

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

# Modelamento inverso e otimização de forma de um absorvedor de impacto.

Autor: Daniel Leonardo Martins  
Orientador: Prof. Dr. Marco Lúcio Bittencourt

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

# Modelamento inverso e otimização de forma de um absorvedor de impacto.

Autor: Daniel Leonardo Martins  
Orientador: Prof. Dr. Marco Lúcio Bittencourt

Curso: Engenharia Mecânica  
Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de mestrado acadêmico apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

CAMPINAS, 2007  
SP - BRASIL

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

M366m                      Martins, Daniel Leonardo  
                                    Modelamento inverso e otimização de forma de um  
                                    absorvedor de impacto. / Daniel Leonardo Martins.–  
                                    Campinas, SP: [s.n.], 2007.

                                    Orientador: Marco Lúcio Bittencourt  
                                    Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
                                    Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

                                    1. Otimização estrutural. 2. Características-  
                                    Propriedades. I. Bittencourt, Marco Lúcio. II.  
                                    Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de  
                                    Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Inverse modeling and shape optimization of an energy absorber

Palavras-chave em Inglês: Material characterization, Cowper-symonds, Johnson-cook,  
                                    Parametric optimization, Shape optimization, Inverse  
                                    modeling, Structural impact, Crashworthiness

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Éder Lima de Albuquerque e Marcílio Alves

Data da defesa: 04/07/2007

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

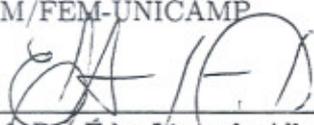
# Modelamento inverso e otimização de forma de um absorvedor de impacto.

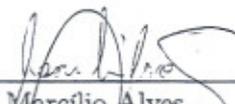
Autor: Daniel Leonardo Martins

Orientador: Prof. Dr. Marco Lúcio Bittencourt

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Paulo Roberto Gardel Kurka, Presidente  
DPM/FEM-UNICAMP

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Éder Lima de Albuquerque  
DPM/FEM-UNICAMP

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Marcílio Alves  
EPUSP/São Paulo

Campinas, 04 de julho de 2007.

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
CÉSAR LATTES  
DESENVOLVIMENTO DE COLEÇÃO

# Dedicatória

À minha mãe pelo incentivo nos momentos difíceis e por investir sua vida na educação de seus filhos.

# Agradecimentos

Primeiramente a DEUS, pois sem ele nada disso seria possível.

Ao meu orientador Prof. Dr. Marco Lúcio Bittencourt pela amizade, orientação, oportunidade de realizar esse projeto e confiança depositada.

Ao Prof. Dr. Marcílio Alves pela amizade e por ter aberto as portas de seu laboratório e assim disponibilizado todos os recursos necessários para que esse trabalho pudesse ter sido elaborado.

A todos os colegas do Laboratório de Análise de Tensões da FEM: Carlos Eduardo Leite Pereira, Edilson Borges, Fabiano Leonardo Marquezi, Rodrigo Alves Augusto, Rodrigo Ceccato Gerardin, Pedro Henrique Baptistella e Thais Godoy Vazquez.

A todos os colegas, professores e funcionários da FEM que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização desse trabalho.

A todos os colegas do Grupo de Mecânica dos Sólidos e Impacto em Estruturas da Universidade de São Paulo: André Saikai Gomes, Bruno César Correia de Lima, Giancarlo Barbosa Micheli, Rafael Traldi Moura, Rafael Celeghini Santiago, Renato T. Yamasaki, Roberto Eiki Oshiro e Ruben Domingos de Lima Ferreira.

Ao Dr. Ricardo Lessa Azevedo pelos ensinamentos e "consultorias".

Aos amigos que considero como irmãos: André Rodrigues de Mendonça, Arlindo de Oliveira Queiroz, Daniel Verga Boeri, Fábio Villas-Boas e Josimar Pereira Leite Júnior.

À CAPES, DPM, FEM e UNICAMP pelo suporte financeiro e institucional destinados a esse projeto.

*"Never surrender, only with glory we will fall."*

Joacim Cans e Oscar Dronjak

# Resumo

MARTINS, Daniel Leonardo. *Modelamento inverso e otimização de forma de um absorvedor de impacto*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2007. 130p. Dissertação (Mestrado)

Este trabalho apresenta uma metodologia de otimização de forma aplicada a estruturas submetidas a cargas de impacto, de modo a aumentar sua capacidade de absorção de energia de impacto. Para isso, é necessário conhecer as propriedades mecânicas dos materiais empregados em tais estruturas, as quais são obtidas através de uma metodologia de abordagem dupla experimental-otimização. São obtidos os parâmetros ótimos das leis constitutivas de Cowper-Symonds e Johnson-Cook para materiais sensíveis à taxa de deformação que melhor se ajustam aos respectivos dados experimentais. Finalmente, esses parâmetros são utilizados na análise de uma estrutura complexa, a qual tem sua capacidade de absorção de energia de impacto melhorada utilizando a Metodologia de Resposta da Superfície.

## *Palavras-chave*

- Caracterização de Materiais, Cowper-Symonds, Johnson-Cook, Otimização Paramétrica, Otimização de Forma, Modelamento Inverso, Impacto em Estruturas, Absorção de Energia de Impacto.

# Abstract

MARTINS, Daniel Leonardo, *Inverse modeling and shape optimization of an energy absorber*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2007. 130p. (Master's Thesis)

This work presents a shape optimization methodology applied to structures submitted to impact loads in order to improve their crashworthiness. To this end, it is necessary to know the structural material properties, which were obtained using a dual experimental-optimization methodology. Optimum parameters are obtained for the Cowper-Symonds and Johnson-Cook strain rate sensitive constitutive laws which best fit the material experimental data. These parameters were then used in the analysis of a complex structure, which is crashworthy optimized using a Response Surface Methodology.

## *Keywords*

- Material Characterization, Cowper-Symonds, Johnson-Cook, Parametric Optimization, Shape Optimization, Inverse Modeling, Structural Impact, Crashworthiness.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>x</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xiv</b>
<b>Nomenclatura</b>	<b>xvii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação . . . . .	1
1.2 Revisão Bibliográfica . . . . .	6
1.3 Objetivos da Dissertação . . . . .	9
1.4 Organização do Texto . . . . .	10
<b>2 Otimização</b>	<b>13</b>
2.1 Definições do Problema de Otimização . . . . .	13
2.2 Métodos Probabilísticos . . . . .	16
2.2.1 Metodologia de Resposta da Superfície (RSM) . . . . .	17
2.2.2 Redes Neurais . . . . .	19
2.2.3 Kriging . . . . .	22
2.2.4 Medidas de Erros dos Métodos Probabilísticos . . . . .	23
2.3 Tipos de Otimização . . . . .	24
<b>3 Caracterização Quasi-Estática dos Materiais</b>	<b>29</b>
3.1 Procedimentos dos Testes de Tração . . . . .	30
3.2 Resultados dos Testes de Tração . . . . .	33
3.3 Procedimentos dos Testes de Compressão . . . . .	35
3.4 Resultados dos Testes de Compressão . . . . .	37
3.5 Discussão dos Resultados . . . . .	40
<b>4 Caracterização Dinâmica dos Materiais</b>	<b>41</b>
4.1 Barra de Hopkinson . . . . .	42
4.2 Procedimentos dos Testes Dinâmicos . . . . .	44

4.3	Resultados dos Testes Dinâmicos . . . . .	45
4.4	Discussão dos Resultados . . . . .	53
<b>5</b>	<b>Leis Constitutivas</b>	<b>55</b>
5.1	Cowper-Symonds . . . . .	56
5.2	Johnson-Cook . . . . .	60
5.3	Coefficientes Experimentais das Leis Constitutivas . . . . .	63
5.4	Discussão dos Resultados . . . . .	69
<b>6</b>	<b>Aplicações</b>	<b>71</b>
6.1	Modelamento Inverso . . . . .	71
6.1.1	Modelo Simplificado . . . . .	75
6.1.2	Modelo Completo . . . . .	81
6.2	Absorção de Impacto do Batente Plástico Impactado por uma Massa Rígida	86
6.2.1	Absorção de Impacto em Estruturas . . . . .	90
6.2.2	Modelos . . . . .	94
6.2.3	Simulações Numéricas . . . . .	95
6.2.4	Resultados das Otimizações de Forma . . . . .	99
6.3	Discussão dos Resultados . . . . .	103
<b>7</b>	<b>Experimento de Queda Livre</b>	<b>105</b>
7.1	Procedimentos do Experimento de Queda Livre . . . . .	105
7.2	Simulação Numérica do Experimento de Queda Livre em Compressores . . .	108
7.3	Discussão dos Resultados . . . . .	117
<b>8</b>	<b>Conclusões e Perspectivas Futuras</b>	<b>121</b>
8.1	Conclusões . . . . .	121
8.2	Perspectivas Futuras . . . . .	123
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>125</b>

# Lista de Figuras

1.1	Situações nas quais o compressor pode sofrer quedas . . . . .	3
1.2	Cantoneiras metálicas. . . . .	4
1.3	Batente plástico utilizado como absorvedor de impacto no sistema de suspensão de compressores de refrigeradores domésticos. . . . .	4
1.4	Simulação numérica do "drop test" de um aparelho televisor, Low et al. (2004). . . . .	5
1.5	"Crashtest" típico, (NHTSA). . . . .	5
2.1	Esquema de uma rede neural com duas entradas e uma camada oculta de quatro neurônios com função de ativação $f$ , Stander et al. (2004). . . . .	21
2.2	Função de transferência sigmóide $y=1/(1+e^{-x})$ tipicamente utilizada em redes do tipo <i>feed-forward</i> , Stander et al. (2004). . . . .	21
2.3	$R^2$ utilizado para análise do erro entre dados experimentais e o polinômio de aproximação, Stander et al. (2003). . . . .	25
2.4	Otimização paramétrica de uma estrutura tipo pórtico composta por elementos de barra submetida a cargas estáticas, Gu et al. (2000). . . . .	26
2.5	Otimização de forma de um gancho submetido a cargas estáticas, Silva e Bittencourt (2000). . . . .	27
2.6	Exemplo de otimização topográfica de uma placa, Altair (2003). . . . .	27
2.7	Exemplo de otimização topológica de um suporte de montagem de motor automotivo, Altair (2003). . . . .	28
3.1	Máquina de ensaios de tração. . . . .	31
3.2	Detalhe da fixação do corpo de prova na máquina de ensaios de tração. . . . .	31
3.3	Corpo de prova típico com seção transversal retangular. . . . .	31
3.4	Barra elementar indeformada e deformada. . . . .	33
3.5	Espécimes antes e depois dos testes. . . . .	35
3.6	Curvas experimentais de tensão versus deformação do espécime THK245. . . . .	35
3.7	Curvas experimentais de tensão versus deformação do espécime THK340. . . . .	36
3.8	Detalhes do sistema de medição adotado para o teste de compressão do material polimérico. . . . .	37
3.9	Comparativo dos deslocamentos medidos no tempo pelos dois sensores ópticos para um teste de compressão. . . . .	38

3.10	Batentes plásticos e corpos de prova usinados a partir dos mesmos. . . . .	38
3.11	Curvas experimentais de força versus deslocamento e tensão verdadeira versus deformação verdadeira, respectivamente, do disco plástico. . . . .	38
3.12	Curvas experimentais de força versus deslocamento do batente plástico. . . . .	39
4.1	Diferentes curvas de tensão versus deformação em função do efeito de taxa de deformação para um material compósito, Shim, Lim e Foo (2001). . . . .	42
4.2	Diferentes curvas de tensão versus deformação em função do efeito de taxa de deformação para uma liga de alumínio, Smerd et al. (2005). . . . .	42
4.3	Pulsos incidente, refletido e transmitido medidos pelos extensômetros da barra de Hopkinson, Lambert e Ross (2000). . . . .	43
4.4	Interface da barra de Hopkinson (Gallina, Birch e Alves (2004)). . . . .	44
4.5	Barra de Hopkinson construída pelo GMSIE e utilizada nos testes de caracterização dinâmica dos materiais. . . . .	45
4.6	Espécimes utilizados nos testes dinâmicos para os materiais THK245 e THK340. . . . .	46
4.7	Curvas experimentais de tensão versus deformação dos espécimes do material THK245 e pressões aplicadas de 1,0, 2,0 e 3,0 Bar, respectivamente. . . . .	48
4.8	Taxa de deformação de engenharia em função do tempo para os espécimes do material THK245 e pressões aplicadas de 1,0, 2,0 e 3,0 Bar, respectivamente. . . . .	49
4.9	Curvas experimentais de tensão versus deformação dos espécimes com do material THK340 e pressões aplicadas de 2,0, 3,0 e 4,0 Bar, respectivamente. . . . .	51
4.10	Taxa de deformação de engenharia em função do tempo para os espécimes do material THK340 e pressões aplicadas de 2,0, 3,0 e 4,0 Bar, respectivamente. . . . .	52
5.1	Previsão da tensão de escoamento dinâmica, $\sigma_y$ , última, $\sigma_u$ , e falha, $\sigma_{fa}$ . Tensões e taxas de deformações de acordo com a equação (5.2), Alves (2000). . . . .	58
5.2	Resultados experimentais para a tensão de escoamento dinâmica, $\sigma_y$ , última, $\sigma_u$ , e falha, $\sigma_{fa}$ . A linha pontilhada refere-se a equação (5) de Jones (1993) com $C_u = 14,426s^{-1}$ e $q = 3,052$ . As linhas cheias são obtidas a partir das equações (5.10) a (5.12) com $\bar{m} = 38,4 \text{ MPa } s^{\frac{1}{q}}$ e $\bar{n} = 0,328$ , Alves (2000). . . . .	59
5.3	Comparação dos resultados experimentais e das equações (5.13) e (5.16), respectivamente, Seo, Min e Yang (2005). . . . .	62
5.4	Comparação entre as curvas experimentais e as reconstruídas a partir dos parâmetros das leis constitutivas obtidos para os materiais THK245 e THK340 nos testes quasi-estáticos, respectivamente. . . . .	65
5.5	Comparação entre as curvas experimentais e as reconstruídas a partir dos parâmetros das leis constitutivas obtidos para o material THK245. . . . .	66
5.6	Comparação entre as curvas experimentais e as reconstruídas a partir dos parâmetros das leis constitutivas obtidos para o material THK340. . . . .	67
5.7	Todas as curvas reconstruídas de CS e JC para o material THK245. . . . .	68
5.8	Todas as curvas reconstruídas de CS e JC para o material THK340. . . . .	68

5.9	Linearização dos dados experimentais dos testes dinâmicos para a obtenção dos coeficientes das leis constitutivas de Cowper-Symonds e Johnson-Cook para o material THK245. . . . .	70
5.10	Linearização dos dados experimentais dos testes dinâmicos para a obtenção dos coeficientes das leis constitutivas de Cowper-Symonds e Johnson-Cook para o material THK340. . . . .	70
6.1	Estudo científico de um sistema físico, Kajberg e Lindkvist (2004). . . . .	73
6.2	Diagrama de solução de um problema inverso, Kajberg e Lindkvist (2004). .	74
6.3	Precisão entre os valores de Deslocamento e Força estimados e calculados nos instantes de tempo de 30, 20 e 158s para o regime elástico e plástico, respectivamente. . . . .	78
6.4	Variações das variáveis de projeto $E$ , $\sigma_0$ , $K$ e $n$ , respectivamente e mudanças de seus limites durante as iterações. . . . .	79
6.5	Decaimento da função objetivo e da máxima violação de restrições com o avanço da iterações tanto para a parte elástica quanto para a parte plástica.	80
6.6	Curvas força versus deslocamento e tensão versus deformação experimentais, contra os respectivos valores obtidos pelo processo de otimização para o disco plástico. . . . .	81
6.7	Variações das variáveis de projeto $E$ , $\sigma_0$ , $K$ e $n$ , respectivamente e mudanças de seus limites durante as iterações. . . . .	83
6.8	Precisão entre os valores de Deslocamento e Força estimados e calculados nos instantes de tempo de 18 e 36s, para a parte elástica. . . . .	84
6.9	Precisão entre os valores de Deslocamento e Força estimados e calculados nos instantes de tempo de 120 e 241s, para a parte plástica. . . . .	85
6.10	Decaimento da função objetivo e da máxima violação de restrições com o avanço da iterações tanto para a parte elástica quanto para a parte plástica.	87
6.11	Comparação entre as curvas de força versus deslocamento experimentais e obtida através da otimização para o batente de plástico. . . . .	88
6.12	Contorno de tensões de deformações plásticas efetivas obtidos através da otimização para o batente de plástico. . . . .	88
6.13	Diagrama de corpo livre do impacto horizontal de duas massas, Jones (1989).	91
6.14	Varição adimensional da perda de energia cinética dada pela equação (6.9) em função da razão de massas $M_2/M_1$ , Jones (1989). . . . .	92
6.15	Diagrama de corpo livre do impacto vertical de duas massas, Jones (1989). .	94
6.16	Modelo original do conjunto pino metálico / batente plástico e suas formas propostas. . . . .	96
6.17	Malha de elementos finitos do modelo da Figura 6.16(b), constituído de 3689 nós e 11030 elementos sólidos. . . . .	97
6.18	Malha de elementos finitos do modelo da Figura 6.16(c), constituído de 4346 nós e 13769 elementos sólidos. . . . .	98

6.19	Malha de elementos finitos do modelo da Figura 6.16(d), constituído de 4818 nós e 12392 elementos sólidos. . . . .	99
6.20	Comparação entre a energia absorvida pelo batente plástico do Modelo 01 inicial e otimizado. . . . .	101
6.21	Comparação entre a energia absorvida pelo batente plástico do Modelo 02 inicial e otimizado. . . . .	101
6.22	Comparação entre a energia absorvida pelo batente plástico do Modelo 03 inicial e otimizado. . . . .	102
6.23	Comparação entre a energia absorvida pelos três modelos otimizados. . . . .	104
7.1	Martelo de impacto do GMSIE. . . . .	106
7.2	Medidas do compressor controladas no experimento de queda livre. . . . .	108
7.3	Dispositivo construído para guiar o compressor no Martelo de Impacto. . . . .	109
7.4	Conjunto original do compressor sem a carcaça. . . . .	111
7.5	Malha do modelo simplificado do compressor contendo 22753 nós e 71192 elementos. . . . .	113
7.6	Detalhe dos deslocamentos das cantoneiras metálicas da Figura 1.2, para a simulação <i>A</i> da Tabela 7.2. . . . .	113
7.7	Detalhe dos deslocamentos das cantoneiras metálicas da Figura 1.2, para a simulação <i>B</i> da Tabela 7.2. . . . .	114
7.8	Detalhe dos deslocamentos das cantoneiras metálicas da Figura 1.2, para a simulação <i>C</i> da Tabela 7.2. . . . .	114
7.9	Detalhe dos deslocamentos das cantoneiras metálicas da Figura 1.2, para a simulação <i>D</i> da Tabela 7.2. . . . .	114
7.10	Detalhe dos deslocamentos das cantoneiras metálicas da Figura 1.2, para a simulação <i>E</i> da Tabela 7.2. . . . .	115
7.11	Detalhe dos deslocamentos das cantoneiras metálicas da Figura 1.2, para a simulação <i>F</i> da Tabela 7.2. . . . .	115
7.12	Detalhe dos deslocamentos das cantoneiras metálicas da Figura 1.2, para a simulação <i>G</i> da Tabela 7.2. . . . .	115
7.13	Detalhe dos deslocamentos das cantoneiras metálicas da Figura 1.2, para a simulação <i>H</i> da Tabela 7.2. . . . .	116
7.14	Comparação da energia cinética e energia absorvida pelo batente plástico para os compressores simulados à altura inicial de $0,60 h_y$ , conforme Tabela 7.3. . . . .	119
7.15	Comparação da energia cinética e energia absorvida pelo batente plástico para os compressores simulados à altura inicial de $1,0 y$ , conforme Tabela 7.3. . . . .	119

# Lista de Tabelas

2.1	Análise dos parâmetros $R^2$ e $RMS$ , Stander et al. (2003). . . . .	24
4.1	Dimensões dos espécimes utilizados no teste dinâmico para o material THK245. . . . .	46
4.2	Dimensões dos espécimes utilizados no teste dinâmico para o material THK340. . . . .	47
5.1	Coefficientes de Cowper-Symonds para diversos materiais, Jones (1989). . . . .	57
5.2	Propriedades e constantes encontradas por Johnson e Cook (1983). . . . .	61
5.3	Coefficientes de Cowper-Symonds obtidos experimentalmente. . . . .	64
5.4	Coefficientes de Johnson-Cook obtidos experimentalmente. . . . .	64
6.1	Número de pontos experimentais em função do número de variáveis de projeto e do tipo de aproximação, Stander et al. (2004). . . . .	76
6.2	Limites e valores ótimos das variáveis de projeto do modelo simplificado. . . . .	77
6.3	Restrições impostas à otimização das propriedades do material do disco plástico para a parte elástica do teste. . . . .	77
6.4	Restrições impostas à otimização das propriedades do material do disco plástico para a parte elástica do teste. . . . .	81
6.5	Limites e valores ótimos das variáveis de projeto do modelo completo. . . . .	82
6.6	Restrições impostas à otimização das propriedades do material do batente plástico para a parte elástica do teste. . . . .	82
6.7	Restrições impostas à otimização das propriedades do material do batente plástico para a parte elástica do teste. . . . .	86
6.8	Mudanças feitas na geometria do batente plástico, conforme a Figura 6.16(b). . . . .	97
6.9	Mudanças feitas na geometria do batente plástico, conforme a Figura 6.16(c). . . . .	98
6.10	Resultados das variáveis de forma conforme a Figura 6.16(b) e Tabela 6.8. . . . .	100
6.11	Resultados das variáveis de forma conforme a Figura 6.16(c) e Tabela 6.9. . . . .	100
6.12	Resultados das variáveis de forma conforme a Figura 6.16(d) e Tabela 6.9. . . . .	102
7.1	Medidas do compressor controladas no experimento de queda livre, conforme Figura 7.2. . . . .	107
7.2	Modelos do compressor simulados no experimento de queda livre, conforme Tabela 7.1 e Figura 6.16. . . . .	110

7.3	Valores percentuais de deslocamentos das cantoneiras obtidas a partir das simulações numéricas, conforme Figura 7.2. . . . .	112
7.4	Comparação dos valores percentuais de deslocamentos das cantoneiras obtidos a partir das simulações numéricas e testes experimentais, conforme Figura 7.2.	118

# Nomenclatura

## *Letras Latinas*

$a$	Desaceleração constante.
$A$	Constante de Johnson-Cook.
$A_0$	Área inicial do corpo de prova.
$A_s$	Área instantânea do corpo de prova.
$B$	Constante de Johnson-Cook.
$C$	Constante de Johnson-Cook.
<b>CVECT</b>	Vetor de coordenadas do centro de gravidade do corpo do compressor.
$\mathbf{C}_{ijkl}$	Tensor de quarta ordem de constantes do material.
$d$	Diâmetro do corpo de prova.
$D$	Constante de Cowper-Symonds.
$D_a$	Energia absorvida por um tubo.
$e$	Deformação de Engenharia.
$E$	Módulo elástico.
$f(\mathbf{x})$	Função objetivo do problema de otimização.
$\mathcal{F}$	Função Standart Composite.
$F$	Força.
$F^{exp}(t_m)$	Força axial aplicada experimentalmente.
$F^{FE}(t_m)$	Força axial aplicada, obtida através do método dos elementos finitos.
$g$	Força da gravidade.
$\mathbf{h}_k$	Restrições num problema de otimização.
$H$	Mudança de tensão devido a transformação de fase.
<b>IVECT</b>	Tensor de inércia do corpo do compressor.
$K$	Constante de Cowper-Symonds e Ramberg-Osgood.
$K_l$	Perda de energia cinética.
$l$	Comprimento instantâneo do corpo de prova.
$l_0$	Comprimento inicial do corpo de prova.
$\bar{m}$	Constante de encruamento dinâmico.
$\mathcal{M}$	Sistema físico.
$M$	Número de instantes.
$M_1$	Massa estacionária.
$M_2$	Massa em movimento.
$n$	Constante de Cowper-Symonds, Johnson-Cook e Ramberg-Osgood.
$N_m$	Número de pontos de medidas em certos instantes de tempo $t_m$ .
$\bar{n}$	Constante de encruamento dinâmico.

$p$	Número de parâmetros do material.
$P$	Número de pontos experimentais.
$P_m$	Força média de esmagamento.
$\mathcal{P}$	Conjunto mínimo de parâmetros.
$q$	Constante de Cowper-Symonds.
$\mathbf{R}$	Matriz de correlação.
$t_m$	Instantes de tempo.
$T^*$	Constante de temperatura de Johnson-Cook.
$T_C$	Temperatura de recristalização do material.
$u$	Deslocamento.
$u_{max}$	Deslocamento máximo.
$u^{exp}(t_m)$	Deslocamento na direção x, medido experimentalmente.
$u^{FE}(t_m)$	Deslocamento na direção x, obtido através do método dos elementos finitos.
$v^{exp}(t_m)$	Deslocamento na direção y, medido experimentalmente.
$v^{FE}(t_m)$	Deslocamento na direção y, obtido através do método dos elementos finitos.
$V_2$	Velocidade da massa $M_2$ .
$V_3$	Velocidade das massas $M_1$ e $M_2$ após o impacto.
$Z(x)$	Componente estocástico.
$w_i$	Pesos atribuídos à função Standard Composite.
$W_i$	Pesos atribuídos à função Standard Composite.

### Letras Gregas

$\chi_i$	Fator de normalização atribuído à função Standard Composite.
$\Delta$	Deformação total de esmagamento axial.
$\Delta_b$	Comprimento máximo de esmagamento axial.
$\epsilon_r$	Pulso de deformação refletido.
$\dot{\epsilon}$	Taxa de deformação.
$\dot{\epsilon}_r$	Taxa de deformação do corpo de prova.
$\dot{\epsilon}^*$	Taxa de deformação plástica adimensional de Johnson-Cook.
$\epsilon_e p^{exp}(t_m)$	Deformação plástica efetiva, obtida experimentalmente.
$\epsilon_t$	Pulso de deformação transmitido.
$\lambda_i$	Multiplicador de Lagrange.
$\eta(x)$	Função aproximadora.
$\nu$	Coefficiente de Poisson.
$\phi, \phi_1, \phi_2$	Funções objetivo.
$\phi_i(x)$	Funções de base.
$\rho$	Densidade do Material.
$\hat{\sigma}^2$	Estimador da variância.
$\sigma_0$	Constante de Cowper-Symonds e Ramberg-Osgood.
$\sigma_d$	Tensão dinâmica de Cowper-Symonds.
$\sigma_{eqd}$	Tensão equivalente dinâmica.

$\sigma_{eqs}$	Tensão equivalente estática.
$\sigma_{f_{rec}}$	Tensão verdadeira antes da recristalização do material.
$\sigma_{f_{def}}$	Tensão verdadeira depois da recristalização do material.
$\sigma_{fa}$	Tensão de falha.
$\sigma_{fa_d}$	Tensão de falha dinâmica.
$\sigma_s$	Tensão no corpo de prova.
$\sigma_{st}$	Tensão estática de Cowper-Symonds.
$\sigma_u$	Tensão de ruptura.
$\sigma_{u_s}$	Tensão de ruptura dinâmica.
$\sigma_y$	Tensão de escoamento.
$\sigma_{y_s}$	Tensão de escoamento dinâmica.

### *Siglas e Abreviações*

ALE	Arbitrary Lagrangian Eulerian.
CAD	Computer Aided Design.
CD	Chest Deceleration.
CS	Cowper-Symonds.
FL	Femur Load.
GMSIE	Grupo de Mecânica dos Sólidos e Impacto em Estruturas.
HID	Head Injury Criterion.
JC	Johnson-Cook.
MSE	Mean Squared Error.
NHTSA	National Highway Traffic Safety Administration.
RMS	Mean Squared Error.
RSM	Response Surface Methodology.
SPH	Smoothed Particles Hydrodynamics.



# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Motivação

Devido às grandes exigências atuais em relação ao meio ambiente, segurança e conforto, se faz necessário que engenheiros, projetistas e pesquisadores se preocupem cada vez mais em desenvolver estruturas que atendam a esses pré-requisitos.

Em muitos casos, o projetista tem que lidar com situações conflitantes, como por exemplo, reduzir a massa de uma dada estrutura e ainda aumentar sua resistência. Nem sempre, a solução de tais problemas é fácil e por isso, nas últimas décadas a otimização tem se tornado uma grande ferramenta na área estrutural, assim como o método dos elementos finitos.

No início, os métodos disponíveis eram somente os analíticos, que são capazes apenas de resolver casos simples e de maior aplicação na área acadêmica.

Porém, com a evolução dos recursos computacionais, métodos numéricos foram desenvolvidos e acoplados ao método dos elementos finitos. Dessa forma, problemas mais genéricos e de proporções maiores puderam ser resolvidos, atendendo principalmente às aplicações da indústria em geral.

A indústria de fabricação de compressores se encaixa perfeitamente nesse perfil, uma vez que seus produtos devem atender aos critérios de respeito ao meio ambiente, segurança e conforto mencionados.

Após a fabricação, os compressores são armazenados por um certo período antes de

serem entregues ao cliente. Durante o armazenamento, um palete (plataforma de madeira sobre a qual se põe a carga empilhada a fim de ser transportada em grandes blocos) é levado pela empilhadeira até o seu local de armazenamento. Nesse momento, uma ou mais peças podem vir a cair acidentalmente da empilhadeira diretamente no solo. Assim, através do teste de impacto em queda livre, pode-se estudar o problema que ocorre durante o manuseio e transporte dos compressores.

Problema semelhante ocorre quando os compressores são transportados do armazém via empilhadeira até o caminhão que os entregará ao cliente. Novamente os compressores podem vir a cair no solo. Uma outra condição de queda surge durante o manuseio dos produtos por parte dos funcionários da empresa de transportes que acidentalmente podem deixar cair os compressores.

Apesar de conhecer as causas do problema, atualmente não há um método confiável para determinar quando ou não o compressor deve ser descartado, após ter ocorrido um ou mais dos eventos anteriores, motivando o desenvolvimento deste trabalho. A Figura 1.1 ilustra os problemas que podem ocorrer durante o transporte e armazenagem dos produtos.

No caso desse trabalho, o interesse da aplicação de uma metodologia de otimização no compressor de refrigeradores domésticos está ligada ao fato que se deseja que alguns componentes desse aparelho atuem como absorvedores de impacto. Ou seja, caso o compressor venha a cair acidentalmente esses componentes devem absorver a maior energia de impacto possível de modo a não comprometer o restante do conjunto.

Conforme foi verificado em testes experimentais e simulações numéricas preliminares, as cantoneiras mostradas na Figura 1.2 são os componentes críticos do sistema de suspensão e principais responsáveis por problemas. Tanto nos testes práticos quanto nas simulações numéricas foi verificada a plastificação desses componentes e como conseqüência o desalinhamento do conjunto do compressor.

Assim, o objetivo principal desse trabalho é propor que o batente da Figura 1.3 atue como absorvedor de impacto, mantendo a integridade estrutural das cantoneiras metálicas e como conseqüência o perfeito alinhamento do compressor em relação à sua carcaça. Para que tal fato se tornasse possível, foram utilizadas metodologias de otimização para encontrar as

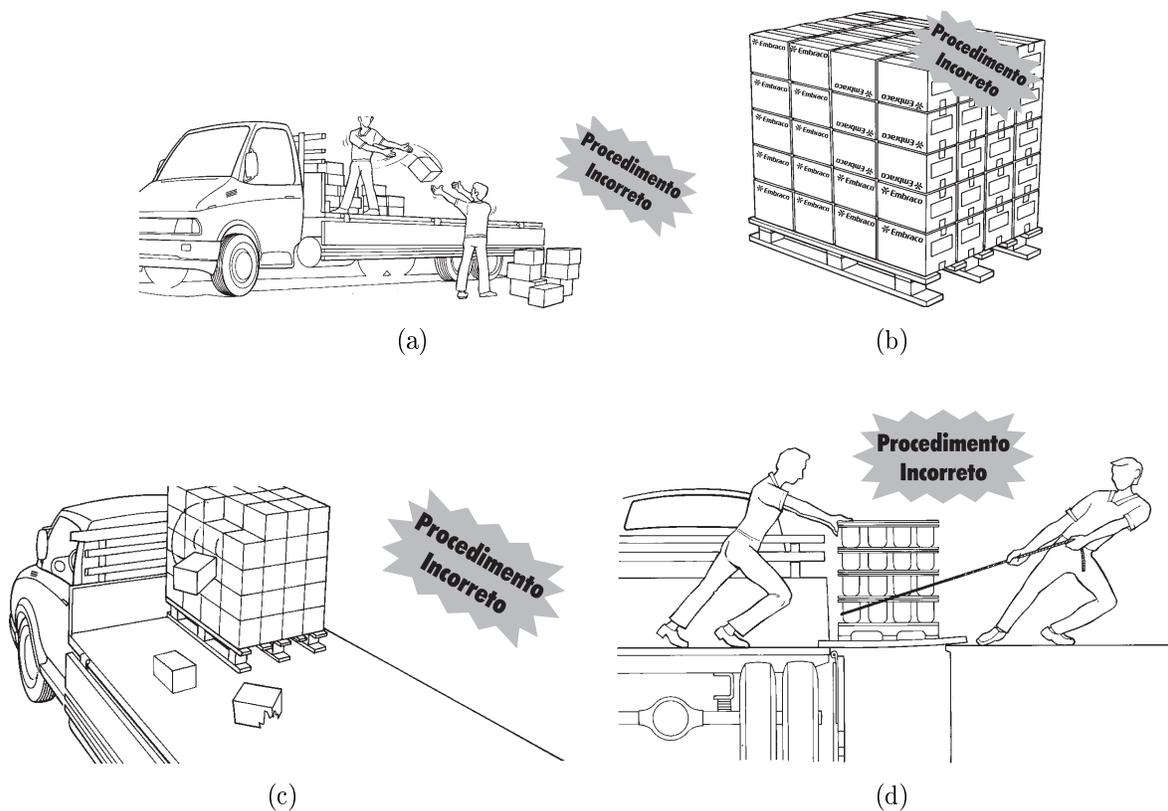


Figura 1.1: Situações nas quais o compressor pode sofrer quedas

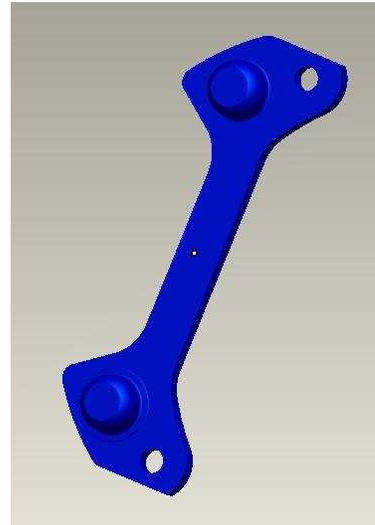
propriedades do material do batente e formas geométricas que pudessem melhorar a absorção de impacto do sistema de suspensão do compressor.

Esse tipo de situação de impacto em queda livre ocorre em muitos outros tipos de aparelhos, principalmente da indústria eletro-eletrônica. Normalmente esses aparelhos sofrem quedas acidentais por parte de seus usuários e por isso a indústria realiza exaustivamente testes de queda livre conhecidos como "*drop tests*" de forma que os mesmos não sofram danos com facilidade, conforme pode ser exemplificado na Figura 1.4 retirado do trabalho de Low et al. (2004).

Sendo assim, deseja-se melhorar por meio de otimização a capacidade de absorção de impacto de tais estruturas. O termo capacidade de absorção de energia de impacto, ou do inglês "*crashworthiness*", surgiu inicialmente na indústria automobilística com o objetivo de aumentar a absorção de energia de impacto nos veículos de modo que a energia residual transmitida aos passageiros fosse a menor possível. Atualmente esse conceito foi estendido para diversas aplicações da Engenharia Mecânica em geral.



(a) Cantoneira tipo THK245.



(b) Cantoneira tipo THK340.

Figura 1.2: Cantoneiras metálicas.

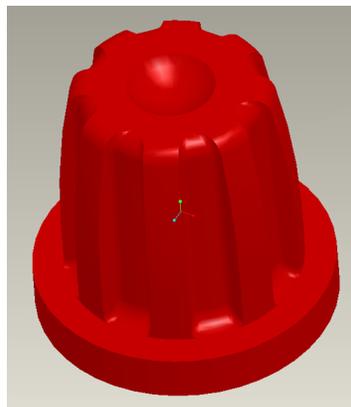


Figura 1.3: Batente plástico utilizado como absorvedor de impacto no sistema de suspensão de compressores de refrigeradores domésticos.

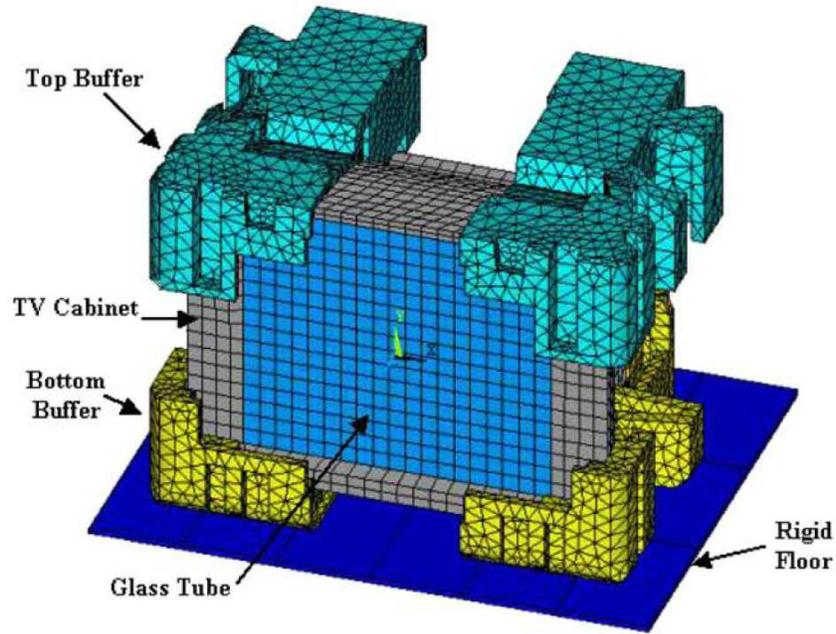


Figura 1.4: Simulação numérica do "drop test" de um aparelho televisor, Low et al. (2004).

A Figura 1.5 mostra um "crashtest" de uma caminhonete. Nesse teste vários critérios de segurança dos passageiros são avaliados como por exemplo HID (*Head Injury Criterion*), CD (*Chest Deceleration*) e FL (*Femur Load*). Todos os esses critérios são regulamentados por órgãos governamentais internacionais como por exemplo a agência americana de administração de tráfego NHTSA (*National Highway Traffic Safety Administration*).



Figura 1.5: "Crashtest" típico, (NHTSA).

## 1.2 Revisão Bibliográfica

O fenômeno de impacto tem despertado grande interesse de pesquisadores e engenheiros ao longo dos últimos anos. Isso vem do fato da aplicação desse fenômeno em várias áreas da Engenharia como aeronáutica, automobilística, mecânica em geral e eletro-eletrônica.

Geralmente, o interesse na análise de solicitações de impacto está ligado à segurança das pessoas ou à durabilidade e/ou confiabilidade de itens de consumo. Como exemplo de segurança, pode-se citar a carroceria do automóvel que em caso de impacto deve ser projetada para absorver o máximo de energia possível sem transmití-la aos passageiros. Para exemplificar o caso de durabilidade e/ou confiabilidade, cita-se o compressor utilizado em refrigeradores, que durante o transporte deve ser projetado para suportar quedas acidentais.

