

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

HEURÍSTICAS PARA O PROBLEMA DE ESTOQUE E ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

Autor: André Luís Shiguemoto

Orientador: Vinícius Amaral Armentano

Tese Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Banca Examinadora:

Vinícius Amaral Armentano	FEEC/UNICAMP
Franklina Maria Bragion de Toledo	ICMC/USP
Miguel Cezar Santoro	POLI/USP
Takaaki Ohishi	FEEC/UNICAMP

Campinas, outubro de 2004.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Sh61h	<p>Shiguemoto, André Luís Heurísticas para o problema de estoque e roteamento de veículos / André Luís Shiguemoto.--Campinas, SP: [s.n.], 2004.</p> <p>Orientador: Vinícius Amaral Armentano. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.</p> <p>1. Controle de estoque. 2. Otimização combinatória. 3. Logística. 4. Heurística. I. Armentano, Vinícius Amaral. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.</p>
-------	--

RESUMO

O problema de estoque e roteamento de veículos envolve um conjunto de produtos que são enviados de um fornecedor a clientes em períodos de um horizonte de tempo finito, através de uma frota de veículos homogênea. As demandas dos clientes são conhecidas, bem como o estoque mínimo e máximo de cada produto. Na primeira variante do problema o fornecedor recebe em cada período uma quantidade pré-determinada do fabricante e seu papel é controlar os níveis de estoques dos clientes, decidindo os períodos de entrega de produtos e as rotas dos veículos em cada período. A segunda variante do problema trata o caso em que um custo fixo é incorrido a cada vez que o fornecedor encomenda uma quantidade de um produto. Uma heurística de busca local com múltiplos reinícios é desenvolvida para minimizar a soma dos custos dos clientes, do fornecedor e de transporte. Como estes objetivos são conflitantes, é proposta uma segunda heurística de busca local multi-objetivo para gerar soluções não dominadas e que constituem uma aproximação das soluções ótimas de Pareto. O desempenho das heurísticas propostas é comparado com uma heurística da literatura.

Palavras-Chave: Controle de Estoque, Roteamento de Veículos, Busca Local, Otimização multi-objetivo.

ABSTRACT

The inventory routing problem involves a set of products which are shipped from a supplier to several retailers in periods of a finite time horizon by means of a homogeneous vehicle fleet. The retailers determine the minimum and maximum inventory level of each product, and the demands of each product are given. In the first variant of the problem the supplier receives in each period a pre-determined amount of products from the manufacturer and its role is to control the inventory level of the retailer, by determining the delivery periods and the vehicle routes in each period. The second variant of the problem deals with the case in which a fixed cost is incurred each time the supplier places a product order to the manufacturer. A multi-start local search heuristic is proposed to minimize the sum of the inventory costs of the supplier and the retailers, and the transportation costs. As the objectives are conflicting, a multi-objective local search heuristic is also developed in order to generate non-dominated solutions, which are an approximation of the Pareto optimal solutions. The performance of the proposed heuristic for the first variant is compared with a heuristic from the literature.

Keywords: Inventory control, Vehicle routing, Local search, Multi-objective optimization

Aos meus pais Antonio e Hiroko,
aos meus irmãos Bruno e Denis e
à Renata.

AGRADECIMENTOS

É difícil num percurso de anos ser justo com todos aqueles que colaboraram na produção de um trabalho. Ora umas pessoas estão mais próximas, ora outras. No entanto, há aquelas que nunca nos perdem de vista e que iluminam os caminhos. Ao Prof. Dr. Vinícius Amaral Armentano pela sua orientação, disposição, paciência e compreensão durante todo o desenvolvimento do trabalho. Em especial, à confiança depositada em mim, o companheirismo, a amizade e às inúmeras conversas que tivemos.

À Profa. Dra. Franklina M.B. de Toledo, agradeço pela amizade, pelo incentivo à pesquisa e orientação desde antes de nosso estudo de iniciação científica.

Aos meus pais Antonio e Hiroko, por todo o incentivo que me motivou a continuar meus estudos. Aos meus irmãos Bruno e Denis, agradeço a amizade e compreensão nos momentos difíceis.

À Renata, pela paciência, amizade, compreensão, amor e carinho. Agradeço também por fazer com que a “distância” seja apenas um detalhe que nos une.

Ao Olinto, pela amizade, auxílio e dedicação durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

À Rosana, pelo auxílio no início deste trabalho e por ser uma grande amiga.

Ao Elias, Rodrigo e Marcelo pela contribuição na heurística de busca em vizinhança.

À Ana Luiza Armentano, pela amizade e por mostrar os detalhes importantes para o êxito do trabalho.

Ao clube da paçoca, pelos mais variados e divertidos assuntos do meio dia.

Aos amigos do DENSIS, agradeço pela amizade, companheirismo e por estarem sempre presente no dia a dia.

A toda minha família e amigos, pelo incentivo, força e compreensão durante todos esses anos.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

A Deus.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	1
Organização do trabalho.....	4
CAPÍTULO 1. Problema de estoque e roteamento de veículos	6
1.1. Introdução.....	6
1.2. Comparação entre o PRV e o PERV.....	10
1.3. Revisão bibliográfica.....	11
CAPÍTULO 2. Extensão de heurística da literatura	18
2.1. Introdução.....	18
2.2. Descrição da heurística BPERV.....	19
2.2.1. Ordenando os clientes.....	20
2.2.2. Determinando os períodos de entrega.....	21
2.2.3. Inserindo clientes.....	23
2.2.4. Removendo clientes.....	24
2.3. Exemplo.....	24
CAPÍTULO 3. Heurísticas propostas	29
3.1. Introdução.....	29
3.2. Heurística SPERV.....	30
3.2.1. Gerando a solução inicial.....	31
3.2.2. Otimização das rotas.....	31
3.2.2.1. Movimentos Intra-rotas – Vizinhança Or-Opt.....	31
3.2.2.2. Movimentos Inter-rotas – Vizinhança Troca Cross.....	32
3.2.3. Antecipando a entrega de todos os produtos do cliente.....	33
3.2.4. Adiado a entrega de todos os produtos do cliente.....	35

3.2.5. Antecipando a entrega de alguns produtos do cliente.....	36
3.2.6. Adiado a entrega de alguns produtos do cliente.....	37
3.2.7. Alterando a solução de mínimo local encontrada.....	37
3.2.8. Exemplo.....	40
3.3. Heurística MPERV.....	47
3.3.1. Gerando as soluções iniciais.....	49
3.3.2. Movimentos da busca local multi-objetivo.....	50
3.3.3. Atualizando S	52
3.3.4 Reiniciando a busca local.....	53
3.3.5. Exemplo.....	53
3.4. Incluindo custo fixo de encomenda.....	56
CAPÍTULO 4. Resultados computacionais.....	58
4.1. Geração das instâncias.....	58
4.2. Análise dos resultados.....	59
4.2.1. Resultados da heurística BPERV.....	59
4.2.2. Resultados da heurística SPERV.....	62
4.2.3. Resultados da heurística MPERV.....	64
4.3. Comparação dos resultados das heurísticas para o PERV.....	70
4.4. Incluindo custo fixo de encomenda.....	72
CAPÍTULO 5. Conclusões.....	73
REFERÊNCIAS.....	75

LISTA DE FIGURAS

1.1. Transferência e subciclos.....	9
1.2. Comparação entre PRV e PERV.....	11
2.1. Heurística BPERV.....	20
2.2. Rede acíclica do cliente i	21
2.3. Calculando os pesos dos arcos a_{4i}^4	26
2.4. Períodos de entrega do produto 4 do cliente 4 (caminho de custo mínimo).....	27
2.5. Rotas de cada período da Fase 1.....	27
2.6. Configuração final das rotas.....	28
3.1. Heurística SPERV.....	30
3.2. Exemplo de Or-opt para 4 vértices.....	32
3.3. Exemplo de Troca Cross para $\lambda=3$, $ S_1 =3$, $ S_2 =2$	32
3.4. Procedimento realizado para antecipar uma visita à um cliente.....	34
3.5. Procedimento utilizado para antecipar parte dos produtos entregue ao cliente....	36
3.6. Procedimento para gerar uma solução de reinício.....	38
3.7. Exemplo de reinício para os produtos do cliente 4.....	39
3.8. Verificando os níveis de estoque dos produtos no cliente 1.....	41
3.9. Rotas da solução inicial.....	42
3.10. Antecipando a carga total do cliente 1.....	43
3.11. Rotas da solução após a antecipação das cargas.....	44
3.12. Adiado a carga total do cliente 1.....	44
3.13. Antecipando a carga parcial do cliente 1.....	45
3.14. Adiado a carga parcial do cliente 1.....	45
3.15. Rotas da solução de reinício.....	46

3.16. Rotas da solução final.....	47
3.17. Dominância de Pareto no espaço dos objetivos.....	48
3.18. Heurística MPERV.....	49
3.19. Conjunto de soluções iniciais.....	50
3.20. Procedimento realizado para antecipar uma visita à um cliente.....	51
3.21. Conjunto de soluções não dominadas encontradas.....	52
3.22. Procedimento utilizado para atualizar o conjunto de soluções não dominadas..	53
3.23. Conjunto de soluções iniciais não dominadas.....	54
3.24. Rotas de uma solução final.....	55
3.25. Solução final.....	55
3.26. Ótimo local.....	57
4.1. Conjunto de soluções não dominadas.....	65
4.2. Custo de estoque no fornecedor x custo de estoque nos clientes.....	66
4.3. Custo de transporte x custo de estoque nos clientes.....	67
4.4. Custo de transporte x custo de estoque no fornecedor.....	68

LISTA DE TABELAS

2.1. Dados dos clientes.....	24
2.2. Dados do fornecedor.....	25
2.3. Vetor “ordem”.....	25
2.4. Resultado da FASE 1.....	27
2.5. Resultado final.....	28
3.1. Dados dos clientes.....	40
3.2. Dados do fornecedor.....	40
3.3. Solução Inicial.....	41
3.4. Solução após a antecipação.....	44
3.5. Solução final.....	46
3.6. Custos da solução de menor soma.....	54
3.7. Evolução do estoque do fornecedor ao longo do horizonte de planejamento.....	57
3.8. Evolução do estoque do fornecedor após o planejamento dos pedidos.....	57
3.9. Evolução do estoque do fornecedor na solução de reinício.....	57
4.1. Dados das instâncias.....	59
4.2. Desvio médio.....	60
4.3. Custos médios encontrados pela heurística BPERV.....	60
4.4. Desvio médio dos custos.	61
4.5. Média de veículos utilizados pela heurística BPERV.....	61
4.6. Tempo computacional médio utilizado pela heurística BPERV.....	61
4.7. Redução do custo total.....	62
4.8. Tempo computacional médio utilizado pela heurística SPERV.....	62
4.9. Desvio médio do tempo computacional.....	62

4.10. Degradação da solução.....	63
4.11. Média de veículos utilizados pela heurística SPERV.....	63
4.12. Média de veículos utilizados pela heurística SPERV sem vizinhança de roteamento	63
4.13. Desvio médio em relação a SPER com reinício.....	64
4.14. Resultados das soluções.....	65
4.15. Média de soluções encontradas para 4 soluções iniciais.....	68
4.16. Tempo computacional médio para 4 soluções iniciais.....	68
4.17. Média de soluções encontradas para 7 soluções iniciais.....	69
4.18. Tempo computacional médio para 7 soluções iniciais.....	69
4.19. Média de soluções encontradas para 10 soluções iniciais.....	69
4.20. Tempo computacional médio para 10 soluções iniciais.....	69
4.21. Desvio médio SPERV x BPERV.....	70
4.22. Desvio médio dos custos encontrados pelas heurísticas SPERV e BPERV.....	70
4.23. Desvio médio para 4 soluções iniciais.....	71
4.24. Desvio médio para 7 soluções iniciais.....	71
4.25. Desvio médio para 10 soluções iniciais.....	71
4.26. Desvio médio da solução final da heurística SPERV	72
4.27. Desvio médio da heurística MPERV.....	72

Introdução

Em um mundo caracterizado pela competição global, empresas privadas ou estatais buscam melhorar seus produtos e reduzir os custos envolvidos ao longo da cadeia de suprimentos (*supply chain*).

Uma cadeia de suprimentos representa todos os estágios que agregam valor ao produto, desde a compra de matéria-prima até a logística de entrega dos produtos, passando pela produção, embalagem, transporte e armazenamento. O *Council of Logistics Management* – CLM define logística como a parte do processo da cadeia de suprimento que planeja, implementa e controla de maneira eficiente e eficaz o fluxo e estocagem de bens, de serviços e de informações do ponto de origem ao ponto de consumo, visando atender aos requisitos dos consumidores (<http://www.clm1.org>).

Atualmente, a Associação Brasileira de Movimentação e Logística (ABML) estima que o custo logístico pode ser equivalente a 19% do faturamento de uma empresa, e portanto, a logística é uma área de estudo promissora para se obter economia significativa de custos.

O objetivo da cadeia de suprimentos é maximizar seu lucro total, ou seja, a diferença entre o valor do produto final para o cliente e os custos, sendo que a eficiência da cadeia de suprimentos deva ser mensurada em termos da lucratividade da cadeia

inteira e não com base nos lucros de estágios isolados, inter-relacionando diretamente o ganho total com o ganho individual de cada etapa.

Algumas iniciativas importantes visando elevar o ganho total da cadeia de suprimento têm surgido nas empresas, como o processo de reposição do estoque gerenciado pelo fornecedor (*Vendor Managed Inventory* – VMI). Esse processo de reposição tem como objetivo a redução de custos através da integração de dois componentes da cadeia de suprimento, o fornecedor e os clientes. Assim, o VMI é um processo no qual o fornecedor controla os níveis de estoques de seus clientes, e decide quando e quanto entregar de mercadoria de forma a evitar que ocorra falta dos produtos nos clientes.

Nesse modelo o cliente é apenas informado da quantidade de produtos que lhe será enviada, não tendo controle sobre o processo. Ultimamente, essa prática tem-se intensificada devido ao barateamento do intercâmbio eletrônico de dados (*Electronic Data Interchange* – EDI) e ao avanço tecnológico, que através de modernos equipamentos, permitem ao fornecedor medir os níveis dos produtos em estoque nos clientes e coletar informações através de *scanners*, computadores e *modems*.

Exemplos de empresas que utilizam o VMI são indústrias petroquímicas (transporte de gás), indústrias de bebidas (reposição dos estoques das máquinas de autoatendimento), indústrias automobilísticas (distribuição de autopeças) e varejo (reposição de estoque de supermercados).

Existem três características fundamentais para o VMI. i) Controla automaticamente os níveis de estoque de cada produto, fazendo novos pedidos quando atingem um limite mínimo, dispensando assim uma das atividades que mais tomam tempo do gestor de estoque. ii) O fornecedor pode programar melhor os pedidos feitos à fábrica e as entregas aos clientes, devido a maior visibilidade da demanda real, evitando distorções causadas por decisões tomadas individualmente pelos elos da cadeia de suprimentos. iii) O fornecedor tem poder de decisão de reabastecimento. Para tomar as decisões, os clientes devem dispor de algumas informações importantes, tais como níveis de estoques de produtos atual e passado, capacidade e custos de armazenamento, e comportamento da demanda dos consumidores para previsão das taxas de consumo.

Em muitas aplicações, o fornecedor além de controlar os níveis de estoque dos clientes, também administra uma frota de veículos para distribuir os produtos aos

clientes. Nessas aplicações, além de administrar o reabastecimento dos estoques o fornecedor tem como objetivo minimizar os custos de distribuição. Neste contexto, surge o Problema de Estoque e Roteamento de Veículos (PERV), tendo como principal característica o processo VMI, que consiste em encontrar a melhor forma de distribuir os produtos para os clientes de forma a evitar a falta de estoque dos produtos durante o horizonte de planejamento.

O PERV é resultado de novas formas de modelagem e otimização da cadeia de suprimentos, baseado na idéia de integração dos diversos componentes logísticos, fazendo com que as empresas melhorem seu desempenho operacional e sua competitividade. A integração dos componentes logísticos pode ser benéfica tanto ao fornecedor quanto ao cliente. Ao fornecedor, ocorre a redução dos custos de estoque e distribuição, e faz com que a utilização dos recursos seja feita de maneira mais eficiente. Ao cliente, as vantagens são o aumento do nível de serviço, em termos de disponibilidade do produto, e menos investimento de recursos no controle de seu estoque.

Uma solução para o PERV é avaliada por três critérios conflitantes entre si. O primeiro objetivo está relacionado ao custo de estoque do fornecedor, que devido a política de reposição recebe uma quantidade fixa de produtos por período, e para minimizar seus custos, repassa os produtos aos clientes. O segundo objetivo envolve os custos de estoques dos clientes, que para minimizarem seus custos desejam um estoque suficiente para atender um único período. Por fim, o terceiro objetivo está relacionado com a minimização dos custos de distribuição, que é dependente do número e do tamanho das rotas. Para atingir o terceiro objetivo, é necessário que seja feita o mínimo de entregas possíveis desde que não ocorra falta de estoque nos clientes, mas para isso deve-se entregar uma quantidade maior de produtos, o que é conflitante com o segundo objetivo. Portanto, para tratar desse problema com objetivos conflitantes utilizamos otimização multi-objetivo.

Uma variante do problema de reposição de estoque do fornecedor trata o caso em que um custo fixo é incorrido a cada vez que o fornecedor encomenda uma quantidade de um produto. Desta forma o fornecedor passa a planejar seus pedidos durante o horizonte de planejamento.

Como sabemos, o problema de roteamento de veículos pertence à classe de problemas NP-difícil. Desta forma, devido às características do problema estoque e

roteamento de veículos, é improvável que se consiga desenvolver um algoritmo exato que possa ser executado em tempo razoável. Assim, para viabilizar a obtenção de soluções, é preciso lançar mão de métodos heurísticos, que quando bem projetados e implementados são capazes de apresentar soluções de boa qualidade em tempo compatível com a necessidade desejada.

Organização do Trabalho

O principal objetivo deste trabalho é propor e analisar heurísticas para tratar o problema de estoque e roteamento de veículos com as seguintes características.

1. Demanda determinística.
2. Múltiplos produtos.
3. Falta de produtos não é permitida.
4. Frota de veículos homogênea de capacidade C .
5. Horizonte de planejamento finito e dividido em períodos.

No capítulo 1 é apresentada uma descrição do problema de estoque e roteamento de veículos, um modelo matemático de otimização e a revisão bibliográfica da literatura relacionada.

No capítulo 2 é proposta uma extensão da heurística proposta por Bertazzi *et al.* (2002), que trata do problema de estoque e roteamento de veículos com único produto distribuído por um único veículo. Os autores utilizam uma política de reposição de estoque em que a quantidade do produto entregue ao cliente em qualquer período, deve ser tal que o nível de máximo de estoque do cliente seja atingido. A heurística proposta trata do problema onde um conjunto de produtos é distribuído através de uma frota de veículos homogênea, para o conjunto de clientes.

No capítulo 3 são propostas duas heurísticas de busca local com múltiplos reinícios e uma variante do problema. As heurísticas diferem na maneira como avaliam a função objetivo. A primeira heurística (SPERV) minimiza a soma dos custos de estoque dos clientes e fornecedor e do custo de transporte. Como estes objetivos são conflitantes, é proposta uma segunda heurística (MPERV) de busca local multi-objetivo para gerar soluções não dominadas e que constituem uma aproximação das soluções ótimas de

Pareto. Estas heurísticas são estendidas para o caso em que um custo fixo é incorrido a cada vez que o fornecedor encomenda uma quantidade de um produto. De um ponto de vista mais realista, o fornecedor passa a planejar seus pedidos durante o horizonte de planejamento.

No capítulo 4, inicialmente são discutidos os parâmetros da geração das instâncias utilizadas, apresentadas as tabelas de desempenho das heurísticas, e comparados os resultados computacionais obtidos. Por fim, no capítulo 5 são apresentadas as conclusões do trabalho.

Capítulo 1

PROBLEMA DE ESTOQUE E ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

1.1 Introdução

O problema de estoque e roteamento de veículos (PERV) envolve a integração e coordenação de dois componentes da cadeia de suprimentos, roteamento de veículos e controle de estoque.

Neste problema, cabe ao fornecedor decidir em que período fazer a reposição de estoque ao cliente, a quantidade de produtos a ser entregue e qual rota utilizar, de modo a minimizar os custos de estoques e distribuição ao longo do horizonte de planejamento sem que ocorra falta de estoque. Assim, o problema pode ser dividido em três fases,

1. Determinar em que período o cliente é visitado.

A determinação do período é baseado na capacidade de armazenamento e demanda do cliente.

2. Determinar a quantidade de produtos a ser entregue

O volume de produtos entregue em um período é limitado pelas restrições de capacidade de armazenamento de cada cliente, capacidade dos veículos e estoque do fornecedor.

3. Determinar a melhor rota

Uma rota representa um grupo de clientes que são visitados em seqüência por um único veículo em um determinado período. A ordem de visitas aos clientes depende da localização geográfica.

Para formalizar este problema, considere um fornecedor $i=0$ e um conjunto de clientes $i \in M = \{1,2,\dots,n\}$. Um conjunto de produtos $P = \{1,2,\dots,p\}$ é distribuído por uma frota V de veículos de capacidade C , ao longo de t períodos de um horizonte de planejamento finito $T = \{1,2,\dots,H\}$.

Cada cliente i tem uma demanda d_{pit} conhecida do produto p no período t e níveis máximo e mínimo de produtos em estoque, representados por U_{pi} e L_{pi} , respectivamente. O custo unitário de estoque do produto p no cliente i é h_{ip} . O fornecedor recebe uma quantidade r_{0pt} conhecida, do produto p no período t , e h_{0p} denota o seu custo unitário de estoque. O custo de transporte do produto p no arco (i,l) é representado por c_{pil} .

As variáveis do problema são:

x_{pit}^v = Quantidade do produto p entregue ao cliente i pelo veículo v no período t .

q_{pilt}^v = Quantidade do produto p transportada no arco (i,l) pelo veículo v no período t .

I_{pit} = Nível de estoque do produto p no cliente i no fim do período t .

