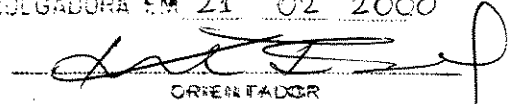


ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDIÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR MARCELO MODESTO  
DA SILVA E APROVADA PELA  
COMISSÃO JULGADORA EM 21 02 2000

  
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

## **Fusão e Solidificação em Meio Poroso**

Autor : **Marcelo Modesto Silva**  
Orientador: **Kamal A.R. Ismail**

26/00

200013458

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA TÉRMICA E FLUÍDOS**

## **Fusão e Solidificação em Meio Poroso**

**Autor : Marcelo Modesto Silva**

**Orientador: Kamal A.R. Ismail**

Curso: Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Térmica e Fluídos

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2000

S.P. - Brasil



UNIDADE 80  
N.º CHAMADA:  
T/Unicamp  
Su 387  
V. \_\_\_\_\_ Ex. \_\_\_\_\_  
TOMBO BC/ 42.252  
PROC. 16.2.F8100  
C  D   
PREC. R\$ 11,00  
DATA 22/09/00  
N.º CPD \_\_\_\_\_

CM-00144254-4

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Si38a                      Silva, Marcelo Modesto  
                                Fusão e solidificação em meio poroso / Marcelo  
                                Modesto Silva.--Campinas, SP: [s.n.], 2000.

                                Orientador: Kamal Abdel Radi Ismail.  
                                Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
                                Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

                                1. Fusão. 2. Solidificação. 3. Materiais porosos.  
                                I. Ismail, Kamal Abdel Radi. II. Universidade Estadual  
                                de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica.     III.  
                                Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA TÉRMICA E FLUÍDOS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Fusão e Solidificação em Meio Poroso**

Autor : **Marcelo Modesto Silva**

Orientador: **Kamal A.R. Ismail**

---

**Prof. Dr. Kamal A.R. Ismail, Presidente**  
**FEM - UNICAMP**

---

**Prof. Dr. Sílvia A. N. Perez**  
**FEM - UNICAMP**

---

**Prof. Dr. Paulo Magalhães Filho**  
**FEG - UNESP - GUARATINGUETÁ**

Campinas, 21 de Fevereiro de 2000

## **Dedicatória**

Dedico este trabalho aos meus pais: Seu Daio e a Dona Ruth e a minha querida Regiane.

## **Agradecimentos**

Meus agradecimentos são às seguintes pessoas e instituições:

Ao amigo e orientador Prof. Dr. Kamal Abdel Radi Ismail pelo apoio, incentivo e a amizade, que durante os dois últimos anos foram imprescindíveis ao desenvolvimento deste trabalho, com quem o aprendizado é sempre constante.

A Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, cuja infraestrutura foi fundamental para a realização deste trabalho.

A CAPES pelo apoio financeiro, sem dúvida fundamental.

As secretárias da CPG, Sônia e Silvana e a secretária do DETF, Cleusa.

Aos alunos e companheiros de pós-graduação: Jorge e Rogério, pela ajuda e o companheirismo.

Aos amigos: Leticia, Maicol, Paulo Adriano, Rogério Ronqui e Rodrigo que distantes ou não, sempre incentivaram e deram seu apoio.

## **Índice**

Capítulo 1 – Introdução	01
Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica	04
Capítulo 3 – Modelamento Matemático	09
Capítulo 4 – Solução Numérica	22
Capítulo 5 – Resultados e Discussões	37
Capítulo 6 – Conclusão	74
Referências bibliográficas	80
Apêndice A	85
Apêndice B	90
Apêndice C	92

