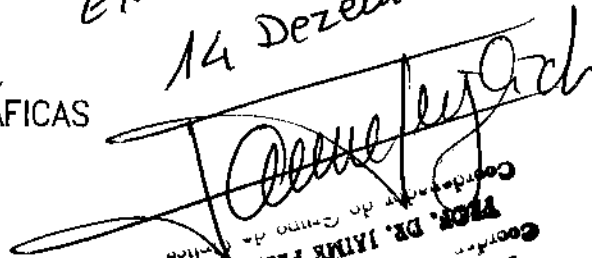


Este exemplar
corresponde à versão final
da tese de mestrado do Sr
Bernardo de Assunção Mello,
defendida e aprovada
pela Comissão
Examinadora

14 Dezembro 1993

CARACTERIZAÇÃO DE
REDES DE DIFRAÇÃO HOLOGRÁFICAS


Coordenador do Grupo de Óptica
PROF. DR. JAIME FREJLICH
Coordenador
PROF. DR. JAIME FREJLICH
Coordenador do Grupo de Óptica

BERNARDO DE ASSUNÇÃO MELLO ✓

Dissertação de Mestrado

Orientador: Prof. Dr. Jaime Frejlich

BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA
UNICAMP

Laboratório de Óptica
Instituto de Física "Gleb Wataghin"
UNICAMP

Campinas, 8 de outubro de 1992

"Só pensando...
Como tudo nesta vida é feito a olho"

Os Mulheres Negras

Agradecimentos

Ao grande amigo Ivan, impossível expressar tudo que seria preciso dizer-lhe. Deus permita-me contar com você por toda a vida.

À minha mãe e aos meus irmãos, obrigado por me aceitarem e me apoiarem. A vocês todo meu amor e carinho.

À minha namorada Luciana, que suportou comigo a distância, sua lembrança me trás paz e inquietação.

Ao Prof. Jaime, pela sua orientação segura e confiante.

Aos Colegas e Professores da Universidade de Brasília, com quem comecei a aprender.

A todo o pessoal do laboratório: Paulo, Walter, Tomazeli, David, Agnaldo, Petrócio, Lunazzi, Eduardo, Marcelo, Raimundo, Aparecida, Cristina, Sueli e Alcides. A presença de vocês foi motivo de constante alegria no ambiente de trabalho.

À Prof. Lucila, sempre disposta a explicar e discutir.

Aos técnicos João Petrócio, Aparecida do Carmo e Alcides, pelo auxílio na realização de inúmeras tarefas.

À Maria Inês, secretária de pós-graduação e ao Sr. Hiran de Carvalho, responsável pelas fotos no microscópio eletrônico, exemplos de dedicação ao trabalho e de interesse. Quem dera nosso país estivesse cheio de pessoas como vocês.

Ao CNPq, pelo auxílio financeiro, apesar de tudo.

A vocês, meu pai e minha mãe,
com quem aprendí o que sou,
dedico este trabalho.

Resumo

A eficiência de difração é o núcleo deste trabalho. O problema central desta tese foi o desenvolvimento de um sistema automatizado para levantar a curva de eficiência das redes produzidas no laboratório. Para interpretá-la o capítulo III apresenta uma revisão bibliográfica, estudando a difração principalmente do ponto de vista rigoroso do eletromagnetismo, mas nem por isto deixando de discutir várias consequências da teoria ondulatória. Ainda com a difração em vista, estudamos o processo de revelação e desenvolvemos uma teoria para descrever a isotropia no ataque da fotoresina pelo revelador, descrita nas seções 2.2 e 2.3.

Índice

I - Introdução	
1.1 - Redes de Difração	1
1.2 - Projeto "Redes Holográficas"	4
1.3 - Descrição da Monografia	5
II - Produção de redes de difração holográficas	
2.1 - Produção de redes de difração holográficas	7
2.2 - Estudo do processo de revelação	10
2.3 - O programa IsoAtaque	14
III - Teoria da difração	
3.1 - O princípio de Huygens	17
3.2 - Resolução de redes de difração	21
3.3 - Defeitos em redes de difração	23
3.4 - Difração em redes por reflexão	24
3.5 - A Expansão de Rayleigh	29
3.6 - A conservação da energia e o teorema da reciprocidade	32
3.7 - Resolução do problema pelo método de Rayleigh	34
3.8 - Teoria das distribuições aplicadas às redes	36
3.9 - Solução integral para a polarização T.E.	37
3.10 - Regra de equivalência	41
3.11 - Eficiência de Redes de Fourier assimétricas	44
3.12 - Difração cônica	47
IV - O Espectrômetro	
4.1 - A montagem óptica	50
4.2 - A montagem eletrônica	53
4.3 - O programa controlador	55
4.4 - Procedimentos de medida	59

V - Resultados Experimentais	
5.1 - Curvas de Eficiência	60
5.2 - Fotografias no microscópio eletrônico	62
VI - Conclusões	65
VII - Apendice I - O programa IsoAtaque	67
VIII - Bibliografia	72

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 - Redes de Difração

As primeiras redes de difração, construídas ainda no século passado, consistiam em fios de arame que barravam parte da luz e permitiam que ela passasse entre eles. A luz ao passar por cada fenda da rede sofre difração, e este arranjo produz interferência construtiva ou destrutiva conforme o comprimento de onda, o período da rede e os ângulo de incidência e de observação. A dependência do ângulo em que ocorre interferência construtiva com o comprimento de onda da luz, é a característica mais importante das redes, pois faz com que a luz policromática ao incidir sobre elas seja separada nos seus vários componentes, como pode ser visto no espectrógrafo mostrado na **figura 1.1**.

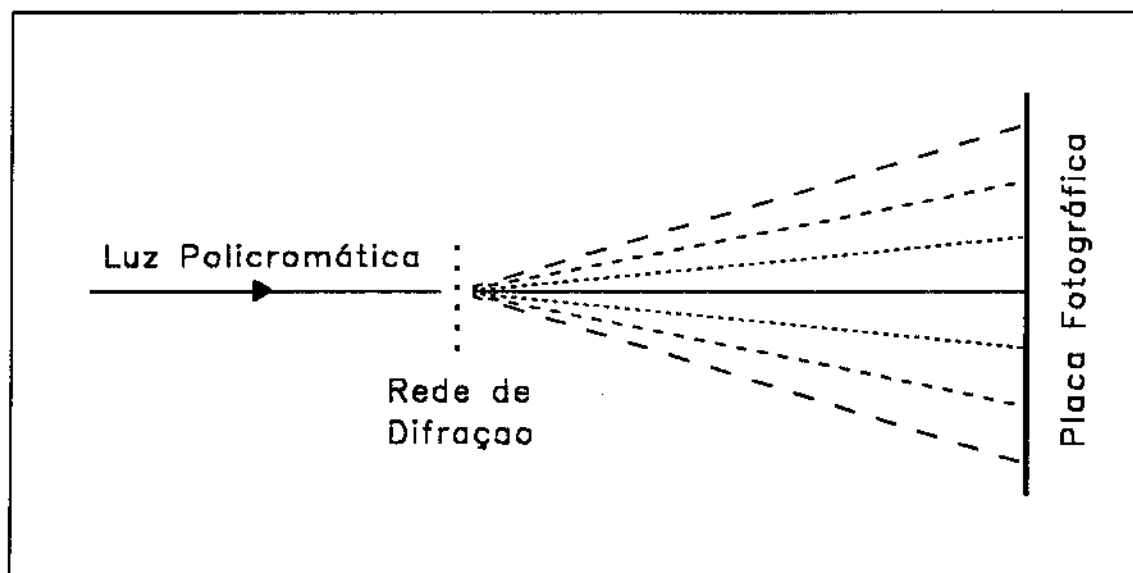


Figura 1.1 : Esquema de espectrógrafo, a rede separa a luz policromática nos seus vários componentes e cada um deles sensibiliza um ponto da placa fotográfica, sendo tanto mais desviados quanto maior seu comprimento de onda.

Qualquer rede de difração consiste em uma série de linhas paralelas dispostas em uma superfície e separadas uma das outras por uma distância comparável ao comprimento de onda da luz para o qual ela foi projetada. Usualmente, a direção da luz incidente pertence ao plano perpendicular à superfície e às linhas da rede, e neste caso a luz é difratada ao longo deste plano, com um ângulo que pode ser calculado pela fórmula da rede:

$$\text{sen } \theta_n = \text{sen } \theta_1 + n \frac{\lambda}{d} . \quad (1.1)$$

Os ângulos são medidos com relação à normal da rede, θ_1 é o ângulo de incidência, definido positivo quando se encontra à esquerda da normal e θ_n é o ângulo de difração da ordem n , definido positivo quando se encontra à direita, conforme a figura 1.2. λ é o comprimento de onda e d o período da rede (afastamento entre as linhas).

Redes como as descritas no primeiro parágrafo são chamadas de redes de amplitude, porque os fios alteram a intensidade da luz, que depende da amplitude da onda eletromagnética. Outro modo de se obter difração, é fazer uma modulação na fase da onda, usando linhas que de alguma forma alteram o caminho óptico da luz, causando um atraso na onda (fase). Isto pode ser feito variando

o índice de refração nas linhas da rede. Outro modo é fazer sulcos em uma superfície refletora, para que a luz tenha que percorrer distâncias diferentes para ser refletida. Redes deste tipo são chamadas redes de fase, e em comparação com as redes de amplitude, possuem a vantagem de que nenhuma luz é desperdiçada, como acontece quando ela é barrada pelas regiões opacas das redes de amplitude. O processo tradicional de produção de redes deste tipo consiste em riscar com um diamante a superfície de um substrato, processo extremamente delicado devido às escalas envolvidas na produção de redes. Este tipo de rede é conhecido como rede riscada, e seu principal inconveniente é a dificuldade em produzi-la, exigindo construções e equipamentos especiais e de alto custo. Uma alternativa são as redes holográficas, descritas abaixo.

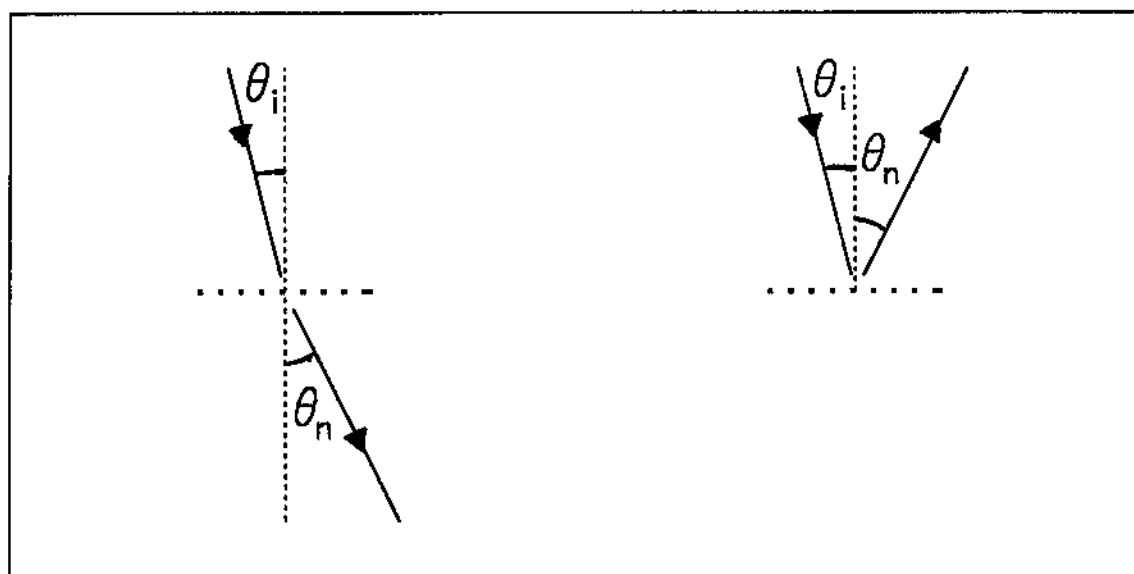


Figura 1.2 : À direita vemos a difração em uma rede por transmissão e à esquerda em uma rede por reflexão. Aparece o raio de luz incidente e uma das ordens difratadas, mostrando em que direção os ângulos são considerados positivos.

Além da distinção acima, podemos separar as redes em dois outros grupos: nas redes por transmissão, a luz incidente atravessa a superfície, e a difração se dá do lado oposto ao de incidência, enquanto nas redes por reflexão a difração ocorre no mesmo lado em que a luz incide. Em quase todas as redes por transmissão parte da luz é refletida, e ela se comporta como se fosse uma rede por reflexão também. Isto significa que parte da luz é desperdiçada, não sendo aproveitada na difração por transmissão.

1.2 - Projeto "Redes Holográficas"

Redes holográficas são feitas a partir de uma camada de fotorresina aplicada sobre um substrato polido. Ao receber luz a fotorresina torna-se solúvel no revelador apropriado, com o qual pode ser retirada a uma taxa que depende da intensidade da luz a que foi exposta. Com a interferência de dois feixes laser coerentes, obtemos um padrão de claros e escuros com modulação senoidal, e ao revelar a fotorresina exposta a este padrão resulta um relevo aproximadamente senoidal. Sendo a fotorresina transparente, a rede assim obtida apresenta difração tanto por transmissão como por reflexão, e o usual é recobri-la com uma camada de metal, obtendo uma rede por reflexão.

As redes de difração são elementos importantes em muitos ramos da tecnologia, sua aplicação indo de lasers e comunicações ópticas a análises químicas. O Laboratório de Óptica da UNICAMP desenvolve o projeto "Redes Holográficas", que visa a capacitação na produção de redes de difração holográficas. Alguns problemas na produção das redes são a aplicação da fotorresina, a obtenção de um feixe laser expandido de boa qualidade, a estabilização deste feixe, a eliminação das reflexões nas superfícies do substrato e o controle da revelação. Os parâmetros de produção da rede precisam ser ajustados de modo que o formato obtido adequê-se à finalidade a que a rede se destina, e depois é preciso verificar se ela realmente satisfaz os requisitos necessários, por exemplo, baixo nível de espalhamento difuso, homogeneidade do perfil, e boa eficiência de difração.

A energia da luz que incide na rede é dividida nas várias ordens difratadas, e parte dela pode ser absorvida pelo material com o qual a rede é feita. Para que a energia seja utilizada eficientemente, é importante saber a eficiência da ordem de difração em que a rede será usada, definida como a razão entre a energia da luz difratada nesta ordem e a energia da luz incidente. Quanto menor a eficiência da rede, mais luz é perdida, exigindo o uso de fontes de luz mais potentes e/ou sistemas de detecção mais sensíveis.

A eficiência de cada ordem de difração depende da luz através do comprimento de onda, da polarização e do ângulo de incidência, e depende da rede através do formato dos seus sulcos e do material de recobrimento. A maior parte das aplicações de redes de difração holográficas usa a "montagem de Littrow", que consiste em incidir a luz no ângulo em que a difração da ordem -1 se dá exatamente na direção da luz incidente. Este é o ângulo de Littrow, que pode ser calculado fazendo $\theta_L \equiv \theta_i = -\theta_{-1}$ e substituindo na fórmula da rede (1.1),

obtendo a seguinte expressão:

$$\text{sen } \theta_L = \frac{\lambda}{2d} . \quad (1.2)$$

Em parte devido às aplicações práticas, existem muitos estudos teóricos sobre a eficiência na montagem de Littrow, que permitem estimar a curva de eficiência para cada formato da rede.

A partir da discussão acima, pode-se intuir a importância de possuímos o gráfico da eficiência na montagem de Littrow quando desejamos avaliar o desempenho de uma rede. Realmente, ao pedir informações sobre redes de difração a qualquer fabricante, esta curva é sempre fornecida. O núcleo deste programa de mestrado foi o estudo da eficiência de difração e o desenvolvimento de um sistema para a medida da eficiência das redes produzidas no laboratório. O sistema é controlado por um computador, o que permite que o processo seja rápido e preciso, além de não exigir a atenção contínua do operador. Ele é indispensável para que possamos chegar a produção de redes a nível comercial.

1.3 - Descrição da Monografia

Além da introdução e da conclusão, podemos dividir o trabalho em outros 4 capítulos:

Produção de redes de difração holográficas: É descrito rapidamente o processo usado no laboratório para a produção das redes, da deposição da fotorresina sobre o substrato à aplicação do filme metálico na rede já revelada. Apesar de não se enquadrar na linha principal do trabalho, foi estudado o processo com que o revelador retira material do filme de fotorresina, levando ao desenvolvimento de um programa em Pascal que calcula os efeitos da isotropia do ataque no formato da rede, que obteve resultados interessantes. Este programa e a teoria utilizada também são expostos.

Teoria da Difração: Devido às dificuldades de cálculo, somente há poucas décadas começou a desenvolver-se uma teoria completa para explicar a difração da luz nas redes conhecido por "teoria vetorial". Por permitir uma melhor visão física, a chamada "teoria escalar" (que não considera todas as consequências da natureza vetorial da luz) é exposta primeiro, e a partir dela explicamos alguns conceitos importantes, como luz espalhada, fantasmas, poder de resolução etc. A seguir expomos os fundamentos da teoria vetorial e obtemos alguns resultados que dispensam cálculo numérico.

É discutida uma regra importantíssima para quem quer que trabalhe com redes de difração holográficas, ela traça uma equivalência entre as redes dente-de-serra, lamelar e senoidal, permitindo-nos saber o que esperar do espectro de eficiência. Usando cálculos numéricos exatos, vemos como alguns formatos de rede afetam a eficiência de difração. Finalizando fazemos uma discussão sobre difração cônica.

O Espectrômetro: é descrita a montagem óptica e eletrônica que faz o levantamento dos espectros de eficiência, e o funcionamento das partes mais importantes do programa de controle. Este capítulo funciona como um "Manual de operação", que contém os procedimentos para a operação do sistema.

Resultados experimentais: O bom funcionamento do espectrômetro fica comprovado pela sua capacidade de obter curvas repetitivas e que podem ser interpretadas à luz da teoria. A partir de dois casos exemplo, mostramos como inferir o perfil que a rede deve apresentar.

CAPÍTULO II

PRODUÇÃO DE REDES DE DIFRAÇÃO HOLOGRÁFICAS

2.1 - Produção de redes de difração holográficas

Redes de difração holográficas são gravadas em uma fina camada de fotorresina depositada sobre um substrato, geralmente de vidro, que deve ser suficientemente polido para não introduzir ruídos na difração. Para a aplicação da fotorresina, pinga-se algumas gotas sobre o substrato e usa-se um aparelho chamado "spin-coater" para fazê-lo girar a alguns milhares de r.p.m.'s. A velocidade de rotação determina a espessura do filme, e é necessário que o substrato esteja bem limpo para que a aderência seja boa. Após a deposição é feito o "pre-bake", ou seja, filme é levado à estufa para que todo o solvente da fotorresina evapore.

A exposição do filme é feita no interferômetro mostrado na figura 2.1, montado em uma mesa de granito que repousa sobre um colchão de ar, para minimizar as vibrações que possam ser transmitidas pelo solo. Um laser de argônio é usado para gerar luz de comprimento de onda de $0.4579 \mu\text{m}$, que não é a linha mais potente deste laser, mas foi escolhida porque a fotorresina é pouco sensível em comprimentos de onda maiores. É necessário que seja usado um feixe laser, pois fontes incoerentes não são capazes de gerar padrões de interferência com as dimensões necessárias para a produção das redes.

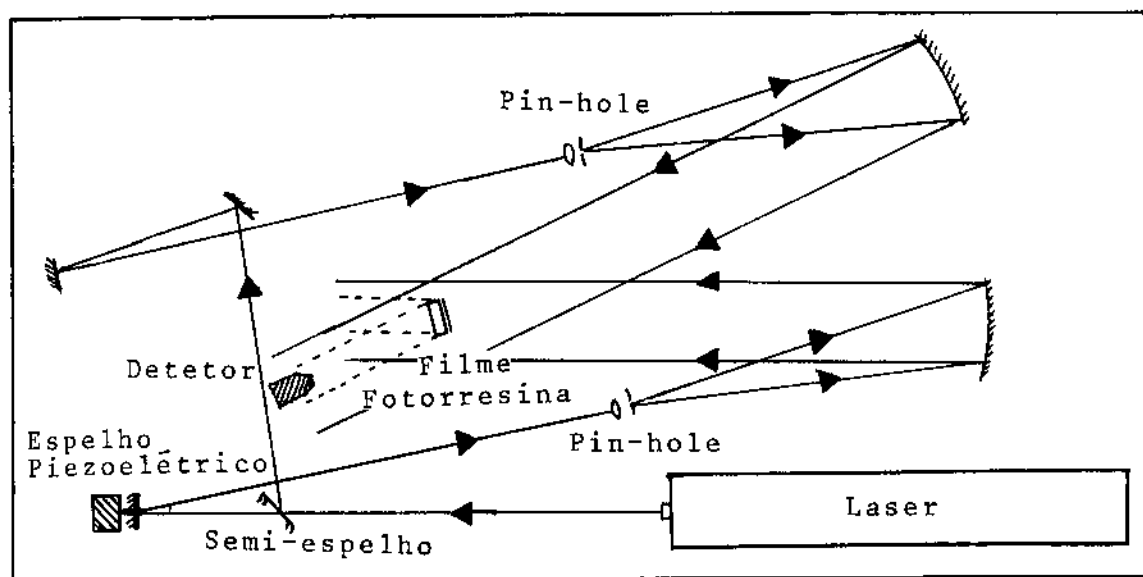


Figura 2.1 : Interferômetro para a gravação de redes de difração holográficas.

Um semi-espelho divide o feixe laser em dois, um dos quais é refletido em um espelho acoplado a um sistema piezoelétrico, capaz de transladar este espelho ao longo da direção normal à sua superfície. A função deste espelho é compensar variações na fase qualquer dos feixes, que pode ser causada por mudança na temperatura, ruídos etc, conforme descrito abaixo. O outro feixe passa por outros dois espelhos fixos, para que a diferença entre o número de reflexões nos dois feixes seja par, e cada ponto da frente de onda interfira consigo próprio. Depois ambos são expandidos por um sistema objetiva-"pin-hole" que simultaneamente faz a "limpeza" dos feixes, sendo colimados por dois espelhos côncavos, que direcionam os feixes ao ponto em que a rede será exposta.

Ao se encontrarem, os dois feixes interferem e geram um padrão de planos verticais claros e escuros, sendo que dois planos claros adjacentes distam por

$$d = \frac{\lambda}{2 \operatorname{sen}\theta} \quad , \quad (2.1)$$

onde λ é o comprimento de onda da luz e o ângulo entre os feixes vale 2θ , podendo ser ajustado para permitir a confecção de redes de períodos diferentes. O substrato que contém o filme a ser exposto é colocado verticalmente, em ângulo reto com os planos claros e escuros, outros ângulos podem ser usados, resultando em redes com sulcos inclinados. A energia luminosa viaja horizontalmente ao longo dos planos do padrão de interferência, e o fluxo de energia é uniforme em cada plano, possuindo uma modulação senoidal na direção normal aos planos. Grava-se na fotorresina um padrão senoidal, que em primeira aproximação pode ser tomado como uniforme na direção normal ao filme, apesar disto não ser estritamente verdadeiro devido à absorção da luz pela fotorresina e às reflexões que ocorrem nas interfaces fotorresina-substrato e substrato-ar.