I_{p0t} = Nível de estoque do produto p no fornecedor no fim do período t .

$$z_{ilt}^v = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } v \text{ percorrer o arco } (i,l) \text{ no período } t. \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A formulação matemática que representa o problema é baseada no modelo integrado de produção e roteamento proposto por Fumero e Vercellis (1999). Este modelo faz uso de fluxo em redes na parte de distribuição, e é apresentado a seguir.

$$\text{Minimize } \sum_p \sum_t h_{0p} \cdot I_{p0t} + \sum_i \sum_p \sum_t h_{ip} \cdot I_{pit} + \sum_{v=1}^V \sum_{p=1}^P \sum_{\substack{i,l \in M \\ i \neq l}} c_{pil} \cdot q_{pil}^v \quad (1.1)$$

$$\text{S.a } I_{pit} = I_{pi,t-1} + \sum_{v \in V} x_{pit}^v - d_{pit}, \quad d_{pi0} = 0 \quad \forall t \in H, \forall i \in M, \forall p \in P \quad (1.2)$$

$$I_{pit} \geq L_{pi} \quad \forall t \in H, \forall i \in M, \forall p \in P \quad (1.3)$$

$$I_{pit} \leq U_{pi} \quad \forall t \in H, \forall i \in M, \forall p \in P \quad (1.4)$$

$$I_{p0t} = I_{p0,t-1} + r_{0pt} - \sum_{i \in M} \sum_{v \in V} x_{pit}^v, \quad r_{p00} = 0 \quad \forall t \in H, \forall p \in P \quad (1.5)$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{p \in P} \sum_{i \in M} x_{pit}^v \leq I_{p0t} \quad \forall t \in H, \forall p \in P \quad (1.6)$$

$$\sum_{\substack{i \in M \\ i \neq k}} q_{pikt}^v - \sum_{\substack{m \in M \\ m \neq k}} q_{pkmt}^v = x_{pkt}^v \quad \forall p \in P, t \in T, v \in V, i, k \in M \quad (1.7)$$

$$\sum_{i \in M} \sum_{v=1}^V q_{pi0t}^v - \sum_{m \in M} \sum_{v=1}^V q_{p0mt}^v = - \sum_{k \in M} \sum_{v=1}^V x_{pkt}^v \quad \forall t \in T, p \in P \quad (1.8)$$

$$\sum_{p=1}^P q_{pilt}^v \leq Cz_{ilt}^v \quad \forall t \in T, v \in V, i, l \in M, i \neq l \quad (1.9)$$

$$\sum_{i \in M} z_{0it}^v \leq 1 \quad \forall t \in T, v \in V \quad (1.10)$$

$$\sum_{\substack{i \in M \\ i \neq l}} z_{ilt}^v - \sum_{\substack{m \in M \\ m \neq l}} z_{lmt}^v = 0 \quad \forall t \in T, v \in V, l \in M \quad (1.11)$$

$$I_{pit}, I_{p0t} \geq 0 \quad \forall p \in P, t \in T \quad (1.12)$$

$$x_{pit} \geq 0 \quad \forall p \in P, t \in T \quad (1.13)$$

$$z_{ilt}^v \in \{0,1\} \quad \forall t \in T, v \in V \quad (1.14)$$

A função objetivo (1.1) minimiza a soma dos custos de estoque dos clientes e fornecedor, e o custo de transporte. A equação (1.2), representa o balanço do fluxo dos produtos no clientes ao longo do horizonte de planejamento. As restrições (1.3) e (1.4) definem os níveis mínimo e máximo de produtos em estoque nos clientes. A equação (1.5) representa a conservação de fluxo de produtos no fornecedor. A restrição (1.6) assegura que a quantidade total do produto p transportada por todos os veículos no período t é limitada pelo estoque no fornecedor. As equações (1.7) e (1.8) representam a conservação de fluxo de produtos, assegurando, respectivamente, o balanço do fluxo de cada cliente e do fornecedor. A restrição (1.9) garante que a quantidade de produtos transportados pelos veículos durante os períodos de planejamento não ultrapasse a capacidade de transporte. A restrição (1.10) assegura que em cada período o veículo deve percorrer no máximo uma rota. A restrição (1.11) assegura que cada veículo retorne ao fornecedor no final da rota. As restrições (1.12) e (1.13) garantem a não negatividade das variáveis. Por fim a restrição (1.14) verifica se o veículo v percorre o arco (i,l) no período t .

As equações (1.7) e (1.8) exigem algumas explicações adicionais. Observe que a equação (1.8) é agregada em relação à frota de veículos, ao contrário da equação (1.7). Isto é necessário para evitar a transferência de produtos de um veículo a outro em nós (clientes) que recebem visitas de vários veículos em um mesmo período (hipótese de entregas parciais). Adicionalmente, estas equações evitam subciclos, sendo desnecessária a inclusão das restrições usualmente utilizadas para este fim. Para ilustrar o entendimento, considere dois veículos v_1 e v_2 que entregam um único produto a um conjunto de clientes, Figura 1.1(a).

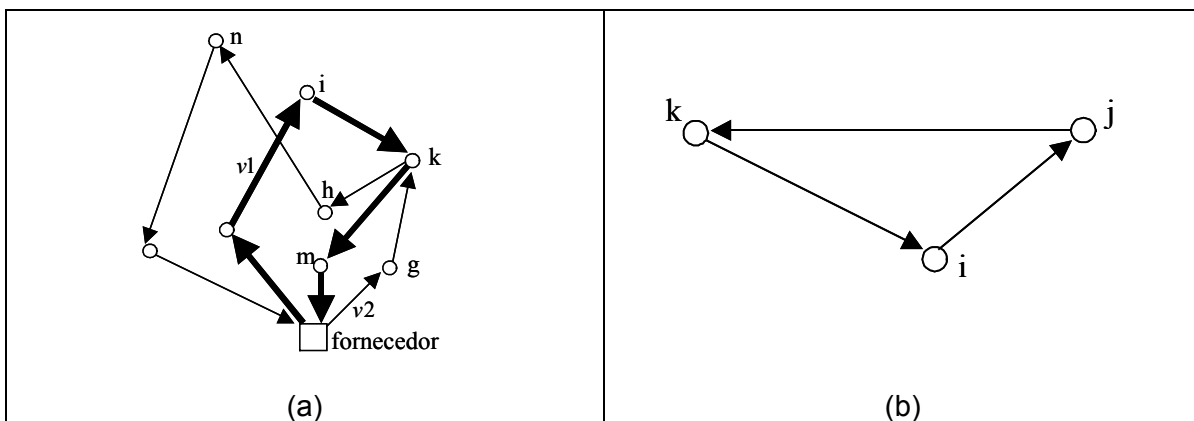


Figura 1.1 – Transferência e subciclos.

Os índices referentes a período e produto são omitidos para facilitar a interpretação. A seguinte situação satisfaz as equações desagregadas,

$$q_{ik}^1 = 60; \quad q_{km}^1 = 40;$$

$$q_{gk}^2 = 200; \quad q_{kh}^2 = 120;$$

Ao agregar as equações tem-se,

$$q_{ik}^1 + q_{gk}^2 - (q_{km}^1 + q_{kh}^2) = (60 + 200) - (40 + 120) = x_k^1 + x_k^2 = 100$$

no entanto, existe uma outra solução que não satisfaz as equações agregadas

$$q_{ik}^1 + q_{gk}^2 - (q_{km}^1 + q_{kh}^2) = (60 + 200) - (60 + 100) = x_k^1 + x_k^2 = 100$$

Nesta última solução ocorre a transferência de produtos no nó k do veículo $v2$ para o veículo $v1$, possibilitando que o veículo $v1$ atenda o cliente h e o veículo $v2$ o cliente n .

Ao considerar apenas um único veículo e a restrição (1.11) o único subciclo possível envolve apenas os clientes e cada nó possui apenas dois arcos ativos, conforme exemplifica a Figura 1.1(b). Da restrição (1.7) tem-se,

$$q_{jk} - q_{ki} = x_k; \quad q_{ki} - q_{ij} = x_i; \quad e \quad q_{ij} - q_{jk} = x_j$$

Pode-se observar que se x_k , x_i ou x_j assumem valores positivos, não existe solução para as equações acima.

1.2 Comparação entre o PRV e o PERV

No problema de roteamento de veículos (PRV) o cliente controla seu próprio nível de estoque e faz os pedidos ao fornecedor conforme sua demanda, minimizando o custo de estoque. Por outro lado, o fornecedor somente minimiza os custos gerados pelas rotas a serem utilizadas por sua frota de veículos, durante o horizonte de planejamento.

No problema de estoque e roteamento de veículos, o fornecedor é quem controla os níveis de estoques dos clientes, decidindo quando, quanto e como distribuir os produtos a cada cliente. Para executar tal função, o fornecedor tem acesso a todos os dados dos clientes, e determina a quantidade de produtos a ser entregue e a frequência de entrega para cada cliente. Ao contrário do PRV, nesse problema um cliente pode ser

atendido mais de uma vez no mesmo período por veículos distintos. Por fim, são definidas as rotas utilizadas para cada veículo, de forma a minimizar os custos totais de distribuição e estoque, garantindo que as demandas de todos os clientes sejam atendidas.

Com a integração dos problemas de estoque e roteamento, evita-se distorções devido a decisões isoladas tomadas por cada componente da cadeia de suprimentos (Holmström, 1998).

As restrições do PERV são semelhantes ao PRV com a adição da restrição de capacidade de armazenamento dos clientes. A Figura 1.2 ilustra o funcionamento da cadeia de suprimentos para o PRV e o PERV.

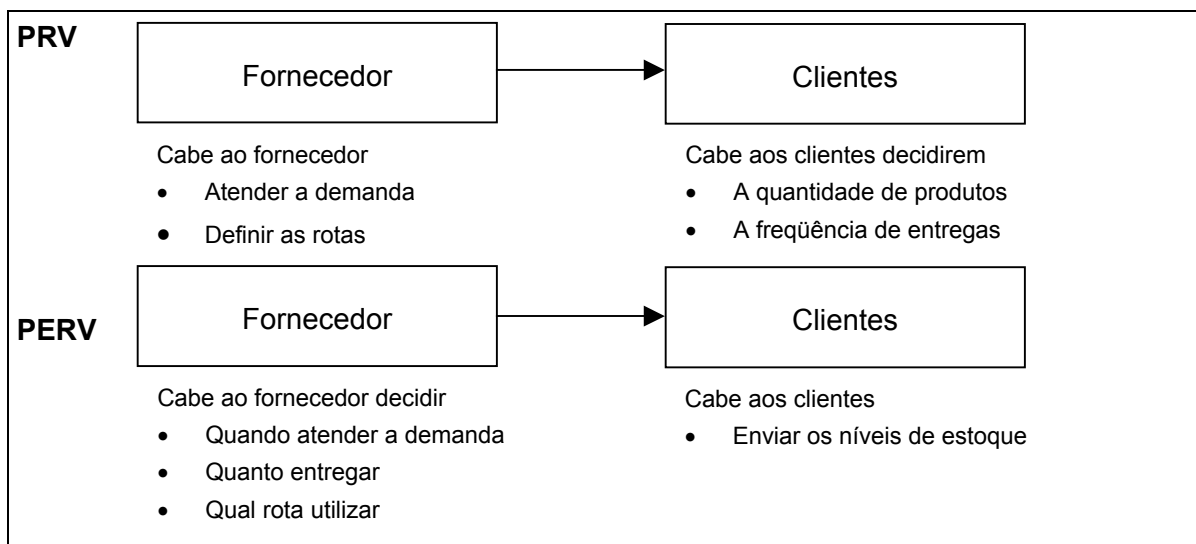


Figura 1.2 – Comparação entre PRV e PERV

1.3 Revisão bibliográfica

O PERV pode ser classificado de várias maneiras dependendo das seguintes características:

- Horizonte de planejamento (infinito, único ou múltiplos períodos).
- Número de itens a serem distribuídos (único ou múltiplos).
- Demanda determinística ou estocástica.
- Frota de veículos homogênea ou heterogênea.
- Número máximo de clientes atendidos por rota.

Inicialmente, são apresentados alguns problemas com modelos estocásticos. Ferdergruen e Zipkin (1984) estudam o PERV para um único dia incorporando custo de estoque não linear em um modelo de roteamento de veículos com um único fornecedor, demandas estocásticas, k veículos e múltiplas entregas. Para resolver esse problema, é apresentado um modelo de programação inteira, que é resolvido pelo método de decomposição de Benders (1962). O subproblema de Benders consiste de um problema que determina a quantidade de produtos entregue em cada cliente respeitando a disponibilidade do fornecedor e a capacidade do veículo de forma a minimizar o custo de estoque, e um problema de caixeiro viajante para cada veículo, originando custos de estoque e distribuição. A solução do problema é comparada com a de um problema de roteamento puro, e os resultados mostram que podem ser atingidos de 6% a 7% de economia nos custos operacionais.

Golden *et al.* (1984) tratam do PERV para uma grande companhia que distribui propano líquido para clientes residenciais e industriais. Desenvolvem uma heurística que utiliza um modelo de simulação que trata do problema com demanda estocástica. O objetivo da heurística é minimizar os custos de estoque e distribuição em um único dia e evitar falta de estoque nos clientes. O primeiro passo da heurística determina as prioridades de reabastecimento para cada cliente, calculadas a partir dos níveis de estoques. Considera-se que todos os clientes com prioridade inferior a um determinado valor são excluídos. Inicialmente, é determinado um limitante para o tempo total da rota, que é calculado pelo número de veículos multiplicado pela duração de um dia. Iterativamente, um problema de caixeiro viajante é construído adicionando os clientes de maior prioridade até que o limitante de tempo não seja excedido. É adotada uma política de reposição de estoque em que, a cada visita, a quantidade de produtos entregue ao cliente deve ser tal que o limite máximo de armazenamento seja atingido. Quando isso não é possível, a heurística é executada novamente com um valor menor para o limite de tempo da rota.

Mais recentemente, Kleywegt *et al.* (2002) consideram um problema em que uma frota de veículos capacitados atende vários clientes com demanda estocástica ao longo de um horizonte de planejamento infinito. O PERV é formulado como um modelo markoviano de decisão, e uma heurística é proposta para tratar um caso especial do

problema em que apenas um cliente pode ser visitado por rota (entregas diretas). Kleywegt *et al.* (2002) referenciam vários outros trabalhos que tratam o PERV.

Com relação aos modelos determinísticos de horizonte infinito, Anily e Federgruen (1990/91) tratam do PERV em que um único item é entregue aos clientes, por uma frota de veículos ilimitada. Inicialmente, assume-se que a quantidade de produtos disponíveis para entrega é ilimitada, os custos de estoque são iguais para todos os clientes, e o fornecedor não mantém estoques. Os autores propõem duas heurísticas que trabalham em dois estágios. O primeiro estágio da heurística separa os clientes em regiões, de modo que a demanda total de cada região seja menor ou igual à capacidade do veículo. Assim, o problema original é reduzido em um problema de roteamento de veículos Euclidiano com uma função de custo que depende do tamanho da rota e do número de clientes que serão visitados. Nesse estágio, a primeira heurística utiliza como limitante inferior para as soluções do problema do caixeiro viajante, o dobro da distância média do fornecedor aos clientes da região, e para a segunda heurística utiliza-se o dobro da distância máxima do fornecedor aos clientes da região. Para o segundo estágio, todas as regiões obtidas com a mesma cardinalidade são combinadas em famílias e para cada uma dessas famílias são desenvolvidas rotas eficientes. É considerado que os clientes podem pertencer a mais de uma região simultaneamente. Uma vez realizada uma visita ao cliente de uma região, todos os clientes da mesma região devem ser visitados. Por fim, os autores demonstram que as heurísticas são assintoticamente convergentes e propõem uma restrição para o número máximo de clientes que devem ser visitados pelo mesmo veículo.

Gallego e Simchi-Levi (1990) apresentam um limite inferior para os custos médios de longo prazo de todas as estratégias do PERV. É considerado que um único produto é distribuído através de uma frota ilimitada. Utilizando um modelo baseado nas idéias de Anily e Federgruen (1990), avaliam a eficácia em longo prazo, das entregas diretas, concluindo que o modelo é mais eficaz em relação a outras estratégias de reabastecimento em pelo menos 94% dos casos, quando a quantidade de produtos a ser entregue, ocupa pelo menos 71% da capacidade do veículo.

Anily e Federgruen (1993) estendem o problema estudado pelos mesmos autores em 1990/91, considerando agora que os estoques podem ser mantidos pelos clientes e pelo fornecedor com demanda estocástica.

Com relação aos modelos determinísticos de horizonte finito, Bell *et al.* (1983) tratam do PERV de uma empresa de produtos químicos, em um horizonte de planejamento de cinco dias. As decisões são tomadas através de dados como, demanda, tempos de viagem e distâncias, disponibilidade de motoristas, produtos e veículos, capacidade dos tanques e dos veículos, e custos de transporte. As restrições do modelo são restrições de demanda e recursos, sendo que as restrições de demanda impõem limites inferiores e superiores na quantidade de produtos entregues. Os autores propõem um sistema de suporte a tomada de decisão que utiliza um modelo de programação inteira mista para resolver o PERV. O sistema utiliza um algoritmo de relaxação Lagrangiana para resolver o modelo de programação inteira mista. Os benefícios obtidos com a implementação do sistema incluem uma redução anual dos custos operacionais entre 6% e 10%, e um aumento da produtividade da frota de veículos.

Burns *et al.* (1985) tratam do PERV em que uma frota ilimitada de veículos, distribui um único produto a um conjunto de clientes ao longo de um horizonte de planejamento finito. Os autores desenvolvem um método analítico, derivando fórmulas para os custos de estoque e distribuição. São analisadas e comparadas duas estratégias de distribuição, entregas diretas no caso em que os veículos visitam apenas um único cliente por rota ou entregas parciais, quando os veículos visitam mais de um cliente por rota.

Dror *et al.* (1985) constroem uma heurística para o PERV, em que uma frota de veículos ilimitada, realiza múltiplas entregas a um conjunto de clientes. É desenvolvido um modelo de programação inteira que define para cada cliente, o dia ótimo de reabastecimento e o aumento no custo de estoque caso o cliente não seja visitado nesse dia.

Dror e Levi (1986) consideram um PERV com horizonte de planejamento anual, sendo reduzido para um horizonte semanal, em que a solução do problema anual é uma seqüência de soluções semanais consecutivas. É utilizado um modelo de programação inteira semelhante ao utilizado por Dror *et al.* (1985) e três procedimentos de melhoria para o PERV são apresentados. O objetivo dos procedimentos é minimizar o custo anual de distribuição de maneira que não ocorra falta de estoque nos clientes. A partir de uma solução inicial para o problema de roteamento de veículos, são aplicados os procedimentos propostos, sendo capazes de operar e examinar todas as rotas

simultaneamente, trocando os clientes de uma única rota ou entre várias rotas, melhorando a solução inicial construída pelo algoritmo de Clarke e Wright (1964) em 50%.

Dror e Ball (1987) da mesma maneira que Dror e Levi (1986), apresentam um procedimento que reduz o problema anual em uma série de subproblemas semanais, que são resolvidos através de algoritmos para o problema de roteamento de veículos. É desenvolvida uma política ótima de reabastecimento, com o objetivo de minimizar o custo anual de transporte, tanto para o caso de demanda determinística quanto estocástica. Para a entrega dos produtos aos clientes, é utilizada uma frota de veículos limitada.

Chien *et al.* (1989) consideram um PERV com um único fornecedor de estoque limitado e uma frota de veículos, para atender um conjunto de clientes. Baseado nas idéias de Federgruen e Zipkin (1984) e Golden *et al.* (1984), propuseram um algoritmo que utiliza um modelo de programação inteira mista para resolver otimamente o problema de estoque e roteamento de veículos em um único dia. As informações de cada dia são passadas para o próximo dia, fazendo com que o sistema simule um modelo de planejamento com múltiplos dias. O algoritmo é iniciado, alocando otimamente os produtos nos clientes e agrupando-os em rotas eficientes. Quando uma solução é encontrada para o dia, os resultados são utilizados para modificar a solução do próximo dia. Em problemas com maiores dimensões esse modelo é resolvido através de uma relaxação lagrangiana e um método heurístico, decompondo assim o problema principal em um subproblema de alocação de estoques e um subproblema de roteamento de veículos.

Chandra (1993) apresenta um problema em que um único fornecedor distribui um conjunto de produtos de forma regional aos clientes, através de uma frota de veículos homogênea ao longo do horizonte de planejamento. É desenvolvido um modelo integrado que determina a entrega dos produtos aos clientes baseados nos níveis de estoques com a roteamento de veículos. A solução inicial do algoritmo é construída em duas fases. Numa primeira fase resolve-se o problema de reposição de estoque e seqüencialmente o problema de distribuição de maneira independente. No problema de reposição de estoque um custo fixo é incorrido a cada vez que o fornecedor encomenda uma quantidade de um produto. Nesse problema é utilizada a heurística proposta por Silver e Meal (1973) para cada produto em todos períodos. A heurística determina a quantidade de produtos entregue, de modo que os custos de encomenda e estoque sejam minimizados. Para o

problema de distribuição, a solução é obtida heurísticamente resolvendo-se uma série de problemas de roteamento de veículos em cada período. Nesses problemas, quando a quantidade de produtos destinada ao cliente é maior que a capacidade de um veículo, a carga é dividida em dois veículos, sendo que o primeiro realiza uma entrega direta (veículo cheio) e o segundo entrega o restante dos produtos em uma rota parcial. O problema de roteamento de veículos é resolvido utilizando-se modificações da heurística para o problema do caixeiro viajante Savelsbergh (1988). Uma vez construída a solução inicial, na segunda fase verifica-se iterativamente como as decisões tomadas pelo fornecedor são alteradas se o planejamento da distribuição dos produtos aos clientes for alterado. A heurística tenta fazer com que os veículos utilizados durante os períodos de planejamento tenham a capacidade aproveitada ao máximo, fazendo com que a quantidade de produtos entregue ao cliente i no período t , seja agrupada com uma entrega ao mesmo cliente em um período anterior. Com o agrupamento das entregas, as rotas existentes nos períodos envolvidos, os custos de distribuição e os custos de estoque do cliente e do fornecedor, são alterados e conseqüentemente a demanda de cada período. Deste modo, novamente é resolvido o problema de reposição de estoque com as novas demandas de cada período. A segunda fase é repetida até que não ocorra mais redução no custo total da solução.

Viswanathan e Mathur (1997) consideram um modelo de roteamento de veículos integrado com o problema de controle de estoque em que um único fornecedor distribui um conjunto de produtos a vários clientes com demandas determinísticas. Nesse problema, o fornecedor atua como um centro de transbordo entregando os produtos através de uma frota de veículos ilimitada, combinando as entregas dos clientes dentro das mesmas rotas. Para tratar deste problema, é proposta uma heurística que gera políticas de reabastecimentos comuns para todos os clientes, com o objetivo de determinar as quantidades de produtos entregues e as rotas utilizadas, tal que os custos de estoque e transporte sejam minimizados.

Bertazzi *et al.* (2002) apresentam uma heurística para o problema em que um único veículo distribui um único produto para os vários clientes com demanda determinística. A heurística proposta trata do problema em duas fases sendo que na primeira fase a solução inicial é construída iterativamente ordenando os clientes conforme uma taxa de consumo em função da demanda, e em seguida constrói uma rede acíclica

para cada cliente. A partir dessas redes, é resolvido um problema de caminho mínimo para cada cliente, determinando os períodos que ocorrem as entregas. Para determinar a quantidade de produtos a ser entregue ao cliente, é utilizada uma política de reabastecimento, que a cada período que o cliente é visitado, seu estoque é reabastecido até o nível máximo. As rotas são construídas utilizando o algoritmo de inserção mais barata. Na segunda fase, a solução inicial é melhorada a cada iteração em que são retirados temporariamente dois clientes das rotas da solução, recalculados os períodos que ocorrerão as novas entregas e inseridos novamente na solução. Essa fase é repetida até que o custo total não seja mais melhorado.