## Lista de Figuras

Figura 3.1 Configuração básica do problema	09
Figura 3.2 Geometria do problema para o caso de solidificação	12
Figura 3.3 Geometria do problema para o caso de fusão	13
Figura 3.4 Determinação da condutividade térmica efetiva por Wakao e Kato (1969)	17
Figura 4.1 Malha fixa	23
Figura 4.2 Malha móvel	24
Figura 4.3 Volume de controle interno	24
Figura 4.4 Formas comuns de interpolação do valor da temperatura	25
Figura 4.5 Volume de controle na interface.	27
Figura 4.6 Otimização do número de pontos da malha.	30
Figura 4.7 Otimização do intervalo de tempo	31
Figura 4.8 Comparação do modelo numérico com solução analítica e dados experimentais por Pimentel (1995) para posição da interface em função do tempo ( $\varepsilon = 1$ )	32
Figura 4.9 Comparação do modelo numérico com solução analítica e dados experimentais por Pimentel (1995) para distribuição de temperatura ( $\varepsilon = 1$ )	33
Figura 4.10 Comparação do modelo e correlações de condutividade térmica efetiva com trabalho de Pimentel (1995) para materiais não-metálicos (PVC)	34





para diferentes temperaturas iniciais. (alumínio/água)	49
Figura 5.16 Distribuição de temperatura ao longo da camada porosa para diferentes temperaturas iniciais. (PVC/água)	50
Figura 5.17 Tempo de solidificação total da camada porosa em função temperatura inicial (alumínio/água)	51
Figura 5.18 Tempo de solidificação total da camada porosa em função temperatura inicial (PVC/água)	51
Figura 5.19 Tempo de solidificação total da camada porosa em função da espessura da camada porosa (alumínio/água)	52
Figura 5.20 Tempo de solidificação total da camada porosa em função da espessura (PVC/água)	53
Figura 5.21 Tempo de solidificação total da camada porosa em função da espessura (areia/água)	53
Figura 5.22 Posição da interface em diferentes instantes de tempo para contorno com degrau de temperaturas imposta ( $T_{01} = -14^{\circ}\text{C}$ , $T_{02} = -15^{\circ}\text{C}$ , PVC/água)	54
Figura 5.23 Posição da interface em diferentes instantes de tempo para contorno com duas temperaturas impostas ( $T_{01} = -10^{\circ}\text{C}$ , $T_{02} = -15^{\circ}\text{C}$ , PVC/água)	55
Figura 5.24 Posição da interface em diferentes instantes de tempo para contorno com duas temperaturas impostas ( $T_{01} = -5^{\circ}\text{C}$ , $T_{02} = -15^{\circ}\text{C}$ , PVC/água)	55
Figura 5.25 Posição da interface em diferentes instantes de tempo para contorno com duas temperaturas impostas ( $T_{01} = -14^{\circ}\text{C}$ , $T_{02} = -15^{\circ}\text{C}$ , alumínio/água)	56
Figura 5.26 Posição da interface em diferentes instantes de tempo para contorno com duas temperaturas impostas ( $T_{01} = -10^{\circ}\text{C}$ , $T_{02} = -15^{\circ}\text{C}$ , alumínio/água)	56
Figura 5.27 Posição da interface em diferentes instantes de tempo para contorno com duas temperaturas impostas ( $T_{01} = -5^{\circ}\text{C}$ , $T_{02} = -15^{\circ}\text{C}$ , alumínio/água)	57
Figura 5.28 Posição da interface em função do calor imposto (areia/água)	59

Figura 5.29 Distribuição de temperatura ao longo da camada porosa para diferentes fluxos de calor impostos. (areia/água)	59
Figura 5.30 Tempo de fusão total da camada porosa em função do fluxo de calor imposto (areia/água)	60
Figura 5.31 Posição da interface em função da temperatura inicial (areia/água)	61
Figura 5.32 Distribuição de temperatura ao longo da camada porosa para diferentes temperaturas iniciais (areia/água)	62
Figura 5.33 Tempo de fusão total da camada porosa em função da temperatura inicial (areia/água)	63
Figura 5.34 Posição da interface em função da porosidade (areia/água)	63
Figura 5.35 Posição da interface em função do tempo, considerando somente a presença de convecção natural (julho e dezembro)	65
Figura 5.36 Posição da interface em função do tempo, considerando radiação solar combinada com a convecção natural (julho e dezembro)	66
Figura 5.37 Posição da interface em função do tempo para o mês de julho, para radiação solar combinada com convecção natural	66
Figura 5.38 Posição da interface em função do tempo para o mês de dezembro, para radiação solar combinada com convecção natural	67
Figura 5.39 Temperatura no contorno superior em função do tempo, considerando somente convecção natural (julho e dezembro)	68
Figura 5.40 Temperatura no contorno superior em função do tempo, (radiação solar combinada com convecção natural), (julho e dezembro)	68
Figura 5.41 Temperatura no contorno superior em função do tempo, para o mês de julho (radiação solar combinada com convecção natural)	69
Figura 5.42 Temperatura no contorno superior em função do tempo, para o mês de dezembro (radiação solar combinada com convecção natural)	70
Figura 5.43 Distribuição de temperatura numa camada porosa (areia/água) submetida à baixa temperatura	71
Figura 5.44 Comparação entre as posições da interface de solidificação e fusão com diferentes taxas de fluxo de calor variáveis	72