Nos pontos em que a fotorresina foi exposta à luz, ela torna-se solúvel em NaOH, ou em outros solventes comerciais, que podem ser usados para melhorar a qualidade das redes. Quanto maior a quantidade de luz a que a fotorresina foi exposta, maior a taxa de dissolução, portanto maiores tempos de exposição levam a redes mais profundas, assim como maiores tempos de revelação. Depois de revelada, a rede é recoberta por uma camada de metal, que deve ter alta refletividade para que não haja absorção de energia. Quando a rede deve trabalhar na região do visível, o melhor é recobri-la com alumínio, enquanto na região do infra-vermelho o uso do ouro é mais apropriado.

Durante a exposição é necessário que o padrão de interferência não se mova, pois caso ele se desloque lateralmente, a rede gravada em cada instante será em seguida sobreposta por outra, reduzindo o contraste do padrão final gravado. Deslocamentos laterais do padrão de interferência são causados pela variação da fase entre os feixes, que ocorre facilmente quando é necessário uma precisão menor que o comprimento de onda (da ordem de μm) em um caminho óptico de cerca de 4 metros. Para que o padrão seja mantido fixo durante os vários minutos em que a rede é exposta, existe um sistema eletrônico¹ que controla a posição do espelho citado acima, mantendo constante a fase entre os dois feixes. Isto é possível graças a variação do índice de refração da fotorresina conforme ela vai sendo exposta, criando uma rede de fase por transmissão. A difração que esta rede causa em cada feixe ocorre na direção da luz transmitida do outro, fazendo com que eles interfiram de maneira construtiva ou destrutiva conforme a diferença de fase. Através de um detetor colocado na região de interferência dos feixes, o sistema de estabilização é capaz

de determinar esta fase e aplicar nos piezoelétricos a voltagem adequada, posicionando o espelho para que a diferença de caminho óptico não se altere, mantendo constante a fase entre os feixes. Desta forma o sistema mantém fixo o padrão de gravação aproveitando-se da própria rede que está sendo gravada, em tempo real.

Entre os possíveis causadores de defeitos em uma rede, está a distribuição desuniforme da energia ao longo da frente de onda do feixe expandido, causando variação na profundidade dos sulcos ao longo da superfície da rede. Reflexões na face posterior do substrato podem interferir com o padrão que está gravando a rede, gerando franjas de modulação da profundidade. Qualquer grão de poeira na superfície dos espelhos pode dar origem a frentes de onda esféricas, que ao interferirem com o padrão de gravação formam círculos concêntricos sobre a rede.

2.2 - Estudo do processo de revelação

Como já foi mencionado, a velocidade com que a fotorresina é dissolvida depende da energia à que foi exposta, dependência que expressamos através da função $v = v(E)$ e que a princípio iremos supor linear. Ou seja, quando o filme é imerso no revelador a superfície vai sendo cavada a uma taxa proporcional à irradiância do padrão de interferência naquele ponto do filme, dando origem a um relevo senoidal. Para escrever este relevo introduzimos um sistema de coordenadas cartesianas, com o eixo z paralelo às linhas da rede, o eixo x dentro do plano da rede e o y eixo normal à rede.

O modelo acima é um dos mais simples possíveis para o processo de revelação, que chamaremos de ataque anisotrópico, pois supõe que a fotorresina é retirada apenas ao longo da direção y , conforme descrito pela seguinte equação:

$$\frac{\partial f(x, t)}{\partial t} = - v\{E[x, f(x, t)]\} \quad , \quad (2.2)$$

onde $E(x, y)$ é a energia a que foi exposto cada ponto do filme, e $f(x, t)$ descreve a superfície da rede em cada instante, tendo como solução a integral:

$$f(x, t) = f(x, 0) - \int_0^t v\{E[x, f(x, t')]\} dt' \quad . \quad (2.3)$$

Esta é a análise que normalmente se faz para afirmar que redes holográficas

possuem perfil senoidal, mas ela só é verdadeira para redes rasas, quando o vetor normal à superfície pode ser aproximado pelo vetor \hat{y} .

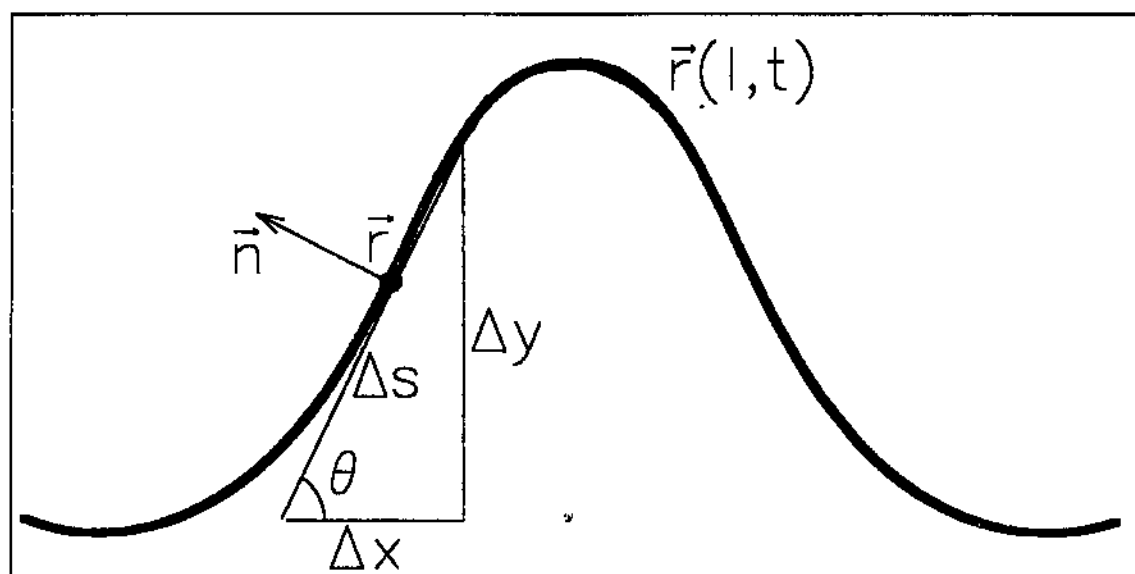


Figura 2.2 : A função vetorial $\mathbf{r}(l, t)$ descreve a superfície da rede durante a revelação, $\hat{\mathbf{n}}(l, t)$ é o vetor unitário normal e θ é o ângulo de inclinação da curva.

O revelador age difundindo-se através da superfície da fotorresina, formando uma fina camada em que o material é dissolvido e retirado², portanto o ataque do revelador se dá na direção normal à esta superfície, e a medida que os sulcos se tornam profundos este ataque passa a ocorrer também na direção x . A este efeito chamamos de ataque isotrópico em contraste à suposição de que o ataque ocorre somente na direção \hat{y} , normalmente usada porque leva a uma solução imediata, a integral (2.3). No caso do ataque isotrópico, a direção em que a superfície é atacada deve ser considerada ao escrevermos a equação da revelação:

$$\frac{\partial \mathbf{r}(l, t)}{\partial t} = -v\{E[\mathbf{r}(l, t)]\} \hat{\mathbf{n}}(l, t), \quad (2.4)$$

onde $\mathbf{r}(l, t)$ é a função vetorial que mapeia a superfície da rede em cada instante, sendo l um parâmetro escalar sem qualquer interpretação geométrica, e $\hat{\mathbf{n}}(l, t)$ é o vetor normal à superfície no ponto $\mathbf{r}(l, t)$, como pode ser visto na figura 2.2.

O vetor \mathbf{r} pode ser descrito em termos de suas coordenadas cartesianas: $\mathbf{r}(l, t) = x(l, t)\hat{\mathbf{x}} + y(l, t)\hat{\mathbf{y}}$, permitindo reescrever a equação (2.4):

$$\begin{cases} \frac{\partial x(1,t)}{\partial t} = v\{E[x(1,t),y(1,t)]\} \text{sen}[\theta(1,t)] \\ \frac{\partial y(1,t)}{\partial t} = -v\{E[x(1,t),y(1,t)]\} \text{cos}[\theta(1,t)] \end{cases}, \quad (2.5)$$

onde $\theta(1,t)$ é o ângulo de inclinação da superfície da rede no ponto $r(1,t)$.

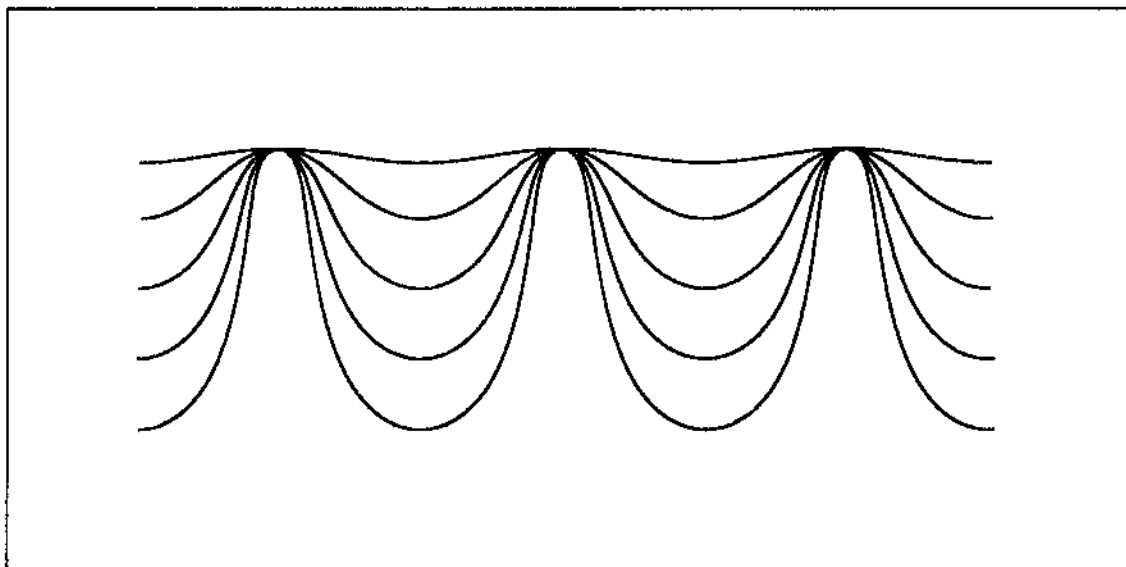


Figura 2.3 : Efeito da isotropia do ataque quando a velocidade de dissolução é linear com a energia de exposição.

A questão da isotropia do ataque já vinha sendo levantada pela Prof. Lucila Cescato, o que levou-me a escrevê-la matematicamente e desenvolver o programa que permitiu calcular o perfil resultante. O colega Ivan Ferreira da Costa teve papel ativo nas discussões, e foi responsável pelos testes do modelo em diversas condições, por exemplo quando a taxa de ataque não é uma função linear da intensidade luminosa. Estes testes podem ser vistos na ref.3 juntamente com fotos de redes produzidas no laboratório, e cujos perfis confirmam os resultados previstos pela teoria.

A **figura 2.3** mostra o efeito da isotropia do ataque quando a velocidade de dissolução é linear com a intensidade, à medida que a rede torna-se profunda o ataque ao longo da direção x torna-se significativo, fazendo com que o formato da rede difira sensivelmente do perfil senoidal. Na **figura 2.4** vemos o perfil obtido quando a taxa de ataque não é uma função linear com a energia.

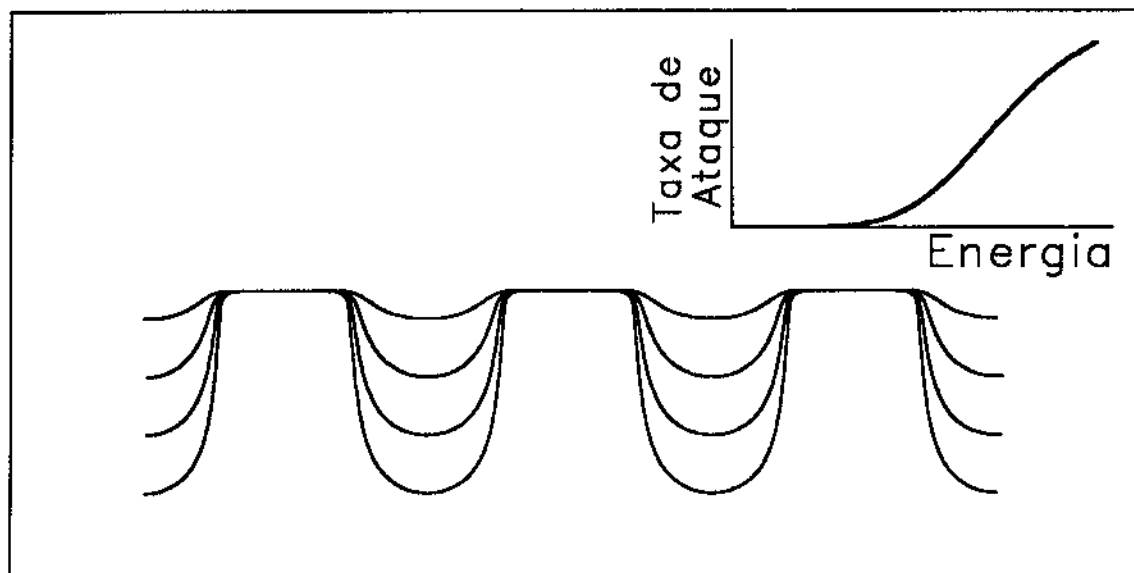


Figura 2.4 : Formato de rede obtido quando a taxa de ataque depende da energia luminosa conforme a curva mostrada no detalhe.

Um efeito interessante é obtido se o substrato no qual a fotorresina é depositada tiver alguma refletividade, provocando ondas estacionárias paralelas à sua superfície. Estas ondas possuem nodos onde a energia luminosa é mui-

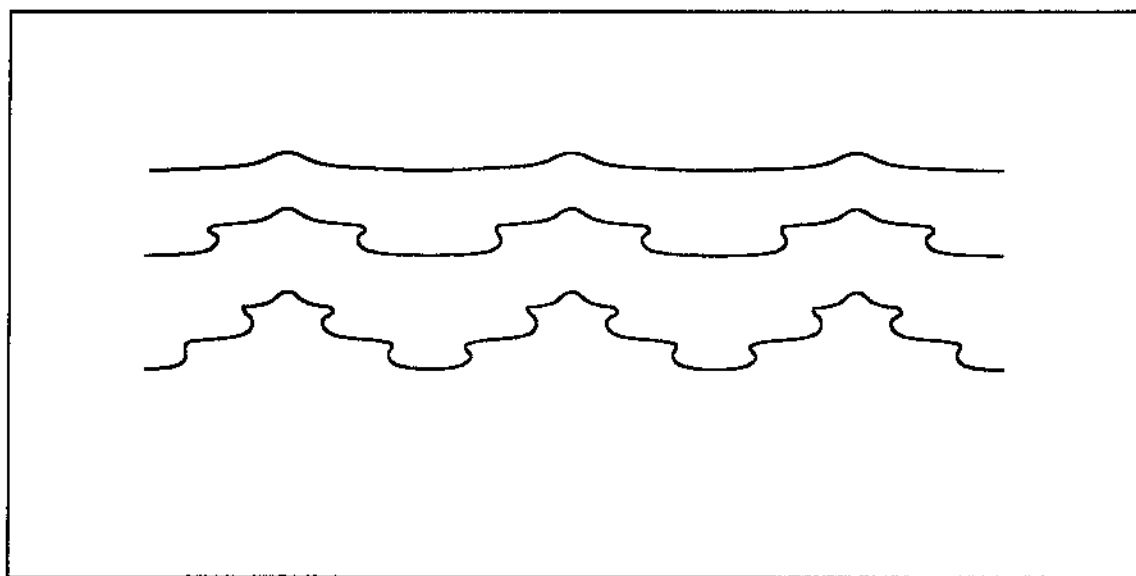


Figura 2.5 : Efeito da refletividade do substrato. A superfície inicial da fotorresina localizava-se exatamente entre dois nodos.

to baixa, formando planos pouco expostos que o revelador tem dificuldade em atravessar, enquanto o ataque é rápido no intervalo entre eles. Com isto, há uma tendência a que a superfície esteja em um destes planos no instante em que interrompemos a revelação, e a rede assume um aspecto lamelar, como na **figura 2.5**.

2.3 - O programa Isoataque

A primeira etapa para implementar a teoria desenvolvida acima é criar uma estrutura de dados capaz de mapear a superfície da rede, no nosso caso escolhemos uma lista encadeada de pares x, y . Uma lista encadeada é uma estrutura dinâmica, pois elementos podem ser acrescentados ou retirados em qualquer ponto, mas só podem ser acessados sequencialmente, pois não existe um mapa com a posição de cada um deles. Cada elemento da lista é composto por um par x, y e por uma variável que armazena o endereço do elemento seguinte. Uma variável externa à lista aponta ao primeiro elemento, no qual obtemos o endereço do segundo, que possui o endereço do terceiro, e assim podemos varrer toda a lista. Elementos podem ser acrescentados ou retirados à vontade, desde que se mantenha o encadeamento dos elementos e que haja disponibilidade de memória.

Usando as equações (2.5) escrevemos o processo iterativo que descreve como cada ponto da superfície da rede se move durante um intervalo de tempo Δt no processo de revelação:

$$\left\{ \begin{array}{l} x(1, t + \Delta t) = x(1, t) + v\{E[x(1, t), y(1, t)]\} \frac{\Delta y}{\Delta s} \Delta t \\ y(1, t + \Delta t) = y(1, t) - v\{E[x(1, t), y(1, t)]\} \frac{\Delta x}{\Delta s} \Delta t \end{array} \right. , \quad (2.6)$$

com Δx dado pela subtração do valor de x do elemento pelo valor de x do elemento anterior, assim como Δy , e $\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$. Aplicando as equações acima ao longo de toda a rede, simulamos o processo passo a passo até chegarmos ao tempo total de revelação, como pode ser visto na **figura 2.6**.

Esta figura mostra também como os pontos se aproximam e se afastam uns dos outros durante o processo de revelação, tornando necessário algum artifício para que a distância entre os pontos seja sempre mantida dentro dos valores adequados. Para resolver este problema, a cada interação a lista deve ser pesquisada e alterada sendo que os seguintes procedimentos foram usados:

- Os pontos são redistribuídos para que a distância entre eles seja sempre

a mesma.

- Além da redistribuição acima, outra é feita para que sejam mais densamente povoadas as regiões em que a inclinação da superfície varia rapidamente.

- A posição dos pontos não é alterada, eles são retirados quando a distância entre os vizinhos à direita e à esquerda torna-se menor que a precisão desejada, ou são acrescentados no ponto médio entre dois pontos que tornaram-se mais distantes que esta mesma precisão.

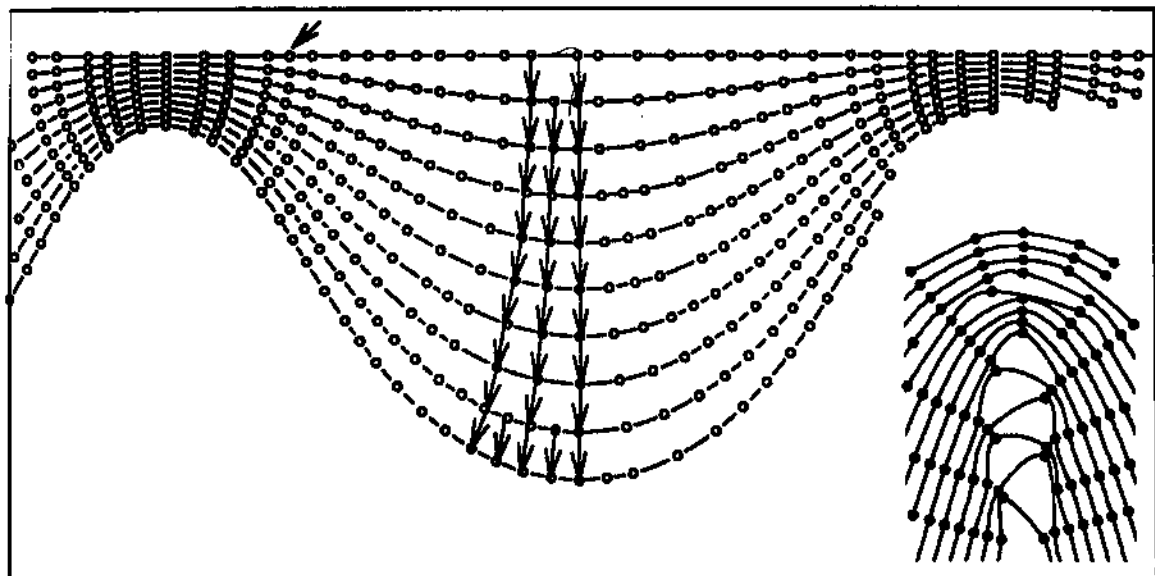


Figura 2.6 : Simulação do processo de revelação com os valores de Δt e Δs tomados propositalmente grandes. No detalhe vemos o que ocorre nas pontas da superfície.

Quanto menores as distância entre os pontos maior a capacidade do programa de descrever os detalhes da superfície, que surgem como uma variação na inclinação da curva. O segundo procedimento descrito acima foi usado para aumentar a densidade de pontos nestas regiões mantendo poucos pontos onde a superfície é plana, para não aumentar desnecessariamente a quantidade de cálculos. A princípio pode parecer que o ideal é que a distância entre os pontos seja a menor possível, de modo que a simulação espelhe a teoria expressa através das equações (2.6). Porém a resolução finita da fotorresina torna-a incapaz de formar estruturas muito pequenas, e é mais exato descrevê-la usando uma distância entre os pontos que seja compatível com esta resolução, ao contrário de calcular a superfície que corresponda exatamente ao modelo matemático. Por estes motivos fomos levados a abandonar o segundo procedimen-

to, e o primeiro apresenta como desvantagem a introdução de uma aproximação da curva a cada interação, no momento em que os pontos são redistribuídos. Por isto usamos atualmente o terceiro procedimento, que aliás é o mais simples de todos.

Na figura 2.6 traçamos o caminho seguido por alguns pontos da superfície durante a revelação, e vemos como um novo ponto é incluído entre pontos vizinhos que se afastaram demais, enquanto a seta mostra um ponto que foi suprimido durante o processo, já que seus vizinhos tornaram-se muito próximos. No detalhe vemos como esta supressão faz com que as pontas agudas sejam "dissolvidas", impedindo que formem-se estruturas menores que a resolução da fotorresina.

CAPÍTULO III

TEORIA DA DIFRAÇÃO

3.1 - O princípio de Huygens

A teoria escalar atêm-se principalmente ao aspecto ondulatório da luz, partindo do princípio de Huygens, que estabelece que cada ponto da frente de onda pode ser considerado uma nova fonte. Portanto, ao incidirmos luz sobre uma rede, cada linha se comporta como uma fonte luminosa, e sendo todas iguais elas funcionam como fontes idênticas, apenas com fases diferentes. A luz difratada pela rede é a soma (interferência) da luz difratada por cada uma das linhas, introduzindo-se a fase que decorre do diferente caminho que a luz percorre para deixar a fonte, ir a cada linha da rede e chegar ao ponto de observação.

Só podemos dizer que as linhas da rede podem ser consideradas fontes idênticas quando a rede é iluminada por uma frente de onda plana, mas mesmo no caso de uma frente esférica, podemos tomar esta aproximação quando a rede não cobre um ângulo grande da frente de onda. Se usarmos uma lente focada na fonte e outra com foco no observador, a luz chegará à rede como uma frente de onda plana, e o observador estará interessado em ver as ondas planas que partem da rede. Por exemplo, a maioria dos monocromadores consiste de dois espelhos convergentes e uma rede de difração (figura 3.1), enquadrando-se no caso acima.