Capítulo 2

Extensão de uma heurística da literatura

2.1 Introdução

Nesta seção, apresenta-se uma heurística para a resolução do PERV, denotada BPERV, que é uma extensão daquela proposta por Bertazzi *et al.*(2002) para o caso de um único veículo e um único produto.

Considere um único fornecedor 0 que armazena um conjunto de produtos $p \in P$, transportados através de uma frota homogênea de veículos $k \in K$ de capacidade C , para um conjunto de clientes $i \in M$ ao longo do horizonte de planejamento $t \in T = \{1, 2, \dots, H\}$. Em cada período t , a demanda d_{pit} do produto p no cliente i , e a quantidade r_{0pt} do produto p recebida pelo fornecedor são conhecidas. O custo de transporte de i para j é representado por c_{ij} , com $i, j \in M' = M \cup \{0\}$, e o custo unitário

de estoque no cliente e no fornecedor são denotados por h_{ip} e h_{0p} , respectivamente, tal que $t \in T' = T \cup \{H+1\}$. Para cada cliente i é definido o nível mínimo L_{pi} e máximo U_{pi} de estoque de cada produto p . Sejam I_{pit} e I_{p0t} , as variáveis de estoque do produto p no cliente i e período t , e do produto p no fornecedor no período t , respectivamente.

Para todos os produtos, é adotada uma política de reposição de estoque em que a quantidade x_{pit}^v do produto p entregue ao cliente i com o veículo v no período t , deve ser tal que o nível máximo de estoque do cliente seja atingido (*order up to level policy*). Em outras palavras, se o nível de estoque do produto p no cliente i no período t é dado por I_{pit} , então $x_{pit}^v = U_{pi} - I_{pit}$.

O problema consiste em determinar para cada cliente $i \in M$, um conjunto S_i de períodos em que o cliente i é visitado, e para cada período $t \in T$, o conjunto R_t de k rotas que percorrem os clientes a serem visitados no período t , de forma a minimizar os custos de estoque no fornecedor e clientes, e custos de transporte ao longo do horizonte de planejamento T .

2.2 Descrição da heurística BPERV

Da mesma forma que na heurística proposta por Bertazzi *et al.*(2002), a heurística BPERV apresentada na Figura 2.1, trata do problema em duas fases. A primeira é a fase construtiva, onde uma solução inicial é construída iterativamente (linhas 1 a 7). Inicialmente, o vetor “*ordem*”, recebe o conjunto de clientes ordenados. A seguir, para cada cliente i , é determinado o conjunto S_i que contém os períodos de visita ao cliente i , e por fim o cliente i é inserido em uma rota nestes períodos. A segunda fase (linhas 10 a 24) consiste de uma busca local por melhores soluções. A cada iteração, são retirados, temporariamente, o primeiro e o último cliente da solução, o segundo e o penúltimo cliente e assim sucessivamente. Recalculam-se os novos períodos de entrega destes clientes, e a seguir estes são inseridos em uma rota k destes novos períodos. Esse processo é repetido até que todos os clientes tenham sido retirados e inseridos em rotas, gerando uma nova solução. Esta fase é repetida até que a função objetivo não seja mais melhorada.

0	Heurística BPERV()
1	$ordem :=$ Ordene o conjunto de M clientes
2	Para $i = 1$ até $ ordem $ faça
3	Det_períodos_de_entrega ($ordem[i]$)
4	Para cada período $t \in S_{ordem[i]}$ faça
5	Insere_cliente($ordem[i]$)
6	Fim Para
7	Fim Para
8	$Fo :=$ custo de estoque dos clientes + custo de estoque do fornecedor + custo de transporte
9	$\overline{Fo} := +\infty$
10	Enquanto $Fo \leq \overline{Fo}$ faça
11	Para $s = 1$ até $ ordem $ faça
12	Para $i = ordem $ até 1 e $i \neq s$ faça
13	Remove_cliente($ordem[i]$); Remove_cliente($ordem[s]$)
14	Det_períodos_de_entrega ($ordem[i]$)
15	Insere_cliente($ordem[i]$)
16	Det_períodos_de_entrega ($ordem[s]$)
17	Insere_cliente($ordem[s]$)
18	Fim Para
19	Fim Para
20	$\overline{Fo} :=$ custo de estoque dos clientes + custo de estoque do fornecedor + custo de transporte
21	Se $\overline{Fo} < Fo$ então
22	$Fo := \overline{Fo}$
23	Fim Se
24	Fim Enquanto

Figura 2.1 – Heurística BPERV.

2.2.1. Ordenando os clientes

No primeiro passo da heurística, o conjunto de clientes M é ordenado em ordem não decrescente de acordo com a taxa de consumo Tx_{ip} de cada cliente-produto do estoque $U_{pi} - L_{pi}$ definida por

$$Tx_{ip} = \frac{(U_{pi} - L_{pi})}{\frac{1}{H} \sum_{t \in T} d_{pit}}$$

Desta forma, a fase construtiva privilegia os produtos dos clientes com maior urgência na reposição de estoque. Quando houver produtos com taxas iguais, a classificação é feita em ordem não crescente de $U_{pi} - L_{pi}$.

2.2.2. Determinando os períodos de entrega

Para determinar os períodos de entrega de cada produto p do cliente i , constrói-se uma rede acíclica $G_{ip} = (V_{ip}, A_{ip}, Q_{ip}, P_{ip})$, ilustrada na Figura 2.2, tal que um elemento do conjunto V_{ip} é um nó correspondente a um período entre 0 e $H+1$. Os demais conjuntos são definidos a seguir.

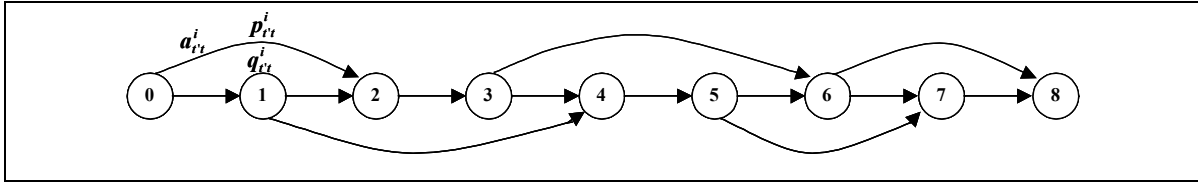


Figura 2.2 – Rede acíclica do cliente i .

Conjunto A_{ip}

Um elemento $a_{pt'}^i$ do conjunto A_{ip} é um arco que existe somente se o nível de estoque não cai abaixo do nível mínimo quando o cliente i não é visitado entre os períodos t' e $t-1$. Portanto, o arco $a_{pt'}^i$, $1 \leq t' < t \leq H+1$ existe somente se

$\sum_{j=t'+1}^t d_{pi,j-1} \leq U_{pi} - L_{pi}$, e em particular, o arco a_{p0t}^i , $1 \leq t \leq H+1$ somente existe se

$$\sum_{j=t'+1}^t d_{pi,j-1} \leq I_{pi0} - L_{pi}.$$

Conjunto Q_{ip}

Um elemento $q_{pt'}^i$ do conjunto Q_{ip} , associado ao arco $a_{pt'}^i$, representa a quantidade do produto p a ser entregue ao cliente i no período t . Devido à política de reposição de estoque adotada, a quantidade de produtos a ser entregue ao cliente i ,

deve ser tal que o limite máximo de estoque seja atingido. Assim, $q_{pt'}^i = \sum_{j=t'+1}^t d_{pi,j-1}$ para

cada arco $a_{pt'}^i$, $1 \leq t' < t \leq H$. Particularmente, para os arcos a_{p0t}^i , $1 \leq t \leq H$,

$q_{p0t}^i = U_{pi} - I_{pit} + \sum_{j=1}^t d_{pi,j-1}$ e para $0 \leq t' \leq H$, $q_{pt',H+1}^i = 0$ dado que não existem entregas

em $H+1$.

Conjunto P_{ip}

Um elemento $p_{pt't}^i$ do conjunto P_{ip} , que corresponde ao peso do arco $a_{pt't}^i$, é utilizado para determinar o caminho de custo mínimo entre 0 e $H+1$ na rede. Este peso representa a estimativa da variação do custo total, ao se incluir na solução corrente a entrega de um produto p ao cliente i no período t . Para cada arco $a_{pt't}^i$ o peso $p_{pt't}^i$ é calculado a partir da solução parcial gerada pelo algoritmo, baseando-se em três componentes: rota percorrida pelo veículo no período $t \in T$, nível de estoque do fornecedor, e níveis de estoque dos clientes no período $t \in T$.

A primeira componente, \tilde{c}_t^i é a estimativa da variação do custo de transporte se o cliente i é visitado no período t . Essa estimativa é dada por $2c_{0i}$ no caso de não existir clientes visitados no período t . No caso de existir entregas no período, a estimativa é dada pelo custo de inserir o cliente i entre dois clientes do conjunto de rotas R_{kt} . Para isso, é utilizado a regra da inserção mais barata, onde é calculado o custo gerado se o cliente i for inserido entre o nó $i^* \in R_{kt}$ e seu sucessor $su(i^*) \in R_{kt}$ tal que, $i^* = \arg \min_{i^* \in R_{kt}} \{c_{i^*,i} + c_{i, su(i^*)} - c_{i^*, su(i^*)}\}$. Se a restrição de capacidade do veículo for violada no período t , define-se $\tilde{c}_t^i = +\infty$.

A segunda componente $\tilde{B}_{pt't}^i$ é a estimativa da variação do custo de estoque do fornecedor. Essa variação é calculada a partir da quantidade $q_{pt't}^i$ de produtos entregue ao cliente i no período t . Deste modo, o nível de estoque do fornecedor decresce em $q_{pt't}^i$ para os períodos entre t e $H+1$. Conseqüentemente, a variação do custo de estoque é $\tilde{B}_{pt't}^i = -h_{0p}(H+1-t)q_{pt't}^i$ e no caso da restrição de estoque do fornecedor ser violada, $\tilde{B}_{pt't}^i = +\infty$.

A terceira componente $\tilde{I}_{pt't}^i$ é a estimativa da variação dos custos de estoque dos clientes. Nessa estimativa considera-se que se o cliente i for visitado, o nível máximo de estoque U_{pi} é atingido e a partir daí o estoque decresce a uma taxa d_{pit} durante os períodos do horizonte de planejamento. Desta forma, a estimativa da variação do custo de estoque do cliente i é dada por $\tilde{I}_{pt't}^i = h_{ip} \sum_{j=t'+1}^t (U_{pi} - \sum_{l=t'+1}^j d_{pi,l-1})$. Em particular, se a entrega do período t for a primeira entrega de i durante o horizonte de planejamento, então

$$\tilde{I}_{pt't}^i = h_{ip} \sum_{j=1}^t (I_{pi0} - \sum_{l=1}^j d_{pi,l-1}).$$

O peso $p_{pt't}^i$ associado ao arco $a_{pt't}^i$ é então dado por

$$p_{pt't}^i = \tilde{c}_t^i + \tilde{B}_{pt't}^i + \tilde{I}_{pt't}^i.$$

Uma vez calculados os valores de $p_{pt't}^i$ para cada arco $a_{pt't}^i \in A_{ip}$, o procedimento determina o caminho de custo mínimo entre os nós 0 e $H+1$, através do algoritmo de Dijkstra (1959), obtendo assim o conjunto S_i de períodos de entrega do cliente i , que minimiza os custos de estoque no fornecedor e clientes, e custos de transporte ao longo do horizonte de planejamento.

2.2.3. Inserindo clientes

Determinados os períodos de entrega de cada produto p do cliente i , o próximo passo da heurística é inserir o cliente i na rota k do conjunto R_t , $t \in S_i$, e atualizar os custos de estoque e transporte.

Para todos os veículos k do período t , é verificado qual o menor custo de inserção. A inserção do cliente na rota, implica no aumento $q_{pt't}^i$ da quantidade total de produtos transportados pelo veículo k no período t , e na variação do custo de transporte em $2c_{0i}$ se a rota k do conjunto R_t estiver vazia antes da inserção do cliente i , ou $c_{i,j}^* + c_{i,su(i^*)} - c_{i^*,su(i^*)}$, caso contrário. O custo de estoque do fornecedor diminui devido à redução do estoque, $I'_{p0,j+1} = I_{p0,j+1} - q_{pt't}^i, j = t, \dots, H$, e o custo de estoque no cliente aumenta devido ao acréscimo do nível de estoque, $I'_{pi,j+1} = I_{pi,j+1} + q_{pt't}^i - d_{pit}, j = t, \dots, H$.

2.2.4. Removendo clientes

O procedimento retira o cliente de todas as rotas a que ele pertence. Deste modo, novamente as variáveis de custo de estoque e de transporte são alteradas.

Seja $pr(i)$ o cliente predecessor ao cliente i na rota R_{kt} , para $t \in S_i$. A remoção do cliente na rota, implica no decréscimo q_{pt}^i da quantidade total de produtos transportados pelo veículo k no período t , e na variação do custo de transporte em $-2c_{0i}$ se o cliente i é o único cliente da rota k no conjunto R_t , ou $-c_{pr(i),i} - c_{i,su(i)} + c_{pr(i),su(i)}$, caso contrário. O custo de estoque do fornecedor aumenta devido ao acréscimo do estoque, $I_{p0,j+1} = I_{p0,j+1} + q_{pt}^i, j = t, \dots, H$, e o custo de estoque no cliente diminui devido a redução do nível de estoque, $I_{pi,j+1} = I_{pi,j+1} - q_{pt}^i - d_{pit}, j = t, \dots, H$.

2.3 Exemplo

O exemplo abaixo ilustra o funcionamento da heurística BPERV para o problema de estoque e roteamento de veículos. O exemplo não é baseado em dados reais e sim em dados hipotéticos, que buscam representar um caso real. Considere um fornecedor de refrigerantes que adquire os produtos de um fabricante e os distribui aos seus clientes durante 7 períodos de planejamento. Além do transporte dos produtos, o fornecedor controla os níveis de estoque de seus clientes. O transporte dos produtos é realizado através de frota de veículos homogênea de capacidade C , a partir do fornecedor para um conjunto de 4 clientes. As demais características do problema são apresentadas na Tabela 2.1 e na Tabela 2.2.

Tabela 2.1 – Dados dos clientes.

Cientes	1					2					3					4				
Produtos	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Demanda	26	10	70	52	0	13	65	34	0	0	17	54	34	0	0	67	36	21	50	72
Estoque mínimo	56	132	134	118	0	102	108	80	0	0	109	69	66	0	0	132	76	107	125	83
Estoque máximo	212	182	484	430	0	141	758	590	0	0	279	609	270	0	0	333	436	317	225	803
Estoque inicial	186	172	414	378	0	128	693	556	0	0	262	555	236	0	0	266	400	296	175	731
Custo de estoque	0,6	0,5	0,2	0,6	0	0,6	0,1	0,3	0	0	0,3	0,3	0,6	0	0	0,3	0,1	0,2	0,1	0,2
Coordenadas(x, y)	25-400					314-300					50-151					310-475				

Tabela 2.2 – Dados do fornecedor.

Fornecedor					
Custo unitário de estoque	0,3				
Quantidade de produtos recebidos	500				
Coordenadas (x, y)	0-0				
Número de veículos	2				
Capacidade dos veículos	400				
Produtos	1	2	3	4	5
Estoque Inicial	123	165	159	102	72

O custo de transporte é dado por $c_{ij} = \left[\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \right]$, onde os pontos (x_i, y_i) e (x_j, y_j) , são as coordenadas dos clientes i e j .

Ordenando os clientes de acordo com a taxa de cada produto

O primeiro passo da heurística é ordenar os produtos de acordo com as taxa Tx_{ip} . Como exemplos de cálculos,

$$Tx_{11} = (212 - 56) / ((1/7) * 182) = 6$$

$$Tx_{43} = (317 - 107) / ((1/7) * 147) = 10$$

Uma vez calculados as taxas de cada produto, na Tabela 2.3, é apresentado o vetor “*ordem*”, com a ordem de entrega dos produtos.

Tabela 2.3 – Vetor “ordem”.

Cliente	4	4	2	1	1	1	3	1	4	2	3	4	4	3	2
Produto	4	1	1	3	2	4	3	1	5	2	2	2	3	1	3

Determinando os períodos de entrega para o produto 4 do cliente 4.

Tendo uma nova seqüência de clientes determinada no passo anterior, são apresentados alguns passos realizados para verificar a existência dos arcos $a_{pt'i}^i$. Por exemplo, para o cliente 4

$$a_{401}^4 \text{ existe se } \sum_{j=t'+1}^t d_{44,j-1} \leq I_{440} - L_{44} \Rightarrow 50 \leq 175 - 125 \Rightarrow 50 \leq 50, \text{ e}$$

$$a_{478}^4 \text{ existe se } \sum_{j=t'+1}^t d_{44,j-1} \leq U_{44} - L_{44} \Rightarrow 400 \leq 225 - 125 \Rightarrow 400 \not\leq 50$$

Determinados os arcos $a_{4t't}^4$ do cliente, o próximo passo é calcular os pesos $q_{4t't}^4$ e $p_{4t't}^4$ de cada arco $a_{4t't}^4$.

Calculando $q_{t't}^i$ e $p_{t't}^i$ dos arcos $a_{t't}^i$ existentes:

Como citado anteriormente, para cada arco $a_{pt't}^i$ existem dois elementos $q_{pt't}^i$ e $p_{pt't}^i$ associados. A Figura 2.3, apresenta os cálculos realizados para determinar os pesos q_{401}^4 , q_{478}^4 , p_{401}^4 e p_{478}^4 referente aos arcos a_{401}^4 e a_{478}^4 .

$$\begin{aligned}
 a_{401}^4 \quad q_{401}^4 &= 225 - 175 + \sum_{j=1}^1 d_{44,j-1} \Rightarrow 100 \\
 p_{401}^4 &= \tilde{c}_1^4 + \tilde{B}_{401}^4 + \tilde{I}_{401}^4 \\
 \tilde{c}_1^4 &= 2c_{04} \Rightarrow 1134 \\
 \tilde{B}_{401}^4 &= -0,3(7+1-1)*100 \Rightarrow -210 \\
 \tilde{I}_{401}^4 &= 0,1 * \sum_{j=1}^1 (I_{440} - \sum_{l=1}^j d_{44,l-1}) \Rightarrow 0,1*(175-50) \Rightarrow 12,5 \\
 p_{401}^4 &= 1134 - 210 + 12,5 = 936,5 \\
 a_{478}^4 \quad q_{478}^4 &= 0 \\
 p_{478}^4 &= \tilde{c}_8^4 + \tilde{B}_{478}^4 + \tilde{I}_{478}^4 \\
 \tilde{c}_8^4 &= 2c_{04} \Rightarrow 0 \\
 \tilde{B}_{478}^4 &= -0,3(7+1-8)*0 \Rightarrow 0 \\
 \tilde{I}_{478}^4 &= 0,1 * \sum_{j=8}^8 (225 - \sum_{l=7}^j d_{44,l-1}) \Rightarrow 17,5 \\
 p_{478}^4 &= 0 + 0 + 17,5 = 17,5
 \end{aligned}$$

Figura 2.3 – Calculando os pesos dos arcos $a_{4t't}^4$.

A partir dos pesos $q_{4t't}^4$ e $p_{4t't}^4$ dos arcos $a_{4t't}^4$, é construída a rede do cliente.

Na Figura 2.4, é apresentado o caminho de menor custo entre os nós 0 e $H + 1$.

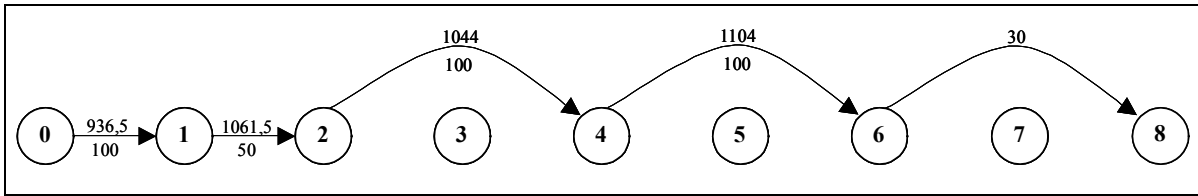


Figura 2.4 – Períodos de entrega do produto 4 do cliente 4 (caminho de custo mínimo).

Uma vez definidos os períodos de entrega do cliente, o último passo da primeira fase, envolve a inserção do cliente na rota de cada período. Para a solução obtida ao término da Fase 1, a Figura 2.5 apresenta as rotas de cada período do horizonte de planejamento, e na Tabela 2.4, são apresentados custos de estoque nos clientes e no fornecedor, o custo de transporte e o valor da função objetivo.

Tabela 2.4 – Resultado da Fase 1.

Custos	Valor
Estoque nos clientes	10668,2
Estoque no fornecedor	7630,8
Transporte	9396
Total	27695

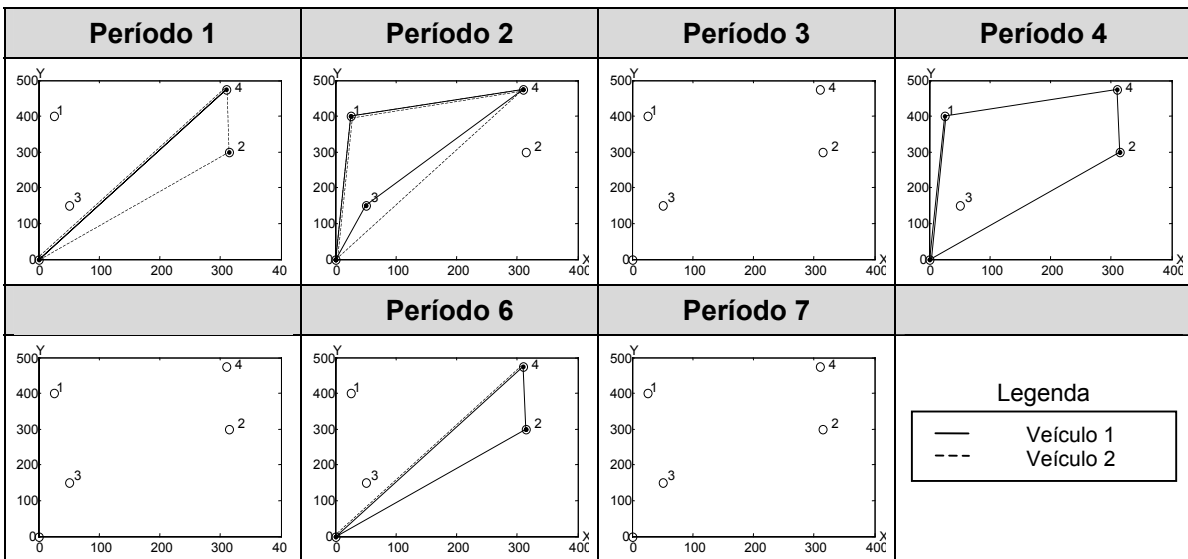


Figura 2.5 – Rotas de cada período da Fase 1.

