



Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Departamento de Sistemas e Controle de Energia

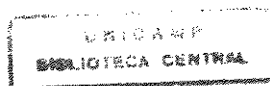
**MODELO DE SENSIBILIDADE DE POTÊNCIA  
PARA ANÁLISE DA  
ESTABILIDADE DE TENSÃO  
EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA**

**Autora: Cynthia Mendonça Moreira**

**Orientador: Prof. Dr. Vivaldo Fernando da Costa**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Campinas, junho de 1997



Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida por *Cynthia Mendonça Moreira* e aprovada pela Comissão

Julgadora em *06/06/97*

*Vivaldo Fernando da Costa*  
Orientador

841478

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	Unicamp
	M818 m
V. Ex	
TOMBO B. /	31913
PROC.	281/57
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	21/10/97
N.º CPD	

CM-00101566-2

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

M818m Moreira, Cynthia Mendonça  
Modelo de sensibilidade de potência para análise da  
estabilidade de tensão em sistemas de energia elétrica /  
Cynthia Mendonça Moreira.--Campinas, SP: [s.n.], 1997.

Orientador: Vivaldo Fernando da Costa.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
Computação.

1. Sistemas de energia elétrica - Estabilidade. 2.  
Colapso (Eletricidade). I. Costa, Vivaldo Fernando da. II.  
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de  
Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

*"Nossa liberdade, hoje, nada mais é senão a livre  
escolha de lutar para nos tornarmos livres ... Temos de  
aceitar muitas coisas, se desejarmos mudar algumas  
poucas".*

*Sartre, 1953*

*Dedico esta pequena realização a minha mãe e a tia  
Hélia.*

*Faz tempo, queria contar para a sua ternura, essas  
coisas miúdas que nós entendemos.*

*Ào João*

## **Agradecimentos**

---

- Ao professor Vivaldo pela excelente e dedicada orientação;
- A minha irmã Cynara pelo carinho e amizade;
- Aos professores Ana Cristina, Bim, Castro, Murari, Vivaldo e Yaro pelos conhecimentos transmitidos;
- A Luiz pela nova amizade e por seus excelentes comentários e sugestões;
- Aos amigos Armando, Adriana, André, Alysson, Elias, Fernando, Fernando Pereira, Getúlio, Gustavo, José, Márcio, Pilar, Roberta pela amizade e boas risadas.

# ÍNDICE

<b>Resumo</b>	<b>i</b>
<b>Abstract</b>	<b>ii</b>
<b>Simbologia</b>	<b>iii</b>
<b>CAPÍTULO 1</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO 2</b>	<b>3</b>
<b>2.1 Introdução</b>	<b>3</b>
<b>2.2 Estabilidade de Tensão</b>	<b>4</b>
2.2.1 Mecanismos de Colapso de Tensão	4
2.2.2 Classificação da Estabilidade de Tensão	5
2.2.2.1 Estabilidade de Pequenas Perturbações	6
2.2.2.2 Estabilidade de Grandes Perturbações	8
<b>2.3 Metodologias de Análise da Estabilidade de Tensão</b>	<b>9</b>
2.3.1 Abordagens Estáticas	9
2.3.1.1 Método de Curvas P-V e Q-V	9
2.3.1.2 Análise Modal Estática	10
2.3.1.3 Bifurcação Estática	12
2.3.1.4 Índices	12
2.3.2 Abordagens Dinâmicas	13
2.3.2.1 Análise Modal	13
2.3.2.2 Simulação no Domínio do Tempo	13
<b>CAPÍTULO 3</b>	<b>14</b>

<b>3.1 Introdução</b>	<b>14</b>
<b>3.2 Modelo de Sensibilidade de Potência (MSP)</b>	<b>15</b>
3.2.1 Representação em Diagrama de Blocos	16
3.2.2 Análise Modal	22
Teoria das Bifurcações	23
3.2.3 Representação de Espaço de Estados do MSP	24
3.2.4 Cargas Dinâmicas	27
3.2.4.1 Modelo de Mansour	28
3.2.4.2 Modelo de Hill	32
<b>3.3 Limite de Controlabilidade de Tensão</b>	<b>35</b>
<b><u>CAPÍTULO 4</u></b>	<b><u>40</u></b>
<b>4.1 Introdução</b>	<b>40</b>
<b>4.2 Simulações e resultados</b>	<b>41</b>
4.2.1 Carga Estática	42
4.2.2 Carga Dinâmica	50
4.2.2.1 Formulação Polinomial	50
4.2.2.2 Formulação Exponencial	54
<b><u>CAPÍTULO 5</u></b>	<b><u>58</u></b>
<b>Sugestões para trabalhos futuros</b>	<b>59</b>
<b><u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u></b>	<b><u>60</u></b>
<b><u>APÊNDICE A</u></b>	<b><u>65</u></b>
<b><u>APÊNDICE B</u></b>	<b><u>67</u></b>
<b><u>APÊNDICE C</u></b>	<b><u>70</u></b>
<b><u>APÊNDICE D</u></b>	<b><u>71</u></b>
<b><u>APÊNDICE E</u></b>	<b><u>72</u></b>

## Resumo

---

Neste trabalho é apresentado um modelo, em duas versões, baseado na metodologia do balanço nodal de potência para a análise da estabilidade de tensão de um sistema isolado, sob condições de pequenas perturbações. A principal característica exibida por este modelo reside na preservação da estrutura do sistema. Em consequência disto, é possível efetuar comparações entre as análises dinâmica e estática do problema. Os resultados obtidos através de simulações realizadas para diferentes modelos do gerador e da carga, demonstram a importância da modelagem destes dispositivos para a análise da estabilidade de tensão.



## **Abstract**

This work presents two versions of a model based on power balance methodology for small signal voltage stability studies of a isolated system. The main characteristic of this model relies on the preservation of the system's structure. As a consequence, it is possible to compare the dynamic and static approaches of the problem. Test results for different generator and load models show the importance of generator and load modelling on voltage stability studies.

## Simbologia

$A_{1g}, A_{2t}, A_{3g}, A_{4g}$	coeficientes de sensibilidade de potência ativa referentes ao gerador;
$A_{1t}, A_{2t}, A_{3t}$	coeficientes de sensibilidade de potência ativa referentes a rede;
$A_{1c}, A_{cd}$	coeficientes de sensibilidade de potência ativa referentes a carga;
$R_{1g}, R_{2t}, R_{3g}, R_{4g}$	coeficientes de sensibilidade de potência reativa referentes ao gerador;
$R_{1t}, R_{2t}, R_{3t}$	coeficientes de sensibilidade de potência reativa referentes a rede;
$R_{cd}, R_{1c}$	coeficientes de sensibilidade de potência reativa referentes a carga;
$E'_d$	componente de eixo direto da tensão transitória;
$E'_q$	componente de eixo em quadratura da tensão transitória;
$E_{fd}$	tensão de campo do gerador;
$H$	constante de inércia;
$K_e$	ganho estático do regulador de tensão;
$T_e$	constante de tempo do regulador de tensão do tipo estático;
$T_{do}$	constante de tempo transitória de eixo direto com estator em circuito aberto;
$T_{qo}$	constante de tempo transitória do eixo q com estator em circuito aberto;
$x_d$	reatância síncrona de eixo direto;
$x'_d$	reatância transitória de eixo direto;
$x_q$	reatância síncrona de eixo em quadratura;
$x'_q$	reatância transitória do eixo em quadratura;
OLTC's	On-Load Tap Changers;
MHP	Modelo de Heffron-Phillips;
MSP	Modelo de Sensibilidade de Potência.

# Capítulo 1

## 1.1 Introdução

Nos últimos dez anos, a maioria dos blecautes (parciais ou totais) que ocorreram em sistemas elétricos de potência, de vários países, foram relacionados ao fenômeno da instabilidade de tensão. Esta instabilidade, caracterizada, em geral, por um declínio progressivo das tensões do sistema, tende a ocorrer em sistemas altamente carregados, e está essencialmente relacionada ao suporte insuficiente de reativos do sistema quando a demanda da carga torna-se excessiva.

A instabilidade de tensão é um processo dinâmico regido, essencialmente, pelo comportamento dinâmico das cargas do sistema, e a reprodução mais precisa deste fenômeno é propiciada pela simulação não linear no domínio do tempo. No entanto, devido à natureza lenta deste processo, metodologias estáticas tem sido intensamente utilizadas para abordar este problema.

Neste trabalho é apresentado um modelo, em duas versões, baseado na metodologia do balanço nodal de potência para a abordagem dinâmica do problema da estabilidade de tensão, sob condições de pequenas perturbações. A primeira versão é um modelo de simulação linear no domínio do tempo, análogo ao modelo desenvolvido em [Deckmann, 1994] para a análise da estabilidade de ângulo. A representação de espaço de estados deste modelo caracteriza a segunda versão (análise modal).

A principal característica exibida por este modelo reside na preservação da estrutura do sistema. No tocante a análise modal (segunda versão), isto se traduz pela preservação do jacobiano do fluxo de potência como uma submatriz da matriz jacobiana do sistema dinâmico, o que possibilita efetuar comparações entre a análise dinâmica (autovalores) e a análise estática (singularidade do jacobiano do fluxo de potência).

Ambas as versões foram desenvolvidas para a análise da estabilidade de tensão de um sistema isolado (gerador conectado através de uma linha de transmissão a uma carga assíncrona), para o qual estão envolvidas, conforme salientado por Hill e Hiskens [Hill, 1994], questões não triviais relativas a estabilidade de tensão.

Este trabalho tem o objetivo de demonstrar o potencial didático deste modelo para a compreensão dos aspectos básicos do problema da estabilidade de tensão. A sua organização é apresentada a seguir.

No capítulo 2 são abordados, inicialmente, conceitos básicos sobre o fenômeno da estabilidade de tensão, bem como as causas de seu aparecimento. Em seguida, uma classificação do problema é realizada, e os principais métodos de análise (estáticos e dinâmicos) são brevemente descritos.

No capítulo 3 é apresentado o modelo proposto neste trabalho para a análise da estabilidade de tensão.

O capítulo 4 apresenta o resultados de simulações obtidos através das duas versões do modelo, considerando diferentes modelos do gerador e da carga.

O capítulo 5 apresenta as conclusões gerais deste trabalho, bem como sugestões para possíveis continuações.

## Capítulo 2

### Estabilidade de Tensão de Sistemas de Energia Elétrica

#### 2.1 Introdução

Desde o início das interligações dos sistemas elétricos de potência no final dos anos 50, os problemas da estabilidade transitória e das oscilações eletromecânicas de baixa frequência têm se constituído nos principais obstáculos à operação estável destes sistemas. Em ambos os casos, a essência do problema reside na manutenção da operação síncrona do sistema, a qual pode exigir a introdução artificial de amortecimento se os geradores oscilam, a redução da geração ou a introdução de resistores de frenagem (“braking resistors”) se existir um excesso de geração, bem como o corte de cargas do sistema (“load shedding”) se existir um déficit de geração. Estes problemas, referidos na literatura como problemas de estabilidade de ângulo, têm sido intensivamente investigados, e diversos meios de controle para estabilizar o sistema, tais como os estabilizadores de sistemas de potência (ESP) e ação rápida da válvula da turbina (“fast valving”), tem sido desenvolvidos.

O aumento contínuo das interligações associado ao crescente aumento na demanda de carga tem provocado mudanças significativas nas características dinâmicas dos sistemas de potência. Tendo em vista que as restrições (econômicas e ambientais) ao desenvolvimento de novas linhas de transmissão e unidades geradoras também aumentaram, existe uma tendência

continua no planejamento e na operação destes sistemas de maximizar a utilização de suas instalações (geração e transmissão), de modo a atender a crescente demanda da carga. Esta prática tem levado ao aparecimento de problemas relacionados ao controle da potência reativa do sistema, os quais podem ou não envolver a instabilidade de ângulo. Na maioria dos casos a instabilidade tem se caracterizado por um declínio progressivo e incontrolável das tensões das barras do sistema, e a causa principal da ocorrência deste fenômeno, denominado instabilidade de tensão, reside na incapacidade do sistema de atender a demanda de potência reativa.

## **2.2 Estabilidade de Tensão**

A estabilidade de tensão refere-se à capacidade dos sistemas de potência de manter em níveis aceitáveis as tensões em todas as barras do sistema sob condições normais de operação, e após a ocorrência de um distúrbio. Um sistema entra em estado de instabilidade de tensão quando uma perturbação ou um aumento na demanda de carga causa uma progressiva e incontrolável queda nas tensões. Esta instabilidade é essencialmente um fenômeno local, mas a sua ocorrência pode levar uma parte significativa do sistema a um perfil de baixa tensão, e nestas condições, poderá ocorrer um blecaute parcial ou total. Este tipo de instabilidade tem sido referido na literatura como colapso de tensão, e como exemplos podem ser citados os colapsos ocorridos nos seguintes sistemas [Kundur, 1993], [Lemos, 1994]:

- Sistema Nordeste da Bélgica, em 1982;
- Sistema da Flórida, em 1982;
- Sistema da Suécia, em 1983;
- Sistema da França, em 1987;
- Sistema do Japão, em 1987;
- Sistema Sul do Brasil, em 1994

### ***2.2.1 Mecanismos de Colapso de Tensão***

A instabilidade ou colapso de tensão é um processo dinâmico, podendo abranger uma faixa de tempo de fração de segundos a dezenas de minutos, e ocorre essencialmente devido à incapacidade do sistema de manter o balanço de reativos ao longo deste processo dinâmico, desencadeado por uma contingência ou por um pequeno aumento na demanda de carga. Esta

incapacidade é, basicamente, devida ao comportamento dinâmico exibido pelas cargas do sistema, bem como pela ação de dispositivos, tais como os OLTC's e os limitadores de corrente de campo e de armadura dos geradores síncronos.

A instabilidade de tensão é regida pelo comportamento dinâmico que as cargas exibem ao drenarem do sistema a corrente necessária para satisfazer a demanda ao nível pré-perturbação. Para cargas como os motores de indução esta característica é inerente. Outras exibem estas características devido a ação de mecanismos de controle, tais como os OLTC's. Estes processos de restauração da carga requerem mais potência reativa do sistema, e se esta não puder ser atendida devido as restrições da rede de transmissão e/ou aos limites de reativos dos geradores, o colapso de tensão será inevitável, caso medidas corretivas não sejam tomadas em tempo hábil.

### 2.2.2 Classificação da Estabilidade de Tensão

O problema da estabilidade de tensão, assim como o da estabilidade de ângulo, pode ser investigado segundo dois aspectos: estabilidade a pequenas e grandes perturbações [Kundur, 1993], os quais podem ser visualizados considerando o sistema mostrado na Figura 2.1, para o qual a curva P-V mostrada na Figura 2.2 pode ser obtida.

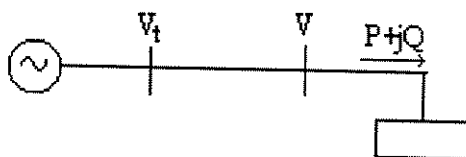


Figura 2.1 - Sistema gerador-linha-carga

A curva P-V mostra a variação da tensão da barra de carga conforme a demanda (P) aumenta, e sua obtenção envolve a realização de sucessivos fluxos de potência, estando implícito que a tensão da barra terminal do gerador é perfeitamente controlada ( $V_t$  - constante). O limite máximo de transferência de potência é atingido em  $P_{m\acute{a}x}$ . Este ponto de operação, de tensão crítica  $V_{crit}$ , é comumente referido na literatura como o “nariz” da curva P-V, e é caracterizado pela não convergência do fluxo de carga, sendo também definido como limite (estático) de estabilidade de tensão [Prada, 1990], [Navarro, 1991].

Se o gerador operar com excitação constante, uma alteração na modelagem do fluxo de potência torna-se necessário. Neste caso, a tensão constante é a tensão interna atrás da reatância síncrona ( $V_g$ ) [Pal, 1992], [Cañizares, 1992]. A curva P-V correspondente é mostrada na Figura 2.2.

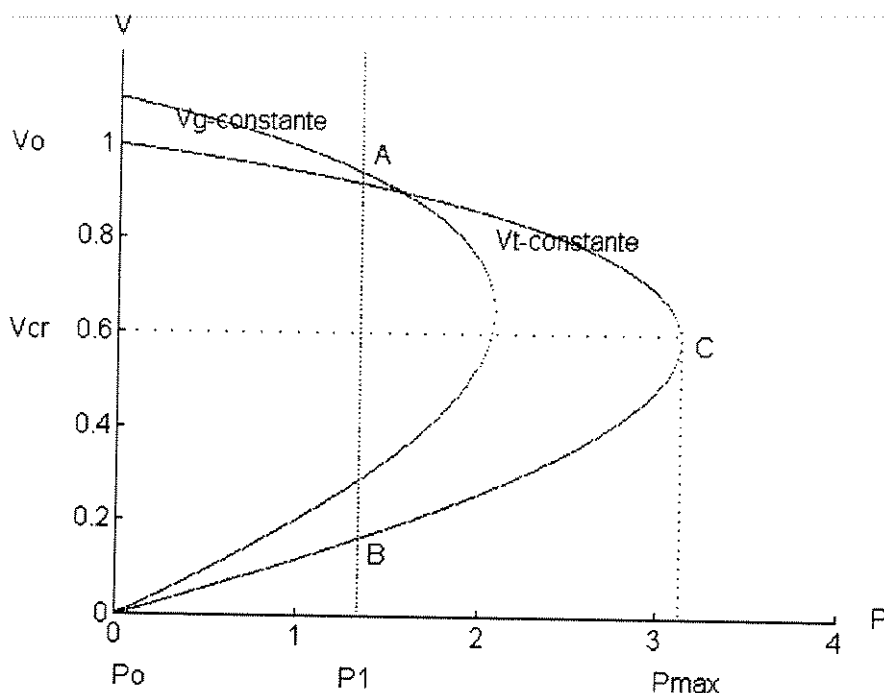


Figura 2.2- Curva P-V para o sistema mostrado na Figura 2.1

### 2.2.2.1 Estabilidade de Pequenas Perturbações

A Figura 2.2 mostra que para uma carga de potência constante  $P_1$ , a interseção da característica desta carga (linha vertical) com a curva P-V resulta em dois pontos de equilíbrio A e B. A estabilidade destes pontos pode ser avaliada, considerando que a curva P-V expande-se com a injeção adicional de reativos, e portanto, que as áreas internas e externas são caracterizadas, respectivamente, por excesso e déficit de reativos. Desta maneira, para uma pequena perturbação o ponto de equilíbrio A é estável, visto que a tensão não pode subir para a área de déficit de reativos, nem descer para a área de excesso de reativos. Por outro lado, o ponto de equilíbrio B é instável, pois para uma pequena variação de reativos, a tensão irá subir devido ao excesso de suprimento de reativos da área interna, ou irá descer pela falta de reativo da área externa [Sekine, 1992].

Considerando uma carga com fator de potência unitário, cuja dinâmica é representada por:



$$T \frac{dG}{dt} = P_1 - V^2 G \quad (2.1)$$

onde  $G$  é a condutância da carga ajustada dinamicamente para manter a demanda de potência ao nível pré-perturbação ( $P_1$ ), e  $T$  é a constante de tempo da carga, Pal [Pal, 1992] demonstrou que se o estado final do sistema após a ocorrência de uma pequena perturbação situar-se na região  $V_0ACB$  da curva P-V (Figura 2.2), o sistema é estável, isto é, o ponto de operação irá se deslocar para o ponto de equilíbrio A. A região  $V_0ACB$ , ou seja, a região da curva P-V à direita do ponto de equilíbrio B, é a região de atração do ponto de equilíbrio A.

Se parte da carga descrita na equação (2.1) for estática, ou seja, se a carga total for da forma:

$$P = V^2(G + G_L) \quad (2.2)$$

onde  $G_L$  é a condutância da parte resistiva da carga, a característica da carga poderá ser representada pela curva a na Figura 2.3, tendo A e B como pontos de equilíbrio.

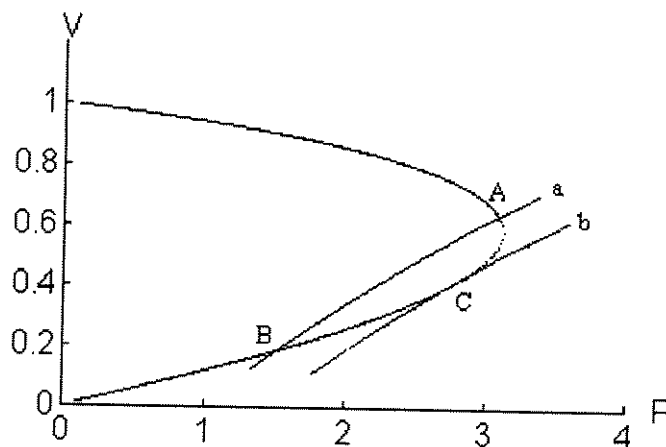


Figura 2.3 - Curva P-V e característica da carga

Se a carga for aumentada, seja pela parcela resistiva ou pela parcela de potência constante, até o ponto em que a característica desta seja tangente a curva P-V (curva **b**), o sistema atinge o limite de estabilidade de tensão no ponto C na Figura 2.3, que conforme pode-se notar, situa-se abaixo do “nariz” da curva P-V. Pal [Pal, 1992] demonstrou que este limite é indicado pela singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de carga modificado pela inclusão das características estáticas das cargas.

Cabe salientar, que nas análises abordadas anteriormente é suposto que a ação dos mecanismos que restauram a demanda de carga, seja mais lenta que a do sistema de controle de tensão do gerador. Quando as velocidades de resposta destes dispositivos são comparáveis, a dinâmica do controle de tensão do gerador não pode ser ignorada.