O fenômeno de impacto em estruturas pode ser dividido a grosso modo em uma fase transiente e outra global. A fase transiente ocorre nos primeiros micro-segundos do evento e se caracteriza pela propagação de ondas elásticas e plásticas. Uma descrição da propagação destas ondas pode ser encontrada nos trabalhos de Goldsmith (1960) e Johnson (1972).

Em geral, a fase transiente é menos relevante que a global, embora notáveis exceções ocorram. A fase global, para estruturas elementares do tipo vigas, placas, tubos e cascas, sujeitas a grandes deformações e plastificação, é apresentado em detalhes por Jones (1989).

Sánchez (2001) estudou o comportamento de um container para transporte de material radioativo quando o mesmo, em queda livre impacta contra uma superfície rígida. El-Sobky, Singace e Petisos (2001) usou um martelo de queda livre em uma peça conhecida como frusta (casca cônica) sob diversas condições de contorno e dois tipos de carregamento: dinâmico e quasi-estático. Dessa maneira, verificou-se que as condições de contorno e o tipo de carregamento influenciam a absorção de energia e a deformação final.

No trabalho de Karagiozova e Jones (2001), diversas condições de contorno e impacto axial foram utilizadas para determinar os modos de flambagem e como estes afetam a absorção de energia de impacto.

Teixeira (2002) utilizou o método dos elementos finitos com formulação explícita e análise modal para estudar impacto longitudinal, transversal e propagação de ondas elásticas em

vigas. Shen, Rieve e Baharun (2002) pesquisaram placas circulares sob impacto e determinou qual a energia crítica de impacto que causa a ruptura do material.

No trabalho de Malavolta (2003), o método dos elementos finitos e a integração explícita no tempo são utilizados para estudar o comportamento de vigas elásticas sujeitas a diversos tipos de carregamentos e condições de contorno. Abramowicz (2003) utilizou tubos de paredes finas para determinar sua capacidade de absorver energia de impacto axial.

Zupan, Chen e Fleck (2003) modelaram uma caixa de ovos de alumínio através do método dos elementos finitos para três condições de contorno e diversas velocidades de impacto. Concluíram que o colapso da estrutura ocorre durante a compressão transversal. Conseguiram ainda determinar a energia absorvida pelas amostras.

Em Anghileri, Castelleti e Tirelli (2004), um tanque de helicóptero foi cheio com água e arremessado a uma certa altura contra o chão. Foram utilizados modelos de elementos finitos Lagrangeanos, Eulerianos, ALE (*Arbitrary Lagrangian Eulerian*) e SPH (*Smoothed Particles Hydrodynamics*). Os resultados numéricos foram comparados com os experimentais para estudar a interação fluido-estrutura.

Juntikka e Hallström (2004) estudaram a absorção de impacto de amostras de espuma, Os autores utilizaram um dispositivo para provocar o impacto e o método dos elementos finitos através do software comercial ABAQUS para análise. Desta maneira, conseguiram determinar a absorção de impacto da espuma e sua deformação.

Karagiozova e Alves (2004a) realizaram ensaios experimentais de impacto em cascas cilíndricas de alumínio, determinando o comprimento crítico dos tubos em relação à flambagem durante o impacto. Também foi verificado que tubos feitos de ligas dúcteis com baixas tensões de escoamento e alto encruamento são melhores absorvedores de impacto.

Na segunda parte do trabalho de Karagiozova e Alves (2004b), os autores utilizaram as equações do modo de flambagem de Euler e compararam com o modelo de elementos finitos, para também determinar o comprimento crítico das cascas cilíndricas à flambagem.

Sastranegara, Adachi e Yamaji (2004) utilizaram um dispositivo próprio para causar apenas impacto axial, transversal e os dois simultaneamente em chapas delgadas já enfraquecidas estruturalmente através de entalhes laterais, para facilitar a flambagem. Apesar dos

entalhes terem sido inseridos, verificou-se que absorção de energia melhorou.

Greco (2004), apoiado no método dos elementos finitos, estudou o impacto em estruturas com não linearidades geométricas. Teramoto e Alves (2004) analisaram o modo de transição da flambagem progressiva para a global em cascas abertas com condições de contorno diferentes, utilizando carregamentos axiais quasi-estáticos e diferentes massas de impacto.

Prasad e Gupta (2005) estudaram os vários modos de colapso e capacidade de energia de absorção através de testes de compressão axial em domes esféricos e frustras cônicas. Testes estáticos e dinâmicos também foram realizados a fim de caracterizar o material dinamicamente e estaticamente.

Kokkula et al. (2005) usaram um modelo experimental de pára-choques frontal de veículo de passeio a fim de validar um modelo numérico e os parâmetros do modelo do material identificados.

Tarigopula et al. (2005) analisaram numérica e experimentalmente a absorção de energia de impacto de tubos retangulares de paredes finas impactados dinamicamente.

No campo da otimização aliada ao impacto, Pedersen (2003) utilizou a otimização topológica para melhorar a capacidade de absorção de energia de impacto ("crashworthiness") de estruturas bi-dimensionais compostas por elementos de viga. O segundo trabalho desse autor, Pedersen (2004), é uma extensão do primeiro incluindo a plasticidade.

Craig et al. (2002) realizaram uma otimização multidisciplinar, ou seja, com múltiplos objetivos afim de melhorar a capacidade de absorção de impacto de um veículo e reduzir a massa do mesmo utilizando o código comercial de elementos finitos LS-Dyna e o código de otimização LS-OPT.

Atuando na mesma linha de pesquisa, Hailiang, Zhongqin e Xianlong (2002) apresentaram um modelo ótimo de estruturas em forma de cascas retangulares da carroceria de um automóvel utilizando o algoritmo genético de Pareto e outros métodos estatísticos como o RSM ou *Response Surface Methodology*, assim como Craig et al. (2002).

O trabalho de Walter, Chladek e Huss (2003) apresenta o design ótimo do painel frontal de instrumentos de um automóvel que cause os menores danos ao passageiro quando a cabeça

deste é impactada contra a peça durante um acidente.

Em Stander et al. (2003), a capacidade de absorção de impacto de diversos modelos é otimizada a fim de testar três métodos probabilísticos diferentes: Superfície de Resposta Sucessiva Linear, Redes Neurais e Kriging. Segundo esses pesquisadores, o método da Superfície de Resposta Sucessiva Linear mostrou-se o mais confiável apesar de não convergir para um mínimo global.

Nilsson e Forsberg (2005) desenvolveram absorvedores de impacto constituídos de elementos finitos de casca e utilizando a otimização topológica. A metodologia empregada baseou-se na densidade da energia interna. Dessa maneira pode-se determinar se um elemento de casca é eficiente ou não do ponto de vista desse parâmetro e assim se a espessura do mesmo deve ser diminuída ou aumentada.

Mase et al. (2002) utilizaram o código de elementos finitos LS-Dyna acoplado ao pacote de otimização Altair HyperStudy para otimizar o coeficiente de restituição da cabeça de um taco de golf. Eles realizaram um processo de otimização de forma e paramétrica, com restrição na massa da cabeça do taco.

Sigmund (2001) desenvolveu um código no software comercial MATLAB capaz de realizar otimização topológica reduzindo a flexibilidade em estruturas carregadas estaticamente dentro do regime elástico.

Cita-se o trabalho de Bendsøe e Sigmund (2003) como sendo o clássico da otimização topológica, pois além de tratar de diversos tipos de material, desde isotrópico até anisotrópico, também apresenta soluções para problemas multi-físicos, ou seja, que envolvem outras áreas além Mecânica dos Sólidos como por exemplo Térmica, Vibrações, Mecânica dos Fluidos e etc.

### 1.3 Objetivos da Dissertação

Baseado no problema descrito na Seção 1.1, este trabalho tem os seguintes objetivos

- Apresentar alguns métodos de otimização probabilísticos;
- Realizar testes quasi-estáticos e dinâmicos de caracterização de materiais;

- Identificar os parâmetros das leis constitutivas de Cowper-Symonds e Johnson-Cook para os testes acima;
- Utilizar a técnica de Modelamento Inverso para identificar os parâmetros da lei constitutiva de Ramberg-Osgood;
- Aplicar os ítems anteriores em estudos de casos, ou seja, otimização de estruturas carregadas dinamicamente compostas de materiais sensíveis à taxa de deformação.

## 1.4 Organização do Texto

Os capítulos subseqüentes estão organizados na seguinte forma

- Capítulo 2: São apresentados alguns métodos de otimização probabilísticos atuais, com ênfase ao método *Response Surface Methodology* utilizado neste trabalho;
- Capítulo 3: É feita a caracterização do comportamento quasi-estático através de testes de tração dos materiais que constituem as cantoneiras da Figura 1.2. Também é feita a caracterização quasi-estática do polímero que constitui o batente da Figura 1.3, porém através do teste de compressão;
- Capítulo 4: É feita a caracterização do comportamento dinâmico através de testes de compressão na barra de Hopkinson para materiais que constituem os componentes da Figura 1.2;
- Capítulo 5: São descritas as leis constitutivas de Cowper-Symonds e Johnson-Cook e extraídos os parâmetros dos testes quasi-estáticos e dinâmicos para cada lei;
- Capítulo 6: São apresentados estudos de caso através de simulações numéricas. O primeiro exemplo trata-se da otimização dos parâmetros da lei constitutiva de Ramberg-Osgood para batente da Figura 1.3. O segundo modelo realiza a otimização de forma do mesmo batente plástico para maximizar sua absorção de energia de impacto quando impactado por uma massa rígida;

- Capítulo 7: Na primeira parte desse capítulo são realizados testes experimentais de queda livre no conjunto completo do compressor. Já na segunda parte, são apresentados os resultados das simulações numéricas desse experimento aplicando as formas otimizadas do batente obtidas no Capítulo 6. No final, são comparados os valores numéricos e experimentais obtidos para o teste;
- Capítulo 8: Consideram-se as conclusões e são apresentadas perspectivas sugestões para trabalhos futuros na área de impacto e absorção de energia referentes à esta dissertação.



# Capítulo 2

## Otimização

Neste Capítulo serão apresentadas algumas novas tendências em otimização atualmente em uso.

Segundo Haftka e Gürdal (1999), os primeiros problemas aplicados à otimização estrutural foram resolvidos por Maxwell em 1872 e Michell em 1904. Esses problemas consistiam basicamente em calcular o campo de tensões mecânicas principais em um domínio contínuo sujeito à uma força concentrada e restrições de deslocamento. Assim que as linhas de isotensão principais eram obtidas, a idéia básica era modificar esse domínio contínuo para uma estrutura composta por elementos de barra (treliça) de tal maneira que cada barra estivesse alinhada com as direções das tensões principais. Dessa maneira, a estrutura ótima seria aquela na qual os elementos de barra estariam sujeitos apenas à tração e compressão sem a presença de momentos fletores.

### 2.1 Definições do Problema de Otimização

Os principais termos encontrados num problema de otimização são os seguintes

- Variáveis de Projeto: São os parâmetros do problema que podem ser alterados para otimizar o sistema. Exemplo: área de uma viga. Essas variáveis ainda podem ser sub-divididas em contínuas e discretas. Como exemplo de variável discreta cita-se o diâmetro de um tubo, uma vez que se pode encontrar no mercado apenas algumas

dimensões. Por outro lado, o comprimento desse mesmo tubo pode ser considerado uma variável contínua, pois pode-se cortar o tubo no comprimento que for desejado;

- Função Objetivo: Quantifica o que se quer otimizar e é função das variáveis de projeto;
- Restrições: São limitações impostas para se obter a solução otimizada;
- Domínio Viável e Inviável: Quando a solução obtida respeita as restrições, diz-se que está dentro do domínio viável, caso contrário denomina-se domínio inviável;
- Ponto Ótimo: É definido pelo vetor das variáveis de projeto que otimizam a função objetivo satisfazendo as restrições do modelo. O valor ótimo é o valor da função objetivo no ponto ótimo. A solução ótima é o par ordenado definido pelo ponto ótimo e valor ótimo. Pode-se ter a solução ótima local ou global, dependendo das condições de otimalidade a serem satisfeitas numa vizinhança do ponto ou em toda a região de factibilidade.

Dependendo do tipo de variável de projeto conforme citado anteriormente, o sistema mecânico a ser otimizado pode ser classificado em três tipos

1. Contínuo: A variação de seus parâmetros é determinada por uma função contínua dependente das variáveis de projeto contínuas. A otimização do sistema é obtida através do cálculo variacional. Como exemplo, pode-se citar uma viga com a seção transversal variável ao longo do seu comprimento;
2. Discreto: Geralmente a variação dos parâmetros é dada por uma função discreta que é a variável de projeto. Como exemplo, têm-se estruturas de treliça ou pórticos que são constituídas de elementos discretos de treliças ou vigas, respectivamente;
3. Contínuo tratado como discreto: Ocorre quando uma estrutura contínua é discretizada para poder ser resolvida utilizando métodos numéricos, por exemplo elementos finitos. Nesse caso, as variáveis de projeto estão normalmente ligadas aos elementos (geometria).

De forma resumida, a otimização estrutural pode ser definida como o objetivo de encontrar a combinação ótima de parâmetros (variáveis de projeto) que melhor satisfaça a função objetivo e ao mesmo tempo as restrições. Matematicamente, o problema de otimização pode ser colocado como

$$\begin{array}{l} \text{Minimizar ou Maximizar } f(\mathbf{x}) \\ \text{tal que: } \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{h}_k = 0 \\ \mathbf{h}_k \leq 0 \\ \mathbf{h}_k \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

onde

$f(\mathbf{x})$  - é a função objetivo que deseja-se maximizar ou minimizar;

$\mathbf{h}_k = 0$  - restrição de igualdade;

$\mathbf{h}_k \leq 0$  e  $\mathbf{h}_k \geq 0$  - restrições de desigualdade.

Num problema de otimização nem sempre todas as restrições estão ativas ou em alguns casos não há restrições.

Uma restrição é considerada ativa quando

$$\mathbf{h}_k = 0,$$

e inativa quando

$$\mathbf{h}_k > 0.$$

Uma outra maneira de saber se uma restrição está ativa ou não está relacionada ao multiplicador de Lagrange,  $\lambda_i$ , que indica a importância de cada restrição. Dessa forma, se  $\lambda_i = 0$  a restrição  $i$  é inativa (não necessária no problema) e se  $\lambda_i \neq 0$ , então a restrição  $i$  é ativa (necessária).

No final do processo de otimização, todas as restrições devem estar ativas, caso contrário as que estão inativas não seriam a priori necessárias ao problema. Há casos nos quais existem restrições ativas que podem ser eliminadas sem alterar o resultado final. Porém, é difícil saber antecipadamente quais restrições influenciam ou não no resultado e por isso todas devem ser

mantidas. Na medida do possível, deve-se evitar uma grande quantidade de restrições no problema, pois isso encarece consideravelmente o custo computacional da otimização.

## 2.2 Métodos Probabilísticos

De acordo com Stander et al. (2004), a melhoria de um projeto baseado nos métodos convencionais é feita através da resposta do modelo considerado e após isso são feitas modificações de acordo com a experiência ou intuição do projetista. Essa aproximação nem sempre leva ao resultado desejado, sendo que algumas vezes os objetivos de projeto estão em conflito e nem sempre está claro como fazer as mudanças corretas para atingir o melhor compromisso desses objetivos. Uma aproximação mais sistemática pode ser obtida através de um processo interno que consiste em primeiramente especificar um critério e depois calcular o melhor projeto. O procedimento no qual os critérios de projeto são incorporados como objetivos e restrições no problema de otimização e então resolvido, é conhecido como projeto ótimo.

O avanço dos métodos computacionais e hardware apenas recentemente chegou a um nível capaz de analisar problemas não-lineares complexos rotineiramente. Muitos exemplos de problemas de impacto e processos de manufatura podem ser simulados utilizando essa tecnologia. As respostas que normalmente são obtidas desses problemas transientes são resultado de um comportamento instável, freqüentemente sensível à mudanças de projeto.

Dentre as diversas metodologias disponíveis para otimizar um projeto, destaca-se o método *Response Surface Methodology (RSM)*. O RSM é um método estatístico para construir aproximações suaves de funções em espaços multi-dimensionais. Ao invés de tratar de informações locais, como por exemplo gradientes, o RSM seleciona projetos que estão distribuídos de maneira ótima através do espaço de projeto para construir superfícies aproximadas ou fórmulas de projeto. Portanto, o efeito local do ruído é aliviado e o método tenta encontrar uma representação da resposta do design em uma região limitada ou uma menor região de interesse. A possibilidade de extrair informações globais permite ao projetista explorar o espaço de projeto usando formulações de projeto alternativas. O projetista também deve decidir como restringir a resposta do problema enquanto minimiza ou maximiza outro critério, por exemplo a massa. Podem ser atribuídos diferentes pesos a esses valores de acordo com a sua

importância.

Parte do desafio de desenvolver um programa de projeto está relacionado ao fato que os projetistas nem sempre são capazes de definir claramente seus problemas. Em alguns casos, o critério de projeto deve ser regulamentado pela segurança ou outras considerações. Em outros casos, um critério fixo não está disponível, mas o projetista sabe quais respostas devem ser minimizadas ou maximizadas. No projeto de veículos, por exemplo, a absorção de impacto pode ser restringida, porque há uma regulamentação para isso, enquanto outros parâmetros como massa, custo e conforto podem ser tratados como objetivos a serem ponderados de acordo com sua importância. Nesses casos, o projetista deve ter em mente valores alvos para as várias respostas e/ou parâmetros de projeto, então a formulação do objetivo deve ser feita para aproximar os valores alvos o mais próximo possível.

Arquiteturas modernas de hardware freqüentemente possuem vários processadores e tudo indica que essa demanda pelo processamento paralelo será reforçada no futuro. Isso vem causando uma grande revolução na computação, pois um problema que antes levava dias para ser resolvido agora leva apenas algumas horas. O método RSM é eficiente, uma vez que cada projeto pode ser tratado independentemente durante uma iteração em particular. Métodos seqüenciais têm uma pequena vantagem em ambientes de processamento paralelo sobre métodos de busca global, como o RSM.

### **2.2.1 Metodologia de Resposta da Superfície (RSM)**

Esse será o principal método de otimização utilizado neste trabalho, pois conforme foi verificado por Stander et al. (2003) esse método mostrou-se mais confiável e adequado para problemas semelhantes aos aqui tratados.

No método RSM a resposta da superfície é ajustada ao espaço de projeto usando regressão. Aproximações por mínimos quadrados são normalmente usadas para tal propósito. As resposta das superfícies são então usadas para construir um sub-problema de projeto aproximado, o qual pode ser otimizado.

Considerando uma variável de resposta  $y$  dependente de um conjunto de variáveis  $x$ , a

função exata que relaciona tais quantidades é

$$y = \eta(x). \quad (2.1)$$

A função exata da relação é aproximada agora (exemplo aproximação polinomial) como

$$\eta(x) \approx f(x). \quad (2.2)$$

A função aproximada  $f$  é assumida como sendo a soma de funções de base

$$f(x) = \sum_{i=1}^L a_i \phi_i(x), \quad (2.3)$$

onde  $L$  é o número de funções de base  $\phi_i$  usadas para aproximar o modelo.

As constantes  $\mathbf{a}=[a_1, a_2, \dots, a_L]^T$  devem ser determinadas a fim de minimizar a soma do erro quadrado

$$\sum_{p=1}^P \{[y(x_p) - f(x_p)]^2\} = \sum_{p=1}^P \left\{ \left[ y(x_p) - \sum_{i=1}^L a_i \phi_i(x_p) \right]^2 \right\}, \quad (2.4)$$

onde  $P$  é o número de pontos experimentais e  $y$  é função exata da resposta nos pontos experimentais  $x_i$ .

A solução dos coeficientes desconhecidos é dada por

$$\mathbf{a} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}, \quad (2.5)$$

onde a matriz  $\mathbf{X}$  é

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_{ui}] = [\phi(x_u)]. \quad (2.6)$$

O próximo passo crítico é escolher as funções base apropriadas. Uma escolha normalmente feita é a aproximação quadrática

$$\phi = [1, x_1, \dots, x_n, x_1^2, x_1 x_2, \dots, x_1 x_n, \dots, x_n^2]^T. \quad (2.7)$$

Diversos fatores determinam a precisão da superfície de resposta, tais como

- **Tamanho da Sub-região**

Para problemas com respostas suavizadas, quanto menor o tamanho da sub-região, melhor será a precisão. Para um problema geral, existe um tamanho mínimo no qual não há mais ganho na precisão. Acima desse valor, a melhora na resposta não pode ser observada devido à presença de ruído;

- **Escolha da função de aproximação**

Funções de alta ordem geralmente são mais precisas que de ordens mais baixas. Teoricamente, superestimar essas funções resulta numa precisão sub-ótima, mas não há evidência que isso seja significativo para polinômios de até segunda ordem;

- **O número e a distribuição dos pontos de design**

Para problemas suaves (derivada contínuas), a melhora na superfície de resposta está diretamente ligada ao aumento do número de pontos. De qualquer forma, isso é somente verdadeiro para casos grosseiros de até cinquenta por cento, quando se superestima o número de pontos.

Destacam-se duas vantagens do método RSM:

- **Exploração do Projeto**

Assim como o projeto é um processo e normalmente requer um *feedback* e modificações, os projetistas estão sempre interessados em uma formulação que represente o modelo, ao invés de um projeto específico. Se isso puder ser alcançado e os parâmetros apropriados forem usados, o modelo permanece flexível e ainda podem ser feitas modificações em estágios posteriores antes da verificação final do projeto. Isso também permite que a otimização multi-objetivo proceda com um risco menor de ter que repetir simulações;

- **Otimização Global**

O método RSM tem a tendência de capturar regiões ótimas globais por causa de sua suavização e propriedades de aproximação globais.

## 2.2.2 Redes Neurais

Métodos neurais são extensões naturais e generalizações de métodos de regressão. Redes neurais são conhecidas desde os anos 40, mas somente com o avanço dos computadores as suas aplicações se tornaram possíveis. Elas podem ser imaginadas como hardware de computadores consistindo de unidades numéricas (neurônios), dos quais as entradas e saídas são ligadas de acordo com topologias específicas. Um modelo neural é definido pelos seus

parâmetros livres (força das conexões intra-neurais e influências). Esses parâmetros são tipicamente aprendidos dos dados de treinamento através de algum algoritmo de otimização. O conjunto de treinamento consiste de pares de vetores de entrada (objetivo) e saídas (respostas) associadas. O algoritmo de treinamento tenta mover os parâmetros de rede minimizando alguma medida de distância, normalmente o erro quadrado (*mean squared error (MSE)*) do modelo calculado nos dados de treinamento.

Diversos fatores determinam a precisão da aproximação das redes neurais e se não forem corretamente endereçados podem afetar de maneira negativa a solução. Para uma rede neural, assim como para qualquer modelo de dados derivados, o fator mais crítico é a qualidade dos dados de treinamento. Em casos práticos o problema vem do fato da limitação no número de dados que nem sempre é suficiente. O número mínimo de pontos necessários para o treinamento da rede está relacionado à complexidade da função base e a dimensionalidade do espaço de projeto. A maioria das formas de redes neurais sofrem menos com a dimensionalidade que outros métodos, pois elas podem concentrar-se numa seção dimensional de nível mais baixo do espaço dimensional de nível mais alto.

As arquiteturas mais comuns de redes neurais utilizadas para aproximar funções são: *multi-layer feed-forward network* e *radial basis function network*. As redes de ambos os tipos têm uma topologia de camadas distinta no sentido de que suas unidades de processamento (neurônios) são divididas em diversos grupos (camadas), a saída de cada camada de neurônios é a entrada para a próxima camada (ver Figura 2.1). Na rede do tipo *feed-forward*, cada neurônio realiza uma soma ponderada da influência de suas entradas e passa esse valor através de uma função de transferência (ativação) para produzir a saída. A função de ativação de camadas intermediárias é geralmente uma função do tipo sigmóide (ver Figura 2.2), enquanto as camadas de entradas e saídas das redes são normalmente lineares. Em teoria, tais redes são capazes de modelar funções de complexidade quase arbitrária. Todos os parâmetros nesse tipo de rede são determinados ao mesmo tempo através de uma estratégia de otimização única baseada em algoritmos de gradiente padrão (Steepest Descent, Levenberg-Marquardt, etc). Para redes do tipo *feed-forward* deve ser feita uma regularização através do controle do número de pesos da rede impondo penalidades a esses pesos ou várias combinações de estratégias.

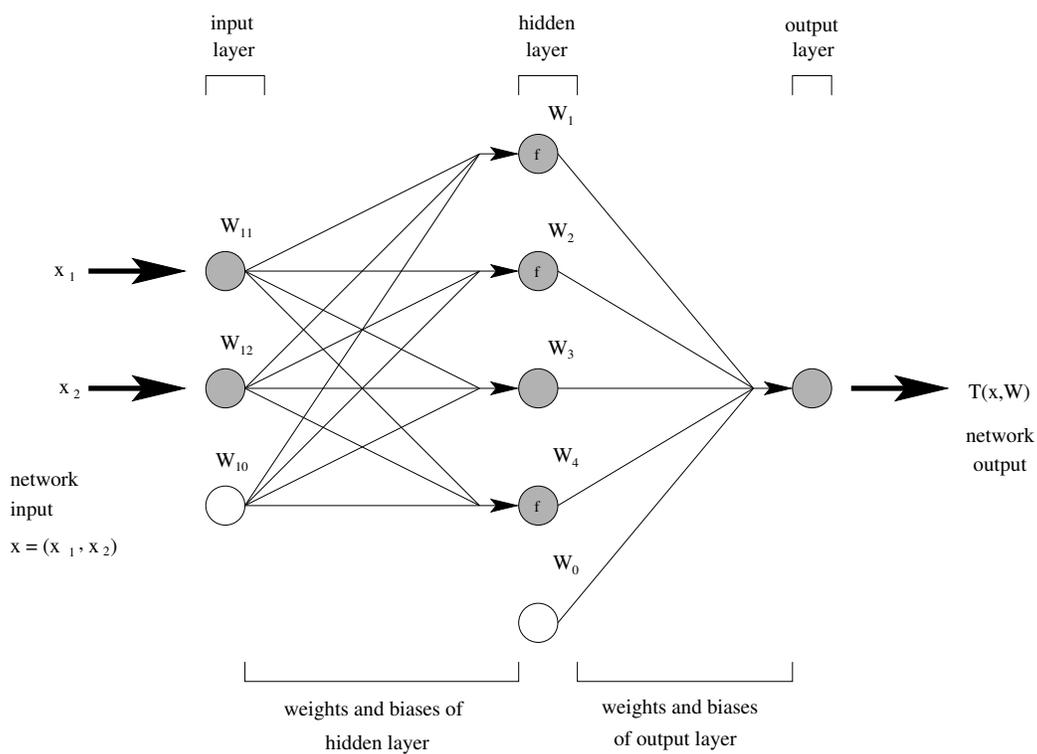


Figura 2.1: Esquema de uma rede neural com duas entradas e uma camada oculta de quatro neurônios com função de ativação  $f$ , Stander et al. (2004).

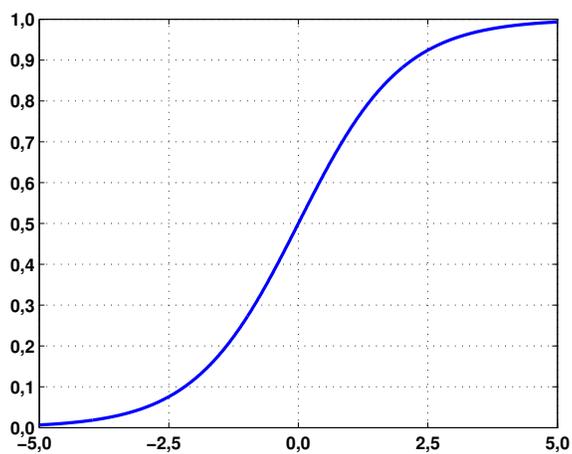


Figura 2.2: Função de transferência sigmóide  $y=1/(1+e^{-x})$  tipicamente utilizada em redes do tipo *feed-forward*, Stander et al. (2004).

### 2.2.3 Kriging

O nome desse método é em homenagem a D.G. Krieger que aplicou métodos empíricos para determinar o grau real da distribuição de minério a partir de distribuições baseadas em amostras desse minério. Recentemente, o método Kriging tem sido aplicado mais amplamente na engenharia de projetos. A formulação básica do método é dada por

$$y(x) = f(x) + Z(x), \quad (2.8)$$

onde  $y(x)$  é a função desconhecida de interesse,  $f(x)$  é um polinômio conhecido e  $Z(x)$  o componente estocástico

$$\text{Cov}[Z(x^i), Z(x^j)] = \sigma^2 R([R(x^i, x^j)]), \quad (2.9)$$

onde  $L$  é o número de amostras,  $\mathbf{R}$  é a matriz de correlação  $L \times L$  com  $R(\mathbf{x}^i, \mathbf{x}^j)$  sendo a função de correlação entre os dados  $\mathbf{x}^i$  e  $\mathbf{x}^j$ .  $\mathbf{R}$  é uma matriz diagonal unitária positivo-definida.

Dois das funções de correlação mais aplicadas são

$$\text{Exponencial: } R = \prod_{k=1}^n e^{-\Theta_k |d_k|} \quad (2.10)$$

e

$$\text{Gaussiana: } R = \prod_{k=1}^n e^{-\Theta_k d_k^2}, \quad (2.11)$$

onde  $n$  é o número de variáveis e  $d_k = |x_k^i - x_k^j|$  é a distância entre os  $k$ -ésimos componentes dos pontos  $x^i$  e  $x^j$ . Há  $n$   $\theta$  variáveis a serem determinadas.

Uma vez selecionada a função de correlação, a estimativa da resposta ( $\hat{y}(\mathbf{x})$ ) é dada por

$$\hat{y} = \hat{B} + \mathbf{r}^T(x) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{f} \hat{\beta}), \quad (2.12)$$

onde  $\mathbf{r}^T(x)$  é o vetor de correlação (comprimento  $L$ ) entre o ponto previsto e os pontos de amostragem,  $\mathbf{y}$  representa as respostas nos pontos  $L$  e  $\mathbf{f}$  é um vetor unitário de comprimento  $L$ . O vetor  $\mathbf{r}$  e o escalar  $\hat{\beta}$  são dados, respectivamente por

$$\mathbf{r}^T = [R(x, x^1), R(x, x^2), \dots, R(x, x^L)]^T, \quad (2.13)$$

$$\hat{\beta} = (\mathbf{f}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f})^{-1} \mathbf{f}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y}. \quad (2.14)$$

A variância estimada do modelo global é

$$\hat{\theta}^2 = \frac{(y - f\hat{\beta})^T R^{-1}(y - f\hat{\beta})}{L}. \quad (2.15)$$

A máxima estimativa provável para  $\Theta_k=1,\dots,n$  pode ser encontrada resolvendo o seguinte problema de minimização com restrição

$$\text{Max } \Phi(\Theta) = \frac{-[L \ln(\hat{\sigma}^2) + \ln |R|]}{2}, \quad \text{sujeito a } \Theta > 0, \quad (2.16)$$

onde  $\hat{\sigma}$  e  $|R|$  são funções de  $\Theta$ . Isso é o mesmo que minimizar

$$\hat{\sigma}^2 |R|^{\frac{1}{n}}, \quad \text{sujeito a } \Theta > 0. \quad (2.17)$$

## 2.2.4 Medidas de Erros dos Métodos Probabilísticos

Como a natureza é raramente descrita de forma perfeita, dados reais dificilmente se ajustam com perfeição ao modelo usado. Deve-se levar em consideração que erros não surgem somente do erro de variância devido ao ruído intrínseco e não confiabilidade na medida das variáveis dependentes, mas também do erro sistemático devido a falta de especificação do modelo.

Existem diversas medidas de erro disponíveis para determinar a precisão do modelo. Algumas delas são

$$MSE = \sum_i^P (\hat{y}_i - y_i)^2 / P, \quad (2.18)$$

$$RMS = \sqrt{MSE}, \quad (2.19)$$

$$nMSE = \frac{MSE}{\hat{\sigma}^2}, \quad (2.20)$$

$$nRMS = \frac{RMS}{\hat{\sigma}^2}, \quad (2.21)$$

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^P (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^P (y_i - \bar{y}_i)^2}, \quad (2.22)$$

$$R = \frac{\sum_{i=1}^P |\hat{y}_i - \bar{\hat{y}}_i| |y_i - \bar{y}_i|}{\sum_{i=1}^P (\hat{y}_i - \bar{\hat{y}}_i)^2 \sum_{i=1}^P (y_i - \bar{y}_i)^2}, \quad (2.23)$$

onde  $P$  significa o número de pontos,  $y_i$  é o valor de resposta observado (valor objetivo),  $\hat{y}_i$  é a previsão de resposta do modelo,  $\bar{\hat{y}}_i$  é o valor médio de  $\hat{y}_i$ ,  $\bar{y}_i$  é o valor médio de  $y$  e  $\hat{\sigma}^2$  é dado por

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\epsilon^2}{P - L} = \frac{\sum_{i=1}^P (y_i - \hat{y}_i)^2}{P - L}. \quad (2.24)$$

Erro quadrado médio (*Mean Squared Error (MSE)*) e raiz do erro quadrado médio (*Root Mean Squared Error (RMS)*) resumem o erro total do modelo. Algumas vezes as medidas do MSE e RMS são normalizadas com amostras da variância do valor objetivo (Equações (2.20) e (2.21)) para permitir a comparação de diferentes conjuntos de dados e funções bases.  $R$  e  $R^2$  são medidas relativas.

Geralmente as medidas  $R^2$  e  $RMS$  são utilizadas na análise do erro entre os valores experimentais e aproximados. A Figura 2.3 mostra como pode ser a qualidade dessa aproximação quando o valor de  $R^2$  varia entre 0 e 1. A Tabela 2.1 mostra uma análise de quando são combinados os resultados dos parâmetros  $R^2$  e  $RMS$ .

Tabela 2.1: Análise dos parâmetros  $R^2$  e  $RMS$ , Stander et al. (2003).

$RMS$	$R^2$	Descrição
Pequeno	$\sim 1$	Ruído baixo, bom ajuste.
Pequeno	$\sim 0$	Ruído baixo/bom ajuste, gradiente pequeno.
Grande	$\sim 1$	Ruído alto.
Grande	$\sim 0$	Falhas no ajuste, talvez acompanhadas de ruído. Diminuir limites móveis.

## 2.3 Tipos de Otimização

Dependendo do método utilizado, a otimização estrutural pode ser dividida em quatro tipos principais. São eles:

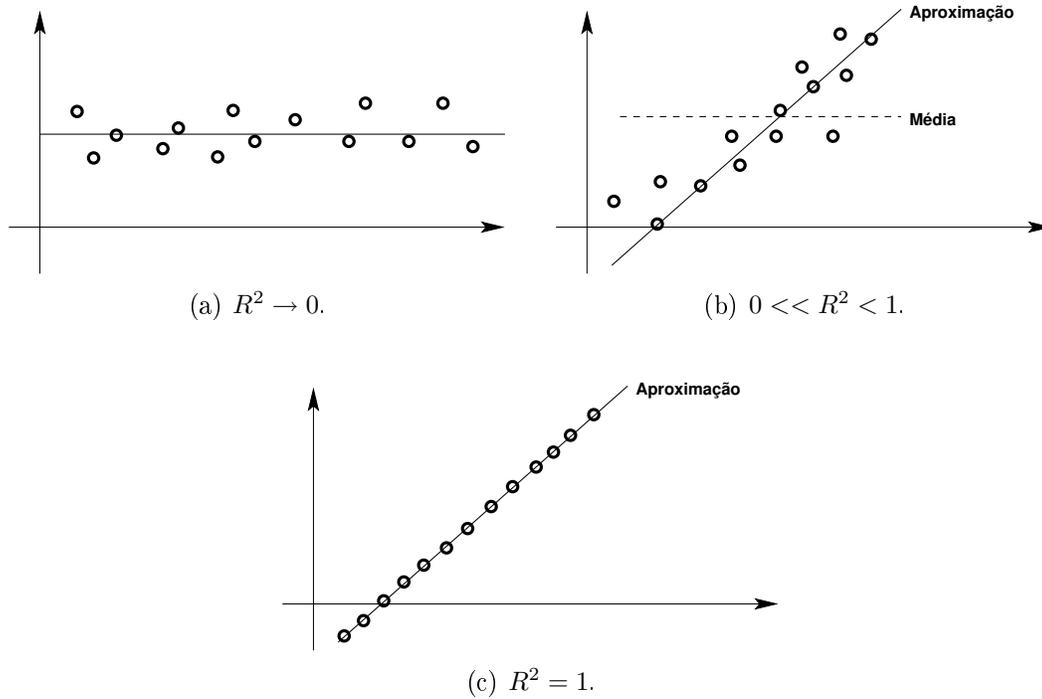


Figura 2.3:  $R^2$  utilizado para análise do erro entre dados experimentais e o polinômio de aproximação, Stander et al. (2003).

- **Otimização Paramétrica**

Parte de uma forma pré-definida e a partir de algumas relações entre dimensões escolhidas, busca-se a melhor relação entre essas medidas;

- **Otimização de Forma**

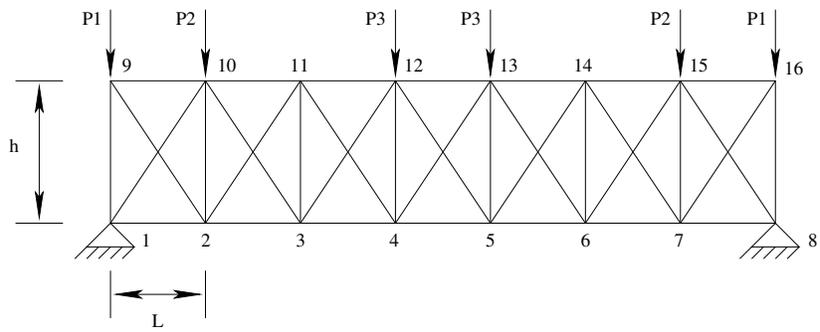
Converte os contornos da geometria em splines e polinômios. Procuram-se os parâmetros ótimos dessas funções as quais são as variáveis de projeto;

- **Otimização Topográfica**

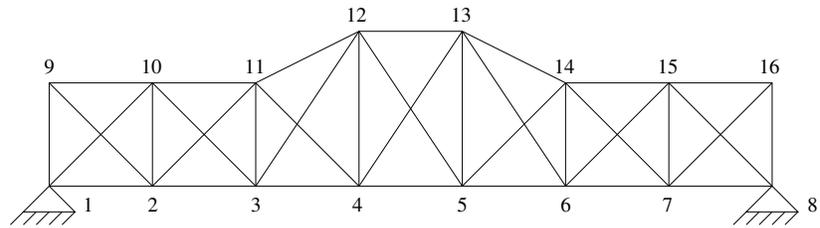
Geralmente parte de uma superfície plana para uma superfície de topografia irregular com um certo padrão de repetição ou totalmente aleatório dependendo do tipo de condições de contorno e carregamento;

- **Otimização Topológica**

Distribui da melhor maneira o material dentro de um domínio fechado aumentando a rigidez da estrutura.



(a) Modelo original com condições de contorno.



(b) Modelo ótimo.

Figura 2.4: Otimização paramétrica de uma estrutura tipo pórtico composta por elementos de barra submetida a cargas estáticas, Gu et al. (2000).

As Figuras 2.4 a 2.7 apresentam exemplos de otimização dos tipos paramétrica, de forma, topográfica e topológica, respectivamente.