A Figura 2.6, mostra as rotas da solução final, e a Tabela 2.5 apresenta os custos desta solução.

Tabela 2.5 – Resultado final.

Custos	Valor
Estoque nos clientes	10722,8
Estoque no fornecedor	7547,4
Transporte	7864
Total	26134,2

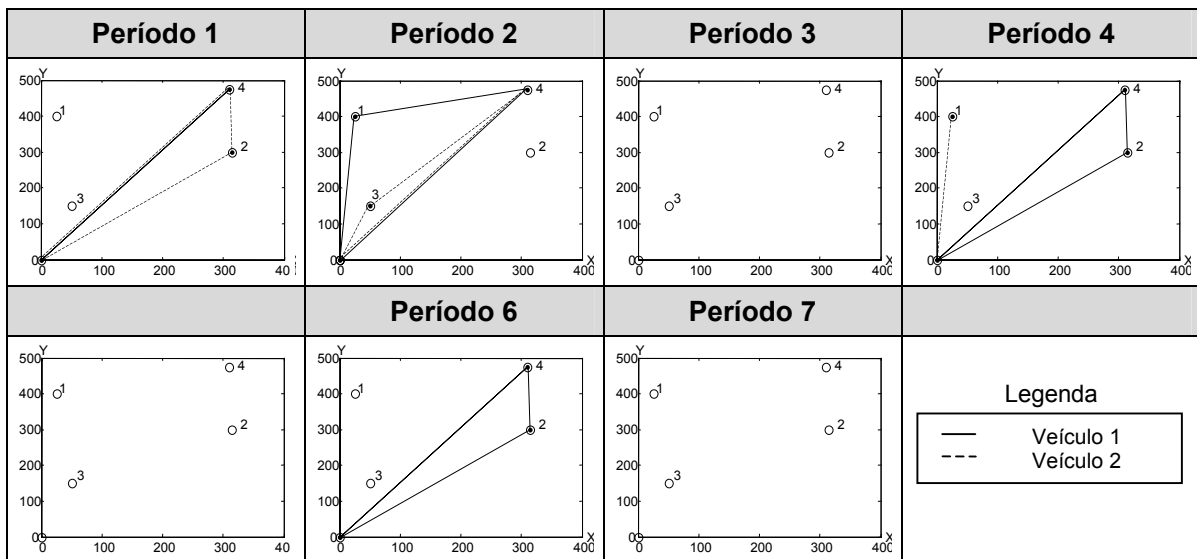


Figura 2.6 – Configuração final das rotas.

Capítulo 3

HEURÍSTICAS PROPOSTAS

3.1 Introdução

Neste capítulo são propostas duas heurísticas de busca local com múltiplos reinícios para o PERV. A primeira heurística, denotada SPERV, procura minimizar a soma dos custos de transporte e dos custos de estoque no fornecedor e nos clientes. Como estes objetivos são conflitantes, apresenta-se uma segunda heurística, denotada MPERV, com enfoque multi-objetivo, de forma a gerar soluções não dominadas. A seguir, estas heurísticas são estendidas para o caso em que um custo fixo é incorrido no fornecedor, cada vez que encomenda produtos do fabricante. Uma distinção importante em relação à heurística apresentada no Capítulo 2, é que a quantidade de produtos entregue ao cliente não segue uma política, mas é uma variável de decisão que procura minimizar custos.

3.2 Heurística SPERV

A heurística SPERV parte de uma solução inicial e utiliza duas buscas em vizinhanças. A primeira consiste da antecipação ou adiamento de entrega de produtos aos clientes e a segunda envolve movimentos para determinar novas rotas de veículos.

A Figura 3.1 mostra os passos da heurística SPERV. A linha 1 corresponde à construção da solução inicial. As linhas 2 a 7 correspondem a movimentos de antecipação e adiamento da carga total e da carga parcial. A carga total consiste da quantidade total de produtos entregue a um cliente em um dado período, e a carga parcial está associada à quantidade total de um único produto entregue a um cliente em um dado período. A busca em vizinhança para otimização de rotas é aplicada à solução inicial e a cada movimento de antecipação ou adiamento da carga total. O reinício na linha 11 corresponde à geração de uma nova solução, construída a partir do mínimo local achado através das linhas 2 a 7. O reinício é aplicado enquanto a nova solução encontrada tenha um custo menor.

0	Heurística SPERV()
1	Solução_de_partida (); otimiza_rotas();
2	Para $i = 1$ até n faça
3	Antecipa_carga_total (i); otimiza_rotas();
4	Adia_carga_total (i); otimiza_rotas();
5	Antecipa_carga_parcial (i);
6	Adia_carga_parcial (i);
7	Fim Para
8	$F0 :=$ custo de transporte + custo de estoque do fornecedor + custo de estoque dos clientes;
9	$F1 := -\infty$;
10	Enquanto $F1 \leq F0$ faça
11	Reinício ();
12	Repita os procedimentos das linhas 3, 4, 5 e 6.
13	$F1 :=$ custo de transporte + custo de estoque do fornecedor + custo de estoque dos clientes;
14	Se $F1 < F0$ então
15	$F0 := F1$;
16	Fim Se
17	Fim Enquanto

Figura 3.1 – Heurística SPERV.

3.2.1. Gerando a solução inicial

O estoque inicial dos clientes no instante zero é gerado no intervalo $[L_{pi}, U_{pi}]$ como explicado no Capítulo 4. Identifica-se então, para cada cliente i e produto p o primeiro período t para o qual $I_{pit} - d_{pit} \leq L_{pi}$. Este período e os subseqüentes compõem o conjunto T_i de períodos em que ocorrem as entregas de uma demanda. Ordena-se arbitrariamente os clientes e começando do cliente 1 entrega-se as demandas d_{p1t} , $t \in T_1$. As demandas d_{p2t} , $t \in T_2$, do cliente 2 são então inseridas na posição de menor custo nos períodos $T_1 \cap T_2$. Este procedimento de inserção de menor custo prossegue até o último cliente, gerando assim todas as rotas dos períodos de entrega de produtos. Partindo-se desta solução, otimiza-se as rotas através de uma busca em vizinhança, descrita a seguir. Note que a solução construída busca minimizar o custo de estoque nos clientes.

3.2.2. Otimização das rotas

A otimização das rotas em cada período do horizonte de planejamento é realizada através de uma heurística de busca em vizinhança. Nos períodos que apresentam uma única rota, a heurística utiliza apenas movimentos intra-rota, e para os períodos que apresenta mais de uma rota, além de movimentos intra-rotas, são utilizados movimentos inter-rotas.

3.2.2.1. Movimentos Intra-rotas - Vizinhança Or-opt

É utilizada a vizinhança Or-Opt, proposta por Or (1976), para o problema do caixeiro viajante. Para cada rota do período, k nós (clientes) consecutivos são re-inseridos em uma outra posição da rota. Esta variável k é um limitante superior para o número de nós consecutivos que são considerados. A Figura 3.2 apresenta um exemplo do movimento para $k = 4$.

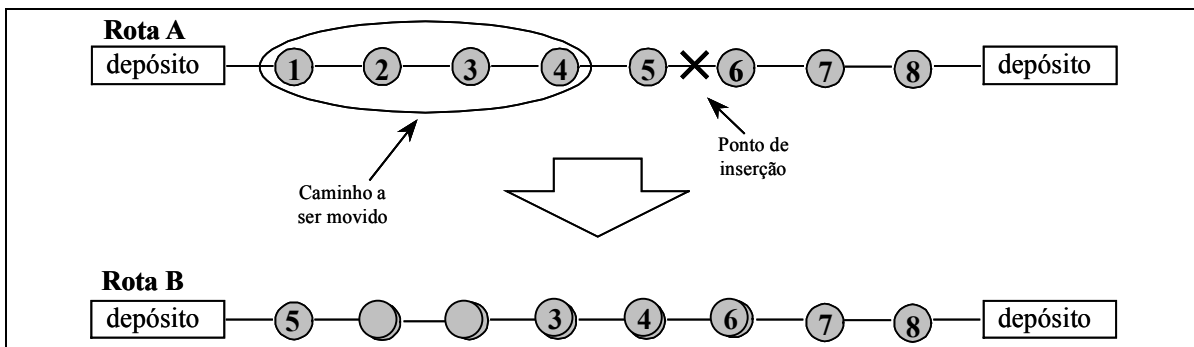


Figura 3.2 – Exemplo de Or-opt para 4 vértices.

3.2.2.2. Movimentos Inter rotas - Troca Cross

É utilizada a vizinhança Troca Cross proposta por Taillard *et al.* (1997). Esta vizinhança envolve a troca de dois subconjuntos de nós consecutivos de duas rotas. O subconjunto que sai da A é inserido no local do subconjunto que sai da rota B e vice-versa. Na Figura 3.3 é apresentado um exemplo do movimento.

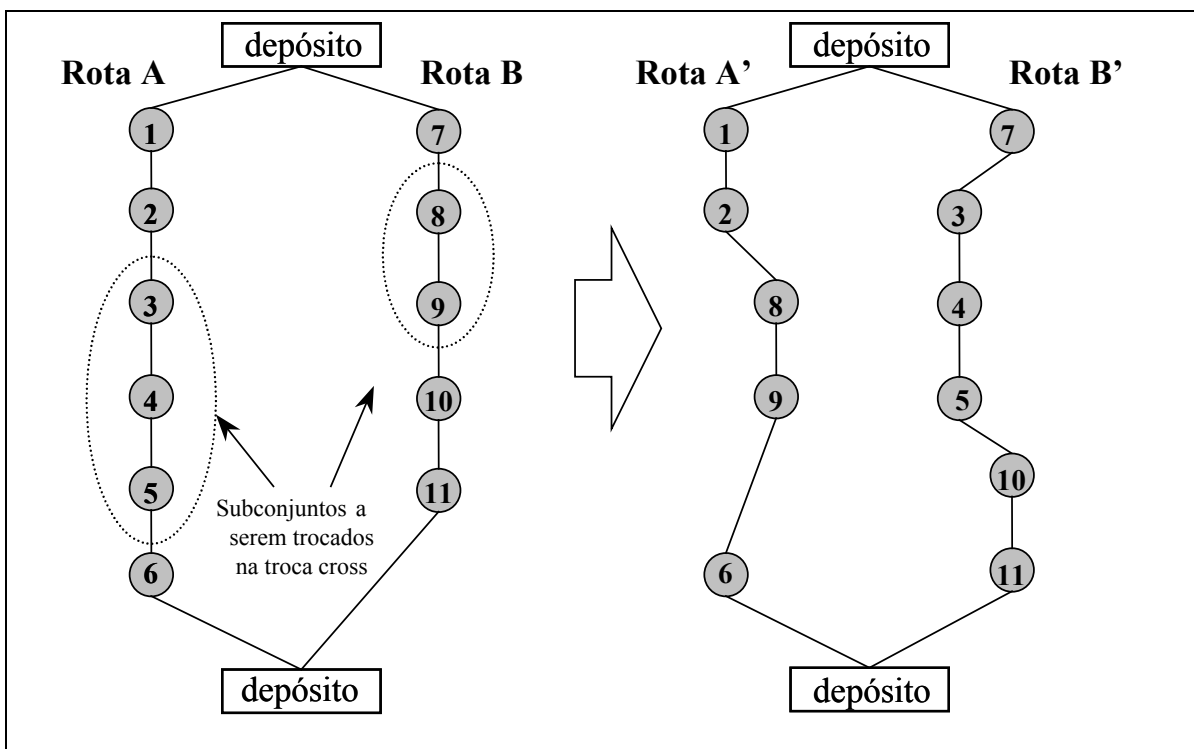


Figura 3.3 – Exemplo de Troca Cross para $\lambda=3$, $|S_1|=3$, $|S_2|=2$.

3.2.3. Antecipando a entrega de todos os produtos do cliente

O movimento de antecipação da carga total de um cliente de um período para outro período anterior também foi usada na heurística desenvolvida por Chandra (1993) e tem por objetivo reduzir o número de rotas utilizadas em cada período do horizonte de planejamento. Para um dado cliente i e período $t = H, H-1, \dots, 2$ em que o cliente é servido, antecipa-se a entrega da carga total do cliente i no período t para cada período $tl < t$ em que o cliente i é visitado. O período que resulta na maior redução de custo é escolhido e a antecipação é efetuada. Este procedimento é repetido para o próximo período t .

Ao agrupar as entregas de dois períodos do cliente i em um único período ocorre a redução do custo de estoque do fornecedor no período t . Por outro lado, ocorre um acréscimo do custo de estoque do cliente i no período tl e, dependendo do caso, uma redução ou um acréscimo do custo de transporte. Estes casos são descritos abaixo.

1. A carga total do cliente i no período t é menor que a capacidade ociosa $Co_{v,tl}$ do veículo v que visita este cliente no período tl , isto é, $Co_{v,tl} \geq \sum_{v \in V} \sum_{p \in P} x_{pit}^v$.

Em consequência da antecipação das entregas do período t para o período tl , ocorre uma redução nos custos de transporte devido ao aproveitamento do veículo que faz a entrega ao cliente no período tl .

2. A carga total do cliente i no período t é maior que a capacidade ociosa $Co_{v,tl}$ do veículo que visita este cliente no período tl , porém a soma das cargas dos períodos t e tl é superior a uma fração fr da capacidade de um único veículo, isto é,

$$\sum_{v \in V} \sum_{p \in P} x_{pit}^v + \sum_{v \in V} \sum_{p \in P} x_{pi,tl}^v \geq C * fr.$$

Neste caso, o custo de transporte pode sofrer um acréscimo, pois um único veículo realiza uma entrega direta ao cliente i e o restante da carga é transportada por outro veículo no mesmo período, caso haja capacidade suficiente. Caso contrário, este movimento é descartado.

Nos dois casos, as restrições de estoque do fornecedor $I_{p0,tl} \geq \sum_{v \in V} \sum_{p \in P} x_{pit}^v$ e

estoque dos clientes $U_{pi} \geq I_{pi,tl} + \sum_{v \in V} \sum_{p \in P} x_{pit}^v$, não devem ser violadas.

0	Procedimento Antecipa_carga_total (i, F_0)
1	$F_1 = +\infty$;
2	Enquanto $F_0 \leq F_1$ faça
3	$tl := list[i] $;
4	Para $k = tl$ até $k = 1$ faça
5	Para $l = tl - 1$ até $l = 1$ faça
6	Se $I_{p0,list[l]} \geq \sum_{v \in V} \sum_{p \in P} x_{pi,list[k]}^v$ e $U_{pi} \geq I_{pi,list[k]} + \sum_{v \in V} \sum_{p \in P} x_{pi,list[k]}^v$ então
7	Se $Co_{vl} \geq x_{pi,list[k]}^v$ então
8	Calcule o custo do movimento – Caso 1;
9	Fim Se
10	Se $\sum_{v \in V} \sum_{p \in P} x_{pi,list[k]}^v + \sum_{v \in V} \sum_{p \in P} x_{pi,list[l]}^v \geq C * fr$ então
11	Se $\sum_{v \in V} \sum_{p \in P} x_{pi,list[k]}^v + \sum_{v \in V} \sum_{p \in P} x_{pi,list[l]}^v - C \leq Co_{vl}$ então
12	Calcule o custo do movimento – Caso 2;
13	Fim Se
14	Fim Se
15	Fim Para
16	Armazene o melhor movimento;
17	Fim Para
18	Se Caso 1 então
19	Retire a carga total do cliente i da rota do período t ;
20	Insira essa carga na rota do período tl ;
21	Senão
22	Se Caso 2 então
23	Retire a carga total do cliente i das rotas dos períodos t e tl ;
24	Insira parte da carga total em uma rota existente no período tl ;
25	Insira o restante da carga em outra rota do período tl ;
26	Fim Se
27	$F_1 :=$ custo de estoque dos clientes + custo de estoque do fornecedor + custo de transporte ;
28	Fim Para
29	Se $F_1 < F_0$ então
30	$F_0 := F_1$
31	Fim Se
32	Fim Enquanto

Figura 3.4 – Procedimento realizado para antecipar uma visita à um cliente.

Na Figura 3.4, é apresentado o procedimento que antecipa a carga total do cliente i . Inicialmente, a variável tl (linha 3) recebe o tamanho da lista “ $list[i]$ ” que armazena os t períodos nos quais o cliente i é visitado. Por exemplo, se o cliente 1 é visitado nos períodos 2, 4, e 6, então $list[1] = [2,4,6]$, nesta ordem, e $tl = 3$.

Para todas as combinações de períodos de entrega do cliente (linhas 4 a 17), é calculado o custo do movimento de antecipação e armazenado o movimento de menor custo. No início das combinações de períodos, as restrições de capacidade de armazenamento dos clientes e de disponibilidade de produtos no fornecedor são verificadas (linha 6). A seguir, se a carga total entregue ao cliente i no período t é menor que a capacidade ociosa do veículo que o atende no período tl , calcula-se o custo do movimento para o caso 1 (linhas 7 a 9). Caso contrário, se a carga total do cliente é maior que uma fração da capacidade do veículo e se existe um veículo com capacidade ociosa maior que a carga excedente, é calculado o custo do movimento para o caso 2 (linhas 22 a 26). O melhor movimento correspondente ao caso 1 ou caso 2 é efetuado nas linhas 18 a 21 e 22 a 26, respectivamente. Esse procedimento é repetido até que a função objetivo não seja mais melhorada.

3.2.4. Adiado a entrega de todos os produtos do cliente

No segundo passo da heurística é utilizado um procedimento que adia a entrega da carga total do cliente i no período $t = 1, 2, \dots, H - 1$, para um período $tl > t$ em que o cliente i é visitado, visando reduzir o número de rotas. O procedimento é análogo ao de antecipação da carga total de um cliente e um movimento de adiamento só é executado se as restrições de estoque no cliente e no fornecedor são verificadas.

Ao agrupar as entregas de dois períodos do cliente i em um único período ocorre um acréscimo do custo de estoque do fornecedor no período t . Por outro lado, ocorre um decréscimo do custo de estoque do cliente i no período tl e, dependendo do casos 1 e 2 descritos anteriormente, uma redução ou um acréscimo do custo de transporte.

3.2.5. Antecipando a entrega de alguns produtos do cliente

Nos procedimentos anteriores de antecipação ou adiamento de cargas totais de clientes, rotas podem ser criadas ou extintas. O próximo passo da heurística é apresentado na Figura 3.5 e consiste em antecipar a carga parcial de um cliente i atendido no período $t = H, H-1, \dots, 2$ para cada período $tl < t$ em que o cliente i é visitado, de forma a manter as rotas e conseqüentemente, o mesmo custo de transporte. Isto implica que a antecipação de uma carga parcial somente é possível, se ela é menor que a capacidade ociosa do veículo que atende o cliente i no período tl . O período que resulta na maior redução de custo de estoque no fornecedor e cliente é escolhido, e a antecipação é efetuada. Este procedimento é repetido para o próximo período t .

0	Procedimento Antecipa_carga_parcial (i, F_0);
1	$F_1 := +\infty$;
2	Enquanto $F_0 \leq F_1$ faça
3	$t := list[i] $;
4	Para $p=1$ até P faça
5	Para $k=t$ até $k=1$ faça
6	Para $l=t-1$ até $l=1$ faça
7	Se $I_{p0,list[l]} \geq \sum_{v \in V} x_{pi,list[k]}^v$ e $U_{pi} \geq I_{pi,list[k]} + \sum_{v \in V} x_{pi,list[k]}^v$
8	Se $Co \geq x_{pi,list[k]}^v$ então
9	Calcule o custo do movimento;
10	Armazene o melhor movimento;
11	Fim Se
12	Fim Se
13	Fim Para
14	Fim Para
15	Antecipe a entrega do produto p ;
16	$F_1 :=$ custos de estoque do cliente + custo de estoque do fornecedor + custo de transporte ;
17	Se $F_1 < F_0$ então
18	$F_0 := F_1$
19	Fim Se
20	Fim Para
21	Fim Enquanto

Figura 3.5 – Procedimento utilizado para antecipar parte dos produtos entregue ao cliente.

Para todos os produtos do cliente, escolhe-se aquele cuja antecipação resulta na maior redução do custo de estoque do fornecedor e cliente. Da mesma forma que no procedimento de antecipação da carga total, as restrições de estoque do fornecedor, estoque dos clientes, e capacidade dos veículos são verificadas. Satisfeitas as restrições, calcula-se o custo de antecipar a entrega do produto (linha 9) e armazena-se o movimento de menor custo (linha 10). Após encontrar o melhor movimento, é realizado a antecipação da entrega dos produtos (linha 15). O procedimento é repetido até que não ocorra mais melhora na função objetivo.

3.2.6. Adiando a entrega de alguns produtos do cliente

Do mesmo modo que no procedimento anterior, esse procedimento reduz os custos de estoques dos clientes e do fornecedor, mantendo as mesmas rotas e portanto, o mesmo custo de transporte.

Para todos os produtos do cliente, escolhe-se aquele cujo adiamento da entrega do período $t = 1, 2, \dots, H - 1$ para um período $t' > t$ resulta na maior redução do custo de estoque do fornecedor e cliente. O procedimento é repetido até que não ocorra mais melhora na função objetivo.

3.2.7. Alterando a solução de mínimo local encontrada

A busca em vizinhança descrita nos passos anteriores termina em um mínimo local. O procedimento “Reinicia ()”, apresentado na Figura 3.6, altera então este mínimo local de forma a gerar uma nova solução de reinício para a busca local.

Como a heurística parte de uma solução que minimiza o custo de estoque nos clientes, esse procedimento tem como objetivo modificar as características da solução encontrada, fazendo com que exista um aumento de produtos em estoque nos clientes, e conseqüentemente, do custo de estoque.

Para todos os clientes, inicialmente a variável “P_entrega” (linha 2) recebe o primeiro período que o cliente i é visitado na solução corrente. Para todos os produtos do cliente i é verificado na solução corrente se a entrega do produto não é realizada no primeiro período do horizonte de planejamento e se o custo de estoque do fornecedor é

maior que o custo de estoque do cliente (linha 4). Quando essas restrições são satisfeitas, a quantidade de produtos entregue ao cliente no período $P_entrega$ é antecipada para o período imediatamente anterior (linha 5). Para os demais períodos do horizonte de planejamento $t = P_entrega, P_entrega + 1, \dots, H$ (linhas 7 a 11) novamente é verificado se o custo de estoque do fornecedor é maior que o custo do cliente e se o cliente não recebe o produto no período t da solução anterior (linha 8). Quando essas restrições são satisfeitas a quantidade do produto p enviada ao cliente no período t é igual a sua demanda, caso contrário é mantida a mesma quantidade entregue ao cliente na solução corrente.

0	Procedimento Reinicia ()
1	Para $i = 1$ até n faça
2	$P_entrega :=$ primeiro período de $list[i]$;
3	Para $p = 1$ até P faça
4	Se ($P_entrega \geq 1$) e ($h_{ip} < h_{0p}$) então
5	$x_{pi, P_entrega-1}^v = x_{pi, P_entrega}^v$;
6	Senão
7	Para $t = P_entrega$ até H faça
8	Se ($h_{ip} < h_{0p}$) e ($t \neq list[i]$) então
9	$x_{ip, P_entrega} = d_{pit}$;
10	Fim Se
11	Fim Para
12	Fim Se
13	Fim Para
14	Fim Para

Figura 3.6 – Procedimento para gerar uma solução de reinício.

