implica em duas aproximações sucessivas. A 1ª, causa o desacoplamento entre j_1 e R : a rotação não influencia o movimento do nêutron. O próton, porém, continua sofrendo sua ação através de I . Ao fazer a 2ª, este último acoplamento se desfaz e o movimento das partículas se realiza como se o carôço estivesse inerte.

$$\langle l_1 j m | V_{j_1 m_1} | l_2 j_2 m_2 \rangle = (-1)^{2j_1} C_{m_2 m_1 m}^{j_2 j_1 j} (2j+1)^{-1/2} \cdot \langle l_1 j || V_{j_1} || l_2 j_2 \rangle$$

De (5) e (14):

$$\langle l_1 j || V_{j_1} || l_2 j_2 \rangle = \sqrt{(2j+1)(2j_2+1)(2j_1+1)} \begin{Bmatrix} l_2 & j_2 & j \\ l_1 & j_1 & j \\ l & l & l \end{Bmatrix}$$

$$\cdot \langle l || V_{l_1} || l_2 \rangle \langle j || Z_{j_1} || j_2 \rangle$$

$$= \sqrt{(2j+1)(2j_2+1)(2j_1+1) \cdot 3} (-1)^{l_1+l_2}$$

$$\cdot \begin{Bmatrix} l_2 & j_2 & j \\ l_1 & j_1 & j \\ l & l & l \end{Bmatrix} C_{000}^{l l_1 l_2} \sqrt{\frac{(2l+1)(2l_2+1)}{4\pi}}$$

$$I = (-1)^{j_2+j_1+S+J+l_2} C_{000}^{l l_1 l_2} \sqrt{(2j+1)(2j_2+1)(2j_1+1)(2l+1)(2l_2+1) \cdot 3 \cdot (2I+1)}$$

$$\cdot \begin{Bmatrix} l_2 & j_2 & j \\ l_1 & j_1 & j \\ l & l & j \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_2 & j_1 & j \\ S & J & I \end{Bmatrix} C_{RS}$$

E, finalmente:

$$t_{L_0 J_0 S_0 J M}^{l_2 j_2 I_0 J M} = W^0 \sum_{\substack{l_2 j_2 I \\ l_1 j_1 S \\ l_1 j_1}} \int dx \left\{ x^J \frac{1}{\mu_R^k} A_{j_2 j_1 I}^{(D) l_2 j_2 I_0 J M} \frac{1}{k} a_{l_1 j_1 S}(x) \right\}$$

$$\cdot \frac{J}{k} A_{l_1 j_1 S}^{(D) l_2 j_2 S_0 J M}(x)$$

$$\cdot \begin{Bmatrix} l_2 & j_2 & j \\ l_1 & j_1 & j \\ l & l & j \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_2 & j_1 & j \\ S & J & I \end{Bmatrix} C_{000}^{l l_1 l_2} (-1)^{j_2+j_1+S+J+l_2}$$

$$\cdot \sqrt{\frac{(2j+1)(2j_2+1)(2j_1+1)(2l+1)(2l_2+1)(2I+1) \cdot 3}{4\pi}}$$

$$\langle l_1 j_1 m_1 | V_{j_1 m_1} | l_2 j_2 m_2 \rangle = (-1)^{2j_1} C_{m_1 m_1 m_2}^{j_1 j_1 j_2} (2j_1+1)^{-1/2} \cdot \langle l_1 j_1 || V_{j_1} || l_2 j_2 \rangle$$

De (5) e (14):

$$\langle l_1 j_1 || V_{j_1} || l_2 j_2 \rangle = \sqrt{(2j_1+1)(2j_2+1)(2j_1+1)} \begin{Bmatrix} l_2 j_2 j_1 \\ l_1 j_1 j_1 \\ l_1 l_1 j_1 \end{Bmatrix}$$

$$\cdot \langle l_1 || V_{l_1} || l_2 \rangle \langle l_1 || r_{j_1} || l_2 \rangle$$

$$= \sqrt{(2j_1+1)(2j_2+1)(2j_1+1) \cdot 3} (-1)^{l_1+1}$$

$$\cdot \begin{Bmatrix} l_2 j_2 j_1 \\ l_1 j_1 j_1 \\ l_1 l_1 j_1 \end{Bmatrix} C_{000}^{l_1 l_1 l_2} \sqrt{\frac{(2l_1+1)(2l_1+1)}{4\pi}}$$

$$I = (-1)^{2j_1+2j_2+S+J+l_1} C_{000}^{l_1 l_1 l_2} \sqrt{(2j_1+1)(2j_2+1)(2j_1+1)(2l_1+1)(2l_1+1) \cdot 3 \cdot (2I+1)}$$

$$\cdot \begin{Bmatrix} l_2 j_2 j_1 \\ l_1 j_1 j_1 \\ l_1 l_1 j_1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_1 j_1 j_2 \\ S J I \end{Bmatrix} G_{RS}$$