### 2.2.2.2 Estabilidade de Grandes Perturbações

Quando o sistema é submetido a grandes perturbações, tais como: faltas, perdas de grandes blocos de carga ou de geração, o grau de detalhamento da modelagem do sistema para a análise da estabilidade de tensão depende, também, da velocidade de resposta das cargas e dos controles de tensão dos geradores. Caso estas velocidades sejam comparáveis, como por exemplo para cargas constituídas predominantemente por grandes motores de indução, uma modelagem dinâmica detalhada, bem como uma avaliação do comportamento dinâmico não-linear do sistema são necessárias. Este aspecto do problema é referido na literatura como estabilidade transitória de tensão [Taylor, 1993].

Se a dinâmica da carga for lenta em relação a do gerador, e parte da carga for estática, a estabilidade de grandes perturbações é garantida pela existência de um ponto de equilíbrio estável para o sistema pós-perturbação [Pal, 1992]. Isto pode ser visualizado, considerando que o sistema mostrado na Figura (2.1) alimenta inicialmente uma carga  $P_1$ , e supondo a ocorrência de uma perturbação (perda de uma linha de transmissão). As curvas pré e pós-perturbação são mostradas na Figura (2.4).

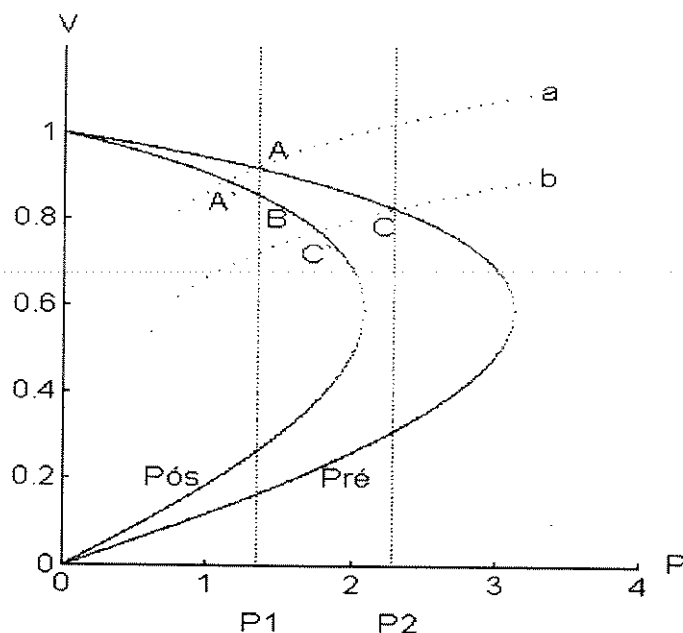


Figura 2.4 - Curvas P-V ( Pré e Pós- perturbação) e características da carga

Para a carga inicial  $P_1$ , os pontos A e B são, respectivamente, os pontos de equilíbrio estáveis pré e pós-perturbação. Tendo em vista, que após a ocorrência de uma perturbação a carga se comporta instantaneamente como impedância constante, o ponto de operação move-se de A para A', interseção da curva a com a curva P-V pós-perturbação. Como A' situa-se dentro da região de atração do ponto de equilíbrio estável B do sistema pós-perturbação, o sistema é estável, sendo levado a operar neste ponto pelo processo dinâmico de restauração da carga.

Para a carga inicial  $P_2$  (maior do que a máxima potência a ser suprida pelo sistema pós-perturbação) o ponto de operação move-se de C para C' instantaneamente após a ocorrência da perturbação. Como neste caso não existe ponto de equilíbrio estável para o sistema pós-perturbação, o colapso de tensão será inevitável caso o sistema tente manter a demanda pré-perturbação ( $P_2$ ). Tendo em vista, que o processo de restauração da carga é lento, existe, em geral, tempo suficiente para que medidas corretivas possam ser tomadas, de modo a garantir a estabilidade do sistema [Van Cutsem, 1996].

## 2.3 Metodologias de Análise da Estabilidade de Tensão

Embora a instabilidade ou colapso de tensão seja um processo dinâmico, a lentidão que caracteriza este processo torna possível a utilização de técnicas baseadas em equações estáticas,

essencialmente as equações do fluxo de potência, para o desenvolvimento de algoritmos que indiquem o quão perto o sistema está da instabilidade, bem como quais as medidas corretivas necessárias para evitá-la. Uma formulação dinâmica completa para esta avaliação envolve altos custos computacionais (tempos de processamento e memória), e os centros de controle necessitam de técnicas muito mais rápidas para serem capazes de evitar que a instabilidade ocorra [Fink, 1994]. Esta é a razão pela qual em aplicações práticas, a maioria dos programas desenvolvidos serem baseados em modelos estáticos [Mansour, 1993].

### **2.3.1 Abordagens Estáticas**

Os métodos estáticos de análise da estabilidade de tensão buscam responder, conforme salientado anteriormente, questões relativas a margens de estabilidade, bem como aos mecanismos de instabilidade. Alguns dos principais métodos relatados na literatura são abordados em seguida.

#### **2.3.1.1 Método de Curvas P-V e Q-V**

Estes métodos envolvem a geração de curvas P-V e Q-V para barras de carga selecionadas do sistema (baseados na experiência do operador) através da execução de sucessivos fluxos de potência convencionais. A essência destes métodos, tradicionalmente utilizados pelas concessionárias de energia elétrica, reside na determinação da demanda máxima que o sistema pode atender (pontos “nariz” das curvas P-V e Q-V), identificada como o limite de estabilidade de tensão do sistema. Estes métodos envolvem várias limitações, dentre as quais o fato de estressarem cada barra independentemente, o que pode deturpar as condições de estabilidade, bem como o fato de não propiciarem informações sobre os mecanismos da instabilidade [Taylor, 1993], [Kundur, 1993], [Mansour, 1993].

#### **2.3.1.2 Análise Modal Estática**

Este método é essencialmente relacionado ao modelo linearizado que resulta da solução de um fluxo de potência do sistema, expresso por:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{PV} \\ J_{Q\theta} & J_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

onde

$\Delta P$  - variação incremental de potência ativa

$\Delta Q$  - variação incremental de potência reativa

$\Delta \theta$  - variação incremental do ângulo da tensão nodal

$\Delta V$  - variação incremental da magnitude da tensão nodal

Os elementos da matriz jacobiana representam as sensibilidades entre as variações das injeções de potência e as variações das tensões nas barras do sistema, os quais podem ser alterados para incluir as características (estáticas) dos geradores, cargas e dispositivos de compensação reativa [Kundur, 1993].

Supondo nulas as variações de potência ativa ( $\Delta P=0$ ), a seguinte relação incremental pode ser obtida a partir da equação (2.3):

$$\Delta Q = J_R \Delta V \quad (2.4)$$

ou

$$\Delta V = J_R^{-1} \Delta Q \quad (2.5)$$

onde

$$J_R = [J_{QV} - J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{PV}]$$

é a matriz jacobiana reduzida do sistema.

A partir do cálculo dos autovalores e autovetores esquerdos e direitos deste jacobiano reduzido, Gao, Morison e Kundur [Gao, 1992] introduziram o conceito de modo de instabilidade de tensão. Para o  $i$ -ésimo modo tem-se:

$$\Delta v_i = \frac{1}{\lambda_i} \Delta q_i \quad (2.6)$$

onde  $\Delta v$  e  $\Delta q$  são denominados, respectivamente tensão modal e potência reativa modal, e  $\lambda$  é o autovalor. Cada tensão modal é uma combinação linear das variáveis das tensões das barras do sistema, e cada potência reativa modal é uma combinação linear das respectivas potências modais.

Conforme se pode notar pela expressão (2.6), a instabilidade ocorre quando  $\lambda_i=0$ , visto que nesta condição, uma pequena variação de  $\Delta q_i$  acarreta em uma variação infinita de  $\Delta v_i$ . Se

$\lambda_i > 0$ , as variações  $\Delta v_i$  e  $\Delta q_i$  ocorrem no mesmo sentido, indicando que o sistema é estável. Se  $\lambda_i < 0$ , as variações ocorrem em sentido contrário, indicando que o sistema é instável.

Baseado nos autovetores direitos e esquerdos de  $J_R$  estes autores determinaram fatores de participação das barras, geradores e linhas de transmissão nos modos críticos do sistema, obtendo, desta maneira, informações valiosas sobre os mecanismos da instabilidade, bem como sobre as áreas mais vulneráveis a problemas de estabilidade de tensão.

### 2.3.1.3 Bifurcação Estática

A mais rica abordagem que tem sido utilizada para caracterizar o fenômeno da instabilidade de tensão é a teoria das bifurcações. Através desta teoria é possível visualizar as mudanças qualitativas que ocorrem no comportamento dinâmico do sistema, para certos valores de seus parâmetros. A abordagem do problema da estabilidade de tensão baseada nesta teoria foi realizada pela primeira vez por Kwatny e outros [Kwatny, 1986], através das equações do fluxo de potência.

Conforme os parâmetros do sistema são variados gradativamente, mudanças qualitativas na resposta no domínio do tempo podem ocorrer. Estas mudanças são denominadas **bifurcações**, e os valores dos parâmetros para os quais elas ocorrem são denominados de **valores de bifurcação**. Através da abordagem estática (fluxo de potência) o ponto de equilíbrio para o qual um dos parâmetros atinge este valor crítico é denominado **ponto de bifurcação nó-sela (saddle node)** ou **bifurcação estática**. Neste ponto o jacobiano do fluxo de potência é singular [Abed, 1990], [Bompard, 1993], [Kwatny, 1995]. Através da curva P-V mostrada na Figura 2.3 pode ser visualizado que a bifurcação nó-sela ocorre quando um ponto de equilíbrio instável B (sela) aproxima-se de um ponto de equilíbrio estável A (nó), conforme a demanda (parâmetro) aumenta [Lemos, 1996], [Rocha, 1996].

### 2.3.1.4 Índices

Vários indicadores da proximidade de um dado ponto de operação do sistema ao ponto de colapso de tensão, identificado como aquele em que a bifurcação estática ocorre, têm sido desenvolvidos. Praticamente todos são determinados através da análise da matriz jacobiana que resulta da execução de um fluxo de potência do sistema, e portanto, se baseiam em alguma medida do grau de singularidade desta matriz [Lof, 1993], [Nema, 1996], [Chiang, 1995]. Fluxos

de potência ótimo também tem sido propostos para a avaliação destes indicadores [Carpentier, 1984].

### **2.3.2 Abordagens Dinâmicas**

A abordagem dinâmica da estabilidade de tensão pode ser realizada através da análise modal [Rajagopalan, 1992], [Lerm, 1995] ou através da simulação no domínio do tempo [Deuse, 1992], [Kundur, 1993].

#### **2.3.2.1 Análise Modal**

Esta metodologia será abordada no capítulo seguinte, visto que é a metodologia utilizada para o desenvolvimento de uma das versões do modelo proposto neste trabalho.

#### **2.3.2.2 Simulação no Domínio do Tempo**

A simulação dinâmica do comportamento não linear do sistema propicia a reprodução mais precisa do fenômeno da instabilidade de tensão. No entanto, esta abordagem envolve um alto custo computacional, bem como não permite avaliar as margens de estabilidade do sistema. A sua aplicação é restrita aos estudos da coordenação dos dispositivos de controle e da proteção, em situações específicas de colapso de tensão [Kundur, 1993], [Gao, 1992].

A simulação dinâmica do comportamento linear de um sistema isolado pode ser realizada através da primeira versão do modelo proposto neste trabalho, que será apresentada no capítulo seguinte.

---

## **Capítulo 3**

### **3.1 Introdução**

Neste capítulo é apresentado, em duas versões, o modelo proposto neste trabalho para análise da estabilidade de tensão em sistemas de energia elétrica. A sua derivação é realizada através da mesma metodologia utilizada em [Deckmann, 1994] para o desenvolvimento de um modelo análogo para a análise da estabilidade de ângulo.



### 3.2 Modelo de Sensibilidade de Potência (MSP)

Utilizando a metodologia do balanço de potência, Deckmann e Da Costa [Deckmann, 1994] desenvolveram um Modelo de Sensibilidade de Potência para o estudo das oscilações eletromecânicas de baixa frequência em sistemas de energia elétrica. Para o caso de um gerador conectado ao barramento infinito através de uma linha de transmissão sem perdas, situação ilustrada na Figura 3.1, a representação em diagramas de blocos deste modelo linearizado é mostrada na Figura 3.2.

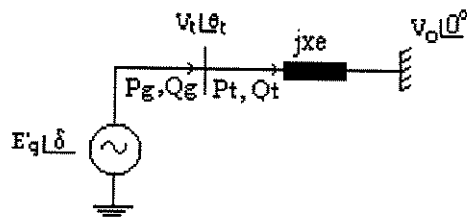


Figura 3.1 - Gerador conectado ao barramento infinito - Diagrama unifilar do sistema

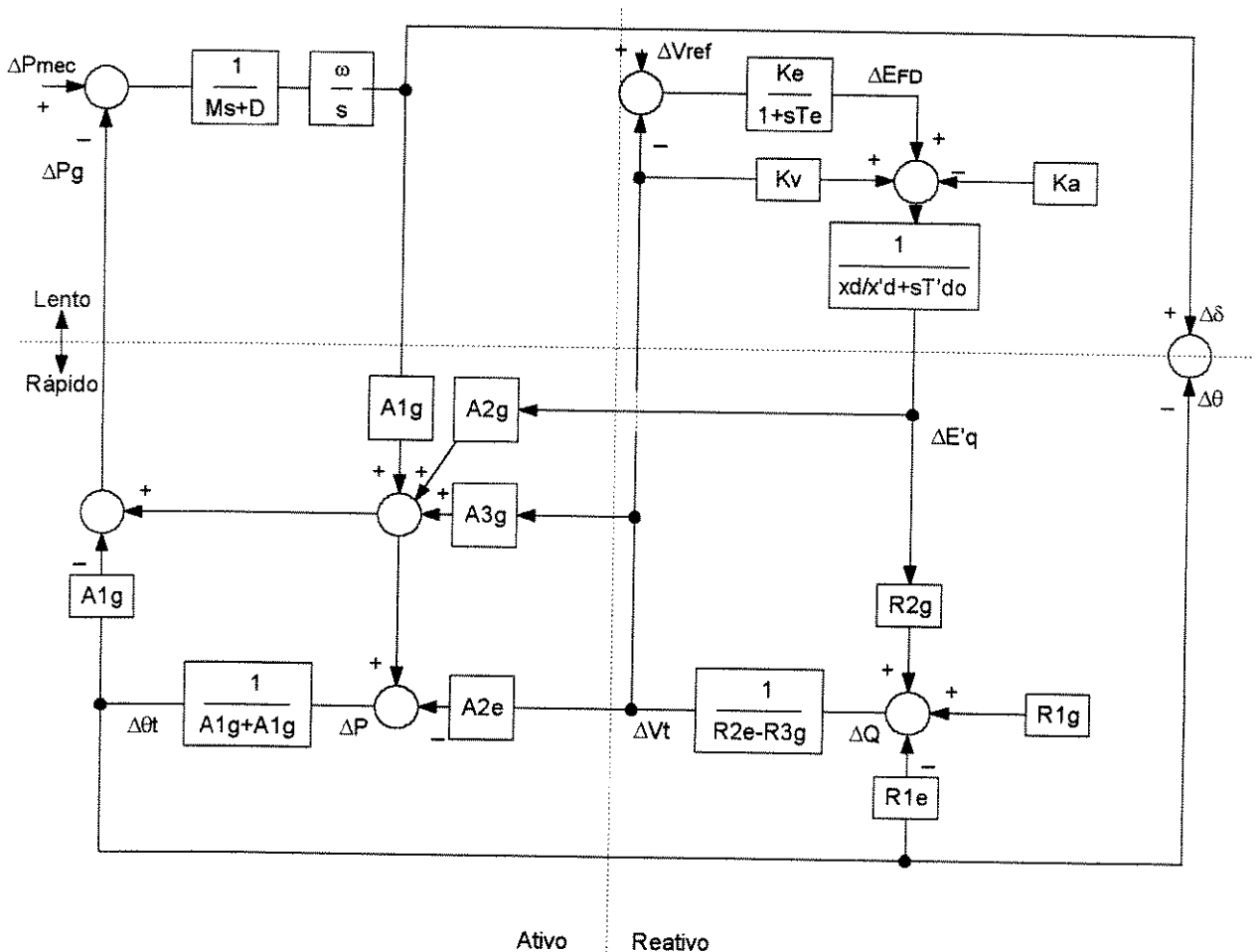


Figura 3.2 - Diagrama de blocos do MSP

Através deste modelo, todos os aspectos básicos relacionados ao problema das oscilações do gerador em relação ao barramento infinito podem ser abordados. Este problema é puramente de estabilidade de ângulo, o qual é regido, essencialmente, pela dinâmica do rotor do gerador, bem como pelos seus dispositivos de controle de tensão.

Desta maneira, a adaptação do modelo para o estudo da estabilidade de tensão foi a motivação inicial para a realização deste trabalho. Como esta é regida, essencialmente, pelo comportamento dinâmico das cargas do sistema, foi inerente a consideração de um Modelo de Sensibilidade de Potência para um sistema semelhante ao anterior, mas considerando o caso de um gerador síncrono conectado a uma carga assíncrona através de uma linha de transmissão sem perdas (Figura 3.3), o qual caracteriza o problema da estabilidade como sendo puramente de estabilidade de tensão [Taylor, 1993].

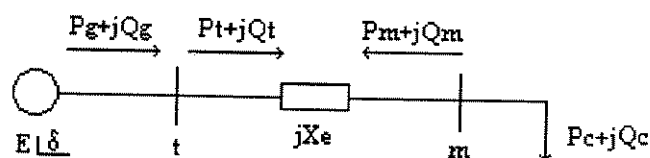


Figura 3.3 - Sistema Gerador-linha-carga

O desenvolvimento deste modelo, em duas versões, para a análise da estabilidade de tensão sob condições de pequenas perturbações é apresentado a seguir. O Modelo baseia-se no princípio de conservação de energia aplicada a cada nó do sistema interligado, ou seja, no balanço nodal de potência [Deckmann, 1994], que permite assumir que durante um processo dinâmico, os balanços de potência ativa e reativa devem ser satisfeitos a todo instante e em cada barra do sistema.

### 3.2.1 Representação em Diagrama de Blocos

Para o sistema mostrado na Figura 3.3, os balanços de potência ativa e reativa na barra terminal do gerador e na barra de carga podem ser expressos pelos seguintes pares de equações:

$$\text{Barra de Geração (t)} \quad \begin{cases} P_g - P_t = 0 \\ Q_g - Q_t = 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\text{Barra de Carga (m)} \quad \begin{cases} -P_m - P_c = 0 \\ -Q_m - Q_c = 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

Considerando condições transitórias para este balanço de potência, e ignorando as perdas ativas, as expressões destas potências são dadas por:

$$P_g = \left( \frac{V_t E'_q \text{sen}(\delta - \theta_t)}{x'_d} \right) - \left( \frac{E'_d V_t \text{cos}(\delta - \theta_t)}{x'_q} \right) + \frac{V_t^2}{2} \text{sen}2(\delta - \theta_t) \left[ \frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right] \quad (3.3)$$

$$Q_g = \left( \frac{V_t E'_q \text{cos}(\delta - \theta_t)}{x'_d} \right) + \left( \frac{E'_d V_t \text{sen}(\delta - \theta_t)}{x'_q} \right) - \frac{V_t^2}{x'_d} - \frac{V_t^2}{2} [1 - \text{cos}2(\delta - \theta_t)] \left[ \frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right] \quad (3.4)$$

$$P_t = \frac{V_t V_m \text{sen}(\theta_t - \theta_m)}{x_e} \quad (3.5)$$

$$Q_t = \frac{V_t^2}{x_e} - \frac{V_t V_m \text{cos}(\theta_t - \theta_m)}{x_e} \quad (3.6)$$

$$P_m = \frac{V_m V_t \text{sen}(\theta_m - \theta_t)}{x_e} \quad (3.7)$$

$$Q_m = \frac{V_m^2}{x_e} - \frac{V_t V_m \text{cos}(\theta_m - \theta_t)}{x_e} \quad (3.8)$$

$$P_c = P_o V_m^{np} \quad (3.9)$$

$$Q_c = Q_o V_m^{nq} \quad (3.10)$$

onde as variáveis internas  $\{E'_q, E'_d, \delta\}$  e os pares de variáveis externas  $\{V_t, \theta_t\}$  e  $\{V_m, \theta_m\}$ , possuem uma implícita dependência do tempo. À exceção das variáveis internas  $\{E'_q, E'_d, \delta\}$ , todas as variáveis restantes podem ser facilmente identificadas no sistema mostrado na Figura 3.3. A obtenção das expressões (3.3) e (3.4), nas quais estas variáveis internas aparecem, são mostradas no Apêndice A. As expressões (3.9) e (3.10) representam a modelagem estática da carga. Embora seja considerado um modelo estático da carga no desenvolvimento desta versão do MSP, a inclusão de cargas dinâmicas é muito simples, conforme será mostrado posteriormente.

Para pequenas excursões em torno de um ponto de operação, definido com estado básico, pode-se expressar os pares de equações de balanço de potência (3.1) e (3.2) pelos seguintes pares de equações incrementais:

$$\begin{cases} \Delta P_g - \Delta P_t = 0 \\ \Delta Q_g - \Delta Q_t = 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\begin{cases} -\Delta P_m - \Delta P_c = 0 \\ -\Delta Q_m - \Delta Q_c = 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

Substituindo nestas equações as expressões de potência obtidas pela aplicação da expansão linear de Taylor às equações (3.3-3.10), obtém-se o seguinte sistema de equações incrementais:

$$\begin{aligned} A_{1g}\Delta(\delta - \theta_t) + A_{2g}\Delta E'_q + A_{3g}\Delta V_t + A_{4g}\Delta E'_d - A_{1t}\Delta(\theta_t - \theta_m) - A_{2t}\Delta V_m - A_{3t}\Delta V_t &= 0 \\ R_{1g}\Delta(\delta - \theta_t) + R_{2g}\Delta E'_q + R_{3g}\Delta V_t + R_{4g}\Delta E'_d - R_{1t}\Delta(\theta_t - \theta_m) - R_{2t}\Delta V_m - R_{3t}\Delta V_t &= 0 \\ -A_{1m}\Delta(\theta_m - \theta_t) - A_{2m}\Delta V_m - A_{3m}\Delta V_t - A_{1c}\Delta V_m &= 0 \\ -R_{1m}\Delta(\theta_m - \theta_t) - R_{2m}\Delta V_m - R_{3m}\Delta V_t - R_{1c}\Delta V_m &= 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

onde os coeficientes  $\{A_g, A_t\}$  e  $\{R_g, R_t\}$ ,  $\{A_m, A_c\}$  e  $\{R_m, R_c\}$  representam as sensibilidades locais das funções de potências ativa e reativa (3.3-3.10) relativas às variáveis de estado e algébricas. As expressões destes coeficientes são mostradas no Apêndice B.