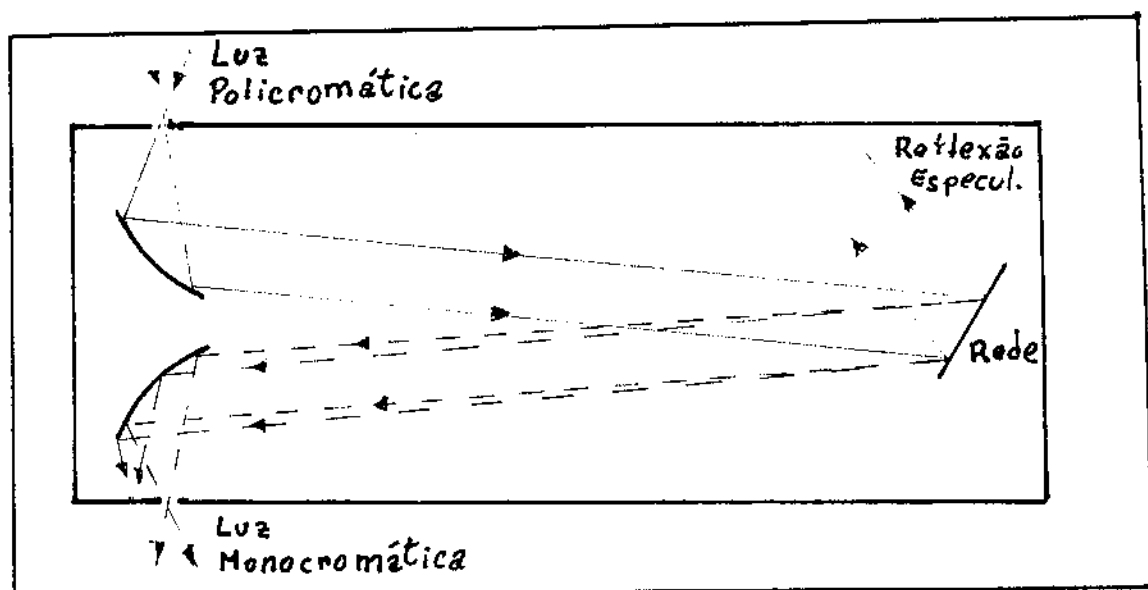


Figura 3.1 : Monocromador típico, a luz policromática entra por cima e por baixo sai a luz monocromática.

Dentro das condições acima, a direção do vetor de onda da luz incidente é constante, assim como o da luz difratada. Na figura 3.2 vemos que para chegar à rede, o raio de luz à direita percorre um caminho que é maior por $d \sin \theta_1$, enquanto para ir da rede ao detetor a distância percorrida é menor por $d \sin \theta_d$. O avanço na fase do raio à direita é

$$\phi = d (\sin \theta_d - \sin \theta_1) \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (3.1)$$

e o avanço correspondente a uma linha localizada a uma distância n posições à direita é $n\phi$.

Em uma rede com N linhas equidistantes por d , a soma dos efeitos de cada linha pode ser escrita como:

$$A = \sum_{n=0}^{N-1} e^{in\phi} = \frac{1 - e^{iN\phi}}{1 - e^{i\phi}} = \frac{\text{sen}(N\phi/2)}{\text{sen}(\phi/2)} e^{i(N-1)\phi/2} \quad (3.2)$$

A expressão acima não é exatamente a amplitude da onda eletromagnética, pois descreve apenas o efeito da fase, faltando um fator que descreve o comportamento da luz ao interagir com cada linha individual, o que é justamente o ponto mais complicado da teoria da difração, exigindo o uso da teoria vetorial para soluções exatas. Além das características da rede, este fator depende do comprimento de onda e dos ângulos de incidência e de difração, no entanto esta dependência não produz variações tão bruscas como as causadas pelo termo $N\phi/2$ nas funções trigonométricas. Por isso podemos considerá-lo como um envelope que modula a função A acima.

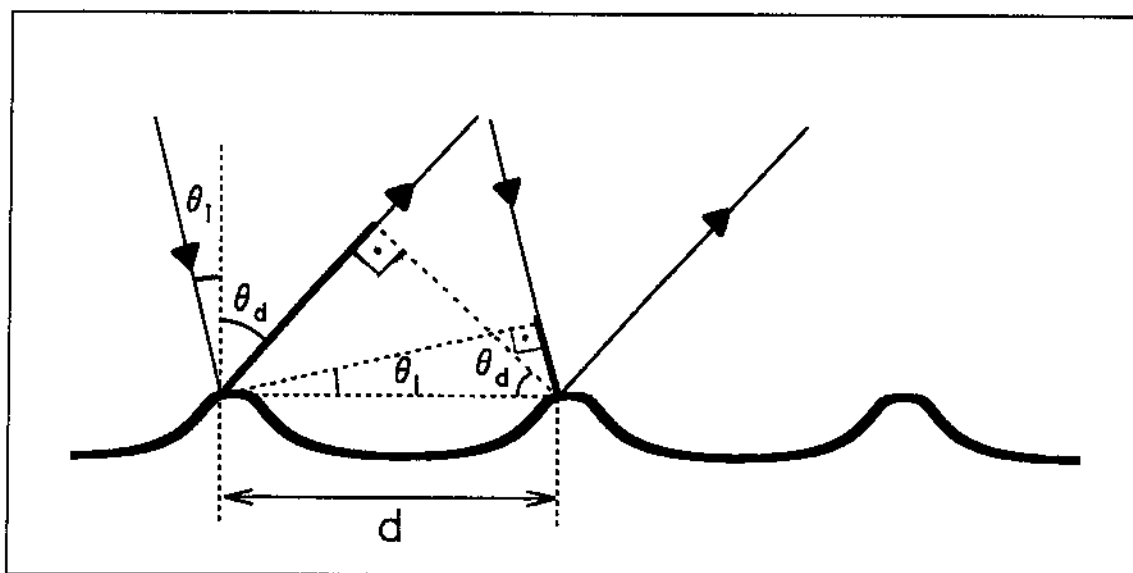


Figura 3.2 : Em traço forte vemos a diferença de caminho percorrido pelos raios de luz ao chegar e deixar a rede, interceptando pontos distantes por d.

A função A não tem tanto interesse como o seu módulo quadrado, que nos informa a respeito da intensidade da luz, que é o que efetivamente é percebido pelo olho e medido pelos detetores em geral. Podemos escrevê-lo

$$|A|^2 = \left(\frac{\text{sen}(N\phi/2)}{N \text{sen}(\phi/2)} \right)^2, \quad (3.3)$$

onde N foi introduzido como fator de normalização, fazendo que a função tenha

sempre limite 1 quando $\phi/2 = n\pi$ e permitindo traçá-la mesmo quando N vai a infinito. Na figura 3.3 vemos esta função traçada com o comprimento de onda e o ângulo de incidência mantidos constantes.

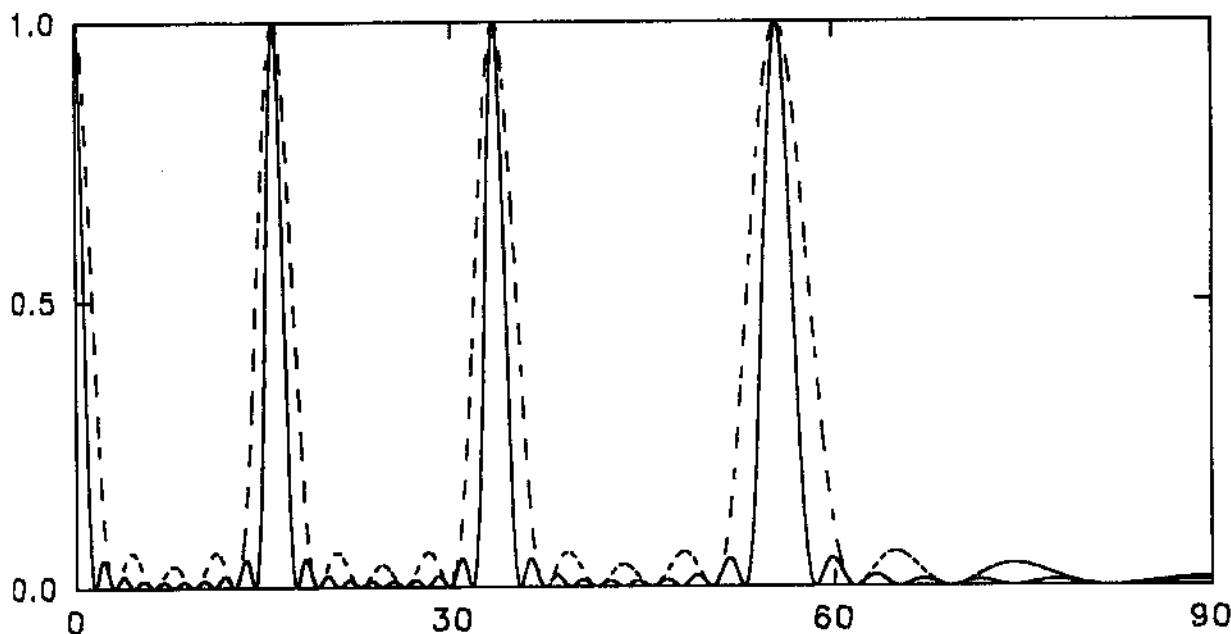


Figura 3.3 : Gráfico de $|A|^2$ pelo ângulo de difração, com incidência normal e $\lambda = 0.275 d$. A curva contínua representa uma rede de 10 linhas e a curva pontilhada uma rede de 5 linhas.

No gráfico de $|A|^2$ vemos que a luz é difratada com máxima intensidade em certos ângulos e em torno deles, dentro de uma faixa que torna-se mais estreita quando aumentamos o número de linhas da rede. Estes máximos são a difração que esperamos que ocorra na rede, mas existem também máximos secundários que ocorrem entre os máximos principais, e que têm seus valores reduzidos ao aumentarmos o número de linhas da rede. No limite de grandes valores de N , só encontramos luz nos ângulos de difração, que ocorrem quando anula-se o denominador da expressão de $|A|^2$, isto é, quando $\phi/2 = n\pi$, que impõe a seguinte condição para os ângulos:

$$\boxed{\text{sen } \theta_n - \text{sen } \theta_i = n \frac{\lambda}{d}} \quad (3.4)$$

A expressão acima é a fórmula da rede, e descreve o comportamento de qualquer rede de difração, seja ela por transmissão ou reflexão. O ângulo de difração θ_d foi substituído por θ_n para explicitar que podem existir mais de um (ou

nenhum) ângulo em que ocorrem máximos principais. Os valores de n possíveis são as ordens de difração e sua quantidade depende da relação entre λ e d .

3.2 - Resolução de redes de difração

Na figura 3.4 vemos a difração que sofre a luz de dois comprimentos de onda diferentes ao incidir em uma rede com 5 linhas, mostrando que caso os comprimentos de onda sejam muito próximos, os picos dos dois começam a se misturar, tornando-se difícil distingui-los.

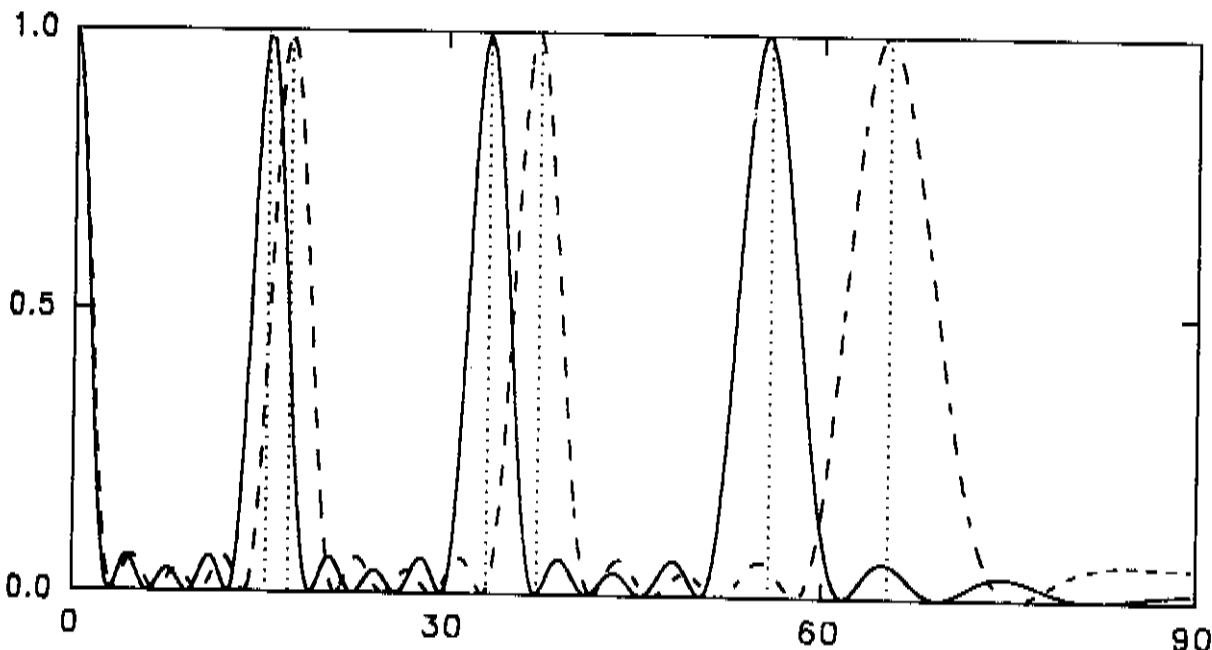


Figura 3.4 : Gráfico de $|A|^2$ pelo ângulo de difração, com incidência normal e $N = 5$. Temos a curva contínua quando $\lambda = 0.275 d$ e a curva tracejada quando $\lambda = 0.3025 d$.

Segundo o critério de Rayleigh, a diferença mínima no comprimento de onda de dois feixes monocromáticos que ainda podem ser distinguidos, ocorre quando a diferença angular entre os feixes difratados é tal que o máximo principal de um caia sobre o mínimo vizinho ao máximo principal do outro. Esta diferença angular é aquela que faz o valor de $N\phi/2$ variar de π , e derivando a equação (3.1) podemos escrever:

$$\Delta\phi = d \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta_n \Delta\theta_n = \frac{2\pi}{N}, \quad (3.5)$$

usando a fórmula da rede determinamos a variação no comprimento de onda que

corresponde a esta variação de ângulo:

$$\Delta\lambda = \frac{d}{n} \cos \theta_n \Delta\theta_n = \frac{\lambda}{nN}, \quad (3.6)$$

e desta forma podemos definir o poder de resolução da rede:

$$\boxed{\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = nN.} \quad (3.7)$$

A fim de aumentar o poder de resolução de redes riscadas, nas quais é difícil obtermos uma grande frequência espacial, é comum utilizá-las em altas ordens de difração, o que pode ser visto na figura 3.4, na qual a 3ª ordem (par de máximos mais a direita) permite separar claramente os dois comprimentos de onda, na 2ª os picos caem exatamente sobre os mínimos citados acima, e na 1ª ordem os dois picos se confundem. Em redes holográficas, nas quais podemos obter frequências espaciais maiores, não é comum usarmos este artifício e em geral elas são planejadas de modo a possuir o mínimo de ordens difratadas, concentrando a energia luminosa nas poucas ordens existentes.

Quando usamos uma rede para decompor a luz policromática em diferentes ângulos de difração conforme o comprimento de onda, normalmente é interessante que eles estejam a boa distância angular uns dos outros, devido à resolução do equipamento de medida, por exemplo, o conjunto óptico que faz o foco do espectro sobre o filme fotográfico. Calcular esta separação é simples, ela é a derivada do ângulo de difração em relação ao comprimento de onda, mantendo fixo o ângulo de incidência. Esta é a dispersão angular:

$$\boxed{\frac{\partial\theta_n}{\partial\lambda} = \frac{n}{d \cos \theta_n},} \quad (3.8)$$

onde o fator $\cos \theta_n$ aumenta a dispersão com o aumento do ângulo de difração.

A resolução do equipamento de medida depende dos dois fatores acima, por exemplo, se a dispersão for alta, poderemos acoplar fendas maiores a um monocromador, obtendo mais luz de saída. Por outro lado fontes intensas e redes de alta eficiência permitem-nos usar fendas estreitas, que podem aumentar a resolução do monocromador, até o limite em que alcançamos o poder de resolução da rede, e então por mais que estreitemos a fenda a monocromaticidade do espectro de saída se mantém constante.

3.3 - Defeitos em redes de difração

A título de curiosidade, podemos discutir os fantasmas⁴, que são consequência de defeitos que ocorrem em redes de difração riscadas, e que redes holográficas não apresentam. As máquinas que riscam redes possuem mecanismos que verificam o período da rede que está sendo produzida e corrigem o processo, podendo dar origem a um padrão periódico. Por exemplo, se a cada 100 linhas é notado que a rede está tendo um período um pouco menor que o planejado é feita uma correção para que as linhas seguintes fiquem mais afastadas. Processos deste tipo dão origem a um padrão de dimensões maiores que as das linhas da rede, que caso seja repetitivo, se comporta como se fosse uma segunda rede de difração, pois agora as linhas não formam mais um padrão periódico por toda a rede, mas os defeitos sim.

Podemos analisar o exemplo acima da seguinte maneira: temos uma "rede" de período 100 d (o período em que se repete o ruído), cada "linha" desta "rede" é uma rede de 100 linhas e período d. Conforme discutimos ao escrever a expressão de A (3.2), é o formato das linhas que determina a eficiência de cada ordem difratada, e neste caso o envelope é a figura de difração gerada por uma rede de 100 linhas e período d, e o resultado final será a figura de eficiência da primeira rede multiplicada pela eficiência da segunda. Uma rede típica pode possuir 50.000 linhas, e sendo o período da rede de ruído maior que o da rede original, ele gera ordens difratadas muito mais estreitas, seja devido à proximidade destas ordens, seja devido ao maior número de "linhas".

Na figura 3.5 temos a ampliação da difração da segunda ordem na situação da figura 3.3, porém em uma rede de 100 linhas. As sete linhas verticais são ordens difratadas pela rede de ruído, que com um período muito maior que o da rede original possui as ordens difratadas proporcionalmente mais próximas. Desta forma, a difração original funciona como um envelope, e vemos que ao lado da posição em que deveria haver a difração surgem duas difrações conhecidas por fantasmas, de intensidade um menor que 1/5 da intensidade da difração principal. Podemos ver mais 4 fantasmas, e um par foi suprimido por coincidir com a posição em que ocorre um mínimo do envelope. Os fantasmas que ocorrem longe da difração original são muito pequenos, pois o valor do envelope é pequeno nestas regiões.

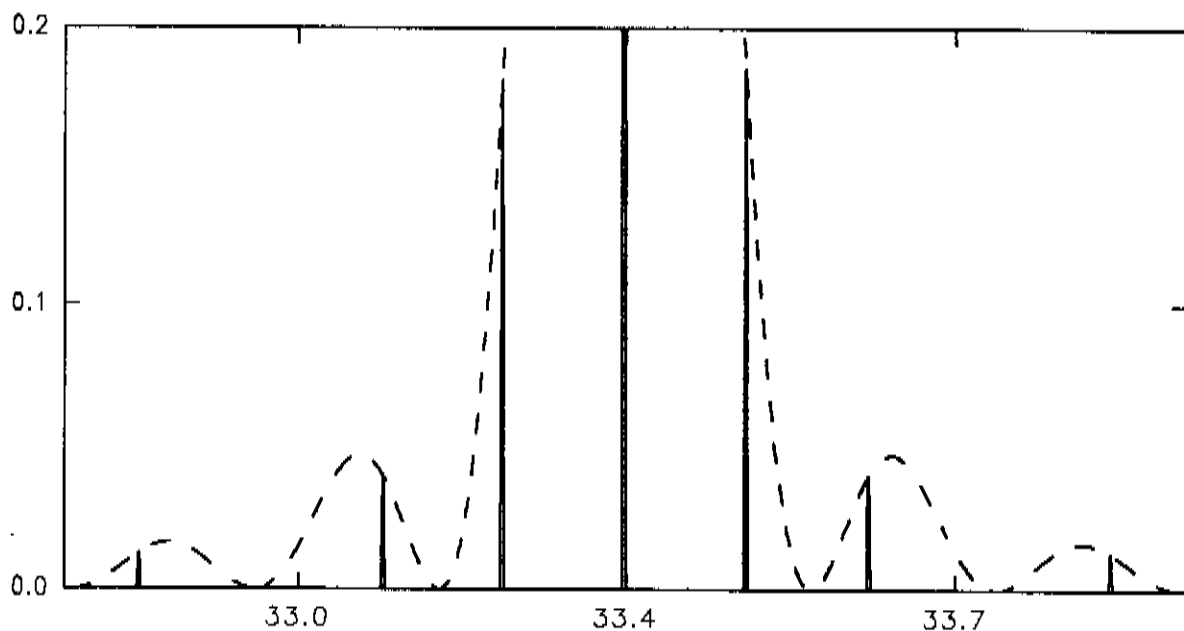


Figura 3.5 : A curva pontilhada é um detalhe do gráfico 3.3, com $N = 100$. As linhas verticais são os fantasmas obtidos ao modularmos com esta curva a difração de uma rede de período cerca de 150 vezes maior.

Quando o período do ruído é muito maior que a da rede, os fantasmas ficam próximos às ordens difratadas e são chamados de fantasmas de Rowland, ao passo que ruídos que se repetem com frequência de algumas linhas temos os fantasmas de Lyman, que aparecem distantes das ordens difratadas. Isto torna os fantasmas de Lyman mais problemáticos, pois podem ser confundidos com detalhes do espectro.

Defeitos aleatórios no processo de fabricação também aparecem principalmente em redes riscadas, mas não são capazes de causar difração, e geram espalhamento difuso. Este tipo de defeito não altera a dispersão, o poder de resolução ou a distribuição de energia entre as ordens, mas aumenta a luz de fundo, diminuindo o contraste das medidas.

3.4 - Difração em redes por reflexão

Uma das qualidades mais desejáveis das redes de difração é a alta eficiência, que no caso das redes por reflexão depende basicamente do formato dos sulcos e do material de recobrimento. Pensando nisto foram imaginadas as redes dente-de-serra, que possuem sulcos de perfil triangular, de modo que a

reflexão especular nas faces dos sulcos soma-se a difração, permitindo atingir até 100% de eficiência no comprimento de onda e ângulo de incidência corretos. Esta análise não tem sentido quando estabelecemos o problema exatamente, ou seja, do ponto de vista de campos eletromagnéticos, e por isto ela falha quando o período da rede é da mesma ordem de grandeza que o comprimento de onda da luz incidente. Nestas condições podemos obter alta eficiência mesmo para redes cujo perfil não seja triangular, fato que tem sido explorado nas redes holográficas..

Para o cálculo da eficiência podemos fazer a aproximação de que a rede tem dimensões infinitas e sua superfície é descrita por $y = f(x)$, portanto seus sulcos são paralelos ao eixo z . Como estamos tratando de uma rede plana, $f(x)$ deve ser uma função periódica, designamos seu período por d e para uso posterior definimos $K = \frac{2\pi}{d}$. A rede divide o espaço nas regiões 1 e 2, sendo a primeira definida por $y > f(x)$ e com índice de refração 1, e a segunda definida por $y \leq f(x)$ preenchida por um condutor perfeito. A aproximação de condutor perfeito chega a resultados que em parte podem ser estendidos para redes reais, cobertas por materiais de alta refletividade. Já foi idéia corrente que uma vez obtida a eficiência de difração de uma rede perfeitamente condutora, bastaria multiplicar este resultado pelo coeficiente de reflexão do material com o qual uma rede com o mesmo perfil seja feita para obter a sua eficiência. Isto significaria que o único efeito da condutividade finita seria a absorção da energia pela rede do mesmo modo que um espelho feito deste material. Especialmente no caso T.M., esta aproximação nem sempre é válida, e foi necessário o desenvolvimento de uma teoria de condutividade finita, que não é exposta aqui devido à maior complexidade.