E, finalmente:

$$t_{L_0 J_0 S_0 J_0 M}^{L_1 J_1 I_1 J_1 M} = W^0 \sum_{\substack{L_2 J_2 I_2 \\ L_1 J_1 S_1 \\ L_1 J_1}} \int dx \left\{ x^S \frac{1}{\mu_R x} A_{L_2 J_2 I_2}^{(D) L_1 J_1 I_1 J_1 M}(\mu_R x) \frac{1}{x} a_{L_1 J_1 S}(\mu_R x) \right\}$$

$$\cdot \frac{1}{x} A_{L_1 J_1 S}^{(D) L_0 J_0 S_0 J_0 M}(x) \left\{ \dots \right\}$$

$$\cdot \begin{Bmatrix} l_2 j_2 j_1 \\ l_1 j_1 j_1 \\ l_1 l_1 j_1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_1 j_1 j_2 \\ S J I \end{Bmatrix} C_{000}^{l_1 l_1 l_2} (-1)^{2j_1+2j_2+S+J+l_1}$$

$$\sqrt{\frac{(2j_1+1)(2j_2+1)(2j_1+1)(2l_1+1)(2l_1+1)(2I+1) \cdot 3}{4\pi}}$$

Essa forma da amplitude de transição é idêntica a anterior já que:

$$\begin{bmatrix} \int & S I \\ \int & 0 \int \end{bmatrix} \alpha_{l_i f_i b_i}^{(k)} = \alpha_{l_i f_i S}^{(k)}$$

Escrevendo:

$$|l_p f_p b_i I J M\rangle = \sum_{l_f f_f} \alpha_{l_f f_f b_i}^{(k)} |l_p f_p l_f f_f b_i I J M\rangle$$

surge explicitamente a regra de seleção para o momento transferido e sua componente no eixo de simetria:

$$|l_p f_p l_f f_f b_i I J M\rangle = \sum_{S_0} \begin{bmatrix} \int & S_0 I_0 \\ \int & 0 \int \end{bmatrix} |l_p f_p l_f f_f S_0 I_0 J M\rangle$$

Usando as funções (III.2) e (III.5) para os sistemas inicial e final, a amplitude de transição no sistema intrínseco tem a forma:

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} (p) l_p f_p b_i K J M \\ (f) l_f f_f b_i K J M \end{matrix} = \sum_{\substack{l_f f_f \\ l_i f_i \\ l_j}} \left\{ \int d\vec{x} \int d\vec{x}' \int d\Omega_i \frac{1}{k_0} A_{l_f f_f b_i}^{(k_0)} \right. \\ & \times \frac{1}{k_1} \alpha_{l_i f_i b_i}^{(k_1)} \\ & \times \left. \langle l_p f_p b_i, l_f f_f b_i, K J M | \hat{R}_i^{\dagger} \hat{k}_i^{\dagger} \theta_i \rangle \frac{1}{R} V(\vec{R}) \langle \vec{k}^{\dagger} \hat{R}_i^{\dagger} \theta_i | l_i f_i K J M \rangle \right. \\ & \left. \times \frac{1}{R} A_{l_i f_i b_i}^{(R)} \right\} \end{aligned}$$

A integração em $d\Omega_i$ resulta $G_{\mu, \kappa}$ e k_{0p} realmente se reduz às integrais vetoriais de funções de onda intrínsecas de (I.1).

Usando a aproximação de alcance zero e fazendo a substituição de variáveis:

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} (p) l_p f_p b_i K J M \\ (f) l_f f_f b_i K J M \end{matrix} = \sum_{\substack{l_f f_f \\ l_i f_i \\ l_j}} \left\{ \int d\vec{x} \frac{1}{\mu R^2} A_{l_f f_f b_i}^{(\mu R)} \frac{1}{k} \alpha_{l_i f_i b_i}^{(k)} \frac{1}{k} A_{l_i f_i b_i}^{(k)} \right. \\ & \left. \times \langle l_p f_p b_i, l_f f_f b_i, K J M | \hat{R}_i^{\dagger} \hat{k}_i^{\dagger} \theta_i \rangle \langle \vec{k}^{\dagger} \hat{R}_i^{\dagger} \theta_i | l_i f_i K J M \rangle \right\} \end{aligned}$$

Lembrando das simetrias da função de onda :

$$\begin{aligned}
 \langle l_0, j_0, K-b, l_1, j_1, b | l, j, K \rangle &= \frac{1}{2} \left\{ \langle l_0, j_0, K-b | \langle l_1, j_1, b | | l, j, K \rangle + \right. \\
 &+ (-1)^{j+K} (-1)^{j_0+K-b} (-1)^{j_1+b} \langle l_0, j_0, -(K-b) | \langle l_1, j_1, -b | | l, j, -K \rangle \left. \right\} \\
 &= (-1)^{l_1} \sqrt{\frac{(2j_0+1)(2j_1+1)(2l+1)(2l_1+1) \cdot 3}{4\pi}} \times \\
 &\times \begin{matrix} C_{l_0, j_0, K-b}^{l_0, j_0, l} & C_{l_1, j_1, b}^{l_1, j_1, l} & \begin{pmatrix} l_0 & j_0 & l_0 \\ l_1 & j_1 & l_1 \\ l & j & l \end{pmatrix} \end{matrix}
 \end{aligned}$$