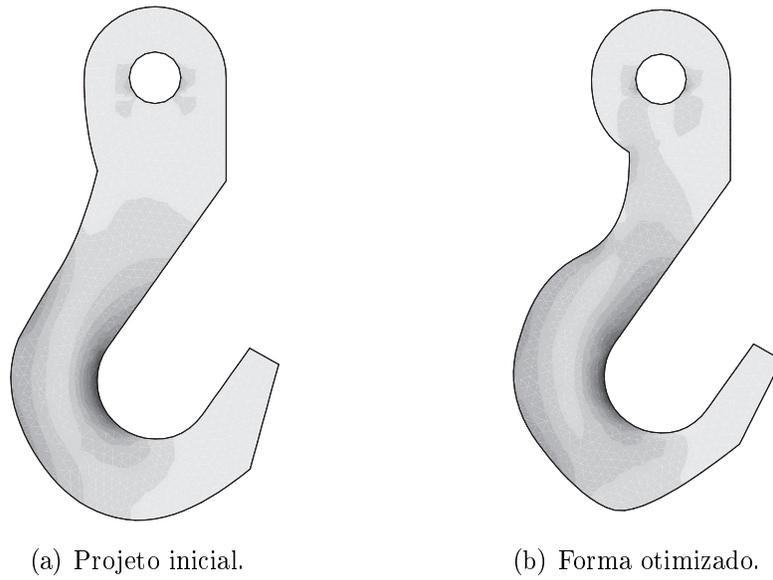


Figura 2.5: Otimização de forma de um gancho submetido a cargas estáticas, Silva e Bittencourt (2000).

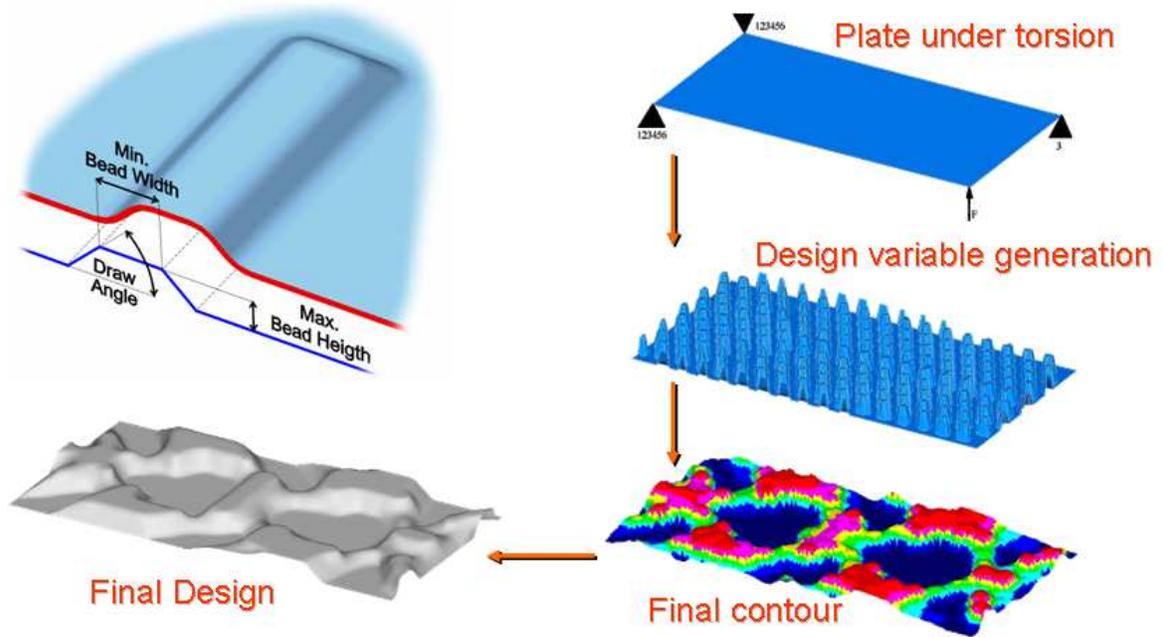
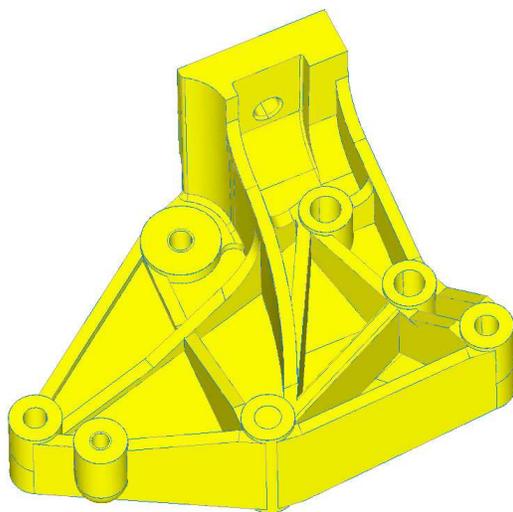
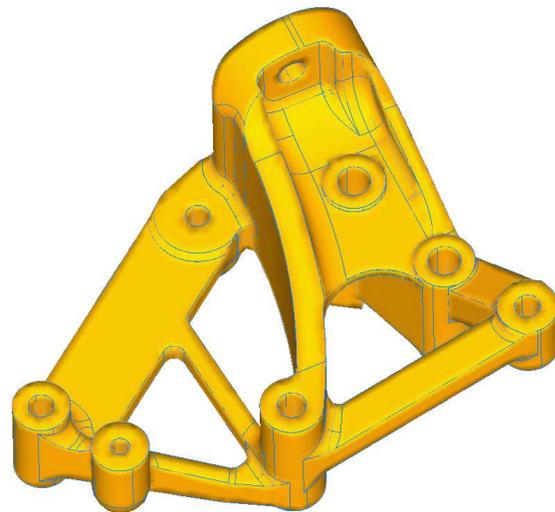


Figura 2.6: Exemplo de otimização topográfica de uma placa, Altair (2003).



(a) Geometria inicial.



(b) Geometria final com 20% na redução da massa.

Figura 2.7: Exemplo de otimização topológica de um suporte de montagem de motor automotivo, Altair (2003).

# Capítulo 3

## Caracterização Quasi-Estática dos Materiais

Neste capítulo os materiais que compõe os componentes do compressor de refrigeradores domésticos considerados no presente trabalho serão analisados do ponto de vista do comportamento quasi-estático, enquanto sua caracterização dinâmica será feita mais adiante no Capítulo 4. Na Seção 3.2 serão apresentados os resultados dos testes de tração para os materiais utilizados na fabricação dos componentes da Figura 1.2. Somando os resultados obtidos no Capítulo 4 aos desse capítulo será possível ter em mãos a caracterização completa dos materiais, que será fundamental para determinar as leis constitutivas descritas no Capítulo 5.

Na Seção 3.4 serão apresentados os resultados dos testes de compressão do polímero empregado na fabricação do componente mostrado na Figura 3.10, que depois serão utilizados para determinar as propriedades do material através da técnica conhecida como Modelamento Inverso na Seção 6.1.

Para que uma lei constitutiva possa representar de maneira adequada o comportamento real de um material quando este é submetido a certos carregamentos, deve-se realizar testes experimentais de modo a comparar os resultados desses testes com os valores teóricos obtidos pela lei constitutiva.

Quando tais testes são conduzidos a velocidades constantes, ou seja, aceleração zero

ou com um valor muito pequeno de modo que possa ser desconsiderada, diz-se que o teste é quasi-estático.

Tradicionalmente, o teste de tração é o procedimento mais comum utilizado para estabelecer uma lei constitutiva. A simplicidade do teste, de qualquer maneira, é apenas aparente e sua análise e interpretação não são triviais. De fato, ainda não existe uma descrição detalhada do que acontece com o corpo de prova até a ruptura.

A priori não é possível prever em que ponto o corpo de prova irá ocorrer a falha. A falha pode ocorrer em diferentes regiões como é verificado em corpos de prova constituídos pelo mesmo material e testados sob as mesmas condições.

### 3.1 Procedimentos dos Testes de Tração

Para caracterizar o comportamento quasi-estático dos materiais, realizaram-se testes quasi-estáticos na máquina de ensaios Instron ilustrada na Figura 3.1, localizada na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

Durante o ensaio de tração, as extremidades do corpo de prova são fixadas à máquina por meio de garras, sendo que a garra inferior é fixa e a superior realiza deslocamento no sentido axial para provocar distensão no corpo de prova. Detalhes dessa fixação são mostrados na Figura 3.2.

O ensaio foi baseado na norma NBR 6152 de Maio de 2002 (ABNT (2002)). De acordo com essa norma, a forma e dimensões dos corpos de prova dependem das respectivas forma e dimensões dos produtos metálicos dos quais os corpos de prova são retirados.

O corpo de prova é, usualmente, obtido pela usinagem de uma amostra do produto. Entretanto, produtos de seção constante (barras, fios, etc.) e também corpos de prova fundidos (ferro fundido maleável, ferro fundido branco, ligas não ferrosas) podem ser ensaiados sem serem usinados. Um modelo típico de seção transversal retangular é mostrado na Figura 3.3.

A seção transversal do corpo de prova pode ser circular, quadrada, retangular, anelar ou, em casos especiais, de alguma outra forma arbitrária.

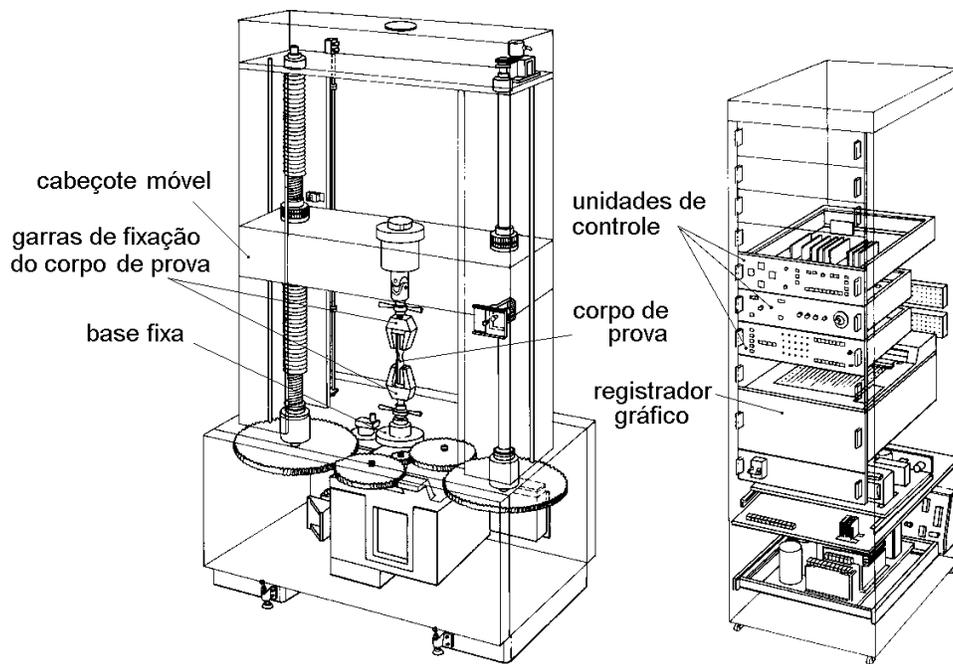


Figura 3.1: Máquina de ensaios de tração.

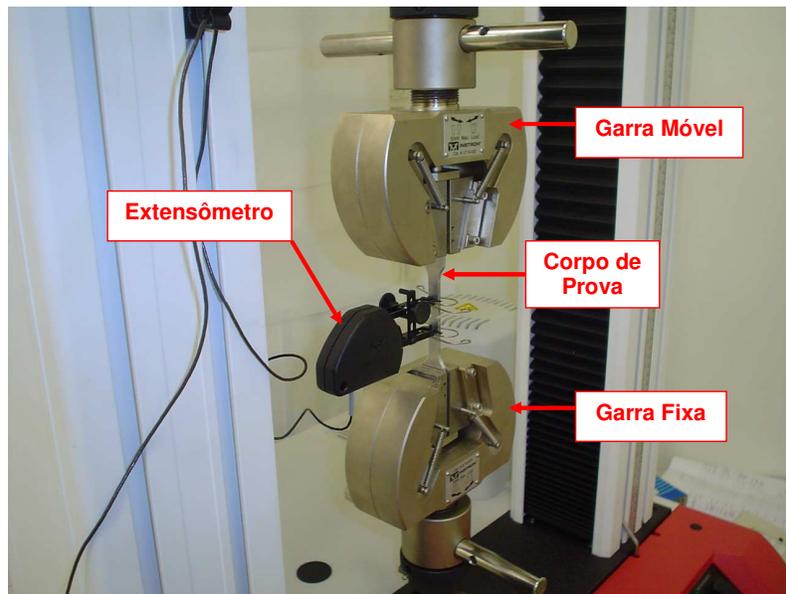


Figura 3.2: Detalhe da fixação do corpo de prova na máquina de ensaios de tração.

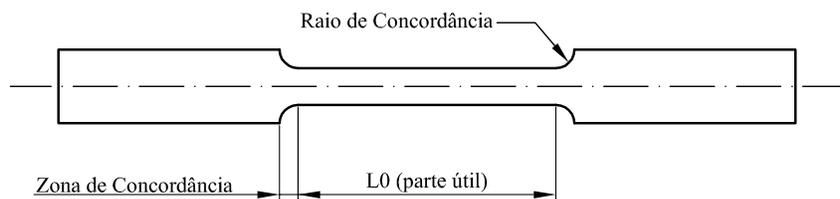


Figura 3.3: Corpo de prova típico com seção transversal retangular.

Denominam-se corpos de prova proporcionais aqueles que têm o comprimento de medida original relacionado à área da seção transversal através da equação

$$L_0 = k\sqrt{A_0}, \quad (3.1)$$

sendo  $k = 5,65$  o valor internacionalmente adotado (ABNT (2002)).

O comprimento de medida original não deve ser menor que 20,0 mm. Quando a área da seção transversal do corpo de prova for muito pequena, para que o comprimento de medida original seja determinado com  $k = 5,65$ , um valor maior (preferivelmente 11,3) ou um corpo de prova não proporcional pode ser usado.

Em caso de corpos de prova não proporcionais, o comprimento de medida original  $L_0$  utilizado é independente da área da seção transversal original  $A_0$ .

As cabeças são as regiões extremas, que servem para fixar o corpo de prova à máquina de modo que a força de tração atuante seja axial. Devem ter seção maior do que a parte útil para que a ruptura do corpo de prova não ocorra nelas. Suas dimensões e formas dependem do tipo de fixação à máquina.

Num teste de tração convencional, a carga é aplicada ao corpo de prova até este atingir um nível de tensão e/ou deformação desejados. A carga aumenta continuamente enquanto o espécime encrua. Quando o máximo valor na carga é alcançado a tensão torna-se uniforme. A partir daí, ocorre uma bifurcação no campo de tensões uniforme e surge a localização da falha no corpo de prova.

O estado de tensões e deformações associado à localização é um tópico complexo. Primeiro, porque depende da geometria do espécime e das propriedades do material. Para corpos de prova cilíndricos compridos e delgados, a bifurcação ocorre mais próxima da força máxima que para os cilíndricos mais curtos e espessos. Por outro lado, os corpos de prova retangulares tendem a apresentar o ponto de localização mais próximo da carga máxima que os cilíndricos, devido à sua inerente instabilidade.

A velocidade do teste, inércia e taxa de deformação são outros fatores que influenciam a localização da falha. Quanto maior a sensibilidade do material à taxa de deformação, mais tardio será o aparecimento dessa localização.

## 3.2 Resultados dos Testes de Tração

Existe mais de uma maneira de expressar a curva de tensão versus deformação em função das variáveis das quais é dependente. Quando as deformações são pequenas de modo que os efeitos de geometria possam ser desprezíveis, não há distinção entre usar a curva de engenharia ou a verdadeira.

Porém, quando há grandes deformações é comum utilizar as medidas de tensão e deformação verdadeiras, pois são calculadas em função de comprimentos e áreas instantâneas, enquanto as medidas conhecidas como de engenharia são calculadas a partir de comprimentos e áreas iniciais.

Seja uma barra de comprimento inicial  $l_0$  e área transversal  $A_0$  (ver Figura 3.4), submetida a uma carga quasi-estática  $F$  que faz com que o comprimento inicial aumente gradativamente para  $l$  e a área transversal seja diminuída para  $A$ . A deformação de engenharia é definida como

$$e = \frac{l - l_0}{l_0} \quad (3.2)$$

e a tensão de engenharia é

$$\sigma_0 = \frac{F}{A_0}. \quad (3.3)$$

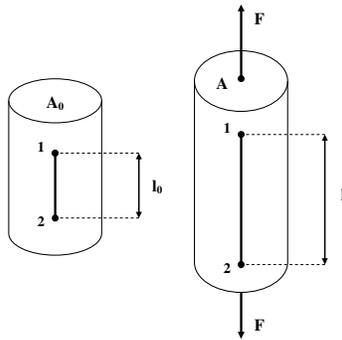


Figura 3.4: Barra elementar indeformada e deformada.

Um incremento de deformação é dado por

$$de = \frac{dl}{l_0}. \quad (3.4)$$

Se o termo da equação anterior  $l_0$  for substituído por  $l$ , tem-se

$$d\epsilon = \frac{dl}{l}, \quad (3.5)$$

com  $d\epsilon$  sendo definido como um incremento natural ou deformação logarítmica. A deformação verdadeira imposta à barra é

$$\epsilon = \int_0^\epsilon d\epsilon = \int_0^l \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0} \equiv \ln(1 + e). \quad (3.6)$$

Dessa forma, pode-se calcular a tensão verdadeira como

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{A_0} \frac{l_0}{l} = \frac{F}{A_0 \frac{l}{l_0}} = \sigma_0(1 + e). \quad (3.7)$$

Quando o corpo de prova da Figura 3.4 sofre compressão ao invés de tração, observa-se que seu comprimento diminui. Dessa maneira, a deformação de engenharia da equação (3.2) torna-se negativa e a equação (3.6) deve ser reescrita na forma

$$\epsilon \equiv \ln(1 - e), \quad (3.8)$$

que resulta na tensão verdadeira

$$\sigma = \sigma_0(1 - e). \quad (3.9)$$

Assim, como a área atual do corpo de prova aumenta, os valores de tensão diminuem e há uma inversão nos valores máximos de tensão e deformação entre as curvas de engenharia e verdadeira quando o espécime sofre compressão, ou seja, os valores da curva de engenharia são maiores que da curva verdadeira, oposto da tração.

Os corpos de prova foram obtidos através de usinagem de chapas metálicas com valores diferentes de espessura dependendo do produto, sendo designados aqui por THK245 e THK340, conforme a Figura 3.5.

Os corpos de prova da Figura 3.5 são os mesmos empregados na fabricação dos componentes críticos da suspensão do compressor durante o ensaio de impacto. Conforme será apresentado no Capítulo 6, as cantoneiras metálicas da Figura 1.2 são constituídas pelos materiais THK245 e THK340, respectivamente. São os componentes da suspensão do compressor de refrigeradores domésticos os quais se deseja manter a integridade estrutural. Sendo assim, a caracterização completa desses materiais se faz necessária.

As Figuras 3.6 e 3.7 apresentam os gráficos dos resultados experimentais obtidos para



(a) THK245.



(b) THK340.

Figura 3.5: Espécimes antes e depois dos testes.

as duas amostras.

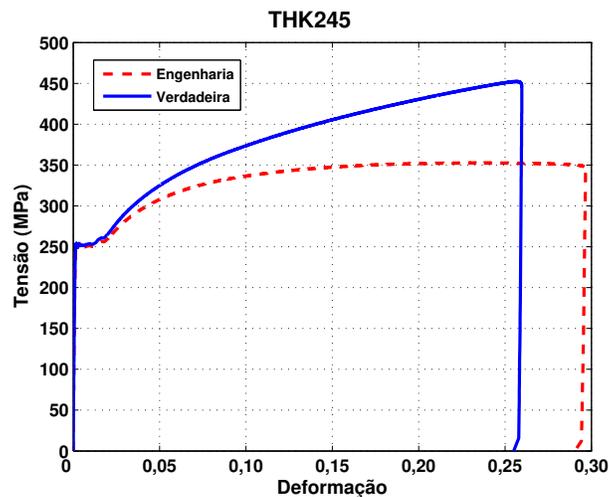


Figura 3.6: Curvas experimentais de tensão versus deformação do espécime THK245.

### 3.3 Procedimentos dos Testes de Compressão

Além dos materiais das cantoneiras, foi necessário realizar testes de compressão em materiais poliméricos. Como será mostrado no Capítulo 6, a técnica do Modelamento Inverso mostra que corpos de prova não normalizados podem ser caracterizados através de uma

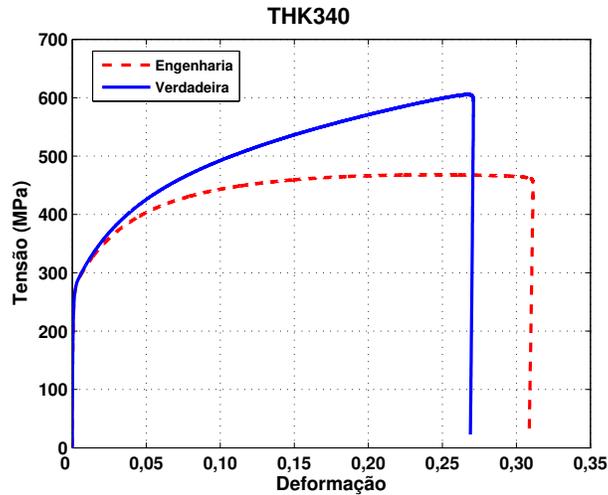


Figura 3.7: Curvas experimentais de tensão versus deformação do espécime THK340.

abordagem experimental e numérica utilizando técnicas de otimização.

O principal problema que ocorre nos testes de compressão está relacionado à precisão das medidas de força e deslocamento fornecidas pela máquina, principalmente quando se trata de materiais com altos valores de módulo elástico, como por exemplo aço e alumínio.

Nestes casos surge uma grande discrepância entre os valores teóricos e experimentais do módulo elástico, refletindo diretamente na curva força versus deslocamentos. Atribui-se tais fatos devido a um deslocamento relativo entre os dois pratos que comprimem o corpo de prova durante o teste. Como nesse tipo de teste, os deslocamentos são muito pequenos quaisquer desvios alteram sensivelmente os resultados.

Em se tratando de polímeros, esse fenômeno não é verificado devido ao baixo valor do módulo de elasticidade, que resulta em baixos valores de força que máquina necessita fazer para comprimir o corpo de prova.

De forma a garantir com que os resultados não sejam afetados por esse problema, foi montado um sistema de medição especial. Além do método de medição tradicional da máquina, feito através do deslocamento vertical da coluna, foi ainda usado um extensômetro e dois sensores ópticos de deslocamento montados a 180° um do outro sobre o prato móvel, Figura 3.8.

Conforme era esperado, não foram encontradas discrepâncias significativas entre os deslocamentos medidos pelos dois sensores ópticos (ver Figura 3.9), algo que não é constatado

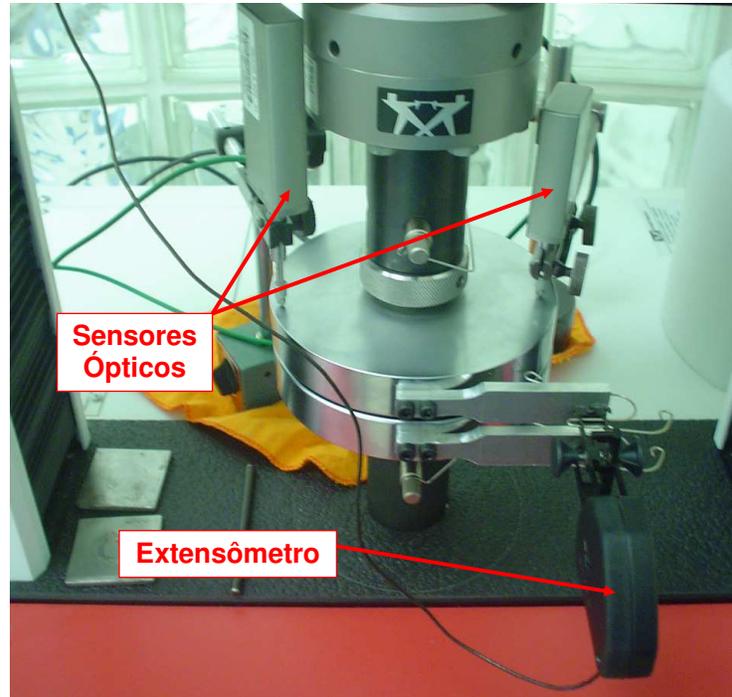


Figura 3.8: Detalhes do sistema de medição adotado para o teste de compressão do material polimérico.

quando os corpos de prova são constituídos de materiais metálicos como alumínio ou aço.

Dessa forma pode-se dizer que a metodologia de medição e os resultados obtidos são confiáveis.

### 3.4 Resultados dos Testes de Compressão

Baseado no procedimento experimental descrito anteriormente, foram obtidos cinco discos através do processo de torneamento do batente original com diâmetro externo médio  $\varnothing_e = 15,30$  mm, diâmetro interno médio  $\varnothing_i = 5,00$  mm e espessura média  $L = 2,30$  mm (ver Figura 3.10).

Esses corpos de prova foram testados a uma taxa de deformação 0,25 mm/min e depois disso foi calculada a curva experimental média em relação a todos os cinco testes, mostrada na Figura 3.11.

Assim como no caso do disco, foram testadas cinco amostras do batente sem usinagem (Figura 3.10), porém a uma taxa de 0,50 mm/min cuja curva força versus deslocamento e a

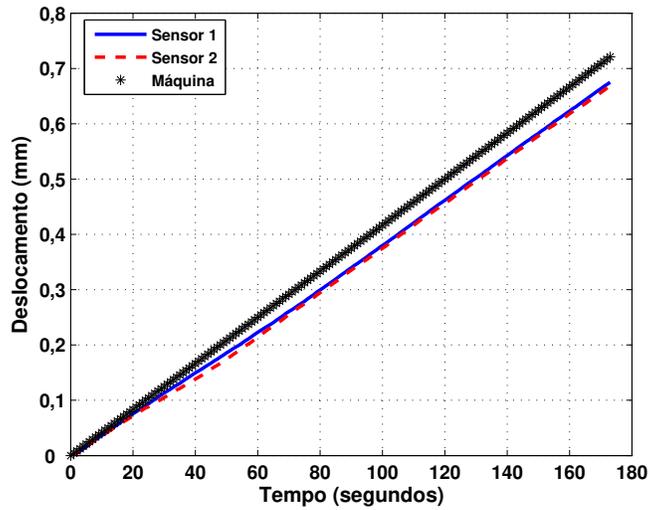


Figura 3.9: Comparativo dos deslocamentos medidos no tempo pelos dois sensores ópticos para um teste de compressão.

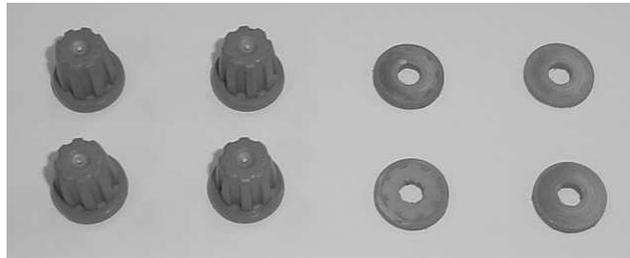
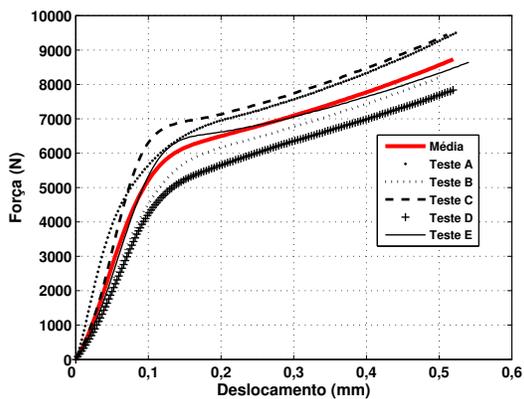
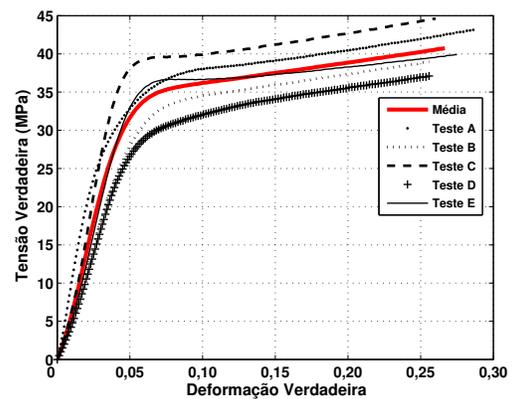


Figura 3.10: Batentes plásticos e corpos de prova usinados a partir dos mesmos.



(a) Força versus Deslocamento.



(b) Tensão verdadeira versus deformação verdadeira.

Figura 3.11: Curvas experimentais de força versus deslocamento e tensão verdadeira versus deformação verdadeira, respectivamente, do disco plástico.

curva média são mostradas na Figura 3.12.

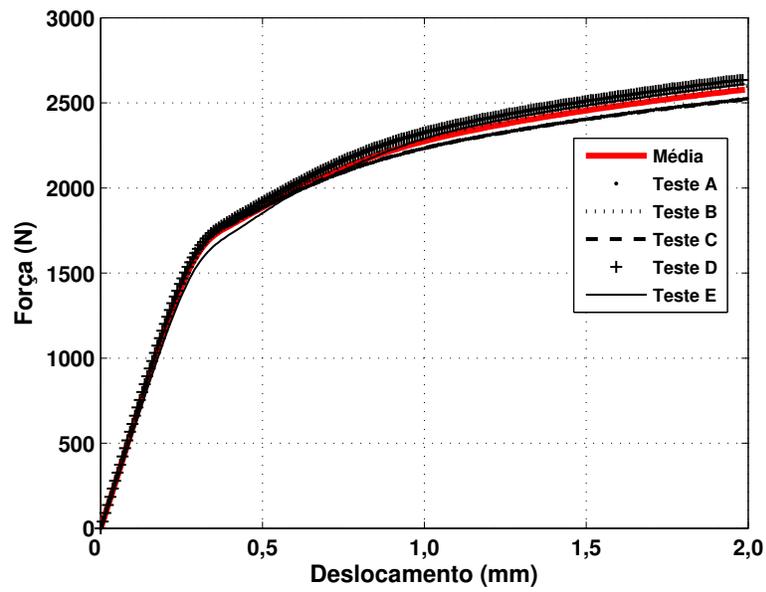


Figura 3.12: Curvas experimentais de força versus deslocamento do batente plástico.

## 3.5 Discussão dos Resultados

Os resultados obtidos nos testes de tração ocorreram dentro do esperado, uma vez que este é um teste clássico e há vários anos empregado com sucesso tanto na área acadêmica quanto na indústria.

Uma propriedade dos materiais THK245 e THK340 testados que se deve destacar é a sua ductilidade, pois como foi observado os materiais sofreram grande estiramento antes do rompimento.

Além disso, não foi monitorada a redução da seção transversal do corpo de prova na região de estrição. Existe um extensômetro específico para esse tipo de medição, mas que não foi utilizado, pois não houve interesse em estudar o material após estrição.

Com relação ao teste de compressão do plástico alguns problemas foram encontrados. Devido ao tamanho reduzido dos discos foi difícil usinar suas superfícies de modo a garantir o paralelismo e perpendicularidade entre si.

Em vista desses problemas geométricos podem surgir discrepâncias entre os valores de força e deslocamento, pois no início do teste os pratos de compressão podem não estar em contato com toda a superfície do disco e sim apenas parte dela.

Como consequência direta disso, os cinco corpos de prova testados não apresentaram boa repetibilidade nos resultados conforme pode ser visto na Figura 3.11, na qual as cinco curvas não estão próximas uma da outra com se espera.

Essa distância entre as curvas afeta também o cálculo das propriedades do material como por exemplo o módulo elástico.

Por outro lado, as curvas dos batentes (Figura 3.12) mostraram-se bastante satisfatórias uma vez que os respectivos valores de força e deslocamento não variaram muito como no caso dos disco, podendo assim afirmar que esses testes tiveram boa repetibilidade.

Isso vem do fato que no caso dos batentes nenhuma modificação na geometria foi realizada e além disso essas peças são produzidas com extrema precisão e pequenas tolerâncias que resulta em peças com dimensões extremamente parecidas e com superfícies perfeitas em se tratando de planicidade, paralelismo e ortogonalidade em relação aos pratos de compressão.

# Capítulo 4

## Caracterização Dinâmica dos Materiais

Assim como no Capítulo 3, os materiais que compõe os componentes do compressor de refrigeradores domésticos analisados no presente trabalho serão estudados agora do ponto de vista do comportamento dinâmico. Serão apresentados os resultados dos materiais utilizados na fabricação dos componentes da Figura 1.2. Somando os resultados obtidos no Capítulo 3 aos desse capítulo será possível ter em mãos a caracterização completa dos materiais, que será fundamental para determinar as leis constitutivas descritas no Capítulo 5.

Conforme Zukas et al. (1982), a resposta de materiais e estruturas a carregamentos impulsivos intensos é bastante complexa. Para condições de carregamento que resultam em tensões abaixo do valor de escoamento, os materiais permanecem elásticos. Para metais, a lei de Hooke é aplicável. Problemas reais de impacto envolvem impactadores e alvos com contornos finitos que exercem influências consideráveis em seus comportamentos. Assim que a intensidade da carga é aumentada, o material entra no regime plástico. Neste caso, o comportamento envolve grandes deformações, aquecimento e freqüentemente a falha dos corpos que colidem entre si.

Para excitações de baixa intensidade, tanto a geometria quanto a natureza do material dominam as forças internas de resistência. Assim que a intensidade dos carregamentos aumenta, a resposta tende a ficar altamente localizada e é mais afetada pela constituição do material na vizinhança de aplicação das força que da geometria da estrutura.

Os efeitos de variação da taxa de deformação, os quais o presente trabalho se propõe a estudar são exemplificados nas Figuras 4.1 e 4.2 retiradas dos trabalhos de Shim, Lim e

Foo (2001) e de Smerd et al. (2005), as quais mostram a variação da tensão em função das diferentes taxas de deformação para diferentes materiais

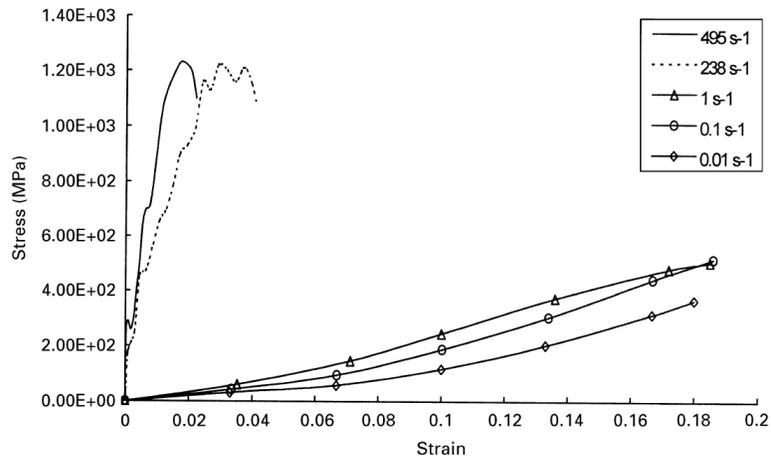


Figura 4.1: Diferentes curvas de tensão versus deformação em função do efeito de taxa de deformação para um material compósito, Shim, Lim e Foo (2001).

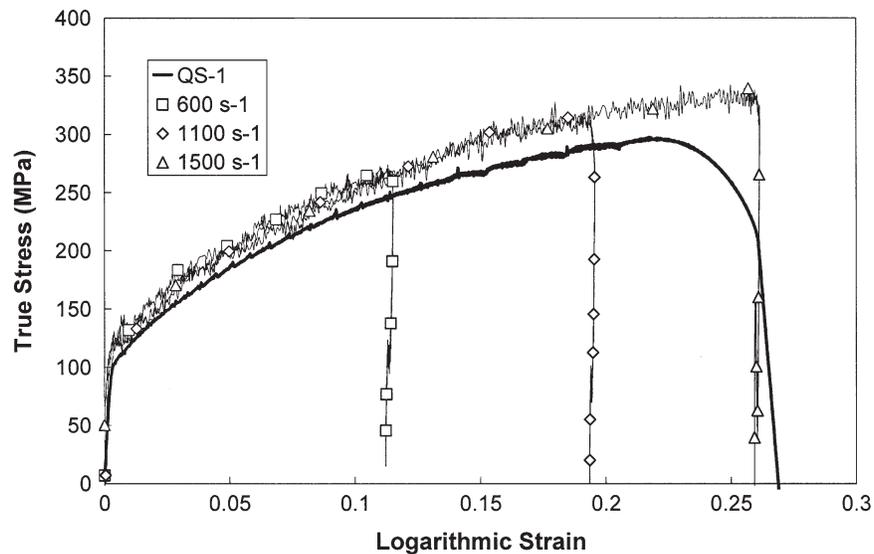


Figura 4.2: Diferentes curvas de tensão versus deformação em função do efeito de taxa de deformação para uma liga de alumínio, Smerd et al. (2005).

## 4.1 Barra de Hopkinson

Segundo Gallina, Birch e Alves (2004), a barra de Hopkinson tornou-se o principal aparato no meio científico utilizado para fazer a caracterização dinâmica dos materiais sob

diversas taxas de deformação.

Isso é relacionado à flexibilidade do equipamento, seja devido a sua capacidade de realizar testes a diferentes taxas de deformação ou a capacidade de ainda variar a temperatura a qual é submetido o corpo de prova.

As taxas mais comuns empregadas nos ensaios de são da ordem de  $10^3/s$ .

A barra pode ser usada tanto para ensaios de tração quanto para compressão; para isso algumas modificações devem ser feitas no aparato, Zukas et al. (1982).

Ainda de acordo com esses autores, o aparato, também conhecido como barra de Kolsky, foi inventado em 1949 pelo pesquisador de mesmo nome. O princípio de funcionamento do aparato é baseado na propagação de ondas, cuja teoria é apresentada em Johnson (1972) e Meyers (1994). Um pulso compressivo de pressão é gerado no impacto entre uma barra de entrada e uma barra menor (striker). Quando esse pulso encontra a interface entre o espécime e as duas barras, parte dele é transmitido pelo espécime até a barra de saída e outra parte é refletida na barra incidente (veja Figura 4.4).

Os pulsos incidente ( $\epsilon_i$ ), transmitido ( $\epsilon_t$ ) e refletido ( $\epsilon_r$ ) são medidos através de extensômetros. Os sinais gravados contêm o histórico da tensão versus taxa de deformação do espécime e são processados por software.

Os sinais típicos desses pulsos medidos pelos extensômetros são mostrados na Figura 4.3 da referência Lambert e Ross (2000).

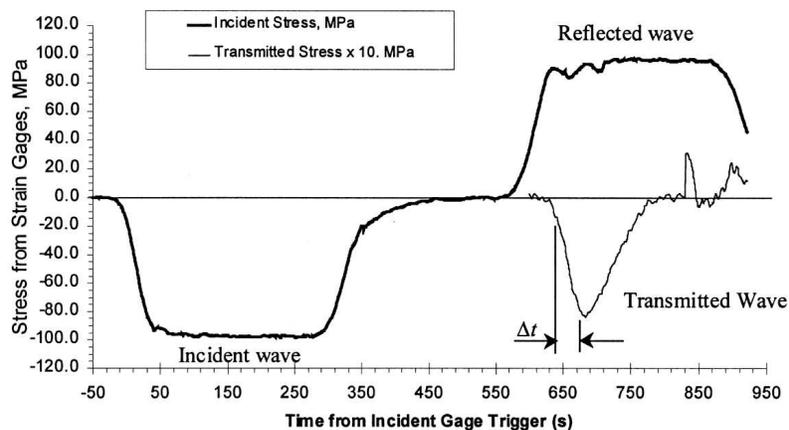


Figura 4.3: Pulsos incidente, refletido e transmitido medidos pelos extensômetros da barra de Hopkinson, Lambert e Ross (2000).