As equações incrementais (3.13) representam as condições de balanço instantâneo de potência que devem ser satisfeitas em qualquer instante de tempo durante um processo dinâmico. Estas equações podem ser decompostas, a fim de obter uma solução desacoplada para as variáveis de tensão e ângulo [Deckmann, 1994]. Esta decomposição é obtida, isolando-se à direita nas equações de potência ativa os termos dependentes das variáveis angulares  $\Delta\theta$  e nas equações de potência reativa os termos dependentes das variáveis de tensão  $\Delta V$ . Desta forma, obtém-se:

$$A_{1g}\Delta\delta + A_{2g}\Delta E'_q + (A_{3g} - A_{3t})\Delta V_t + A_{4g}\Delta E'_d - A_{2t}\Delta V_m = (A_{1g} + A_{1t})\Delta\theta_t - A_{1t}\Delta\theta_m \quad (3.14)$$

$$R_{1g}\Delta(\delta - \theta_t) + R_{2g}\Delta E'_q + R_{4g}\Delta E'_d - R_{1t}\Delta(\theta_t - \theta_m) = -R_{3g}\Delta V_t + R_{2t}\Delta V_m + R_{3t}\Delta V_t \quad (3.15)$$

$$-A_{2m}\Delta V_m - A_{3m}\Delta V_t - A_{1c}\Delta V_m = A_{1m}\Delta(\theta_m - \theta_t) \quad (3.16)$$

$$-R_{1m}\Delta(\theta_m - \theta_t) = R_{2m}\Delta V_m + R_{3m}\Delta V_t + R_{1c}\Delta V_m \quad (3.17)$$

Os membros à esquerda das equações (3.14) e (3.15) (3.16) (3.17) representam, respectivamente, os “mismatches” de potência ativa e reativa que devem ser satisfeitos em qualquer instante ao longo do processo dinâmico, e são expressos por:

$$\Delta P_t = A_{1g}\Delta\delta + A_{2g}\Delta E_q' + A_{3g}\Delta V_t + A_{4g}\Delta E_d' - A_{2t}\Delta V_m - A_{3t}\Delta V_t \quad (3.18)$$

$$\Delta P_m = -A_{2m}\Delta V_m - A_{3m}\Delta V_t - A_{1c}\Delta V_m \quad (3.19)$$

$$\Delta Q_t = R_{1g}\Delta(\delta - \theta_t) + R_{2g}\Delta E_q' + R_{4g}\Delta E_d' - R_{1t}\Delta(\theta_t - \theta_m) \quad (3.20)$$

$$\Delta Q_m = -R_{1m}\Delta(\theta_m - \theta_t) \quad (3.21)$$

Os pares de equações (3.18) e (3.19), (3.20) e (3.21) podem ser expressos nas seguintes formas matriciais:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_t \\ \Delta P_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{1g} + A_{1t} & -A_{1t} \\ -A_{1m} & A_{1m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_t \\ \Delta\theta_m \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_t \\ \Delta Q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{3t} - R_{3g} & R_{2t} \\ R_{3m} & R_{2m} + R_{1c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_t \\ \Delta V_m \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

e portanto, as variações angulares  $\Delta\theta$  e as variações de tensão  $\Delta V$  são dadas por:

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_t \\ \Delta\theta_m \end{bmatrix} = \frac{1}{\det a} \begin{bmatrix} A_{1m} & A_{1t} \\ A_{1m} & A_{1g} + A_{1t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_t \\ \Delta P_m \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_t \\ \Delta V_m \end{bmatrix} = \frac{1}{\det r} \begin{bmatrix} R_{2m} + R_{1c} & -R_{2t} \\ -R_{3m} & R_{3t} - R_{3g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_t \\ \Delta Q_m \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

onde

$$\det a = (A_{1g} + A_{1t})A_{1m} - A_{1m}A_{1t} \quad (3.26)$$

$$\det r = (R_{3t} - R_{3g})(R_{2m} + R_{1c}) - R_{3m}R_{2t} \quad (3.27)$$

As equações (3.24) e (3.25) representam as condições de balanço instantâneo de potência. Para satisfazer as condições de balanço dinâmico, é necessário agregar as equações diferenciais que estão implícitas nas variáveis de estado  $\Delta\omega$ ,  $\Delta\delta$ ,  $\Delta E'_q$  e  $\Delta E'_d$ . Estas equações adicionais representadas no domínio da frequência são:

- Equação de oscilação do rotor ( Swing )

$$\Delta\omega = \frac{1}{Ms + D_g} [\Delta P_m - \Delta P_g] \quad (3.28)$$

$$\Delta\delta = \frac{\omega_o}{s} [\Delta\omega] \quad (3.29)$$

- Equação de balanço de fluxo de campo

$$\Delta E'_q = \frac{1}{\frac{x_d}{x'_d} + sT'_{do}} [\Delta E_{FD} + K_v \Delta V_t - K_a \Delta(\delta - \theta_t)] \quad (3.30)$$

- Equação do enrolamento amortecedor no eixo em quadratura

$$\Delta E'_d = \frac{1}{\frac{x_q}{x'_q} + sT'_{qo}} [K'_v \Delta V_t + K'_a \Delta(\delta - \theta_t)] \quad (3.31)$$

As derivações das expressões (3.30) e (3.31) são mostradas no Apêndice D. Para se realizar a simulação dinâmica, estas equações exigem um esquema de integração passo a passo com as seguintes entradas:

$$\Delta P_g = A_{1g} \Delta(\delta - \theta_t) + A_{2g} \Delta E'_q + A_{3g} \Delta V_t + A_{4g} \Delta E'_d \quad (3.32)$$

$$\Delta E_{fd} = \frac{K_e}{1 + sT_e} [\Delta V_{ref} - \Delta V_t] \quad (3.33)$$

Na equação (3.28)  $\Delta P_m$  representa as variações da potência mecânica, e  $\Delta P_g$  a potência elétrica solicitada pela rede ao gerador. A equação (3.33) descreve um sistema de excitação estático similar ao utilizado em [Deckmann, 1994], e  $\Delta V_{ref}$  representa as variações da tensão de referência do sistema de excitação.

As equações (3.13) e (3.28-3.33) representam integralmente o Modelo de Sensibilidade de Potência (MSP), cuja representação na forma de diagrama de blocos é mostrada na Figura (3.4).

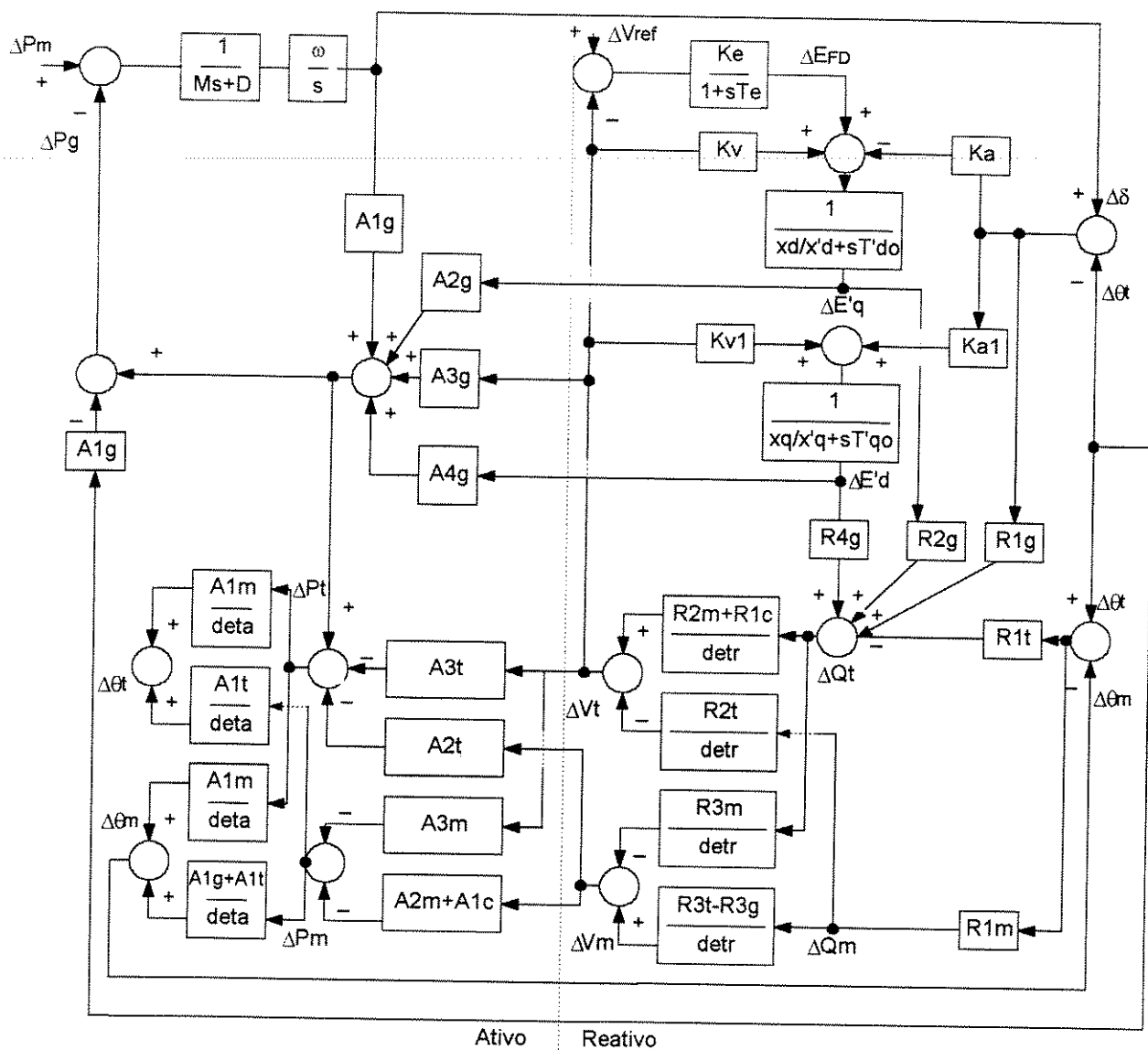


Figura 3.4 - Diagrama de Blocos do MSP

Esta versão do MSP permite realizar simulações no domínio do tempo com entradas em degrau de  $\Delta V_{ref}$  e  $\Delta P_m$ , bem como degraus de carga ativa e/ou reativa nas barras do sistema. É portanto, um fluxo de carga dinâmico, pois descreve a transição do sistema para um ponto de operação próximo ao inicial (caso básico) após a ocorrência de uma pequena perturbação.

A representação em diagrama de blocos do MSP permite visualizar de forma clara a influência de cada componente na estabilidade do sistema, pela simples troca de parâmetros (introdução ou retirada de elementos do diagrama). No entanto, não permite identificar de maneira

explícita os pontos críticos de operação no que diz respeito a estabilidade de tensão. Isto pode ser realizado através da representação de espaço de estados do MSP, que será apresentada a seguir:

### 3.2.2 Análise Modal

Um sistema de energia elétrica pode ser descrito por um conjunto de equações diferenciais e algébricas não-lineares, da forma:

$$\dot{x} = f(x, y, u) \quad (3.34)$$

$$0 = g(x, y, u) \quad (3.35)$$

onde  $x$  é um vetor  $n \times 1$  de variáveis de estado,  $y$  é um vetor  $k \times 1$  de variáveis algébricas, e  $u$  é um vetor  $r \times 1$  de variáveis de entrada. As equações diferenciais representam a dinâmica dos geradores, reguladores e cargas, enquanto que as equações algébricas representam a rede de transmissão, as cargas estáticas, e as conexões da rede com os dispositivos dinâmicos do sistema.

Para pequenas variações em torno do ponto de operação  $(x_o, y_o, u_o)$ , a forma linearizada do sistema de equações (3.34) e (3.35) é expressa por:

$$\Delta \dot{x} = J_1 \Delta x + J_2 \Delta y + B_1 \Delta u \quad (3.36)$$

$$0 = J_3 \Delta x + J_4 \Delta y + B_2 \Delta u \quad (3.37)$$

onde  $J_1, J_2, J_3$  e  $J_4$  são as matrizes jacobianas das funções  $f$  e  $g$  com relação às variáveis de estado e algébricas, respectivamente. As matrizes  $B_1$  e  $B_2$  são os jacobianos relacionados às variáveis de entrada  $u$ .

Quando a matriz jacobiana  $J_4$  é não-singular, as equações algébricas (3.37) podem ser utilizadas para se eliminar as variáveis algébricas  $\Delta y$  das equações diferenciais (3.36), obtendo-se desta maneira a equação de estado do sistema

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta u \quad (3.38)$$

onde a matriz de estado  $A$  do sistema é dada por:

$$A = J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3 \quad (3.39)$$



sendo

$$B = B_1 - J_2 J_4^{-1} B_2 \quad (3.40)$$

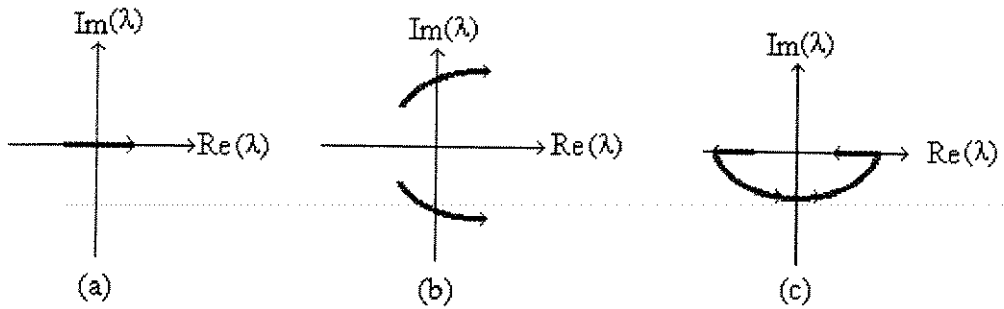
a matriz de entradas.

A estabilidade local (estabilidade de pequenas perturbações) do ponto de operação em questão pode ser avaliada através da análise modal da matriz A (determinação dos autovalores) [Martins, 1986], [Pai, 1981].

## Teoria das Bifurcações

A estabilidade local do ponto de equilíbrio pode ser avaliada como uma função de um parâmetro escalar  $\mu$ . A partir de um ponto de equilíbrio estável com variação contínua de  $\mu$ , o sistema pode perder a estabilidade de três maneiras, correspondendo a três diferentes trajetórias dos autovalores no plano complexo [Bompard, 1993], [Lemos, 1996], [Kwenty, 1995], [Vu, 1995], [Eyad, 1990], [Pai, 1995], [Rajagopalan, 1989], [Srivastava, 1995].

1. um autovalor real move-se para o semi-plano direito cruzando o eixo imaginário. Para um valor crítico do parâmetro  $\mu$  tem-se um autovalor nulo, indicando transição para a instabilidade monotônica (Figura 3.5-a);
2. um par conjugado de autovalores move-se para o semi-plano direito cruzando o eixo imaginário. Para um valor crítico do parâmetro  $\mu$  tem-se dois autovalores puramente imaginários, indicando transição para a instabilidade oscilatória (Figura 3.5-b);
3. um autovalor move-se para o semi-plano direito, cruzando o eixo imaginário através de pontos infinitos. Para um valor crítico do parâmetro  $\mu$  tem-se um autovalor tendendo para o infinito, indicando transição para a instabilidade aperiódica (Figura 3.5-c).



**Figura 3.5- Pontos de bifurcação: a) Nó Sela b) Hopf c) Singularidade Induzida**

Na teoria de sistemas dinâmicos, os pontos de equilíbrio correspondentes a transição do autovalor de um semi-plano a outro são denominados **pontos de bifurcação**. As transições descritas na Figura 3.5 correspondem aos seguintes pontos de bifurcação:

1. Bifurcação nó-sela (Saddle Node, SN), traduzida por um autovalor nulo na matriz de estados do sistema.

$$A = J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3 \quad (3.41)$$

2. Bifurcação de Hopf (H), traduzida por um autovalor  $\lambda = \pm j\beta$ ;
3. Bifurcação de singularidade induzida (SI), traduzida por um autovalor  $\lambda \rightarrow \infty$  e  $\det(J_4)=0$  que é a condição de singularidade do sistema de equações algébricas.

### 3.2.3 Representação de Espaço de Estados do MSP

As equações (3.13) e (3.28-3.33) que representam o MSP podem ser colocadas na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta w \\ \Delta E'_q \\ \Delta E'_d \\ \Delta E_{fd} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & w_o & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-A_{1g}}{M} & \frac{-D_g}{M} & \frac{-A_{2g}}{M} & \frac{-A_{4g}}{M} & 0 \\ \frac{-K_a}{T'_{do}} & 0 & \frac{-x_d}{x'_d T'_{do}} & 0 & \frac{1}{T'_{do}} \\ \frac{K_a}{T'_{qo}} & 0 & 0 & \frac{-x_q}{x'_q T'_{qo}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_e} \end{bmatrix}}_{J_1} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{A_{1g}}{M} & -\frac{A_{3g}}{M} & 0 & 0 \\ \frac{K_a}{T'_{do}} & \frac{K_v}{T'_{do}} & 0 & 0 \\ \frac{-K_a}{T'_{qo}} & \frac{K_v}{T'_{qo}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_e}{T_e} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{J_2} \begin{bmatrix} \Delta \theta_t \\ \Delta V_t \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_m \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{1g} & 0 & A_{2g} & 0 & A_{4g} \\ R_{1g} & 0 & R_{2g} & 0 & R_{4g} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{J_3} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta w \\ \Delta E'_q \\ \Delta E'_d \\ \Delta E_{fd} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -A_{1g} - A_{1t} & A_{3g} - A_{3t} & A_{1t} & -A_{2t} \\ -R_{1g} - R_{1t} & R_{3g} - R_{3t} & R_{1t} & -R_{2t} \\ A_{1m} & -A_{3m} & -A_{1m} & -A_{2m} - A_{1c} \\ R_{1m} & -R_{3m} & -R_{1m} & -R_{2m} - R_{1c} \end{bmatrix}}_{J_4} \begin{bmatrix} \Delta \theta_t \\ \Delta V_t \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_m \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Considerando as variáveis de entrada  $\Delta P_m$  e  $\Delta V_{ref}$ , estas equações podem ser reescritas como:

$$\Delta x = J_1 \Delta x + J_2 \Delta y + B_1 \Delta u \quad (3.44)$$

$$0 = J_3 \Delta x + J_4 \Delta y \quad (3.45)$$

onde

$$\Delta x = [\Delta \delta \quad \Delta \omega \quad \Delta E'_q \quad \Delta E'_d \quad \Delta E_{FD}]^t$$

$$\Delta y = [\Delta \theta_t \quad \Delta V_t \quad \Delta \theta_m \quad \Delta V_m]^t$$

$$\Delta u = [\Delta P_m \quad \Delta V_{ref}]^t$$

são, respectivamente, o vetor de estado, o vetor de variáveis algébricas e o vetor de variáveis de entrada. As matrizes  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  e  $J_4$  estão indicadas nas equações (3.42) e (3.43), e a matriz  $B$  é dada por:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{M} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_e}{T_e} \end{bmatrix}$$

Eliminando as variáveis algébricas nas equações (3.44) e (3.45), obtém-se a equação de estado do MSP, similar à equação (3.38),

$$\Delta \dot{x} = A\Delta x + B\Delta u \quad (3.46)$$

onde a matriz de estado do sistema é dada por:

$$A = J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3 \quad (3.47)$$

Uma característica importante exibida pelo MSP, no que diz respeito à estabilidade de tensão, reside na preservação da estrutura do sistema. Conforme pode-se notar na matriz jacobiana  $J_4$

$$J_4 = \begin{bmatrix} -A_{1g} - A_{1t} & A_{3g} - A_{3t} & A_{1t} & -A_{2t} \\ -R_{1g} - R_{1t} & R_{3g} - R_{3t} & R_{1t} & -R_{2t} \\ A_{1m} & -A_{3m} & \underbrace{-A_{1m} \quad -A_{2m} - A_{1c}}_{J_{FC}} \\ R_{1m} & -R_{3m} & \underbrace{-R_{1m} \quad -R_{2m} - R_{1c}}_{J_{FC}} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

referida como **Jacobiano algébrico** [Ranjan, 1993], que mantém  $J_{FC}$  (Jacobiano do fluxo de carga modificado pela inclusão das características estáticas das cargas) como submatriz.. Desta maneira, comparações entre as análises dinâmica (autovalores) e estática (singularidade de  $J_{FC}$ ) podem ser efetuadas.

Tendo em vista que o MSP, bem como o modelo desenvolvido em [Ranjan, 1993], que foi utilizado por Rajagopalan e outros [Rajagopalan, 1992] na análise da estabilidade de tensão, baseiam-se na metodologia do balanço de potência, tem-se a obtenção da mesma equação de estado (3.46). No entanto, a obtenção desta equação pelo MSP é mais simples, em virtude de não

incluir, assim como no modelo proposto por estes autores, as correntes de eixo direto e de eixo em quadratura na modelagem dos dispositivos dinâmicos. A diferença entre os dois modelos está no balanço de potência da barra terminal do gerador. Em [Ranjan, 1993] os geradores são modelados por fontes de tensão dependentes das correntes terminais dos mesmos, ou seja, as injeções de potência nas barras terminais estão em função das variáveis de corrente. Já no MSP as injeções de potência na barra terminal do gerador dependem, somente, das variáveis do fluxo de potência e das variáveis de estado, o que simplifica a inclusão de modelos de carga agregada (modelo que representa todas as cargas vistas pela barra de alta tensão) ou de quaisquer outros dispositivos dinâmicos devido a redução do número de matrizes envolvidas. A inclusão de modelos de carga agregada será realizada em seguida..