Para simplificar o problema, assumimos que a luz incidente possui amplitude unitária e seu vetor de onda é perpendicular às linhas da rede, outras direções de incidência são discutidas na seção sobre difração cônica (3.12). O campo é independente de z , pois o vetor de onda incidente \mathbf{k}_1 pertence ao plano xy , sendo α e $-\beta$ suas componentes ao longo dos eixos x e y :

$$\alpha = k \sin \theta_1, \quad \beta = k \cos \theta_1, \quad (3.9)$$

onde k é o módulo do vetor de onda na região 1.

Daqui para frente assumimos campos harmônicos que oscilam com um período ω e substituímos $\frac{\partial}{\partial t}$ por $-\imath\omega$, obtendo equações que envolvem apenas variáveis espaciais. Abaixo temos as equações de Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{E} = \frac{1}{c} i\omega\mathbf{B} \quad (3.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c} 4\pi\mathbf{j} - \frac{1}{c} i\omega\mathbf{D} , \quad (3.11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho , \quad (3.12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 , \quad (3.13)$$

e as equações constituintes de um meio isotrópico e linear:

$$\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E} , \quad (3.14)$$

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} . \quad (3.15)$$

Para os materiais usados em redes de difração, podemos tomar μ como 1. Manipulando as equações de Maxwell para regiões livres de cargas ou correntes, chegamos a equação de onda para campos eletromagnéticos no espaço livre, conhecida como equação de Helmholtz homogênea, com $k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon}$:

$$\boxed{\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 , \quad \nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0 .} \quad (3.16)$$

Das equações de Maxwell também podemos obter as condições de contorno na superfície de separação dos meios 1 e 2, onde definimos o vetor normal unitário \mathbf{n}_{12} que aponta do meio 1 na direção do meio 2:

$$\mathbf{n}_{12} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0 , \quad (3.17)$$

$$\mathbf{n}_{12} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{j} , \quad (3.18)$$

$$\mathbf{n}_{12} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho , \quad (3.19)$$

$$\mathbf{n}_{12} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0 , \quad (3.20)$$

onde \mathbf{j} e ρ são densidades superficiais.

Qualquer que seja a polarização da onda incidente, podemos decompô-la em duas polarizações ortogonais e tratá-las isoladamente: quando o campo elétrico é normal ao plano de incidência ($\mathbf{E} = E\mathbf{e}_z$) e portanto paralelo aos sulcos da rede temos a polarização T.E. (transversal elétrico), também conhecida por E paralelo ou polarização P, e no caso T.M. ou polarização S, o mesmo ocorre com o campo magnético.

Dentro da rede, que tomamos como um condutor perfeito, não podem existir campos e temos $E_2 = D_2 = H_2 = B_2 = 0$. Na polarização T.E. o campo elétrico da luz incidente é sempre paralelo à superfície da rede, e a partir da equação (3.17) podemos ver que o campo elétrico da luz difratada deve ter a mesma direção, portanto a luz difratada também possui polarização T.E., isto é, ao incidirmos na rede luz na polarização T.E., a luz difratada continua tendo polarização T.E. O mesmo ocorre na polarização T.M., já que a equação (3.17) impede que seja criado um campo T.E. se o campo incidente é T.M.. Graças a esta propriedade, podemos descrever a onda eletromagnética usando apenas um campo escalar $u(x,y)$, que no caso da polarização T.E. é o campo elétrico, e no caso da polarização T.M. o campo magnético, pois a partir dos valores destes componentes podemos obter os outros componentes do campo vetorial. Em qualquer polarização obtemos a mesma função de onda ao substituirmos $u(x,y)$ na equação de Helmholtz, e o desenvolvimento do caso T.E. e do caso T.M. será feito simultaneamente, exceto onde for mencionado o contrário.

Usando a equação (3.17) podemos escrever a condição de contorno para o caso T.E.:

$$u[x, f(x)] = 0 \quad (3.21)$$

Para a polarização T.M., usamos a equação (3.11) para escrever o campo elétrico em termos do gradiente da função u e depois aplicamos a condição de contorno do componente tangencial do campo elétrico (3.17), chegando à condição de contorno para a polarização T.M.:

$$\left. \frac{du}{dn} \right|_{y=f(x)}^1 = 0 \quad (3.22)$$

onde dn representa a derivada na direção normal à superfície da rede, e o índice 1 serve para lembrar que o limite $y = f(x)$ deve ser tomado no meio 1.

Escreveremos o campo total como sendo composto do campo incidente e do campo difratado:

$$u(x,y) = u^i(x,y) + u^d(x,y) \quad (3.23)$$

Esta expressão serve como definição do campo difratado, que também obedece a equação de Helmholtz. As condições de contorno podem agora ser reescritas:

$$\boxed{\text{T.E. : } u^d[x, f(x)] = - u^i[x, f(x)] \quad (3.24)}$$

$$\text{T.M.} : \left. \frac{du^d}{dn} \right|_{y=f(x)} = - \left. \frac{du^i}{dn} \right|_{y=f(x)} \quad (3.25)$$

Acrescentamos ainda outra condição de contorno, que justifica-se por argumentos físicos, a saber, que em qualquer ponto do espaço o campo eletromagnético é causado pela onda incidente e pelos campos gerados pela rede, que longe da rede devem se reduzir a ondas que afastem-se dela. Escrevendo em termos formais temos a condição de radiação: quando y tende a ∞ , o campo difratado u^d deve ser limitado, e pode ser escrito como uma superposição de ondas planas, que devem ter a componente y de seu vetor de onda positiva.

Neste ponto já definimos o problema que queremos resolver: temos a equação diferencial (3.16), e as condições de contorno, que consistem nas equações (3.24), (3.25) e na condição de radiação. Os métodos normalmente usados para resolver este problema são o método integral, o método diferencial e a determinação direta dos coeficientes da expansão de Rayleigh (descrita abaixo) de modo que ela satisfaça as condições de contorno. Nas seções seguintes é apresentada uma discussão do 1^o e do 3^o método, baseada na ref. 5, que deve ser consultada para maiores detalhes ou para mais informações. A despeito de ter sido publicada a mais de 10 anos, esta referência ainda é a base dos estudos em difração⁶.

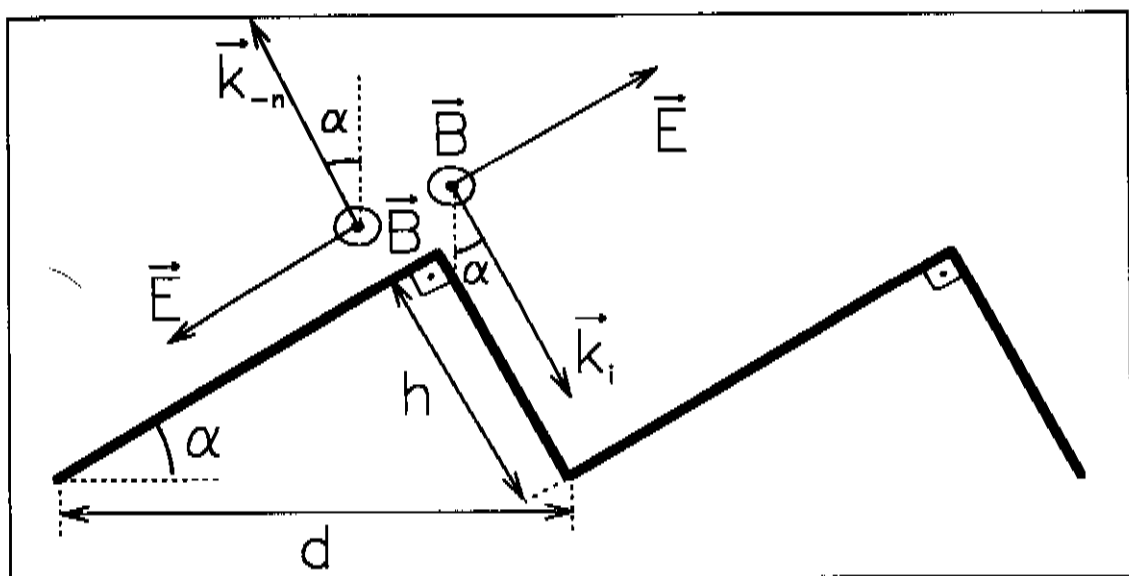


Figura 3.6 : Luz polarizada T.M. incidente e difratada na montagem de Littrow, em uma rede dente-de-serra.

Apesar da complexidade envolvida na solução geral do problema, podemos obter de maneira simples a solução exata no caso de uma rede dente-de-serra com 90° de ângulo de ápice, iluminada na polarização T.M. com o ângulo de incidência igual ao ângulo de inclinação da rede (α) na montagem de Littrow (figura 3.6). A condição de contorno exige que a componente do campo elétrico tangencial à superfície de um condutor seja nula. Na face do triângulo oposta ao ângulo α ela é satisfeita, pois o ângulo de incidência e de difração são iguais a α e as ondas incidente e difratada não possuem componentes de campo elétrico tangencial a esta superfície. Impondo que o valor de h mostrado na figura seja igual a $n \frac{\lambda}{2}$, a condição de contorno fica satisfeita na outra superfície se tomamos o módulo do campo elétrico incidente igual ao módulo do campo elétrico difratado. As ondas incidente e difratada obedecem a eq. de Helmholtz e a condição de radiação, e nas condições acima obedecem as condições de contorno na superfície da rede, portanto são uma solução do problema. Pelo teorema da unicidade esta é a solução do problema, que neste caso é uma solução simples e exata da difração.

A utilidade da discussão acima reside em que a luz é difratada com eficiência de 100%, isto é, a luz difratada possui a mesma energia que a luz incidente, pois o valor do campo elétrico difratado é o mesmo do campo elétrico incidente. Quando a eficiência da rede chega a 100%, é costume dizer que a rede é "blazed" para este comprimento de onda. A condição imposta a h especifica em que comprimento de onda temos T.M. "blazed":

$$\boxed{\frac{\lambda}{d} = \frac{2}{n} \sin \alpha} \quad (3.26)$$

3.5 - Expansão de Rayleigh

A seguir mostramos que u^d é uma função pseudo-periódica em x , ou seja, pode ser reescrita como

$$u^d(x, y) = v(x, y) e^{i\alpha x}, \quad (3.27)$$

onde $v(x, y)$ é uma função periódica em x , com período d . Para prová-lo supomos u^d uma solução do problema e definimos

$$w(x, y) \equiv u^d(x+d, y) e^{-i\alpha d} ,$$

que automaticamente satisfaz a equação de Helmholtz e a condição de radiação, pois ambas são satisfeitas por u^d , e também a condição de contorno para a polarização T.E.:

$$w[x, f(x)] = - u^1[x+d, f(x)] e^{-i\alpha d} ,$$

$$w[x, f(x)] = - u^1[x, f(x)] .$$

Para a polarização T.M. escrevemos:

$$\frac{dw}{dn} \Big|_{x, f(x)} = \frac{du^d}{dn} \Big|_{x+d, f(x)} e^{-i\alpha d} ,$$

$$\frac{dw}{dn} \Big|_{x, f(x)} = - \frac{du^1}{dn} \Big|_{x+d, f(x)} e^{-i\alpha d} ,$$

$$\frac{dw}{dn} \Big|_{x, f(x)} = - \frac{du^1}{dn} \Big|_{x, f(x)} .$$

Portanto, a condição de contorno é satisfeita para as duas polarizações. Pelo teorema da unicidade, sendo w uma solução do sistema, ele é a própria função u^d , que provamos ser é pseudo-periódica ao usarmos esta identidade para escrever

$$u^d(x+d, y) = u^d(x, y) e^{i\alpha d} .$$

Expandimos $v(x, y)$ em uma Série de Fourier:

$$u^d(x, y) = e^{i\alpha x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_n(y) e^{inKx} ,$$

$$u^d(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_n(y) e^{i\alpha_n x} , \quad (3.28)$$

$$\alpha_n = \alpha + nK . \quad (3.29)$$

Fora da região da rede, ou seja, quando $y > \max f(x)$ podemos aplicar a equação de Helmholtz em (3.27) e usar a ortogonalidade das funções e^{inKx} para escrevermos:

$$\left[\frac{d^2}{dy^2} + \beta_n^2 \right] v_n(y) = 0, \quad (3.30)$$

$$\beta_n^2 = k^2 - \alpha_n^2, \quad (3.31)$$

$$\Rightarrow v_n(y) = A_n e^{-i\beta_n y} + B_n e^{i\beta_n y}. \quad (3.32)$$

A condição de radiação leva a $A_n = 0$, pois se β_n for real, a função $e^{-i\beta_n y}$ representa uma onda que se propaga na direção da rede, e se β_n for imaginário a função não é limitada no infinito:

$$u^d(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n e^{i(\alpha_n x + \beta_n y)}. \quad (3.33)$$

A expressão acima é conhecida por expansão de Rayleigh, e é sempre válida fora da região da rede. Para que tenhamos uma onda que se propaga na direção y é necessário que β_n seja real, que implica em $\alpha_n^2 < k^2$, e então podemos usar as eq. (3.31) e (3.29) para definir θ_n e escrever:

$$\alpha_n = k \operatorname{sen} \theta_n, \quad \beta_n = k \operatorname{cos} \theta_n, \quad (3.34)$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} \theta_n = \operatorname{sen} \theta_1 + n \frac{K}{k}, \quad (3.35)$$

que é justamente a fórmula da rede. Os termos de β_n imaginário representam ondas evanescentes, que ocorrem quando n está fora de um certo intervalo que inclui ao menos $n=0$.

A razão entre a área transversal de um feixe incidente com um ângulo θ_1 e outro difratado com um ângulo θ_n é $\frac{\operatorname{cos} \theta_1}{\operatorname{cos} \theta_n}$, portanto a eficiência da ordem n , definida como a razão entre a energia da luz difratada nesta ordem e a energia incidente, é:

$$e_n = B_n \overline{B_n} \frac{\operatorname{cos} \theta_n}{\operatorname{cos} \theta_1}, \quad (3.36)$$

Já que $B_n \overline{B_n}$ expressa o fluxo de energia por unidade de área.

3.6 - A conservação de energia e o teorema da reciprocidade

Antes da demonstração do teorema da reciprocidade e da conservação de energia, vamos enunciar o seguinte lema: "Dadas duas funções u e u' , que satisfaçam a equação de Helmholtz e a mesma condição de contorno ((3.24) ou (3.25)), podemos escrever:

$$\int_0^d \left(u \frac{\partial u'}{\partial y} - u' \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx = 0, \quad (3.37)$$

para qualquer valor fixo y maior que $\max f(x)$."

Para estabelecer o teorema da reciprocidade tomemos

$$u(x, y) = e^{i(\alpha x - \beta y)} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n e^{i(\alpha_n x + \beta_n y)} \quad e \quad (3.38)$$

$$u'(x, y) = e^{i(-\alpha_p x - \beta_p y)} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} B'_m e^{i(\alpha'_m x + \beta'_m y)}. \quad (3.39)$$

A função u representa a difração ao iluminarmos a rede na com ângulo θ_1 , mostrada na **figura 3.7** juntamente com a ordem p , que difrata com ângulo θ_p . A função u' representa o caso em que iluminamos a rede com o mesmo ângulo que a difração da ordem p do caso acima, ou seja $\theta'_1 = -\theta_p$. Usando a eq. da rede (3.4) vemos que o ângulo de difração da ordem p no segundo caso coincide com o ângulo de incidência do primeiro caso, ou seja $\theta'_p = -\theta_1$. Aplicando as funções acima na integral (3.37), os termos que resultam diferente de zero ocorrem quando os expoentes resultantes são nulos, parte destes termos se cancelam, e o resultado a que chegamos é:

$$B'_p \beta - B_p \beta_p = 0$$

$$\Rightarrow e_p = B_p \frac{\beta_p}{\beta} \frac{\cos \theta_p}{\cos \theta} = B_p \frac{\beta_p}{\beta} = B'_p \frac{\beta}{\beta_p} = e'_p. \quad (3.40)$$

Estabelecemos portanto o teorema da reciprocidade: "Dado um ângulo de incidência, caso passemos a incidir a luz sob o ângulo correspondente à ordem difratada p , a nova ordem p difrata no ângulo de incidência original, e a eficiência desta ordem é a mesma nos dois casos."

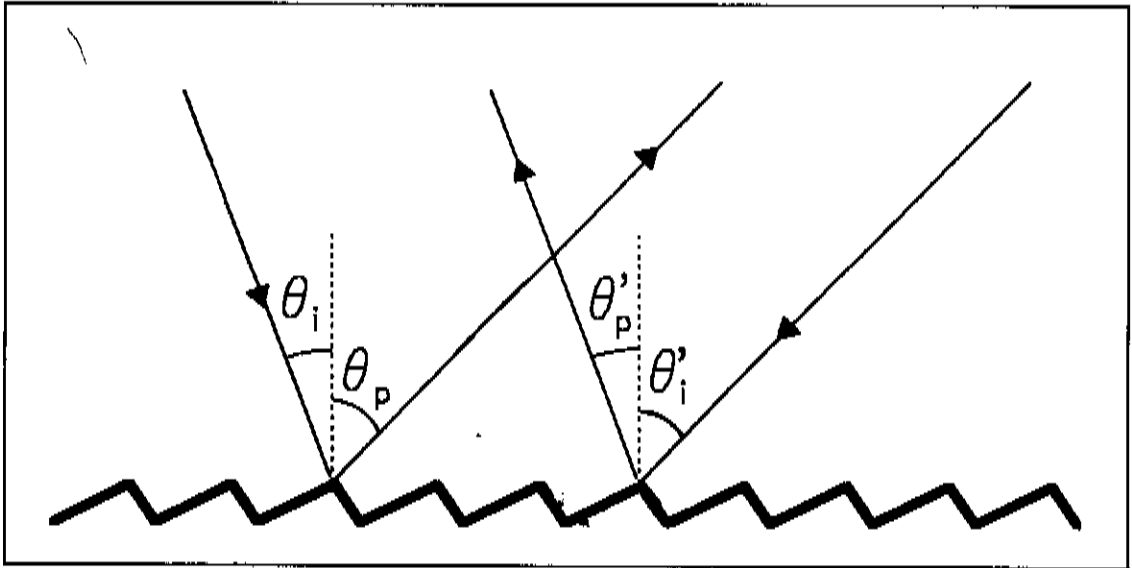


Figura 3.7 : À esquerda temos a difração da ordem p correspondente ao ângulo de incidência θ_i . À direita vemos que se fizermos $\theta'_i = -\theta_p$ a difração da ordem p ocorrerá em $\theta'_p = -\theta_i$.

Para a demonstração da conservação de energia tomamos a função u definida acima (3.38) e seu conjugado complexo \bar{u} como a função u' , aplicamos em (3.37) e obtemos

$$\text{Im} \left\{ \int_0^d u \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} dx \right\} = 0 .$$

Definindo U o conjunto dos valores de n para os quais β_n é real, e fazendo o mesmo tratamento usado na obtenção do teorema da reciprocidade, esta integral resulta em:

$$\beta - \sum_{n \in U} B_n \bar{B}_n \beta_n + i \sum_{n \notin U} B_n \bar{B}_n \beta_n \text{sen}(2\beta_n y) = 0 .$$

Considerando que y pode assumir qualquer valor maior que $\max f(x)$, para satisfazer a identidade acima é necessário que:

$$\beta - \sum_{n \in U} B_n \bar{B}_n \beta_n = 0 ,$$

que pode ser reescrito, chegando à conservação de energia:

$$\sum_{n \in U} B_n \bar{B}_n \frac{\beta_n}{\beta} = \sum_{n \in U} e_n = 1, \quad (3.41)$$

ou seja, a soma das energias de todas as ordens difratadas deve ser o total de energia incidente. As ondas evanescentes não entram no balanço de energia, portanto também não transportam energia.

Uma constatação imediata do teorema da reciprocidade é que a eficiência da ordem zero não é afetada por uma rotação de 180° da rede em torno da sua normal. Se além da ordem zero apenas mais uma ordem é difratada, resulta da conservação de energia que a eficiência desta ordem também não se altera sob a mesma rotação. É bom frisar que estes resultados são válidos para qualquer tipo de rede, mesmo para as redes dente-de-serra, que em outras configurações podem exigir que a luz incida na face correta dos sulcos.

3.7 - Resolução do problema pelo método de Rayleigh

Uma vez estabelecida a expansão de Rayleigh (3.33), o problema passa a ser determinar os coeficientes B_n . Apesar da validade desta expansão ter sido demonstrada apenas fora da região da rede, Rayleigh assume que ao menos para redes rasas ela é válida em $y \leq \max f(x)$, e aplica as condições de contorno para obter os coeficientes B_n . Para a polarização T.E., a condição de contorno é:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n e^{i[\alpha_n x + \beta_n f(x)]} = -u_1[x, f(x)], \quad (3.42)$$

e para T.M., podemos escrever (lembrando que $\frac{du}{dn} = n_{z1} \cdot \nabla u$):

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(-\beta_n f'(x) + \alpha_n \right) B_n e^{i[\alpha_n x + \beta_n f(x)]} = (\alpha f'(x) + \beta) e^{i[\alpha x - \beta f(x)]}. \quad (3.43)$$

As duas equações acima podem ser reescritas como

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n \phi_n(x) = s(x), \quad (3.44)$$

que é um problema de expansão de uma função em uma série de funções. A seguir

são expostos três métodos para a determinação dos coeficientes B_n :

1) **PMM - Point Matching Method.** A condição de contorno é aplicada sobre $2N+1$ pontos da rede no intervalo $[0, d]$, e tomamos apenas $2N+1$ termos da série (3.44). Resulta um sistema linear de $2N+1$ equações e variáveis:

$$\sum_{n=-N}^N B_n \phi_n(x_p) = s(x_p) \quad , \quad p = -N, \dots, N \quad , \quad (3.45)$$

que pode ser resolvido com a ajuda de um computador.

2) **FSM - Fourier Series Method.** Multiplicando a equação (3.42) por $e^{-i\alpha x}$ obtemos duas funções periódicas:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n e^{i[nKx + \beta f(x)]} = -e^{i\beta f(x)} \quad . \quad (3.46)$$

que devem ter seus coeficientes de Fourier iguais:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{mn} B_n = h_m \quad , \quad (3.47)$$

$$a_{mn} = \int_0^d e^{i[(n-m)Kx + \beta f(x)]} dx \quad , \quad h_m = - \int_0^d e^{-i[mKx + \beta f(x)]} dx \quad . \quad (3.48)$$

Chegamos a um sistema linear de infinitas equações e infinitas incógnitas, que também necessita ser truncado e resolvido. Para T.M. obtemos um resultado parecido seguindo o mesmo procedimento.

3) **Método Variacional.** Introduzimos a integral

$$I = \int_0^d \left| s(x) - \sum_{n=-N}^N B_n \phi_n(x) \right|^2 dx \quad , \quad (3.49)$$

e calculamos os coeficientes B_n para que ela seja minimizada.