A tensão, deformação e taxa de deformação podem ser obtidas a partir das seguintes equações de Zukas et al. (1982)

$$\sigma_s = E \frac{A}{A_s} \epsilon_t, \quad (4.1)$$

$$\epsilon_s = \frac{-2c_0}{L_s} \int_0^t \epsilon_r dt, \quad (4.2)$$

$$\dot{\epsilon}_s = \frac{-2c_0}{L_s} \epsilon_r, \quad (4.3)$$

sendo  $c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ ;  $E$  é o módulo de Young;  $\rho$  é a densidade do material;  $L_s$  espessura do espécime;  $A_s$  é a área da seção transversal do espécime;  $A$  é a área da seção transversal do impactador;  $\sigma_s$  é a tensão no espécime;  $\epsilon_r$  é o pulso de deformação refletido;  $\epsilon_t$  é pulso de deformação transmitido;  $\dot{\epsilon}_s$  é a taxa de deformação do espécime.

A barra de Hopkinson construída pelo Grupo de Mecânica dos Sólidos e Impacto em Estruturas (GMSIE) da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo e utilizadas nos testes de caracterização dinâmica dos materiais deste trabalho é mostrada na Figura 4.5.

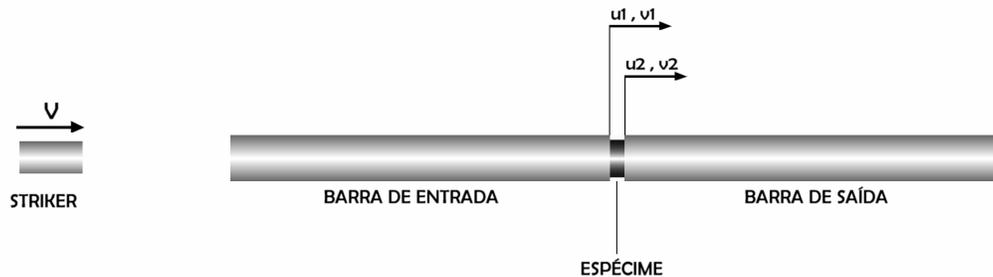


Figura 4.4: Interface da barra de Hopkinson (Gallina, Birch e Alves (2004)).

## 4.2 Procedimentos dos Testes Dinâmicos

As amostras foram usinadas a partir de chapas metálicas. Os anéis obtidos têm a mesma espessura das chapas e para cada espessura foram consideradas 9 amostras, Figura 4.6.



Figura 4.5: Barra de Hopkinson construída pelo GMSIE e utilizada nos testes de caracterização dinâmica dos materiais.

Conforme é mostrado no trabalho de Meng e Li (2003) existe uma relação entre espessura do espécime e diâmetro cujo valor está entre 0,50 e 0,61. Essa relação tem a função de minimizar os efeitos de inércia e é dada pela equação

$$\lambda = \frac{L_0}{d} = \frac{1}{2}\sqrt{3\nu_s}, \quad (4.4)$$

onde  $L_0$  é a espessura inicial do espécime,  $d$  o diâmetro e  $\nu$  o coeficiente de Poisson.

Porém, o GMSIE vem atualmente estudando uma melhor relação que minimiza os efeitos de atrito.

Tais estudos mostram que os espécimes devem ter o formato de anéis, para diminuir efeitos de atrito e a relação que minimiza os efeitos de inércia indica que a espessura dos espécimes deve ser duas vezes o valor da diferença entre o raio externo e interno.

Trautmann et al. (2003) apresentam quais os melhores lubrificantes a serem utilizados na interface entre o espécime e as barras de entrada e saída dos testes da barra de Hopkinson.

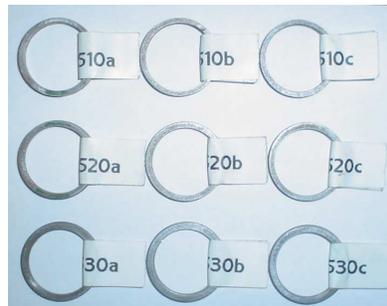
### 4.3 Resultados dos Testes Dinâmicos

As Tabelas 4.1 e 4.2 apresentam os resultados dos ensaios dinâmicos para os materiais THK245 e THK340 empregados na fabricação dos componentes do compressor da Figura 1.2.

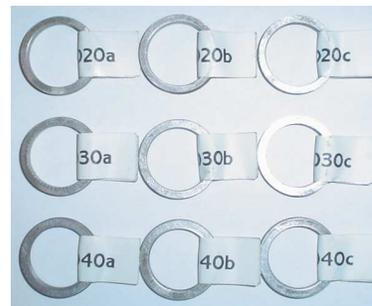
A pressão aplicada para acelerar o impactador e as dimensões iniciais e finais para a espessura e diâmetro também estão indicadas. As 18 amostras após os ensaios estão mostradas na Figura 4.6 para os materiais THK245 e THK340, respectivamente.

Tabela 4.1: Dimensões dos espécimes utilizados no teste dinâmico para o material THK245.

Identificação do Teste	Pressão Aplicada (Bar)	Espessura Inicial (mm)	Espessura Final (mm)	Diam. externo inicial (mm)	Diam. Externo Final (mm)	Taxa de Deformação (1/s)
A**	1,0	2,46	2,38	20,00	20,07	595
B	1,0	2,46	2,39	20,00	20,05	248
C	1,0	2,42	2,38	20,00	20,12	113
A	2,0	2,41	1,91	19,97	20,50	1164
B	2,0	2,46	1,94	20,00	20,60	1361
C	2,0	2,43	1,93	19,98	20,46	1340
A	3,0	2,46	1,55	20,00	20,74	2162
B	3,0	2,43	1,58	20,00	20,88	2145
C	3,0	2,44	1,60	20,00	20,83	2118



(a) Material THK245.



(b) Material THK340.

Figura 4.6: Espécimes utilizados nos testes dinâmicos para os materiais THK245 e THK340.

As Figuras 4.7 e 4.8 mostram os resultados experimentais obtidos no teste dinâmico para os corpos de prova do material THK245.

Como pode ser verificado nas Figuras 4.7(a), 4.7(b) e 4.8(a) o espécime do "Teste A" não teve os resultados esperados como ocorreu com os espécimes dos "Teste B" e "Teste C" e por esse motivo foi desconsiderado para efeito do cálculo das constantes das leis constitutivas de Cowper-Symonds e Johnson-Cook.

Tabela 4.2: Dimensões dos espécimes utilizados no teste dinâmico para o material THK340.

Identificação do Teste	Pressão Aplicada (Bar)	Espessura Inicial (mm)	Espessura Final (mm)	Diam. externo inicial (mm)	Diam. Externo Final (mm)	Taxa de Deformação(1/s)
A	2,0	3,38	3,05	20,05	20,42	661
B	2,0	3,37	2,98	20,05	20,46	822
C	2,0	3,38	3,03	20,05	20,40	702
A	3,0	3,37	2,64	20,03	20,57	1430
B	3,0	3,38	2,72	20,05	20,70	1187
C**	3,0	3,44	2,85	20,05	20,84	697
A	4,0	3,38	2,35	20,04	21,06	1804
B	4,0	3,39	2,38	20,06	21,03	1798
C	4,0	3,37	2,39	20,05	21,08	1804

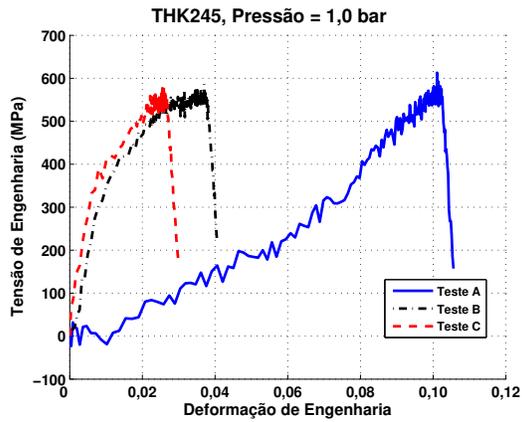
Isso fica mais evidente ao se conferir a taxa de deformação equivalente para o "Teste A" marcado na Tabela 4.1 com \*\* que foi de 595/s enquanto para os Testes "B" e "C" foi de 248/s e 113/s, respectivamente.

Essa grande diferença na taxa de deformação para espécimes que foram testados a uma mesma pressão inicial aplicada (nesse caso 1,0 Bar), deve-se a um fato que foi notado posteriormente ao teste que refere-se a qualidade superficial dos espécimes. Após a análise dos resultados, foi constatado que havia um pouco de rebarba na face dos espécimes, resíduo do processo de usinagem, o que aumentava o fator de atrito e, como conseqüência, alterava os resultados. Por esse motivo, todos os outros espécimes tiveram suas faces lixadas com o objetivo de obter uma melhor qualidade superficial.

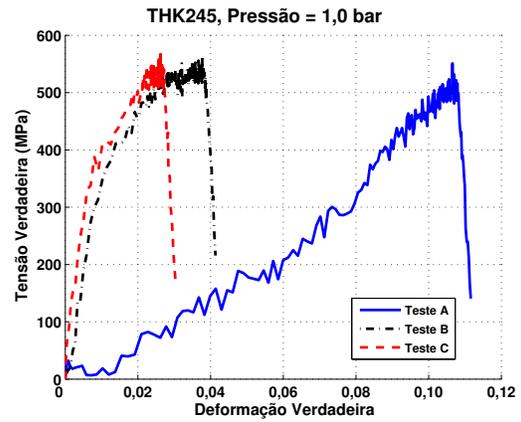
As Figuras 4.9 e 4.10 mostram os gráficos com os resultados experimentais obtidos no teste dinâmico para os corpos de prova do material THK340.

O mesmo problema de qualidade superficial ocorrido com os espécimes do material THK245 também foi detectado para o espécime com os do do material THK340, porém para uma pressão de 3,0 bar aplicada, conforme se apresenta nas Figuras 4.9(c), 4.9(d) e 4.10(b).

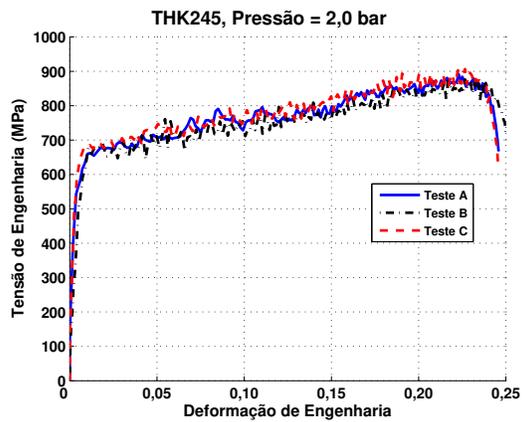
Neste caso, a taxa de deformação equivalente para o "Teste C" marcado na Tabela 4.2 com \*\* que foi de 697/s enquanto para os Testes "A" e "B" foi de 1430/s e 1187/s, respectivamente.



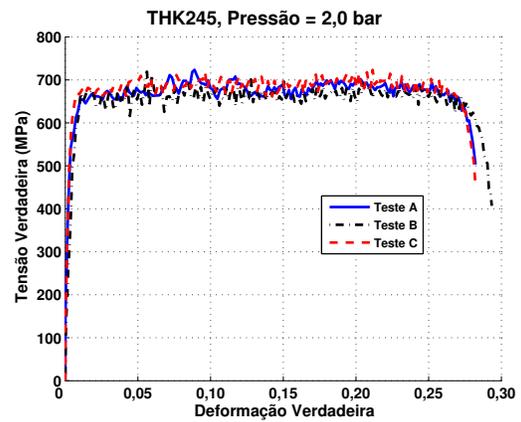
(a) Engenharia.



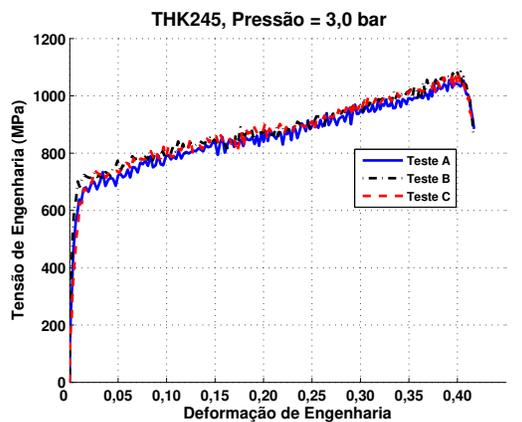
(b) Verdadeira.



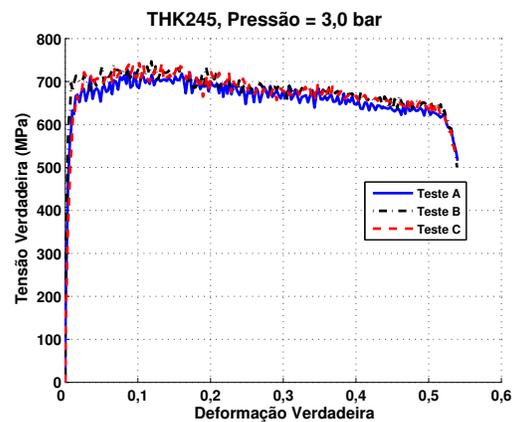
(c) Engenharia.



(d) Verdadeira.

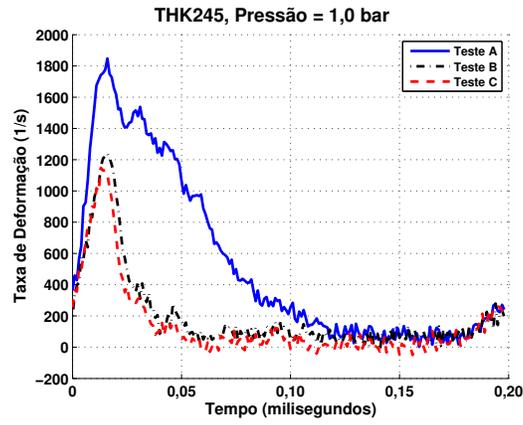


(e) Engenharia.

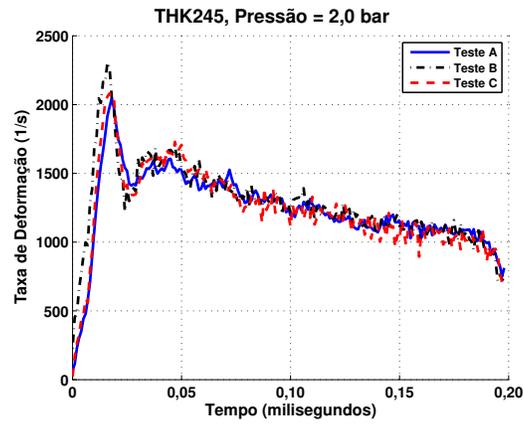


(f) Verdadeira.

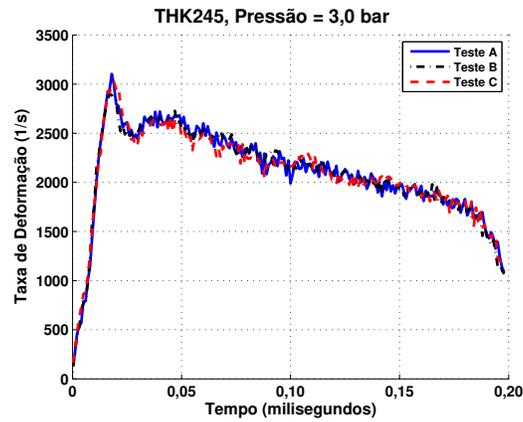
Figura 4.7: Curvas experimentais de tensão versus deformação dos espécimes do material THK245 e pressões aplicadas de 1,0, 2,0 e 3,0 Bar, respectivamente.



(a) 1,0 Bar.



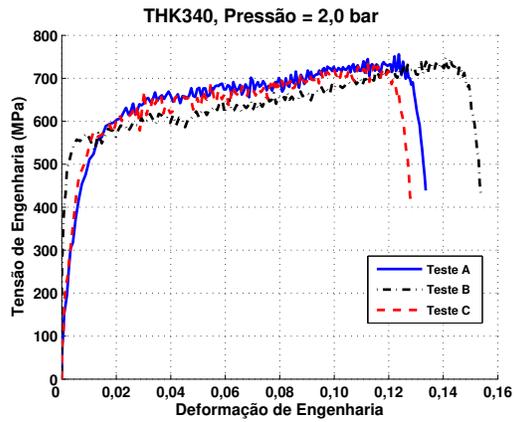
(b) 2,0 Bar.



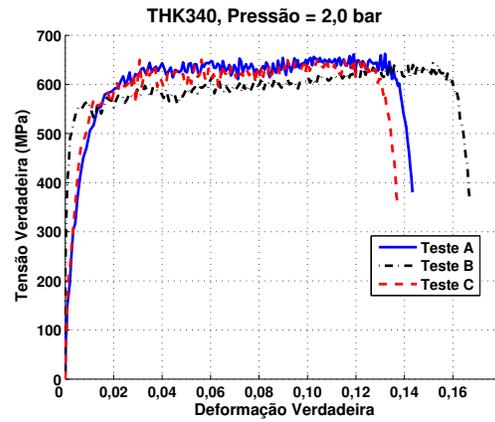
(c) 3,0 Bar.

Figura 4.8: Taxa de deformação de engenharia em função do tempo para os espécimes do material THK245 e pressões aplicadas de 1,0, 2,0 e 3,0 Bar, respectivamente.

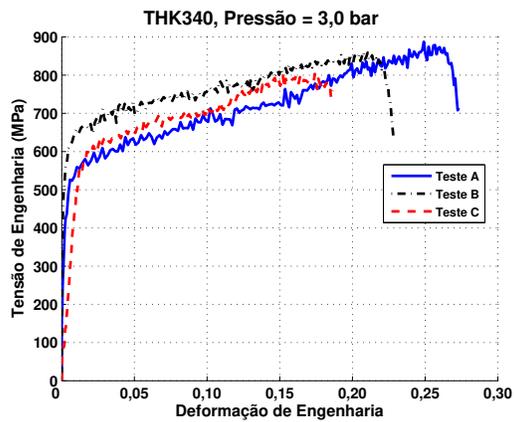
Sendo assim, o mesmo procedimento descrito para o espécime do material THK245 foi realizado para melhorar o acabamento superficial.



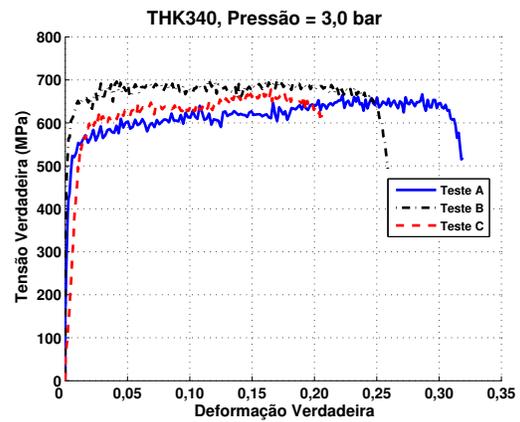
(a) Engenharia.



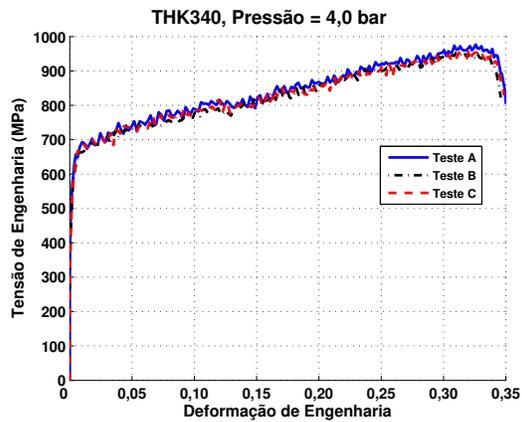
(b) Verdadeira.



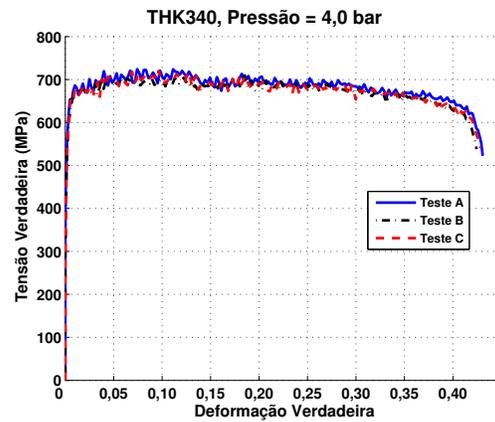
(c) Engenharia.



(d) Verdadeira.

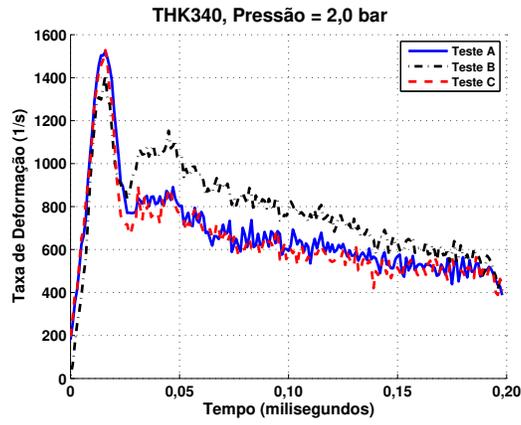


(e) Engenharia.

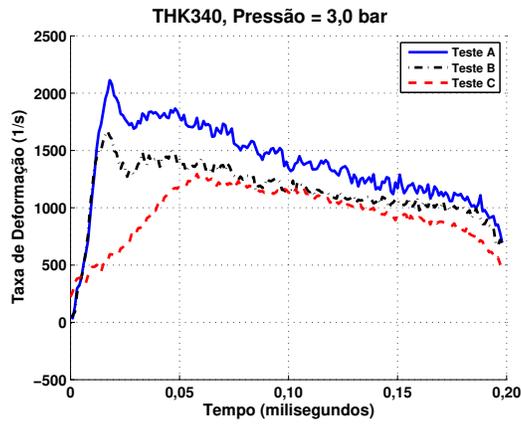


(f) Verdadeira.

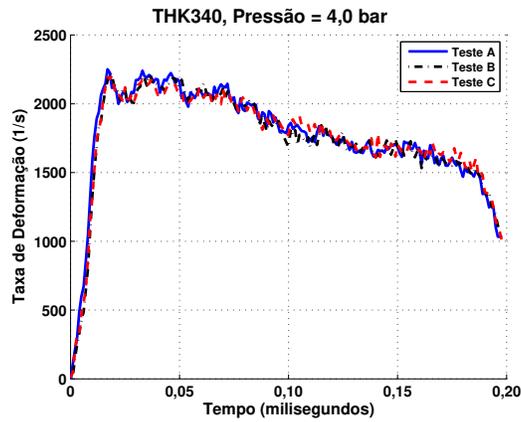
Figura 4.9: Curvas experimentais de tensão versus deformação dos espécimes com do material THK340 e pressões aplicadas de 2,0, 3,0 e 4,0 Bar, respectivamente.



(a) 2,0 Bar.



(b) 3,0 Bar.



(c) 4,0 Bar.

Figura 4.10: Taxa de deformação de engenharia em função do tempo para os espécimes do material THK340 e pressões aplicadas de 2,0, 3,0 e 4,0 Bar, respectivamente.

## 4.4 Discussão dos Resultados

Dentro da tecnologia e dos recursos atuais disponíveis, os resultados dos testes dinâmicos mostraram-se coerentes.

Conforme pode ser visto nas Figuras 4.7 a 4.10, as propriedades dos materiais variam a medida que a taxa de deformação muda, ou seja, são sensíveis à taxa de deformação. Apesar do surgimento do problema da qualidade da superfície, este foi rapidamente sanado através de um simples lixamento dos corpos de prova, que resultou em melhores resultados.

Isso fica evidente quando é feita uma análise individual de cada ensaio, pois cada um deles mostra três testes diferentes realizados a uma mesma pressão (taxa de deformação). Pode ser notado que as curvas estão bem próximas umas das outras indicando a boa precisão e repetibilidade dos testes.

Mesmo com a necessidade do descarte de dois testes, "Teste A" (Figuras 4.7(a), 4.7(b) e 4.8(a)) e "Teste C" (Figuras 4.9(c), 4.9(d) e 4.10(b)), não há comprometimento da caracterização dinâmica dos materiais, uma vez que as outras curvas consideradas válidas são suficientes para isso.



# Capítulo 5

## Leis Constitutivas

Neste capítulo será feita a descrição do comportamento dos materiais metálicos da Figura 1.2 caracterizados quasi-estaticamente no Capítulo 3 e dinamicamente no Capítulo 4, através das Leis Constitutivas de Cowper-Symonds e Johnson-Cook nas Seções 5.1 e 5.2, respectivamente. A partir da determinação das leis constitutivas para esses materiais será possível realizar as simulações numéricas do conjunto completo do compressor mostradas na Seção 7.2.

Belytschko, Liu e Moran (2000) e Zukas et al. (1982) afirmam que na descrição matemática do comportamento do material, a relação entre tensões, deformações e taxas de deformação é feita através da lei constitutiva do material. O material é normalmente classificado em elástico linear, elástico não linear, visco-elástico, visco-plástico, etc. Cada descrição refere-se a uma representação matemática para um comportamento de material idealizado.

Quando se descreve as relações entre as tensões, deformações e taxa de deformação para um certo material, as tensões e deformações podem ser escalares ou tensores. Um material homogêneo é definido como aquele que é descrito pela mesma equação constitutiva em todos os pontos.

Em geral, a relação constitutiva que descreve de maneira precisa e adequada o comportamento de um material pode ser extremamente complexa e matematicamente árdua. Dessa maneira, modelos simplificados e idealizações matemáticas são utilizados em problemas de engenharia.

Para um material elástico linear, é utilizado o tensor de elasticidade geral  $\mathbf{C}_{ijkl}$  de quarta ordem contendo 81 constantes independentes para descrever o comportamento do material. Essas 81 constantes relacionam cada uma das 9 componentes do tensor de tensões completo com 9 componentes do tensor de deformações completo. As simetrias dos tensores de tensão e de deformação exigem que apenas seis componentes independentes de cada tensor sejam relacionadas, reduzindo o número de constantes independentes para  $6 \times 6 = 36$ . Outras simetrias relacionadas ao módulo elástico reduzem o número de constantes para 21. Finalmente, se o material é isotrópico, o tensor  $\mathbf{C}_{ijkl}$  pode ser reduzido a apenas duas constantes independentes.

## 5.1 Cowper-Symonds

A forma mais geral da equação de Cowper-Symonds é a seguinte (Jones (1989))

$$\sigma_d = (\sigma_{st} + K\epsilon^n) \left[ 1 + \left( \frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{q}} \right], \quad (5.1)$$

onde o termo entre parênteses contém as constantes  $K$  e  $n$  que representam o encruamento do material na parte quasi-estática. Por sua vez, o segundo termo entre colchetes contém as constantes  $D$  e  $q$  obtidas experimentalmente e representa a parte do comportamento dinâmico do material.

Essa mesma equação pode ser escrita de uma forma mais compacta de modo a relacionar os níveis de tensão estáticos ( $\sigma_{st}$ ) e dinâmicos ( $\sigma_d$ ) através das duas constantes  $D$  e  $q$  e a taxa de deformação ( $\dot{\epsilon}$ ) pode ser escrita da seguinte maneira (Jones (1989))

$$\dot{\epsilon} = D \left( \frac{\sigma_d}{\sigma_{st}} - 1 \right)^q, \quad \text{para } \sigma_d \geq \sigma_{st}. \quad (5.2)$$

A equação anterior pode ser escrita como

$$\ln \dot{\epsilon} = q \ln \left( \frac{\sigma_d}{\sigma_{st}} - 1 \right) + \ln D. \quad (5.3)$$

A partir da equação (5.3) é possível traçar um gráfico de dados experimentais com abscissa  $\ln \dot{\epsilon}$  e ordenada  $\ln \left( \frac{\sigma_d}{\sigma_{st}} - 1 \right)$ . Assim, obtém-se a melhor reta e daí o coeficiente  $q$  como o coeficiente angular da reta e a intersecção com a ordenada fornece  $\ln D$ .

A equação (5.2) pode ser reescrita na forma

$$\frac{\sigma_d}{\sigma_{st}} = 1 + \left( \frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{q}}. \quad (5.4)$$

Valores experimentais típicos dos coeficientes  $D$  e  $q$  são mostrados na Tabela 5.1. Do ponto de vista da engenharia, a equação (5.4) proporciona uma estimativa razoável da sensibilidade de metais à taxa de deformação.

Tabela 5.1: Coeficientes de Cowper-Symonds para diversos materiais, Jones (1989).

<b>Material</b>	<b>D (s<sup>-1</sup>)</b>	<b>q</b>
Aço Doce	40,4	5
Liga de Alumínio	6500	4
Titânio $\alpha$ (Ti 50A)	120	9
Aço Inoxidável 304	100	10

A partir da equação (5.4), observa-se que  $\sigma_d = 2\sigma_{st}$  quando  $\dot{\epsilon} = D$ , independente do valor de  $q$ . Logo, a resistência do material é duplicada quando a taxa de deformação é  $40,4s^{-1}$  para o aço doce, enquanto é necessária uma taxa de  $6500s^{-1}$  para uma liga de alumínio. Essa grande taxa de deformação para o alumínio contribuiu para a dificuldade na detecção da sensibilidade à taxa de deformação desse material e é a grande responsável pelas diferenças encontradas entre os resultados teóricos e experimentais.

Estudos têm sido conduzidos nessa área a fim de melhorar a lei de Cowper-Symonds, podendo-se citar o trabalho de Alves (2000) como sendo um dos mais significativos. Alves mostra que essa lei não pode prever as tensões para uma ampla gama de deformações a menos que seus coeficientes sejam modificados.

A Figura 5.1 mostra a variação das tensões de escoamento, última e falha em função da variação da taxa de deformação para um mesmo material, onde os coeficientes foram fixados em  $D = 550,43s^{-1}$  e  $q = 3,439$ .

Dessa maneira, Alves propôs uma equação empírica que pode ajustar-se bem a toda a gama de tensões, deformações e taxas de deformação, dada por

$$\frac{\sigma_{eqd}}{\sigma_{eqs}} = 1 + \frac{\sigma}{\sigma_{eqs}} \left( \frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{q}}, \quad (5.5)$$

ou ainda

$$\sigma_{eqd} = \sigma_{eqs} + \overline{m}\dot{\epsilon}^{\overline{n}}, \quad (5.6)$$

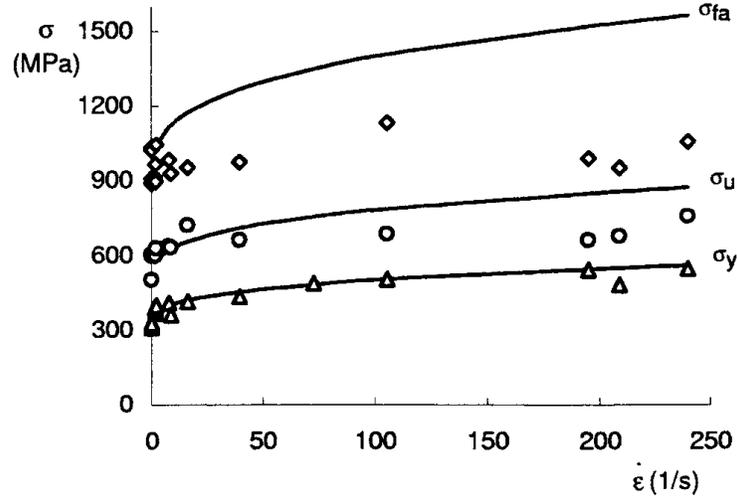


Figura 5.1: Previsão da tensão de escoamento dinâmica,  $\sigma_y$ , última,  $\sigma_u$ , e falha,  $\sigma_{fa}$ . Tensões e taxas de deformações de acordo com a equação (5.2), Alves (2000).

onde

$$\bar{m} = \frac{\sigma}{D^{\frac{1}{q}}} \quad (5.7)$$

e

$$\bar{n} = \frac{1}{q}. \quad (5.8)$$

Da equação (5.6),  $\sigma_{eqd}$  e  $\sigma_{eqs}$  são as tensões equivalentes dinâmica e estática, respectivamente. Os coeficientes  $D$  e  $q$  são obtidos da mesma maneira que no caso de Cowper-Symonds. Os parâmetros de tensão e taxa de deformação podem ser escolhidos livremente a partir dos dados experimentais disponíveis. A partir dessa escolha, os coeficientes  $\bar{m}$  e  $\bar{n}$  assumirão valores específicos.

Assim, obtém-se a equação (5.6) que é uma modificação da equação (5.4), porém sem o problema de utilizar coeficientes dependentes da deformação.

Se a tensão de escoamento ( $\sigma_y$ ) e a taxa de deformação ( $\dot{\epsilon}$ ) forem utilizadas para calcular  $\bar{m}$  e  $\bar{n}$ , a equação (5.5) fica

$$\frac{\sigma_{eqd}}{\sigma_{eqs}} = 1 + \frac{\sigma_{ys}}{\sigma_{eqs}} \left( \frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{q}}. \quad (5.9)$$

Essa equação permite que o cálculo da tensão de escoamento dinâmica, última e de falha obedecem as seguintes equações

$$\sigma_{y_d} = \sigma_{y_s} + \sigma_{y_s} \left( \frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{q}}, \quad (5.10)$$

$$\sigma_{u_d} = \sigma_{u_s} + \sigma_{u_s} \left( \frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{q}}, \quad (5.11)$$

$$\sigma_{fa_d} = \sigma_{fa_s} + \sigma_{fa_s} \left( \frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{q}}. \quad (5.12)$$

As equações (5.10) a (5.12) tornam claro o fato de que qualquer tensão dinâmica pode ser calculada mantendo os coeficientes  $\bar{m}$  e  $\bar{n}$  constantes.

A principal idéia por traz dessas equações é que se pode transladar a curva tensão versus deformação devido ao efeito de taxa de deformação. Essa translação deve mover a curva estática pela mesma quantidade para qualquer deformação.

A Figura 5.2 mostra um comparativo dos resultados teóricos das equações (5.10) a (5.12) com os seus respectivos resultados experimentais.

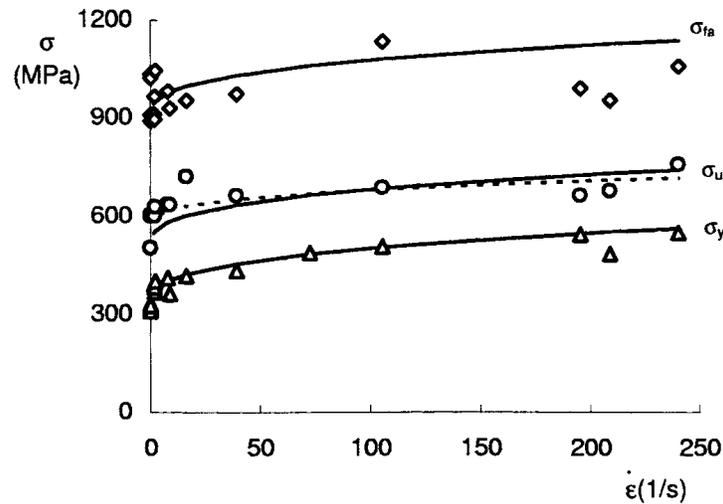


Figura 5.2: Resultados experimentais para a tensão de escoamento dinâmica,  $\sigma_y$ , última,  $\sigma_u$ , e falha,  $\sigma_{fa}$ . A linha pontilhada refere-se a equação (5) de Jones (1993) com  $C_u = 14,426s^{-1}$  e  $q = 3,052$ . As linhas cheias são obtidas a partir das equações (5.10) a (5.12) com  $\bar{m} = 38,4$  MPa  $s^{\frac{1}{q}}$  e  $\bar{n} = 0,328$ , Alves (2000).

Infelizmente, apesar da equação (5.5) ser superior a equação (5.4), ela não foi utilizada nesse trabalho devido ao fato de ainda não ter sido implementada em nenhum pacote comercial de elementos finitos.

## 5.2 Johnson-Cook

Johnson e Cook (1983) realizaram uma série de testes experimentais envolvendo vários materiais e propuseram a seguinte lei constitutiva

$$\sigma = [A + B\epsilon^n][1 + C \ln \dot{\epsilon}^*][1 - T^{*m}], \quad (5.13)$$

com

$$T^* = \frac{T - T_r}{T_m - T_r}, \quad (5.14)$$

onde  $\epsilon$  é a deformação plástica efetiva,  $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0$  a taxa de deformação plástica adimensional para  $\dot{\epsilon}_0=1,0 \text{ s}^{-1}$  e  $[1 - T^{*m}]$  a diminuição da resistência do material devido ao aumento de temperatura. Na equação (5.14), o termo  $T$  significa a temperatura atual, enquanto os índices  $r$  e  $m$  a temperatura ambiente e de fusão do material, respectivamente.

Ainda as constantes  $A$ ,  $B$  e  $n$  representam o comportamento quasi-estático do material e são equivalentes as constantes de Cowper-Symonds  $\sigma_{st}$ ,  $K$  e  $n$ , respectivamente. A constante  $C$  relaciona o efeito da taxa de deformação a qual é submetido o material

Johnson e Cook (1983) apresentam resultados para doze materiais diferentes, conforme mostrado na Tabela 5.2.

Autores como Børøvik et al. (2005) sugerem uma modificação da equação (5.13) para

$$\bar{\sigma} = [A + B\bar{\epsilon}_p^n][1 + \bar{\dot{\epsilon}}_p^*]^C[1 - T^{*m}]. \quad (5.15)$$

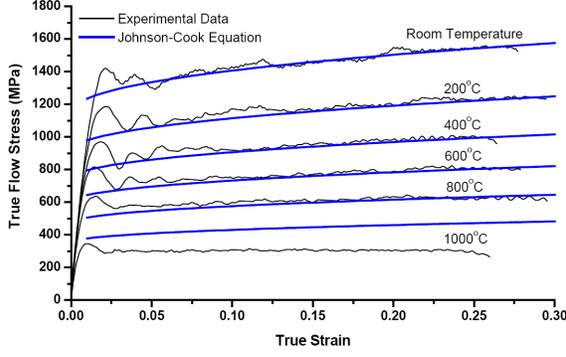
Segundo esses autores, a nova formulação é mais estável do ponto de vista computacional uma vez que as dificuldades da formulação original ocorrem em condições quasi-estáticas, quando a taxa de deformação se aproxima de zero, implicando em  $\ln \bar{\dot{\epsilon}}_p^* \rightarrow -\infty$ .

A grande vantagem da lei constitutiva de Johnson-Cook em relação à de Cowper-Symonds está relacionada a inclusão do efeito da temperatura.

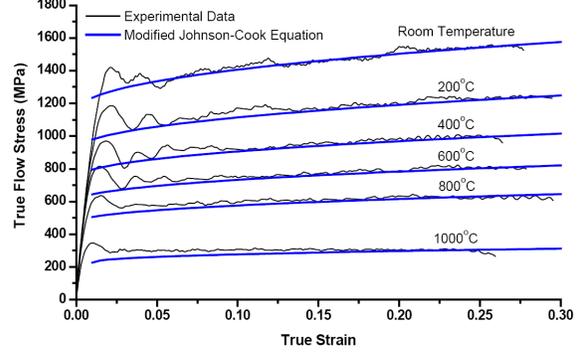
Esse efeito da temperatura é detalhado em diversos trabalhos como por exemplo o de

Tabela 5.2: Propriedades e constantes encontradas por Johnson e Cook (1983).