### 3.2.4 Cargas Dinâmicas

Medições de campo mostram que a resposta típica de uma carga agregada a uma variação em degrau da tensão, é da forma mostrada na Figura 3.7 [Xu, 1992], [Hill, 1993]. É mostrado somente a resposta para a demanda de potência ativa  $P_d$ , visto que a demanda de potência reativa  $Q_d$  é qualitativamente similar.

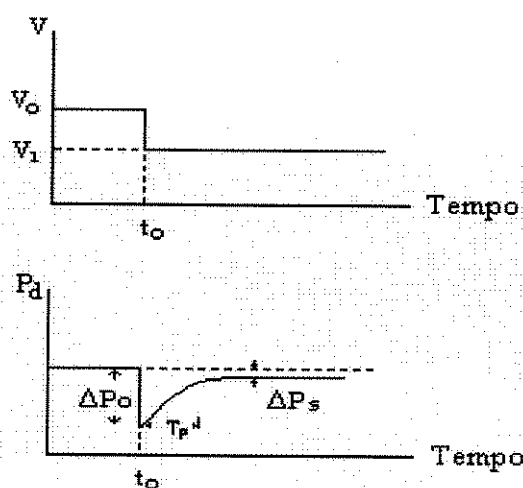


Figura 3.6 - Comportamento dinâmico de carga agregada

Nota-se que a variação da tensão  $V$  causa uma variação instantânea da demanda de potência  $P_d$ . Após um tempo  $T_p$  esta demanda se recupera para um valor próximo ao de regime permanente.

O comportamento dinâmico monotônico das cargas agregadas é a causa direta do modo monotônico do colapso de tensão. Desta maneira, conforme enfatizado por Xu e Mansour [Xu,1993], a modelagem dinâmica de carga agregada é de fundamental importância para o entendimento do processo de colapso de tensão. Os dois modelos mais frequentemente citados na literatura, desenvolvidos a partir da resposta mostrada na Figura 3.6, são apresentados a seguir:

### 3.2.4.1 Modelo de Mansour

Este modelo considera que a carga (ativa e reativa) tem duas componentes: uma transitória ( $P_t$ ,  $Q_t$ ) e outra de regime permanente ( $P_s$ ,  $Q_s$ ). A Figura 3.7 mostra a representação em diagrama de blocos para a carga ativa (a representação para a carga reativa é similar).

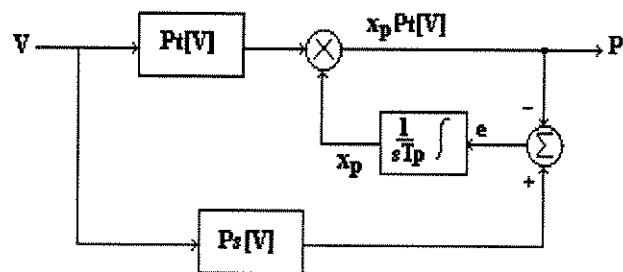


Figura 3.7 - Diagrama de blocos do Modelo de Xu & Mansour

De acordo com a Figura 3.7, as equações de potências ativa e reativa são dadas, respectivamente, por:

$$\dot{x}_p = \frac{1}{T_p} [P_s(V) - P] \quad , \quad P = x_p P_t(V) \quad (3.49)$$

$$\dot{x}_q = \frac{1}{T_q} [Q_s(V) - Q] \quad , \quad Q = x_q Q_t(V) \quad (3.50)$$

onde  $x_p$  e  $x_q$  são variáveis de estado, e  $T_p$  e  $T_q$  são constantes de tempo. Este modelo captura o comportamento dinâmico dos motores de indução para uma escala de tempo de poucos segundos,

a dinâmica dos OLTC's para alguns segundos, e a dinâmica das cargas de aquecimento para algumas horas.

Estes autores consideram duas formulações para as funções que representam as componentes transitória e estática da carga: exponencial e polinomial.

#### • Formulação exponencial

As componentes transitórias e estáticas da carga são representadas pelas seguintes funções exponenciais:

$$\begin{cases} P_t = V^\alpha \\ P_s = P_o V^{n_p} \end{cases} \quad (3.51)$$

$$\begin{cases} Q_t = V^\beta \\ Q_s = Q_o V^{n_q} \end{cases} \quad (3.52)$$

Substituindo-se as equações (3.51) e (3.52) respectivamente, nas equações (3.49) e (3.50), tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{x}_p &= \frac{1}{T_p} [P_o V^{n_p} - x_p V^\alpha] \\ \dot{x}_q &= \frac{1}{T_q} [Q_o V^{n_q} - x_q V^\beta] \\ P &= x_p V^\alpha \\ Q &= x_q V^\beta \end{aligned} \quad (3.53)$$

Linearizadas, estas expressões tornam-se:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x}_p &= -\frac{P_t}{T_p} \Delta x_p + K_{pd} \Delta V \\ \Delta \dot{x}_q &= -\frac{Q_t}{T_q} \Delta x_q + K_{qd} \Delta V \\ \Delta P &= A_{cd} \Delta x_p + A_{lc} \Delta V \\ \Delta Q &= R_{cd} \Delta x_q + R_{lc} \Delta V \end{aligned} \quad (3.54)$$

onde

$$K_{pd} = \frac{[P_o n_p V^{n_p-1} - x_p \alpha V^{\alpha-1}]}{T_p}$$

$$K_{qd} = \frac{[Q_o n_q V^{n_q-1} - x_q \beta V^{\beta-1}]}{T_q}$$

$$A_{cd} = P_t \tag{3.55}$$

$$A_{lc} = x_p \alpha V^{\alpha-1}$$

$$R_{cd} = Q_t$$

$$R_{lc} = x_q \beta V^{\beta-1}$$

Considerando-se  $\dot{x}_p = 0$  e  $\dot{x}_q = 0$  nas equações (3.49) e (3.50), obtém-se as condições iniciais para as variáveis  $x_p$  e  $x_q$ , dadas por:

$$x_p = P_s(V) / P_t(V) = P_o V^{n_p - \alpha}$$

$$x_q = Q_s(V) / Q_t(V) = Q_o V^{n_q - \beta} \tag{3.56}$$

### • Formulação Polinomial

As componentes transitórias e estáticas da carga são representadas pelas seguintes funções polinomiais:

$$\begin{cases} P_t(V) = c_2 V^2 + c_1 V + c_0 \\ P_s(V) = P_o (d_2 V^2 + d_1 V + d_0) \end{cases} \tag{3.57}$$

$$\begin{cases} Q_t(V) = e_2 V^2 + e_1 V + e_0 \\ Q_s(V) = Q_o (f_2 V^2 + f_1 V + f_0) \end{cases} \tag{3.58}$$

Substituindo-se as equações (3.57) e (3.58) respectivamente, nas equações (3.49) e (3.50), tem-se:



$$\begin{aligned}\dot{x}_p &= \frac{1}{T_p} [P_o(d_2 V^2 + d_1 V + d_o) - x_p(c_2 V^2 + c_1 V + c_o)] \\ \dot{x}_q &= \frac{1}{T_q} [Q_o(f_2 V^2 + f_1 V + f_o) - x_q(e_2 V^2 + e_1 V + e_o)] \\ P &= x_p(c_2 V^2 + c_1 V + c_o)\end{aligned}\tag{3.59}$$

$$Q = x_q(e_2 V^2 + e_1 V + e_o)$$

Linearizadas, estas expressões tornam-se:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{x}_p &= -\frac{P_t}{T_p} \Delta x_p + K_{pd} \Delta V \\ \Delta \dot{x}_q &= -\frac{Q_t}{T_q} \Delta x_q + K_{qd} \Delta V \\ \Delta P &= A_{cd} \Delta x_p + A_{1c} \Delta V\end{aligned}\tag{3.60}$$

$$\Delta Q = R_{cd} \Delta x_q + R_{1c} \Delta V$$

onde

$$\begin{aligned}K_{pd} &= \frac{1}{T_p} [(P_o(2d_2 V + d_1) - x_p(2c_2 V + c_1))] \\ K_{qd} &= \frac{1}{T_q} [(Q_o(2f_2 V + f_1) - x_q(2e_2 V + e_1))] \\ A_{cd} &= P_t\end{aligned}\tag{3.61}$$

$$A_{1c} = x_p(2c_2 V + c_1)$$

$$R_{cd} = Q_t$$

$$R_{1c} = x_q(2e_2 V + e_1)$$

As expressões (3.54) e (3.60) que representam as formulações exponencial e polinomial do modelo de Xu & Mansour podem ser implementadas no MSP, conforme mostrado a seguir:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta w \\ \Delta E'_q \\ \Delta E'_d \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta x_p \\ \Delta x_q \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & w_o & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -A_{1g} & -D_g & -A_{2g} & -A_{4g} & 0 & 0 & 0 \\ M & M & M & M & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-K_a}{T'_{do}} & 0 & \frac{-x_d}{x'_d T'_{do}} & 0 & \frac{1}{T'_{do}} & 0 & 0 \\ \frac{K_a}{T'_{qo}} & 0 & 0 & \frac{-x_q}{x'_q T'_{qo}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_e} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{P_t}{T_p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{Q_t}{T_q} \end{bmatrix}}_{J_1} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{1g} & -A_{3g} & 0 & 0 \\ M & M & 0 & 0 \\ \frac{K_a}{T'_{do}} & \frac{K_v}{T'_{do}} & 0 & 0 \\ -\frac{K_a}{T'_{qo}} & \frac{K_v}{T'_{qo}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_e}{T_e} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{pd} \\ 0 & 0 & 0 & K_{qd} \end{bmatrix}}_{J_2} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta w \\ \Delta E'_q \\ \Delta E'_d \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta x_p \\ \Delta x_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\theta_t \\ \Delta V_t \\ \Delta\theta_m \\ \Delta V_m \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{1g} & 0 & A_{2g} & 0 & A_{4g} & 0 & 0 \\ R_{1g} & 0 & R_{2g} & 0 & R_{4g} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -A_{cd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{cd} \end{bmatrix}}_{J_3} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta w \\ \Delta E'_q \\ \Delta E'_d \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta x_p \\ \Delta x_q \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -A_{1g} - A_{1t} & A_{3g} - A_{3t} & A_{1t} & -A_{2t} \\ -R_{1g} - R_{1t} & R_{3g} - R_{3t} & R_{1t} & -R_{2t} \\ A_{1m} & -A_{3m} & -A_{1m} & -A_{2m} - A_{1c} \\ R_{1m} & -R_{3m} & -R_{1m} & -R_{2m} - R_{1c} \end{bmatrix}}_{J_4} \begin{bmatrix} \Delta\theta_t \\ \Delta V_t \\ \Delta\theta_m \\ \Delta V_m \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

### 3.2.4.2 Modelo de Hill

Considera que o comportamento da carga possa ser representado por:

$$T_p \dot{P}_d + P_d = P_s(V) + K_p(V) \dot{V} \quad (3.64)$$

$$T_q \dot{Q}_d + Q_d = Q_s(V) + K_q(V) \dot{V} \quad (3.65)$$

onde:  $T_p$  e  $T_q$  são constantes de tempo,  $P_s$  e  $Q_s$  são as funções estáticas da carga e  $K_p$  e  $K_q$  são funções dinâmicas da carga.

Deve-se notar nestas equações que  $P_s(\cdot)$  e  $Q_s(\cdot)$  são funções não lineares e que  $\dot{P}_d = \dot{V} = 0$  e  $\dot{Q}_d = \dot{V} = 0$  levam a  $P_d = P_s(V)$  e  $Q_d = Q_s(V)$ .

Rescrevendo as equações (3.64) e (3.65) como

$$T_p \dot{P}_d + P_d = P_s(V) + \frac{d}{dt}[K_p(V)] \quad (3.66)$$

$$T_q \dot{Q}_d + Q_d = Q_s(V) + \frac{d}{dt}[K_q(V)] \quad (3.67)$$

e utilizando as variáveis de estado  $x_p$  e  $x_q$ , dadas por

$$x_p = T_p P_d - K_p(V) \quad (3.68)$$

$$x_q = T_q Q_d - K_q(V) \quad (3.69)$$

obtem-se:

$$\dot{x}_p = T_p \dot{P}_d - \frac{d}{dt}[K_p(V)] = P_s(V) - P_d \quad (3.70)$$

$$\dot{x}_q = T_q \dot{Q}_d - \frac{d}{dt}[K_q(V)] = Q_s(V) - Q_d \quad (3.71)$$

$$P_d = \frac{1}{T_p}[x_p + K_p(V)] \quad (3.72)$$

$$Q_d = \frac{1}{T_q}[x_q + K_q(V)] \quad (3.73)$$

A Figura 3.8 representa o diagrama de blocos do modelo de carga dinâmica de Hill para variações de potência ativa.

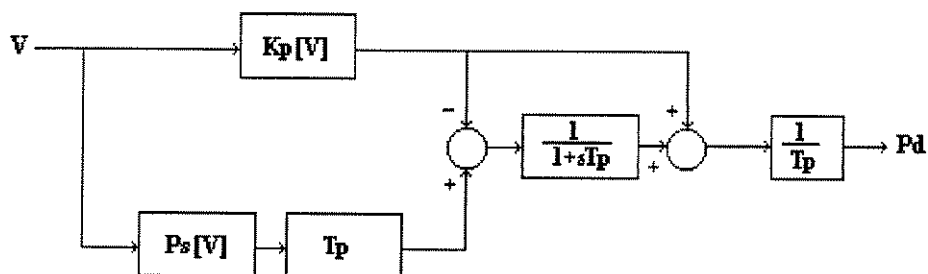


Figura 3.8 - Diagrama de blocos do modelo de carga dinâmica de Hill

Adotando a nomenclatura

$$\begin{cases} K_p(V) = \frac{1}{\alpha} k_p V^\alpha \\ P_s(V) = P_o V^{n_p} \end{cases} \quad (3.74)$$

$$\begin{cases} K_q(V) = \frac{1}{\beta} k_q V^\beta \\ Q_s(V) = Q_o V^{n_q} \end{cases} \quad (3.75)$$

as seguintes equações linearizadas podem ser obtidas:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x}_p &= -\frac{1}{T_p} \Delta x_p + K_{pd} \Delta V \\ \Delta \dot{x}_q &= -\frac{1}{T_q} \Delta x_q + K_{qd} \Delta V \\ \Delta P_d &= A_{cd} \Delta x_p + A_{lc} \Delta V \\ \Delta Q_d &= R_{cd} \Delta x_q + R_{lc} \Delta V \end{aligned} \quad (3.76)$$

onde

$$\begin{aligned} K_{pd} &= [n_p P_o V^{n_p-1} - \frac{1}{T_p} (k_p V^{\alpha-1})] \\ K_{qd} &= [n_q Q_o V^{n_q-1} - \frac{1}{T_q} (k_q V^{\beta-1})] \\ A_{cd} &= \frac{1}{T_p} \\ A_{lc} &= \frac{k_p}{T_p} V^{\alpha-1} \\ R_{cd} &= \frac{1}{T_q} \\ R_{lc} &= \frac{k_q}{T_q} V^{\beta-1} \end{aligned} \quad (3.77)$$

Condições iniciais

$$\begin{aligned} \dot{x}_p = 0 &\Rightarrow x_p = -K_p(V) + T_p P_s(V) \\ \dot{x}_q = 0 &\Rightarrow x_q = -K_q(V) + T_q Q_s(V) \end{aligned} \quad (3.78)$$

As equações (3.76) que representam o modelo de Hill podem ser implementadas diretamente no MSP, de forma similar a realizada para o modelo de Xu & Mansour

### 3.3 Limite de Controlabilidade de Tensão

Um dos modelos mais frequentemente utilizados nos estudos de estabilidade de ângulo é o modelo Heffron-Phillips, mostrado na Figura 3.9, que representa um gerador conectado a um barramento infinito através de uma linha de transmissão.

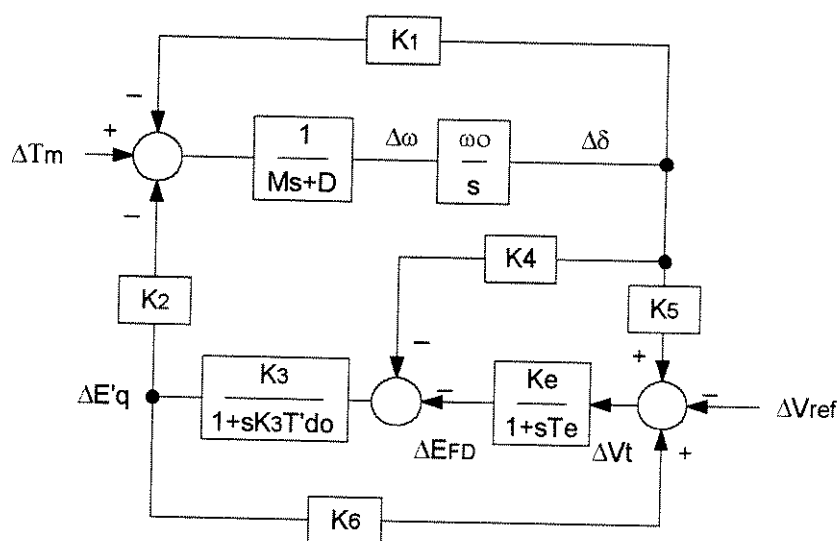


Figura 3.9 - Modelo Heffron-Phillips

Desprezando a variação angular  $\Delta\delta$ , bem como o efeito do enrolamento amortecedor ( $\Delta E'_d = 0$ ), a malha reativa do MSP (Figura 3.4) tem a forma mostrada na Figura 3.10.

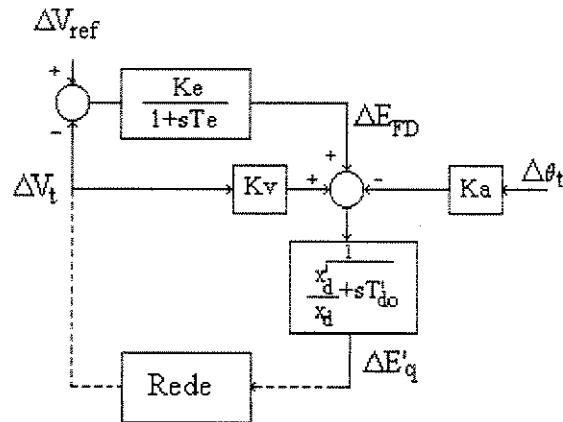


Figura 3.10 - Malha Reativa

Considerando modelagem estática para a carga (potência constante), pode-se reduzir a rede à barra terminal do gerador (equivalente), obtendo-se, desta maneira, a malha reativa do MSP mostrada na Figura 3.11, a qual tem a mesma estrutura da malha reativa do Modelo Heffron-Phillips.

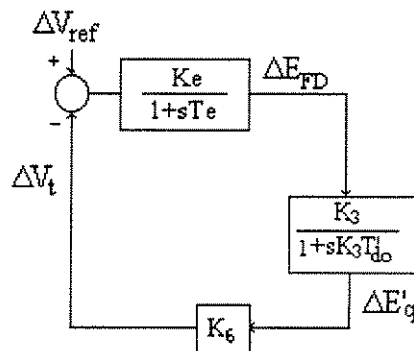


Figura 3.11 - Malha reativa reduzida do MSP

As expressões dos parâmetros  $K_3$  e  $K_6$  são mostradas no Apêndice D.

A motivação para o desenvolvimento da malha reativa reduzida do MSP foi a análise realizada por Vournas [Vournas, 1993] através de uma malha reativa com a mesma estrutura mostrada na Figura 3.9, obtida através de um modelo de corrente. As duas malhas reativas diferem somente nas expressões dos coeficientes  $K_3$  e  $K_6$ .

A equação característica do sistema mostrado na Figura 3.11 é dada por:

$$s^2 + s\left(\frac{K_3 T_{do} + T_e}{K_3 T_{do} T_e}\right) + \left(\frac{1 + K_3 K_e K_6}{K_3 T_{do} T_e}\right) = 0 \quad (3.79)$$

.....a partir da qual as seguintes condições de estabilidade de tensão são obtidas: .....

$$\frac{1}{K_3} > -\frac{T_{do}}{T_e} \quad (3.80)$$

$$\frac{1}{K_3} > -K_e K_6 \quad (3.81)$$

A violação da condição (3.80) implica em par de autovalores conjugados com parte real positiva (instabilidade oscilatória). A violação da condição (3.81) implica em um autovalor real e positivo (instabilidade aperiódica).

Deve-se notar na expressão (3.81) que para valores negativos de  $K_6$  (condição de carga pesada) o regulador de tensão ( $K_e$ ) reduz a margem de estabilidade do sistema. Na ausência do regulador de tensão, um valor negativo de  $K_6$  não indica instabilidade de tensão. Neste caso, o sinal de  $K_3$  indicará se o sistema é estável ou não. A natureza do coeficiente  $K_6$  pode ser visualizada na Figura 3.12, onde  $E = E'_q$ ,  $V = V_t$  e  $\Delta E'_q = \frac{1}{K_6} \Delta V_t$  [Vournas, 1993].