A Figura 3.7 apresenta um exemplo deste procedimento para um único cliente. Considere que são enviados dois produtos a um cliente com demanda $d_{1t} = 15$ e $d_{2t} = 25$, custos unitários de estoque no cliente 0,5 e 0,1, e no fornecedor de 0,3 por unidade, durante $t = 1, 2, 3, 4$ períodos do horizonte de planejamento.

A Figura 3.7 mostra uma solução de mínimo local encontrada pela busca em vizinhança, em que o cliente é visitado nos períodos 2 e 4. Os valores entre parêntesis representam a quantidade de produtos entregue ao cliente. Por exemplo, no período 2 da

Figura 3.7(a), (30,75) representa a quantidade de 30 unidades do produto 1 e 75 unidades do produto 2 entregue ao cliente no período 2. A partir desses dados o procedimento de reinício gera uma nova solução de partida apresentada na Figura 3.7(b).

No primeiro passo do procedimento (linhas 4 a 6), como a primeira entrega do produto 2 ao cliente 4 não é realizada no primeiro período do horizonte de planejamento e o custo de estoque do produto 2 no cliente é menor que o custo de estoque no fornecedor, o procedimento antecipa a entrega do produto.

Para os demais períodos a quantidade do produto 2 entregue ao cliente é igual à demanda do período. Note que no período 2 e 4 a quantidade do produto 1 entregue ao cliente não se altera, pois, o custo do estoque no cliente é maior que o custo de estoque no fornecedor. Por fim, a quantidade do produto 2 entregue ao cliente no período 4 não se altera, pois no mesmo período na Figura 3.7(a) existe uma entrega do produto 2 ao cliente. Esse procedimento é realizado para todos os clientes, gerando uma nova solução de partida.

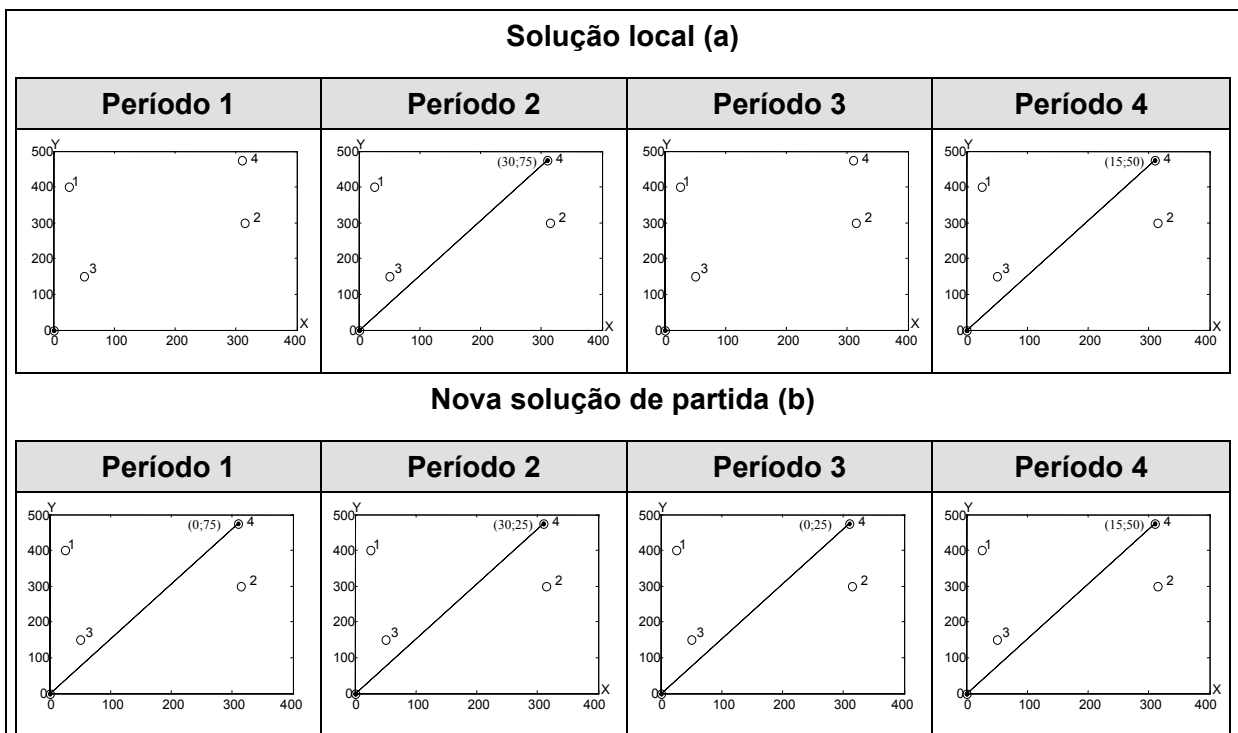


Figura 3.7 – Exemplo de reinício para os produtos do cliente 4.

3.2.8. Exemplo

O exemplo abaixo é semelhante ao apresentado no capítulo anterior e ilustra o funcionamento da heurística SPERV para o problema de estoque e roteamento de veículos. O exemplo não é baseado em dados reais e sim em dados hipotéticos, que buscam representar um caso real. Considere um fornecedor de refrigerantes que adquire os produtos de um fabricante e os distribui aos seus clientes durante 7 períodos de planejamento. Além do transporte dos produtos, o fornecedor controla os níveis de estoque de seus clientes. O transporte dos produtos é realizado através de frota de veículos homogênea de capacidade C , a partir do fornecedor para um conjunto de 4 clientes. Os dados do problema são apresentados na Tabela 3.1 e na Tabela 3.2.

Tabela 3.1 – Dados dos clientes.

Clientes	1					2					3					4				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Demanda	26	10	70	52	0	13	65	34	0	0	17	54	34	0	0	67	36	21	50	72
Estoque mínimo	56	132	134	118	0	102	108	80	0	0	109	69	66	0	0	132	76	107	125	83
Estoque máximo	212	182	484	430	0	141	758	590	0	0	279	609	270	0	0	333	436	317	225	803
Estoque inicial	186	172	414	378	0	128	693	556	0	0	262	555	236	0	0	266	400	296	175	731
Custo de estoque	0,6	0,5	0,2	0,6	0	0,6	0,1	0,3	0	0	0,3	0,3	0,6	0	0	0,3	0,1	0,2	0,1	0,2
Coordenadas (x, y)	25-400					314-300					50-151					310-475				

Tabela 3.2 – Dados do fornecedor.

Fornecedor					
Custo unitário de estoque	0,3				
Quantidade de produtos recebidos	500				
Coordenadas (x, y)	0-0				
Número de veículos	2				
Capacidade dos veículos	400				
Produtos	1	2	3	4	5
Estoque Inicial	123	165	159	102	72

O custo de transporte é dado por $c_{ij} = \left[\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \right]$, tal que os pontos (x_i, y_i) e (x_j, y_j) , são as coordenadas dos clientes i e j .

O primeiro passo da heurística constrói a solução inicial, verificando os níveis de estoque dos produtos dos clientes em todos os períodos. Ao encontrar um produto e período em que o nível de estoque é menor ou igual ao nível mínimo, a quantidade do produto $x_{pit}^v = d_{pit}$ é entregue ao cliente .

A Figura 3.8 apresenta alguns cálculos realizados para verificar os níveis de estoque dos produtos no cliente 1.

Se $I_{pit} - d_{pit} \leq L_{pi}$ **então** ocorrerá a entrega de uma demanda.

Para $t = 1$

$I_{111} - d_{111} \leq L_{11} \Rightarrow 186 - 26 \leq 56 \Rightarrow 160 \not\leq 56$

.

.

$I_{411} - d_{411} \leq L_{41} \Rightarrow 378 - 52 \leq 118 \Rightarrow 326 \not\leq 118$

.

.

.

Para $t = 7$

$I_{117} - d_{117} \leq L_{11} \Rightarrow 82 - 26 \leq 56 \Rightarrow 56 \leq 56$

.

.

$I_{417} - d_{417} \leq L_{41} \Rightarrow 170 - 52 \leq 118 \Rightarrow 118 \leq 118$

Figura 3.8– Verificando os níveis de estoque dos produtos no cliente 1.

Devido a ordem de grandeza do problema tratado nesse exemplo, a otimização das rotas através da heurística de busca em vizinhança não apresenta redução do custo de transporte.

A Tabela 3.3 apresenta o resultado obtido na construção da solução inicial. As rotas de cada período da solução inicial e a quantidade de produtos entregue à cada cliente, são apresentadas na Figura 3.9.

Tabela 3.3 – Solução Inicial

Custos	Valor
Estoque nos clientes	8694,7
Estoque no fornecedor	9850,8
Transporte	8200
Total	26745,5

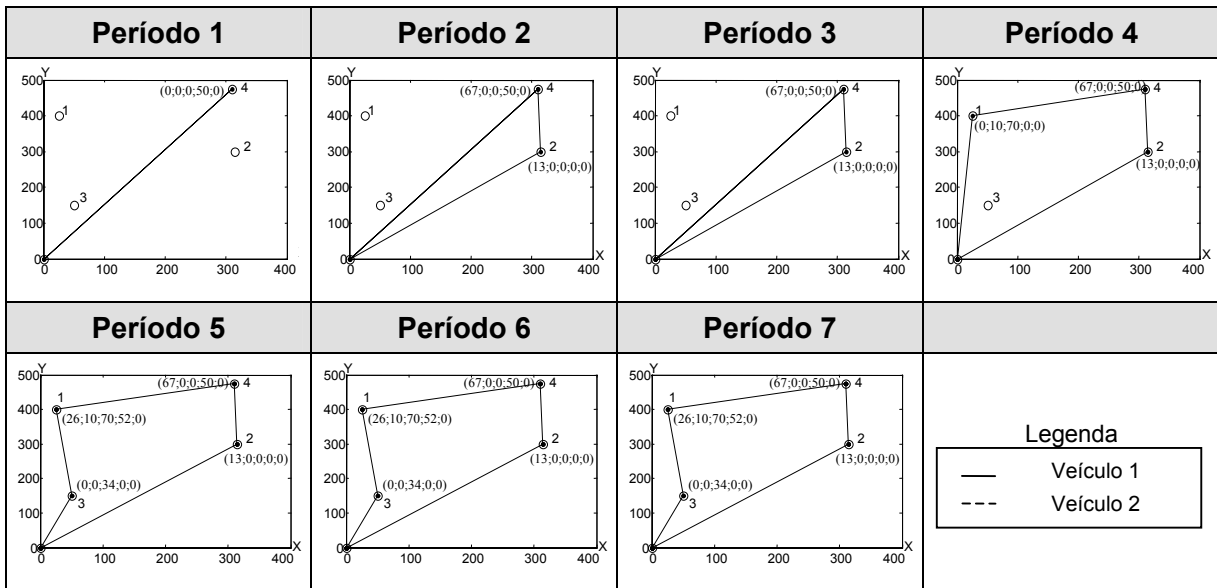


Figura 3.9 – Rotas da solução inicial.

Antecipando a entrega de todos os produtos do cliente i do período t para o período tl .

A Figura 3.10, ilustra alguns cálculos de antecipação da carga total do cliente. O procedimento é repetido para todos os clientes, até que não ocorra mais melhora da solução.

Para o cliente 1: $list[1] := [4, 5, 6, 7]$

Para $t = 7$: $\sum_{p \in P} x_{p17}^1 = 158$

$tl = 6$: $Co_{16} = 78$; $Co_{26} = 400$ - {Não atende a restrição 1.9}

$tl = 5$: $Co_{15} = 78$; $Co_{25} = 400$ - {Não atende a restrição 1.9}

$tl = 4$: $Co_{14} = 190$; $Co_{24} = 400$

Variação dos custos		
	Cliente	Fornecedor
$p = 1$	23,4	-46,8
$p = 2$	9	-15
$p = 3$	63	-42
$p = 4$	46,8	-93,6
Custo de estoque	142,2	-197,4
Custo de transporte		-129

Custo da antecipação = 142,2 - 197,4 - 129 = -184,4

.

Para $t = 5$: $\sum_{p \in P} x_{p15}^v = 158$

$tl = 4$: $Co_{14} = 190$; $Co_{24} = 400$

Variação dos custos		
	Cliente	Fornecedor
$p = 1$	7,8	-15,6
$p = 2$	3	-5
$p = 3$	21	-14
$p = 4$	15,6	-31,2
Custo de estoque	47,4	-65,8
Custo de transporte		-129

Custo da antecipação = 47,4 - 65,8 - 129 = -147,4

Figura 3.10 – Antecipando a carga total do cliente 1.

Uma vez identificado o melhor movimento de antecipação do cliente, este é retirado da rota do período t e inserindo em uma rota no período tl .

Ao término do procedimento, a Figura 3.11 apresenta as rotas construídas em todos os períodos do horizonte de planejamento. As rotas do período 7 apresentadas na Figura 3.9 são todas antecipadas para outros períodos. A Tabela 3.4 mostra que, com exceção do custo de estoque dos clientes, os demais custos foram reduzidos.

Tabela 3.4 – Solução após a antecipação

Custos	Valor
Estoque nos clientes	9101,3
Estoque no fornecedor	9408,3
Transporte	6539
Total	25048,6

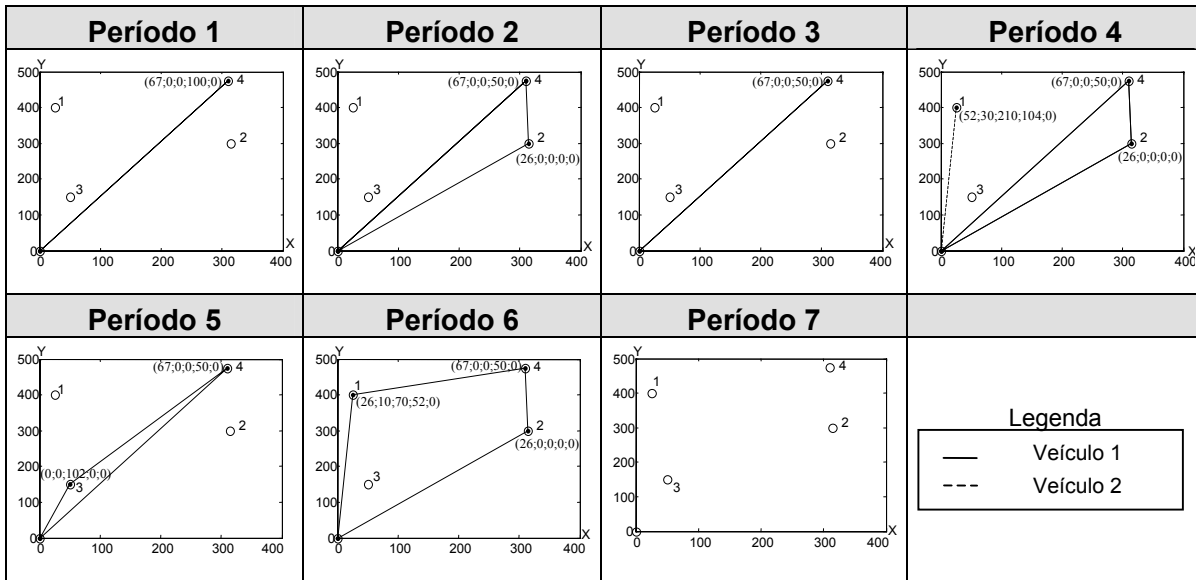


Figura 3.11 – Rotas da solução após a antecipação das cargas.

Adiando a entrega de todos os produtos do cliente i do período t para o período tl .

De forma análoga esse procedimento realiza movimentos de adiamento da carga total. A Figura 3.12 apresenta alguns cálculos deste movimento.

Para o cliente 1: $list[1] := [1, 2, 3, 4, 5, 6]$

Para $t = 1$: $\sum_{p \in P} x_{p11}^1 = 167$

$tl = 6$: $Co_{16} = 99$; $Co_{26} = 400$ {Não atende as restrições 1.3 e 1.9}

.

.

$tl = 2$: $Co_{12} = 257$; $Co_{22} = 400$ {Não atende as restrições 1.3 e 1.9}

.

.

Para $t = 5$: $\sum_{p \in P} x_{p15}^1 = 117$

$tl = 6$: $Co_{16} = 99$; $Co_{26} = 400$ {Não atende as restrições 1.3 e 1.9}

Figura 3.12 – Adiando a carga total do cliente 1.

Antecipando a entrega de alguns produtos do cliente i do período t para o período tl .

A Figura 3.13 apresenta um exemplo do cálculo para este caso.

Para o cliente 1: $list[1] := [4, 6]$
Para $t = 6$
 $tl = 4$: $Co_{14} = 4$ {A restrição 1.9 não é satisfeita para todos os produtos}.

Figura 3.13 – Antecipando a carga parcial do cliente 1.

Adiando a entrega de alguns produtos do cliente i do período t para o período tl .

A Figura 3.14 apresenta um exemplo do cálculo para este caso.

Para o cliente 1: $list[1] := [4, 6]$
Para $t = 4$
 $tl = 6$: $Co_{16} = 78$ {Não atende as restrições 1.3 e 1.9}

Figura 3.14 – Adiando a carga parcial do cliente 1.

Nenhum movimento é executado, pois todos são ineficazes.

Reiniciando a busca

Para todos os produtos do cliente i é verificado na solução corrente se a entrega do produto não é realizada no primeiro período do horizonte de planejamento e se o custo de estoque do fornecedor é maior que o custo de estoque do cliente. Quando essas restrições são satisfeitas, a quantidade de produtos entregue ao cliente no período t é antecipada para o período imediatamente anterior. Para os demais períodos do horizonte de planejamento $t = t+1, t+2, \dots, H$ é verificado se o cliente não recebe o produto no período t da solução corrente. Quando essas restrições são satisfeitas a quantidade do produto p enviada ao cliente no período t é igual a sua demanda, caso contrário é mantida a mesma quantidade entregue ao cliente na solução corrente.

A Figura 3.15 apresenta as rotas da solução de reinício e a quantidade de produtos entregue em cada cliente.

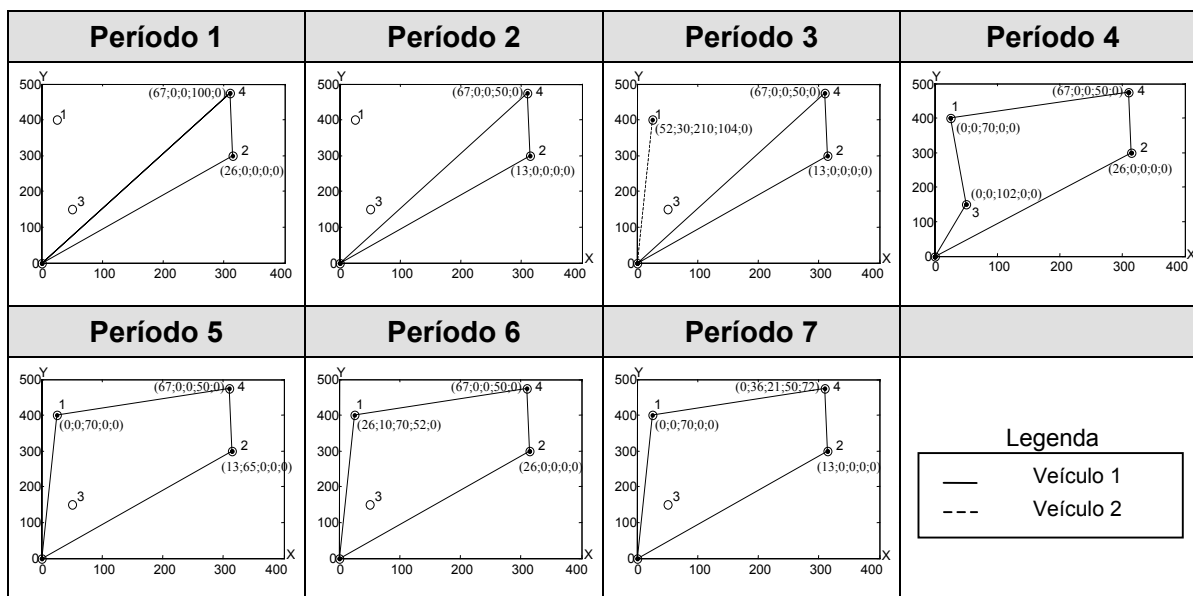


Figura 3.15 – Rotas da solução de reinício.

A partir da nova solução inicial, a heurística utiliza os mesmos procedimentos de busca apresentados anteriormente. O reinício é repetido até que não ocorra melhora na função objetivo. Na Tabela 3.5 são apresentados os custos obtidos na solução final e na Figura 3.16 são apresentadas as rotas encontradas e a quantidade de produtos entregue aos clientes em cada período.

Tabela 3.5 – Solução final.

Custos	Valor
Estoque nos clientes	8155,5
Estoque no fornecedor	9826
Transporte	6747
Total	24728,5

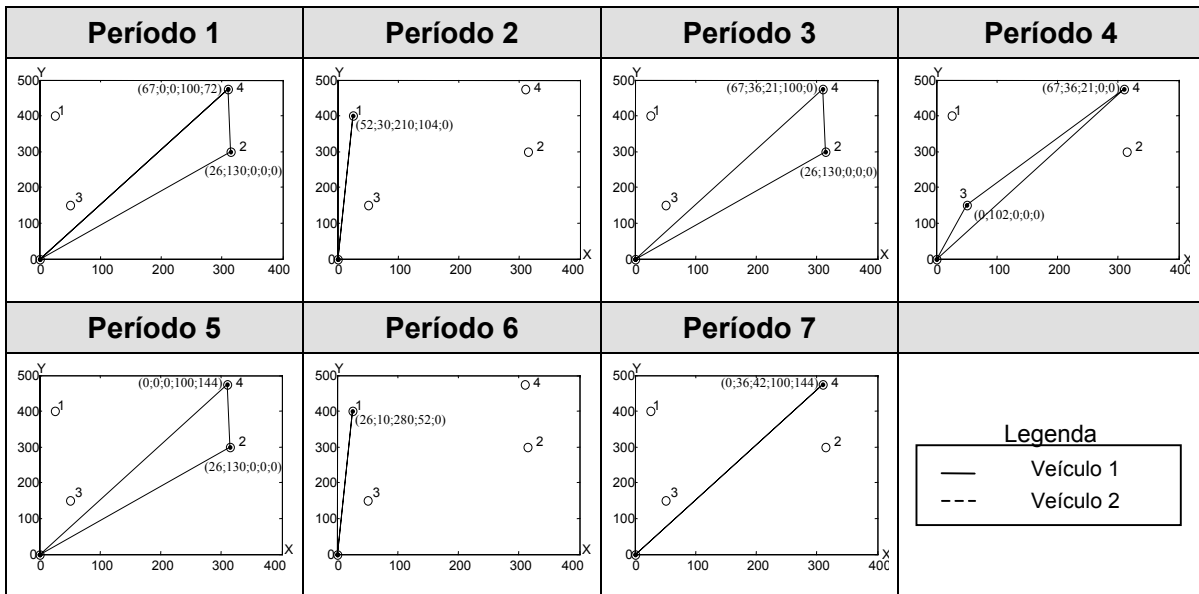


Figura 3.16 – Rotas da solução final.