E, finalmente:

$$\begin{aligned}
 \begin{matrix} (1) l_0, j_0, K, N, M \\ \dagger \\ (2) l_0, j_0, N, M \end{matrix} &= W^0 \sum_{\substack{l_0, j_0 \\ l_1, j_1 \\ l, j}} \left\{ \int d\Omega \, e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \left[\frac{1}{\mu_r k} A_{l_0, j_0, b}^{(1) l_0, j_0, K, N, M} \left(\frac{\mu_r k}{k} \right) \frac{1}{k} C_{l_1, j_1, b}^{(2) l_1, j_1, K} \right. \right. \\
 &\times \left. \left. \frac{1}{k} A_{l, j, K}^{(3) l, j, N, M} \left(k \right) \right] \right\} \\
 &\times (-1)^{l_1} \sqrt{\frac{(2j_0+1)(2j_1+1)(2l+1)(2l_1+1) \cdot 3}{4\pi}} \times \\
 &\times \begin{matrix} C_{l_0, j_0, K-b}^{l_0, j_0, l} & C_{l_1, j_1, b}^{l_1, j_1, l} & \begin{pmatrix} l_0 & j_0 & l_0 \\ l_1 & j_1 & l_1 \\ l & j & l \end{pmatrix} \end{matrix}
 \end{aligned}$$

Observa-se que a expressão acima é diagonal em K e k e independente de J .

Cabe aqui uma verificação da transformação ligando as amplitudes de transição no laboratório e no sistema intrínseco. A relação (1.2) é facilmente provada lembrando as relações entre as amplitudes radiais e que:

$$\sum_{IS} \begin{bmatrix} J & S & I \\ \ell & 0 & \ell \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J & I & J \\ \mu & \ell & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J & S & J \\ \mu & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (-)^{\ell_0 + \ell_1 + S + J}$$

$$\times \sqrt{\frac{(2J+1)(2I+1)}{(2\ell+1)}} \begin{bmatrix} \ell & \ell & 0 \\ S & J & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ell_0 & \ell_1 & \ell \\ \mu & \mu & \mu \end{bmatrix}$$

V. Comentários finais.

Nas secções anteriores, a reacção de stripping foi estudada explorando-se a separação entre movimento coletivo e intrínseco no alvo e núcleo residual. Como consequência, a amplitude de transição na aproximação adiabática se reduz a integrais vetoriais sobre funções de onda intrínsecas diagonais na projeção do momento angular total no eixo de simetria.

Como critério de validade da aproximação adiabática usa-se o valor da energia do projétil comparado ao dos níveis rotacionais do alvo. Se o 1º for maior, a aproximação é razoável. Para espalhamento de projéteis de energia de (10-30) MeV, isso se verifica, já que a separação entre os níveis rotacionais é da ordem de 200 KeV para núcleos na região $150 < A < 190$ e 100 KeV na região $A > 222$.

Cálculos feitos em (15) para espalhamento de nêutrons por núcleos deformados demonstram que a aproximação acarreta erro de menos de 10% nas secções de choque.

Referências:

- (1) G. R. Satchler, *Ann. of Phys.* 3 (1958).
- (2) P. J. Iano & R. Austern, *Phys. Rev.* 151, 3 (1966).
- (3) J. D. Rogers, *Ann. Rev. of Modern Phys.* 15 (1965).
- (4) A. K. Kerman & A. F. R. T. Piza, *Ann. of Phys.* 66, 1 (1971).
- (5) A. Messiah, "Quantum Mechanics".
- (6) W. Tobocman, "Theory of Direct Reactions".
- (7) R. H. Lemmer, *Rep. on Prog. in Phys.*, 29, 1 (1966).
- (8) S. G. Nilsson, *Dan. Mat. Fys. Medd.* 29, 16 (1955).
- (9) G. R. Satchler & S. K. Penny, *Nuc. Phys.* 53 (1964).
- (10) A. Bohr & B. R. Mottelson, *Dan. Mat. Fys. Medd.*; 27, 16 (1953).
- (11) A. Bohr, *Dan. Mat. Fys. Medd.* 26, 14 (1952).
- (12) T. Tamura, *Rev. of Mod. Phys.* 37, 4 (1965).
- (13) G. R. Satchler, *Nuc. Phys.* 55 (1964).
- (14) A. R. Edmonds, "Angular Momentum in Quantum Mechanics".
- (15) A. R. Edmonds, D. M. Chase & L. Wilets, *Phys. Rev.* 110, 5 (1958).