Figura 5.45 Taxa de calor em função do tempo necessária para fundir a camada de solo congelada	73
Figura A-1 Condição de contorno de radiação.	85
Figura A-2 Radiação solar total ao longo do dia para os meses de julho e dezembro	88
Figura A-3 Valor da radiação solar total média, durante cada hora do dia	89
Figura B-1 Temperatura ambiente ao longo de dois dias (julho e dezembro)	91
Figura C-1 Balanço de energia no contorno inferior para o caso de solidificação e presença de duas fases (sólido e líquido)	93
Figura C-2 Balanço de energia no contorno inferior para o caso da camada porosa totalmente solidificada	94
Figura C-3 Balanço de energia no contorno superior para o caso da camada porosa totalmente solidificada	95
Figura C-4 Balanço de energia no contorno superior para o caso de fusão e presença de duas fases (líquido e sólido)	96
Figura C-5 Balanço de energia no contorno superior para o caso de fusão e camada porosa totalmente na fase líquida	97

## **Lista de Tabelas**

Tabela 3.1: Propriedades termofísicas dos materiais sólidos e fluido de mudança de fase.	18
Tabela B-1 Fator (f) para as horas do dia consideradas no modelo.	90
Tabela B-2 Temperaturas médias (máximas e mínimas) para os meses do ano para a cidade de Campinas.	91

## Nomenclatura

### Letras Latinas

A	absortância	
$c_p$	calor específico	[J/kg°C]
d	espessura da placa	[m]
h	coeficiente de transferência de calor convectivo	[W/m <sup>2</sup> °C]
I	incidência de radiação solar	[W/m <sup>2</sup> ]
k	condutividade térmica	[W/m°C]
L	calor latente de solidificação/fusão	[J/kg]
N	número de pontos da malha	[adimensional]
q	fluxo de calor constante	[W/m <sup>2</sup> ]
q(t)	fluxo de calor variável	{W/m <sup>2</sup> }
S(t)	posição da interface	[m]
Ste <sub>M</sub>	número de Stefan modificado	[adimensional]
T	temperatura	[°C]
t	tempo	[s]
Y	coordenada espacial	[adimensional]

$y$	coordenada espacial	[m]
$w$	largura da camada porosa	[m]
$X$	coordenada espacial	[adimensional]
$x$	coordenada espacial	[m]

### Letras Gregas

$\rho$	massa específica	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\gamma$	emissividade	[adimensional]
$\varepsilon$	porosidade	[adimensional]
$\delta$	posição da interface	[adimensional]
$\alpha$	difusividade térmica	[m <sup>2</sup> /s]
$\theta$	temperatura	[adimensional]
$\sigma$	constante de Stefan-Boltzmann	
$\tau$	tempo	[adimensional]
$\delta X$	espaçamento entre os pontos nodais	
$\Delta X$	espaçamento entre as faces dos volumes de controle	

### Subscritos

A	ambiente
c	solidificação total

F	fusão total
f	material de mudança de fase (PCM)
i	inicial
l	líquido
m	mudança de fase
mp	matriz porosa
o	imposta
s	sólido
sup	superfície
T	total

### **Sobre escrito**

\*                    propriedade efetiva

### **Abreviaturas**

CAPES – Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

DETF – Departamento de Engenharia Térmica e Fluidos

PCM – phase change material (material de mudança de fase)

TDMA – Tridiagonal Matrix Algorithm



SILVA, M.M., *Fusão e Solidificação em Meio Poroso*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2000, 97p., Dissertação de Mestrado