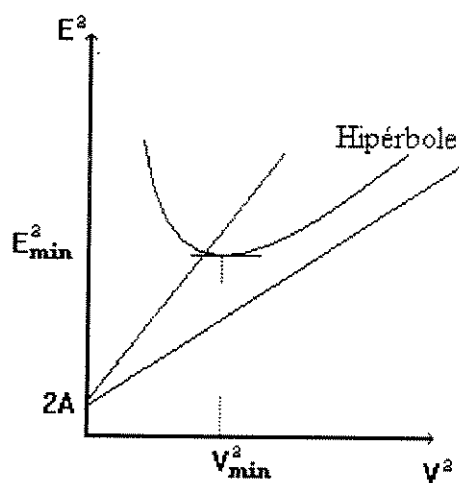


Figura 3.12 - Hipérbole de Controlabilidade de Tensão

Se a tensão da barra de carga for maior do que  $V_{\min}$ , um aumento da tensão interna do gerador resulta num aumento da tensão da barra de carga, o que indica que a tensão  $V$  é controlável e que  $K_6$  é positivo. Se a tensão da barra de carga for menor do que  $V_{\min}$ , um aumento da tensão interna do gerador implica numa redução da tensão da barra de carga, o que indica que a tensão  $V$  não pode ser controlada de maneira convencional, e que  $K_6$  é negativo.

No ponto de mínimo da hipérbole ( $E_{\min}, V_{\min}$ ) a tensão interna do gerador é insensível a variações de tensão de sua barra terminal, ou ao contrário, a tensão da barra terminal é infinitamente sensível a variações na tensão interna do gerador. Neste ponto de mínimo ( $K_6 \rightarrow \infty, \Delta E_q' = 0$ ), definido como **limite de controlabilidade** de tensão [Vournas, 1994], o Jacobiano algébrico  $J_4$  (3.48) é singular. Vournas considera o ponto de mínimo como o ponto de colapso de tensão do sistema [Vournas, 1993, 1994], e propôs um índice de estabilidade baseado no  $\det(J_4)$ .

No entanto, o sistema algébrico/diferencial (3.34) e (3.35), que descreve o comportamento dinâmico do sistema, é bem definido somente quando o jacobiano algébrico é não singular (hipótese assumida no desenvolvimento do MSP). Caso contrário, de acordo com o Teorema da Função Implícita [Seydel, 1994], as variáveis algébricas não podem ser eliminadas de modo a obter-se um modelo puramente diferencial do sistema. Ou seja, as variáveis algébricas  $y$  não podem ser expressas em função das variáveis de estado  $x$ , e portanto, não existe conexão entre os sistemas algébrico e diferencial. As condições nas quais esta singularidade ocorre são referidas como perda da causalidade do sistema [Lemos, 1994].

Desta maneira, a bifurcação de singularidade induzida, traduzida pela singularidade do jacobiano algébrico, é uma questão polêmica na literatura. A ocorrência desta bifurcação, segundo Schlueter na discussão de [Cañizares, 1994], indica que a modelagem da carga utilizada não é adequada para a análise do problema sob estudo. Conforme salientado por Pal na discussão de [Van Cutsem, 1996], o jacobiano algébrico poderá ser singular somente quando a carga for modelada como potência constante (estática), que é a modelagem considerada nos artigos de Vournas, bem como pelo MSP neste item (coeficientes  $A_{lc}$  e  $R_{lc}$  nulos na equação do jacobiano algébrico (3.48)). Assim sendo, Pal advoga que a utilização de modelos dinâmicos da carga elimina a possibilidade deste jacobiano ser singular. Mas nem todos os modelos dinâmicos



propostos na literatura garantem que isto seja verdade [Bompard, 1996]. Entretanto, para o modelo de Xu & Mansour, a não-singularidade pode ser garantida se for feita uma escolha apropriada dos parâmetros destes modelos. Isto foi demonstrado por Hiskens e Hill [Hiskens, 1994], e os resultados das simulações realizadas através do MSP que são mostrados no capítulo seguinte, confirmam as conclusões da análise realizada por estes investigadores.

## Capítulo 4

### 4.1 Introdução

Este capítulo apresenta resultados e simulações do modelo MSP para a análise de estabilidade de tensão em suas duas versões. Inicialmente a análise da estabilidade de tensão é realizada através da monitoração dos autovalores da matriz de estado do sistema linearizado para sucessivos incrementos de carga, considerando modelos de carga estática (potência, impedância e corrente constante) e dinâmica agregada (modelo de Mansour). Estes incrementos de carga podem ser do tipo PQ (incremento, na mesma proporção, das potências ativa e reativa), do tipo P (incremento somente da potência ativa) e do tipo Q (incremento somente da potência reativa).

Os autovalores associados a seus respectivos modos de variação potência reativa/tensão fornecem uma medida relativa da proximidade da instabilidade de tensão, e identificam os pontos de bifurcações (HB, Nó-Sela e Bifurcação de Singularidade Induzida). A matriz de estado do sistema dinâmico fornece outras informações importantes relacionadas aos jacobianos algébrico e do fluxo de carga modificado contidos nesta matriz.

As simulações no domínio do tempo foram realizadas para os carregamentos identificados pela análise modal como críticos. Nestas simulações vários tipos de análises puderam ser realizadas pela simples troca de parâmetros, o que demonstra o potencial didático desta modelagem para compreensão dos conceitos básicos da estabilidade de tensão.

## 4.2 Simulações e resultados

O sistema teste mostrado na Figura 4.1 consiste de um gerador, cuja tensão terminal é  $\hat{E}_t = V_t \angle 0$ , conectado a uma barra de carga, cuja tensão é  $\hat{E}_m = V_m \angle \theta_m$ , através de uma linha de transmissão sem perdas com reatância  $x_e = 0.1$  pu [Lerm, 1995], [Da Silva, 1997]. O gerador é representado por um modelo de dois eixos com regulador de tensão do tipo estático e em alguns casos com circuito amortecedor no eixo q. Consideraram-se quatro modelos de carga: impedância constante, corrente constante, potência constante e carga dinâmica agregada.

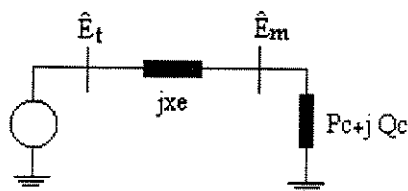


Figura 4.1 - Diagrama unifilar do sistema

Tabela 4.1 - Dados do gerador

H(s)	D	$R_e$ (pu)	$x_d$ (pu)	$x'_d$ (pu)	$x_q$ (pu)	$x'_q$ (pu)	$T'_{do}$ (s)	$T'_{qo}$ (s)
6.4	0.0	0.0	0.8958	0.1198	0.8645	0.1969	6.0	0.535

Tabela 4.2 - Dados do Regulador Automático de Tensão (AVR)

$K_e$ (pu)	$T_e$ (s)
20.0	0.2

Tabela 4.3 - Dados do modelo de carga dinâmico de Xu & Mansour - Formulação Polinomial

$T_d$ (s)	$c_0$	$c_1$	$c_2$	$d_0$	$d_1$	$d_2$
0.038	0.0	0.2	0.669	1.084314	-0.160027	0.074291
$T_q$ (s)	$e_0$	$e_1$	$e_2$	$f_0$	$f_1$	$f_2$
0.002642	-0.073	-4.741	5.731	2.64256	-4.458275	2.817158

Tabela 4.4 - Dados do modelo de carga dinâmico de Xu & Mansour - Formulação Exponencial

$T_d$ (s)	$T_q$ (s)	$\alpha$	$\beta$	$n_p$	$n_q$
30	30	1.0	4.5	0	0

Os resultados apresentados baseiam-se na análise de autovalores do sistema linearizado e em simulações no domínio do tempo utilizando modelos do Toolbox de Sistemas de Potência - PST do pacote Matlab [Matlab, 1992], para simulação e análise de pequenas perturbações dos sistemas de potência. Estes resultados foram obtidos utilizando um mesmo procedimento que será descrito no Apêndice E.

### 4.2.1 Carga Estática

São simulados modelos de carga de potência, corrente e impedância constantes, para diferentes tipos de incrementos de potência (tipo PQ, tipo P e do tipo Q). Em todos os casos adota-se como referência a demanda de  $100+j48,7\text{MVA}$ .

A Figura 4.2 mostra a trajetória dos autovalores críticos (menores autovalores) para sucessivos incrementos de potência, considerando modelo de carga de corrente constante.

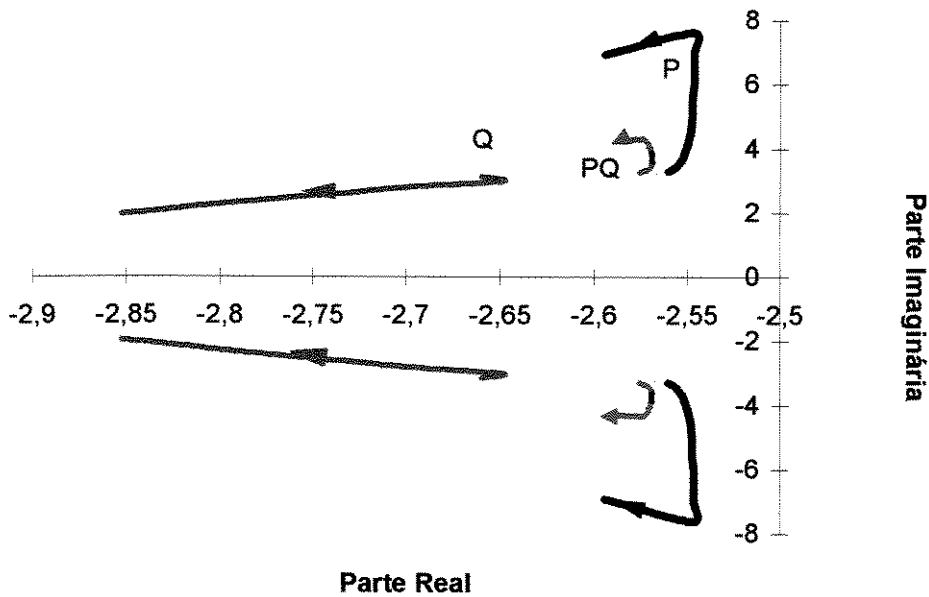


Figura 4.2 - Trajetória dos autovalores críticos

Nota-se que estes autovalores tem parte real negativa e movem-se no sentido negativo do eixo real o que indica que não causam instabilidade, embora ocorra a divergência do fluxo de carga, a qual indica apenas que o limite máximo de transferência de potência foi atingido. A Tabela 4.5 mostra os autovalores, bem como os determinantes dos jacobianos algébrico e do fluxo de carga modificado.

Tabela 4.5 - Incremento do tipo PQ

Incremento p	Forma Constante	Autovalores	Det. alg	Det. FC
1,00	I	-2,571 ± j 3,388	1445,800	88,370
1,00	Z	-2,683 ± j 2,87	511,100	94,272
2,00	I	-2,569 ± j 3,846	1660,900	71,780
2,00	Z	-2,754 ± j 3,257	2270,000	85,930
3,00	I	-2,573 ± j 4,280	1417,300	42,440
3,00	Z	-2,819 ± j 2,642	4367,000	68,700
3,60	I			FC diverge
3,30	Z			FC diverge

A Figura 4.3 mostra a trajetória dos autovalores críticos para sucessivos incrementos de potência (tipo PQ), considerando modelo de carga de potência constante. Observa-se a partir desta curva que os autovalores tem parte real negativa e movem-se no sentido positivo do eixo real.

As transições correspondentes aos pontos de bifurcação de Hopf, de singularidade induzida e nó-sela podem ser identificadas na Figura 4.3. Inicialmente o sistema é estável para condições de baixo carregamento, o que caracteriza autovalores com parte real negativa. Para novos incrementos de potência o par conjugado de autovalores desloca-se no sentido positivo do eixo real, ou seja, em direção ao semi-plano direito e cruza o eixo imaginário no ponto A, conhecido na literatura como ponto de bifurcação de Hopf. A partir deste ponto o sistema é instável com oscilações de tensão de amplitudes crescentes até o ponto A', identificado como ponto de bifurcação "node focus", onde a parte imaginária destes autovalores se anula e a instabilidade passa a ser da forma monotônica. Do ponto A', um autovalor move-se rapidamente no sentido positivo do eixo real, retornando ao semi-plano esquerdo pelo infinito negativo no ponto B, identificado como o ponto de bifurcação de singularidade induzida. Já o outro autovalor move-se lentamente no sentido negativo do eixo real e retorna ao semi-plano esquerdo pela origem no ponto C, identificado como o ponto de bifurcação nó sela.

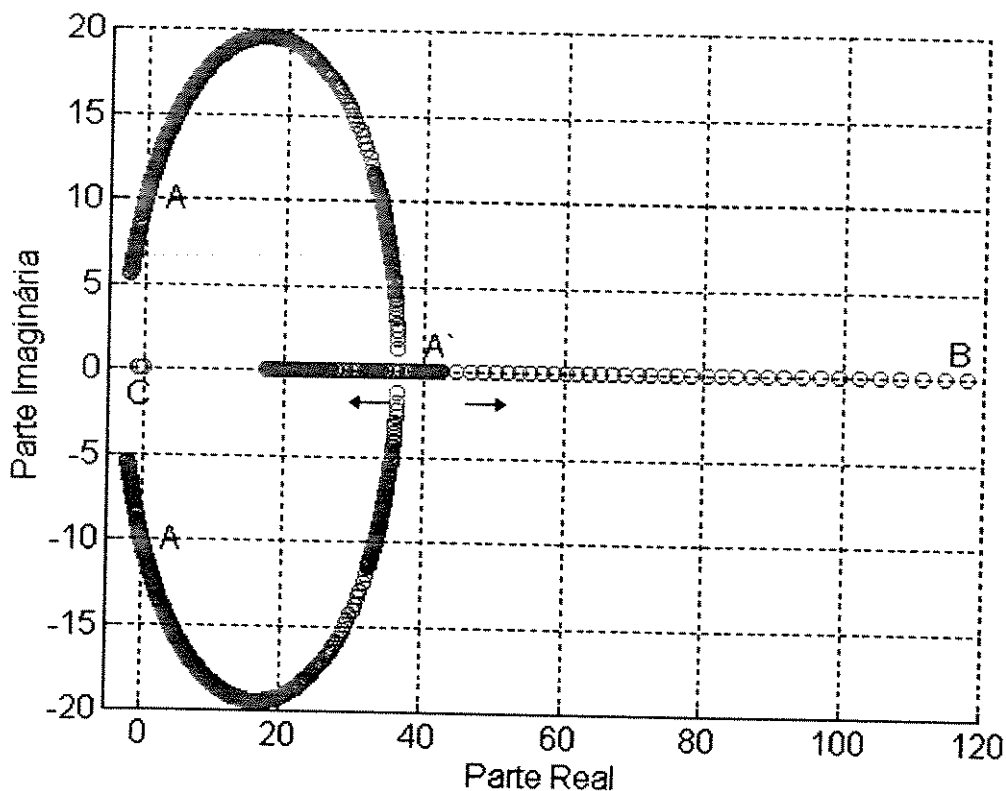


Figura 4.3 - Trajetória dos autovalores

As Tabelas 4.5, 4.6 e 4.7 mostram os carregamentos para os quais estas bifurcações ocorrem, bem como o valor dos determinantes dos jacobianos algébrico e do fluxo de carga. Note-se que acrescentando o enrolamento amortecedor na modelagem do gerador, estas bifurcações ocorrem na mesma sequência, mas para carregamentos diferentes.

Tabela 4.6 - Incremento do tipo Q, para a demanda inicial de 48,7 Mvar

Incremento p	Enrolamento no eixo q	Autovalores	Tipo de Bifurcação	Det. alg	Det. FC
2,000	s	$-2,391 \pm j 3,926$		1078,387	66,712
3,900	s	$0,261 \pm j 9,10$	Hopf	166,534	32,598
4,090	s	11,199 / -824,949	Induzida	-1,277	28,872
4,700	s	0,284 / -7,197	nó-sela	-806,093	12,937
4,900	s	-0,771 / -5,589		-1373,000	4,196

Tabela 4.7- - Incremento do tipo P, para a demanda inicial de 100 MW

Incremento p	Enrolamento no eixo q	Autovalores	Tipo de Bifurcação	Det. alg	Det. FC
2,000	s	-2,295 ± j 4,399		1191,00	89,71
2,867	s	-0,007 ± j 11,595	Hopf	240,00	78,14
2,870	c	0,008 ± j 5,414	Hopf	1817,60	78,09
3,020	s	64,529 / 40,586		12,34	75,00
3,437	c	10,439 / 11,945		390,87	67,48
3,030	s	-450,6 / 22,167	Induzida	-3,23	75,00
3,570	c	-1286,8 / 4,240	Induzida	-0,86	64,55
5,000	s	-0,809 / -5,043	nó-sela	-6301,00	1,04
4,800	c	-0,028 / -5,326	nó-sela	-5454,05	22,45
5,100	s	-0,906 / -4,937			-1,50
5,100	c	-1,076 / -4,81		-8763,10	-6,15

Tabela 4.8 - Incremento do tipo PQ

Incremento p	Enrolamento no eixo q	Autovalores	Tipo de Bifurcação	Det. alg	Det. FC
2,000	s	-1,806 ± j 5,16		573,00	57,66
2,234	s	0,0028 ± j 10,105	Hopf	218,00	50,54
2,245	c	0,014 ± j 6,56	Hopf	893,78	50,34
2,341	s	36,47 / 36,47		15,38	46,68
2,461	c	12,68 / 17,86		140,29	46,68
2,350	s	-706,356 / 16,179	Induzida	-1,77	46,38
2,500	c	-952,92 / 5,926	Induzida	-5,38	40,86
3,100	s	-0,563 / -5,528	nó-sela	-2,60	6,88
3,100	c	-0,558 / -6,382	nó-sela	-3655,00	6,88
3,150	s	-1,617 / -4,305		-3732,00	-8,29
3,150	c	-0,828 / -5,808		-4746,00	-2,55

As Figuras 4.4-a e 4.4-b mostram a monitoração dos determinantes dos jacobianos algébrico e do fluxo de carga. Conforme se pode notar, a singularidade do jacobiano algébrico ocorre no carregamento correspondente ao ponto de bifurcação B da Figura 4.3, enquanto que a singularidade do jacobiano do fluxo de carga ocorre para um nível de carga maior que o nível em que foi detectada a bifurcação C da Figura 4.3. Esta diferença ocorre em virtude do regulador de tensão do fluxo de carga ter ganho infinito, enquanto que na análise dinâmica o regulador tem ganho finito. Cabe salientar, que neste caso (carga de potência constante) o jacobiano do fluxo de carga modificado é o próprio jacobiano do fluxo de carga convencional, visto que os coeficientes de sensibilidade da carga  $A_{1c}$  e  $R_{1c}$  são nulos.

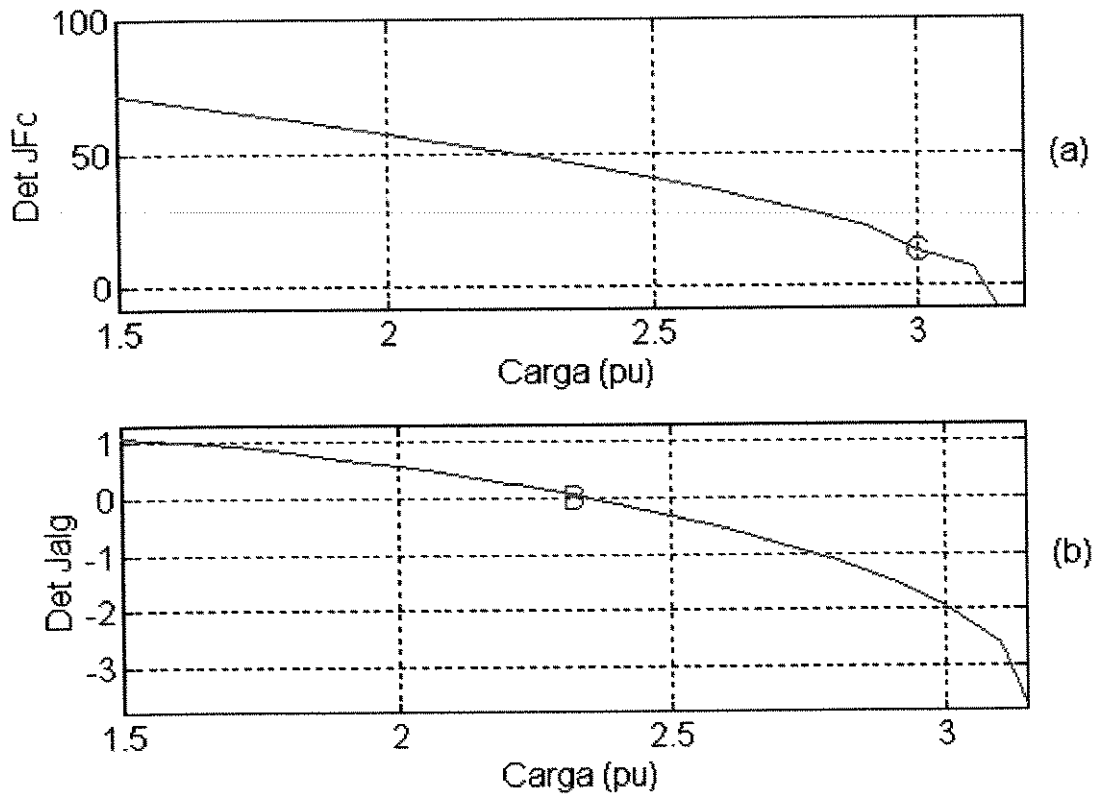


Figura 4.4 - a) Comportamento do determinante de  $J_{FC}$   
 b) Comportamento do determinante de  $J_{alg}$

As Figuras 4.5 e 4.6 mostram as simulações do modelo linear no domínio do tempo para os casos estável (2 pu) e instável (2.23 pu), considerando os três modelos de carga.