3.3 Heurística MPERV

Problemas de otimização com múltiplos objetivos têm um conjunto de soluções ótimas no sentido que nenhuma outra solução é superior quando todos os objetivos são considerados simultaneamente. Estas soluções são chamadas Pareto-ótimas ou soluções eficientes definidas a partir do conceito de dominância, descrito abaixo.

Definição. Dado um vetor de funções com r componentes $f = (f_1, \dots, f_r)$ definido em um conjunto Ω , considere o problema de otimização multi-objetivo

$$\text{Minimizar } f(x) = (f_1(x) = z_1, \dots, f_r(x) = z_r)$$

$$\text{Sujeito a } x \in \Omega$$

Um ponto z *domina* z' se $z_j = f_j(x) \leq z'_j = f_j(x')$, $\forall j$ e $z_j < z'_j$, pelo menos para um j . Uma solução $x^* \in \Omega$ é *Pareto-ótima* (ou eficiente) se não existe $x \in \Omega$ tal que

$z = f(x)$ domina $z^* = f(x^*)$. A Figura 3.17(a) mostra o conceito de dominância e a Figura 3.17(b) ilustra um conjunto de pontos eficientes.

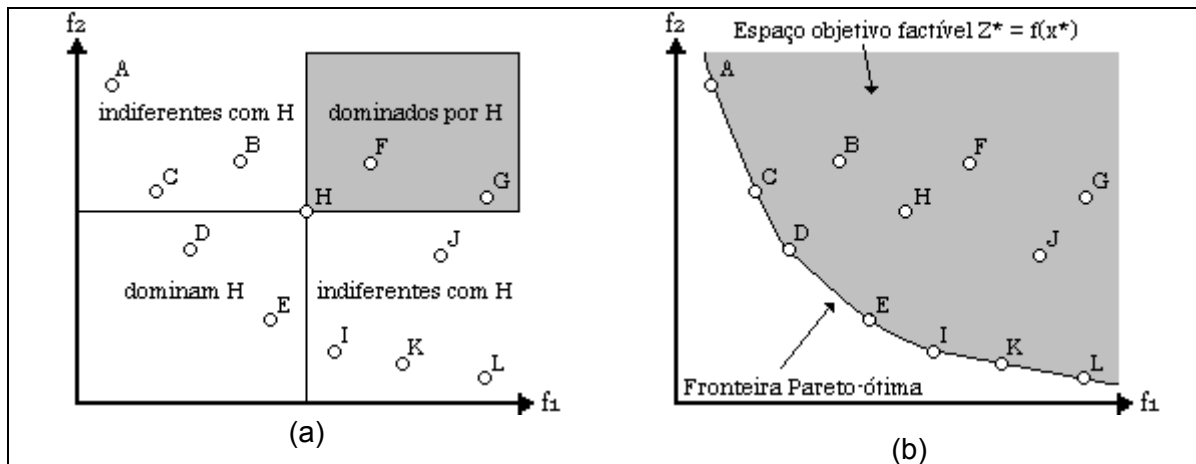


Figura 3.17 – Dominância de Pareto no espaço dos objetivos.

Do ponto de vista de tomada de decisão, a escolha de uma solução dentre todas as soluções eficientes é chamado de enfoque *a posteriori*. No enfoque *a priori*, os objetivos são combinados em uma função linear ponderada, ou os objetivos são classificados em ordem decrescente de importância.

A geração de pontos eficientes em otimização combinatória (ver Ehrgott e Gandibleux 2000 para uma bibliografia da área) é feita através de algoritmos branch-and-bound e de programação dinâmica para problemas de dimensão pequena. Para problemas de médio a grande porte utilizam-se meta-heurísticas tais como, algoritmos genéticos e busca tabu (Jones *et al.* 2002, Arroyo e Armentano 2004), que geram um conjunto de pontos não dominados, que é uma aproximação do conjunto de Pareto.

Nesta seção, adota-se o enfoque *a posteriori* para o PERV que contém três objetivos conflitantes. Para a geração de uma fronteira de pontos não dominados é desenvolvida uma heurística de busca em vizinhança multi-objetivo, denotada MPERV, baseada em (Arroyo e Armentano 2004). Na Figura 3.18 é apresentada a heurística MPERV que é uma extensão da heurística SPERV, no sentido que ambas usam as mesmas vizinhanças.

Como os métodos de busca local dependem da solução inicial, o primeiro passo da heurística MPERV constrói um conjunto *SP* de soluções de partida. Em seguida são realizados movimentos da busca local para cada solução do conjunto, construindo

assim, um conjunto S de soluções não dominadas. Para cada solução deste conjunto é aplicado o procedimento de reinício.

0	Heurística MPERV()
1	Gera_solu_inicial ();
2	Para $sp = 1$ até SP faça
3	Para $i = 1$ até n faça
4	Antecipa_carga_total (i); otimiza_rotas();
5	Adia_carga_total (i); otimiza_rotas();
6	Antecipa_carga_parcial (i);
7	Adia_carga_parcial (i);
8	Fim Para
9	Enquanto s não for dominada faça
10	Reinício ();
11	Repita os passos 4, 5, 6 e 7;
12	Fim Enquanto
13	Fim Para

Figura 3.18 – Heurística MPERV.

3.3.1. Gerando as soluções iniciais

A primeira solução é construída de forma análoga à solução inicial da heurística SPERV. As demais soluções iniciais são construídas de modo que o custo de estoque dos clientes aumente. Para os mesmos períodos de entrega da solução anterior, a quantidade de produtos enviada ao cliente é acrescida de mais uma demanda $x_{pit}^v = k * d_{pit}$, $k = 2, 3, \dots, SP$, fazendo com que a quantidade de produtos armazenados nos clientes aumente e conseqüentemente ocorra uma diminuição dos custos de estoque do fornecedor. Para estas soluções, as restrições de estoque dos clientes $U_{pi} \geq I_{pit}$, de estoque do fornecedor $I_{pot} \geq 0$ e de transporte, não devem ser violadas. A Figura 3.19 apresenta o conjunto SP contendo as soluções iniciais construídas no primeiro passo da heurística MPERV.

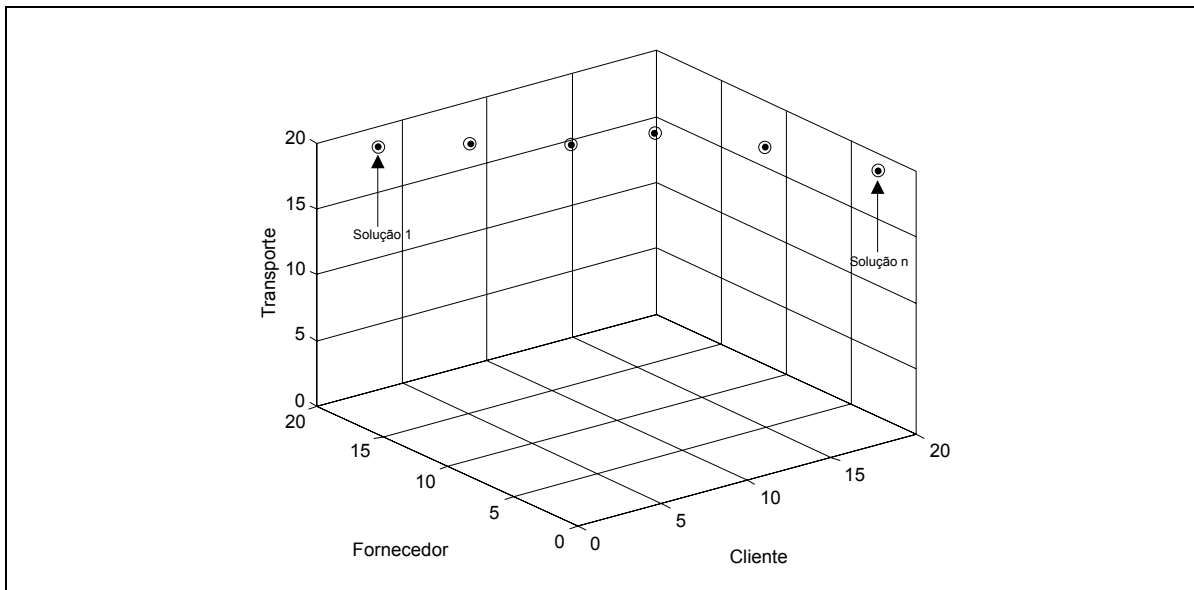


Figura 3.19 – Conjunto de soluções iniciais.

3.3.2. Movimentos da busca local multi-objetivo

No segundo passo da heurística são realizados os movimentos de busca local de forma a conseguir pontos não dominados de melhor qualidade. Os quatro procedimentos de busca apresentados anteriormente sofrem uma pequena modificação na forma de avaliar a função objetivo. Todos os procedimentos deixam de avaliar a função objetivo pela soma dos custos envolvidos, passando a verificar se a nova solução encontrada é dominada ou não pelas demais soluções existentes no conjunto S . A Figura 3.20 apresenta o procedimento de antecipação da carga total do cliente i . Ao fim desse procedimento tem-se um conjunto S de soluções não dominadas. Para cada uma dessas soluções aplica-se o procedimento “otimiza_rotas()” gerando um novo conjunto S de soluções não dominadas. Isto prossegue até a linha 7. Na linha 10 o procedimento de “Reinício()” é aplicado à última solução inserida no conjunto S . Os demais procedimentos são modificados de forma análoga.

0	Procedimento Antecipa_carga_total (<i>i</i>)
1	Enquanto <i>s</i> não for dominada faça
2	$tl := list[i] ;$
3	Para $k = tl$ até $k = 1$ faça
4	Para $l = tl - 1$ até $l = 1$ faça
5	Se $I_{p0,list[l]} \geq \sum_{v \in V} \sum_{p \in P} x_{pi,list[k]}^v$ e $U_{pi} \geq I_{pi,list[k]} + \sum_{v \in V} \sum_{p \in P} x_{pi,list[k]}^v$ então
6	Se $Co_{vl} \geq x_{pi,list[k]}^v$ então
7	Retire a carga total do cliente <i>i</i> da rota do período <i>t</i> ;
8	Insira essa carga na rota do período <i>tl</i> ;
9	Atualize(<i>s</i> , <i>S</i>) ;
10	Senão
11	Se $\sum_{v \in V} \sum_{p \in P} x_{pi,list[k]}^v + \sum_{v \in V} \sum_{p \in P} x_{pi,list[l]}^v \geq C * fr$ então
12	Se $\sum_{v \in V} \sum_{p \in P} x_{pi,list[k]}^v + \sum_{v \in V} \sum_{p \in P} x_{pi,list[l]}^v - C \leq Co_{vl}$ então
13	Retire a carga total do cliente <i>i</i> de <i>t</i> e de <i>tl</i> ;
14	Insira parte da carga em uma rota no em <i>tl</i> ;
15	Insira o restante da carga em outra rota em <i>tl</i> ;
16	Atualize(<i>s</i> , <i>S</i>) ;
17	Fim Se
18	Fim Se
19	Fim Se
20	Fim Para
21	Fim Para
22	Fim Enquanto

Figura 3.20 – Procedimento realizado para antecipar uma visita à um cliente.

A Figura 3.21 apresenta um exemplo do conjunto de soluções não dominadas obtidas após a busca local, realizada a partir das soluções iniciais.

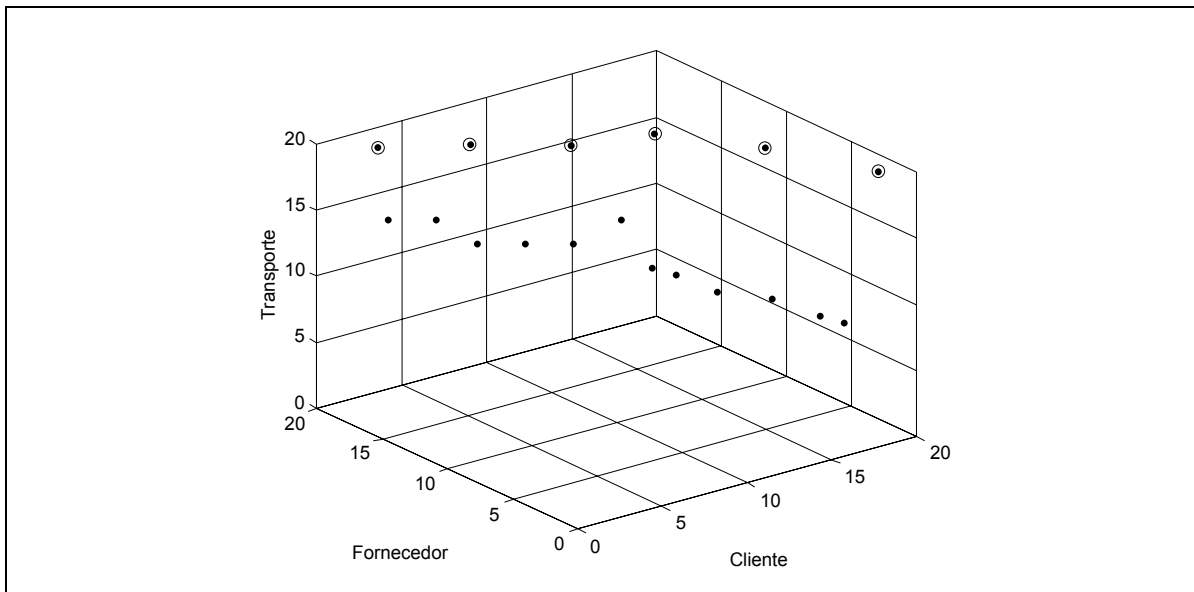


Figura 3.21 – Conjunto de soluções não dominadas encontradas.

3.3.3. Atualizando S

Para todas as soluções encontradas, o conjunto S de soluções não dominadas é construído através do procedimento apresentado na Figura 3.22.

Inicialmente, a variável *inserir* (linha 2) recebe o valor “*verdadeiro*” e a variável i recebe “*um*”. Enquanto o valor da variável i for menor que o tamanho do conjunto S e a variável *inserir* diferente de *falso* (linha 4) é verificado se s domina (linha 5) ou é dominada (linha 8) por qualquer outra solução do conjunto S . Se a solução s for dominada a variável *inserir* recebe o valor “*falso*” (linha 9). Caso contrário, se *inserir* = *verdadeiro* (linha 15) a solução s é inserida no conjunto S .

1	Procedimento Atualize(s, S)
2	$inserir = verdadeiro;$
3	$i = 1;$
4	Enquanto ($inserir \neq falso$ e $i \leq S $) faça
5	Se s domina s_i então
6	$S = S \setminus \{s_i\};$
7	Senão
8	Se ($s_i = s$ ou s_i domina s) então
9	$inserir = falso;$
10	Senão
11	$i = i + 1;$
12	Fim Se
13	Fim Se
14	Fim Enquanto
15	Se ($inserir = verdadeiro$) então
16	$S = S \cup \{s\};$
17	Fim Se

Figura 3.22 – Procedimento realizado para atualizar o conjunto de soluções não dominadas.

3.3.4. Reiniciando a busca local

De forma análoga à heurística SPERV, aplica-se o procedimento para a construção da solução de reinício, e novamente são aplicados os procedimentos de busca local.

3.3.5. Exemplo

O exemplo abaixo ilustra alguns passos realizados pela heurística MPERV para o Exemplo 3.2. A Figura 3.23 apresenta o conjunto de soluções iniciais construído no primeiro passo da heurística.

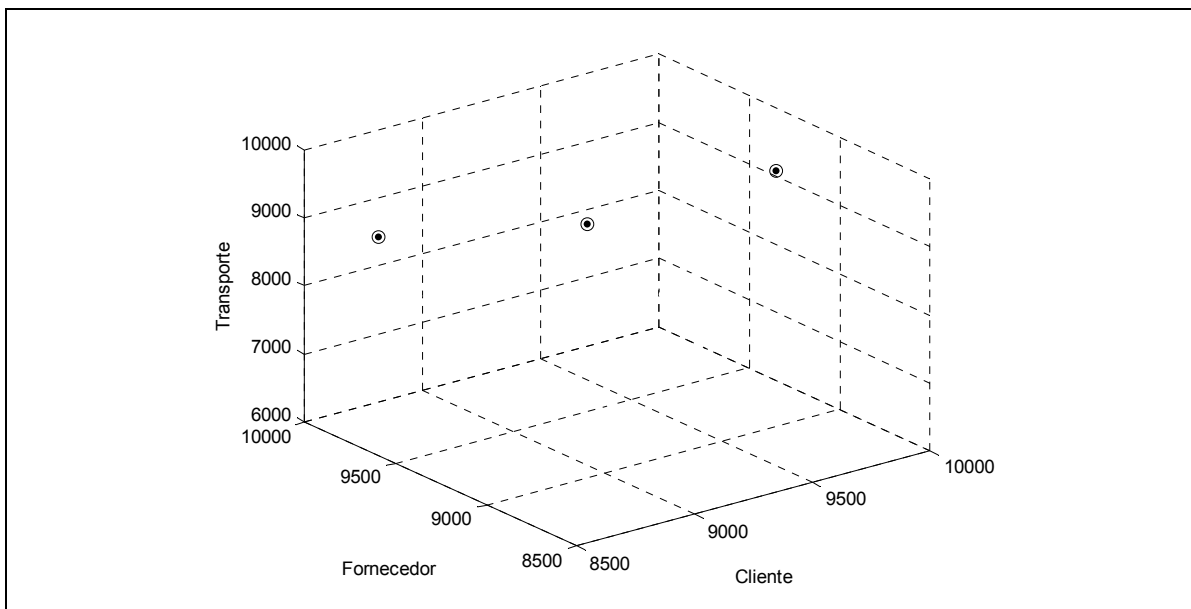


Figura 3.23 – Conjunto de soluções iniciais não dominadas.

Em seguida, são realizados os procedimentos de busca local em cada solução inicial. Ao término da busca local, constrói-se a solução de reinício e a partir dela novamente é realizada a busca local. Na Tabela 3.6 são apresentados os custos da solução com a menor soma dentre todas as soluções do conjunto S , e na Figura 3.24 são apresentadas as rotas construídas para cada período do horizonte de planejamento.

Tabela 3.6 – Custos da solução de menor soma.

Custos	Valor
Estoque nos clientes	9304,5
Estoque no fornecedor	9368,7
Transporte	6269
Total	24942,2

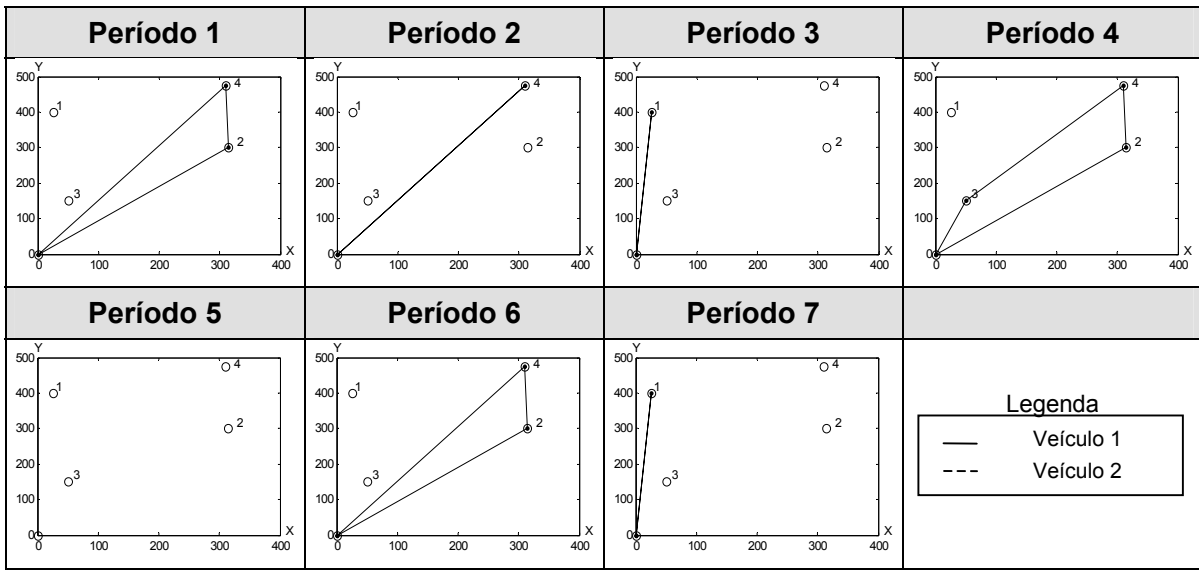


Figura 3.24 – Rotas de uma solução final.

A Figura 3.25 apresenta as soluções iniciais e o conjunto de soluções não dominadas encontradas pela heurística. Em destaque, encontra-se a solução com a menor soma dos custos de estoque dos clientes, estoque do fornecedor e transporte.

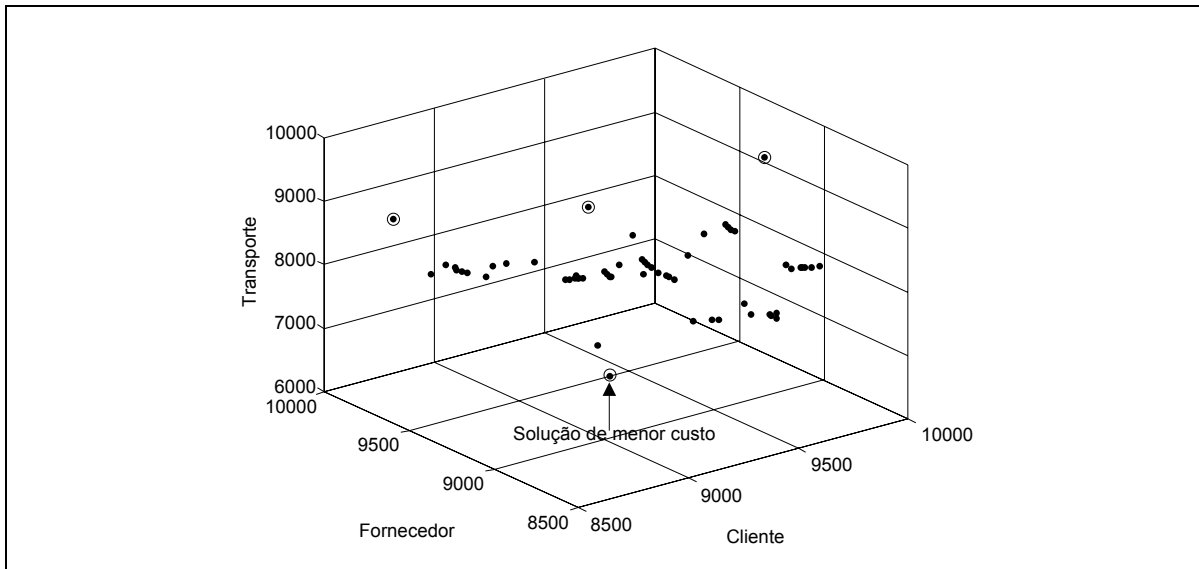


Figura 3.25 – Solução final.