Material	Densidade (Kg/m <sup>3</sup> )	$A$ (MPa)	$B$ (Mpa)	$n$	$C$	$m$
Cobre OFHC	8960	90	292	0,31	0,025	1,09
Latão	8520	112	505	0,42	0,009	1,58
Níquel 200	8900	163	648	0,33	0,006	1,44
Ferro ARMCO	7890	175	380	0,32	0,060	0,55
Ferro	7890	290	339	0,40	0,055	0,55
Aço 1006	7890	350	275	0,36	0,022	1,00
Alumínio 2024-T351	2770	265	426	0,34	0,015	1,00
Alumínio 7039	2770	337	343	0,41	0,010	1,00
Aço 4340	7830	792	510	0,26	0,014	1,03
Aço Ferramenta S-7	7750	1539	477	0,18	0,012	1,00
Liga de Tungstênio	17000	1506	177	0,12	0,016	1,00
Urânio Em- pobrecido	18600	1079	1120	0,25	0,007	1,00



(a) Equação (5.13).



(b) Equação (5.16).

Figura 5.3: Comparação dos resultados experimentais e das equações (5.13) e (5.16), respectivamente, Seo, Min e Yang (2005).

Seo, Min e Yang (2005). Nesse trabalho, os autores mostram que a lei constitutiva de Johnson-Cook não se ajusta corretamente quando os testes são conduzidos a altas temperaturas e sugerem a lei constitutiva

$$\sigma = [A + B\epsilon^n] \left[ 1 + C \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right] [1 - T^{*m}] H(T), \quad (5.16)$$

onde  $H(T)$  representa a mudança de tensão devido à transformação de fase acima da temperatura de recristalização com

$$H(T) = \frac{1}{1 - \left[ 1 - \frac{(\sigma f)_{rec}}{(\sigma f)_{def}} \right] u(T)} \quad (5.17)$$

e  $(\sigma f)_{rec}$  e  $(\sigma f)_{def}$  são os valores de tensão verdadeira antes e depois da recristalização do material, respectivamente. Sendo  $u(T)$  uma função do tipo degrau definida como

$$u(T) = \begin{cases} 0 & \text{quando } T < T_C \\ 1 & \text{quando } T > T_C \end{cases} \quad (5.18)$$

sendo  $T_C$  a temperatura de recristalização.

A Figura 5.3 mostra a comparação dos resultados experimentais contra os obtidos pelas equações (5.13) e (5.16), respectivamente. Fica claro, que a equação (5.16) consegue se ajustar melhor para altas temperaturas, neste caso 1000°C, fato que não ocorre com a equação (5.13).

## 5.3 Coeficientes Experimentais das Leis Constitutivas

Para extrair os coeficientes das Leis Constitutivas de Cowper-Symonds (CS) e Johnson-Cook (JC) a partir dos testes experimentais apresentados nos Capítulos 3 e 4 foi utilizado o procedimento descrito por Børøvik et al. (2005). O procedimento para obtenção desses parâmetros é descrito a seguir

1. Escolher uma faixa de deformação plástica verdadeira, por exemplo 10 a 20%;
2. A partir da curva quasi-estática de tensão verdadeira versus deformação verdadeira experimental, determinar a tensão de escoamento,  $\sigma_0$  para Cowper-Symonds ou  $A$  para Johnson-Cook. Os valores de  $\sigma_0$  e  $A$  devem ser obrigatoriamente iguais;
3. Para o teste quasi-estático minimizar o erro entre os valores experimentais de tensão e os da lei constitutiva para os respectivos valores de deformação, utilizando a ferramenta **fminsearch** do software MATLAB. Assim, encontra-se  $K$  e  $n$  para a lei de Cowper-Symonds,  $B$  e  $n$  para Johnson-Cook. Obrigatoriamente os valores de  $B$  e  $K$ ,  $n$  e  $n$ , respectivamente, devem ser iguais;
4. Para a parte dinâmica do teste, plotar  $\ln(\sigma_{dinamico}/\sigma_{estatico})$  versus  $\ln \dot{\epsilon}$  de cada teste. O coeficiente angular da reta que passa por esses pontos fornece  $q$  e a intersecção com a ordenada fornece  $\ln D$ .
5. Para determinar o coeficiente  $C$ , primeiramente é preciso encontrar os valores ótimos das constantes  $B$  e  $n$  minimizando o erro entre os valores experimentais e a equação  $\sigma = A + B\epsilon^n$  para cada teste dinâmico utilizando a ferramenta **fminsearch** do software MATLAB. A partir dos valores ótimos de  $B$  e  $n$  de cada teste, plotar a tensão verdadeira em função do  $\ln(\epsilon_{din}/\epsilon_{estat})$ . Forçando uma reta a passar pelo zero desse gráfico, o coeficiente angular da mesma fornece o valor de  $C$ ;

Deve-se ressaltar que no caso da equação de Johnson-Cook, o termo de temperatura foi desprezado, uma vez que todos os testes foram conduzidos à temperatura ambiente e não houve o interesse no estudo desses efeitos em relação às propriedades do material.

Para a caracterização do material THK245 foram desprezados os resultados dos testes dinâmicos realizados à pressão nominal de 1,0 Bar, pois como pode ser visto na Figura 4.7, a deformação plástica foi muito pequena e a Figura 4.8 mostra que a taxa de deformação foi totalmente discrepante nos três testes realizados a 1,0 Bar.

Já para o material THK340, os testes realizados à pressão nominal de 2,0 Bar e o teste  $C$  realizado a 3,0 Bar foram desprezados pelos mesmos motivos do caso do material THK245, ou seja, baixo valor de deformação e discrepância na taxa de deformação, conforme pode ser verificado nas Figuras 4.9 e 4.10, respectivamente.

As Tabelas 5.3 e 5.4 mostram os coeficientes ótimos obtidos para a equação de Cowper-Symonds e Johnson-Cook, respectivamente.

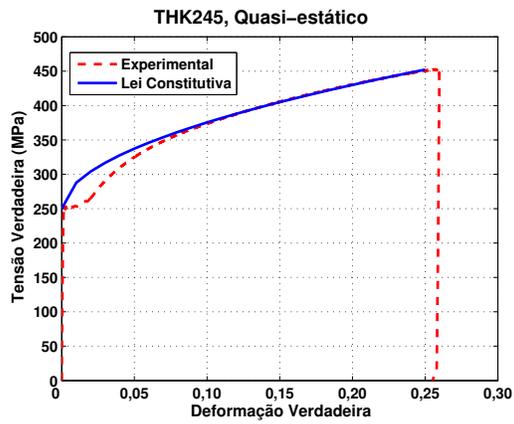
Tabela 5.3: Coeficientes de Cowper-Symonds obtidos experimentalmente.

<b>Material</b>	$\sigma_0$ (MPa)	$K$ (MPa)	$n$	$D$ ( $s^{-1}$ )	$q$
THK245	250,15	416.96	0,5224	9490,63	5,1988
THK340	300,00	597.92	0,4902	5760,29	0,9446

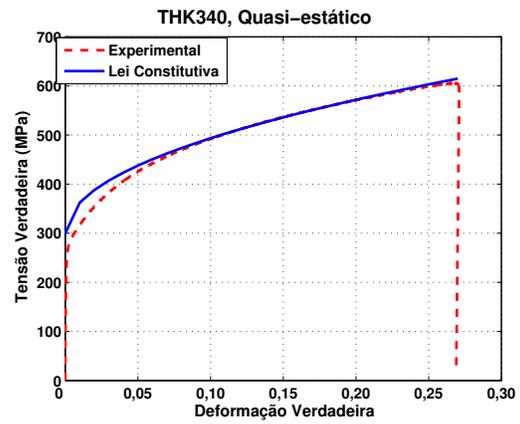
Tabela 5.4: Coeficientes de Johnson-Cook obtidos experimentalmente.

<b>Material</b>	$A$ (MPa)	$B$ (MPa)	$n$	$C$
THK245	250,15	416.96	0,5224	0,0533
THK340	300,00	597.92	0,4902	0,0190

A Figura 5.5 mostra uma comparação entre as curvas experimentais e reconstruídas a partir dos parâmetros obtidos mostrados nas Tabelas 5.3 e 5.4 para o material THK245. A Figura 5.7 mostra todas as curvas quasi-estática e dinâmicas reconstruídas a partir desses coeficientes. Para o material THK340, os dados equivalentes são mostrados nas Figuras 5.6 e 5.8.

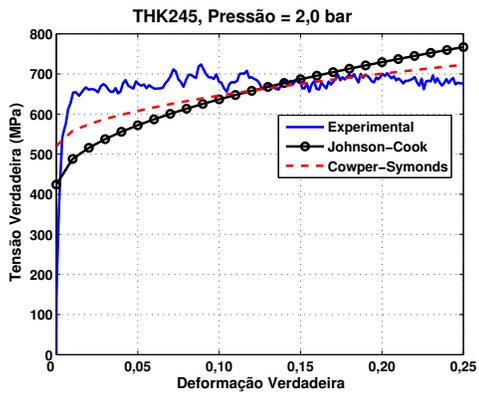


(a) Material THK245.

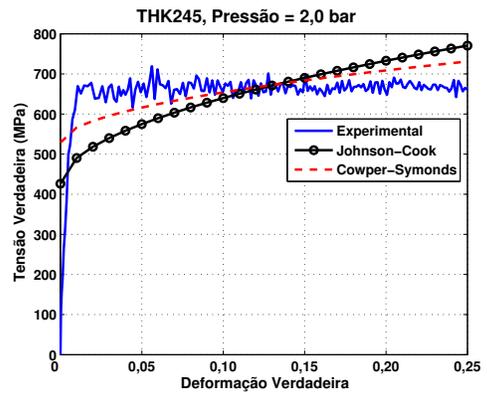


(b) Material THK340.

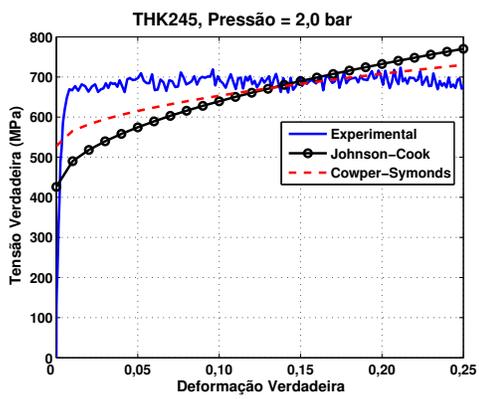
Figura 5.4: Comparação entre as curvas experimentais e as reconstruídas a partir dos parâmetros das leis constitutivas obtidos para os materiais THK245 e THK340 nos testes quasi-estáticos, respectivamente.



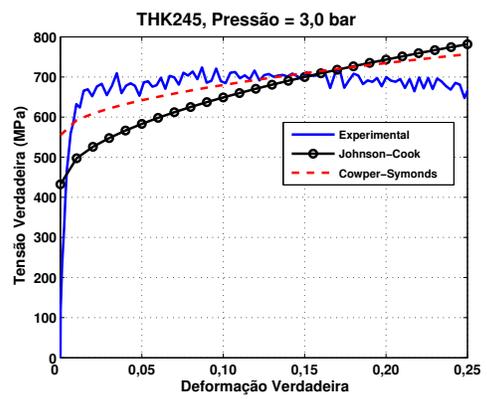
(a) Teste A.



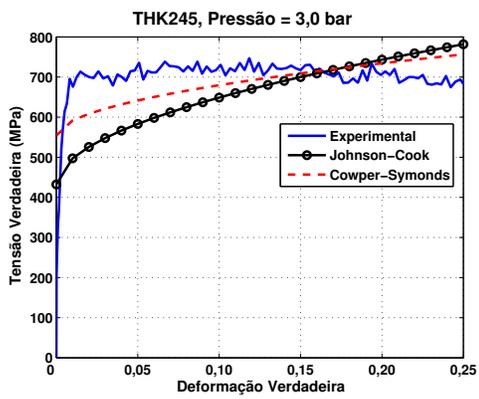
(b) Teste B.



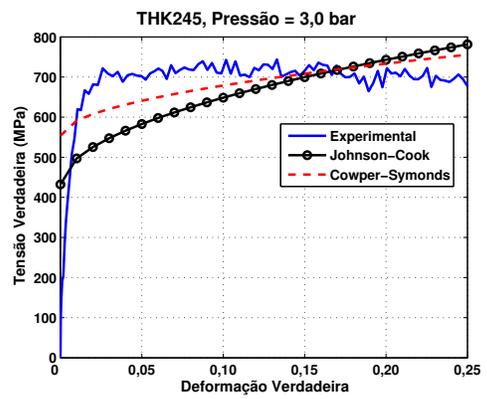
(c) Teste C.



(d) Teste A.

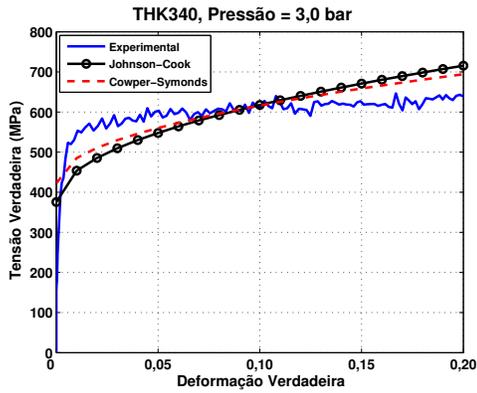


(e) Teste B.

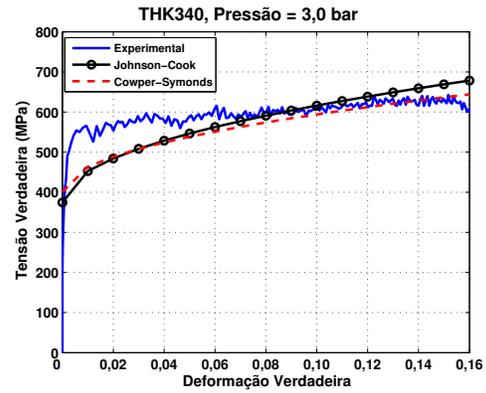


(f) Teste C.

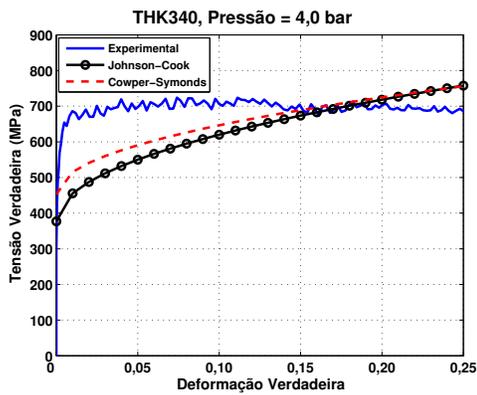
Figura 5.5: Comparação entre as curvas experimentais e as reconstruídas a partir dos parâmetros das leis constitutivas obtidos para o material THK245.



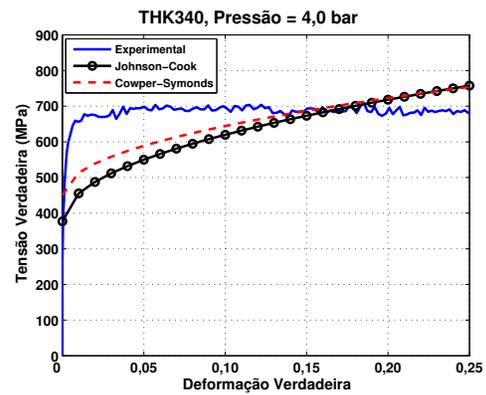
(a) Teste A.



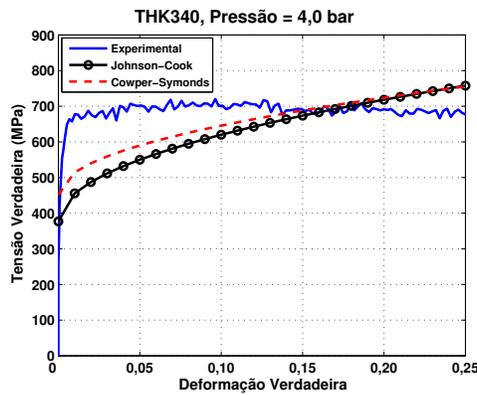
(b) Teste B.



(c) Teste A.

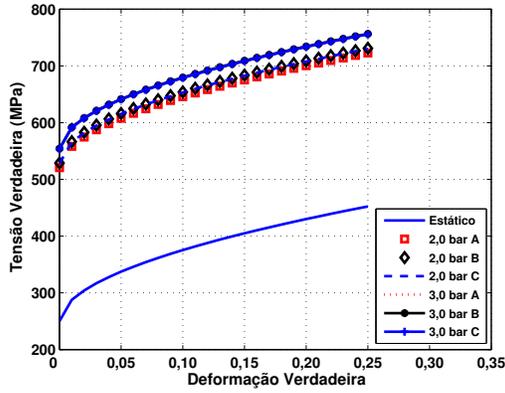


(d) Teste B.

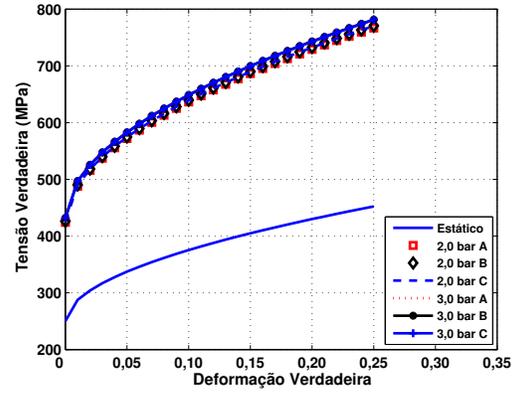


(e) Teste C.

Figura 5.6: Comparação entre as curvas experimentais e as reconstruídas a partir dos parâmetros das leis constitutivas obtidos para o material THK340.

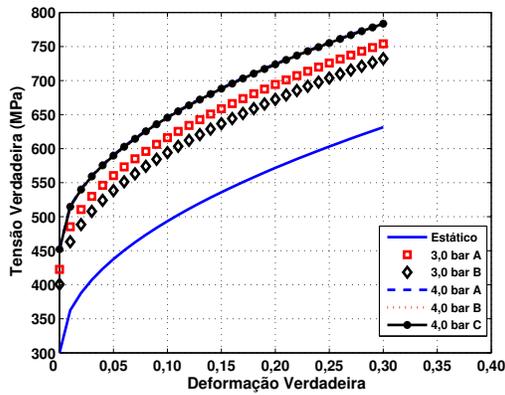


(a) Cowper-Symonds.

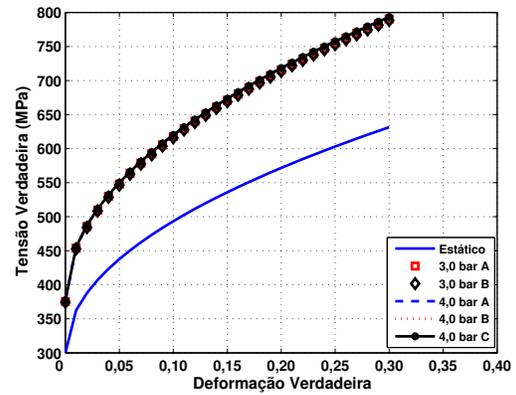


(b) Johnson-Cook.

Figura 5.7: Todas as curvas reconstruídas de CS e JC para o material THK245.



(a) Cowper-Symonds.



(b) Johnson-Cook.

Figura 5.8: Todas as curvas reconstruídas de CS e JC para o material THK340.

## 5.4 Discussão dos Resultados

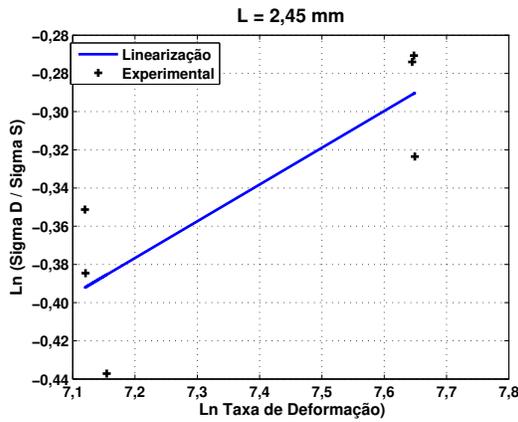
Conforme pode ser visto nas Figuras 5.9 e 5.10, tanto para o material THK245 quanto para o THK340, os pontos não ficaram alinhados sobre a reta. O esperado para todos os testes realizados a mesma pressão nominal era que seus valores recairiam sobre o mesmo ponto na reta e com o aumento da pressão seus valores aumentariam linearmente sobre essa reta.

Porém, é verificado um grande erro nesses valores e em alguns casos eles estão bastante afastados da reta. Tais erros podem ser oriundos da qualidade superficial dos corpos de prova testados como do próprio sistema de aquisição de dados da barra de Hopkinson.

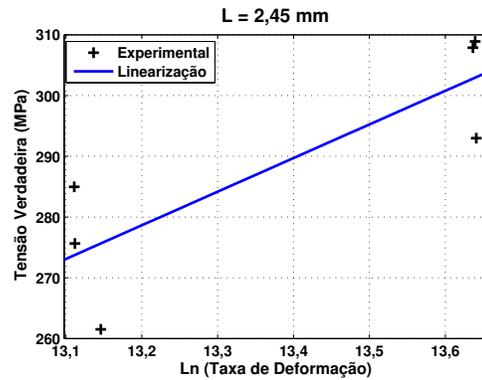
Além disso, foi verificado que a relação espessura do espécime versus pressão do teste (taxa de deformação) influencia na deformação final do corpo de prova e como consequência nos resultados, ou seja, no caso dos espécimes de THK245 testados a 2,0 Bar os resultados foram bons, porém para os corpos de THK340 testados a mesma pressão, os resultados não foram tão bons assim.

Como é sabido, dentro de baixas taxas de deformação, a barra de Hopkinson não apresenta bom desempenho. Mas, como foi dito acima, o termo baixa taxa de deformação está diretamente relacionado à espessura do corpo de prova testado.

O ideal é que futuramente sejam realizados novos testes com um número maior de amostras de cada material e partindo de valores de pressão (taxa de deformação) maiores que os aqui realizados. Dessa maneira, será possível um levantamento estatístico mais consistente desses testes.

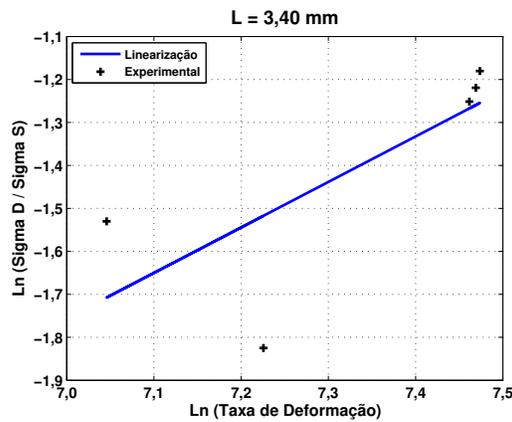


(a) Cowper-Symonds.

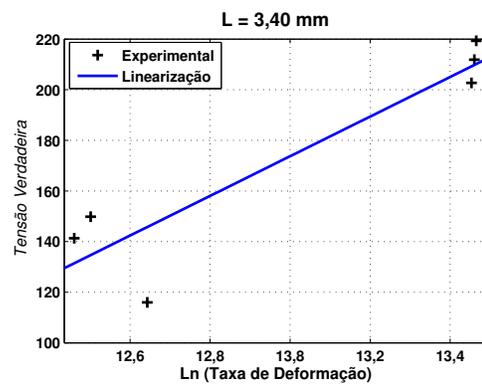


(b) Johnson-Cook.

Figura 5.9: Linearização dos dados experimentais dos testes dinâmicos para a obtenção dos coeficientes das leis constitutivas de Cowper-Symonds e Johnson-Cook para o material THK245.



(a) Cowper-Symonds.



(b) Johnson-Cook.

Figura 5.10: Linearização dos dados experimentais dos testes dinâmicos para a obtenção dos coeficientes das leis constitutivas de Cowper-Symonds e Johnson-Cook para o material THK340.

# Capítulo 6

## Aplicações

Nesse capítulo serão apresentados alguns problemas que envolvem principalmente otimização paramétrica e de forma utilizando o método *Response Surface Methodology* (RSM) já descrito na Seção 2.2.1. Na Seção 6.1 será feita a otimização dos parâmetros da lei Constitutiva de Ramberg-Osgood para o material polimérico testado na Seção 3.4 que compõe o batente plástico mostrado na Figura 1.3, através da técnica conhecida como Modelamento Inverso.

Na Seção 6.2 será apresentada a otimização de forma do batente plástico da Figura 1.3, de maneira que esse componente atue como absorvedor de impacto no sistema de suspensão do compressor de refrigeradores domésticos e não comprometa a integridade estrutural dos componentes da Figura 1.2 durante o evento de impacto. Essas formas otimizadas serão utilizadas futuramente na Seção 7.2 para a simulação numérica do experimento de queda livre da Seção 7.1.

### 6.1 Modelamento Inverso

Muitas vezes, quando é necessário realizar testes para caracterização de materiais não se dispõe de corpos de prova normalizados.

Na maioria dos casos isso ocorre por não ser possível obter um corpo de prova de uma peça pelo simples fato do processo de fabricação da mesma não permitir.

Por exemplo, um pequena peça produzida em larga escala é obtida a partir da extrusão de pequenos grãos de um polímero, não sendo viável construir um molde a custo elevado para obter apenas alguns corpos de prova.

Dessa maneira, deve-se desenvolver métodos que permitam a caracterização do material para uma peça de geometria complexa sem a necessidade de produzir um corpo de prova normalizado.

Trabalhos como os de Mahnken e Stein (1996a, 1996b, 1997), Mahnken e Kuhl (1999), Kajberg e Wikman (2007) são referências no assunto.

Kajberg e Lindkvist (2004) mostram que no estudo de um sistema físico  $\mathcal{M}$ , as propriedades elásticas de um material anisotrópico, ver Figura 6.1, pode ser dividido em três passos:

- 1) Parametrização do sistema, que é uma descrição completa de  $\mathcal{M}$  usando um conjunto mínimo de parâmetros  $\mathcal{P}$  do modelo;
- 2) O modelamento progressivo, que consiste em encontrar leis físicas a partir de um conjunto de parâmetros do modelo, sendo possível estimar medidas de quantidades pertencentes a  $\mathcal{M}$ ;
- 3) E finalmente o modelamento inverso, no qual medidas de quantidades pertencentes a  $\mathcal{M}$  são usadas para deduzir valores de parâmetros do modelo.

Ainda com referência ao trabalho de Kajberg e Lindkvist (2004), os autores usaram o processo descrito acima para extrair os parâmetros  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $n$  da equação (5.15) de Johnson-Cook para um aço testado quasi-estaticamente.

A função objetivo usada por eles foi a seguinte

$$\Phi_1 = \frac{1}{N-p} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} \left[ \left( \frac{u_n^{exp}(t_m) - u_n^{FE}(t_m)}{|u_n^{exp}(t_m)|_{max} - |u_n^{exp,mean}(t_m)|} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left( \frac{v_n^{exp}(t_m) - v_n^{FE}(t_m)}{|v_n^{exp}(t_m)|_{max} - |v_n^{exp,mean}(t_m)|} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left( \frac{\epsilon_{ep} n^{exp}(t_m) - \epsilon_{ep} n^{FE}(t_m)}{|\epsilon_{ep}^{exp}(t_m)|_{max} - |\epsilon_{ep}^{exp,mean}(t_m)|} \right)^2 \right], \quad (6.1)$$

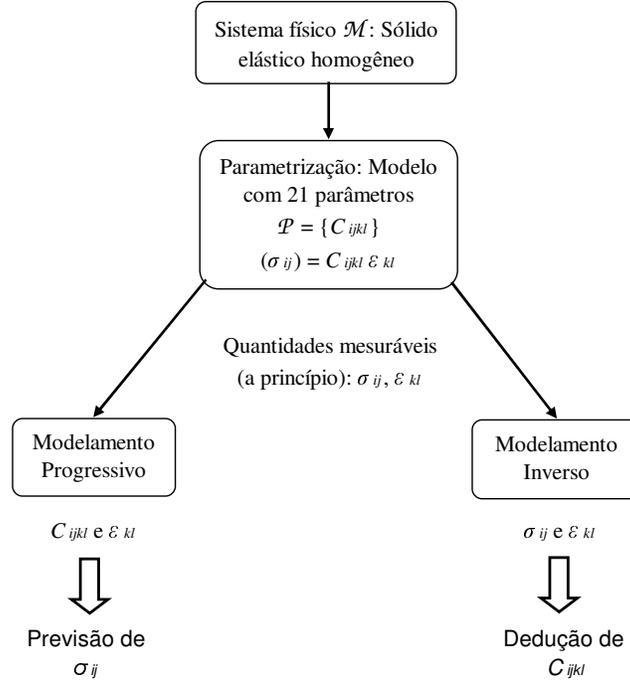


Figura 6.1: Estudo científico de um sistema físico, Kajberg e Lindkvist (2004).

$$N = \sum_{m=1}^M N_m, \quad (6.2)$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{M-p} \sum_{m=1}^M \left( \frac{F^{exp}(t_m) - F^{FE}(t_m)}{|F^{exp}(t_m)|_{max} - |F^{exp,mean}(t_m)|} \right)^2, \quad (6.3)$$

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2, \quad (6.4)$$

onde

$t_m$  - instantes de tempo;

$u^{exp}(t_m)$  - deslocamento na direção  $x$ , medido experimentalmente;

$u^{FE}(t_m)$  - deslocamento na direção  $x$ , obtido através do método dos elementos finitos;

$v^{exp}(t_m)$  - deslocamento na direção  $y$ , medido experimentalmente;

$v^{FE}(t_m)$  - deslocamento na direção  $y$ , obtido através do método dos elementos finitos;

$\epsilon_{ep}^{exp}(t_m)$  - deformação plástica efetiva, obtida experimentalmente;

$F^{exp}(t_m)$  - força axial aplicada experimentalmente;

$F^{FE}(t_m)$  - força axial aplicada, obtida através do método dos elementos finitos;

$p$  - número de parâmetros do material;

$N_m$  - número de pontos de medidas em certos instantes de tempo  $t_m$ ;

$M$  - número de instantes.

Resumidamente, os parâmetros do material foram obtidos minimizando o erro entre as medidas experimentais e obtidas através do método dos elementos finitos nos mesmos instantes de tempo. Esse procedimento é descrito no diagrama da Figura 6.2.

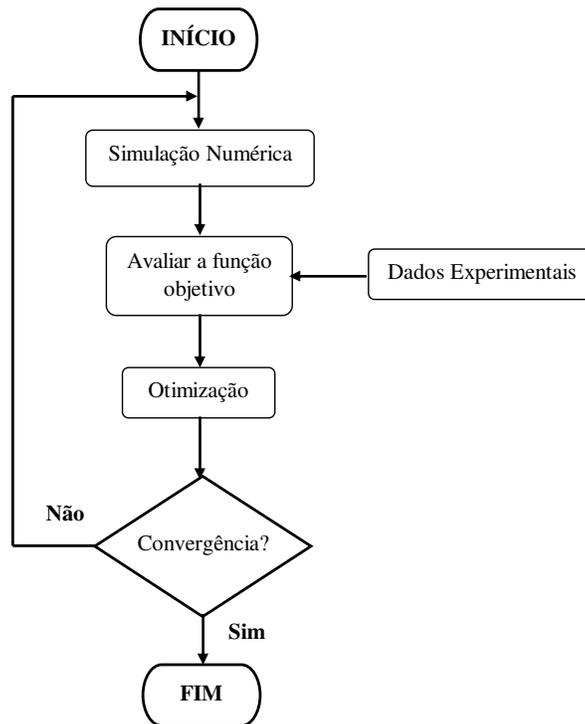


Figura 6.2: Diagrama de solução de um problema inverso, Kajberg e Lindkvist (2004).

No presente trabalho, foi escolhido um batente plástico utilizado como absorvedor de impacto na suspensão de compressores de refrigeradores domésticos (ver Figura 1.3). O tamanho reduzido da peça e o processo de fabricação da mesma, torna difícil a obtenção de corpos de prova para a caracterização do material. Por isso, o processo de modelamento inverso é a ferramenta adequada para essa caracterização.

Foi escolhido o software LS-OPT para realizar a rotina de otimização. O procedimento empregado foi semelhante ao realizado por Stander e Roux (2005), no qual os autores usaram o Método da Superfície de Resposta para obter os valores ótimos do módulo elástico e da

tensão de escoamento para um modelo bilinear de uma espuma de engenharia sob compressão.

O algoritmo utilizado foi o *Standard Composite* que permite minimizar o erro quadrado entre valores experimentais e numéricos, a partir da expressão

$$\mathcal{F} = \sqrt{\sum_{j=1}^m W_j \left[ \frac{f_j(x) - F_j}{\sigma_j} \right]^2 + \sum_{i=1}^m w_i \left[ \frac{x_i - X_i}{\chi_i} \right]^2}, \quad (6.5)$$

onde  $\sigma$  e  $\chi$  são fatores de normalização,  $f_j$  e  $x_i$  são valores experimentais,  $F_j$  e  $X_i$  são valores obtidos numericamente,  $W$  e  $w$  são pesos.

A função *Standard Composite* é um cálculo de mínimos quadrados clássico, que também foi utilizado em aplicações semelhantes por Anghileri, Castelleti e Mazza (2005), Avalle, Belingardi e Ibba (2005), Croix et al. (2005), Monacelli, Soprano e Caputo (2005).

Foi minimizado o erro entre os valores de força experimentais e obtidos através da interface de contato do modelo de elementos finitos em intervalos de 1 segundo, utilizando a equação (6.5).

Deseja-se encontrar as propriedades do material, que neste caso são relacionadas através da lei constitutiva de Ramberg-Osgood

$$\sigma_s = (\sigma_0 + K\epsilon^n), \quad (6.6)$$

onde  $\sigma_s$  é a tensão estática,  $\sigma_0$  é a tensão de escoamento estática,  $K$  e  $n$  são constantes de encruamento do material.

Conforme Abdella (2007) e Rasmussen (2003), essa lei é semelhante as leis de Cowper-Symonds (equação (5.1)) e Johnson-Cook (equação (5.13)) no que diz respeito a parte estática do comportamento do material. Porém, não é capaz de prever efeitos de taxa de deformação nem de temperatura.

### 6.1.1 Modelo Simplificado

Neste caso, o problema de otimização para os discos plásticos testados na Seção 3.4 consiste em minimizar o erro entre os valores experimentais médios de força versus deslocamentos da Figura 3.11 em relação aos respectivos valores obtidos pelo método dos elementos finitos. Dessa maneira, deseja-se calibrar os parâmetros do material de forma a obter o menor

erro possível entre os valores de força e deslocamentos numéricos e experimentais.

As variáveis de projeto foram o módulo elástico ( $E$ ) e as constantes da lei constitutiva de Ramberg-Osgood  $\sigma_0$ ,  $K$  e  $n$ .

O processo de otimização foi dividido em duas etapas:

- 1) Otimizar somente a parte elástica do material e encontrar o módulo de elasticidade ( $E$ );
- 2) Otimizar a parte plástica utilizando o módulo elástico do item anterior para encontrar as constantes  $\sigma_0$ ,  $K$  e  $n$ .

Na rotina de otimização foram escolhidas 5 iterações como critério de parada. Na primeira etapa são feitas 10 simulações com valores diferentes de  $E$ , chegando a um total de 50 simulações em todas as iterações.

Na segunda etapa, em cada iteração são feitas 7 combinações entre as variáveis de projeto ( $\sigma_0$ ,  $K$  e  $n$ ), ou seja, são simuladas ao todo 35 casos diferentes nas 5 iterações.

O método de amostragem empregado foi o *D-Optimal* com aproximação linear. A Tabela 6.1 mostra o número mínimo de combinações entre as variáveis de projeto em função do número de variáveis e do tipo de aproximação (linear ou quadrática) dentre os três métodos de amostragem disponíveis *Koshal*, *D-Optimal* ou Factorial.

Tabela 6.1: Número de pontos experimentais em função do número de variáveis de projeto e do tipo de aproximação, Stander et al. (2004).

Número de Variáveis $n$	Aproximação Linear			Aproximação Quadrática			Compósito Central
	Koshal	D-Optimal	Factorial	Koshal	D-Optimal	Factorial	
1	2	4	2	3	5	3	3
2	3	5	4	6	10	9	9
3	4	7	8	10	16	27	15
4	5	8	16	15	23	81	25
5	6	10	32	21	32	243	43
6	7	11	64	28	43	729	77
7	8	13	128	36	55	2187	143
8	9	14	256	45	68	6561	273
9	10	16	512	55	83	19683	531
10	11	17	1024	66	100	59049	1045

A Figura 6.3 mostra a precisão entre os valores estimados de deslocamento e força no instante de tempo 30 segundos para a otimização da parte elástica e nos instantes de 20 e 158 segundos para a parte plástica contra os respectivos valores calculados para todas as simulações.

O intervalo de 0 a 158 segundos foi discretizado em sub-intervalos de 1 segundo, perfazendo assim 159 valores de deslocamento e 159 valores de força a serem minimizados. Porém, por uma economia de espaço, apenas alguns desses valores são apresentados Dessa maneira, se um valor está sobre a reta ou mais próximo possível dela, melhor é a sua precisão. A Tabela 6.2 apresenta os limites e os valores ótimos obtidos para as variáveis de projeto. As variações das variáveis de projeto assim como as mudanças de seus limites durante as iterações podem ser vistas na Figura 6.4.

Além disso, algumas restrições foram impostas ao modelo de modo a forçar com que a curva numérica passasse exatamente por alguns pontos da curva experimental. Dessa maneira, tanto o limite superior quanto inferior de cada uma restrições apresentadas nas Tabelas 6.3 e 6.4 são iguais, respectivamente para a parte elástica e plástica do teste simulado.

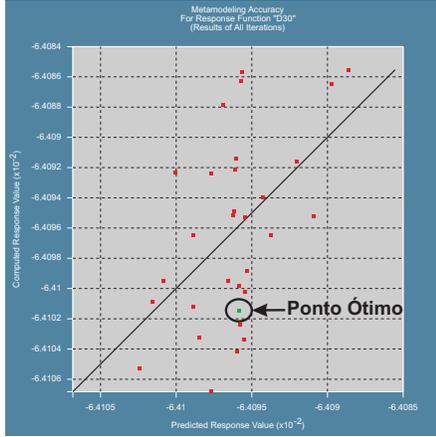
Tabela 6.2: Limites e valores ótimos das variáveis de projeto do modelo simplificado.

Variável	Limite Inferior	Valor Ótimo	Limite Superior	Unidade
$E$	0,50	2,0314	2,50	GPa
$\sigma_0$	15,00	29,5861	30,00	MPa
$K$	25,00	26,2698	100,00	MPa
$n$	0,00	0,9556	1,00	adimensional

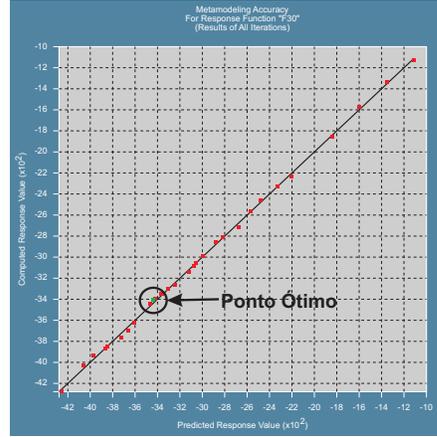
Tabela 6.3: Restrições impostas à otimização das propriedades do material do disco plástico para a parte elástica do teste.