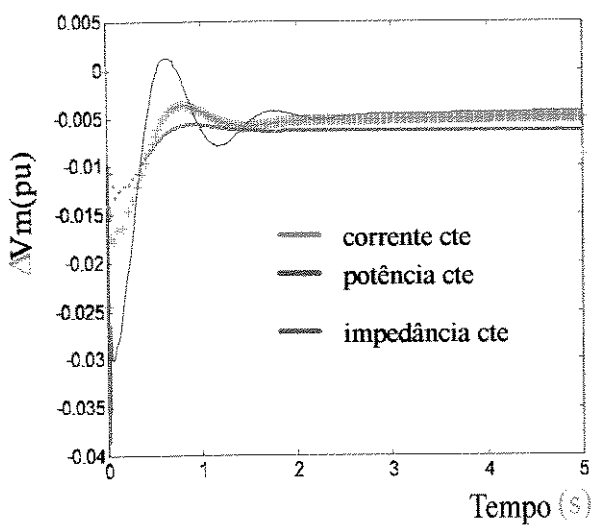


Figura 4.5 - Sistema Estável

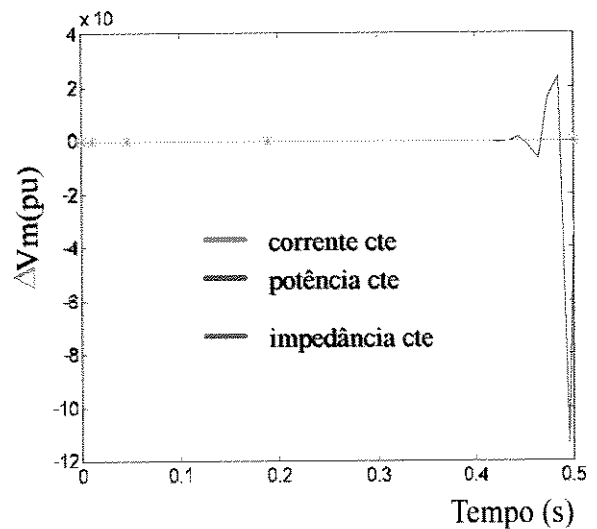


Figura 4.6 - Sist. Instável p/pot. cte



As Figuras 4.7 e 4.8 mostram as simulações considerando o enrolamento amortecedor no eixo q do gerador. Cabe salientar, que os efeitos observados na Figura 4.8 não tem valor do ponto de vista operacional, visto que a simulação dinâmica realizada é linear.

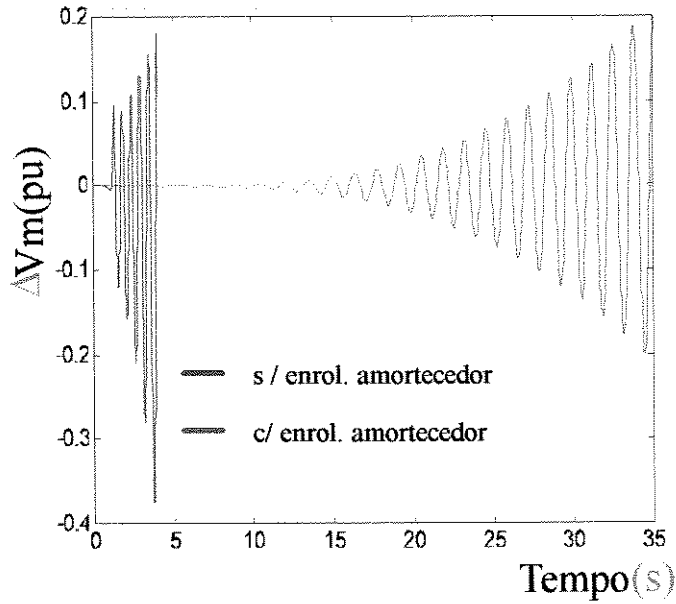


Figura 4.7 - Ponto de bifurcação de Hopf

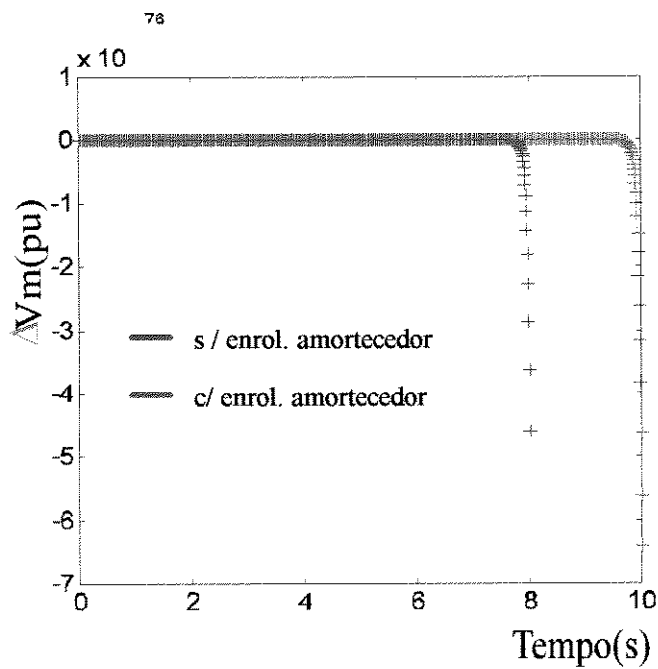


Figura 4.8 - Ponto de bifurcação de singularidade induzida

Através da troca de parâmetros no modelo MSP é possível realizar vários testes, a fim de verificar quais elementos do sistema influenciam o comportamento da tensão da barra de carga. O primeiro teste visa mostrar que a equação swing não interfere na estabilidade de tensão, conforme mostrado na Figura 4.9 para o caso instável, cuja curva é idêntica a da Figura 4.7. Este teste foi realizado através da troca do parâmetro  $\omega_0$ , de 1 pu para 0, no diagrama de blocos do modelo (Figura 3.4), o que significa que não haverá variação da abertura angular do gerador.

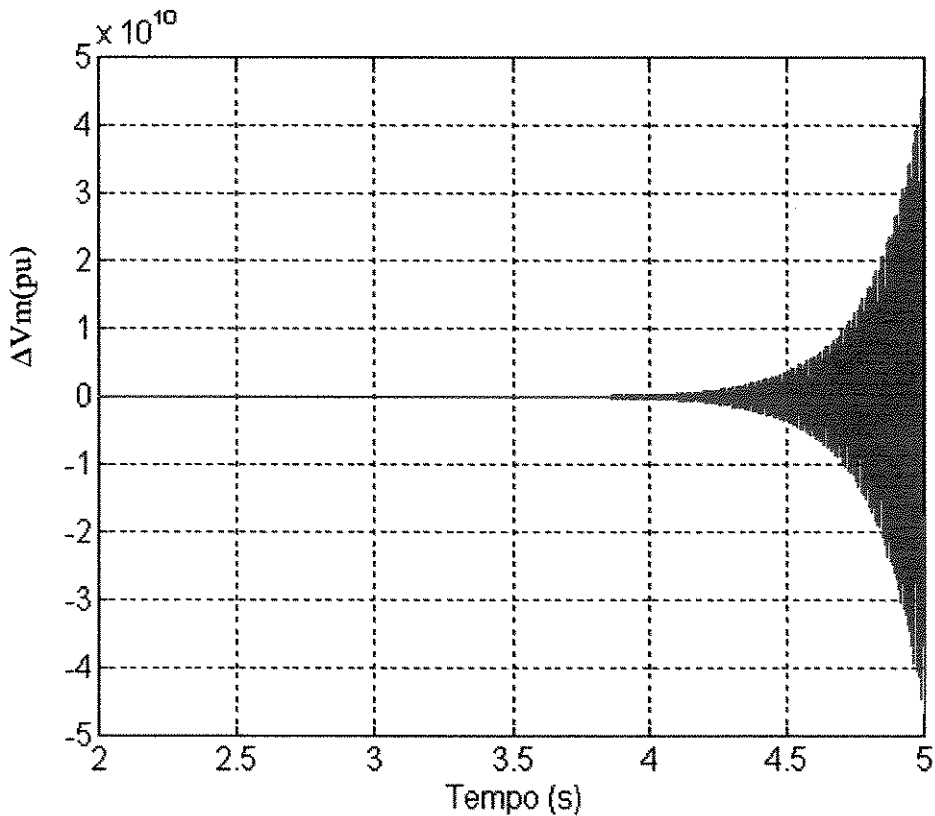


Figura 4.9 - Sistema desconsiderando a equação swing

As Figuras 4.10 e 4.11 mostram as simulações dinâmicas do sistema teste s/ regulador automático de tensão para os dois casos abordados anteriormente como estável (2 pu) e instável de amplitudes crescentes (2.23 pu). Nota-se na simulação da Figura 4.11 que na ausência do regulador de tensão a instabilidade é monotônica. Isto mostra que a instabilidade na forma de amplitudes crescentes (bifurcação de Hopf) está relacionada ao controle de tensão do gerador [Gebreselassie, 1994].

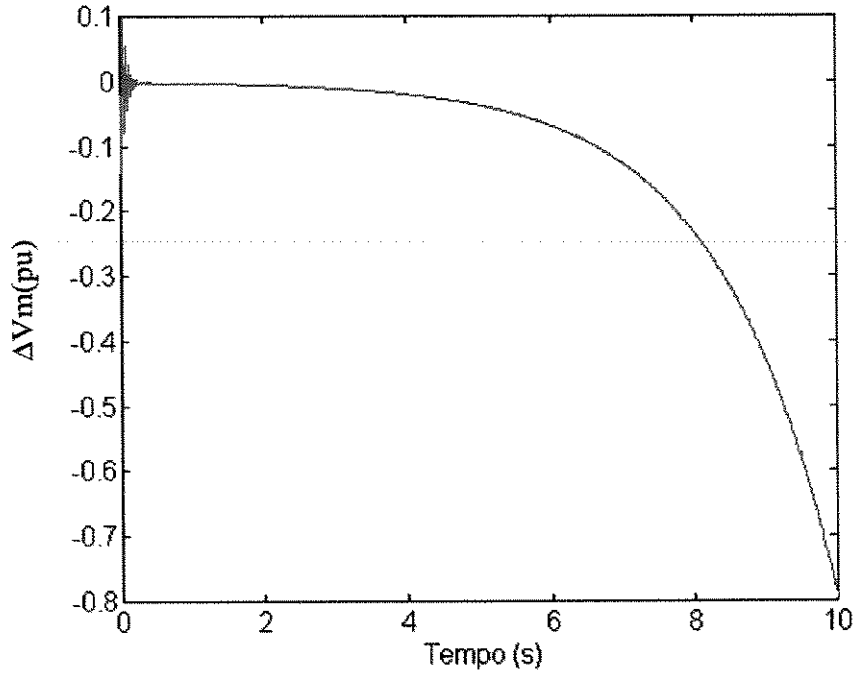


Figura 4.10 - Simulação dinâmica do sistema teste s/ regulador automático de tensão para um nível de carga de 2 pu

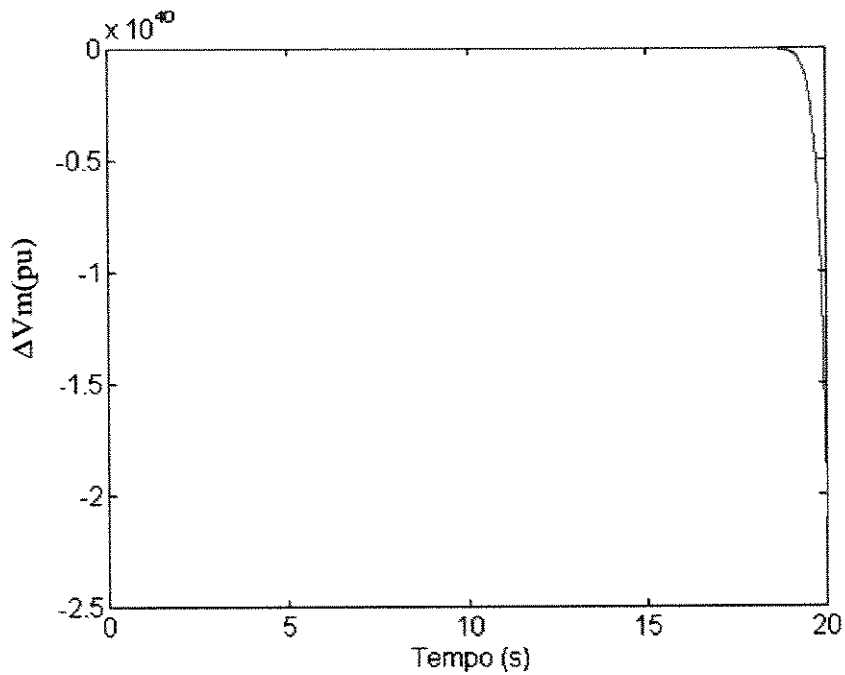


Figura 4.11 - Simulação dinâmica do sistema teste s/ regulador automático de tensão para um nível de carga de 2.2335 pu

## 4.2.2 Carga Dinâmica

### 4.2.2.1 Formulação Polinomial

A Figura 4.12 mostra as trajetórias dos autovalores críticos, considerando o modelo polinomial de carga agregada de Xu & Mansour [Xu, 1993], para incrementos de carga do tipo PQ, tendo como referência a demanda de  $100+j48,7$ MVA.

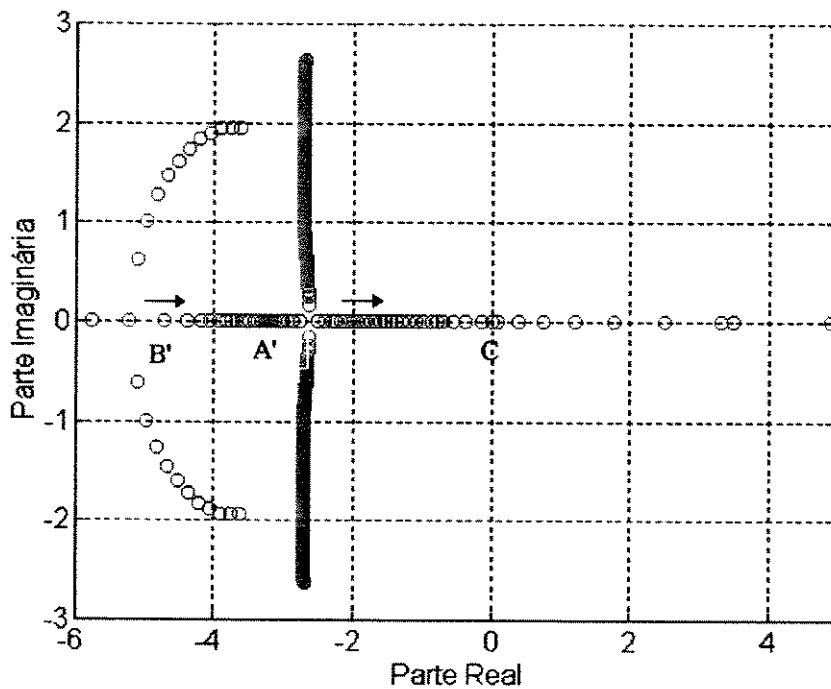


Figura 4.12 - Trajetória dos autovalores

Inicialmente o sistema é estável para condições de baixo carregamento, o que caracteriza autovalores com parte real negativa. Para novos incrementos de potência dois pares conjugados de autovalores deslocam-se no sentido negativo do eixo real, até os pontos A' e B' onde a parte imaginária destes autovalores se anula. Do ponto A', um autovalor move-se rapidamente no sentido positivo do eixo real cruzando a origem no ponto C, identificando um ponto de bifurcação, enquanto o outro autovalor move-se lentamente no sentido negativo do eixo real. O mesmo ocorre a partir do ponto B', e outro ponto de bifurcação é identificado.

Nota-se na Figura 4.13 que os determinantes dos jacobianos do fluxo de carga e algébrico tendem ao infinito, sendo isto devido a descontinuidade apresentada neste caso (formulação

polinomial) pela variável  $x_q$  para o mesmo nível de carga (Figura 4.14). Esta descontinuidade ocorre devido a uma limitação do modelo polinomial, visto que  $x_q$  será infinito quando o denominador da expressão  $x_q = \frac{Q_s(V)}{Q_t(V)}$  for nulo, como  $Q_t(V)$  é função da tensão sempre haverá um valor de tensão (crítica) para um dado conjunto de parâmetros ( $c_o, c_1, f_o, \dots$ ).

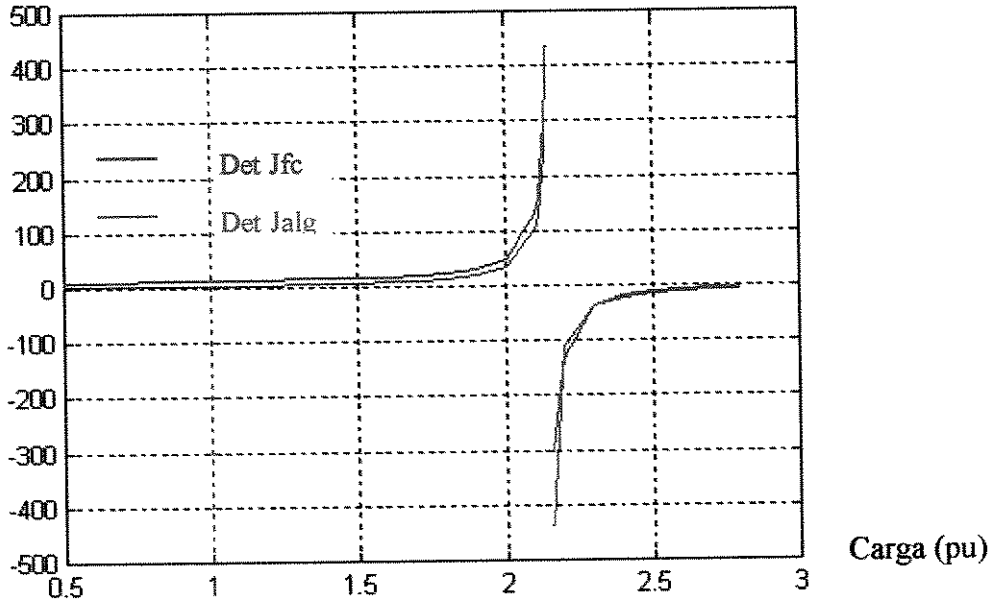


Figura 4.13 - Comportamento dos determinantes dos jacobianos algébrico e do fluxo de carga

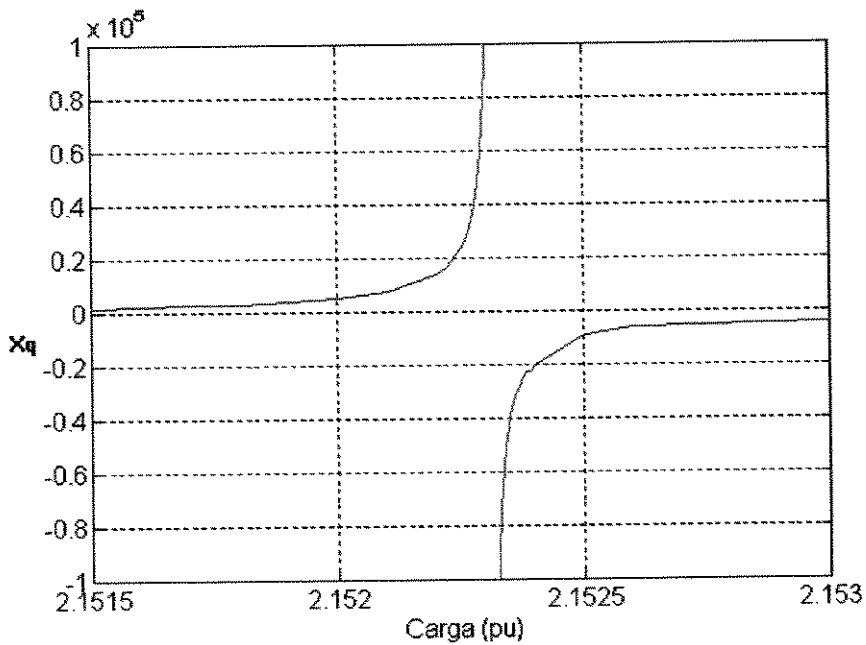


Figura 4.14- Comportamento de  $x_q$

O modelo polinomial de Xu & Mansour responde convenientemente para uma passo na tensão, ou seja a demanda de carga se recupera de forma exponencial para a condição de regime, até o ponto em que o denominador da função  $x_q$  torna-se zero (Figura 5.15-b). A partir deste ponto, ou seja desta tensão crítica, a demanda não mais se recupera, conforme mostrado na Figura 4.15-c.

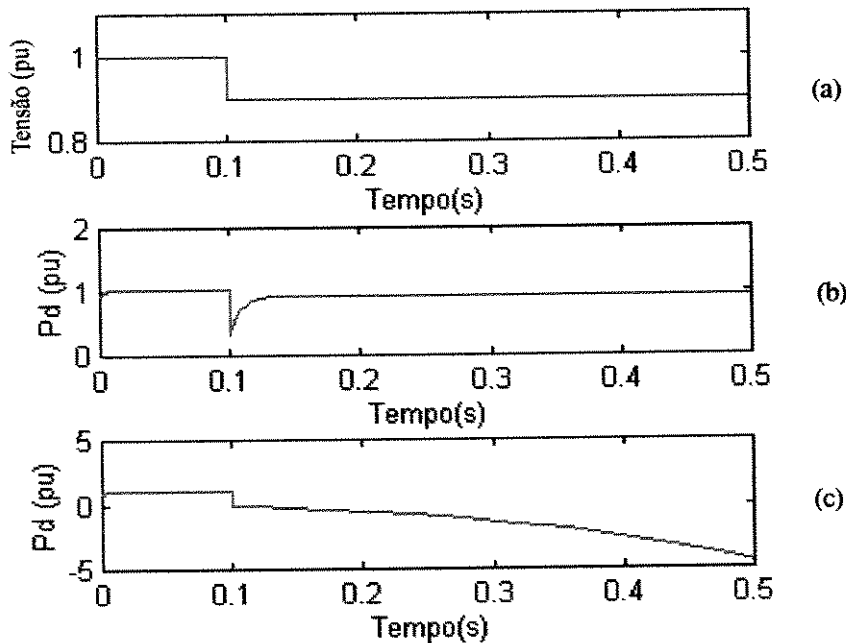


Figura 4.15 - Modelo dinâmico de carga de Xu & Mansour

As Tabelas 4.9 e 4.10 mostram os resultados das simulações descritas acima. Através da monitoração dos autovalores deste sistema linearizado identificou-se os carregamentos para os quais o primeiro autovalor crítico cruza o eixo imaginário mudando de semi-plano, assim como, o determinante dos jacobianos algébrico e do fluxo de carga contidos na matriz jacobiana do sistema. Os determinantes dos jacobianos algébrico e do fluxo de carga mudam de sinal para o mesmo nível de carga.