A restrição da expansão de Rayleigh à região $y > \max f(x)$ surge quando deduzimos a equação (3.30), pois na região da rede ($\min f(x) \leq y \leq \max f(x)$) a equação de Helmholtz não é válida em todo o período $(0, d)$. Nesta região a condição de radiação também deixa de ter sentido, pois não há razão para impormos que as ondas devam se propagar na direção de y crescente. No entanto não pode-

mos afirmar que ela não seja válida aí, apesar de não obtermos bons resultados para redes fundas com os métodos acima. Refinamentos⁷ feitos no 2º e no 3º métodos conduziram a métodos de solução que, uma vez implementados chegaram aos mesmos resultados que desenvolvimentos exatos, o principal problema é a dificuldade em obter os coeficientes B_n quando truncamos a série (3.44), que tem levado a constantes aprimoramentos no procedimento de cálculo^{8,9,10}.

3.8 - Teoria das Distribuições aplicada às redes

As distribuições são entidades matemáticas semelhantes a funções, mas enquanto as funções possuem valores definidos para cada ponto do espaço, somente a integral do produto de uma distribuição com uma função teste necessita ser definida. Isto permite que elas sejam descontínuas ou não possuam valor finito em alguns pontos do espaço sem que isto represente problema, desde que a integral possa ser calculada. Fora destes pontos podemos associá-las a funções e determinar o seu valor em cada ponto. Quando não existem infinitos, a identidade entre elas é direta, e quando existem descontinuidades, a distribuição associada à derivada é:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_u \delta(x-x_0) \quad (3.50)$$

onde u é a função associada à distribuição U , σ_u é a descontinuidade desta distribuição no ponto x_0 , a distribuição δ é o delta de Dirac e a derivada da função u é o limite que obtemos quando $x \rightarrow x_0$.

Ao aplicarmos as equações de Maxwell em distribuições não é necessário excluir as superfícies em que ocorrem descontinuidades, onde o rotacional, o divergente e o laplaciano podem tornar-se infinitos. O artifício de separar o problema em regiões nas quais as funções e seus operadores diferenciais são finitos, e então aplicarmos as condições de contorno para fazer a ligação entre elas, não precisa ser usado. No problema das redes de difração, a descontinuidade que ocorre na superfície da rede implica em:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} + n_x \sigma_u \delta_f \quad (3.51)$$

onde σ_u é a descontinuidade que ocorre ao cruzarmos a superfície da rede na direção do vetor normal n . A distribuição δ_f está associada ao perfil da rede de maneira semelhante ao modo como o delta de Dirac está associado ao ponto

zero:

$$\int \delta_f(x, y) g(x, y) dx dy = \int g[x, f(x)] dl \quad (3.52)$$

onde dl é um elemento do perfil descrito pela função $f(x)$. A expressão (3.50) leva aos seguintes resultados:

$$\nabla U = \nabla u + n \sigma_u \delta_f, \quad (3.53)$$

$$\nabla \cdot U = \nabla \cdot u + n \cdot \sigma_u \delta_f, \quad (3.54)$$

$$\nabla \times U = \nabla \times u + n \times \sigma_u \delta_f, \quad (3.55)$$

$$\nabla U = \nabla u + \sigma_{du/dn} \delta_f + \nabla \cdot (n \cdot \sigma_u \delta_f). \quad (3.56)$$

3.9 - Solução integral para a polarização T.E.

A solução integral para a difração consiste em usar funções de Green para calcular o campo gerado pelas correntes que surgem na superfície da rede ao incidirmos luz sobre ela. O valor do campo é dado pela integral do produto da função de Green pela corrente na superfície da rede, que por sua vez depende do valor do campo que ela própria gera, resultando em uma equação integral. Para achar a função de Green correspondente ao nosso problema usamos as equações de Maxwell, e escrevendo a densidade superficial de corrente $\mathbf{j}_s = j_s \mathbf{e}_z$ como uma densidade volumétrica $\mathbf{j}_s \delta_p$, obtemos na polarização T.E. a equação Helmholtz não homogênea:

$$\nabla^2 u + k^2 u = -i4\pi\omega j_s \delta_p. \quad (3.57)$$

Lembrando que a onda incidente obedece a equação de Helmholtz homogênea, podemos escrever

$$\nabla^2 u^d + k^2 u^d = -i4\pi\omega j_s \delta_p. \quad (3.58)$$

Para $y < f(x)$, os campos são nulos, ou seja, $u^d = -u^i$, e u^d obedece a condição de radiação quando $y \rightarrow -\infty$, portanto uma vez definida a corrente superficial, a solução da equação (3.57) é única. Por este motivo, a corrente superficial é considerada a fonte do campo difratado. Para a solução desta equação introdu-

zimos uma função de Green, que obedece a condição de radiação e tal que

$$\nabla^2 G + k^2 G = \delta \quad . \quad (3.59)$$

Desta forma, o campo difratado pode ser escrito

$$u^d(x, y) = -i4\pi\omega \int G[x-x', y-f(x')] j_{\underline{s}}(x') dl' \quad . \quad (3.60)$$

A seguir expandimos G

$$G(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n(y) e^{i\alpha_n x} \quad , \quad (3.61)$$

aplicamos na equação de (3.59), e usamos a seguinte expansão da função δ

$$\delta(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{d} \delta(y) e_n(x) \quad , \quad (3.62)$$

para obter a equação:

$$\left[\frac{d^2}{dy^2} + \beta_n^2 \right] G_n(y) = \frac{1}{d} \delta(y) \quad . \quad (3.63)$$

Lembrando que trata-se de uma distribuição, substituímos a derivada segunda pela expressão correspondente, que pode ser obtida da expressão (3.50):

$$\left[\frac{d^2}{dy^2} + \beta_n^2 \right] g_n + \sigma_{dg/dy} \delta + \sigma_g \frac{d\delta}{dy} = \frac{1}{d} \delta \quad , \quad (3.64)$$

Caso passemos os deltas para o lado direito da equação, teremos uma igualdade entre uma distribuição associada com uma função e distribuições do tipo δ , que não pode ser satisfeita a menos que ambas sejam nulas. Portanto chegamos a seguinte equação:

$$\left[\frac{d^2}{dy^2} + \beta_n^2 \right] g_n = 0 \quad (3.65)$$

Igualmente, a equação (3.64) leva a $\sigma_G = 0$ e a $\sigma_{dG/dy} = d^{-1}$, ou seja, na origem a função é contínua, e a sua derivada sofre uma descontinuidade de d^{-1} . A equação (3.65) não pode ser usada em todo espaço, mas deve ser resolvida sepa-

radamente para $y > 0$ e $y < 0$. As soluções para a equação acima são:

$$G_n = \begin{cases} A_n e^{-i\beta_n y} + B_n e^{i\beta_n y}, & \text{se } y > 0 \\ C_n e^{-i\beta_n y} + D_n e^{i\beta_n y}, & \text{se } y < 0 \end{cases}$$

A condição de radiação impõe $A_n = D_n = 0$; devido à continuidade de G , $B_n = C_n$, com valor tal que haja uma descontinuidade de $1/d$ na derivada:

$$G_n = \frac{1}{2id\beta_n} e^{i\beta_n |y|} \quad (3.66)$$

Portanto, a solução para a equação (3.59) é:

$$G(x, y) = \frac{1}{2id} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\beta_n} e^{i(\alpha_n x + \beta_n |y|)} \quad (3.67)$$

Substituímos a expressão de $G(x, y)$ na integral do campo difratado (3.60):

$$u^d(x, y) = -\frac{i4\pi\omega}{2d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\beta_n} \int e^{i[\alpha_n(x-x') + \beta_n|y-f(x')|]} j_s(x') dl' \quad (3.68)$$

quando $y > \max f(x)$ não é necessário escrever o módulo, podemos retirar as variáveis x e y da integral, e a expressão acima pode ser escrita como a expansão de Rayleigh, com os coeficientes dados por:

$$B_n = -\frac{14\pi\omega}{2d\beta_n} \int e^{-i[\alpha_n x' + \beta_n f(x')]} j_s(x') dl' \quad (3.69)$$

Para $y < \min f(x)$ também obtemos a expansão de Rayleigh e os coeficientes acima, porém com o sinal trocado nos termos de β_n dentro da exponencial. Nesta região é necessário que $u^d = -u^i$ para que não haja campos, portanto, todos os coeficientes devem ser zero, exceto C_0 , que deve ser -1 . Esta imposição pode ser usada para checar os cálculos numéricos.

O próximo passo é encontrar a corrente superficial a fim de calcular a integral. Esta corrente deve ser tal que crie campos difratados que obedeçam a condição de contorno que, na polarização T.E. é que a função u^d tenda a $-u^i$ quando nos aproximarmos da rede. Para calcular a corrente superficial introduzimos a função periódica $j'_s(x) = j_s(x) e^{-i\alpha x}$, e igualamos a expressão (3.68) para o campo difratado ao campo incidente, na superfície da rede:

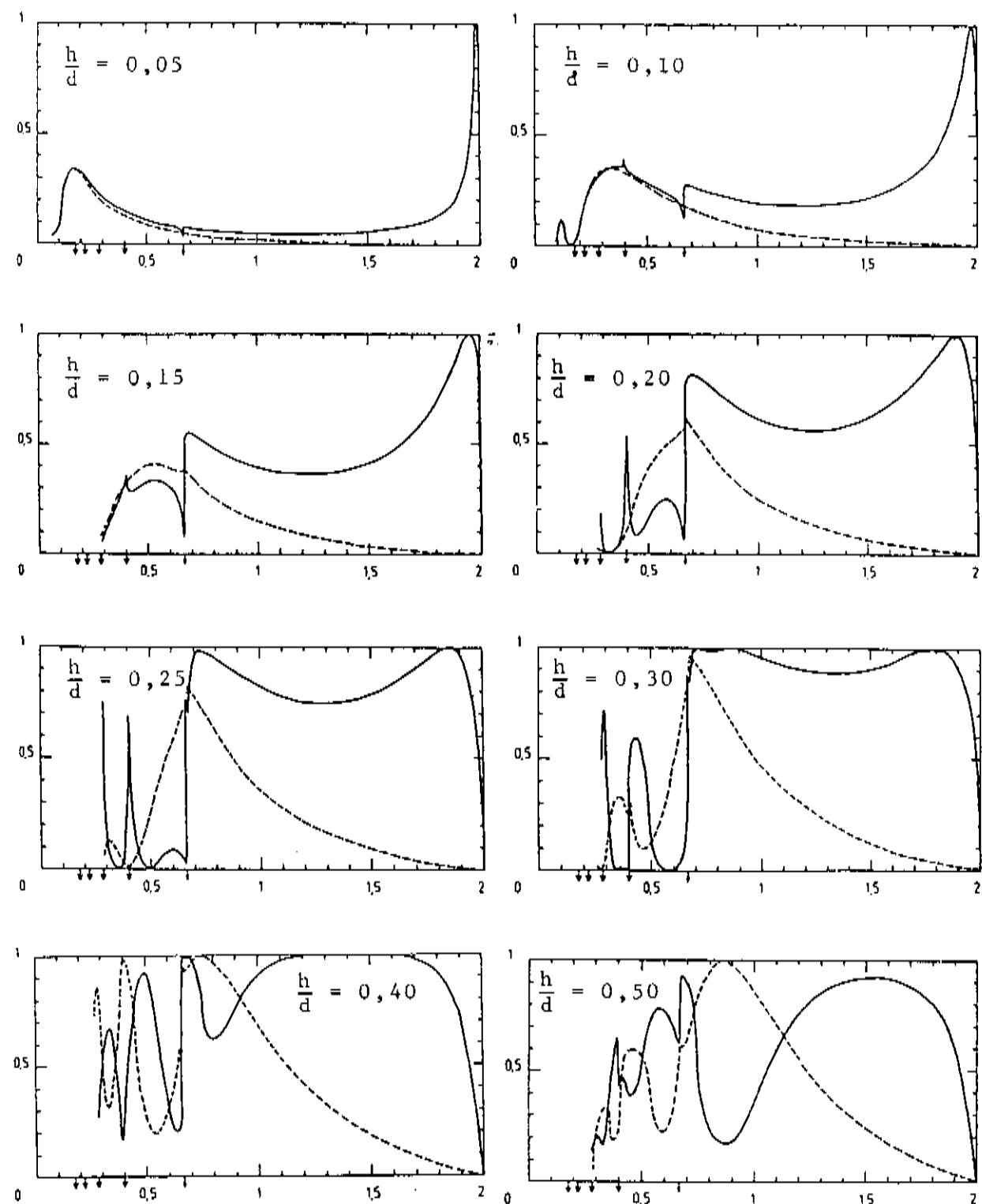


Figura 3.8 : Eficiência de difração teórica para redes senoidais perfeitamente condutoras. (Reprodução da Ref. 5, páginas 185 e 186)

$$\int K_0(x, x') j'_s(x') dx' = \exp[-i\beta f(x)] \quad , \quad (3.70)$$

$$K_0 = \frac{i4\pi\omega}{2d} \sqrt{1 + f'^2(x')} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\beta_n} e^{i[nK(x-x') + \beta_n |f(x)-f(x')|]} \quad . \quad (3.71)$$

Basta agora aplicar algum método numérico para obter a corrente e então calcular os coeficientes da expansão de Rayleigh através da integral (3.69). A concordância com a conservação da energia, com o teorema da reciprocidade e com a condição $c_n = \delta_{n0}$ são indícios de que os cálculos estão satisfatórios. Na ref. 5 são mostrados curvas de eficiência que foram obtidas com o uso deste método, algumas das quais são reproduzidas na **figura 3.8**.

3.10 - Regra de Equivalência

A regra que vamos desenvolver agora foi apresentada¹¹ pela primeira vez em 1980, ela estabelece que redes simétricas, com diferentes formatos de sulcos podem ter eficiências de difração semelhantes, desde que tenhamos apenas duas ordens difratadas (incluindo a ordem 0). Na **figura 3.9** vemos três possíveis formatos de redes simétricas, ou seja, que podem ser representadas por uma função ímpar. Toda função ímpar pode ser escrita como uma série de Fourier na qual não entram termos de cosseno:

$$f(x) = \sum_{m=1}^{\infty} b_m \text{sen } mKx \quad . \quad (3.72)$$

Os coeficientes de fourier para as três redes da **figura 3.9** são:
rede dente-de-serra:

$$b_m = d (m\pi)^{-2} [\tan \alpha - \tan(A + \alpha)] \text{sen} \left[m\pi \frac{\text{sen}(A + \alpha) \cos(\alpha)}{\text{sen } A} \right] \quad , \quad (3.73)$$

rede senoidal: $b_1 = \frac{h}{2}$, $b_m = 0 \quad \forall m \neq 1$, (3.74)

rede lamelar: $b_m = \frac{2h}{m\pi} \quad \forall m \text{ par}$, $b_m = 0 \quad \forall m \text{ ímpar}$. (3.75)

Estudos teóricos da eficiência de redes de difração mostram que a sua de-

pendência com os harmônicos decresce com o aumento de m . Na maior parte das redes, o valor de b_m também é decrescente com o aumento de m , como nos casos mostrados, em que eles decrescem com m^{-1} e com m^{-2} . Se limitarmos a uma análise qualitativa, podemos restringir esta dependência aos primeiros coeficientes, e depois expandir a eficiência em uma série de potências:

$$e_n = e_n(b_1, b_2) = \sum_{j,k=0}^{\infty} \alpha_{j,k} (b_1)^j (b_2)^k .$$

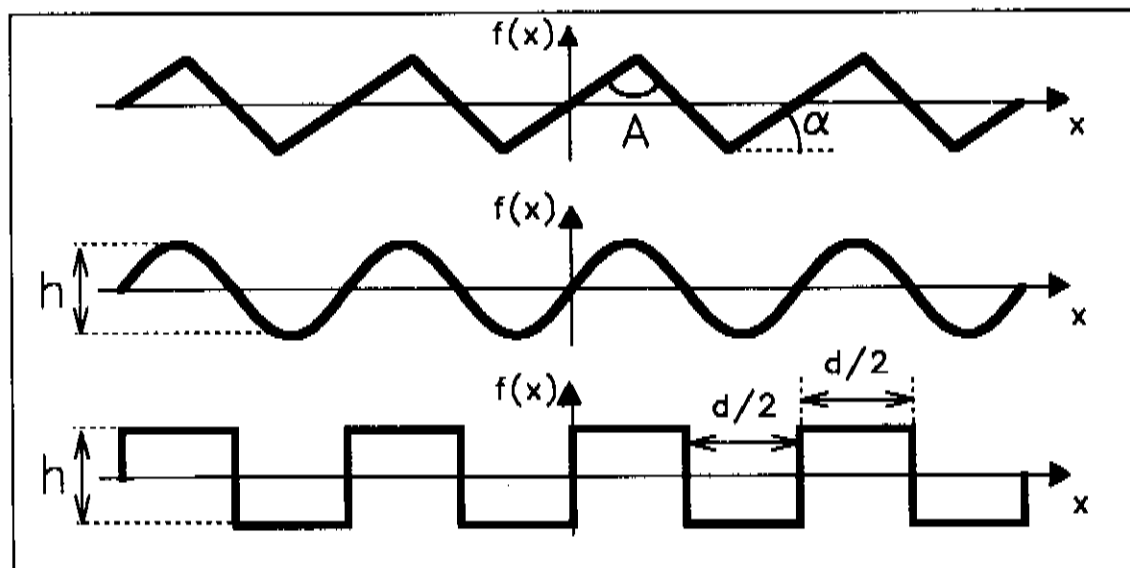


Figura 3.9 : Redes de difração simétricas com período d . O formato da rede dente-de-serra é função do ângulo de inclinação α e do ângulo de ápice A .

Se tomarmos uma rede e compararmos sua difração com a de uma rede que possua o dobro do período, veremos que esta última possui apenas as ordens de difração pares da primeira rede. Fazermos $b_1 = 0$ na expressão acima corresponde a dobrarmos sua frequência, e a imposição de que hajam apenas 2 ordens difratadas (ordens 0 e -1) nos leva a $e_n(0, b_2) = 0$, portanto

$$\alpha_{0k} = 0 .$$

A eficiência não é afetada se transladarmos a rede na direção x , particularmente se esta translação for de meio período: $e_n(b_1, b_2) = e_n(-b_1, b_2)$. Em consequência podemos escrever

$$\alpha_{jk} = 0 \quad \forall j \text{ ímpar.}$$

Conforme mostrado na seção 3.6, a eficiência não se altera se fizermos uma rotação de 180° na rede, ou seja $e_n(b_1, b_2) = e_n(-b_1, -b_2)$ e podemos cancelar mais alguns termos da série:

$$\alpha_{jk} = 0 \quad \forall k \text{ ímpar.}$$

Com os cancelamentos acima, a série se reduz a:

$$e_n = \alpha_{20}(b_1)^2 + \alpha_{22}(b_1)^2(b_2)^2 + \alpha_{40}(b_1)^4 + O(6) ,$$

a dependência com o segundo harmônico só aparece em 4ª ordem, ainda assim o valor de $(b_1)^2(b_2)^2$ é bem menor que o valor de $(b_1)^4$, e podemos afirmar que a eficiência depende principalmente do harmônico fundamental da expansão de Fourier do perfil da rede. Esta é a regra de equivalência:

Redes simétricas possuem eficiência de difração semelhantes, desde que o 1º termo das expansões de Fourier das duas redes seja o mesmo e que só hajam duas ordens difratadas.

Com este resultado podemos determinar a profundidade que deve ter uma rede senoidal ou lamelar para que ela funcione como se fosse uma rede dente-de-serra, o que é de grande utilidade, pois vimos na seção 3.7 que na polarização T.M. estas redes podem atingir até 100% de eficiência de difração, em comprimentos de onda que podem ser facilmente calculados. Na figura 3.8 podemos ver como a eficiência de difração T.M. realmente alcança 100%, e que para algumas profundidades da rede as curvas de T.E. também são "blazed", em um único comprimento de onda.

Na figura 3.10 temos o gráfico do harmônico fundamental em redes dente-de-serra (b_1 na equação (3.73)) com ângulo de ápice = 90° , e observando o valor deste gráfico em uma rede com ângulo de inclinação α , encontramos nos eixos verticais a profundidade que deve ter uma rede senoidal ou lamelar para que tenham gráficos de eficiência semelhantes. Conforme a expressão (3.26), ocorre T.M. "blazed" quando o comprimento de onda é igual à $2d\text{sen}\alpha$, que foi marcado no eixo λ_b/d para que traçando uma linha vertical seja possível encontrar o valor de λ_b para cada inclinação α . Devido à equivalência, este comprimento de onda "blazed" também ocorre em redes senoidais e lamelares, porém a imposição de que hajam apenas duas ordens difratadas limita este resultado ao lado direito da linha tracejada, pois para comprimentos de onda menores que $0.66d$, as ordens de difração 1 e -2 também aparecem na montagem de Littrow. A

curva pontilhada mostra o comprimento de onda "blazed" para a polarização T.E., determinado a partir dos cálculos numéricos para redes senoidais mostrados na **figura 3.8**, e que podem ser estendidos às redes lamelar e dente-de-serra devido à regra de equivalência. Esta curva deve ser lida usando o eixo horizontal superior e os eixos verticais, e para determinar o ângulo α corresponde à rede dente-de-serra, deve-se recorrer à curva de equivalência.

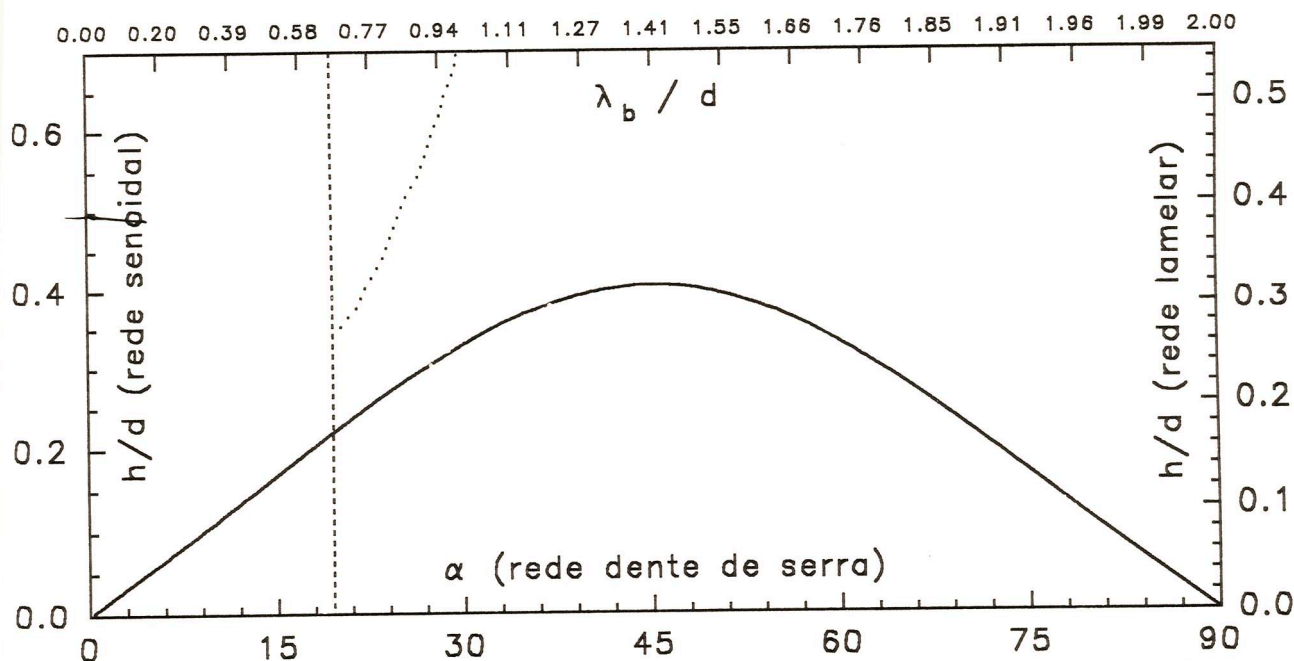


Figura 3.10 : Nomograma de equivalência entre redes dente-de-serra, senoidais e lamelares. Permite determinar os comprimentos de onda "blazed" T.E. e T.M. (vide texto).