Restrição	Tipo	Tempo (s)	Valor	Unidade
F <sub>15</sub>	Força	15	1647,23	N
F <sub>30</sub>	Força	30	3589,70	N
F <sub>43</sub>	Força	43	5080,60	N
D <sub>15</sub>	Deslocamento	15	0,033	mm
D <sub>30</sub>	Deslocamento	30	0,064	mm
D <sub>43</sub>	Deslocamento	43	0,096	mm

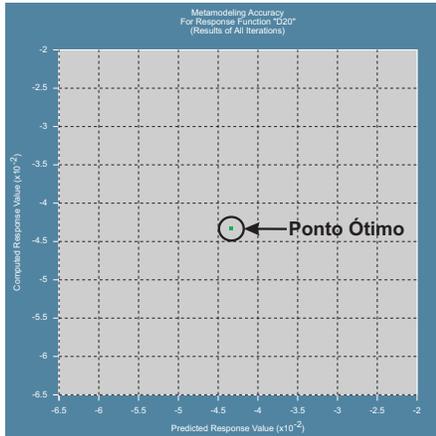
Os valores da Função Objetivo e da Máxima Violação de Restrições são apresentados na Figura 6.5, tanto para a parte elástica da otimização quanto para a plástica.



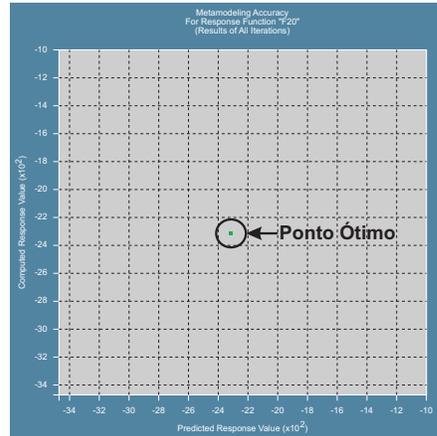
(a) Deslocamento(30s), elástico.



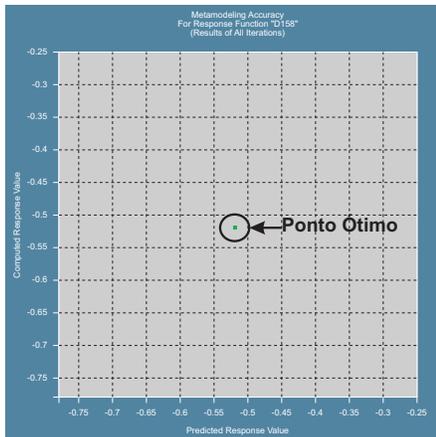
(b) Força(30s), elástico.



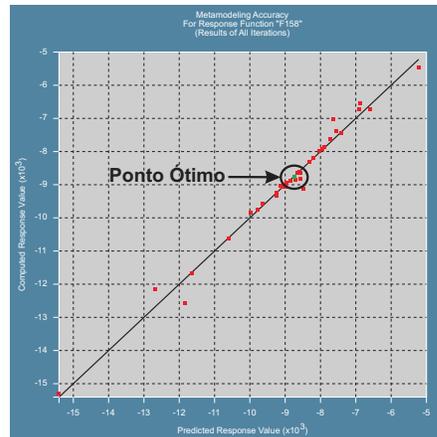
(c) Deslocamento(20s), plástico.



(d) Força(20s), plástico.

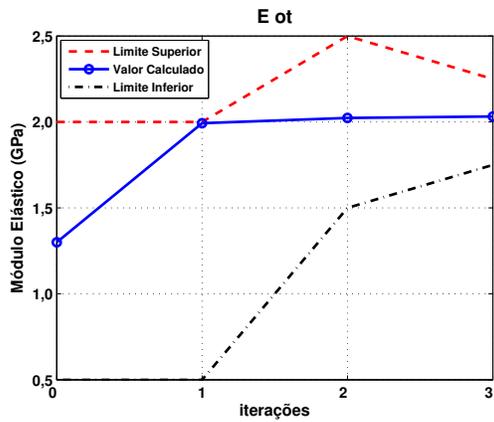


(e) Deslocamento(158s), plástico.

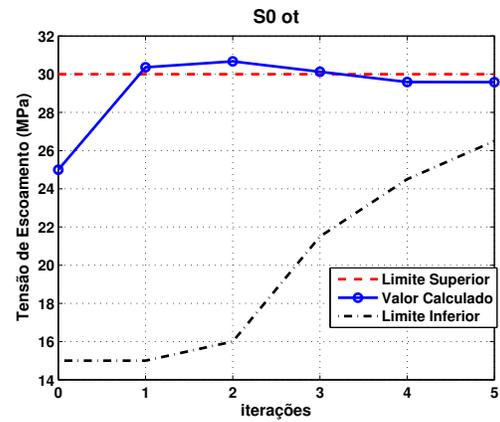


(f) Força(158s), plástico.

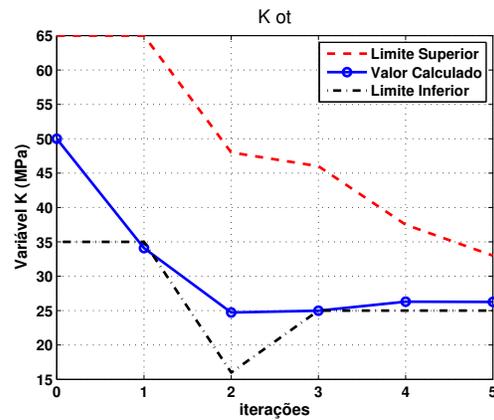
Figura 6.3: Precisão entre os valores de Deslocamento e Força estimados e calculados nos instantes de tempo de 30, 20 e 158s para o regime elástico e plástico, respectivamente.



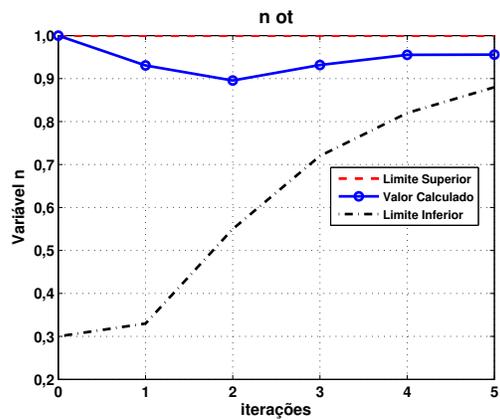
(a) Variável  $E$ .



(b) Variável  $\sigma_0$ .

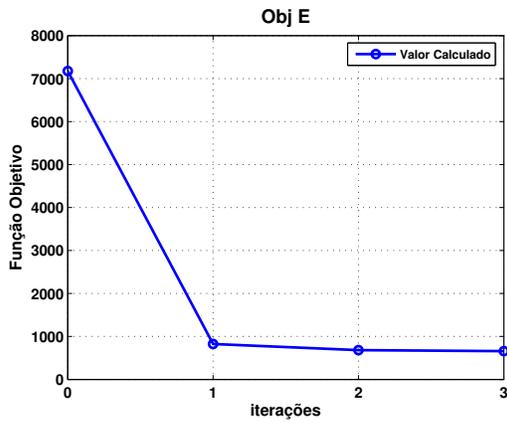


(c) Variável  $K$ .

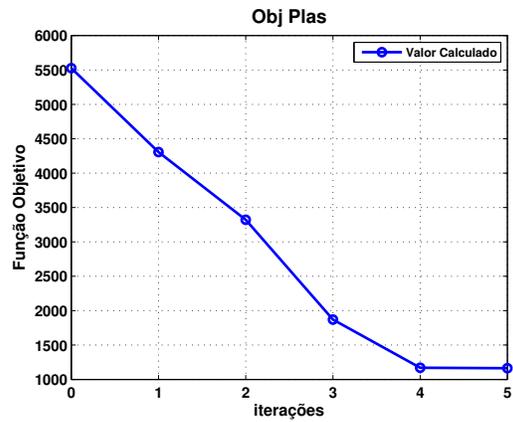


(d) Variável  $n$ .

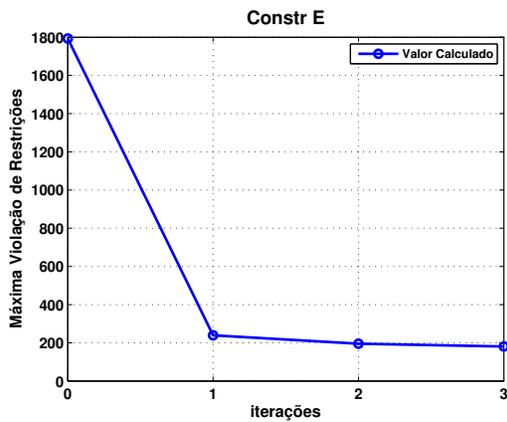
Figura 6.4: Variações das variáveis de projeto  $E$ ,  $\sigma_0$ ,  $K$  e  $n$ , respectivamente e mudanças de seus limites durante as iterações.



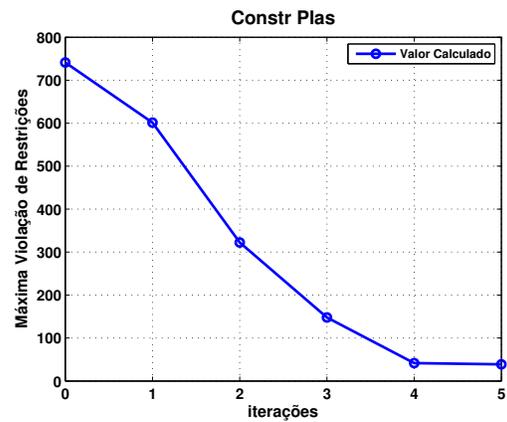
(a) Função objetivo, parte elástica.



(b) Função objetivo, parte plástica.



(c) Violação de restrições, parte elástica.



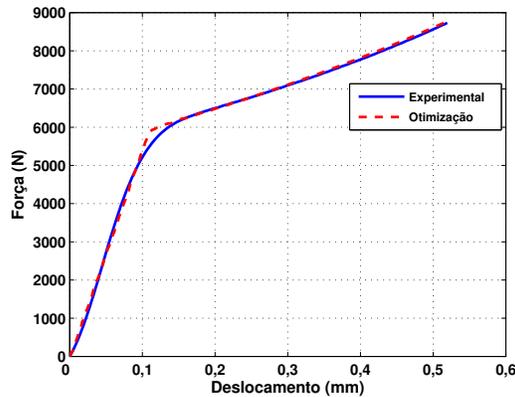
(d) Violação de restrições, parte plástica.

Figura 6.5: Decaimento da função objetivo e da máxima violação de restrições com o avanço da iterações tanto para a parte elástica quanto para a parte plástica.

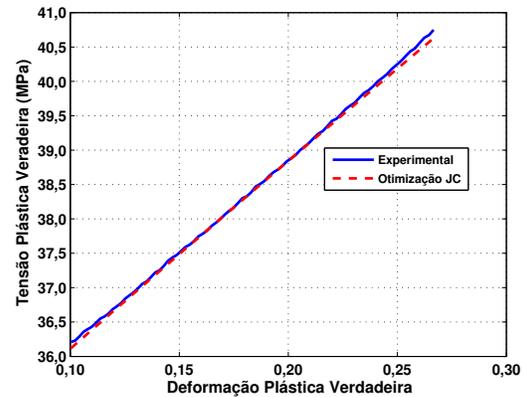
Tabela 6.4: Restrições impostas à otimização das propriedades do material do disco plástico para a parte elástica do teste.

Restrição	Tipo	Tempo (s)	Valor	Unidade
F <sub>40</sub>	Força	40	4775,75	N
F <sub>60</sub>	Força	60	6171,89	N
F <sub>80</sub>	Força	80	6654,26	N
F <sub>100</sub>	Força	100	7116,68	N
F <sub>120</sub>	Força	120	7620,18	N
F <sub>140</sub>	Força	140	8177,57	N
F <sub>158</sub>	Força	158	8733,39	N
D <sub>40</sub>	Deslocamento	40	0,088	mm
D <sub>60</sub>	Deslocamento	60	0,151	mm
D <sub>80</sub>	Deslocamento	80	0,226	mm
D <sub>100</sub>	Deslocamento	100	0,303	mm
D <sub>120</sub>	Deslocamento	120	0,379	mm
D <sub>140</sub>	Deslocamento	140	0,453	mm
D <sub>158</sub>	Deslocamento	158	0,520	mm

A Figura 6.6 apresenta as curvas força versus deslocamento e tensão versus deformação experimentais, contra os respectivos valores obtidos pelo processo de otimização.



(a) Forças versus Deslocamento.



(b) Tensão versus Deformação.

Figura 6.6: Curvas força versus deslocamento e tensão versus deformação experimentais, contra os respectivos valores obtidos pelo processo de otimização para o disco plástico.

### 6.1.2 Modelo Completo

A mesma metodologia empregada para o disco plástico também foi utilizada para o batente plástico.

As variáveis de projeto são as mesmas, assim como a divisão do processo de otimização em duas etapas (parte elástica e parte plástica) e do método de otimização escolhido. A única diferença está na curva força versus deslocamento, a qual se deseja minimizar o erro entre valores experimentais e numéricos, encontrando os parâmetros ótimos do material, que agora é a curva da Figura 3.12. Além disso, a geometria, a malha e a taxa de deformação (0,50 mm/min) são diferentes em relação ao caso anterior.

A Tabela 6.5 apresenta os limites e os valores ótimos obtidos para as variáveis de projeto. As variações das variáveis de projeto, assim como as mudanças de seus limites durante as iterações, podem ser vistas na Figura 6.7.

Também foram impostas algumas restrições ao modelo de modo a forçar com que a curva numérica passasse exatamente por alguns pontos da curva experimental. Dessa maneira, tanto o limite superior quanto inferior de cada uma restrições apresentadas nas Tabelas 6.6 e 6.7 são iguais, respectivamente para a parte elástica e plástica do teste simulado.

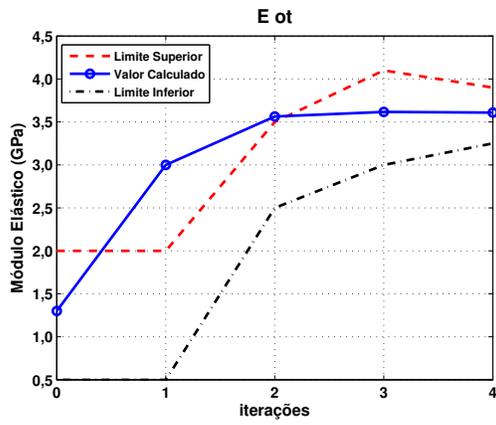
Por sua vez, as Figuras 6.8 e 6.9 mostram a precisão entre os valores estimados de deslocamento e força nos instantes de tempo 18 e 36 segundos para a otimização da parte elástica e nos instantes de 120 e 241 segundos para a parte plástica contra os respectivos valores calculados para todas as simulações.

Tabela 6.5: Limites e valores ótimos das variáveis de projeto do modelo completo.

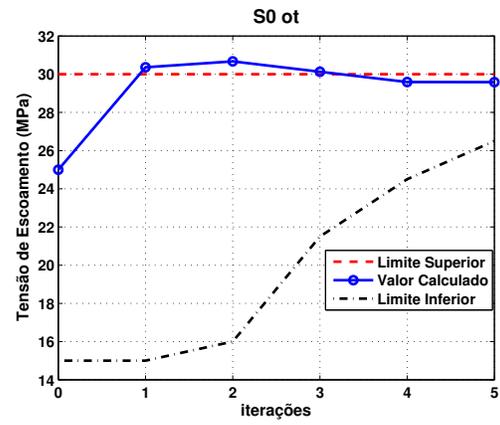
Variável	Limite Inferior	Valor Ótimo	Limite Superior	Unidade
$E$	0,50	3,6088	5,00	GPa
$\sigma_0$	30,00	32,00	32,00	MPa
$K$	25,00	71,65	100,00	MPa
$n$	0,00	0,1108	0,20	adimensional

Tabela 6.6: Restrições impostas à otimização das propriedades do material do batente plástico para a parte elástica do teste.

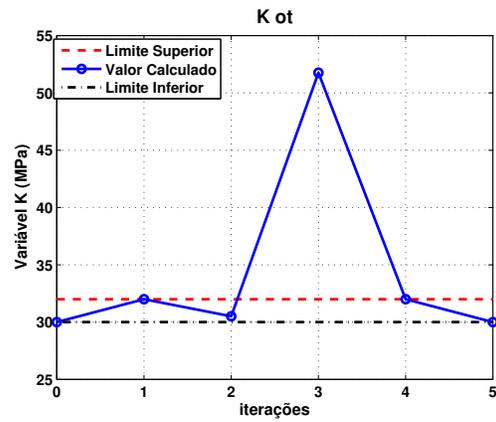
Restrição	Tipo	Tempo (s)	Valor	Unidade
F <sub>12</sub>	Força	12	544,83	N
F <sub>24</sub>	Força	24	1089,51	N
F <sub>36</sub>	Força	36	1537,79	N
D <sub>12</sub>	Deslocamento	12	0,091	mm
D <sub>24</sub>	Deslocamento	24	0,184	mm
D <sub>36</sub>	Deslocamento	36	0,278	mm



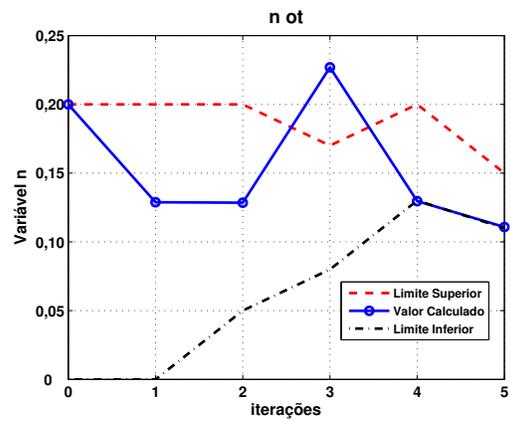
(a) Variável  $E$ .



(b) Variável  $\sigma_0$ .

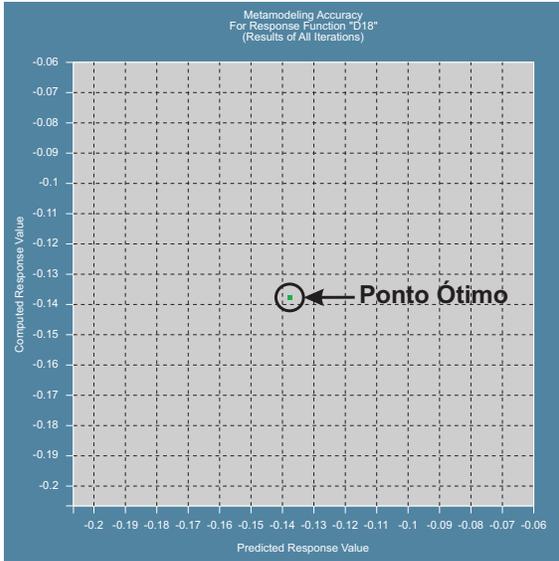


(c) Variável  $K$ .

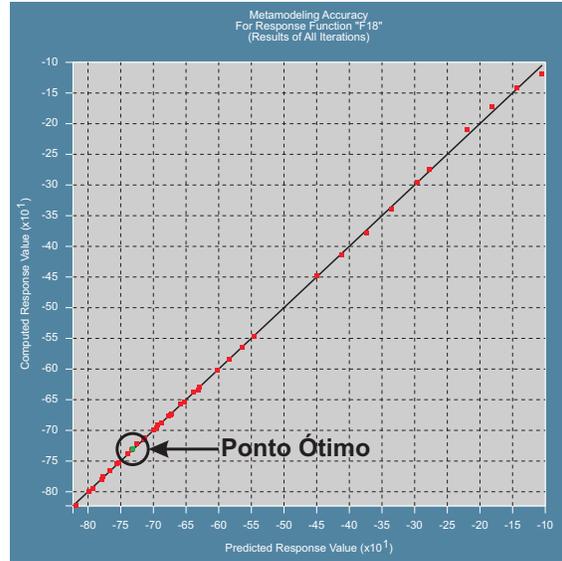


(d) Variável  $n$ .

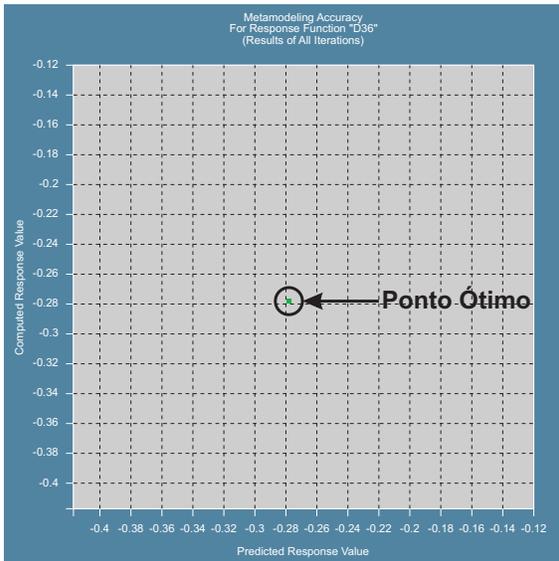
Figura 6.7: Variações das variáveis de projeto  $E$ ,  $\sigma_0$ ,  $K$  e  $n$ , respectivamente e mudanças de seus limites durante as iterações.



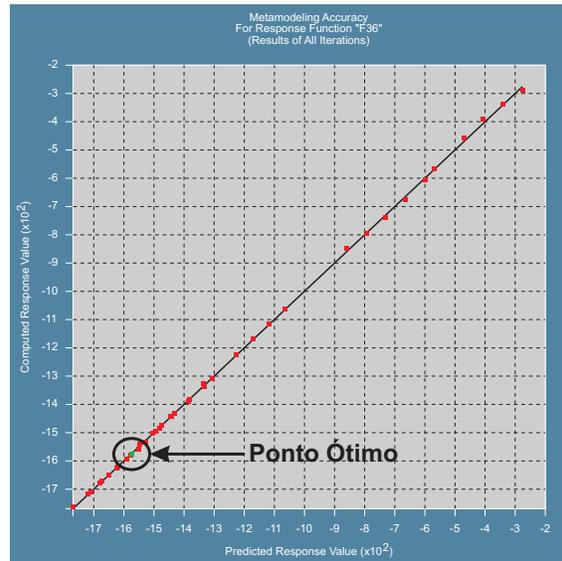
(a) Deslocamento(18s).



(b) Força(18s).

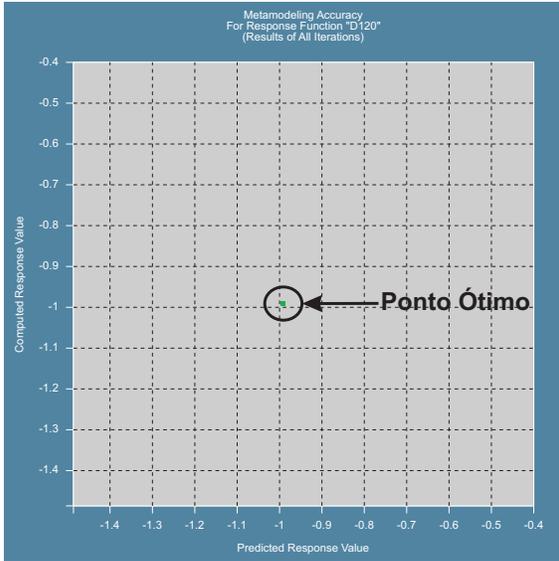


(c) Deslocamento(36s).

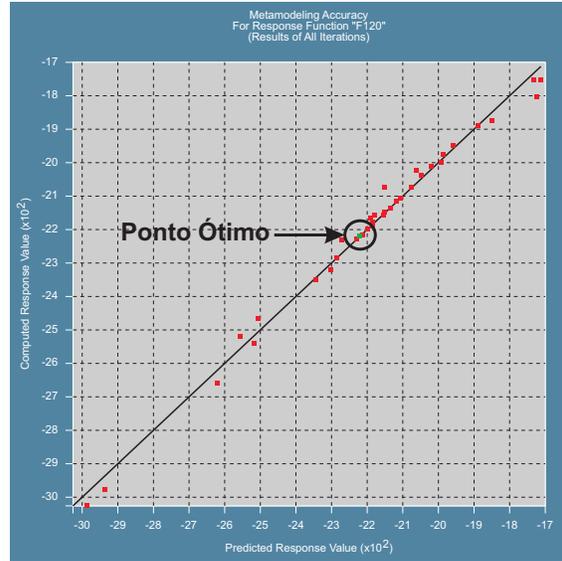


(d) Força(36s).

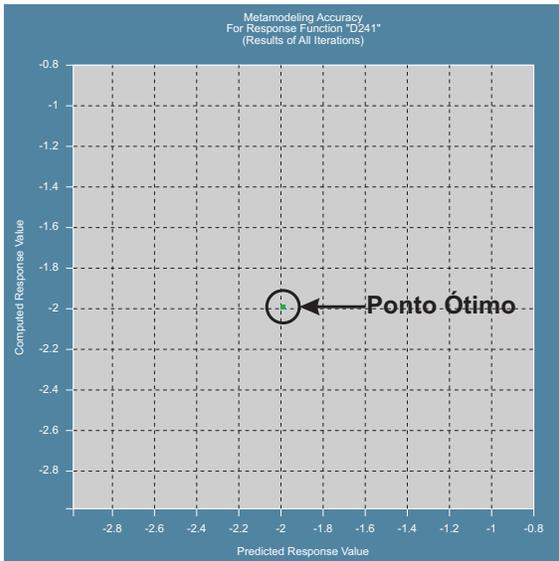
Figura 6.8: Precisão entre os valores de Deslocamento e Força estimados e calculados nos instantes de tempo de 18 e 36s, para a parte elástica.



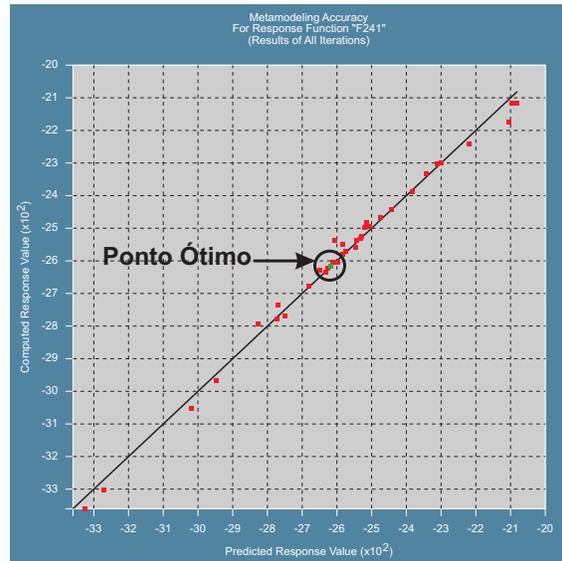
(a) Deslocamento(120s).



(b) Força(120s).



(c) Deslocamento(241s).



(d) Força(241s).

Figura 6.9: Precisão entre os valores de Deslocamento e Força estimados e calculados nos instantes de tempo de 120 e 241s, para a parte plástica.

Tabela 6.7: Restrições impostas à otimização das propriedades do material do batente plástico para a parte elástica do teste.

<b>Restrição</b>	<b>Tipo</b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidade</b>
F <sub>30</sub>	Força	30	1334,08	N
F <sub>60</sub>	Força	60	1860,09	N
F <sub>90</sub>	Força	90	2097,03	N
F <sub>120</sub>	Força	120	2261,75	N
F <sub>150</sub>	Força	150	2368,02	N
F <sub>180</sub>	Força	180	2448,62	N
F <sub>210</sub>	Força	210	2516,58	N
F <sub>241</sub>	Força	241	2577,32	N
D <sub>30</sub>	Deslocamento	30	0,231	mm
D <sub>60</sub>	Deslocamento	60	0,475	mm
D <sub>90</sub>	Deslocamento	90	0,725	mm
D <sub>120</sub>	Deslocamento	120	0,975	mm
D <sub>150</sub>	Deslocamento	150	1,225	mm
D <sub>180</sub>	Deslocamento	180	1,477	mm
D <sub>210</sub>	Deslocamento	210	1,729	mm
D <sub>241</sub>	Deslocamento	241	1,990	mm

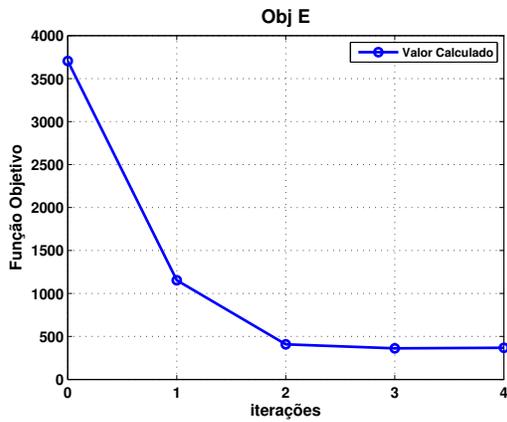
O valor da Função Objetivo e da Máxima Violação de Restrições são apresentadas na Figura 6.10, tanto para a parte elástica da otimização quanto para a plástica.

A Figura 6.11 apresenta a curva força versus deslocamento experimental contra a mesma curva obtida pelo processo de otimização.

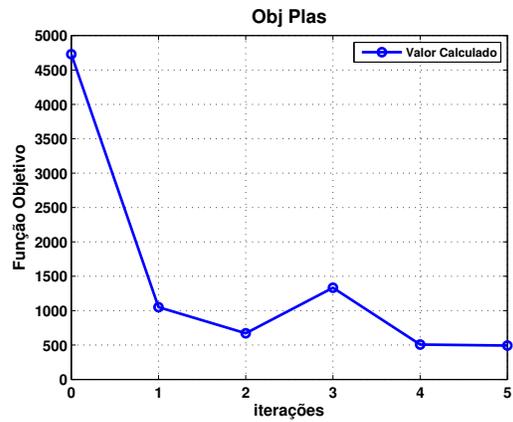
Finalmente, a Figura 6.12 mostra o contorno final de tensões de von Mises e de deformações plásticas efetivas.

## 6.2 Absorção de Impacto do Batente Plástico Impactado por uma Massa Rígida

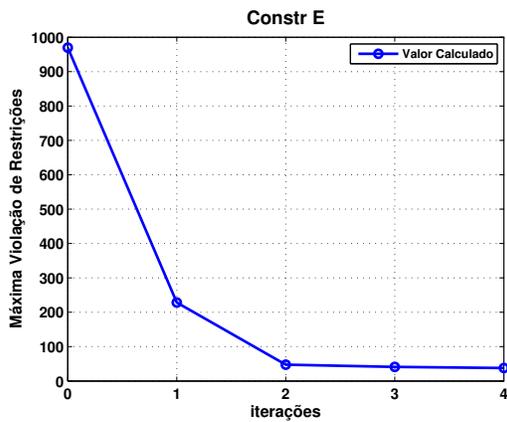
Após a fabricação, os compressores são armazenados por um certo período antes de serem entregues ao cliente. Durante o armazenamento, um palete (plataforma de madeira sobre a qual se põe a carga empilhada a fim de ser transportada em grandes blocos) é levado pela empilhadeira até o seu local de armazenamento. Nesse momento, uma ou mais peças podem vir a cair acidentalmente da empilhadeira diretamente no solo.



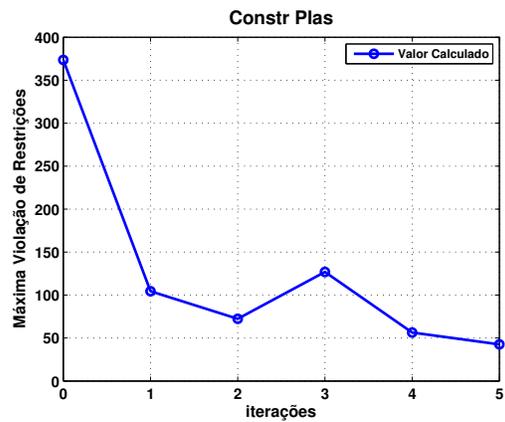
(a) Função objetivo, parte elástica.



(b) Função objetivo, parte plástica.



(c) Violação de restrições, parte elástica.



(d) Violação de restrições, plástica.

Figura 6.10: Decaimento da função objetivo e da máxima violação de restrições com o avanço da iterações tanto para a parte elástica quanto para a parte plástica.

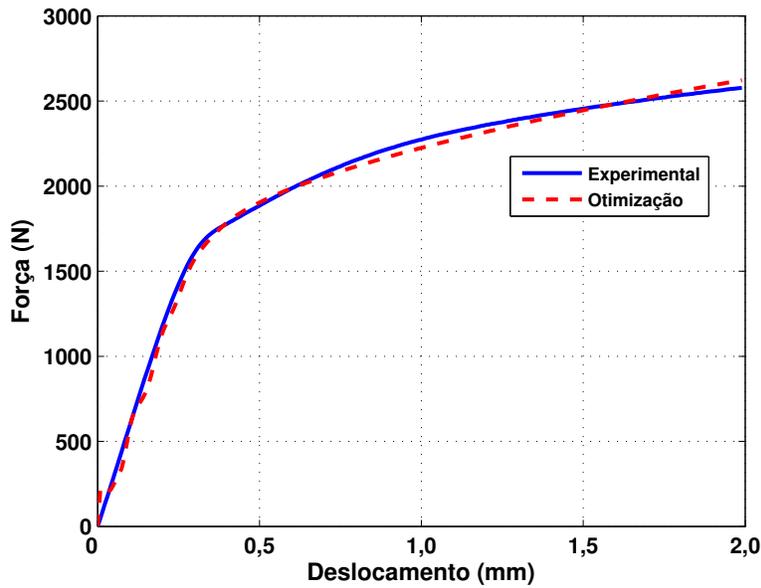
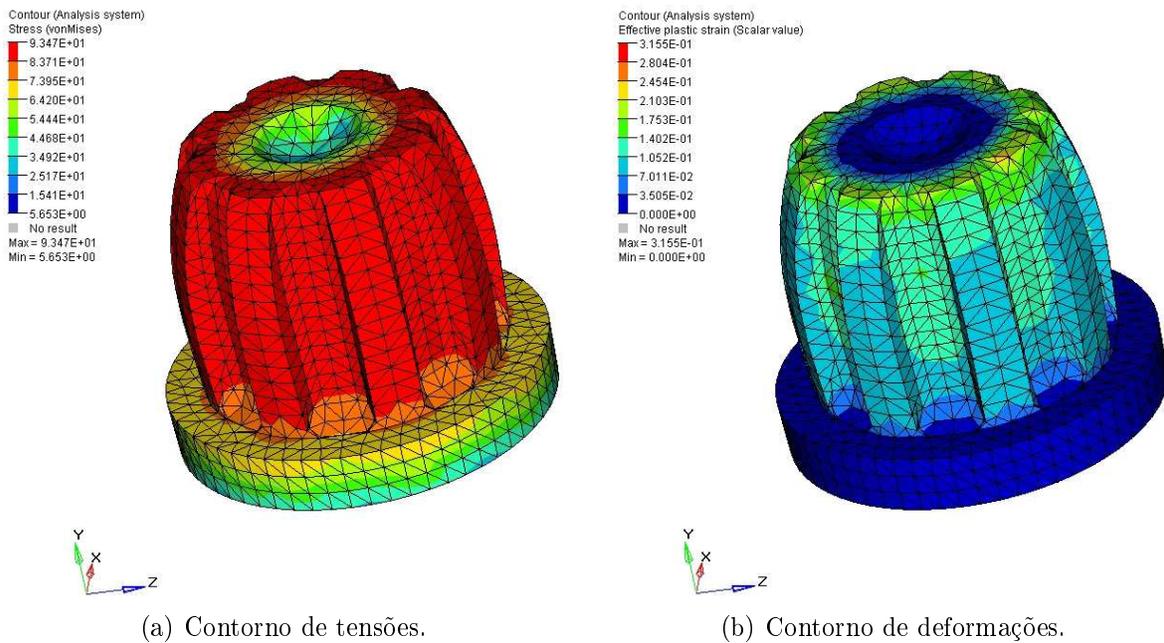


Figura 6.11: Comparação entre as curvas de força versus deslocamento experimentais e obtida através da otimização para o batente de plástico.



(a) Contorno de tensões.

(b) Contorno de deformações.

Figura 6.12: Contorno de tensões de deformações plásticas efetivas obtidos através da otimização para o batente de plástico.

Quando a situação descrita acima ocorre, dependendo do ângulo de incidência e altura do impacto, podem surgir danos ao sistema de suspensão do compressor, gerando problemas de funcionamento em todo o conjunto.

Por esse motivo, teve-se a idéia de utilizar uma metodologia de otimização para buscar a forma ótima dos componentes da suspensão do compressor.

Inicialmente, foi pensado em otimizar as cantoneiras metálicas da Figura 1.2 fazendo com que certas regiões tivessem sua espessura reduzida, gerando assim a absorção de impacto nessas regiões previamente escolhidas. Porém, isso não seria viável devido aos seguintes problemas

- As mudanças necessárias no ferramental e no processo de fabricação gerariam custos adicionais indesejáveis;
- A redução da seção transversal em certas regiões não garantiria uma boa absorção e seria difícil de obter essa redução através do processo de estampagem utilizado atualmente, pois o repuxo deveria fazer com que a seção fosse extremamente delgada. Porém, o material poderia romper-se antes da obtenção da forma desejada.

Dessa maneira, optou-se por otimizar o conjunto do batente plástico/pino metálico da Figura 1.3, pois durante as simulações numéricas foi verificado que esse batente plástico tem um grande potencial de agir como absorvedor de impacto.

As principais vantagens da otimização do conjunto batente/pino metálico em relação as cantoneiras metálicas são apresentadas a seguir

- As mudanças necessárias tanto no ferramental quanto no processo de fabricação são mínimas;
- Os custos adicionais são baixos comparados com outras soluções;
- Com pequenas mudanças de forma, é possível conseguir um grande aumento na absorção de energia.

Para a obtenção das formas ótimas foi utilizado o software Altair HyperWorks 7.0 com os módulos HyperMesh para geração das malhas e HyperStudy para o processo de otimização, em conjunto com o solver LS-Dyna para integração explícita no tempo.

### 6.2.1 Absorção de Impacto em Estruturas

Muitas estruturas necessitam atuar como absorvedores de energia durante um evento de impacto. Esse tipo de estrutura é desenvolvida de modo a absorver energia através do atrito, fratura, cisalhamento, flexão, tração, amassamento, etc. Além disso, devem ser não destrutíveis, como por exemplo um amortecedor hidráulico, ou de fácil substituição, como por exemplo um pára-choques automotivo. Tubos de parede fina são normalmente empregados com sucesso para atuar como absorvedores, pois apesar de sua simplicidade, tais estruturas apresentam grande eficiência na absorção de energia de impacto.

Segundo Jones (1989), o termo *structural crashworthiness* tem sido usado para descrever a investigação da performance de impacto de uma estrutura quando esta colide contra outro objeto.

Considere uma massa estacionária  $M_1$ , a qual é impactada por uma massa  $M_2$  em movimento com velocidade inicial  $V_2$ , conforme mostrado na Figura 6.13. A conservação de momento linear requer

$$M_2V_2 = (M_1 + M_2)V_3, \quad (6.7)$$

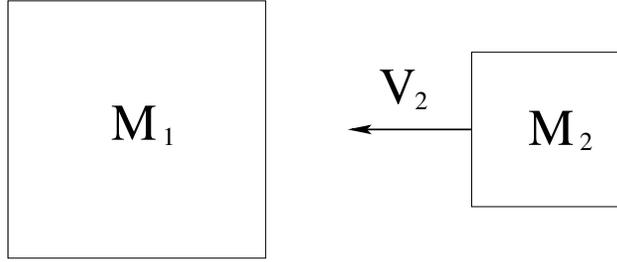
onde  $V_3$  é a velocidade das duas massas imediatamente após o impacto inelástico. A perda de energia cinética é dada por

$$K_l = \frac{1}{2}M_2V_2^2 - \frac{1}{2}(M_1 + M_2)V_3^2. \quad (6.8)$$

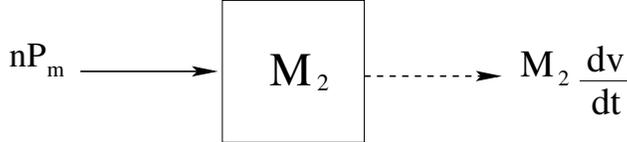
Substituindo  $V_3$  da equação (6.7) em (6.8), obtém-se

$$K_l = \frac{(M_2V_2^2/2)}{1 + M_2/M_1}. \quad (6.9)$$

A equação (6.9) indica qual a quantidade de energia deve ser absorvida pelo sistema, a qual é imposta na interface entre as duas massas  $M_1$  e  $M_2$ , como pode ser visto na Figura 6.13. Se a massa impactadora  $M_2$  é muito maior que a massa estacionária  $M_1$  ( $M_2/M_1 \gg 1$ ), então  $K_l \cong 0$  e como conseqüência nenhuma energia cinética é dissipada durante o evento.