Tabela 4.9 - Carga dinâmica c/enrol. amortecedor

Incremento p	Autovalores	Det.alg	Det. FC
1,000	$-3,024 \pm j 2,006 / -21,121$	9151,912	131,746
1,500	$-3,43 \pm j 1,466 / -19,820$	15937,552	176,584
2,100	$-3,955 \pm j 0,89 / -16,883$	171188,000	1328,000
2,160	$-4,00 \pm j 0,829 / 3,298$	-1141005,000	-8489,000
3,000	$-0,540 / 646,714$	-3285,600	-2,488
3,110	$8,5601 / 1207,894$	-938,000	7,538

Tabela 4.10 - Carga dinâmica s/enrol. amortecedor

Incremento p	Autovalores	Det.alg	Det. FC
2,152	( -2,705 ± j1,009 / -0,137 )	16884232,000	206033,000
2,153	( -2,705 ± j1,007 / 0,293 )	-7869650,000	-95936,000
2,700	( -2,652 ± j 0,465 / 291,98 )	-7442,000	-44,330
2,800	( -2,238 / -3,010 / 364,78 )	-5593,000	-26,131
2,900	( -3,550 / -1,614 / 450,862 )	-4094,000	-12,806
3,000	( -0,564 / 563,056 )	-2754,920	-2,488
3,030	( 0,078 / 607,66 )	-2351,000	0,251

As Figuras 4.16 e 4.17 mostram as simulações no domínio do tempo para o nível de carga de 2.153 pu e 3.03 pu, respectivamente.

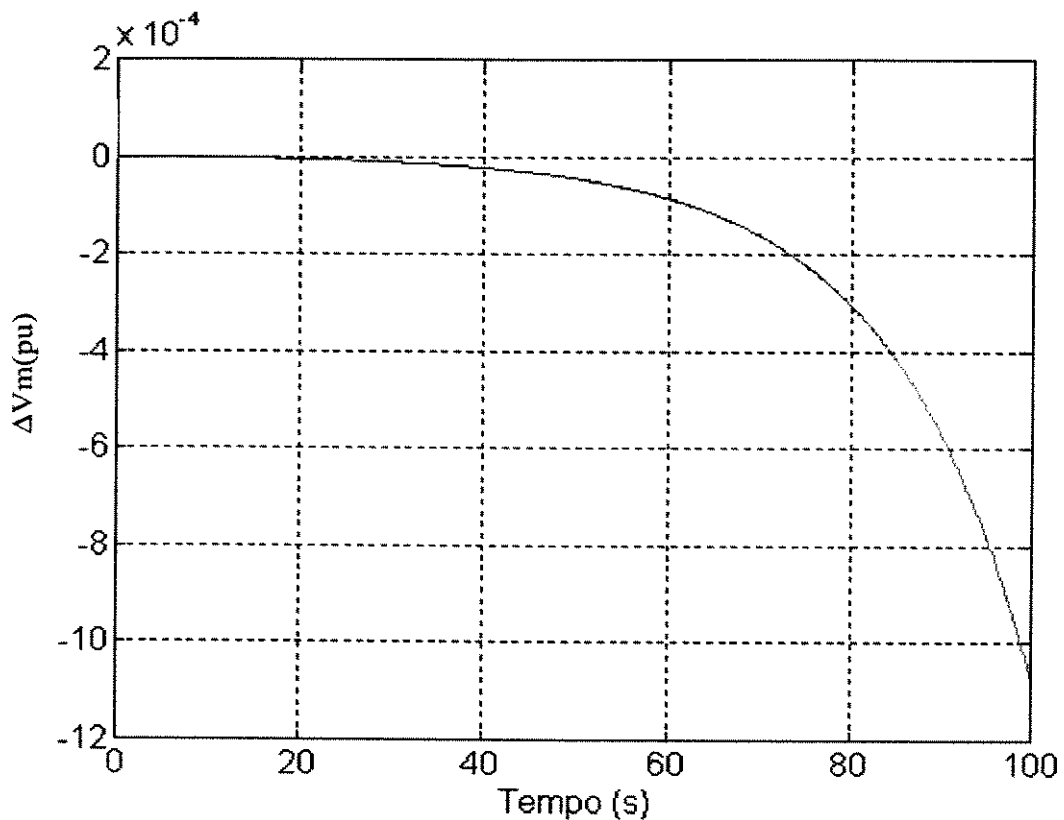


Figura 4.16 - Simulação no domínio do tempo

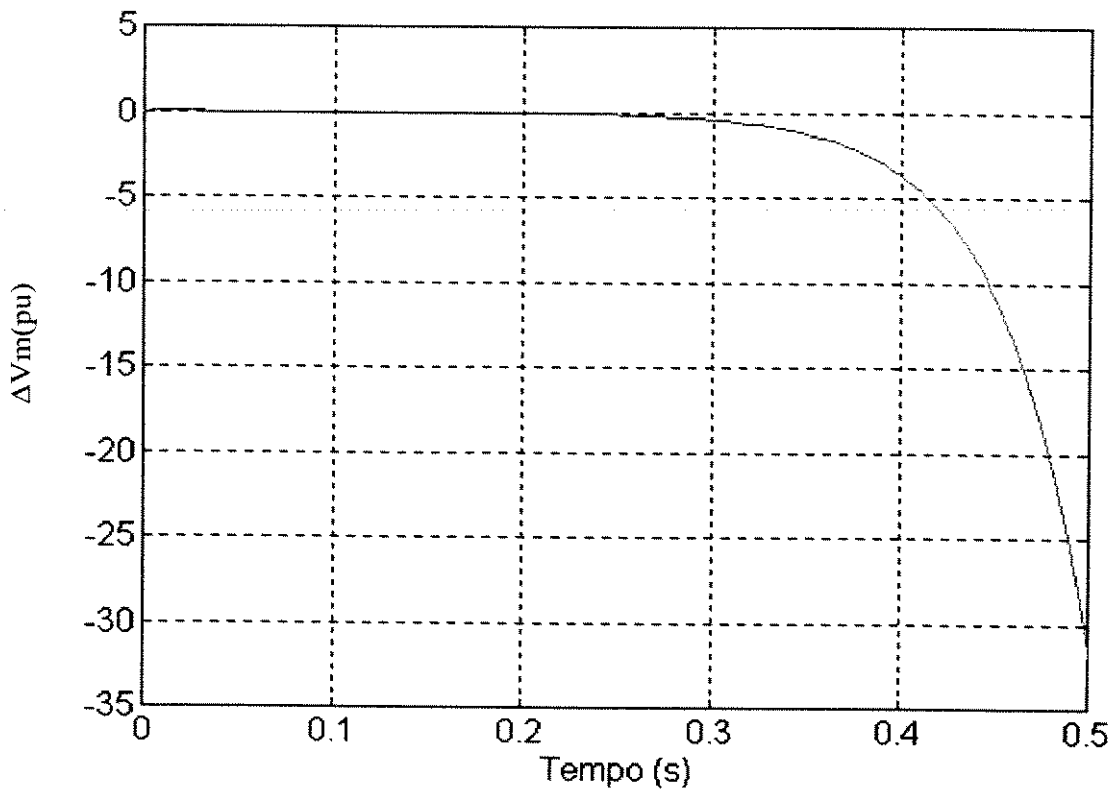


Figura 4.17 - Simulação no domínio do tempo

#### 4.2.2.2 Formulação Exponencial

A Figura 4.18 mostra a trajetória do autovalor crítico considerando a formulação exponencial do modelo de Xu & Mansour para incrementos de carga do tipo PQ. Observa-se que este autovalor real se aproxima da origem, conforme a carga é incrementada. Utilizando as expressões de Haque [Haque, 1995] para obter as soluções na parte inferior da curva P-V, constatou-se que o autovalor crítico não cruza o eixo imaginário, permanecendo praticamente nulo até o ponto em que a tensão é nula.



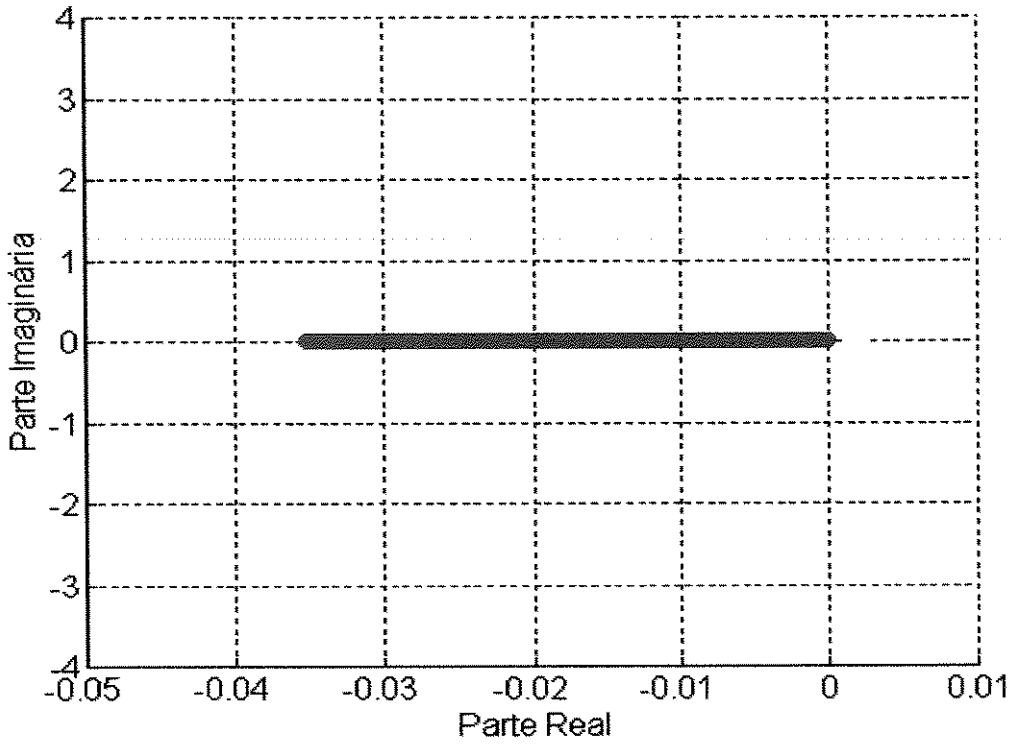


Figura 4.18 - Trajetória do autovalor crítico

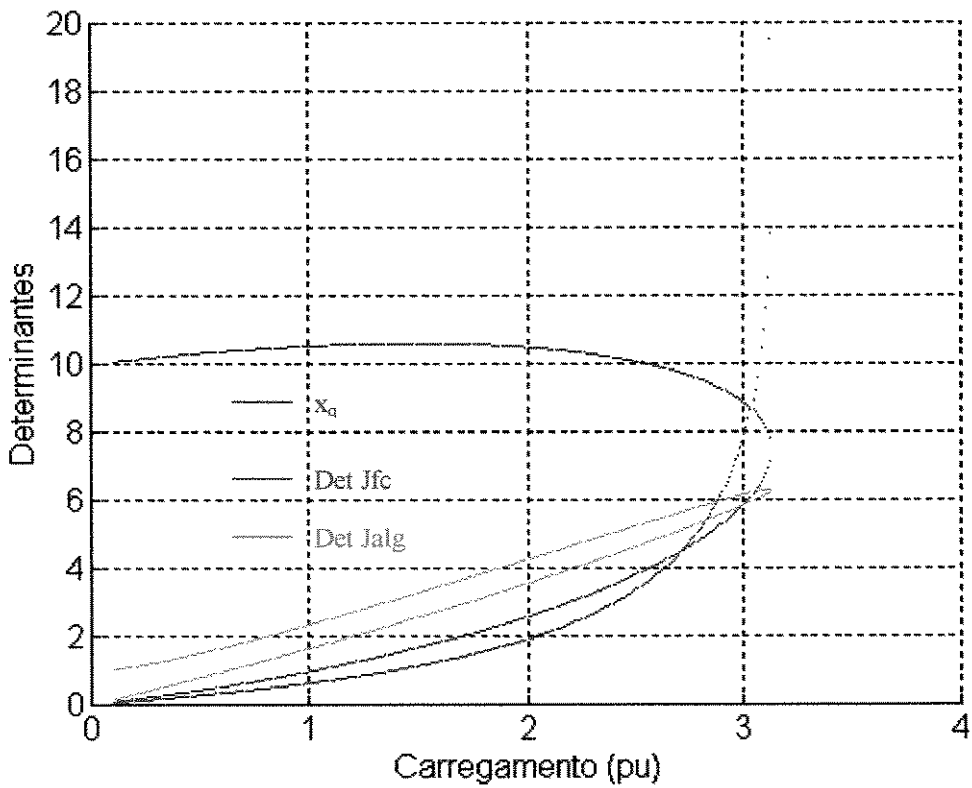


Figura 4.19 - Comportamento dos determinantes de Jfc e Jalg e da variável  $x_q$

Na Figura 4.19 são mostrados os comportamentos dos determinantes dos jacobianos algébrico e do fluxo de carga modificado, bem como o da variável  $x_q$  para a curva P-V completa utilizando as expressões de Haque [Haque, 1995] (Apêndice C). Estes determinantes foram colocados numa escala apropriada, ou seja, o determinante do jacobiano algébrico foi dividido por 1000 e do fluxo de carga por 10. Pode-se observar que o determinante do jacobiano do fluxo de carga diminui conforme o autovalor crítico (real) tende a cruzar o eixo imaginário. Isto mostra que a singularidade do jacobiano do fluxo de carga modificado tende a indicar o limite de estabilidade de tensão, caracterizado por uma bifurcação nó-sela. No entanto, simulando a parte inferior da curva P-V, constatou-se que este autovalor se aproxima mais ainda da origem, mas não cruza o eixo imaginário, conforme o esperado, bem como que os determinantes dos jacobianos do fluxo de carga modificado e do algébrico são nulos somente quando a tensão é nula. No último caso, este resultado confirma a análise realizada por Hiskens e Hill [Hiskens, 1994] que demonstraram para o modelo de Xu & Mansour que o jacobiano algébrico é singular somente quando a tensão é nula, ou seja, para este modelo a bifurcação de singularidade induzida não ocorre. O fato do jacobiano do fluxo de carga também ser singular somente quando a tensão é nula, pode ser demonstrado de maneira análoga à realizada por estes autores. Esta demonstração é feita em seguida.

Considerando nula a carga ativa, os balanços de potências ativa e reativa na barra de carga são dados por:

$$\frac{V_t V_m}{x} \sin(\theta_t - \theta_m) = 0 \quad (4-1)$$

$$-\frac{V_m^2}{x} + \frac{V_t V_m}{x} \cos(\theta_t - \theta_m) = x_q V_m^\beta \quad (4-2)$$

Da expressão 4.1 tem-se que  $\theta_t = \theta_m$ . Desta maneira, o determinante do jacobiano do fluxo de carga modificado (equação 3.63) é dado por (A1c=0):

$$\det[FC] = A1m(R2m + R1c) - R1mA2m = \frac{2V_m}{x} - \frac{V_t}{x} + \beta x_q V_m^{\beta-1} \quad (4-3)$$

e a equação 4.2 é expressa por:

$$-\frac{V_m^2}{x} + \frac{V_t V_m}{x} = x_q V_m^\beta \quad (4-4)$$

Quando o jacobiano do fluxo de carga é singular, tem-se da expressão 4.3:

$$\frac{V_t}{x} = \frac{2V_m}{x} + \beta x_q V_m^{\beta-1} \quad (4-5)$$

Substituindo a expressão 4.5 em 4.4, tem-se:

$$\frac{V_m^2}{x} + (\beta - 1)x_q V_m^\beta = 0 \quad (4-6)$$

a qual, se  $\beta \geq 1$ , somente pode ser satisfeita se  $V_m = 0$ .

Constata-se portanto, uma limitação do modelo de Xu & Mansour, o qual, conforme salientado por estes autores em [Hill, 1993], produz em alguns casos resultados estranhos, e em virtude disto abandonaram este modelo nos estudos de estabilidade de tensão.

## Capítulo 5

As principais características exibidas pelo modelo apresentado neste trabalho residem na sua capacidade de representar de forma detalhada as características dinâmicas do gerador e seu controle de excitação, as características estáticas e dinâmicas das cargas, bem como a preservação da estrutura do sistema. A representação em diagrama de blocos do modelo, através da qual a simulação dinâmica pode ser realizada, permite uma visualização clara da influência de cada componente na estabilidade do sistema, pelo fato desta representação ser flexível à introdução e retirada de cada componente, pela simples troca de parâmetros. A importância da preservação da estrutura do sistema fica bem caracterizada pela sua representação de espaço de estados, em que o jacobiano do fluxo de potência fica preservado como uma submatriz da matriz jacobiana do sistema dinâmico.

Os resultados apresentados no capítulo 4 demonstram o potencial didático do modelo proposto para a compreensão dos aspectos básicos da estabilidade de tensão, sob condições de pequenas perturbações. Mostrou-se que os tipos de bifurcações detectados estão diretamente relacionados com a modelagem utilizada para o gerador e para a carga. Para modelo (estático) de potência constante da carga a instabilidade (bifurcação de Hopf) é devida a dinâmica do controle de tensão do gerador. Para o modelo dinâmico de Xu & Mansour mostrou-se que a instabilidade pode ser detectada monitorando-se o determinante do jacobiano do fluxo de carga modificado. Uma limitação deste modelo de carga foi constatada para a formulação polinomial, pois este modelo só responde adequadamente antes de ser atingida uma certa tensão crítica. Outra

limitação foi constatada para o modelo exponencial, visto que a simulação realizada ao longo da curva P-V completa não detectou o cruzamento do eixo imaginário pelo autovalor crítico (real). No entanto, o fato deste autovalor e o determinante do jacobiano do fluxo de carga modificado permanecerem simultaneamente próximos de zero, permite inferir que o limite de estabilidade de tensão é indicado pela singularidade deste jacobiano, conforme demonstrado em [Pal, 1992], [Bompard, 1996]. Ou seja, a estabilidade de pequenas perturbações pode ser avaliada apenas pela análise do jacobiano do fluxo de carga modificado pelas características de regime permanente dos componentes dinâmicos.

### ***Sugestões para trabalhos futuros***

- Desenvolvimento de um Modelo de Sensibilidade de Potência para simulação dinâmica não linear, de modo a analisar a influência da modelagem das cargas na estabilidade estrutural do sistema, bem como permitir análises do tipo " snapshot" [Morison, 1993] através da representação de espaços de estado do MSP (Análise Modal).
- Implementação de modelos de motores de indução .
- Implementação de componentes, tais como OLTC's e Compensadores Estáticos de Reativos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abed, E.H; Hamdan, A.M.A; Lee, H.C. & Parlos, A.G., [1990]. "On Bifurcations in Power Systems Models and Voltage Collapse", *Proceedings of the 29th Conference on Decision and Control*, Honolulu-Hawaii, CH2917-3/90/0000-3014.
- Bompard, E.; Carpaneto, E.; Chicco, G. & Napoli, R., [1993]. "A Practical Application of Bifurcation Theory to Dynamic Voltage Stability", *Colloquium and Meeting of CIGRÉ Study Committee 38*, Florianopolis-Brazil.
- Bompard, E.; Carpaneto, E.; Chicco, G. & Napoli, R., [1996]. "A Dynamic Interpretation of the Load-Flow Jacobian Singularity for Voltage Stability Analysis", *Electrical Power & Energy Systems*, 0142-0615/96.
- Cañizares, C.A. & Hranilovic, S., [1994]. "Transcritical and Hopf Bifurcations in AC/DC Systems", Transcritical L.H. Fink (ed), *Proceedings: Bulk Power System Voltage Phenomena III - Voltage Stability, Security and Control*, ECC/NSF Workshop, (Davos, Switzzrland).
- Carpentier, J.; Girard, R. & Scano, E., [1984]. "Voltage Collapse Proximity Indicators Computed from an Optimal Power Flow", *Proceedings of the 8<sup>th</sup> Power Systems Computation Conference*, Helsinki, Finland.
- Chiang, H.D. & Jean-Jumeau, R., [1995]. "Toward a Pratical Performance Index for Predicting Voltage Collapse in Electrical Power Systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.10, N°2, pp.584-592.
- Chow, J.H. & Gebreselassie, A., [1990]. "Dynamic Voltage Stability Analysis of a Single Machine Constant Power Load System", *Proceedings of the 29th Conference on Decision and Control*, Honolulu, Hawaii.
- Da Silva, L.P., [1997]. "Uma Formulação Analítica Alternativa para a Análise Modal da Estabilidade de Tensão em Sistemas de Energia Elétrica", *dissertação de mestrado*, UNICAMP .
- Deckmann, S.M. & Da Costa, V.F., [1994]. "A Power Sensitivity Model for Electromechanical Oscillation Studies", *IEEE Transactions on Power System Engineering*, Vol. 9, N°2, pp.965-971.
- Deuse, J. & Stubbe, M., [1992]. "Dynamic Simulation of Voltage Collapses", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 8, N° 3, pp.894-904.
- Eyad, H. A.; Anan, M.A.H. & Hsien-Chiarn, L.F., [1990]. "On Bifurcations in Power System Models and Voltage Stability", *Proceedings of the 29th Conference on Decision and Control*, Honolulu, Hawaii.
- Fink, L.H., [1994]. (ed) *Proceedings: Bulk Power System Voltage Phenomena III - Voltage Stability, Security and Control*, Davos, Switzerland.