3.4 Incluindo custo fixo de encomenda

Uma variante do problema de reposição de estoque do fornecedor trata o caso em que um custo fixo é incorrido a cada vez que o fornecedor encomenda uma quantidade de um produto. De um ponto de vista mais realista, o fornecedor passa a planejar seus pedidos durante o horizonte de planejamento.

É proposta uma modificação das heurísticas SPERV e MPERV para o problema de estoque e roteamento de veículos de forma a integrar as decisões de reposição de estoque do fornecedor, de períodos de entrega aos clientes e de roteamento de veículos. Inicialmente, considera-se que o fornecedor recebe uma quantidade r_{0pt} de produtos que é uma entrada para a busca local que determina os períodos e quantidades de entrega e as rotas.

Uma solução que minimiza os custos de reposição de estoque do fornecedor é encontrada pela aplicação do algoritmo sugerido por Evans (1985) que é uma implementação eficiente do algoritmo proposto por Wagner e Whitin (1958), denotado por algoritmo WW. Esse algoritmo é aplicado à demanda total de cada produto dos clientes ao longo do horizonte de planejamento, para obter o estoque do fornecedor que minimiza a soma do custo fixo e do custo de estoque. A partir desse estoque aplicam-se os movimentos de busca local até encontrar um ótimo local.

Utiliza-se então o procedimento “Reinicia()” de forma a gerar uma nova solução de reinício para busca em vizinhança. As demandas dessa solução são alteradas de acordo com o procedimento, e o algoritmo WW é aplicado com essas novas demandas.

Por exemplo, considere o ótimo local apresentado na Figura 3.26 em que um único produto é entregue aos clientes, com demanda de 25 unidades e custo unitário de estoque no cliente 2, $h_{2p} = 0,5$ e custo de estoque no cliente 4, $h_{4p} = 0,1$.

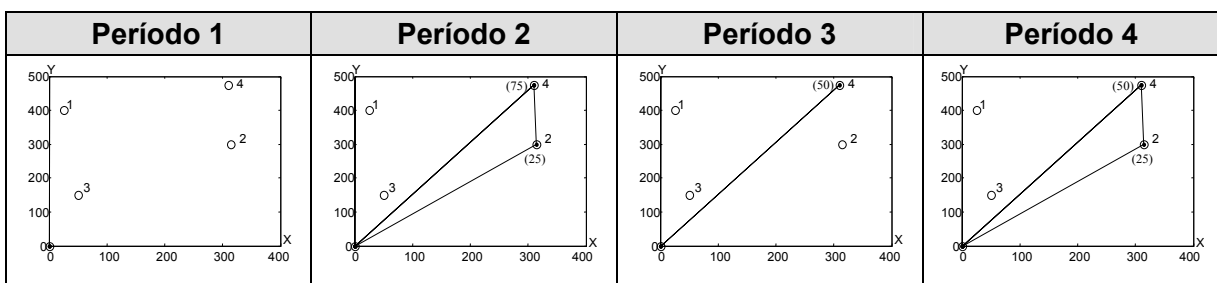


Figura 3.26 – Ótimo local

Na Tabela 3.7 é apresentada a evolução do estoque no fornecedor para o ótimo local apresentado na Figura 3.26. Inicialmente o fornecedor recebe $r_{0pt} = 30$ unidades do produto por período, com estoque inicial $I_{p00} = 150$ unidades e custo de estoque $h_{0p} = 0,3$ e custo fixo $c = 100$.

Tabela 3.7 – Evolução do estoque do fornecedor ao longo do horizonte de planejamento.

Períodos	0	1	2	3	4	Total
Estoque inicial do fornecedor	150	150	180	110	90	
Reposição de estoque	0	30	30	30	30	120
Soma das demandas dos clientes	0	0	100	50	75	225
Estoque atual do fornecedor	150	180	110	90	45	45
Custo de estoque	0	54	33	27	13,5	127,5

O algoritmo WW é aplicado as soma das demandas dos clientes para minimizar o custo do fornecedor. A solução gerada por esse algoritmo é apresentada na Tabela 3.8.

Tabela 3.8 – Evolução do estoque do fornecedor após o planejamento dos pedidos.

Períodos	0	1	2	3	4	Total
Estoque inicial do fornecedor	150	150	150	50	0	
Reposição de estoque	0	0	0	0	120	120
Soma das demandas dos clientes	0	0	100	50	75	225
Estoque atual do fornecedor	150	150	50	0	45	45
Custo de estoque	0	45	15	0	13,5	73,5

A Tabela 3.9 apresenta a solução de reinício para a busca local e a nova solução ótima para o fornecedor gerada pelo algoritmo WW.

Tabela 3.9 – Evolução do estoque do fornecedor na solução de reinício.

Períodos	0	1	2	3	4	Total
Estoque inicial do fornecedor	150	150	75	25	95	
Reposição de estoque	0	0	0	120	0	120
Soma das demandas dos clientes	0	75	50	50	75	250
Estoque atual do fornecedor	150	75	25	95	20	20
Custo de estoque	0	22,5	7,5	28,5	6	64,5

Capítulo 4

RESULTADOS COMPUTACIONAIS

4.1 Geração das instâncias

As heurísticas descritas nos capítulos 2 e 3 foram implementadas na linguagem C++ , e testes foram realizados em um computador PENTIUM 4, com 512M de memória, processador de 1,8G e sistema operacional LINUX.

Um conjunto de instâncias é gerado de forma semelhante à Bertazzi *et al.* (2002). Para um dado número de clientes na Tabela 4.1 são geradas $2 * 2 * 3 = 12$ instâncias correspondentes ao número de períodos, número de produtos e número de veículos. Isto é repetido 3 vezes, totalizando 36 instâncias para cada número de clientes. Portanto, o total de 108 instâncias são geradas aleatoriamente com base nos dados apresentados na Tabela 4.1. As demandas, os estoques inicial, mínimo e máximo, os custos de estoque dos clientes, as coordenadas dos clientes e da quantidade de produtos enviados da fábrica ao fornecedor são gerados aleatoriamente dentro de um

intervalo $[a, b]$. O custo de estoque do fornecedor e g são escolhidos com distribuição uniforme.

Tabela 4.1 – Dados das instâncias.

Número de clientes	10	30	75
Número de períodos	12-24	12-24	12-24
Número de produtos	5-10	5-10	5-10
Número máximo de veículos	5-10-20	5-10-20	5-10-20
Demanda dos clientes	$d_{pit} = [10,100]$		
Estoque mínimo de cada produto	$L_{pi} = [50,150]$		
Estoque máximo de cada produto	$U_{pi} = L_{pi} + d_{pit}g_{pi}$, onde $g_{pi} = \{2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$		
Estoque inicial dos clientes	$I_{pi0} = [L_{pi}, U_{pi}]$		
Estoque inicial do fornecedor	$I_{p00} = \sum_{i \in M} (U_{pi} - L_{pi})$		
Quantidade de produtos enviados da fábrica ao fornecedor	$r_{0pt} = \left[0, \sum_{i \in M} d_{ipt} \right]$		
Custo de estoque dos clientes	$h_{pi} = [0,1;1]$		
Custo de estoque do fornecedor	$h_{p0} = 0,3 \text{ e } 0,8$		
Custo de transporte	$c_{ij} = \left[\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \right]$		
Coordenadas	$x_i \text{ e } y_i = [0,500] \text{ e } [0,1000]$		

4.2 Análise dos resultados

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos pelas heurísticas BPERV, SPERV e MPERV apresentadas nos capítulos 2 e 3.

4.2.1 Resultados da heurística BPERV

Na Tabela 4.2 são apresentados os desvios médios do custo da solução inicial, em relação à solução final. Para todas as instâncias, a heurística demonstrou que a influência do número de veículos e do número de produtos na variação dos desvios é marginal. No entanto, o número de períodos e clientes influi diretamente no desvio.

Tabela 4.2 – Desvio médio.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	1,33%	2,36%	1,85%
24 períodos	3,68%	3,42%	2,26%

Na Tabela 4.3 são comparados os resultados obtidos pela heurística, considerando diferentes objetivos a serem minimizados. Na primeira coluna, representada por $h_i + h_0 + c_{ij}$, são apresentados os resultados da heurística para a minimização da soma do custo de estoque dos clientes e fornecedor e o custo de transporte. Na segunda, terceira e quarta colunas, representadas por h_i , h_0 e c_{ij} , apresentam os resultados obtidos pela minimização do custo de estoque nos clientes, do custo estoque no fornecedor e do custo de transporte, respectivamente. Note que o custo total, ao se minimizar cada objetivo individualmente, é maior que o custo total obtido pela minimização da soma dos objetivos.

A segunda e a terceira coluna da tabela mostram que o objetivo de minimizar o custo de estoque dos clientes e o custo de estoque do fornecedor é conflitante. Na terceira coluna ao se minimizar somente o custo de estoque do fornecedor, fica claro a ocorrência de um número maior de entregas nos clientes e conseqüentemente o aumento dos custos de estoque nos clientes e custos de transporte. Quando se deseja minimizar somente os custos de transporte, conseqüentemente os custos de estoque dos clientes e fornecedor são acrescidos.

Tabela 4.3 – Custos médios encontrados pela heurística BPERV.

	$h_i + h_0 + c_{ij}$	h_i	h_0	c_{ij}
Custo de estoque dos Clientes	536299,5	409949,4	737999,4	594790,6
Custo de estoque do Fornecedor	287071,2	440942,3	183280,4	407917,9
Custo de Transporte	147714,5	231256,6	233949,2	133904,5
Custo total	971085,3	1082148,2	1155229,0	1136613,0

A Tabela 4.4 mostra que os custos de estoque dos clientes e do fornecedor são conflitantes e o acréscimo do custo de transporte é semelhante quando se minimiza cada objetivo individualmente. Ao se minimizar o custo de transporte tem-se um acréscimo do custo de estoque do fornecedor muito maior do que o custo de estoque dos

clientes devido à redução do número de entregas e conseqüentemente um aumento de estoque no fornecedor.

Tabela 4.4 – Desvio médio dos custos.

	$h_i + h_0 + c_{ij}$	h_i	h_0	c_{ij}
Custo de estoque dos Clientes	30,82%	0,0%	80,02%	45,09%
Custo de estoque do Fornecedor	56,63%	140,58%	0%	122,56%
Custo de Transporte	10,31%	72,70%	74,71%	0%
Custo total	0%	11,44%	18,96%	17,05%

A Tabela 4.5 apresenta a média de veículos utilizados pela heurística BPERV para atender os clientes ao longo do horizonte de planejamento. Como esperado, a média de utilização da frota de veículos cresce com o aumento do número de clientes e do número de produtos.

Tabela 4.5 – Média de veículos utilizados pela heurística BPERV.

Produtos	Veículos	10 clientes	30 clientes	75 clientes
05	05	2,85	3,54	4,35
	10	6,25	8,33	9,68
	20	14,86	16,52	18,87
10	05	3,23	4,23	4,91
	10	7,95	8,52	9,26
	20	16,52	18,24	19,68

A Tabela 4.6 mostra que a taxa de acréscimo do tempo computacional médio com o aumento do número de clientes é muito maior que o número de períodos. A influência do número máximo de veículos e do número de produtos em cada cliente, no tempo computacional é muito pequena.

Tabela 4.6 – Tempo computacional médio utilizado pela heurística BPERV.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	0,37s	7,04s	111,84s
24 períodos	0,68s	15,70s	236,02s

4.2.2 Resultados da heurística SPERV

Nesta seção são apresentados os parâmetros utilizados pela heurística SPERV e os resultados obtidos.

Na heurística de melhoramento de rotas os movimentos inter e intra-rotas utiliza-se $k = \lambda = 3$, e no procedimento de antecipação da carga total do cliente é utilizada uma fração $f_r = 0,9$.

Na Tabela 4.7 são apresentados os desvios do custo total da solução inicial, em relação à solução final.

Tabela 4.7 – Redução do custo total.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	18,92%	9,32%	6,25%
24 períodos	13,38%	9,89%	8,10%

A Tabela 4.8 mostra que a taxa de crescimento do tempo computacional é maior com o aumento do número de períodos.

Tabela 4.8 – Tempo computacional médio utilizado pela heurística SPERV.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	0,10s	0,53s	4,58s
24 períodos	0,67s	1,73s	13,31s

Na Tabela 4.9 é apresentado o desvio médio do tempo computacional da heurística SPERV, quando se utiliza a heurística de melhoramento de rotas. São comparados os tempos utilizados pela heurística SPERV, quando é utilizado apenas o algoritmo de inserção mais barata e quando é adicionada a heurística de melhoramento das rotas. Nota-se que nas instâncias de maior horizonte de planejamento, a influência do número de produtos é maior que o número de clientes.

Tabela 4.9 – Desvio médio do tempo computacional.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	15,55%	50,55%	113,27%
24 períodos	245,55%	79,96%	219,17%

A Tabela 4.10 apresenta o desvio médio da degradação das soluções ao se retirar a heurística de melhoramento das rotas. Como esperado nas instâncias com maior número de clientes e períodos, a degradação é maior.

Tabela 4.10 – Degradação da solução.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	0,38%	0,18%	0,35%
24 períodos	0,45%	0,40%	0,71%

De forma análoga à Tabela 4.5, a Tabela 4.11 apresenta a média de veículos utilizados pela heurística SPERV para atender os clientes ao longo do horizonte de planejamento. Como esperado, a média de veículos utilizados pela heurística SPERV cresce com o número de clientes e produtos.

Tabela 4.11 – Média de veículos utilizados pela heurística SPERV.

Produtos	Veículos	10 clientes	30 clientes	75 clientes
05	05	2,20	3,02	3,51
	10	5,88	6,32	7,87
	20	10,48	12,24	14,52
10	05	2,84	3,12	3,98
	10	6,95	6,98	7,49
	20	12,86	13,85	15,86

Na Tabela 4.12, é apresentada a média de veículos utilizados pela heurística SPERV quando não se utiliza a heurística de busca em vizinhança. Note que a média de veículos utilizados aumenta em relação à Tabela 4.11.

Tabela 4.12 – Média de veículos utilizados pela heurística SPERV sem vizinhança de roteamento.

Produtos	Veículos	10 clientes	30 clientes	75 clientes
05	05	3,48	3,89	4,11
	10	6,01	7,52	8,37
	20	11,26	12,94	15,32
10	05	3,04	4,25	4,69
	10	7,12	7,58	8,09
	20	12,98	14,56	16,76

Na Tabela 4.13, é apresentado o desvio médio da solução quando não se utiliza o procedimento de reinício em relação à solução que o utiliza. Nota-se que nas

instâncias que envolvem um maior horizonte de planejamento e um maior número de clientes, o desvio médio é maior.

Tabela 4.13 – Desvio médio em relação a SPER sem reinício.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	5,26%	5,84%	6,59%
24 períodos	6,64%	7,52%	8,03%

4.2.3 Resultados da heurística MPERV

Nessa seção são apresentados os resultados computacionais obtidos pela heurística MPERV. Na Figura 4.1 é apresentado um exemplo de um conjunto com 368 soluções não dominadas encontradas pela heurística MPERV. Consideram-se conjuntos de 10 clientes, 5 produtos, 5 veículos e 12 períodos.

Neste exemplo, a solução S_1 é a solução que apresenta um dos menores custos de estoque dos clientes. Devido ao conflito de objetivos do problema, note que nessa solução o custo de estoque do fornecedor e o custo de transporte são os maiores entre todas as demais, fazendo com que o valor final da solução se torne elevado. A solução S_7 apresenta um dos menores custos de estoque para o fornecedor, e conseqüentemente um alto custo de estoque para os clientes. Como mostra a Tabela 4.3, o aumento da quantidade de visitas aos clientes implica no aumento do custo de transporte, fazendo com que o custo final da solução se torne elevado. A solução S_3 corresponde a solução com a menor soma dos custos envolvidos no problema. Nessa solução os custos envolvidos são mais equilibrados, fazendo com que a soma final seja a menor entre todas as soluções. Neste exemplo, fica claro que ao minimizar um único objetivo, o custo final da solução tende a ser maior que o custo final da solução de equilíbrio.

Uma vez construído o conjunto de soluções, cabe ao decisor escolher uma solução que melhor represente objetivo desejado.

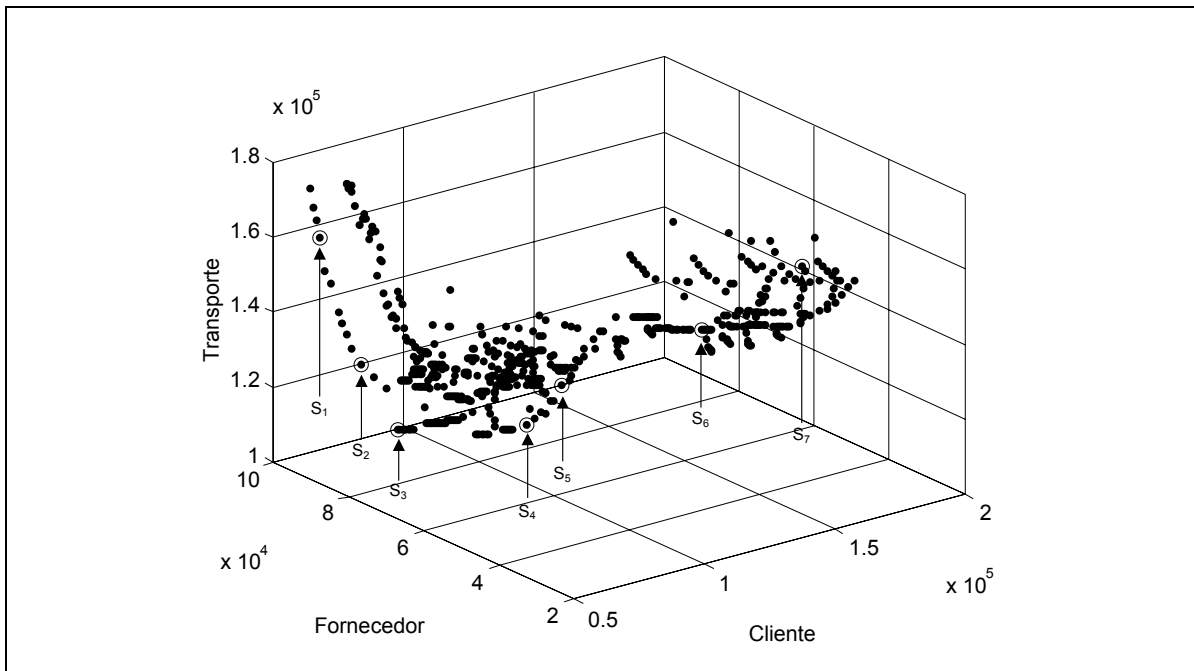


Figura 4.1 – Conjunto de soluções não dominadas.

Na Tabela 4.14 são apresentados os custos de estoque dos clientes, estoque do fornecedor e transporte de cada solução em destaque na Figura 4.1.

Tabela 4.14 – Resultados das soluções

Solução	Custo de estoque dos clientes	Custo de estoque do fornecedor	Custo de transporte	Total
S ₁	59029,6	94154,7	161026	314210,3
S ₂	678786	89229,6	127756	284864,2
S ₃	75297,4	84622,2	111127	271046,6
S ₄	131030	89125,3	100241	320396,3
S ₅	160012	100235,4	100235	360482,4
S ₆	162442	37541,4	159962	359945,4
S ₇	139716	48357,3	142263	330336,3

Ao analisar S₁ e S₂ pode-se observar que na solução S₂ o custo de estoque dos clientes é 14,99% maior que na solução S₁, no entanto o custo de estoque do fornecedor, o custo de transporte e o custo total são inferiores em 5,52%, 26,04% e 10,30% respectivamente. Isso mostra quão conflitantes são os objetivos de minimizar o custo de estoque do fornecedor e o custo de estoque dos clientes, e o quanto a quantidade de produtos transportados interfere no custo de transporte.

Na solução S_7 , pode-se observar que o custo de transporte e o custo e estoque dos clientes são elevados. Ao reduzir a quantidade de produtos transportados aos clientes, a solução S_6 apresenta 28,81% de aumento do custo de estoque do fornecedor, e redução de 16,28% no custo de estoque dos clientes, 12,44% no custo de transporte e 8,96% do custo total da solução. Ao observar os custos de estoque dos clientes, fica claro que em S_1 a quantidade de produtos transportados é menor que em S_7 .

Embora as soluções S_4 e S_5 apresentem custos de transporte muito próximos um do outro, os custos de estoque nos clientes e o custo de estoque no fornecedor mais uma vez mostram que esses objetivos são conflitantes.

A solução S_3 apresenta o melhor balanceamento dos custos de estoque dos clientes e do estoque do fornecedor, e que possui o menor custo total.

Na Figura 4.2 são apresentadas soluções não dominadas em uma projeção de duas dimensões considerando os objetivos de minimizar o custo de estoque do fornecedor e custo de estoque dos clientes. Sob essa perspectiva, as soluções mais claras representam as soluções não dominadas em três dimensões, enquanto as soluções escuras representam as soluções não dominadas em duas dimensões. Nota-se que ao omitir um objetivo, o número de soluções não dominadas diminui consideravelmente. Nessa figura, fica evidente quão conflitante são os objetivos de minimizar o custo de estoque do fornecedor e o custo de estoque dos clientes.

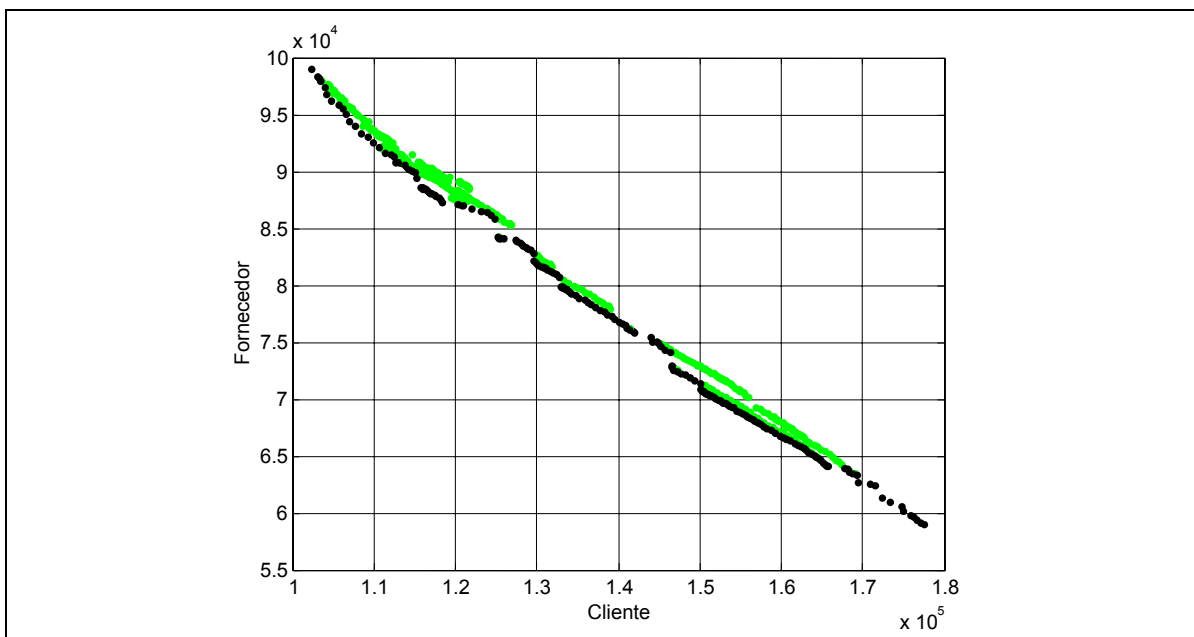


Figura 4.2 – Custo de estoque no fornecedor x custo de estoque nos clientes.