(a) Massa  $M_2$  viajando com velocidade  $V_2$  em direção à massa estacionária  $M_1$ .



(b) Forças horizontais agindo sobre a massa  $M_2$  durante o evento do impacto.

Figura 6.13: Diagrama de corpo livre do impacto horizontal de duas massas, Jones (1989).

Por outro lado, se a massa impactadora  $M_2$  é muito menor que a massa estacionária  $M_1$  ( $M_2/M_1 \ll 1$ ), então toda a energia cinética inicial é absorvida durante o impacto.

Quando as duas massas  $M_1$  e  $M_2$  são iguais, a perda de energia cinética é  $K_l = M_2 V_2^2 / 4$ , que é igual a metade da energia inicial da massa  $M_2$ . A variação em termos adimensionais da perda de energia cinética  $K_l / (M_2 V_2^2)$  em função da razão de massa  $M_2 / M_1$  é apresentada na Figura 6.14.

Freqüentemente, a massa impactada  $M_1$  da Figura 6.13 é mantida estacionária, ou seja,  $M_2 / M_1 \gg 1$  e a equação (6.9) resulta em  $K_l = (M_2 V_2^2) / 2$ , como esperado.

Se a massa  $M_1$  for composta por um tubo circular de parede fina, o que é comum em muitos casos práticos, a energia absorvida ( $D_a$ ) pelo tubo é

$$D_a = P_m \Delta, \tag{6.10}$$

onde  $\Delta$  é a deformação total de esmagamento axial e  $P_m$  a força média de esmagamento que assume diferentes valores para casos estáticos e dinâmicos.

Porém, é mais comum que a massa  $M_1$  da Figura 6.13 seja substituída por um sistema absorvedor constituído por  $n$  tubos. Neste caso, a equação (6.10) torna-se

$$D_a = n P_m \Delta = K_l. \tag{6.11}$$

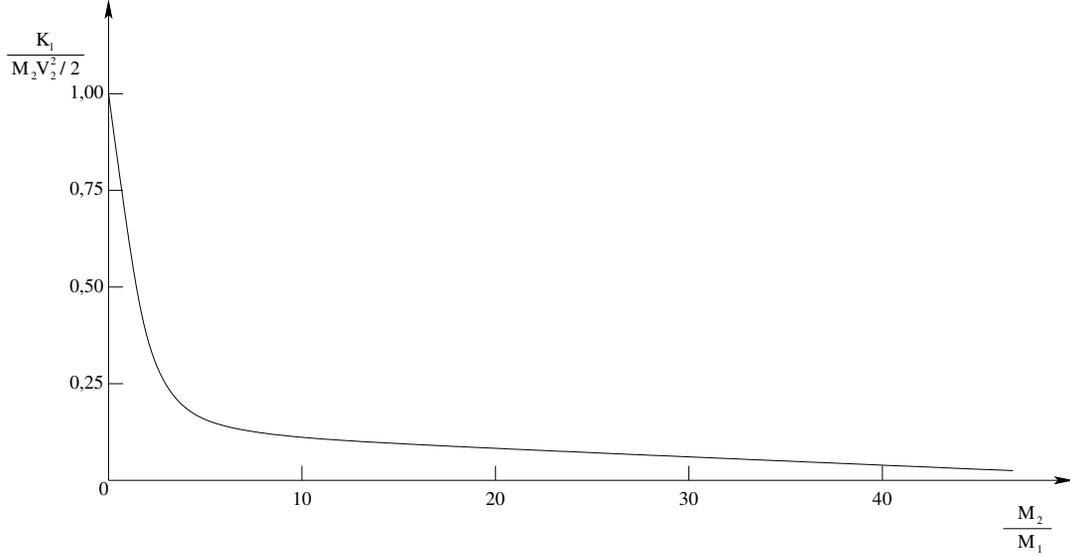


Figura 6.14: Variação adimensional da perda de energia cinética dada pela equação (6.9) em função da razão de massas  $M_2/M_1$ , Jones (1989).

Enquanto  $\Delta \leq \Delta_b$ , sendo  $\Delta_b$  o comprimento máximo de esmagamento até que o tubo perca a estabilidade, tem-se que

$$nP_m \Delta = M_2 V_2^2 / 2, \quad (6.12)$$

quando uma das extremidades do absorvedor de impacto permanece estacionário durante o evento de impacto.

A força dinâmica média de esmagamento para  $n$  tubos é

$$nP_m = -M_2 \frac{dv}{dt}, \quad (6.13)$$

de acordo com o diagrama de corpo livre da Figura 6.13, com  $v = V_2$  em  $t = 0$  e  $v = 0$ , quando a massa impactadora  $M_2$  moveu-se a distância  $\Delta$  em  $t = T$ , onde  $T$  é duração da resposta. Portanto, a desaceleração é expressa como

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{nP_m}{M_2}, \quad (6.14)$$

que é constante durante o movimento. Além disso, o histórico de velocidade da massa  $M_2$  no tempo quando satisfaz as condições iniciais é dado por

$$v = -\frac{nP_m t}{M_2} + V_2. \quad (6.15)$$

Para  $v = 0$ , a duração da resposta é

$$T = \frac{M_2 V_2}{n P_m}, \quad (6.16)$$

ou

$$T = -\frac{V_2}{a}. \quad (6.17)$$

A integração da equação (6.15) da velocidade resulta no deslocamento

$$\delta = -\frac{n P_m t^2}{2 M_2} + V_2 t. \quad (6.18)$$

Substituindo na equação (6.16) resulta na distância total esmagada do tubo

$$\Delta = \frac{M_2 V_2^2}{2 n P_m}, \quad (6.19)$$

ou

$$\Delta = -\frac{V_2^2}{2a}, \quad (6.20)$$

quando termina o movimento em  $t = T$ . A equação (6.19) é obtida diretamente do balanço de energia da equação (6.12). A força média de esmagamento é normalmente estimada simplesmente dividindo a energia cinética inicial ( $M_2 V_2^2/2$ ) pela distância axial esmagada  $\Delta$ . Isso confere com as equações (6.12) e/ou (6.19).

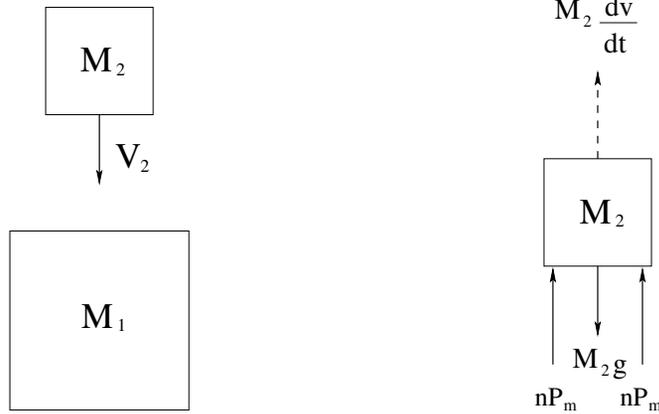
O cenário de impacto descrito na Figura 6.13 está definido no plano horizontal e é normalmente associado a situações de colisões de automóveis, navios, trens, etc. De qualquer forma, outra classe importante de impacto é aquele no qual a massa impactadora  $M_2$  cai verticalmente sobre a massa absorvedora  $M_1$  com velocidade de impacto  $V_2$ , conforme apresentado na Figura 6.15. Neste caso, a equação (6.12) da conservação de energia é substituída por

$$n P_m \Delta = \frac{M_2 V_2^2}{2} + M_2 g \Delta, \quad (6.21)$$

onde  $M_2 g \Delta$  é a energia potencial adicional da massa  $M_2$ , a qual é capaz de amassar o absorvedor de impacto numa quantidade  $\Delta$  durante o evento de impacto.

A expressão do movimento vertical para a massa  $M_2$  mostrada na Figura 6.15 é

$$n P_m + M_2 \frac{dv}{dt} - M_2 g = 0, \quad (6.22)$$



(a) Massa  $M_2$  caindo verticalmente com velocidade  $V_2$  sobre a massa estacionária  $M_1$ . (b) Forças verticais agindo sobre a massa  $M_2$  durante o evento do impacto.

Figura 6.15: Diagrama de corpo livre do impacto vertical de duas massas, Jones (1989).

que descreve uma desaceleração constante

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{nP_m}{M_2} + g. \quad (6.23)$$

Integrando a equação (6.23) e introduzindo as condições iniciais e finais, resulta no tempo de resposta

$$T = \frac{V_2}{((nP_m/M_2) - g)} \quad (6.24)$$

e a distância esmagada

$$\Delta = V_2^2 / \{2[(nP_m/M_2) - g]\}, \quad (6.25)$$

a qual também pode ser obtida através da equação (6.21) da conservação de energia.

Em muitos caso práticos, a desaceleração  $|a| \gg g$  faz com que a equação (6.23) resulte em  $a \cong -nP_m/M_2$ .

## 6.2.2 Modelos

Inicialmente pensou-se em realizar várias modificações no modelo do batente plástico, pois acreditava-se que assim o ganho no aumento da absorção de energia seria consideravelmente maior.

Uma proposta inicial é mostrada na Figura 6.16(b). Porém, o aumento nos custos de-

vido à mudança no processo de fabricação e no ferramental, torna inviável a produção em série dessa peça. Por sua vez, o modelo proposto na Figura 6.16(c) teve um desempenho semelhante ao da Figura 6.16(b), porém as mudanças no processo de fabricação e no ferramental são menos drásticas, uma vez que há poucas mudanças na geometria da peça. Além disso, o aumento no custo de fabricação é menor e por isso foi considerado como um modelo viável de ser produzido.

Finalmente, o terceiro modelo é igual ao segundo quando se trata das variáveis de projeto. Porém, como foi constatado posteriormente em testes experimentais no conjunto do compressor da Figura 7.4, o batente plástico é envolvido por uma mola que serve para amortecer o impacto do corpo do compressor contra o mesmo. Durante o evento de impacto, verifica-se que essa mola fica totalmente comprimida como se fosse um cilindro contínuo e acaba gerando uma restrição de deslocamento radial no batente, como pode ser visto na Figura 6.16(d).

### 6.2.3 Simulações Numéricas

#### Modelo 01

Para a massa impactadora foi utilizado um cubo com aresta de 0,01 m perfazendo assim um volume de  $1 \times 10^{-6} \text{ m}^3$  e com densidade de  $1 \times 10^6 \text{ Kg/m}^3$  para obter a massa desejada de 1,0 Kg. O material empregado foi do tipo rígido.

O batente plástico da Figura 6.16(b) sofreu diversas mudanças geométricas conforme é detalhado na Tabela 6.8. O modelo constitutivo adotado para ele foi o de Ramberg-Osgood baseado nos trabalhos de Jung, Bhattacharyya e Easteal (2005) e Lyons (2005), com densidade de  $1230,0 \text{ Kg/m}^3$ , coeficiente de Poisson 0,35 e com as demais propriedades (módulo elástico( $E$ ),  $\sigma_0$ ,  $K$  e  $n$ ) obtidas a partir da otimização dos parâmetros do material da Seção 6.1.2.

O pino metálico, assim como a massa impactadora, foi considerado rígido. A malha de elementos finitos é mostrada na Figura 6.17.

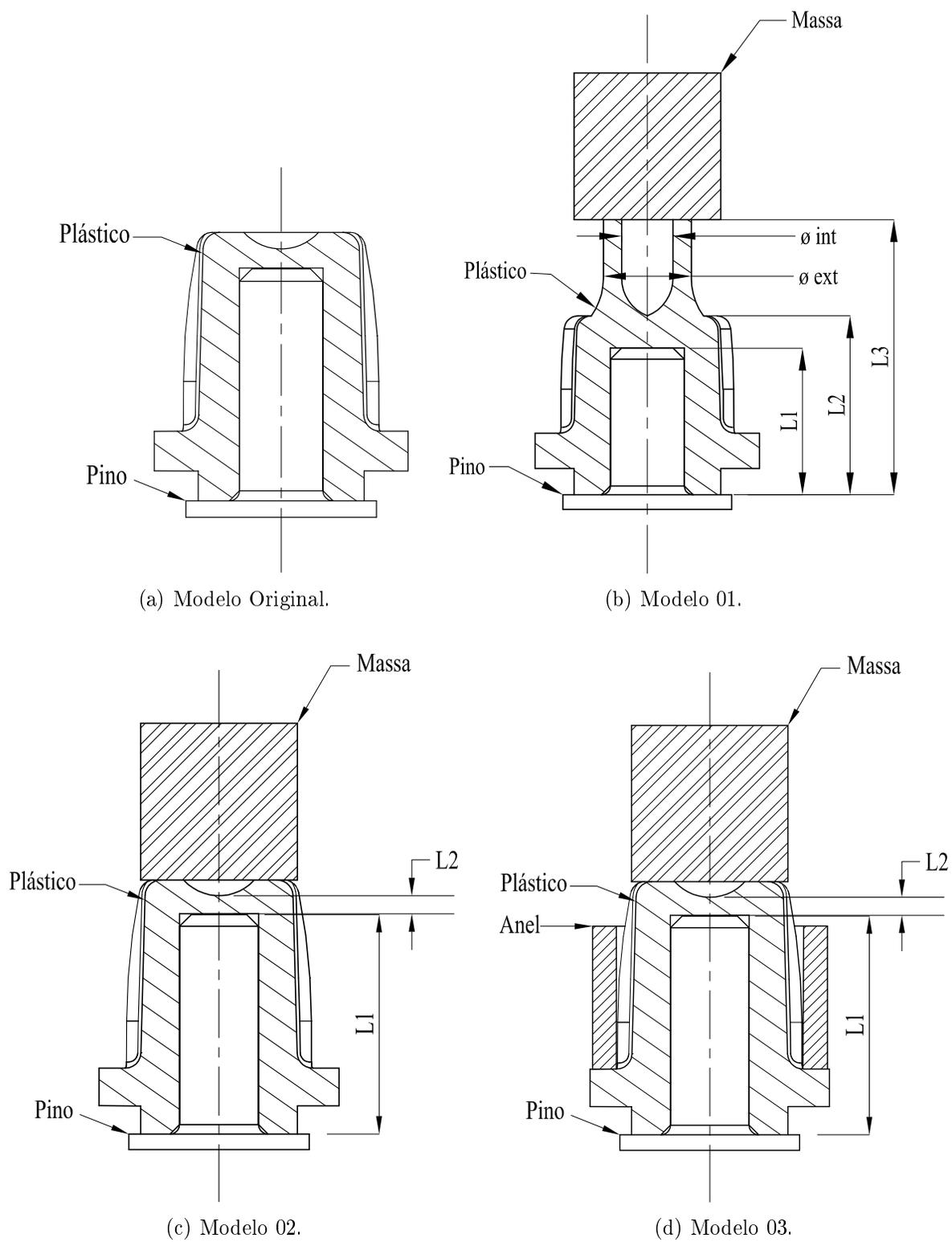


Figura 6.16: Modelo original do conjunto pino metálico / batente plástico e suas formas propostas.

Tabela 6.8: Mudanças feitas na geometria do batente plástico, conforme a Figura 6.16(b).

<b>Símbolo</b>	<b>Descrição</b>	<b>Tipo</b>	<b>Valor (%)</b>
$\emptyset$ ext	Diâmetro externo	inicial	100,00
$\emptyset$ int	Diâmetro interno	inicial	100,00
L1	Altura do pino	não varia	100,00
L2	Altura do batente plástico	não varia	100,00
L3	Altura total do batente plástico	não varia	100,00

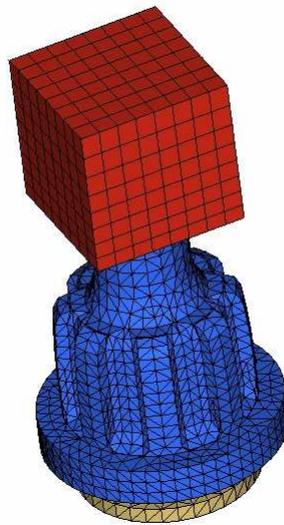


Figura 6.17: Malha de elementos finitos do modelo da Figura 6.16(b), constituído de 3689 nós e 11030 elementos sólidos.

## Modelo 02

Nesse modelo foram utilizados os mesmos materiais empregados no anterior. A única diferença está na geometria já apresentada na Figura 6.16(c), cujas variáveis de forma são melhor detalhadas na Tabela 6.9. A malha de elementos finitos é mostrada na Figura 6.18.

Tabela 6.9: Mudanças feitas na geometria do batente plástico, conforme a Figura 6.16(c).

Símbolo	Descrição	Tipo	Valor (%)
L1	Altura do pino	inicial	100,00
L2	Altura do furo do plástico	inicial	100,00

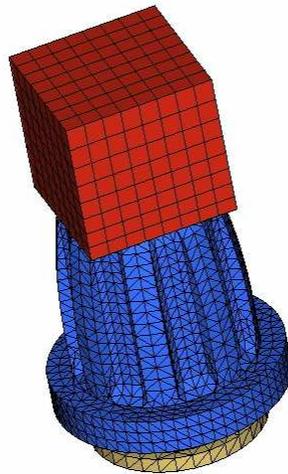


Figura 6.18: Malha de elementos finitos do modelo da Figura 6.16(c), constituído de 4346 nós e 13769 elementos sólidos.

## Modelo 03

O terceiro modelo é na verdade uma evolução do segundo, uma vez que usa a mesma base. Entretanto, agora foram incluídos anéis que representam as molas, como foi descrito anteriormente. Existe mais de uma maneira de criar essas restrições de deslocamento, mas neste caso o uso dos anéis foi preferido pela sua simplicidade.

Tanto os materiais quanto as variáveis de forma utilizadas foram os mesmos. Detalhes sobre a geometria e as variáveis podem ser encontradas na Figura 6.16(d) e na Tabela 6.9, respectivamente. A malha de elementos finitos é mostrada na Figura 6.19.

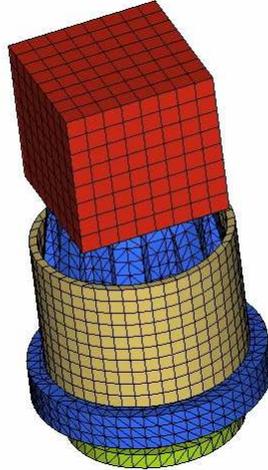


Figura 6.19: Malha de elementos finitos do modelo da Figura 6.16(d), constituído de 4818 nós e 12392 elementos sólidos.

#### 6.2.4 Resultados das Otimizações de Forma

O problema de otimização dos modelos das Figuras 6.16(b) e 6.16(c) foi posto na seguinte forma

**Maximizar:** Energia Interna

**Restrições:** Nenhuma

No caso do terceiro modelo da Figura 6.16(d), devido às restrições de deslocamento, o problema assume a forma

**Maximizar:** Energia Interna

**Restrições:**  $u \leq u_{max}$

A Energia Interna a ser maximizada refere-se à energia do material do batente plástico, que é monitorada através do cartão \*DATABASE\_MATSUM (Hallquist (2003)) do solver

LS-Dyna.

A restrição  $u \leq u_{max}$  significa que os deslocamentos do batente plástico na direção radial devem ser menores ou iguais ao diâmetro interno da mola no caso do Modelo 03.

A seguir são apresentados os resultados obtidos através das análises realizadas.

## Resultados do Modelo 01

Para criar as variáveis de projeto (neste caso de forma), deve-se exportar a malha para o módulo HyperMorph que é capaz de criar parametrizações e como consequência as variáveis de forma. A Tabela 6.10 mostra os resultados obtidos para as variáveis de forma do problema.

Tabela 6.10: Resultados das variáveis de forma conforme a Figura 6.16(b) e Tabela 6.8.

Variável	Valor Inicial (%)	Limite Inferior (%)	Limite Superior (%)	Valor Ótimo (%)
$\emptyset$ ext	100,00	83,33	116,66	92,66
$\emptyset$ int	100,00	100,00	128,57	100,00

A Figura 6.20 mostra os resultados obtidos, comparando os valores de energia para a geometria do batente plástico inicial e otimizada.

## Resultados do Modelo 02

Neste caso, as variáveis de projeto são apenas as alturas do pino de aço e do furo do batente plástico, de acordo com a Figura 6.16(c). A Tabela 6.11 apresenta os resultados obtidos durante o processo de otimização do modelo. A Figura 6.21 mostra os resultados obtidos, comparando os valores de energia para a geometria do batente plástico inicial e otimizada.

Tabela 6.11: Resultados das variáveis de forma conforme a Figura 6.16(c) e Tabela 6.9.

Variável	Valor Inicial (%)	Limite Inferior (%)	Limite Superior (%)	Valor Ótimo (%)
L1	100,00	71,43	100,00	100,00
L2	100,00	53,49	100,00	53,49

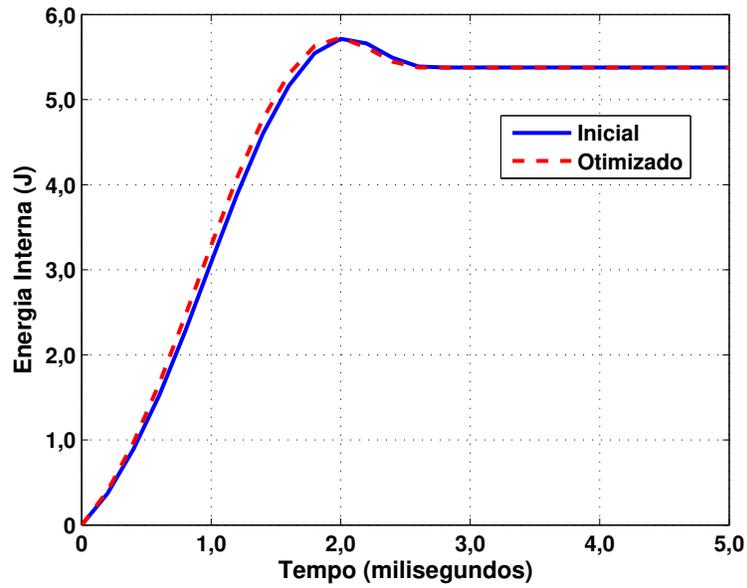


Figura 6.20: Comparação entre a energia absorvida pelo batente plástico do Modelo 01 inicial e otimizado.

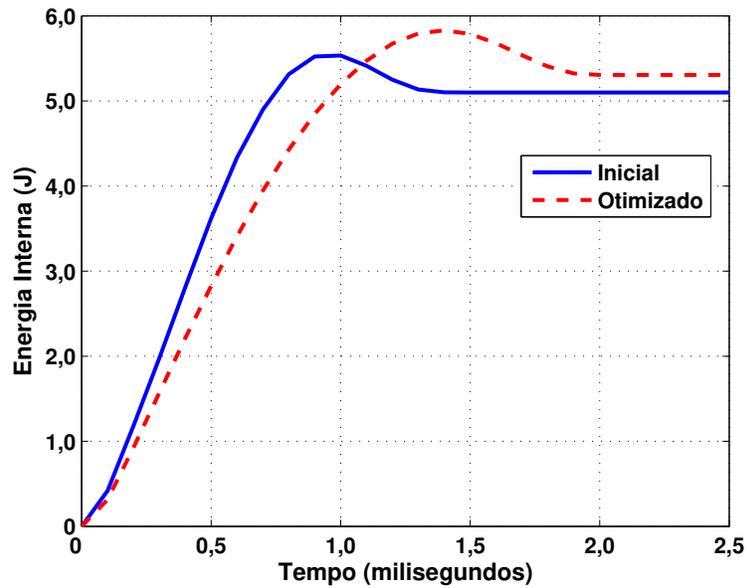


Figura 6.21: Comparação entre a energia absorvida pelo batente plástico do Modelo 02 inicial e otimizado.

### Resultados do Modelo 03

Apesar desse modelo ser muito semelhante ao anterior, os resultados ocorreram conforme o esperado, ou seja, menores que o Modelo 02 devido às restrições de deslocamento. A Tabela 6.12 apresenta os resultados obtidos durante o processo de otimização do modelo. A Figura 6.22 mostra os resultados obtidos, comparando os valores de energia para a geometria do batente plástico inicial e otimizada.

Tabela 6.12: Resultados das variáveis de forma conforme a Figura 6.16(d) e Tabela 6.9.

Variável	Valor Inicial (%)	Limite Inferior (%)	Limite Superior (%)	Valor Ótimo (%)
L1	100,00	71,43	100,00	100,00
L2	100,00	53,49	10,00	53,49

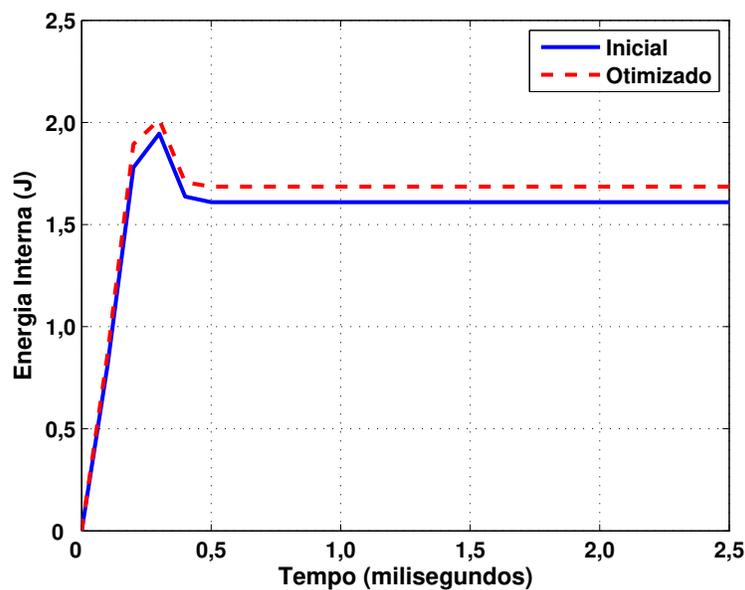


Figura 6.22: Comparação entre a energia absorvida pelo batente plástico do Modelo 03 inicial e otimizado.

## 6.3 Discussão dos Resultados

Os resultados obtidos com a otimização dos parâmetros do material nas Seções 6.1.1 e 6.1.2 foram excelentes, tendo em vista que os valores experimentais de força e deslocamento ficaram bem próximos dos respectivos valores numéricos.

Mesmo utilizando uma aproximação linear com o objetivo de reduzir o custo computacional, os resultados podem ser considerados bons.

Isso é comprovado analisando as curvas numéricas e experimentais das Figuras 6.6 e 6.11 para o disco e para o batente, respectivamente.

Além disso, os erros provenientes dos valores de deslocamento na maioria dos instantes de tempo foram muito pequenos e podem ser considerados desprezíveis.

A maior fonte de erro provém dos valores de força em diversos instantes de tempo. Porém, ainda são pequenos o suficiente para dizer que os resultados estão dentro de uma faixa aceitável.

Com relação à otimização de forma do batente plástico, nota-se nos resultados apresentados nas Figuras 6.20 a 6.22 que o segundo modelo foi aquele que teve o maior ganho na absorção de energia se forem comparados os valores iniciais contra os respectivos otimizados.

O primeiro modelo foi aquele que teve o menor ganho de absorção (ver Figura 6.20) quando comparado com o otimizado. Isso se deve provavelmente porque a forma inicial já estava muito próxima da ótima ou os limites das variáveis de projeto não foram bem escolhidos.

A Figura 6.23 mostra um comparativo entre a absorção de energia dos três modelos otimizados. Como pode-se notar, os valores máximos são bem semelhantes comprovando que o segundo modelo (ver Figura 6.16(c)) tem uma boa eficiência, pois com pequenas mudanças obtém-se um grande aumento na absorção de energia.

Mesmo devido às restrições de fabricação impostas tanto pelo próprio processo quanto pelo fabricante, pode-se afirmar que com pequenas mudanças na geometria, é possível conseguir um ganho considerável na absorção de energia.

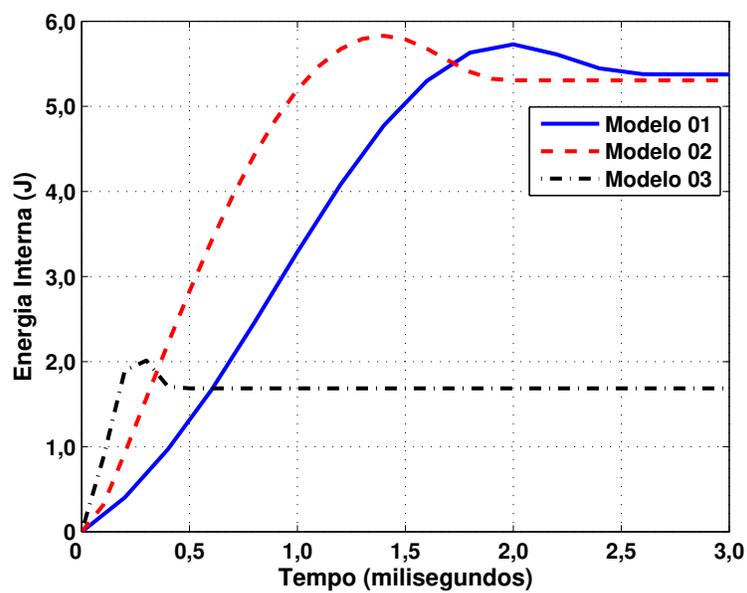


Figura 6.23: Comparação entre a energia absorvida pelos três modelos otimizados.

# Capítulo 7

## Experimento de Queda Livre

Neste Capítulo serão apresentados os resultados obtidos a partir do experimento de queda livre do conjunto completo do compressor realizado no Martelo de Impacto do GMSIE. Os resultados experimentais obtidos na Seção 7.1 serão comparados posteriormente com os das simulações numéricas da Seção 7.2.

### 7.1 Procedimentos do Experimento de Queda Livre

O Martelo de Impacto do GMSIE, mostrado na Figura 7.1, é uma estrutura do tipo torre composto por vigas de aço. Permite que massas de até 200 Kg sejam liberadas em queda livre de uma altura inicial máxima de aproximadamente 9,0 m sobre uma base rígida. Pode ser configurado para que o corpo de prova (o compressor neste caso) caia diretamente sobre a base rígida. Outra possibilidade consiste em posicionar o corpo de prova sobre a base enquanto uma massa impactadora é lançada em queda livre sobre ele.

A fim de validar a otimização do batente plástico, a empresa que fabrica os compressores produziu 06 peças com modificações na altura do pino para serem testados.

Dois compressores não sofreram nenhuma modificação e o conjunto pino/batente é igual ao da Figura 6.16(a). Outros dois tiveram o pino cortado com altura  $L1$  reduzida para 75% do valor original, conforme a Figura 6.16(c). Os dois últimos tiveram o pino cortado com altura  $L1$  reduzida para 50% do valor original, conforme a Figura 6.16(c).



(a) Estrutura do Martelo.



(b) Massa Impactadora.

Figura 7.1: Martelo de impacto do GMSIE.

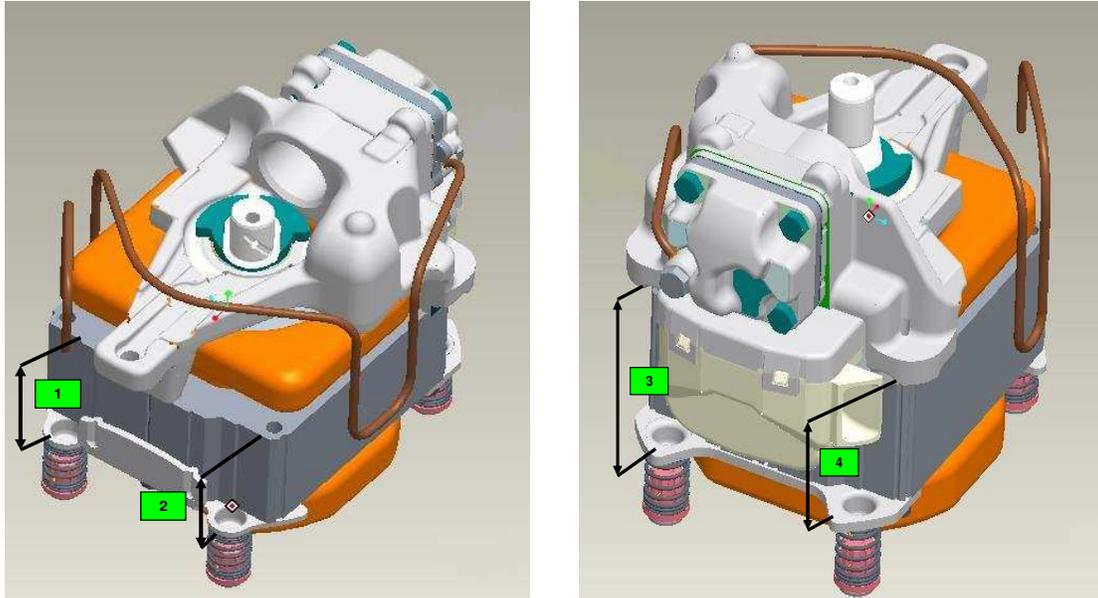
Além disso, cada par de compressores foi testado a uma altura de queda inicial de  $0,6 h_y$  e  $1,0 h_y$ , respectivamente, onde  $h_y$  é uma altura padrão definida pelo fabricante dos compressores. A Tabela 7.1 apresenta os dados como altura de queda de cada compressor, assim como o tamanho do pino de cada aparelho.

Quatro medidas principais foram controladas em cada compressor. Essas medidas consistem da altura a partir das duas extremidades de cada cantoneira até um ponto de referência na parte do corpo do compressor, conforme a Figura 7.2. As cotas medidas antes do teste foram obtidas a partir do desenho do conjunto em CAD e após o teste foram medidas utilizando um traçador de alturas. A coluna **Diferença** da Tabela 7.1 é referente a diferença percentual entre os valores depois do teste e os respectivos iniciais.

Também foi necessário desenvolver um dispositivo especial (ver Figura 7.3) para guiar o compressor de modo que ele sempre atingisse a base do martelo na mesma posição.

Tabela 7.1: Medidas do compressor controladas no experimento de queda livre, conforme Figura 7.2.

Compressor	Altura do Teste ( $h_y$ )	Altura do Pino	Nº da Medida	Diferença (%)
1	0,60	50%	1	-1,46
			2	-0,05
			3	-0,74
			4	-0,74
2	0,60	75%	1	-1,60
			2	-3,72
			3	-4,28
			4	-2,85
3	0,60	100%	1	-1,92
			2	-1,82
			3	-2,76
			4	-2,44
4	1,00	100%	1	-2,33
			2	-2,59
			3	-3,03
			4	-4,00
5	1,00	75%	1	-4,44
			2	-1,77
			3	-3,40
			4	-3,13
6	1,00	50%	1	-4,21
			2	-4,86
			3	-2,25
			4	-2,30



(a) Medidas 1 e 2.

(b) Medidas 3 e 4.

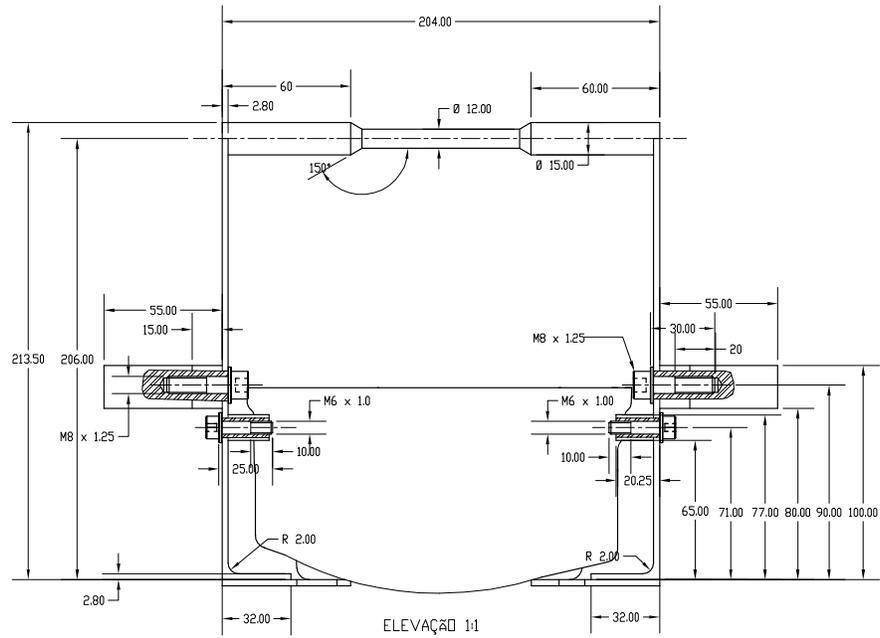
Figura 7.2: Medidas do compressor controladas no experimento de queda livre.

## 7.2 Simulação Numérica do Experimento de Queda Livre em Compressores

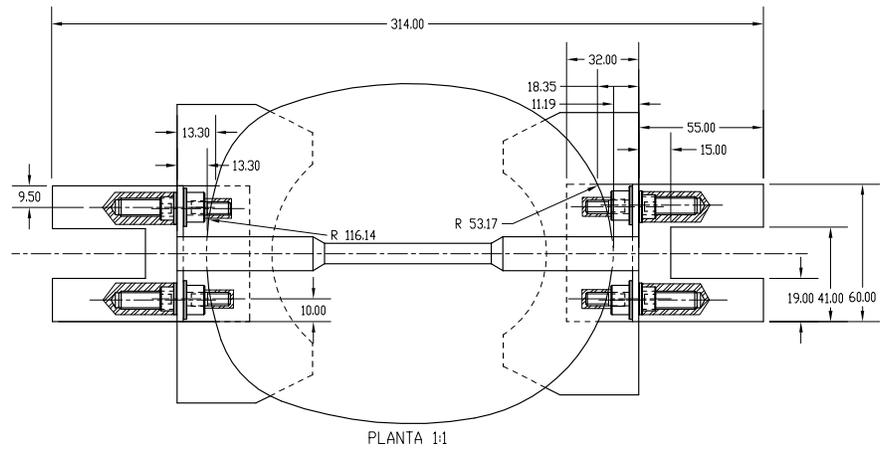
No caso das simulações, foram utilizados 08 modelos no total. Além dos 06 compressores modificados pela empresa, ainda foi simulado o modelo incluindo a otimização de forma do modelo da Figura 6.16(d) a partir das alturas iniciais de  $0,6 h_y$  e  $1,0 h_y$ , respectivamente. A Tabela 7.2 detalha os modelos utilizados na simulação numérica do experimento de queda livre.

O corpo do compressor é composto por diversos componentes de geometria complexa, como pode ser visto na Figura 7.4. Por esse motivo, optou-se por desenvolver uma geometria mais simplificada, porém que tivesse fisicamente o mesmo comportamento do modelo real.

Esse modelo preserva a geometria original dos batentes plásticos mostrados na Figura 1.3 e das cantoneiras metálicas da Figura 1.2. Todo o restante foi considerado como uma peça única de material rígido. Porém, para que essa massa pudesse representar fisicamente a inércia dos componentes originais, foi utilizado o artifício do software LS-Dyna de modificar o tensor de inércia de um dado corpo rígido.



(a) Vista da elevação.



(b) Vista da planta.