3.11 - Eficiência de Redes de Fourier Assimétricas

Vimos no Capítulo II que redes holográficas na realidade não possuem perfil exatamente senoidal, e portanto a regra de equivalência acima não é sempre válida para elas, visto que o perfil pode mesmo nem ser simétrico. Para introduzir uma correção no formato, vamos escrever o seu perfil como

$$f(x) = \frac{h}{2} \sin Kx + \frac{h'}{2} \sin(2Kx + \phi) , \tag{3.76}$$

onde h e h' são sempre positivos. Redes deste tipo são conhecidas por Redes de Fourier e são estudadas na ref. 12, onde a eficiência de difração é calculada numericamente para diferentes valores de h , h' e ϕ . O artigo confirma a regra

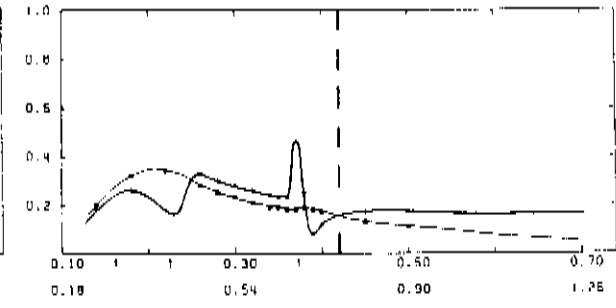
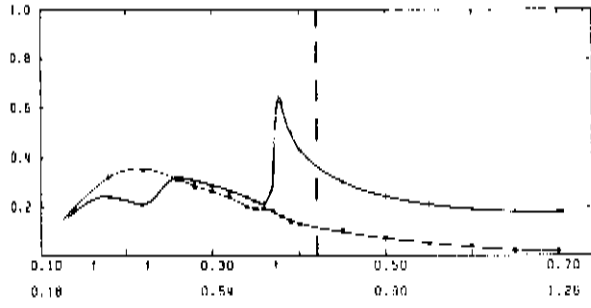
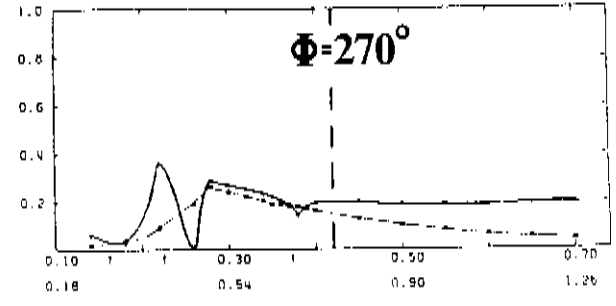
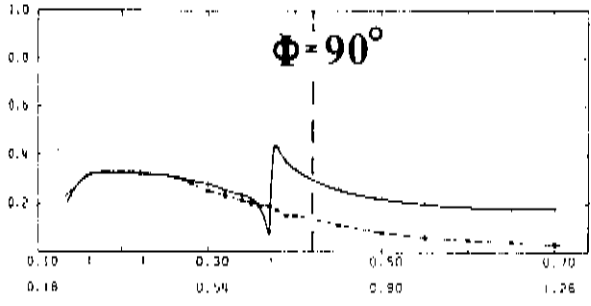
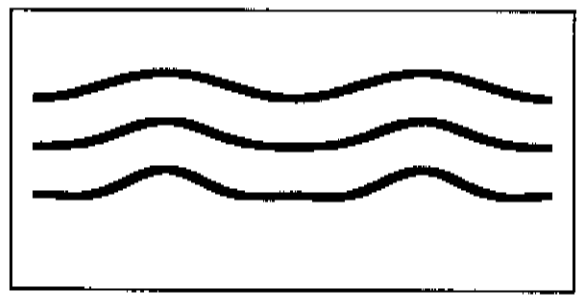
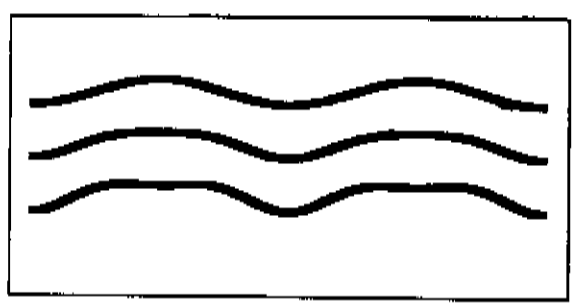
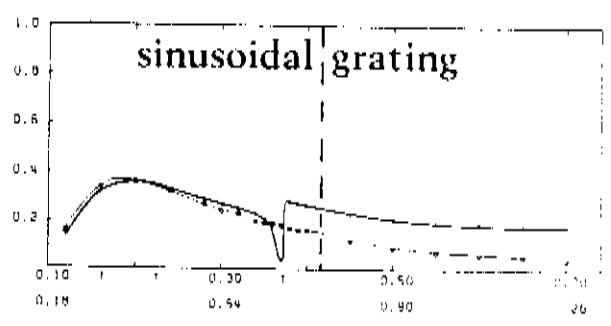


Figura 3.11: Ao alto vemos a eficiência de uma rede senoidal com $h/d = 0,1$. Logo abaixo o perfil obtido da eq. (3.76) quando $h'/d = 0, 0,02$ e $0,04$, à esquerda quando $\phi = \frac{\pi}{2}$ e à direita quando $\phi = \frac{3\pi}{2}$. Por fim temos as eficiências correspondentes ao dois últimos valores de h'/d . No eixo horizontal temos duas escalas, acima o comprimento de onda em μm para uma rede de 1800 linhas/mm e abaixo λ/d .

de equivalência para redes simétricas ($\phi = 0$ ou π), mas mostra que ela não pode ser usada quando $\phi = \pi$ ou $3\pi/2$. Todas as redes estudadas nesta tese possuem simetria de reflexão nos pontos de máximo e de mínimo, portanto pertencem a esta última categoria. Na ref. 12 são mostradas as curvas de eficiência para

estas fases, reproduzidas nas figuras 3.11, 3.12, e 3.13, juntamente com os perfis obtidos da eq. 3.76. Em cada uma destas figuras o valor de h é o mesmo, e como referência é mostrado o perfil de uma rede senoidal com esta profundidade e sua curva de eficiência.

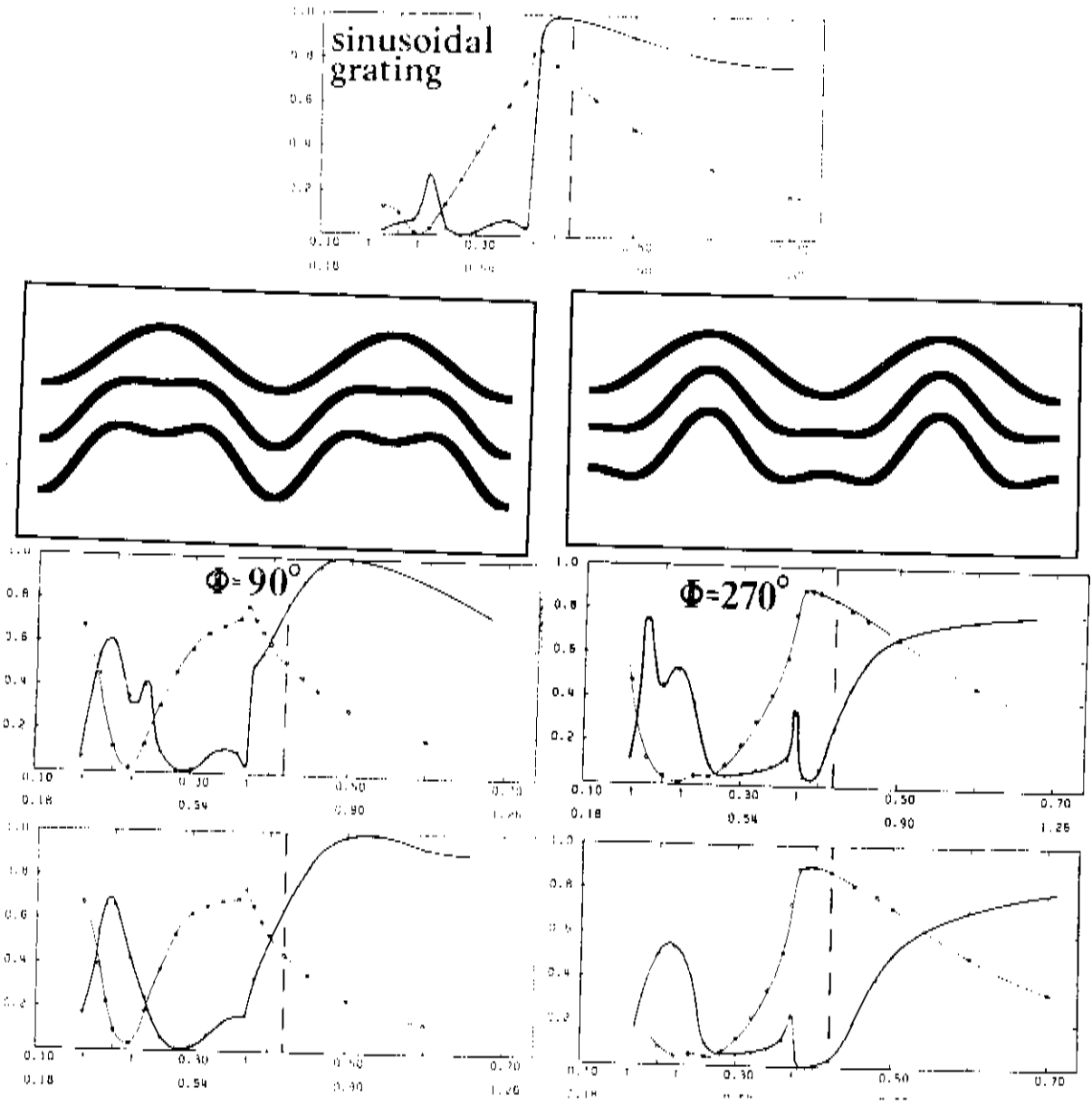


Figura 3.12: O mesmo que a figura 3.11, com $h/d = 0,26$ e $h'/d = 0, 0,09$ e $0,13$.

O efeito da isotropia do ataque é tornar as pontas da rede estreitas (figura 2.3) o que necessita $\phi = 3\frac{\pi}{2}$, semelhante ao que vemos na coluna da direita das figuras 3.11 e 3.12, enquanto a não linearidade (figura 2.4) em ge-

ral causa um efeito inverso, fazendo $\phi = \frac{\pi}{2}$, representados pelas colunas da esquerda destas figuras, assim como na figura 3.13.

Após a leitura da ref. 12 vemos que a regra de equivalência realmente não deve ser aplicada nestes caso, mesmo quando os valores de h e h' são pequenos, os gráficos são sensivelmente diferentes que os da rede senoidal, principalmente na polarização T.M.. Ainda assim, alguma semelhança pode ser encontrada para o caso T.E., e a posição em que ocorre o máximo de eficiência é aproximadamente a mesma, assim como o valor que ele atinge. Concluimos que podemos ter uma estimativa do valor harmônico fundamental da expansão de Fourier do perfil da rede observando este máximo.

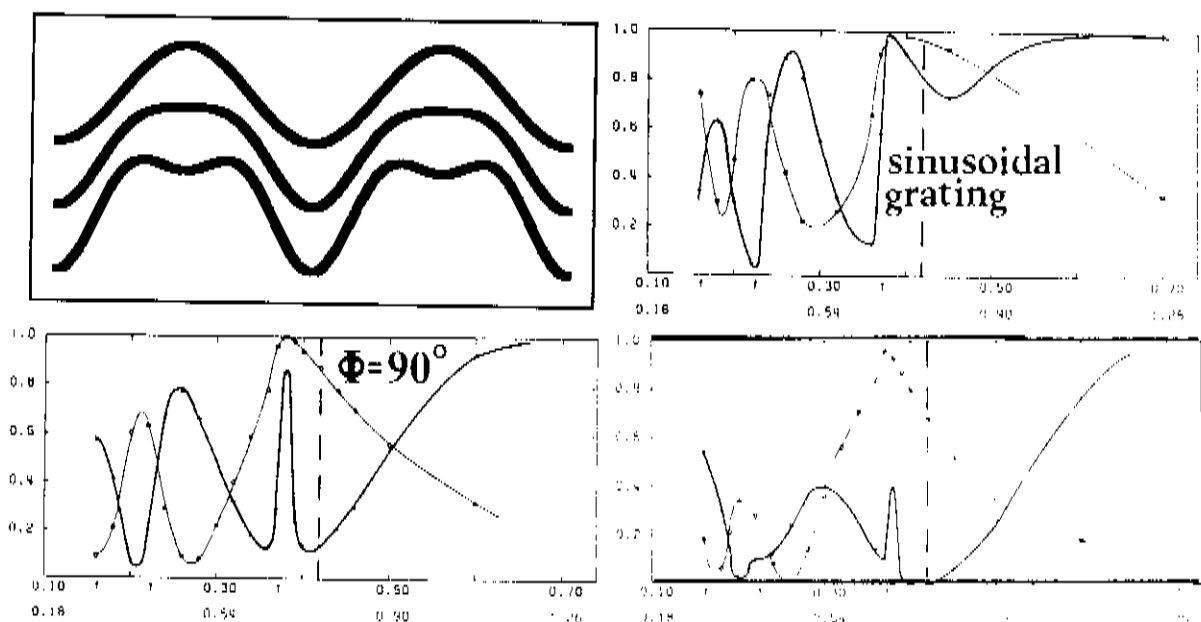


Figura 3.13: O mesmo que a figura 3.11 apenas para $\phi = \frac{\pi}{2}$, com $h/d = 0,38$ e $h'/d = 0, 0,09$ e $0,18$.

3.12 - Difração cônica

Até agora limitamo-nos a ângulos de incidência perpendiculares às linhas da rede, e fizemos a discussão da difração nestes casos. Nesta seção não fazemos nenhuma demonstração, apenas explicamos como ocorre a difração quando o vetor de onda possui o componente na direção z diferente de zero. Afortunadamente, uma vez conhecida a eficiência das polarizações T.E. e T.M. com incidência normal às linhas da rede, basta usar uma expressão simples para

calcular a eficiência em qualquer ângulo de incidência.

Abaixo escrevemos a expressão para o campo elétrico da onda incidente:

$$\mathbf{E}^i = \mathbf{a} e^{i(\alpha x - \beta y + \gamma z)} = \mathbf{a} e^{i(\tilde{\mathbf{k}}_1 + \hat{\gamma}z) \cdot \mathbf{r}} \quad , \quad (3.77)$$

onde \mathbf{a} é um vetor real de módulo unitário que indica a direção do campo elétrico e $\tilde{\mathbf{k}}_1$ é a projeção no plano xy do vetor de onda incidente. A expansão de Rayleigh precisa ser reescrita:

$$\mathbf{E}^d = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{B}_n e^{i(\alpha_n x + \beta_n y + \gamma z)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{B}_n e^{i(\tilde{\mathbf{k}}_n + \hat{\gamma}z) \cdot \mathbf{r}} \quad , \quad (3.78)$$

$$\alpha_n = \alpha + nK \quad \text{e} \quad \beta_n = (k^2 - \gamma^2 - (\alpha_n)^2)^{1/2} \quad . \quad (3.79)$$

Note-se que agora os coeficientes \mathbf{B}_n são vetores, e que o componente do vetor de onda ao longo da direção z é o mesmo para todas as ordens difratadas. Sendo n qualquer ordem difratada, a projeção no plano xy do vetor de onda desta ordem possui o mesmo módulo que a projeção do vetor de onda incidente: $|\tilde{\mathbf{k}}_n| = |\tilde{\mathbf{k}}_1| = (k^2 - \gamma^2)^{1/2}$. Portanto os vetores de onda incidente e difratado pertencem a um cone com eixo em z e com meio-ângulo igual ao ângulo entre o vetor de onda incidente e o eixo z , motivo pelo qual usamos o nome difração cônica quando o vetor de onda incidente é oblíquo.

Seguindo a convenção que temos usado para medir os ângulos quando a incidência é normal às linhas da rede, definimos $\tilde{\theta}_1$ como o ângulo entre $\tilde{\mathbf{k}}_1$ e o eixo y e $\tilde{\theta}_n$ o mesmo com relação a $\tilde{\mathbf{k}}_n$. A "fórmula da rede" para a difração cônica é:

$$\boxed{\text{sen } \tilde{\theta}_n - \text{sen } \tilde{\theta}_1 = n \frac{\tilde{\lambda}}{d}} \quad , \quad (3.80)$$

onde $\tilde{\lambda} = 2\pi / \tilde{k}$.

Considere um vetor \mathbf{U} que pertence ao plano xy e é perpendicular a $\tilde{\mathbf{k}}_1$, caso não se tratasse de difração cônica, esta seria a direção do campo elétrico na polarização T.M., ou do campo magnético na polarização T.E.. Definimos δ como o ângulo entre o campo elétrico da onda incidente e este vetor, e então podemos escrever a fórmula da eficiência para a difração cônica:

$$e_n = e_n^E \sin^2 \delta + e_n^M \cos^2 \delta , \quad (3.81)$$

onde e_n^E e e_n^M são respectivamente, a eficiência de difração na polarização T.E e na polarização T.M..

CAPÍTULO IV

O ESPECTRÔMETRO

4.1 - A montagem óptica

No capítulo anterior discutiu-se largamente o problema da eficiência das redes de difração do ponto de vista teórico, e deve estar claro que ela é uma das informações mais importantes a ser conhecida tanto pelo usuário como pelo fabricante de redes. Pensando nisto, foi montado no laboratório um espectrômetro para a medida da eficiência de difração da ordem -1 que pode ser visto na **figura 4.1**. Ele segue a montagem de Littrow, que é a mais importante para este tipo de medida (seção 1.2).

Como fonte de luz é usada uma lâmpada halógena, e um monocromador seleciona o comprimento de luz em que será medida a eficiência. Este monocromador

possua originalmente uma rede de $0,423 \mu\text{m}$ de período e outra de $0,846 \mu\text{m}$, montadas com as faces posteriores em contato e selecionáveis por um botão externo. A primeira opera em comprimentos de onda menores que $0,46 \mu\text{m}$, enquanto a segunda alcança $0,93 \mu\text{m}$, mas possui uma eficiência menor na região do espectro comum a ambas. Sendo alta a procura de redes de difração para a região do infra-vermelho, é necessário que sejamos capaz de obter a curva de eficiência nesta região, o que levou-nos a substituir a primeira das redes do monocromador por outra com período de $1,69 \mu\text{m}$, extendendo o espectro coberto pela montagem à $1,86 \mu\text{m}$. Ao colega Ivan Ferreira da Costa cabe a maior parte dos créditos pela substituição desta rede, nas etapas de concepção da idéia, produção da rede, e montagem do detetor, incluindo-se também sua insistência em executá-la.

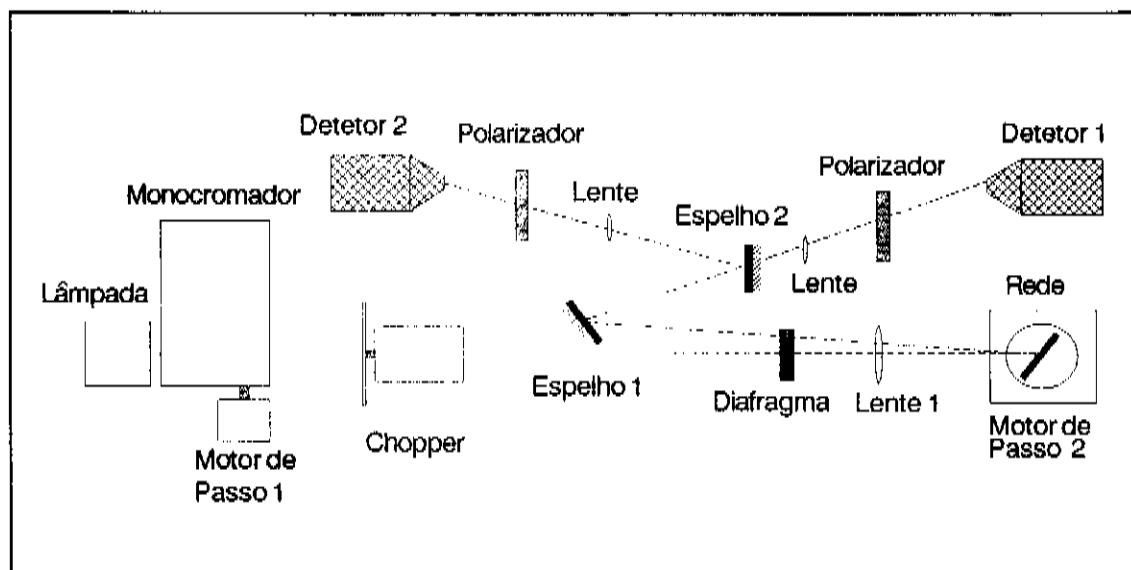


Figura 4.1 : Espectrômetro, montagem óptica. O espelho 2 é retirado quando usa-se o detetor 1

Metade da luz que parte do monocromador é bloqueada pelo espelho 1, e o diafragma projeta um semi-círculo de luz sobre a lente, que converge-o na superfície da rede. Esta é montada com as linhas posicionadas verticalmente, e pode ser rodada ao longo desta mesma direção para posicionar-se no ângulo de Littrow. Após deixar a rede como um semicírculo simétrico ao anterior, a luz passa novamente pela lente e pelo diafragma e é refletida pelo espelho 1, chegando ao detetor 1 depois passar por um polarizador e por outra lente. Este detetor é projetado para operar na faixa de $0,4 \mu\text{m}$ à $1,0 \mu\text{m}$, e quando desejar-

mos o espectro entre $0,9 \mu\text{m}$ e $1,8 \mu\text{m}$, o espelho 2 é colocado para que a luz seja desviada ao detetor 2. O diafragma determina o intervalo angular em que a luz chega e deixa a rede, devendo encontrar-se o mais fechado possível para que estejamos próximos da montagem de Littrow ideal. Exigindo que o sistema seja capaz de medir qualquer eficiência superior a 1%, a energia luminosa disponível permite fechar o diafragma até o ponto em que nenhum raio luminoso tenha o ângulo entre a direção de incidência e a direção de difração maior que 5° .

Os polarizadores selecionam os casos T.E. ou T.M., e caso deseje-se a curva para a luz não polarizada deve-se levantar as duas e então somá-las, não tendo sentido fazer a medida sem polarizador, pois a luz fornecida pelo monocromador não é igualmente polarizada nas duas direções. Um "chopper" e um amplificador "lock-in" são usados para melhorar as medidas, permitindo que elas sejam feitas mesmo com a iluminação ambiente ligada.

Antes de iniciarmos a medida da eficiência na rede, é necessário substituí-la por um "refletor perfeito", posicioná-lo em ângulo reto, e levantar a curva de resposta do detetor para cada comprimento de onda, que será usada como referência para determinar a porcentagem de luz difratada. O procedimento de medida da eficiência da rede é bastante simples: uma vez selecionado no monocromador o comprimento de onda, a rede é posicionada no ângulo de Littrow correspondente e mede-se a luz difratada, seleciona-se o comprimento de onda seguinte e repete-se o processo. Em cada curva, algumas dezenas de comprimentos de onda diferentes devem ser usadas, e depois é necessário fazer a normalização pela curva do refletor perfeito. É comum que a refletividade do material usado para recobrir a rede seja tomada como 100% na medida da eficiência de difração, o que pode ser conseguido usando um espelho feito com este material para a medida da curva de calibração.