Este trabalho tem por objetivo estudar a mudança de fase em uma camada porosa constituída de materiais metálicos e não-metálicos, de modo a se conseguir um modelo numérico que satisfaça os dois tipos de materiais. Modelou-se o problema em uma geometria plana, unidimensional, aplicando-se em um dos contornos da camada porosa condições de contorno de temperatura constante e taxas de fluxo de calor. A equação governante do processo é a equação da energia na forma transiente, sendo resolvida considerando-se que a transferência de calor é feita exclusivamente por condução, desprezando-se os efeitos da convecção natural pelo fato da presença do meio poroso. A influência do meio poroso é introduzida através do conceito de propriedades efetivas. A simulação numérica foi baseada no método de volumes de controle em diferenças finitas, usando-se um esquema de malhas móveis e a formulação implícita de Crank-Nicholson. A condição de contorno de fluxo de calor é analisada utilizando-se fluxo de calor constante e variável com o tempo. Modelos para a variação da temperatura ambiente e da incidência de radiação solar são obtidos na literatura para o caso de fluxo de calor variável. No caso do processo de solidificação a simulação numérica foi feita analisando-se os efeitos de parâmetros como porosidade, temperatura imposta no contorno, temperatura inicial e a espessura da camada porosa, na distribuição de temperatura, comportamento da interface e no tempo de solidificação total da camada porosa. Para o processo de fusão analisaram-se os efeitos de diferentes fluxos de calor constantes e variáveis na distribuição de temperatura, comportamento da posição da interface, tempo de fusão total da camada porosa e na temperatura da superfície exposta ao fluxo de calor

*Palavras-Chave:* Mudança de fase, meios porosos

SILVA, M.M., Melt and Solidification in Porous Medium, Campinas, Faculty of Mechanical Engineering, State University of Campinas, 2000, 97p., Dissertation of Master's

The objective of this work is to study the phase change in a constituted porous layer of metallic and non-metallic materials, in such a way that the proposed numerical model can be used to satisfy both types of materials. The problem was modeled as one dimensional in plan geometry, where the constant temperature and constant heat flux boundary conditions were applied at one of porous layer contours. The transient energy equation of the process was solved considering the effect of heat conduction, neglecting the effects of natural convection due to the presence of porous medium. The concept of effective properties has been used to introduce the influence of the porous medium. Numerical simulation was based on the method of the control volume in finite difference form, using moving grid scheme and the implicit Crank Nicholson formulation. The heat flux boundary condition was analyzed using a constant heat flux, which varies with time. Ambient temperature and solar radiation incidence models were obtained from the literature for the case of variable heat flux. In the case of the solidification process numerical simulations were used to analyze the effects of the parameters such as porosity, imposed boundary temperature, initial temperature, and the porous layer thickness on the temperature distribution, interface behavior, and the total solidification time of the porous layer. For the fusion process the effects of different constant and variable heat flux conditions upon temperature distribution, interface behavior, total solidification time of the porous layer and the surface temperature exposed to the heat flux were analyzed.

*Keywords* Phase change, Porous medium

## Capítulo 1

### Introdução

O processo de mudança de fase ocorrendo em meios porosos constitui uma aplicação prática que ocorre em diversos casos na engenharia. O meio poroso geralmente é constituído de uma matriz porosa e um material de mudança de fase(PCM) que pode estar na fase líquida, sólida ou gasosa. A transferência de calor pode ocorrer por condução pura, convecção natural na fase líquida ou ainda por radiação. Ainda podem existir transferência de massa combinada com a transferência de calor. Alguns exemplos de aplicações podem ser citadas:

- Congelamento e fusão de camadas superficiais de solo

Em regiões de baixas temperaturas pode ocorrer um congelamento da água presente no solo. O conhecimento do processo nesse meio poroso solo/água, permite determinar a profundidade alcançada pela interface sólido/líquido. Esse tipo de informação permite o desenvolvimento de plantas que possuam raízes que possuam um comprimento adequado, de modo a não serem atingidas por esse congelamento superficial, evitando assim a morte das mesmas.

- Construção de túneis e fundações

Em uma porção de solo, onde pretende-se construir alicerces ou fundações para túneis ou pontes, faz-se um congelamento artificial da água presente naquela porção de solo. Esse congelamento evita a penetração da água onde pretende-se construir o alicerce, evitando-se assim possíveis problemas estruturais devido a infiltração de água.