- Gao, B.; Morison, G.K. & Kundur, P., [1992]. "Voltage Stability Evaluation Using Modal Analysis", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 7, N° 4, pp.1529-1542.
- Gebreselassie, A. & Chow, J.H., [1994]. "Investigation of the Effects of Load Models and Generator Voltage Regulators on Voltage Stability", *Electric Power and Energy Systems*, Vol. 16, N° 2, pp.83-89.
- Haque M.H., [1995]. "A Fast Method for Determining the Voltage Stability Limit of a Power System", *Electrical Power Systems Research* 32, pp. 35-43.
- Hill, D.J., [1993]. "Nonlinear Dynamic Load Models with Recovery for Voltage Stability Studies", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 8, N° 1, pp. 166-176.
- Hill, D.J. & Hiskens, I.A., [1994]. "Modelling, Stability and Control of Voltage Behaviour in Power Supply Systems", *IV Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica*, Foz do Iguaçu-Brazil, pp. 1-17.
- Hiskens, I.A., [1995]. "Analysis Tools for Power Systems - Contending with Nonlinearities", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 83, N° 11, pp. 1573-1585.
- Hiskens, I.A. & Hill, D.J., [1994]. "Modelling of Dynamic Load behaviour", *Proc. NSF/ECC Workshop*.
- Kundur, P., [1993]. "Power System Stability and Control", Mc Graw-Hill, pp. 17-39.
- Kundur, P. & Morison, K., [1993]. "Practical Aspects of Voltage Stability Analysis", *Proceedings: EPRI/NERC Forum on Voltage Stability, Research Project 2473-62*, TR - 102222, pp. 19-34.
- Kwatny, H.G.; Pasrija, A.K. & Bahar, L.Y., [1986]. "Static Bifurcation in Electrical Power Networks: Loss of Steady-State Stability and Voltage Collapse", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. CAS-33, N°10, pp. 981-991.
- Kwatny, H.G.; Fischl, R.F. & Nwankpa, C.O., [1995]. "Local Bifurcation in Power Systems: Theory, Computation, and Application", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 83, N°11, pp. 1456-1481.
- Langevin, M. & Auriol, P., [1986]. "Load Response to Voltage Variations and Dynamic Stability", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. PWRS-1, N° 4.
- Lemos, B.F.A; Lerm, A.A.P. & Silva, A.S., [1996]. "Estabilidade de Tensão: Uma Abordagem Através da Teoria de Bifurcações", *XI Congresso Brasileiro de Automática*, São Paulo-SP, pp. 1649-1654.
- Lof, P.A; Andesson, G. & Hill, D.J., [1993]. "Voltage Stability Indices for Stressed Power Systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 8, N° 1.
- Lerm, A.A.P., [1995]. "Análise Modal Aplicada a Estabilidade de Tensão com Inclusão de Modelos Dinâmicos de Carga", *Dissertação de mestrado*, UFSC .

- Lesieutre, B.C.; Sauer, P.W. & Pai, M.A., [1995]. "Development and Comparative Study of Induction Machine Based Dynamic P, Q Load Models", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 10, N° 1.
- Mansour, Y., [1993]. "Suggested Techniques for Voltage Stability Analysis", *IEEE Power Engineering Society*, 93TH0620-5-PWR, 142p.
- Martins, N., [1986]. "Efficient Eigenvalue and Frequency Response Methods Applied to Power System Small-Signal Stability Studies", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. PWRS-1, N° 1, pp.217-226.
- Matlab User's Guide, [1992].
- Morison, G.K.; Gao, B. & Kundur, P., [1993]. "Voltage Stability Analysis Using Static and Dynamic Approaches", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 8, N° 3, pp.1159-1171.
- Navarro-Perez, R. & Prada, R.B., [1991]. "Voltage Collapse on Steady State Stability Limit", *International Workshop on Bulk Power System Voltage Phenomena II: Stability e Security*.
- Nema, O.M.S., [1996]. "Índice de Proximidade ao Colapso de Tensão Baseado nas Perdas de Potência Ativa: Investigação do Potencial de Utilização na Análise de Segurança em Tempo Real de Sistemas Elétricos de Potência", *Dissertação de Mestrado*, FEEC-UNICAMP.
- Pai, M.A., [1981]. "Power Systems-Stability", *North-Holland Publishing Company*.
- Pai, M.A; Sauer, P.W.; Lesieutre, B.C. & Adapa, R., [1995]. "Structural Stability in Power Systems-Effect of Load Models", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 10, N°2, pp.609-615.
- Pai, M.A; Sauer, P.W. & Lesieutre, B.C., [1995]. "Static and Dynamic Nonlinear Loads and Structural Stability in Power Systems", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 83, N°11, pp.1562-1571.
- Pal, M.K., [1992]. "Voltage Stability Conditions Considering Load Characteristics", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 7, N° 1, pp. 243-249.
- Pal, M.K., [1993]. "Voltage Stability: Analysis Needs, Modelling Requirement and Modelling Adequacy", *Proceedings of the IEE*, Vol. 140, N° 4, pp. 279-286.
- Pal, M.K., [1995]. "Assessment of Corrective Measures for Voltage Stability Considering Load Dynamics", *Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 17, N° 5, pp.325-334.
- Prada, R.B.; Cory, B.J. & Navarro-Perez, R., [1990]. "Assessment of Steady Voltage Collapse Critical Conditions", *IIEH, PSCC, GRAZ*.
- Rajagopalan, C.; Sauer, P.W. & Pai, M.A., [1989]. "Analysis of Voltage Control Systems Exhibiting Hopf Bifurcation", *Proceedings of the 28th Conference on Decision and Control*, Tampa-Florida IEEE, CH2642-7/89/0000-0332.



- Rajagopalan, C.; Lesieutre, B.; Sauer, P.W. & Pai, M.A., [1992]. "Dynamic Aspects of Voltage/Power Characteristics", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 7, N° 3, pp.990-1000.
- Ranjan, R.K.; Pai, M.A. & Sauer, P.W., [1993]. "Analytical Formulation of Small Signal Stability Analysis of Power Systems with Nonlinear Load Models", *Proceedings in Engineering Sciences*, Vol. 18, Part 5, pp.869-899, Bangalore-India.
- Rocha, C.R.R.; Pinto & L.M.V.G., [1996]. "Teoria das Bifurcações em Sistemas de Potência: Uma Aplicação ao Problema de Otimização", XI Congresso Brasileiro de Automática, Vol. 1, pp. 245-250.
- Sauer, P.W. & Pai, M.A., [1990]. "Power Systems Steady Stability and the Load-Flow Jacobian", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 5, N° 4, pp. 1374-1381.
- Sekine, Y.; Takahashi, K.; Ichida, Y.; Ohura, Y. & Tsuchimori, N., [1992]. "Method of Analysis and Assessment on Power System Voltage Phenomena and Improvements Including Control Strategies for Greater Voltage Stability Margins", *CIGRÉ*, 38-206, pp.1-8.
- Seydel, R., [1994]. "Practical Bifurcation and Stability Analysis", Second Edition, Springer-Verlag.
- Simulink User's Guide, [1992].
- Srivastava, K.N. & Srivastava, S.C., [1995]. "Application of Hopf Bifurcation Theory for Determining Critical Value of a Generator Control on Load Parameter", *IEEE Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 17, N° 5, pp.347-3.
- Taylor, C.W., [1993]. "Power System Voltage Stability", Mc Graw-Hill, pp. 17-31.
- Undrill, J.M., [1968]. "Dynamic Stability Calculations for an Arbitrary Number of Interconnected Synchronous Machines", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-87, N° 3, pp. 835-844.
- Van Cutsem, T. & Vournas, C.D., [1996]. "Voltage Stability Analysis in Transient and Mid-term Time Scales", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 11, N° 1.
- Vournas, C.D. and Krassas, N.D., [1993]. "Voltage Stability as Affected by Static Load Characteristics", *IEE Proceedings-C*, Vol. 140, N° 3, pp. 221-228.
- Vournas, C.D. and Manos, G., [1993]. "An Overview of Dynamic Phenomena Related to Voltage Collapse", *IEEE Power System Engineering*.
- Vournas, C.D., [1994]. "On the Modelling of Collapse in Dynamical Systems", Fink, (ed). *Proceedings: Bulk Power System Voltage Phenomema III - Voltage Stability, Security and Control*, ECC. Inc, Davos, Switzzland.
- Vournas, C.D., [1994]. "Voltage Stability and Controllability Indices for Multimachine Power Systems", *IEEE Power System Engineering*.

- Vu, K.T.; Liu, C.C.; Taylor, C.W. & Jimma, K.M., [1995]. "Voltage Instability: Mechanisms and Control Strategies", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 83, N° 11, pp. 1442-1453.
- Xu, W. & Mansour, Y., [1993]. "Voltage Stability Analysis Using Generic Dynamic Load Models", *IEEE Transation on Power Systems*, 93WM185-9PWRS, pp. 1-8.
-

## Apêndice A

### Condições Iniciais

As condições iniciais são obtidas a partir de saídas de um fluxo de carga base, onde os valores de tensão, ângulo e injeção de potência são calculados para um dado ponto de operação. Com base nestes resultados as variáveis de estado, para a condição de regime permanente, são atualizadas.

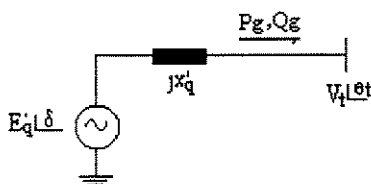


Figura A.1- Diagrama unifilar do sistema de geração

#### Variáveis de estado

- Delta

$$\bar{I}^* = \frac{\bar{S}}{\bar{V}} \quad (\text{A.1})$$

$$I_{\text{real}} + jI_{\text{imag}} = \frac{1}{V_t} (P_{\text{calc}} \cos\theta_t + Q_{\text{calc}} \text{sen}\theta_t) + j \frac{1}{V_t} (P_{\text{calc}} \text{sen}\theta_t - Q_{\text{calc}} \cos\theta_t) \quad (\text{A.2})$$

$$I_{\text{mod}} \angle I_{\text{ang}} = \sqrt{(I_{\text{real}})^2 + (I_{\text{imag}})^2} \angle \arctan g(I_{\text{imag}} / I_{\text{real}})$$

$$\delta = \arctan g\left(\frac{V_t \text{sen}\theta_t + x_q I_{\text{mod}} \cos(I_{\text{ang}})}{V_t \cos\theta_t - x_q I_{\text{mod}} \text{sen}(I_{\text{ang}})}\right) \quad (\text{A.3})$$

$$I_d + jI_q = I_{\text{mod}} e^{j(I_{\text{ang}} - \delta + \frac{\pi}{2})} \quad (\text{A.4})$$

$$I_d = I_{\text{mod}} \cos(I_{\text{ang}} - \delta + \pi / 2) \quad (\text{A.5})$$

$$I_q = I_{\text{mod}} \text{sen}(I_{\text{ang}} - \delta + \pi / 2) \quad (\text{A.6})$$

$P_{\text{cal}}$  e  $Q_{\text{calc}}$  -saídas do fluxo de carga

$$V_d + jV_q = V_t e^{j(\theta_t - \delta + \frac{\pi}{2})} \quad (\text{A.7})$$

$$V_d = V_t \cos(\theta_t - \delta + \pi/2) \quad (\text{A.8})$$

$$V_q = V_t \text{sen}(\theta_t - \delta + \pi/2) \quad (\text{A.9})$$

- Sistema de Excitação

$$E'_{fd} = x_d I_d + V_q \quad (\text{A.10})$$

- Tensão transitória de eixo em quadratura

$$E'_q = V_t \cos(\delta - \theta_t) + x'_d I_d \quad (\text{A.11})$$

- Tensão transitória de eixo direto

$$E'_d = V_t \text{sen}(\delta - \theta_t) - x'_q I_q \quad (\text{A.12})$$

### Potência Gerada

Considerando enrolamento amortecedor no eixo q no modelo do gerador

$$P + jQ = (V_d + jV_q)(I_d - jI_q) \quad (\text{A.13})$$

$$P = V_q I_q + V_d I_d = \frac{V_t E'_q \text{sen}(\delta - \theta_t)}{x'_d} - \frac{E'_d V_t \cos(\delta - \theta_t)}{x'_q} + \frac{V_t^2}{2} \text{sen}2(\delta - \theta_t) \left[ \frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right] \quad (\text{A.14})$$

$$\begin{aligned} Q &= -V_d I_q + V_q I_d \\ &= \frac{V_t}{x'_d} (E'_q \cos(\delta - \theta_t) - V_t) + \frac{E'_d V_t}{x'_q} \text{sen}(\delta - \theta_t) - \frac{V_t^2}{2} (1 - \cos2(\delta - \theta_t)) \left( \frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Pcal e Qcalc -saídas do fluxo de carga

## Apêndice B

Neste apêndice são mostrados as expressões das sensibilidades locais das funções de potência ativa e reativa dadas pelos pares de equações (3.1) e (3.2).

### • Gerador

#### Coefficientes de sensibilidade de Potência Ativa

$$A_{1g} = \frac{\partial P_g}{\partial(\delta - \theta_t)} = \frac{V_t E'_q \cos(\delta - \theta_t)}{x'_d} + \frac{E'_d V_t \sin(\delta - \theta_t)}{x'_q} + V_t^2 \cos 2(\delta - \theta_t) * \left[ \frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right] \quad (B.1)$$

$$A_{2g} = \frac{\partial P_g}{\partial E'_q} = \frac{V_t}{x'_d} \sin(\delta - \theta_t) \quad (B.2)$$

$$A_{3g} = \frac{\partial P_g}{\partial V_t} = \frac{E'_q \sin(\delta - \theta_t)}{x'_d} - \frac{E'_d \cos(\delta - \theta_t)}{x'_q} + V_t \sin 2(\delta - \theta_t) * \left[ \frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right] \quad (B.3)$$

$$A_{4g} = \frac{\partial P_g}{\partial E'_d} = -\frac{V_t}{x'_q} \cos(\delta - \theta_t) \quad (B.4)$$

#### Coefficientes de sensibilidade de Potência Reativa

$$R_{1g} = \frac{\partial Q_g}{\partial(\delta - \theta_t)} = -\frac{V_t E'_q \sin(\delta - \theta_t)}{x'_d} + \frac{E'_d \cos(\delta - \theta_t)}{x'_q} - V_t^2 \sin 2(\delta - \theta_t) * \left[ \frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right] \quad (B.5)$$

$$R_{2g} = \frac{\partial Q_g}{\partial E'_q} = \frac{V_t}{x'_d} \cos(\delta - \theta_t) = -A_{4g} \quad (B.6)$$

$$R_{3g} = \frac{\partial Q_g}{\partial V_t} = \frac{E'_q \cos(\delta - \theta_t)}{x'_d} + \frac{E'_d \sin(\delta - \theta_t)}{x'_q} - \frac{2V_t}{x'_d} - V_t(1 - \cos 2(\delta - \theta_t)) * \left[ \frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right] \quad (B.7)$$

$$R_{4g} = \frac{\partial Q_g}{\partial E'_d} = \frac{V_t}{x'_q} \sin(\delta - \theta_t) \quad (B.8)$$

- **Carga**

Modelo Estático

Coefficientes de sensibilidade de Potência Ativa

$$A_{1c} = \frac{\partial P_c}{\partial V_m} = \frac{n_p P_o}{V_o} \quad (B.9)$$

Coefficientes de sensibilidade de Potência Reativa

$$R_{1c} = \frac{\partial Q_c}{\partial V_m} = \frac{n_q Q_o}{V_o} \quad (B.10)$$

- **Rede**

Coefficientes de sensibilidade de Potência Ativa

$$A_{1t} = \frac{\partial P_t}{\partial(\theta_t - \theta_m)} = \frac{V_t V_m}{x_e} \cos(\theta_t - \theta_m) \quad (B.11)$$

$$A_{2t} = \frac{\partial P_t}{\partial V_m} = \frac{V_t}{x_e} \sin(\theta_t - \theta_m) \quad (B.12)$$

$$A_{3t} = \frac{\partial P_t}{\partial V_t} = \frac{V_m}{x_e} \sin(\theta_t - \theta_m) \quad (B.13)$$

$$A_{1m} = \frac{\partial P_m}{\partial(\theta_m - \theta_t)} = \frac{V_t V_m}{x_e} \cos(\theta_m - \theta_t) = A_{1t} \quad (B.14)$$

$$A_{2m} = \frac{\partial P_m}{\partial V_m} = \frac{V_t}{x_e} \text{sen}(\theta_m - \theta_t) = -A_{2t} \quad (\text{B.15})$$

$$A_{3m} = \frac{\partial P_m}{\partial V_t} = \frac{V_m}{x_e} \text{sen}(\theta_m - \theta_t) = -A_{3t} \quad (\text{B.16})$$

### Coeficientes de sensibilidade de Potência Reativa

$$R_{1t} = \frac{\partial Q_t}{\partial(\theta_t - \theta_m)} = \frac{V_t V_m}{x_e} \text{sen}(\theta_t - \theta_m) \quad (\text{B.17})$$

$$R_{2t} \frac{\partial Q_t}{\partial V_m} = -\frac{V_t}{x_e} \cos(\theta_t - \theta_m) \quad (\text{B.18})$$

$$R_{3t} = \frac{\partial Q_t}{\partial V_t} = \frac{2V_t}{x_e} - \frac{V_m}{x_e} \cos(\theta_t - \theta_m) \quad (\text{B.19})$$

$$R_{1m} = \frac{\partial Q_m}{\partial(\theta_m - \theta_t)} = \frac{V_t V_m}{x_e} \text{sen}(\theta_m - \theta_t) = R_{1t} \quad (\text{B.20})$$

$$R_{2m} = \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} = \frac{2V_m}{x_e} - \frac{V_t}{x_e} \cos(\theta_m - \theta_t) \quad (\text{B.21})$$

$$R_{3m} = \frac{\partial Q_m}{\partial V_t} = -\frac{V_m}{x_e} \cos(\theta_m - \theta_t) \quad (\text{B.22})$$

## Apêndice C

Neste apêndice é mostrado o cálculo das expressões de Haque [Haque, 1995] que permite obter a curva P-V completa para um sistema isolado.

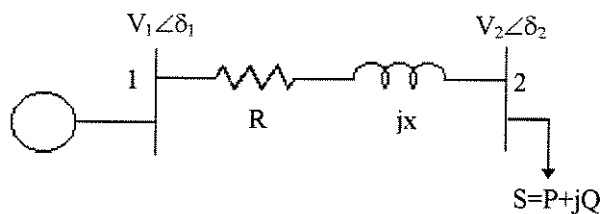


Figura C.1 - Sistema de duas barras

Considere o sistema mostrado na Figura C.1, composto de duas barras conectadas através de uma linha de transmissão com impedância  $Z=R+jX$ . A barra 1 é considerada como uma barra swing e a barra 2 como de carga. Para um dado valor de  $V_1$ , a relação entre a magnitude da tensão da barra de carga  $V_2$  e a potência da carga pode ser escrita como:

$$V_1^2 = V_2^2 + 2(RP + XQ) + (R^2 + X^2) \frac{P^2 + Q^2}{V_2^2} \quad (C.1)$$

Assumindo  $x = V_2^2$ , a equação acima pode ser escrita na forma quadrática como a seguir:

$$a_1 x^2 + b_1 x + c_1 = 0 \quad (C.2)$$

onde

$$a_1=1 \qquad b_1=2(RP+XQ)-V_1^2 \qquad c_1=(R^2+X^2)(P^2+Q^2)$$

A magnitude de tensão positiva da barra 2 obtida a partir da solução da equação C.2 é dada por:

$$V_2^H = \left( \frac{-b_1 + d^{1/2}}{2a_1} \right)^{1/2} \quad (C.3)$$

$$V_2^L = \left( \frac{-b_1 - d^{1/2}}{2a_1} \right)^{1/2} \quad (C.4)$$

onde o discriminante  $d$  é dado por

$$d = b_1^2 - 4a_1c_1 = V_1^4 + 4[2PQRX - V_1^2(RP + XQ) - R^2Q^2 - X^2P^2] \quad (C.5)$$



## Apêndice D

Nas equações 3.30 e 3.31 os coeficientes de reação de armadura são definidos como:

$$K_v = \frac{x_d - x'_d}{x'_d} \cos(\delta - \theta_t) \quad (D.1)$$

$$K_a = \frac{x_d - x'_d}{x'_d} V_t \text{sen}(\delta - \theta_t) \quad (D.2)$$

$$K'_v = \frac{x_q - x'_q}{x'_q} \text{sen}(\delta - \theta_t) \quad (D.3)$$

$$K'_a = \frac{x_q - x'_q}{x'_q} V_t \cos(\delta - \theta_t) \quad (D.4)$$

As expressões dos parâmetros  $K_3$  e  $K_6$  são dadas por:

$$\frac{1}{K_3} = \frac{\Delta E_{fd}}{\Delta E'_q} = \frac{x'_d}{x_d} - K_v K_6 - K_a L_4 - K_a L_5 K_6 \quad (D.5)$$

$$\frac{\Delta V_t}{\Delta E'_q} = \frac{R_{2g} - (R_{1g} - R_{1t}) L_4 + R_{1t} L_4}{[(R_{1g} + R_{1t}) L_5 - (R_{3g} - R_{3t}) - R_{tt} L_5 - R_{1t} L_2 + R_{2t} L_3]} = K_6 \quad (D.6)$$

## Apêndice E

Neste apêndice é descrito através de um algoritmo os procedimentos utilizados para a realização das simulações.

### Algoritmo

- passo 1: rodar um fluxo de carga, para atualizar as variáveis de tensão e ângulo de todas as barras;
- passo 2: calcular as variáveis de estado como condição inicial;
- passo 3: calcular os coeficientes de sensibilidade de potência do modelo MSP;
- passo 4: calcular os autovalores da matriz de estados do sistema;
- passo 5: verificar a estabilidade do ponto de equilíbrio;
- passo 6: se o sistema for estável, incrementar a carga e voltar ao passo 1, senão passo 7 ;
- passo 7: simulação no domínio do tempo do modelo linear para o carregamento crítico, ou seja para o carregamento em que foi detectado um ponto de instabilidade pelo passo 6.