Figura 7.3: Dispositivo construído para guiar o compressor no Martelo de Impacto.

Tabela 7.2: Modelos do compressor simulados no experimento de queda livre, conforme Tabela 7.1 e Figura 6.16.

Simulação	Altura do Teste ( $h_y$ )	Altura do Pino	Modelo de Referência	Número do Compressor na Tabela 7.1
A	0,60	50%	Figura 6.16(c)	1
B	0,60	75%	Figura 6.16(c)	2
C	0,60	100%	Figura 6.16(a)	3
D	1,00	100%	Figura 6.16(a)	4
E	1,00	75%	Figura 6.16(c)	5
F	1,00	50%	Figura 6.16(c)	6
G	0,60	100%	Figura 6.16(d)	não tem
H	1,00	100%	Figura 6.16(d)	não tem

Dessa maneira o tensor de inércia da geometria inicial foi extraído através do software Pro Engineer Wildfire 2.0 e transferido para o modelo proposto, cuja malha é apresentada na Figura 7.5.

O vetor com as coordenadas (CVECTOR) e o tensor de inércia (IVECT) com relação ao sistema global de referência são dados a seguir

$$\mathbf{CVECTOR} = \begin{bmatrix} X_c & Y_c & Z_c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{CVECTOR} = \begin{bmatrix} -6,5880715 \times 10^{-3} & -5,9813541 \times 10^{-3} & -1,3870009 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{IVECT} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{IVECT} = \begin{bmatrix} 9,7177989 \times 10^{-3} & 1,3146808 \times 10^{-3} & -1,2613465 \times 10^{-4} \\ 1,3146808 \times 10^{-3} & 9,7218387 \times 10^{-3} & 3,2899707 \times 10^{-4} \\ -1,2613465 \times 10^{-4} & 3,2899707 \times 10^{-4} & 1,1472009e \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

A Tabela 7.3 apresenta os valores percentuais de deslocamento das cantoneiras metálicas obtidos através das simulações numéricas. Para calcular esses deslocamentos, foi medida a diferença de deslocamento no tempo de um ponto de referência na massa rígida com relação a um ponto na cantoneira metálica. Já no caso experimental, essas cotas foram medidas antes e depois dos testes de acordo com a Figura 7.2.

As Figuras 7.6 a 7.13 mostram detalhes dos perfis finais de deslocamentos das canto-

neiras das Figuras 1.2(a) e 1.2(b) para os modelos de compressores simulados conforme a Tabela 7.2.



Figura 7.4: Conjunto original do compressor sem a carcaça.

Tabela 7.3: Valores percentuais de deslocamentos das cantoneiras obtidas a partir das simulações numéricas, conforme Figura 7.2.

Simulação	Altura do Teste ( $h_y$ )	Nº da Medida	Nº do Nó da Cantoneira	Nº do Nó da Massa Rígida	Deslocamento (%)
A	0,60	1	1870	1741	-6,07
		2	4083	1732	-5,68
		3	9600	1548	-2,32
		4	9764	1721	-2,99
B	0,60	1	12893	24520	0,00
		2	12575	24532	-4,27
		3	16371	24544	-0,09
		4	16271	24554	-0,11
C	0,60	1	20733	838	-6,09
		2	20661	830	-5,70
		3	14301	300	-1,72
		4	13184	295	-2,46
D	1,00	1	20733	838	-8,09
		2	20661	830	-7,68
		3	14301	300	-3,66
		4	13184	295	-4,48
E	1,00	1	12893	24520	-5,02
		2	12575	24532	-5,75
		3	16371	24544	-0,23
		4	16271	24554	-0,25
F	1,00	1	1870	1741	-7,84
		2	4083	1732	-7,52
		3	9600	1548	-4,18
		4	9764	1721	-4,74
G	0,60	1	3010	14	-5,73
		2	3178	25	-5,70
		3	9374	32	-2,09
		4	9559	40	-2,80
H	0,10	1	3010	14	-7,55
		2	3178	25	-7,93
		3	9374	32	-3,95
		4	9559	40	-4,71

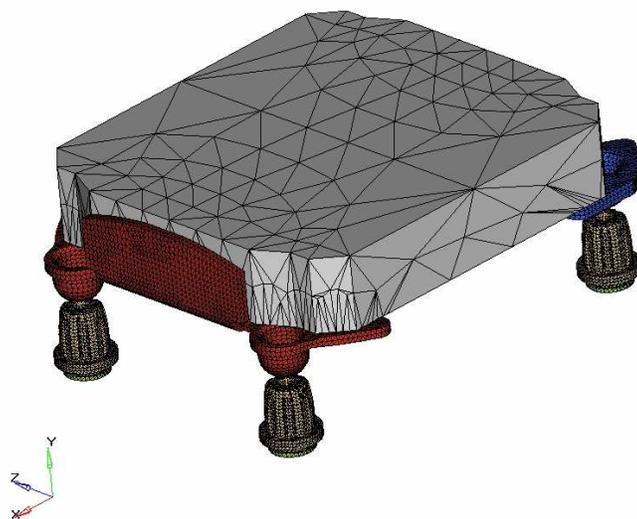
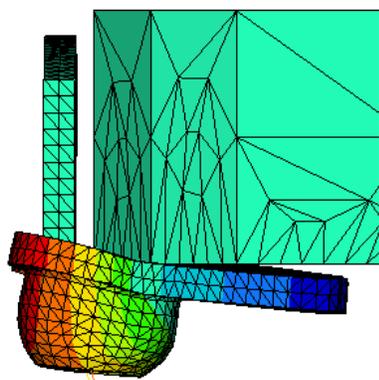
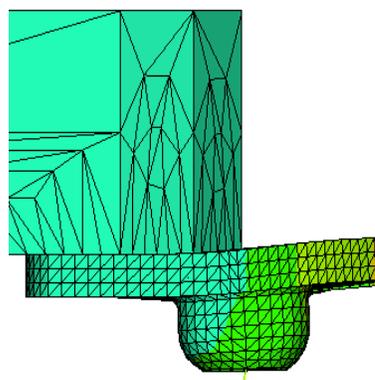


Figura 7.5: Malha do modelo simplificado do compressor contendo 22753 nós e 71192 elementos.

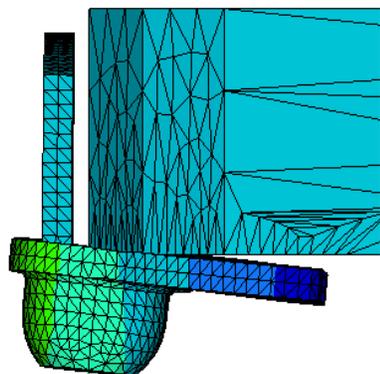


(a) Cantoneira da Figura 1.2(a).

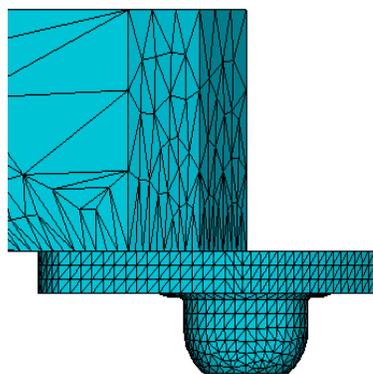


(b) Cantoneira da Figura 1.2(b).

Figura 7.6: Detalhe dos deslocamentos das cantoneiras metálicas da Figura 1.2, para a simulação A da Tabela 7.2.

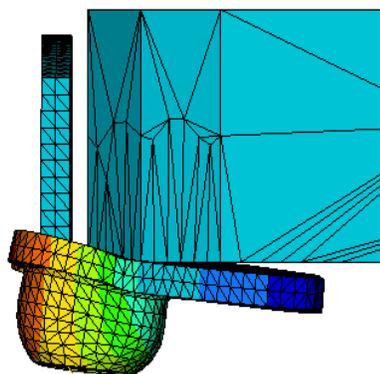


(a) Cantoneira da Figura 1.2(a).

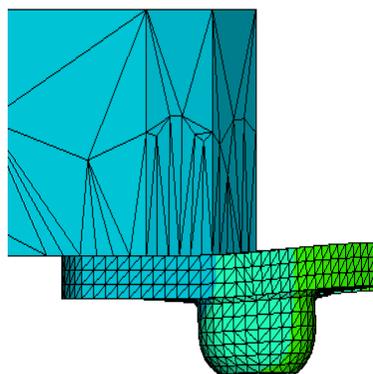


(b) Cantoneira da Figura 1.2(b).

Figura 7.7: Detalhe dos deslocamentos das cantoneiras metálicas da Figura 1.2, para a simulação *B* da Tabela 7.2.

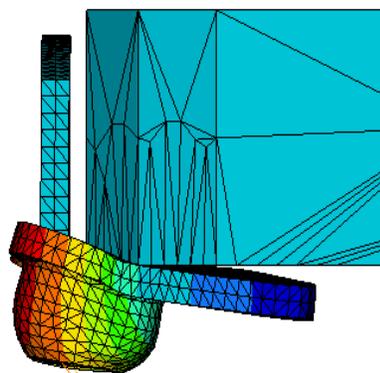


(a) Cantoneira da Figura 1.2(a).

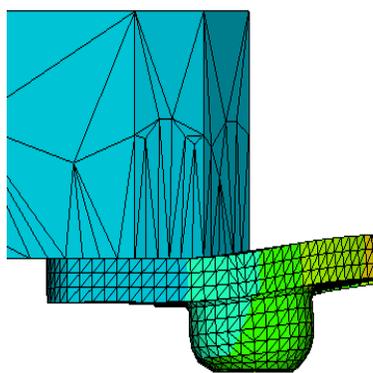


(b) Cantoneira da Figura 1.2(b).

Figura 7.8: Detalhe dos deslocamentos das cantoneiras metálicas da Figura 1.2, para a simulação *C* da Tabela 7.2.

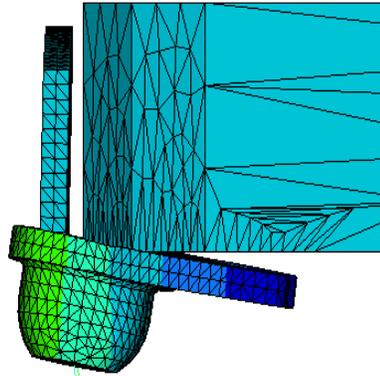


(a) Cantoneira da Figura 1.2(a).

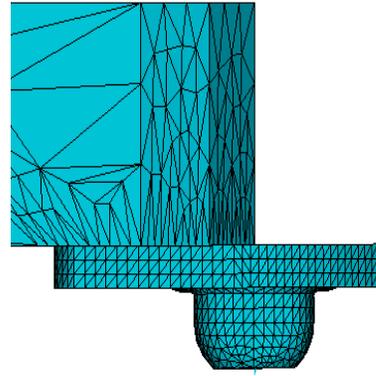


(b) Cantoneira da Figura 1.2(b).

Figura 7.9: Detalhe dos deslocamentos das cantoneiras metálicas da Figura 1.2, para a simulação *D* da Tabela 7.2.

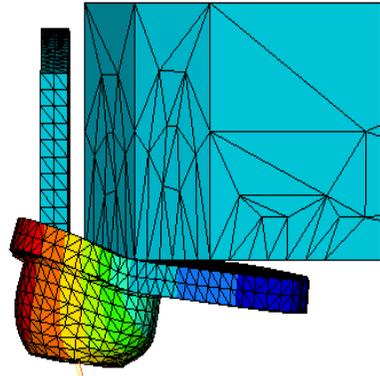


(a) Cantoneira da Figura 1.2(a).

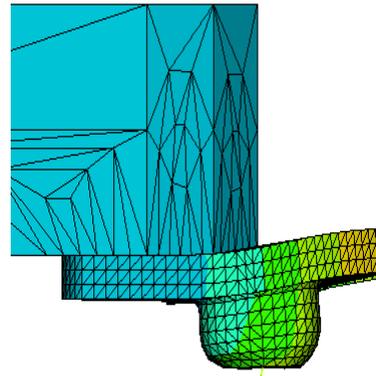


(b) Cantoneira da Figura 1.2(b).

Figura 7.10: Detalhe dos deslocamentos das cantoneiras metálicas da Figura 1.2, para a simulação  $E$  da Tabela 7.2.

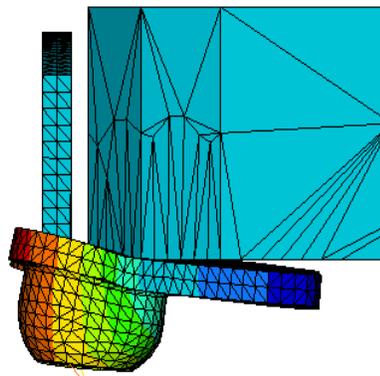


(a) Cantoneira da Figura 1.2(a).

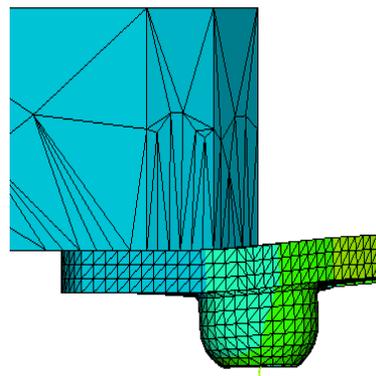


(b) Cantoneira da Figura 1.2(b).

Figura 7.11: Detalhe dos deslocamentos das cantoneiras metálicas da Figura 1.2, para a simulação  $F$  da Tabela 7.2.

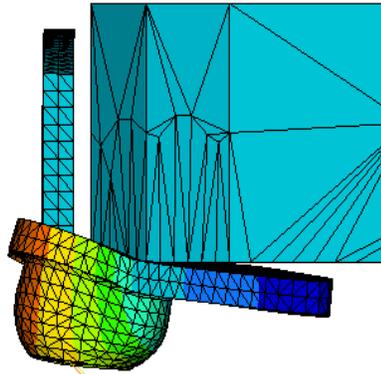


(a) Cantoneira da Figura 1.2(a).

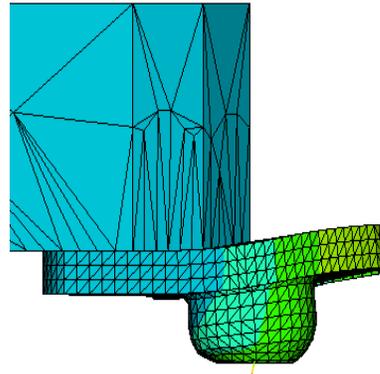


(b) Cantoneira da Figura 1.2(b).

Figura 7.12: Detalhe dos deslocamentos das cantoneiras metálicas da Figura 1.2, para a simulação  $G$  da Tabela 7.2.



(a) Cantoneira da Figura 1.2(a).



(b) Cantoneira da Figura 1.2(b).

Figura 7.13: Detalhe dos deslocamentos das cantoneiras metálicas da Figura 1.2, para a simulação  $H$  da Tabela 7.2.

### 7.3 Discussão dos Resultados

A Tabela 7.4 mostra um comparativo entre os resultados dos deslocamentos das cantoneiras metálicas dos compressores obtidos a partir das simulações numéricas e testes experimentais de queda livre. Nesta análise, foram desconsiderados as simulações *G* e *H* da Tabela 7.2, uma vez que teoricamente esse tipo de modelo numérico não se enquadra em nenhum dos modelos reais modificados pelo fabricante.

Qualitativamente, esses resultados podem ser considerados válidos uma vez que o modo com que as cantoneiras se deformaram tanto numericamente quanto experimentalmente são similares. Porém, em termos quantitativos esses valores ainda são bastante diferentes. Tais diferenças quantitativas podem ser oriundas do modelo numérico adotado para as simulações, uma vez que esses não incluem a carcaça do compressor, sendo portanto menos rígidos. Como pode ser notado na Tabela 7.4, os valores experimentais são sempre inferiores aos respectivos numéricos. O simples fato de não ter incluído a carcaça do compressor no modelo pode ter gerado essas diferenças, pois não se sabe quando a carcaça absorve de energia durante o impacto. Dessa maneira, a energia cinética do modelo numérico pode ser menor que a aplicada.

Outra observação que deve ser feita, diz respeito as molas. No compressor real, é observado que as molas aplicam forças de reação apenas no anel externo do batente plástico e das cantoneiras. Já no modelo numérico, elas são representadas apenas por um elemento unidimensional que gera uma rigidez artificial entre o centro do batente e o centro da cantoneira. Dessa maneira, não é possível afirmar com exatidão se a mola do modelo numérico tem o mesmo comportamento que a do compressor real.

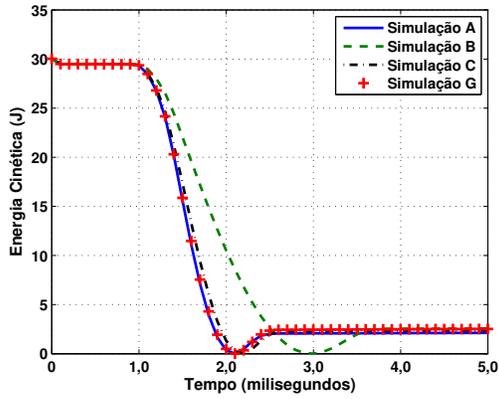
Uma observação importante que deve ser ressaltada é relativa à maior deformação das cantoneiras das Figuras 7.6(a), 7.7(a), 7.8(a), 7.9(a), 7.10(a), 7.11(a), 7.12(a) e 7.13(a) que as respectivas deformações das cantoneiras das Figuras 7.7(b), 7.7(b), 7.8(b), 7.9(b), 7.10(b), 7.11(b), 7.12(b) e 7.13(b). Como é constatado no compressor, essas cantoneiras que sofrem maior deformação (ítens (a) dessas figuras) são fixadas apenas por um parafuso, enquanto as que sofrem menor deformação (ítens (b) dessas figuras) são fixadas por dois parafusos. Sendo assim, é necessário verificar junto ao fabricante a possibilidade da inclusão de mais

um parafuso para melhorar a fixação dessas cantoneiras.

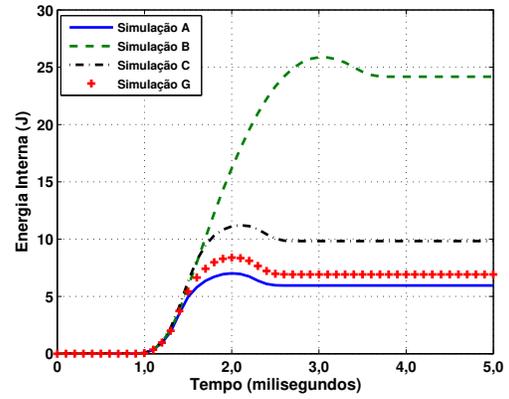
Finalmente, as Figuras 7.14 e 7.15 mostram os gráficos de energia cinética do sistema versus tempo e absorção de energia de impacto do batente plástico versus tempo para os compressores simulados à altura de queda de  $0,60 h_y$  e  $1,00 h_y$ , respectivamente. Como pode ser verificado nessas figuras, os modelos *B* e *E*, ou seja, 75% da altura original do pino, são aqueles que têm o melhor desempenho. Isso não é trivial, pois o esperado é que os modelos com o pino menor (50% do valor original) tenham o melhor desempenho.

Tabela 7.4: Comparação dos valores percentuais de deslocamentos das cantoneiras obtidos a partir das simulações numéricas e testes experimentais, conforme Figura 7.2.

Simulação	Compressor	Nº da Medida	Valor Numérico (%)	Valor Experimental (%)
A	1	1	-6,07	-1,46
		2	-5,68	-0,05
		3	-2,32	-0,74
		4	-2,99	-0,74
B	2	1	0,00	-1,60
		2	-4,27	-3,72
		3	-0,09	-4,28
		4	-0,11	-2,85
C	3	1	-6,09	-1,92
		2	-5,70	-1,82
		3	-1,72	-2,76
		4	-2,46	-2,44
D	4	1	-8,09	-2,33
		2	-7,68	-2,59
		3	-3,66	-3,03
		4	-1,95	-4,00
E	5	1	-5,02	-4,44
		2	-5,75	-1,77
		3	-0,23	-3,40
		4	-0,25	-3,13
F	6	1	-7,84	-4,21
		2	-7,52	-4,86
		3	-4,18	-2,25
		4	-4,74	-2,30

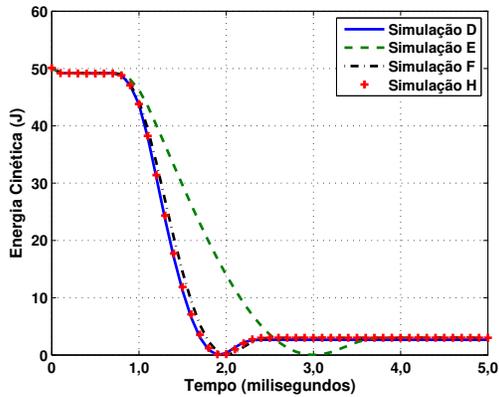


(a) Energia Cinética do Sistema.

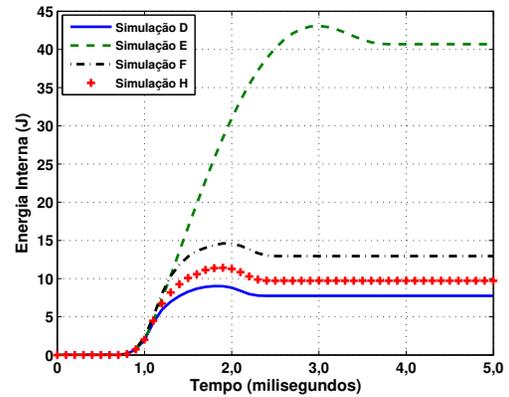


(b) Energia Interna do Batente Plástico.

Figura 7.14: Comparação da energia cinética e energia absorvida pelo batente plástico para os compressores simulados à altura inicial de  $0,60 h_y$ , conforme Tabela 7.3.



(a) Energia Cinética do Sistema.



(b) Energia Interna do Batente Plástico.

Figura 7.15: Comparação da energia cinética e energia absorvida pelo batente plástico para os compressores simulados à altura inicial de  $1,0 y$ , conforme Tabela 7.3.



# Capítulo 8

## Conclusões e Perspectivas Futuras

### 8.1 Conclusões

A otimização tem se tornado uma ferramenta cada vez mais robusta e eficaz. Desde as primeiras aplicações de Maxwell (1872) e Michell (1904) para cálculos de tensões em problemas sujeitos a restrições de deslocamentos, os métodos têm evoluído bastante graças principalmente ao avanço dos computadores. Atualmente, já são capazes de resolver problemas que envolvem grande complexidade, como por exemplo, carregamentos dinâmicos envolvendo contato.

A caracterização do material feita nos Capítulos 3 e 4 foi de extrema importância, pois apresentou como os metais comportam-se de maneira totalmente diferente sob condições dinâmicas em relação aos casos quasi-estáticos, devido aos efeitos de taxa de deformação.

Apesar disso, alguns problemas ocorreram durante essa caracterização principalmente devido ao atrito no caso dos testes dinâmicos. Ficou constatado que a qualidade da superfície deve ser controlada mais rigorosamente antes dos testes.

Além do mais, foi detectado que o experimento da Barra de Hopkinson não tem boa precisão e boa repetibilidade para testes realizados com baixa pressão inicial (pequenas taxas de deformação). Isso pode ser conferido nas Figuras 4.7 e 4.8, as quais são referentes a um teste com pressão de 1,0 Bar.

Por outro lado, testes realizados com pressão maior (maior taxa de deformação) apre-

sentaram boa repetibilidade e boa precisão. Por esse motivo, o experimento da Barra de Hopkinson deve ser aprimorado para que possa capturar com melhor qualidade resultados de testes realizados a baixas pressões.

Ainda com relação à caracterização do material, espera-se que futuramente sejam realizados testes dinâmicos para caracterização dos materiais poliméricos, uma vez que foram testados somente quasi-estaticamente. A priori não se sabe se o material testado é ou não sensível à taxa de deformação.

As leis constitutivas têm sido grande objeto de estudo nas últimas décadas. Como foi apresentado no Capítulo 5, os modelos constitutivos de Cowper-Symonds e Johnson-Cook serviram para mostrar que com a determinação de apenas algumas constantes, pode-se obter um modelo numérico que represente de maneira satisfatória o comportamento real do material.

A técnica de modelamento inverso utilizada no Capítulo 6 apresentou ótimos resultados, uma vez que com uma aproximação linear e um reduzido número de simulações, a correlação entre as curvas experimentais e as obtidas numericamente ficou dentro de uma faixa de erro pequena. Porém, como foi constatado no caso do disco plástico, é fundamental que a geometria dos corpos de prova sofram um controle dimensional mais rigoroso.

Continuando no Capítulo 6, as otimizações de forma serviram para mostrar que com pequenas modificações geométricas, é possível conseguir um ganho considerável na absorção de energia de um dado absorvedor de impacto. Desta forma, o absorvedor de impacto serve para proteger peças as quais não é desejado o regime plástico, mantendo assim sua integridade estrutural. Se houvesse maior liberdade para modificar a forma do batente plástico, certamente o ganho na energia de impacto seria mais significativo.

No que tange ao experimento de queda livre do Capítulo 7, é possível afirmar que a correlação entre os resultados obtidos experimental e numericamente foram bons do ponto de vista qualitativo. Como pode ser observado, o modo como as cantoneiras se deformam está correto, porém os valores de deslocamento ainda são conflitantes.

Conforme foi discutido, ainda não se sabe a influência da carcaça do compressor no teste experimental, ou seja, quanto ela absorve de energia cinética no sistema. Essa é uma

possível explicação para a diferença entre os resultados numéricos de deslocamentos serem sempre superiores aos experimentais. Também não é sabido qual a diferença entre as molas do compressor real e o do modelo numérico. Teoricamente, as molas do modelo numérico são menos eficientes no amortecimento do impacto na suspensão e essa seria outra explicação para os valores numéricos serem maiores que os experimentais.

Finalmente, este trabalho contribuiu para que compressores melhores possam ser oferecidos ao consumidor final, uma vez que hoje vivese numa era de alta tecnologia e pequenos detalhes de qualidade fazem toda a diferença.

## 8.2 Perspectivas Futuras

Tendo em vista a melhoria e o avanço desse trabalho, as seguintes ações futuras são sugeridas:

- Refazer os testes de caracterização dos materiais metálicos das cantoneiras da Figura 1.2 com um número bem maior de amostras e obter todo o levantamento estatístico destes testes;
- Realizar a caracterização dinâmica do material polimérico que constitui o batente plástico da Figura 1.3;
- Tentar obter os discos plásticos através de um outro processo, de modo que a sua forma geométrica seja a mais perfeita possível;
- Propor novas otimizações de forma para o batente plástico com maior liberdade de modificações geométricas, de modo a aumentar mais significativamente o ganho na absorção de energia de impacto;
- Verificar junto ao fabricante do compressor a possibilidade da inclusão de mais um parafuso na cantoneira metálica da Figura 1.2(a). Como foi constatado nas simulações numéricas, a mesma sofreu a maior deformação. Talvez a inclusão desse parafuso possa sanar ou pelo menos amenizar o problema;

- Simular numericamente o experimento de queda livre do conjunto compressor, incluindo a carcaça do mesmo e modificar os elementos de mola, se possível com a geometria real dos mesmos.

# Referências Bibliográficas

- Abdella, K. An explicit stress formulation for stainless steel applicable in tension and compression. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 3, n. 63, pp. 326–331, 2007.
- Abramowicz, W. Thin-walled structures as impact energy absorbers. *Thin-walled structures*, v. 41, n. 2-3, pp. 91–107, 2003.
- Altair Engineering Inc. *HyperStudy Training: Design of Experiments, Optimization, and Stochastic Studies*. California, august 2003. 209 p.
- Alves, M. Material constitutive law for large strains and strain rates. *Journal Of Engineering Mechanics*, v. 126, n. 2, pp. 215–218, 2000.
- Anghileri, M.; Castelleti, L. M. L.; Mazza, V. Birdstrike: approaches to the analysis of impacts with penetration. In: *Impact Loading of Lightweight Structures*. Florianópolis, Brasil: WIT Press, 2005.
- Anghileri, M.; Castelleti, L. M. L.; Tirelli, M. Fluid structure interaction of water filled tanks during the impact with the ground. *International Journal of Impact Engineering*, v. 31, n. 3, pp. 235–254, 2004.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas. *NBR 6152: Materiais metálicos – Ensaio de tração à temperatura ambiente*. Rio de Janeiro, maio 2002. 40 p.
- Avalle, M.; Belingardi, G.; Ibba, A. Mechanical models of cellular solids: parameters identification from experimental tests. In: *Impact Loading of Lightweight Structures*. Florianópolis, Brasil: WIT Press, 2005.
- Belytschko, T.; Liu, W. K.; Moran, B. *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*. 1. ed. England: John Wiley & Sons, 2000. 650 p.
- Bendsøe, M. P.; Sigmund, O. *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications*. 1. ed. Berlin: Springer-Verlag, 2003. 370 p.
- Børøvik, T. et al. Experimental and numerical study on the perforation of AA6005-T6 panels. *Journal Of Impact Engineering*, v. 32, n. 1, pp. 35–64, 2005.
- Craig, K. J. et al. Multidisciplinary Design Optimization of Automotive Crashworthiness and NVH Using LS-OPT. In: *7th International LS-DYNA Users Conference*. Detroit, USA: Livermore Software Technology Corporation and Engineering Technology Associates, Inc., 2002.

- Croix, P. et al. Crashworthiness of automotive light materials: magnesium, aluminium and high strength steel. In: *Impact Loading of Lightweight Structures*. Florianópolis, Brasil: WIT Press, 2005.
- El-Sobky, H.; Singace, A. A.; Petisos, M. Mode of collapse and energy absorption characteristics of constrained frusta under axial impact loading. *International Journal of Mechanical Sciences*, v. 43, n. 3, pp. 743–757, 2001.
- Gallina, F.; Birch, R. S.; Alves, M. Design of a Split Hopkinson Pressure Bar. 2004.
- Goldsmith, W. *Impact: The theory and physical behaviour of colliding solids*. 1. ed. London: Edward Arnold, 1960. 379 p.
- Greco, M. *Análise de Contato/Impacto em Estruturas de Comportamento Não Linear pelo Método dos Elementos Finitos*. 153 p. Tese (Doutorado) — Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.
- Gu, Y. X. et al. Buckling design optimization of complex built-up structures with shape and size variables. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 3, n. 19, pp. 183–191, 2000.
- Haftka, R. T.; Gürdal, Z. *Elements of Structural Optimization*. 3. ed. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1999. 481 p.
- Hailiang, W.; Zhongqin, L.; Xianlong, J. Study on Optimal Design of Automotive Body Structure Crashworthiness. In: *7th International LS-DYNA Users Conference*. Detroit, USA: Livermore Software Technology Corporation and Engineering Technology Associates, Inc., 2002.
- Hallquist, J. O. *LS-DYNA: Keyword User's Manual Version 970*. Livermore, California 94551, april 2003. 1564 p.
- Johnson, G. R.; Cook, W. H. A Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strains, High Strain Rates, and High Temperatures. In: *7th International Symposium on Ballistics*. Netherlands: The Hague, 1983.
- Johnson, W. *Impact Strength of Materials*. 1. ed. London: Edward Arnold, 1972. 361 p.
- Jones, N. *Structural Impact*. 1. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1989. 575 p.
- Jones, N. Material properties for structural impact problems. In: *Advances in material and their applications*. New York, USA: P. R. Rhao, 1993.
- Jung, D. D. B.; Bhattacharyya, D.; Eastal, A. J. Vicoelastic properties of poly(butylene terephthalate)/poly(ethylene naphthalate) blends. *Journal of Material Science*, v. 40, n. 18, pp. 4775–4783, 2005.
- Juntikka, R.; Hallström, S. Weight-balanced drop test method for characterization of dynamic properties of cellular materials. *International Journal of Impact Engineering*, v. 30, n. 5, pp. 541–2554, 2004.

- Kajberg, J.; Lindkvist, G. Characterisation of materials subjected to large strains by inverse modelling based on in-plane displacement fields. *International Journal Of Solids and Structures*, v. 41, n. 13, pp. 3439–3459, 2004.
- Kajberg, J.; Wikman, B. Viscoplastic parameter estimation by high strain-rate experiments and inverse modelling – Speckle measurements and high-speed photography. *International Journal Of Solids and Structures*, v. 44, n. 1, pp. 145–164, 2007.
- Karagiozova, D.; Alves, M. Transition from progressive buckling to global bending of circular shells under axial impact - Part I: Experimental and numerical observations. *International Journal of Solids and Structures*, v. 41, n. 5-6, pp. 1565–1580, 2004.
- Karagiozova, D.; Alves, M. Transition from progressive buckling to global bending of circular shells under axial impact - Part II : Theoretical analysis. *International Journal of Solids and Structures*, v. 41, n. 5-6, pp. 1581–1604, 2004.
- Karagiozova, D.; Jones, N. Dynamic Effects on buckling and energy absorption of cylindrical shells under axial impact. *Thin-walled structures*, v. 38, n. 2, pp. 583–610, 2001.
- Kokkula, S. et al. Behaviour of an automotive bumper beam-longitudinal system at 40% offset impact: an experimental and numerical study. In: *Impact Loading of Lightweight Structures*. Florianópolis, Brasil: WIT Press, 2005.
- Lambert, D. E.; Ross, C. A. Strain rate effects on dynamic fracture and strength. *International Journal of Impact Engineering*, v. 24, n. 10, pp. 985–998, 2000.
- Low, K. W. et al. Initial global-local analysis for drop-impact effect study of TV products. *Advances in Engineering Software*, v. 1, n. 35, pp. 179–190, 2004.
- Lyons, J. S. Linear viscoelastic analysis of the room-temperature creep behavior of glass-reinforced aromatic and aliphatic thermoplastics. *Polymer Testing*, v. 22, n. 5, pp. 545–551, 2005.
- Mahnken, R.; Kuhl, E. Parameter identification of gradient enhanced damage models with the finite element method. *Eur. J. Mech. A/Solids*, v. 18, n. 5, pp. 819–835, 1999.
- Mahnken, R.; Stein, E. An unified approach for parameter identification of inelastic material models in the frame of the finite element model. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, v. 136, n. 3-4, pp. 225–258, 1996.
- Mahnken, R.; Stein, E. Parameter identification for viscoplastic models based on analytical derivatives of a least-squares function and stability investigations. *International Journal of Plasticity*, v. 4, n. 12, pp. 451–479, 1996.
- Mahnken, R.; Stein, E. Parameter identification for finite deformation elasto-plasticity in principal directions. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, v. 1-2, n. 13, pp. 17–39, 1997.

- Malavolta, A. T. *Metodologia para Análise de Impacto em Sistemas Elásticos Usando-se o Método dos Elementos Finitos e a Integração Explícita no Tempo*. 108 p. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.
- Mase, T. et al. USGA<sup>1</sup> Rule 4-1 Optimization of a Golf Driver Head Using LS-Dyna and Altair HyperStdy. In: *7th International LS-DYNA Users Conference*. Detroit, USA: Livermore Software Technology Corporation and Engineering Technology Associates, Inc., 2002.
- Meng, H.; Li, Q. M. Correlation between the accuracy of a SHPB test and the stress uniformity based on numerical experiments. *International Journal of Solids and Structures*, v. 28, n. 6, pp. 537–555, 2003.
- Meyers, M. *Dynamic Behavior of Materials*. 1. ed. New York: John Wiley & Sons, 1994. 668 p.
- Monacelli, G.; Soprano, A.; Caputo, F. Stochastic design improvement of a vehicle substructure in impact conditions. In: *Impact Loading of Lightweight Structures*. Florianópolis, Brasil: WIT Press, 2005.
- Nilsson, L.; Forsberg, J. Topology Optimization in Crashworthiness Design. In: *5th European LS-DYNA Users Conference*. Birmingham, England: Livermore Software Technology Corporation and Engineering Technology Associates, Inc., 2005.
- Pedersen, C. B. W. Topology optimization design of crushed 2D-frames for desired energy absorption history. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 25, n. 5-6, pp. 368–382, 2003.
- Pedersen, C. B. W. Crashworthiness design of transient frame structures using topology optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 193, n. 6-8, pp. 653–678, 2004.
- Prasad, G. L. E.; Gupta, N. K. An experimental study of deformation modes of domes and large-angled frusta at different rates of compression. *International Journal of Impact Engineering*, v. 32, n. 1-4, pp. 400–415, 2005.
- Rasmussen, K. J. R. Full-range stress–strain curves for stainless steel alloys. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 1, n. 59, pp. 47–61, 2003.
- Sastranegara, A.; Adachi, T.; Yamaji, A. Improvement of energy absorption of impacted column due to transverse impact. *International Journal of Impact Engineering*, v. 31, n. 4, pp. 483–496, 2004.
- Seo, S.; Min, O.; Yang, H. Constitutive equation for Ti–6Al–4V at high temperatures measured using the SHPB technique. *Journal of Impact Engineering*, v. 31, n. 6, pp. 735–754, 2005.

- Shen, W. K.; Rieve, N. O.; Baharun, B. A study in the failure of circular plates struck by masses – Part I: experimental results. *International Journal of Mechanical Engineering*, v. 27, n. 4, pp. 399–412, 2002.
- Shim, V. P. W.; Lim, C. T.; Foo, K. J. Dynamic mechanical properties of fabric armour. *International Journal of Impact Engineering*, v. 25, n. 1, pp. 1–15, 2001.
- Sigmund, O. A 99 line topology optimization code written in Matlab. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 21, n. 2, pp. 120–127, 2001.
- Silva, C. A. C.; Bittencourt, M. L. An object-oriented structural optimization program. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 1, n. 20, pp. 154–166, 2000.
- Smerd, R. et al. High strain rate tensile testing of automotive aluminum alloy sheet. *International Journal of Impact Engineering*, v. 32, n. 1, pp. 541–560, 2005.
- Sánchez, C. A. A. *Estudo de Impacto Usando Elementos Finitos e Análise Não Linear*. 126 p. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.
- Stander, N. et al. *LS-OPT User's Manual: A Design Optimization and Probabilistic Analysis Tool for the Engineering Analyst*. Livermore, California 94551, march 2004. 407 p.
- Stander, N.; Roux, W. *Introductory LS-OPT Training Class: Optimization and Robust Design*. Livermore, California 94551, may 2005. 80 p.
- Stander, N. et al. Crashworthiness Optimization In LS-OPT: Case Studies in Metamodeling and Random Search Techniques. In: *4th European LS-DYNA Users Conference*. Ulm, Germany: Livermore Software Technology Corporation and Engineering Technology Associates, Inc., 2003.
- Tarigopula, V. et al. An experimental and numerical study of energy absorption in thin-walled high-strength steel sections. In: *Impact Loading of Lightweight Structures*. Florianópolis, Brasil: WIT Press, 2005.
- Teixeira, G. *Análise de Impacto em Vigas Usando-se Método de Integração Explícita no Tempo*. 142 p. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.
- Teramoto, S. S.; Alves, M. Buckling transition of axially impacted open shells. *International Journal of Impact Engineering*, v. 30, n. 8-9, pp. 1241–1260, 2004.
- Trautmann, A. et al. Lubrication of polycarbonate at cryogenic temperatures in the split Hopkinson pressure bar. *International Journal of Impact Engineering*, v. 31, n. 5, pp. 523–544, 2003.

Walter, M.; Chladek, H.; Huss, A. Optimization of a Cockpit Structure according to ECE-R21 Regulation. In: *4th European LS-DYNA Users Conference*. Ulm, Germany: Livermore Software Technology Corporation and Engineering Technology Associates, Inc., 2003.

Zukas, J. A. et al. *Impact Dynamics*. 1. ed. New York: John Wiley & Sons, 1982. 452 p.

Zupan, M.; Chen, C.; Fleck, N. A. The plastic collapse and energy absorption capacity panels. *International Journal of Mechanical Sciences*, v. 45, n. 5, pp. 851–871, 2003.