De forma análoga, na Figura 4.3 são apresentadas as soluções não dominadas, para os objetivos de minimizar o custo de transporte e o custo de estoque dos clientes. Note que nessa figura, o número de soluções não dominadas em duas dimensões diminui consideravelmente em relação à figura anterior.

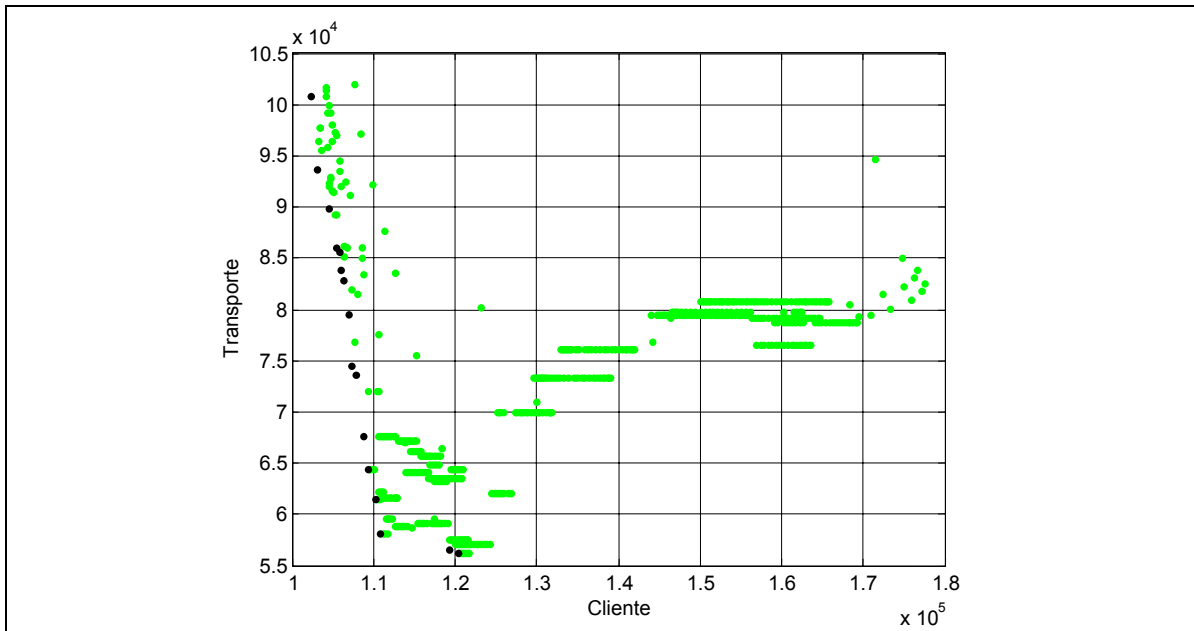


Figura 4.3 – Custo de transporte x custo de estoque nos clientes.

Como esperado, nas soluções em que o custo de estoque dos clientes é baixo, o custo de transporte é alto. Isso ocorre pelo fato dos clientes receberem apenas a quantidade suficiente de produtos para um único período. Desta forma, são realizadas várias entregas aos clientes durante o horizonte de planejamento. Por outro lado, quando o custo de estoque dos clientes é muito alto, o custo de transporte tende a acompanhá-lo, pois nessas soluções a quantidade de produtos entregue aos clientes é superior a demanda de um único período, e, conseqüentemente, são realizadas entregas aos clientes com um número maior de veículos.

A Figura 4.4 apresenta o conjunto de soluções para o objetivo de minimizar o custo de transporte e o custo de estoque do fornecedor. Essa figura representa o inverso da figura anterior. Note que o custo de estoque do fornecedor é conflitante com o custo de estoque dos clientes. Assim, nas soluções em que o custo de estoque do fornecedor é muito alto, o custo de estoque dos clientes é baixo, pois os mesmos estão recebendo uma

quantidade de produtos suficiente para um único período, e conseqüentemente, recebendo um maior número de visitas ao longo do horizonte de planejamento, tornando o custo de transporte elevado.

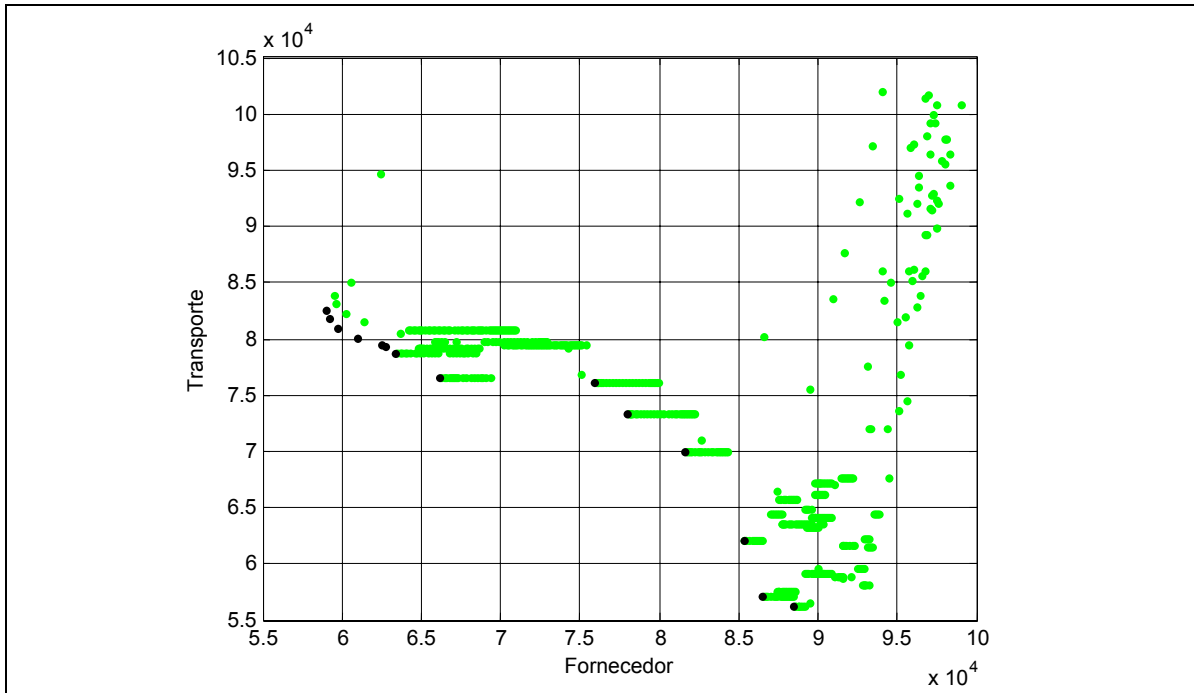


Figura 4.4 – Custo de transporte x custo de estoque no fornecedor.

Na Tabela 4.15 e na Tabela 4.16 são apresentadas as médias de soluções não dominadas encontradas pela heurística MPERV e o tempo computacional utilizado para instâncias com 10, 30 e 75 clientes, e horizonte de planejamento de 12 e 24 períodos. Para os valores obtidos nessas tabelas, é considerado um conjunto de 4 soluções iniciais.

Tabela 4.15 – Média de soluções encontradas para 4 soluções iniciais.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	356	650	736
24 períodos	678	1611	2136

Tabela 4.16 – Tempo computacional médio para 4 soluções iniciais.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	0,33s	0,95s	6,47s
24 períodos	1,72s	8,59s	42,24s

Da mesma forma, na Tabela 4.17 e na Tabela 4.18 é apresentada a média de soluções não dominadas encontradas pela heurística e o tempo computacional considerando um conjunto de 7 soluções iniciais.

Tabela 4.17 – Média de soluções encontradas para 7 soluções iniciais.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	462	870	1143
24 períodos	890	2186	3032

Tabela 4.18 – Tempo computacional médio para 7 soluções iniciais.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	0,72s	2,06s	13,13s
24 períodos	3,42s	14,44s	84,31s

Por fim, na Tabela 4.19 e na Tabela 4.20 é apresentada a média de soluções não dominadas e o tempo computacional utilizado pela heurística quando é utilizado um conjunto de 10 soluções iniciais.

Tabela 4.19 – Média de soluções encontradas para 10 soluções iniciais.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	598	1222	1858
24 períodos	1199	2614	3652

Tabela 4.20 – Tempo computacional médio para 10 soluções iniciais.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	1,12s	3,23s	21,92s
24 períodos	5,49s	19,14s	129,43s

Como esperado, a média de soluções não dominadas encontradas pela heurística e o tempo computacional aumentam significativamente quando o conjunto de soluções iniciais é acrescido de mais soluções. Desta forma, cabe ao decisor estabelecer o tamanho do conjunto de soluções iniciais.

4.3 Comparação dos resultados das heurísticas para o PERV

Inicialmente são apresentados resultados comparativos entre as heurísticas BPERV e SPERV. Em seguida é realizada a comparação dos resultados encontrados pela heurística SPERV com a melhor solução da heurística MPERV em relação a soma dos custos de estoque nos clientes, custos de estoque no fornecedor e custos de transporte.

Na Tabela 4.21 são apresentados os desvios médios dos resultados obtidos pela heurística BPERV em relação à heurística SPERV. Nas linhas um e dois, pode-se observar que a influência do número de clientes em relação à redução da função objetivo é semelhante a do número de períodos. Nas instâncias de maior horizonte de planejamento, o desvio médio aumenta.

Tabela 4.21 – Desvio médio SPERV x BPERV.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	5,26%	6,75%	7,25%
24 períodos	6,64%	7,52%	8,03%

A Tabela 4.22 apresenta o desvio médio dos custos da solução encontrada pela heurística BPERV em relação à solução encontrada pela heurística SPERV. Como esperado o custo de estoque nos clientes e o custo de transporte da solução encontrada pela heurística BPERV são sempre maiores que os custos encontrados pela heurística SPERV. O alto custo de estoque nos clientes e os baixo custo de estoque do fornecedor encontrado pela heurística BPERV em relação a heurística SPERV é explicado pela política de reposição de estoque adotada pela heurística BPERV. O custo de transporte superior ao da solução encontrada pela heurística SPERV se dá devido ao procedimento de construção de rotas e a heurística de melhoramento utilizado pela heurística SPERV.

Tabela 4.22 – Desvio médio dos custos encontrados pelas heurísticas SPERV e BPERV.

Períodos	Custos	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12	Clientes	29,87%	25,89%	33,91%
	Fornecedor	-26,41%	-23,24%	-30,45%
	Transporte	5,38%	7,18%	9,35%
24	Clientes	57,35%	60,73%	58,62%
	Fornecedor	-44,44%	-43,85%	-52,07%
	Transporte	7,45%	8,40%	10,71%

As tabelas a seguir apresentam o desvio da solução encontrada pela heurística SPERV em relação à solução de menor soma dos custos encontrada pela heurística MPERV.

Na Tabela 4.23, são apresentados os desvios médios dos resultados obtidos pela heurística SPERV, em relação a solução da heurística MPERV com 4 soluções iniciais.

Tabela 4.23 – Desvio médio para 4 soluções iniciais.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	0,92%	0,03%	0,15%
24 períodos	1,22%	1,04%	0,09%

Na Tabela 4.24 são apresentados os desvios médios dos resultados obtidos pela heurística SPERV, em relação a solução da heurística MPERV com 7 soluções iniciais.

Tabela 4.24 – Desvio médio para 7 soluções iniciais.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	1,27%	0,10%	0,20%
24 períodos	1,44%	1,06%	0,32%

Na Tabela 4.25 são apresentados os desvios médios dos resultados obtidos pela heurística SPERV, em relação a solução da heurística MPERV com 10 soluções iniciais.

Tabela 4.25 – Desvio médio para 10 soluções iniciais.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	1,45%	0,10%	0,25%
24 períodos	1,46%	1,22%	0,45%

Como esperado, o desvio médio das soluções da heurística MPERV decresce a medida que o número de soluções iniciais diminui.

Desta forma, pode se concluir que na heurística MPERV, a qualidade das soluções encontradas e o tempo computacional utilizado, dependem diretamente do número de soluções iniciais. Assim, cabe ao decisor avaliar se o objetivo é obter soluções

de boa qualidade elevando o tempo computacional utilizado pela heurística, ou obter um tempo computacional baixo com soluções de qualidade inferior.

4.4 Incluindo custo fixo de encomenda

Nessa seção são apresentados os resultados obtidos pelas heurísticas SPERV e MPERV quando se aplica o algoritmo WW.

Na Tabela 4.26 são apresentados os desvios médios da solução final obtida pela heurística SPERV em relação a primeira solução em que o algoritmo WW é utilizado.

Tabela 4.26 – Desvio médio da heurística SPERV.

Períodos	Produtos	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12	05	9,69%	15,65%	17,92%
	10	10,37%	16,95%	19,56%
24	05	12,62%	18,64%	18,97%
	10	13,84%	21,52%	23,45%

Pode-se observar da Tabela 4.26 que o número de produtos, períodos e clientes são determinantes para o aumento do desvio médio. Como esperado, nas instâncias que envolvem um número maior de produtos e períodos, o planejamento da reposição do estoque do fornecedor proporciona uma economia maior.

Na Tabela 4.27 são apresentados os desvios médios da primeira solução em que o algoritmo WW é utilizado, em relação à solução de menor soma dos custos obtida pela heurística MPERV. De forma análoga a Tabela 4.26, o desvio médio é maior nas instâncias que envolvem um maior número de produtos e períodos do horizonte de planejamento.

Tabela 4.27 – Desvio médio da heurística MPERV.

Períodos	Produtos	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12	05	8,55%	13,12%	18,48%
	10	10,11%	15,88%	19,92%
24	05	11,94%	17,35%	19,09%
	10	12,86%	20,98%	24,23%

Capítulo 5

CONCLUSÕES

O objetivo desse trabalho foi desenvolver e implementar heurísticas para o problema de estoque e roteamento de veículos, nos casos em que o fornecedor planeja ou não sua reposição de estoque.

Inicialmente, estendemos uma heurística da literatura que utiliza uma política de enviar a quantidade de um produto para atingir o estoque máximo estipulado pelo cliente. Isso faz com que os clientes, por um determinado período, tenham estoques superiores a sua demanda, fazendo com que seus custos se tornem elevados e, conseqüentemente, elevando o custo total.

A seguir, foi proposta uma heurística sem política de reposição de estoque aos clientes, em que os períodos de visita aos clientes e a quantidade de produtos entregada, é tal que procura minimizar a soma dos custos de estoque dos clientes e fornecedor e o custo de transporte. A heurística é uma busca local com múltiplos reinícios, que contém vizinhanças elaboradas para movimentos de entrega de produtos e de geração de novas rotas de veículos em cada período do horizonte de planejamento.

Como os objetivos a serem minimizados são conflitantes, foi proposta uma segunda heurística de busca local multi-objetivo com múltiplos reinícios. Esta heurística gera um conjunto de soluções não dominadas que é uma aproximação das soluções ótimas de Pareto. Neste enfoque, cabe ao decisor escolher uma solução mais adequada.

As duas heurísticas acima descritas foram estendidas para tratar do caso em que o fornecedor planeja sua reposição de estoque. Neste caso, há necessidade de uma integração entre as decisões de reposição de estoque do fornecedor, dos clientes e de transporte para a minimização da soma dos custos ou no enfoque multi-objetivo.

As heurísticas foram testadas em um conjunto com 108 instâncias, e os resultados obtidos foram comparados entre si.

Desta comparação pode-se concluir que devido à política de reposição de estoque adotada, a primeira heurística apresenta soluções em que o custo de estoque dos clientes e o número de veículos utilizados são altos. A segunda heurística se mostrou mais eficiente na obtenção de soluções de qualidade e com tempo computacional melhor em relação à primeira heurística. A heurística multi-objetivo apresenta pontos homoganeamente espalhados no espaço dos objetivos, o que é um bom indício para qualificar esta heurística como eficiente. Outro sintoma de que os pontos podem ser uma boa aproximação dos pontos ótimos de Pareto é que esta heurística encontra melhores soluções de custo total que a heurística que minimiza a soma dos custos. De qualquer forma, fica a critério do decisor a escolha entre aumentar a qualidade das soluções ou reduzir o tempo computacional. Estas constatações são também válidas no caso em que o fornecedor planeja seus pedidos de reposição.

Para o problema tratado, foram consideradas demandas constantes ao longo do horizonte de planejamento, um único fornecedor que distribui os produtos aos clientes, frota de veículos homogênea, e distância euclidiana entre os clientes e fornecedor. De um ponto de vista mais realista, como extensão deste trabalho pode-se considerar demandas estocásticas ao longo do horizonte de planejamento, produtos sazonais, maior número de fornecedores, distâncias não euclidianas, frota de veículos heterogênea, janelas de tempo e tempo máximo por rota no roteamento de veículos, e outros custos tais como custos de manutenção dos veículos, quebra de produtos durante o transporte, custo de atraso na entrega dos produtos aos clientes, entre outros.

Referências

Anily S. e Federgruen A., 1990. One Warehouse Multiple Retailer Systems with Vehicle Routing Costs, *Management Science*, 36, 92-114.

Anily S. e Federgruen A., 1991. Rejoinder to Comments on One Warehouse Multiple Retailer Systems with Vehicle Routing Costs, *Management Science*, 37, 1497-1499.

Anily S. e Federgruen A., 1993. Two-Echelon Distribution Systems with Vehicle Routing Costs and Central Inventories, *Operations Research*, 41, 37-47.

Arroyo J.E.C. e Armentano V.A., 2004. Genetic Local Search for Multi-Objective Flowshop Scheduling Problems, aceito para publicação, *European Journal Of Operational Research*.

Benders J., 1962. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems, *Numeric Mathematic*, 4, 238-252.

Bell W.J., Dalberto L.M., Fisher M.L., Greenfield A.J., Jaikumar R., Kedia P., Mack R.G. e Prutzman P.J., 1983. Improving the Distribution of Industrial Gases with an On-line Computerized Routing and Scheduling Optimizer, *Interfaces*, 13, 4-23.

Bertazzi L., Paletta G. e Speranza M.G., 2002. Deterministic order-up-to-level policies in an inventory routing problem, *Transportation Science*, 36, 119-132.

Burns L.D., Hall R.W., Blumenfeld D.E. e Daganzo C.F., 1985. Distribution strategies that minimize transportation and inventory costs, *Operations Research*, 33, 469-490.

Chandra P., 1993. A dynamic distribution model with warehouse and customer replenishment requirements, *Operations Research Society*, 44, 681-692.

Chien T.W., Balakrishnan A. e Wong R.T., 1989. An integrated inventory allocation and vehicle routing problem, *Transportation Science*, 23, 67-76.

Chopra S. e Meindl P., 2003. *Supply chain management: strategy, planning, and operation*, Prentice Hall.

Clarke G. e Wright J.V., 1964. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points, *Operations Research*, 12, 568-581.

Dijkstra E.W., 1959. A note on two problems in connection with graphs, *Numerische Mathematik*, 1, 269-271.

Dror M. e Ball M., 1987. Inventory/ Routing: Reduction from an Annual to a Short Period Problem, *Naval Research Logistics*, 34, 891-905.

Dror M., Ball M. e Golden B., 1985. A computational comparison of algorithms for the inventory routing problem, *Annals of Operations Research*, 4, 3-23.

Dror M. e Levi L., 1986. Vehicle Routing Improvement Algorithms: Comparison of a "Greedy" and a Matching Implementation for Inventory Routing, *Computers and Operations Research*, 13, 33-45.

Ehrgott M. e Gandibleux X., 2000. A survey and annotated bibliography of multicriteria combinatorial optimization, *OR Spektrum*, 22, 425-460.

Evans J.R., 1985. An efficient implementation of the Wagner-Whitin algorithm for dynamic lot-sizing problem, *Journal of Operational Management*, 5, 229-235.

Federgruen A. e Zipkin P., 1984. A combined vehicle routing and inventory allocation problem, *Operations Research*, 32, 1019-1037.

Fumero F. e Vercellis C., 1999. Synchronized development of production, inventory, and distribution scheduling, *Transportation Science*, 33, 330-340.

Galego G. e Simchi-Levi D., 1990. On the effectiveness of direct shipping strategy for the one-warehouse multi-retailer r-systems, *Management Science*, 36, 240-243.

Golden B., Assad A. e Dahl R., 1984. Analysis of a large scale vehicle routing problem with an inventory component, *Large Scale Systems*, 7, 181-190.

Holmström J., 1998. Implementing Vendor-Managed Inventory the Efficient Way: a case study of partnership in the Supply Chain, *Production and Inventory management Journal*, Third quarter.

Jones D.F., Mirrazavi S.K. e Tamiz M., 2002. Multi-objective meta-heuristics: An overview of the current state-of-the-art, *European Journal of Operational Research*, 137, 1-9.

Kleywegt A.J., Nori V.S. e Savelsbergh M.W.P., 2002. The stochastic inventory routing problem with direct deliveries, *Transportation Science*, 36, 94-118.

Or I., 1976. Traveling salesman-type combinatorial problems and their relation to the logistics of blood banking, Ph.D. thesis, Department of Industrial Engineering and Management Sciences, Northwestern University.

Savelsbergh M.W.P., 1988. Computer Aided Routing, PhD Thesis, Centrum voor Wiskunde en Informatica, Amsterdam.

Silver E.A. e Meal H.C., 1973. A heuristic for selecting lot size requirements for the case of a deterministic time varying demand rate and discrete-opportunities for replenishment, *Production Inventory Management*, 14, 64-74.

Taillard E.D., Badeau P., Gendreau M., Guertin F. e Potvin J.Y., 1997. A tabu search for the vehicle routing problem with soft time windows, *Transportation Science*, 31, 170-186.

Viswanathan S. e Mathur K., 1997. Integrating routing and inventory decisions in one-warehouse multi-retailer multi-product distribution systems, *Management Science*, 43, 294-312.

Wagner H.M. e Whitin T.M., 1958. Dynamic version of the economic lot size model, *Management Science*, 5, 89-96.