O posicionamento correto da rede é uma questão importante, pois pode causar efeitos consideráveis na curva de eficiência. Este posicionamento inclui a rotação ou a translação da rede ao longo de alguns eixos, e nos parágrafos seguintes descrevemos como cada um destes desvios pode ser detetado e corrigido. Os dois primeiros devem ser verificados sempre que mudamos o modo como a rede é presa ao suporte, e o terceiro sempre que ela é presa a ele.

Sob o suporte da rede encontra-se um translador que movimenta-a na direção normal à sua superfície, para ajustá-lo deve-se girar a rede e verificar se o traço de luz projetado pela lente mantém-se sempre no mesmo ponto da superfície da rede. Caso ele se desloque em direções opostas ao girarmos a rede

para a esquerda ou para a direita, o transladador deve ser ajustado, e caso ele se desloque sempre na mesma direção qualquer que seja a direção em que giramos a rede, a lente 1 deve ser deslocada lateralmente para que o traço seja posicionado corretamente.

Caso a rede fique inclinada para frente ou para trás ao ser presa no suporte, a luz voltará descendo ou subindo depois de ser refletida ou difratada por ela. Para verificar se isto não está ocorrendo, deve-se colocar uma tela ao lado do difragma pelo qual a luz retorna, e verificar se o semi-círculo que se projeta sobre ela não encontra-se desviado verticalmente. Neste caso o parafuso sob o suporte deve ser regulado, o que pode tornar necessário regular novamente o transladador. Antes de começar este teste, a rede (ou espelho) deve estar posicionada perpendicularmente à linha de luz, o que pode ser feito com a opção (R)ede - (Z)era do programa descrito a seguir.

Pode ocorrer também que a rede seja colocada torta no suporte, ou seja, que suas linhas não se encontrem exatamente na vertical, mas inclinadas no plano da superfície. Posicionando a rede no ângulo de Littrow, deve-se usar a tela descrita acima para verificar se o semi-círculo não está desviado verticalmente, indicando que o suporte deve ser afrouxado e a rede girada até que o semi-círculo esteja na altura correta. Após a execução da opção (P)eríodo do programa descrito abaixo, a rede estará posicionada no ângulo de Littrow, portanto ela pode ser usada para facilitar o ajuste acima.

4.2 - A montagem eletrônica

A repetitividade e a lentidão envolvida no levantamento de cada curva de eficiência tornava clara a necessidade de automatizar o processo, tendo sido adquiridos com este fim motores de passo e um multiprogramador STD, que contem conversores A/D e D/A, saídas digitais e outros recursos sem interesse para o nosso caso. A idéia original era fazer a leitura através de um amplificador "lock-in" analógico e digitalizá-la no multiprogramador, mas foi abandonada com a chegada de um "lock-in" digital, que não só fornece a leitura já digitalizada, como também permite o controle de várias de suas funções pelo microcomputador, através do barramento GPIB que já era usado para a comunicação com o multiprogramador. São usados dois motores de passo, um para o ajuste do monocromador e outro para o posicionamento da rede de difração, e uma vez obtidos os gráficos, eles são traçados em um "plotter" que também é

acessado pelo barramento GPIB. Na figura 4.2 pode-se ver o esquema geral das ligações.

Os motores de passo utilizados são modelos nacionais fabricados pela Syncro, um deles de 500 passos por volta (mod. 851-111-7, 5 fases) usado para posicionar a rede, e outro de 200 passos por volta (mod. 841-001-4, 4 fases) usado para deslocar o monocromador. Ambos são capazes de realizar meio-passo, usado no primeiro caso pela maior precisão (0.36°) e no segundo pelo menor risco de perda de sincronismo. Os motores são movimentados por duas placas de circuito impresso, cada uma delas controlada por 5 sinais digitais, responsáveis por liberar ou não o eixo do motor, definir o sentido de rotação, definir o tamanho do passo, ordenar a execução de um passo e posicionar o eixo em uma das posições de "reset". O comando de "reset" nunca é utilizado, portanto só são necessários 4 sinais digitais para o controle de cada motor.

O Multiprogramador é um dispositivo que contém um barramento interno no qual podemos encaixar placas de circuito impresso de diversos usos. Ele possui um módulo básico que recebe comandos via barramento GPIB e controla as placas pelo barramento interno. As placas instaladas no multiprogramador do laboratório são: saídas digitais, conversor digital/analógico, conversor analógico/digital rápido e um multiplexador analógico para permitir a leitura de vários sinais analógicos. O conversor A/D tornou-se desnecessário com o uso do "Lock-in" digital, e o conversor D/A para o controle dos motores de passo foi substituído pelas saídas digitais, mais rápidas e simples.

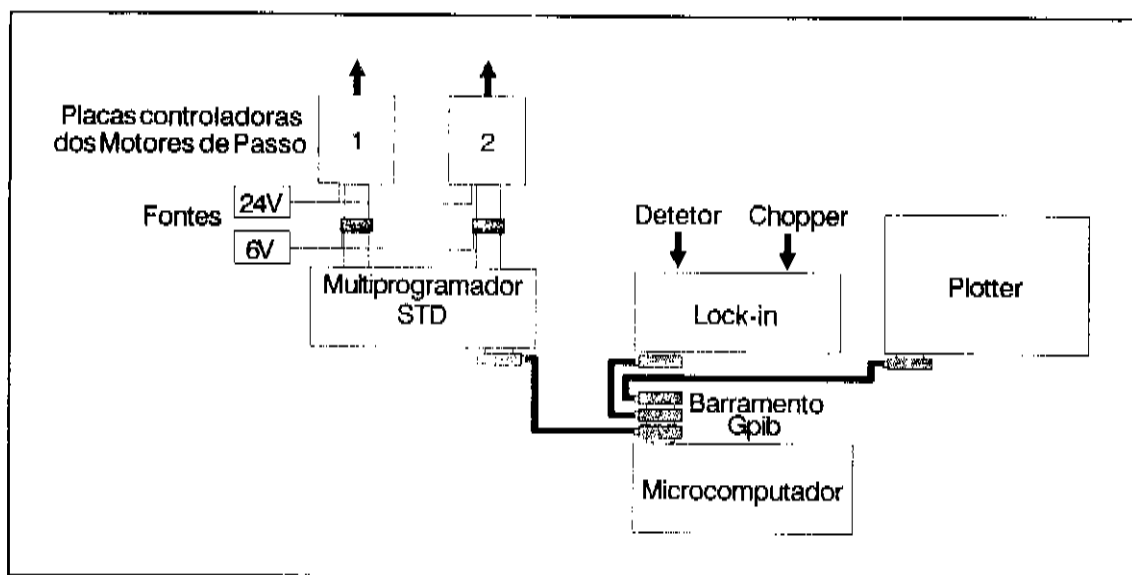


Figura 4.2 : Espectrômetro, controle.

A placa de saídas digitais consiste em 16 chaves polarizadas isoladas, que ligamos em série com uma fonte para servirem como geradoras de sinal, tomando-se o cuidado de respeitar a polarização. Da placa sai um cabo chato de 32 vias, com cada par de fios consecutivos conectado a uma das chaves. As 8 últimas chaves foram unidas em grupos de 4 por 2 conectores de 10 pinos, ligando-se o terminal negativo de cada uma delas a cada um dos 4 primeiros pinos. Os terminais positivos foram todos ligados ao polo positivo de uma fonte de 6 V, cujo polo negativo foi ligado ao 5º contato dos conectores. Desta forma, o ligar e desligar das chaves gera sinais de 6 V nos contatos correspondentes dos conectores, sendo o terra fornecido pelo 5º contato.

O 4º (último) grupo de quatro chaves controla o motor de passo da rede, enquanto o motor de passo do monocromador é controlado pelo 3º grupo. Cada grupo é representado por um dígito hexadecimal, cujos "bits", começando pelo menos significativo, controlam respectivamente o tamanho do passo, o "clock" (cada descida do "clock" corresponde a um passo), o sentido de rotação e a liberação do eixo.

4.3 - O programa controlador

Para o controle dos motores de passo e do "lock-in", foi desenvolvido durante o ano de 1991 um programa de 1000 linhas em Pascal, com as seguintes características:

- Ajuste automático do "lock-in" para a escala mais apropriada e ajuste do programa para a escala de tempo selecionada no "lock-in".
- Normalização de todas as curvas pela intensidade de luz obtida ao colocarmos um espelho na posição da rede.
- Determinação do período da rede.
- Espectro de transmissão ou reflexão de lâminas de vidro ou outro material.
- Curva intensidade da luz refletida pelo ângulo da rede, com o comprimento de onda fixo.
- Curva eficiência da ordem n pelo comprimento de onda, na montagem de Littrow.
- Nas medidas de máximo de intensidade pelo ângulo da rede, interpolação por uma parábola para melhor precisão na posição da rede e no valor do máximo.
- Possibilidade de gravação de todas as curvas em arquivo.

Ao executar o programa imediatamente surge a tela de controle, que fornece várias informações, permite modificar as condições do sistema e executar os procedimentos acima. As letras entre parênteses à direita da tela devem ser digitadas para executar os comandos correspondentes. Abaixo temos uma descrição dos comando e das informações relacionadas a cada um:

(M) - Monocromador : Entre parênteses encontramos a rede que está selecionada através do botão que se encontra na parte superior do monocromador. A "high-blazed" permite trabalhar entre 0,35 μm e 0,93 μm , e corresponde à rede 2 ("default"), enquanto a "low-blazed" permite trabalhar até 1,8 μm e corresponde à rede 3. Em frente à indicação da rede selecionada vemos o comprimento de onda em que o monocromador se encontra. Quando o programa é iniciado este valor é assumido como 0,5 μm , e ao final da execução o monocromador é deslocado para esta posição. Ao selecionarmos esta opção surgem outras opções : Troca (R)ede, (I)nforma Lambda ou (M)ove para Lambda: A opção R permite indicar qual rede está selecionada no monocromador, a opção I é usada quando por algum motivo o valor lido no monocromador não concorda com o indicado pelo computador e a opção M serve para mover o monocromador para algum comprimento de onda.

(R) - Rede: As informações contidas neste comando são a posição da rede, o sentido de rotação e se o eixo do motor se encontra travado ou não. Quando o eixo está liberado podemos mover a rede com a mão, mas ao iniciarmos as medidas o eixo deve permanecer travado para que não haja perda de sincronismo, isto é, para que a posição em que a rede se encontre seja sempre a esperada pelo computador. Dentro desta opção os comandos que podem ser selecionados são: (I)nforma posição, (M)ove para posição, (P)asso, (L)ibera, (T)rava, (+)Positivo, (-)Negativo e (Z)era. As duas primeiras são semelhantes às existentes para o monocromador, a opção (P) permite deslocar um passo no motor da rede a cada toque desta tecla, as opções (T) e (L) servem para liberar ou travar o eixo do motor, e as duas seguintes controlam a direção de rotação. A opção (Z) serve para encontrar o ponto de máximo na vizinhança de onde se encontra a rede, e designá-lo como origem do sistema (zero).

Antes de chamar a opção (Z), deve-se posicionar a rede perpendicularmente à linha de luz e travar o motor, verificando se ao travá-lo a rede não pulou para uma posição distante da original, o que tornará necessário reposicioná-la através da opção "Rede: Passo". Para auxiliar o posicionamento da rede, pode ser útil observar no "lock-in" o ponto em que a leitura é máxima, e uma vez próximo do ponto de máximo (ou com a rede razoavelmente perpendicular), chama-se a opção "Rede: Zera". Caso um ponto de máximo seja encontrado ele é desig-

nado como zero e são enviados comandos de auto-sintonia e de auto-fase ao "lock-in", caso contrário é exibida a mensagem "Zero não encontrado", e então o procedimento deve ser repetido. Obs: ao realizar a busca do zero o "lock-in" não pode estar completamente fora de sintonia.

(L) - Lockin: Em frente a este comando é mostrada a leitura atual do "lock-in", e caso já tenha sido levantada a curva de calibração é mostrado o valor normalizado desta leitura, seguidos na linha de baixo pelo valor de RC do filtro de saída. O programa possui uma rotina de leitura do "lock-in" que consiste no seguinte: cada vez que é solicitada uma leitura é verificado se existe "overload" e se o valor medido está acima do fundo de escala ou abaixo de 1/10 do seu valor, e quando uma destas situações é detetada a escala é aumentada ou diminuída, conforme o caso. Após isto são feitas leituras em sequência, separadas por um intervalo RC, até que o sinal estabilize. Só então é feita a leitura propriamente dita, sendo repetida o número de vezes especificado por (N)úmero de repetições e depois obtida uma média. Para determinar o valor mínimo de voltagem no detetor, abaixo do qual a intensidade deve ser considerada zero, existe a opção leitura mínima (A)bsoluta. A leitura mínima (R)elativa tem função semelhante, mas o valor refere-se à medida normalizada pela curva de calibração, e se a leitura estiver abaixo de qualquer das duas ela é considerada zero.

(E) - Espectro: A principal função desta opção é levantar o espectro de (C)alibração que será usado para normalizar todas as medidas do sistema. Para usar um espectro medido anteriormente basta responder ao ser pedido o nome do arquivo de leitura, ao qual será acrescentado a extensão .DAT. Caso esta pergunta seja deixada em branco, o programa irá fazer a medida do espectro. Antes de selecionar esta opção deve-se colocar um espelho na posição da rede, travar e zcrar a rede, de modo que as curvas serão normalizadas pela refletância do espelho. Uma vez obtida a curva de calibração, em frente ao comando Espectro serão mostrados em primeiro lugar o nome do arquivo do qual ela foi lida, seguido pelos comprimentos de onda iniciais e finais do intervalo no qual o espectro foi levantado e por último a distância entre cada par de medidas. Além do espectro de calibração, podemos selecionar o espectro (G)eral, que levanta a curva da intensidade de luz que chega ao detetor em vários comprimentos de onda, normalizando pela curva de calibração. Ela é útil quando queremos levantar a refletância de uma placa colocada na posição da rede ou a transmitância de uma placa colocada no caminho óptico, deixando o espelho no lugar da rede.

Para o levantamento do espectro são pedidas mais algumas informações:

Quantas Varreduras? - especifica o número de vezes que a curva deve ser medida, o resultado final, que é gravado no arquivo, é a média destas medidas. Qual o sentido? - permite que o monocromador seja deslocado sempre na direção crescente ou decrescente, para evitar problemas de "back-lash". Qual o tamanho do eixo Y? - Caso seja respondida com zero os valores numéricos serão mostrados na tela simultaneamente à medida, e se colocado um valor maior que zero será traçado um gráfico, com este valor usado como o valor máximo do eixo vertical (este valor não tem nada a ver com a medida em si). Qual o nome do arquivo? - Trata-se do arquivo de saída, ou seja, deve ser respondida com o nome do arquivo no qual deve ser gravado o resultado das medidas. Caso seja deixada em branco o resultado não será gravado no disco, podendo ser acompanhado na tela e usado para a calibração, mas perdido logo que o programa seja encerrado. Os resultados são gravados no formato texto, em duas colunas separadas por espaço, a primeira contendo o comprimento de onda e a segunda contendo a medida. Como em todos os arquivos usados no sistema, é assumida a terminação .DAT.

(P) - Período da Rede: Determina o período da rede através do ângulo em que ocorre a primeira ordem de difração, deve-se tomar certo cuidado se a rede for muito ruidosa. Conforme o período e a curva de eficiência da rede, talvez seja conveniente ou mesmo imprescindível movimentar o monocromador para aumentar a precisão ou permitir que haja difração. Caso seja possível determinar o período da rede ela será deixada no ângulo de Littrow após a determinação do período, caso contrário o resultado será zero.

(A) - Gráfico Ângulo x Eficiência: No comprimento de onda em que o monocromador se encontra, a rede é movida passo por passo entre os ângulos selecionados enquanto o resultado é mostrado na tela, e gravado no arquivo caso o seu nome tenha sido digitado.

(I) - Gráfico Lambda x Eficiência da primeira ordem: Para levantar este gráfico é necessário que já se tenha idéia do período da rede, pois o ponto de máximo é procurado próximo ao ângulo que seria esperado pelo valor de período informado. Uma vez encontrado o ponto de máximo, é feita uma interpolação por uma parábola usando para isto os dois pontos vizinhos, e só então o valor e a posição do máximo são determinados. Caso não seja encontrado nenhum ponto de máximo, soa a campanha do computador para alertar o operador, e a medida é tomada como zero. No arquivo são gravadas três colunas, uma correspondendo ao comprimento de onda, outra à eficiência e outra ao período da rede, determinado pelo ângulo em que o máximo foi encontrado. Além da opção varreduras em lambda, semelhante à existente para a medida do espectro, é necessário especi-

ficar o número de varreduras em ângulo, ou seja, uma vez posicionado o monocromador, quantas vezes a rede deve ser movimentada para a esquerda e direita antes de ser tirada a média. Estas opções permitem melhorar o resultado quando a medida está muito ruidosa.

(D) - Diretório: Especifica o diretório que será usado para a leitura e gravação dos arquivos.

4.4 - Procedimentos de Medida

Ligação do sistema: Para utilizar o sistema é necessário ligar todos os equipamentos (lâmpada, "chopper", "lock-in", multicontrolador STD, fonte de 6 volts, fonte dos motores de passo e microcomputador) e então chamar o programa rede. Feito isto, o motor de passo a que se acopla a rede estará liberado e o micro indicará a posição do monocromador como sendo 5000 Angstroms, valor que deve ser conferido com o valor lido no visor do monocromador, e caso necessário alterado através da opção "Monocromador: Informa posição".

Espectro de Normalização: Em qualquer medida, é necessário possuir uma curva de normalização. Para isto, deve-se colocar um espelho na posição da rede e verificar o seu posicionamento seguindo os dois primeiros procedimentos da seção 4.1, travá-lo na posição zero e chamar a opção "Espectro: Calibração". Esta curva deve ser levantada duas vezes, cada uma com o polarizador colocado em uma direção, e gravada com nomes diferentes para que possam ser chamadas separadamente do disco.

Medida da eficiência da primeira ordem: Após a rede ter sido colocada no suporte, deve ser verificado o seu posicionamento, seguindo os três procedimentos da seção 4.1. Antes de selecionar a opção "I", o polarizador deve ser colocado na direção desejada e a curva de normalização correspondente a esta polarização carregada.

CAPÍTULO V

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

5.1 - Curvas de eficiência

Como já foi dito, as curvas de eficiência dependem fortemente do formato dos sulcos da rede, que por sua vez, dependem do padrão de gravação. Um dos efeitos indesejados mais frequentes nas redes produzidas no Laboratório, é causado pela inhomogeneidade do feixe laser, que faz com que o padrão de interferência seja mais intenso em uma região, decaindo ao afastarmos-nos dela. Desta forma a rede gravada é mais funda nesta região e mais rasa nas outras, e iluminando-a com luz branca a difração da ordem 0 assume cores diferentes, conforme a quantidade de luz difratada em cada comprimento de onda. Com certa prática é possível determinar visualmente em que direções ocorrem os gradien-

tes de profundidade.

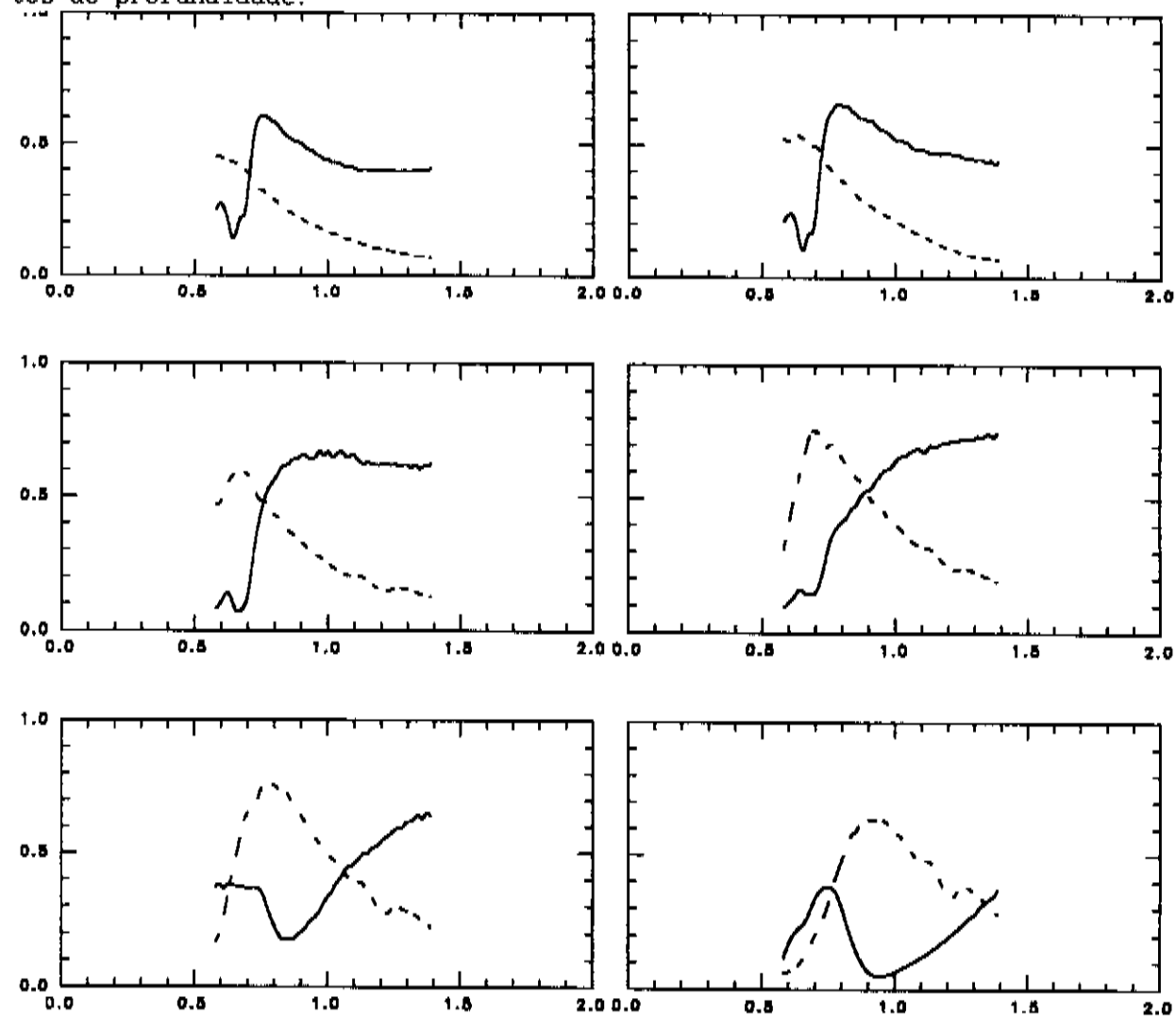


Figura 5.1 : Gráfico de eficiência por λ/d , para uma rede de período $d = 0.67 \mu\text{m}$, nos pontos a, b, c, d, e e f, na polarização T.E. (pontilhada) e na polarização T.M. (contínua).