- Conservação de alimentos

O congelamento de alimentos como carnes e verduras é extensamente utilizado para a sua conservação. O conhecimento do processo de transferência de calor no tecido biológico ou vegetal, constituído em grande percentagem por água, permite-nos prever o tempo necessário

para o congelamento ou descongelamento de determinada quantidade de alimento, possibilitando o dimensionamento de câmaras frigoríficas e congeladores que sejam mais eficazes, diminuindo a quantidade de energia utilizada para tal operação.

- Criocirurgia e criopreservação

Uma das técnicas usadas para a destruição de tumores malignos é o congelamento deste tipo de célula e sua conseqüente destruição. Torna-se de fundamental importância o conhecimento do processo de congelamento no corpo humano, que pode ser modelado como um meio poroso, de modo a evitar a destruição de células sadias. Esse tipo de estudo pode ser estendido para o caso de preservação de órgãos para transplante.

- Armazenamento de calor latente

O uso de armazenadores de calor latente é bastante difundido de forma a equilibrar a demanda com o consumo de energia. Utilizam-se armazenadores de calor latente com meios porosos constituídos de materiais de alta condutividade térmica obtendo-se taxas de transferência de calor adequadas, conseguindo-se congelamento e/ou descongelamento no tempo adequado a utilização do equipamento. Também esse conceito é estendido quando utilizam-se cavidades naturais como cavernas para armazenamento de água ou gelo a baixas temperaturas, obtida no inverno para serem utilizados no verão em sistemas de refrigeração e ar condicionado, ou então o processo inverso captando-se água a temperatura alta no verão e utilizando-a no inverno em sistema de calefação.

Todas essas aplicações são caracterizadas por uma interface sólido-líquido cuja posição não é conhecida inicialmente, e que só é obtida através da solução do problema. A presença desta interface torna os problemas matematicamente não-lineares, limitando as soluções analíticas e aproximadas a alguns casos específicos. O uso de modelos numéricos, para a resolução da maioria dos problemas de ordem prática é bastante utilizado.

Os modelos que resolvem problemas de mudança de fase em meios porosos saturados, incluem desde condução pura até a presença de convecção natural e gradientes de concentração de soluto, no caso de meios porosos saturados com soluções. Fatores como a convecção natural influem no formato e no crescimento da interface. Os trabalhos existentes na literatura, incluem o

estudo de materiais com condições de contorno de temperatura constante em geometrias planas e cilíndricas, diferentes propriedades termofísicas, presença de meios porosos saturados com soluções aquosas e diferentes índices de porosidade.

Neste estudo buscou-se desenvolver um modelo numérico para o problema de mudança de fase em meios porosos planos, finitos, saturados, constituídos de materiais metálicos ou não-metálicos. Utilizando-se um modelo puramente condutivo, unidimensional, com condições de contorno de temperatura imposta, fluxo de calor constante e variável. O modelo é validado por dados experimentais da literatura e diversas simulações numéricas foram efetuadas para as diferentes condições do problema.

## Capítulo 2

### Revisão Bibliográfica

Os problemas de mudança de fase, têm sido estudados desde o século XIX. Os trabalhos iniciais são creditados a Neumann e Stefan. Neumann desenvolveu uma solução analítica exata para a solidificação em meio semi-infinito, determinando o crescimento da interface sólido-líquido e a distribuição de temperatura. A importante contribuição de Stefan, estudando o crescimento de gelo polar, fez-se com que se atribuí-se aos problemas de mudança de fase, o nome de problemas de Stefan e a denominação do parâmetro adimensional que relaciona a razão entre o calor específico e o calor latente como número de Stefan.

O número de soluções analíticas exatas ou aproximadas é limitado a alguns casos e condições específicas. A utilização de métodos numéricos que possibilitam a resolução de problemas mais complexos, é largamente utilizada. Os trabalhos de Alexiades e Solomon (1993), Ozisik (1993) e Ismail (1999) possuem uma abordagem abrangente dos problemas de mudança de fase, apresentando as soluções analíticas mais utilizadas e os métodos numéricos que foram desenvolvidos para a resolução do problema e as aplicações do processo de mudança de fase.