Na figura 5.1 vemos a eficiência de difração medida em vários pontos de uma mesma rede, sendo que o ponto f encontra-se no centro da região de profundidade máxima, e os outros afastam-se em direção à periferia. A constatação de que a profundidade da rede aumenta do ponto a ao ponto f, pode ser feita pela observação da curva de T.E., que se desloca para a direita. O gráfico de T.M. mostra um máximo proeminente nos pontos em que a rede é rasa (a e b) que parece formar um platô a medida que os pontos tornam-se mais fundos, semelhante ao que ocorre na figura 3.8. Nos pontos em que a rede é mais profunda, os gráficos são mais parecidos com os mostrados no lado direito da figura 3.12, indicando que deve tornar-se significativo o efeito do ataque isotrópico, con-

forme discutido na seção 3.11. Na época em que estes gráfico foram levantados, ainda não haviam sido percebidos os efeitos do mal alinhamento da rede, descrito na seção 4.1, e que podem ser responsáveis pelas baixas eficiências alcançadas.

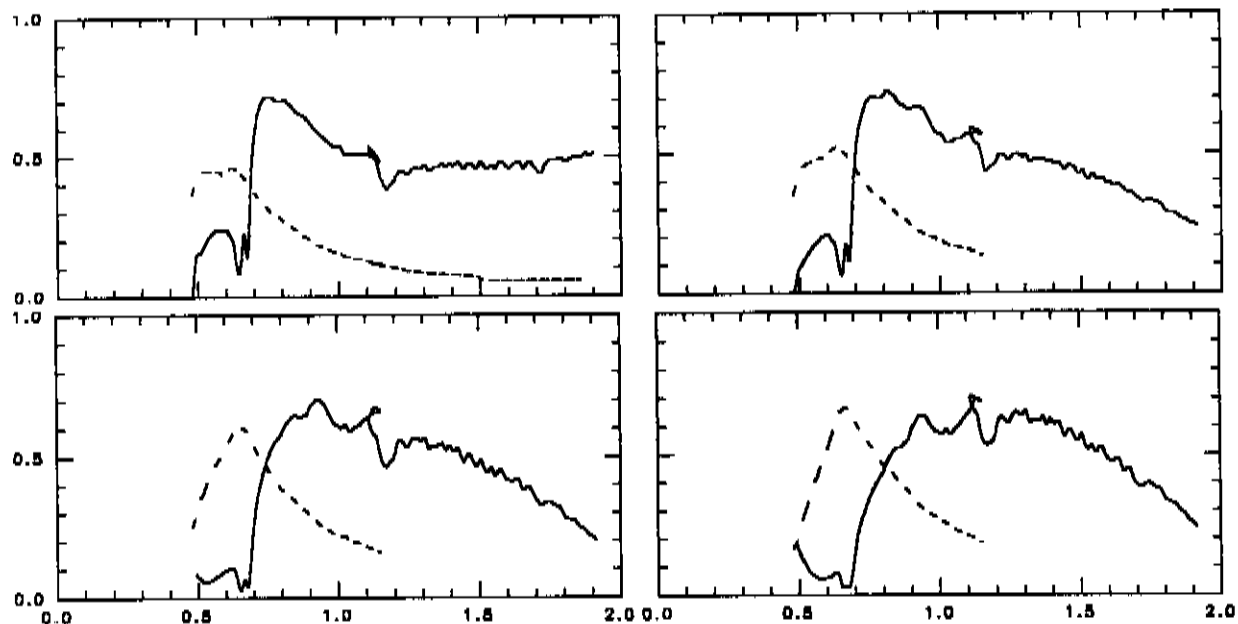


Figura 5.2 : Gráfico de eficiência por λ/d , para uma rede de período $d = 0.8 \mu\text{m}$, nos pontos a, b, c, e d na polarização T.E (pontilhada) e na polarização T.M. (contínua).

A figura 5.2 mostra uma rede de período diferente, na qual usamos o detector de infra-vermelho para levantar o espectro da polarização T.M. até o comprimento de onda $1,9 d$, já que o espectro T.E. não acrescenta nenhum dado novo nesta região, como pode ser visto na primeira curva. As 3 primeiras curvas de T.E. são praticamente idênticas às 3 primeiras curvas da figura 5.1, sinalizando que cada par de ponto a, b e c têm harmônicos fundamentais semelhantes nas figura, enquanto a curva d corresponder a uma rede não muito mais profunda que a curva c. Observando o comportamento da curva de T.M., vemos que ela não tem o pico esperado em $\lambda/d = 2$ nos gráfico da figura 3.8, assemelhando-se mais ao que podemos ver da curva da esquerda na figura 3.12. Isto leva-nos a supor que o efeito da não linearidade é forte nesta rede.

5.2 - Fotografias no Microscópio Eletrônico

No Capítulo III descrevemos a terla que permite calcular a eficiência de

difração de uma rede da qual conhecemos o perfil, e na seção acima mostramos algumas curvas de eficiência obtidas experimentalmente. A continuação natural é verificar se estas medidas obedecem a teoria, ou seja comparar o resultado obtido com aquele que seria esperado pelo perfil da rede. Para determinarmos este perfil é necessário quebrar a rede na direção perpendicular às suas linhas e levá-la a um microscópio eletrônico, no caso o Microscópio de Varredura Eletrônica do CPqD - Telebrás.

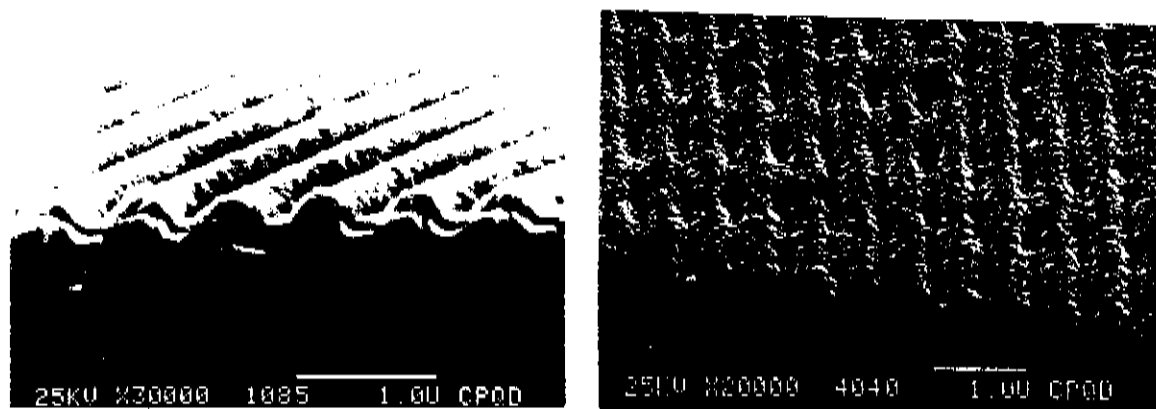


Figura 5.3 : À esquerda vemos o dano causado na rede durante a sua quebra para a fotografia no microscópio eletrônico. À direita a reflexão da luz na face posterior do substrato surge como uma rede perpendicular à rede original.

A questão da quebra da rede é muito mais delicada do que pode parecer, e consumiu vários meses sem chegar a uma solução definitiva. Uma das dificuldades reside em manter intacta a superfície da rede, que é facilmente danificada quando o substrato quebra-se de maneira irregular, e muitas semanas foram perdidas quando, depois de produzidas e medidas, não era possível determinar o perfil das amostras. Na **figura 5.3**, temos um dos exemplos menos dramáticos do que pode acontecer, mas suficiente para tornar impossível a obtenção de uma boa foto de topo. Outro problema é conseguir que o substrato parta-se no ponto desejado e em ângulo reto com as linhas da rede..

Ao observar a rede no microscópio, é comum vermos a profundidade dos sulcos variar significativamente na distância de alguns períodos, o que pode ser explicado pelas tensões que surgem na quebra da rede. Outra possível causa é luz refletida na face de trás do substrato, que interfere com o padrão de gravação gerando uma modulação periódica da amplitude, com o período e a direção determinados pela inclinação entre as faces do substrato. A **figura 5.3** mostra um exemplo deste efeito.

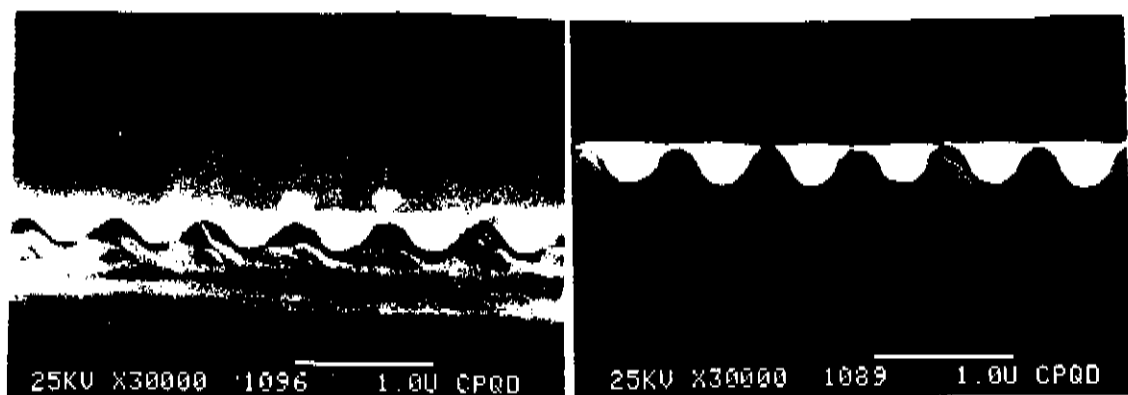


Figura 5.4 : Fotografias dos pontos d e e cuja eficiência é mostrada na figura 5.1.

De todas as tentativas de se obter fotos do perfil das redes, poucas foram frutíferas, entre elas as mostradas nesta página. Elas correspondem aos gráficos da seção anterior, e comprovam as suposições então expostas, a respeito da profundidade e do formato dos sulcos da rede. Na figura 5.4 vemos que quando a rede torna-se funda o ataque isotrópico torna-se significativo, afinando as cristas e alargando os vales. Na figura 5.5 vemos que quando a energia luminosa está abaixo de um certo valor, nenhuma fotorresina é retirada, resultando em um plano na parte mais alta das redes.



Figura 5.5 : Fotografias dos pontos a e b cuja eficiência é mostrada na figura 5.2.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES

No capítulo anterior mostramos como o sistema de medida da eficiência pode dar uma determinação qualitativa do formato da rede, dando uma idéia da sua profundidade e do peso da isotropia e da não linearidade da taxa de ataque no resultado final. Um limitante grave desta análise é o pequeno número de curvas de eficiência disponíveis, visto que só podemos obtê-las através de artigos que nem sempre cobrem todos os valores possíveis aos parâmetros.

Para o consumidor da rede a curva de eficiência é de grande importância, para que ele possa avaliar se ela satisfaz as suas necessidades e quais as condições em que seu sistema deverá operar. Pode-se dizer que o perfil da rede é irrelevante para ele.

Já as informações que o Laboratório de Óptica pretende retirar destas

curvas são mais completas, para que possa determinar qual correção deve ser feita no processo a fim de obter a eficiência desejada. Usando o método exposto, diminuimos a necessidade de recorrer a outros órgãos para fazer a microscopia, que apresenta os inconvenientes de ser um processo destrutivo e de limitar o tipo de o substrato que pode ser usado, pois nem todos se prestam para a preparação de amostras. Mesmo que não possamos determinar exatamente o formato da rede, observando sua curva de eficiência somos capazes de dizer se é necessário aumentar os efeitos da isotropia ou da não linearidade, para que ela tome o formato mais adequado.

Todo o estudo feito na teoria da difração deixa-nos em posição de partir para o desenvolvimento de um programa que calcule a difração, possibilitando ao laboratório calcular as curvas de eficiência com os parâmetros próximos aos que obtemos com nosso processo de fabricação, ampliando nossa capacidade de análise da curva de eficiência. Além disso torna-se premente a necessidade de calcular a difração em situações totalmente diversas, por exemplo, sabendo a difração por transmissão da fotoresina imersa no revelador, podemos monitorar a profundidade da rede em cada instante através da difração de um laser de He-Ne, e interromper o processo quando a profundidade desejada for alcançada.

Como benefício indireto, a automação desta montagem forneceu subsídios para que outras sejam feitas, e com efeito, a experiência adquirida já foi útil em resolver vários problemas de aquisição de dados e controle em outras montagens do laboratório.

```

program IsoAtaque;
{$N+;$E-}

uses crt,graph;

const
  Lambda=0.4579/1.67;
  PeríodoRede=1;
  ResRes=0.02;      {Resolucao do FotoResiste}
  DeltaT=0.1;      {Intervalo de tempo das iteracoes}
  k=2*3.1416/Lambda;
  E11=0.007;       {Potencias de exposicao em mW}
  Er1=0.007*0.0;
  E12=0.006;
  Er2=0.006*0.0;
  Ef =0.02;
  texp=4000;       {Tempo de exposicao em s}

type
  Superficie=^SupRec;
  SupRec=record
    X,Y: extended;
    Prox: Superficie;
  end;

var
  Sup1, Supa, Supb, PonMaisRas, PonMaisFun: Superficie;
  FatGrafX, FatGrafY, y0, DNodo, t, k2sint, k2cost, Int1, Int2, Int3, Int4, Int5,
  Teta: extended;
  X, Y: extended;
  XAsp, YAsp: word;
  i1, i2, ParametroAtaque: integer;
  arq: text;
  Nome: string;

procedure Aloca(var P: Superficie);
begin
  if MaxAvail > SizeOf(SupRec) then
    New(P)
  else
    begin
      outtextxy(0,24, 'Impossivel Calcular: aumente ResRes');
      repeat until keypressed;
      halt;
    end;
end;

function arcsin(x: extended): extended;
begin
  if (x <> 0) and (abs(x) <> 1) then
    arcsin:=arctan(1/sqrt(1/sqr(x)-1))
  else
    if x=0 then
      arcsin:=0
    else

```

```

    arcsin:=pi/2;
end;

function Intensidade(X,Y:extended):extended;
begin
    Intensidade:=Int1+Int2*cos(k2sint*X)          +Int3*cos(k2cost*Y)+
                Int4*cos(k2sint*X-k2cost*Y)+Int5*cos(k2sint*X+K2cost*Y);
end;

function TaxaAtaque(X,Y:extended):extended;      {Referencia 4 da tese}
const
    n=9;
    c=1e-2;          {constante de exposicao em cm2/mJ}
    rmax=0.055;     {taxa de ataque em m/s}
    rmim=0.00015;
    mth=0.3;
var
    m, r, a, rr:extended;
    i:integer;
begin
    TaxaAtaque:=r;
    if r<1e4 then
        m:=exp(-r)
    else
        m:=0;
    r:=(1-m);
    rr:=(1-mth);
    for i:=1 to n-1 do
        begin
            r:=r*(1-m);
            rr:=rr*(1-mth);
        end;
    a:=(n+1)/(n-1)*rr;
    TaxaAtaque:=rmax*(a+1)*r/(a+r)+rmim;
end;

procedure CalculaSuperficie;
var
    Seno, Seno0, Cose, Cose0, DelS, DelS0, Ataque:extended;
    S:string;
begin
    repeat
        DelS:=sqrt(sqr(Sup1^.Prox^.X-Sup1^.X)+sqr(Sup1^.Prox^.Y-Sup1^.Y));
        Cose:=(Sup1^.Prox^.X-Sup1^.X)/DelS;
        Seno:=(Sup1^.Prox^.Y-Sup1^.Y)/DelS;
        Sup1^.X:=Sup1^.Prox^.X+PeriodoRede;
        Sup1^.Y:=Sup1^.Prox^.Y;
        Sup1:=Sup1^.Prox;
        Supa:=Sup1;
        PonMaisRas:=Sup1;
        PonMaisFun:=Sup1;
        repeat
            DelS0:=DelS;
            Cose0:=Cose;
            Seno0:=Seno;
            if sqrt(sqr(Supa^.Prox^.Prox^.X-Supa^.X)+

```

```

    sqr(Supa^.Prox^.Prox^.Y-Supa^.Y) ) < ResRes then
begin
dispose(Supa^.Prox);
i2:=i2-1;
Supa^.Prox:=Supa^.Prox^.Prox;
end;
DelS:=sqrt(sqr(Supa^.Prox^.X-Supa^.X)+sqr(Supa^.Prox^.Y-Supa^.Y));
if DelS>ResRes then
begin
Aloca(Supb);
i2:=i2+1;
Supb^.X:=(Supa^.X+Supa^.Prox^.X)/2;
Supb^.Y:=(Supa^.Y+Supa^.Prox^.Y)/2;
Supb^.Prox:=Supa^.Prox;
Supa^.Prox:=Supb;
DelS:=DelS/2;
end;
Cose:=(Supa^.Prox^.X-Supa^.X)/DelS;
Seno:=(Supa^.Prox^.Y-Supa^.Y)/DelS;
Ataque:=TaxaAtaque(Supa^.X,Supa^.Y)*Deltat;
Supa^.X:=Supa^.X+Ataque*(Seno*DelSC+Seno0*DelS)/(DelS+DelS0);
Supa^.Y:=Supa^.Y-Ataque*(Cose*DelS0+Cose0*DelS)/(DelS+DelS0);
if Supa^.Y<PonMaisFun^.Y then
PonMaisFun:=Supa;
if Supa^.Y>PonMaisRas^.Y then
PonMaisRas:=Supa;
Supa:=Supa^.Prox;
until Supa^.Prox=Supi;
Supa^.X:=Supi^.X+PeriodoRede;
Supa^.Y:=Supi^.Y;
t:=t+Deltat;
bar(GetMaxX-100,GetMaxY-24,GetMaxX,GetMaxY);
str(t:7:2,S);
outtextxy(GetMaxX-100,GetMaxY-24,'T = '+S);
str(t/deltat:4:0,S);
outtextxy(GetMaxX-100,GetMaxY-16,'NI = '+S);
str(i2:4,S);
outtextxy(GetMaxX-100,GetMaxY-08,'NP = '+S);
until {(ParametroAtaque*10)<=t;}
(ParmetroAtaque*0.05)<=((PonMaisRas^.Y-PonMaisFun^.Y)/PeriodoRede);

end;

begin
{Prepara tela}
i1:=vga;
i2:=vgahi;
initgraph(i1,i2,'c:\util\pascal');
FatGrafX:=getmaxx/(PeriodoRede*3); {Numero de periodos mostrados na tela}
GetAspectRatio(XAsp,YAsp);
FatGrafY:=FatGrafX*Xasp/YAsp;
setcolor(15);
line(0,0,0,round(PeriodoRede*FatGrafY));
line(getmaxx,0,getmaxx,round(2*PeriodoRede*FatGrafY));
setfillstyle(1,0);

```

```

{Parametros iniciais do fotoreviste}
teta:=arcsin(Lambda/2/PeriodoRede);
dNodo:=Lambda/2/cos(teta);
y0:=0;

{Constantes usadas em Intensidade}
k2sint:=2*k*sin(teta);
k2cost:=2*k*cos(teta);
Int1:=Ef+Ei1+Er1+Ei2+Er2;
Int2:=2*(sqrt(Ei1)*sqrt(Ei2)+sqrt(Er1)*sqrt(Er2));
Int3:=2*(sqrt(Ei1)*sqrt(Er1)+sqrt(Ei2)*sqrt(Er2));
Int4:=2*sqrt(Ei1)*sqrt(Er2);
Int5:=2*sqrt(Ei2)*sqrt(Er1);

{Parametros usados no calculo numerico}
t:=0;
Aloca(Supi);
i2:=1;
Supa:=Supi;
Supa^.X:=0;
Supa^.Y:=y0;
while (Supa^.X+ResRes*1.5) < PeriodoRede do
begin
Aloca(Supa^.Prox);
i2:=i2+1;
Supa^.Prox^.X:=Supa^.X+ResRes*(0.5+random(49)/100);
Supa^.Prox^.Y:=y0;
Supa:=Supa^.Prox;
end;
Aloca(Supa^.Prox); {O ultimo elemento sempre e' o }
Supa^.Prox^.X:=Supi^.X+PeriodoRede; {primeiro deslocado de PeriodoRede,}
Supa^.Prox^.Y:=Supi^.Y; {devido a periodicidade da rede. }
Supa^.Prox^.Prox:=Supi;

for ParametroAtaque:=0 to 40 do
begin

CalculaSuperficie;

str(ParametroAtaque+10:2, Nome);
Nome[1]:=Pred(Nome[1]);
assign(Arq, 'c:\usuarios\bernardo\ataque\als1'+Nome+'.dat');
rewrite(Arq);
i1:=-trunc(Sup1^.X/PeriodoRede)-1;
Supa:=Supi;
while (Supa^.X+PeriodoRede*I1)<0 do
begin
Supa:=Supa^.Prox;
If Supa=Supi then
i1:=i1+1;
end;
X:=Supa^.X+PeriodoRede*I1;
Y:=Supa^.Y;
writeln(Arq, X:15:10, ' ', Y:15:10);
repeat

```

```
if (sqr(Supa^.X+i1*PeriodoRede-X)+sqr(Supa^.Y-Y))>sqr(PeriodoRede/50) then
begin
X:=Supa^.X+i1*PeriodoRede;
Y:=Supa^.Y;
writeln(Arq,X:15:10,' ',Y:15:10);
end;
Supa:=Supa^.Prox;
if Supa=Supi then
i1:=i1+1;
until X>=(3*PeriodoRede);
writeln(Arq,' AT=',t:7:5,' h/d=',
(PonMaisRas^.Y-PonMaisFun^.Y)/PeriodoRede:7:4);
close(Arq);

for i1:=0 to round(GetMaxX/PeriodoRede/FatGrafY) do
begin
Supa:=Supi;
repeat
putpixel(round((frac(Supa^.X/PeriodoRede)+i1)*PeriodoRede*FatGrafX),
round(-Supa^.Y*FatGrafY),ParametroAtaque mod 2 + 2);
Supa:=Supa^.Prox;
until Supa=Supi;
end;
end;

repeat until readkey=#27;
restorecrtmode;

end.
```

Bibliografia

- 1 - "Stabilized Holographic Recording using the Residual real-time Effect in a Positive Photoresist", L. Cescato, G. F. Mendes and J. Frejlich, Opt. Lett. 12, 882 (1987).
- 2 - C.A.Mack : "Development of Positive Photoresists", J.Electrochem.Soc 134, 148 (1987).
- 3 - I.F.da Costa : Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas 1992.
- 4 - M.C.Hutley : "Diffraction Gratings" (Academic Press, Londres, 1982)
- 5 - R.Petit : "Eletromagnetic Theory of Gratings" (Springer-Verlag, Berlin, 1980).
- 6 - R.Petit e M.Cadilhac: "Eletromagnetic Theory of Gratings: some advances and some comments on the use of operator formalism", J.Opt.Soc.Am.A 7, 1666 (1990)
- 7 - K.Yasura e Y.Okuno, "Numerical analysis of diffraction from a grating by the mode-matching method with a smoothing procedure", J.Opt.Soc.Am. 72, 847 (1982).
- 8 - Y.Okuno e T.Matsuda, "Mode-matching method with a higher-order smoothing procedure for the numerical solution of diffraction by a grating", J.Opt.Soc.Am 73, 1305 (1983).
- 9 - Y.Okuno e T.Matsuda, "Efficient technique for numerical solution of diffraction by a sinusoidal grating", J.Opt.Soc.Am.A 2, 572 (1985).
- 10 - Y.Okuno e T.Matsuda, "Efficient technique for the numerical solution of diffraction by Fourier gratings", J.Opt.Soc.Am.A 4, 465 (1987).
- 11 - M.Breidne e D.Maystre : "Equivalence of ruled, holographic, and lamelar gratings in constant deviation mounting", Appl.Opt. 19, 1812 (1980).
- 12 - M.Breidne e D.Maystre, "A systematic numerical study of fourier gratings" J.Opt.(Paris) 13, 71 (1982).