Os problemas de mudança de fase em meio poroso e suas aplicações encontrados na literatura são muitos. São encontrados trabalhos sobre: congelamento de solos (Berggren, 1943, Lunardini, 1981), construção de fundações e túneis (Sanger,1968), escavações em solos congelados (Misnyck et. al,1983), armazenadores de calor latente (ME Staff,1983), conservação de alimentos (Albin et. al,1982) e na metalurgia (Fisher,1981) são alguns exemplos de trabalhos publicados na literatura que abordam a mudança de fase em meio poroso. Trabalhos mais específicos são citados a seguir.

O estudo analítico e experimental em cápsula cilíndrica preenchida com meio poroso foi feito por Weaver & Viskanta (1986). Usando uma cavidade com esferas de alumínio ou vidro

preenchida com PCM, seu modelo unidimensional, analisa a solidificação do meio, considerando que a transferência de calor dá-se unicamente por condução nas regiões sólida e líquida, utiliza o modelo de Veinberg (1967) para o cálculo das propriedades efetivas do meio poroso. Os resultados analíticos mostram boa concordância com os experimentais para o caso do meio água/esferas de vidro, mas diferem muito no caso do meio água/esferas de alumínio.

Efeitos da convecção natural na mudança de fase do meio poroso gálio/esferas de vidro são apresentados por Beckermann e Viskanta (1988) numérica e experimentalmente. Usando um modelo unidimensional, baseado no método entálpico, com uso de propriedades efetivas, considerando a presença de convecção natural na região líquida. Concluíram que a influência principal da presença de convecção natural, é o fato dela tornar o formato da interface não plana e alterar a sua velocidade de deslocamento através do meio poroso. Seus resultados numéricos concordam bem com seus resultados experimentais

O congelamento de líquidos em meio poroso, supondo a existência somente de condução, foi estudado por Chellaiah & Viskanta (1988). Seu modelo unidimensional, permitiu verificar a influência de diferentes temperaturas impostas, níveis de superaquecimento do líquido e diferentes tamanhos de partículas do meio poroso. A condutividade e a capacidade térmica do meio foram estimadas através do conceito de propriedades efetivas. A comparação de seu modelo numérico e seus dados experimentais para o meio água/esferas de vidro, mostrou boa concordância para a distribuição de temperatura e posição da interface.

O estudo numérico da transferência de calor e massa na mudança de fase em meios porosos foi feito por Vafai & Tien (1989). Resolveram as equações de momento e energia, sem qualquer simplificação significativa, utilizando um método de diferenças finitas explícito. As propriedades termofísicas são obtidas em função da porosidade e das propriedades constituintes do meio. Conceberam um modelo que pode ser aplicado a toda a classe de problemas envolvendo transporte de calor e massa em meios porosos.

O estudo experimental e numérico de um sistema água/esferas de alumínio é feito por Chellaiah e Viskanta (1990). Estudaram os efeitos de diferentes tamanhos de esferas, temperaturas iniciais do sistema e a relação entre a intensidade da convecção natural na região líquida e o número de Rayleigh. Seu modelo numérico, baseado no método entálpico não

consegue prever o comportamento da interface e da distribuição de temperatura, sendo então analisadas algumas sugestões para melhorar o modelamento do problema.

Sasaki et.al (1990) investigaram numericamente o congelamento de água em meios porosos. Seu modelo bidimensional, utiliza condições de contorno de temperatura constante, uma transformação de coordenadas para seguir o contorno móvel e o método de diferenças finitas em volumes de controle e métodos de sobre-relaxação para resolução das equações governantes. São analisados os efeitos do número de Stefan e de diferentes temperaturas impostas e também define um número de Nusselt modificado, analisando as influências desses parâmetros no processo de solidificação.

A fusão de um meio poroso numa cavidade retangular fechada foi estudada por Zhang et al (1991). Usando um modelo numérico baseado no método das diferenças finitas em volumes de controle, que inclui os efeitos da convecção natural e inversão da densidade, mostraram resultados que avaliam a influência dos números de Stefan e Rayleigh na distribuição de temperatura, crescimento da interface e nas linhas de corrente ao longo do processo de fusão.

Solidificação em meios porosos saturados com solução aquosa de NaCl foi estudada por Matsumoto et. al (1993) analítica e experimentalmente. Considerando um problema bidimensional, com a presença de convecção natural e gradientes de concentração de soluto. Supuseram que a permeabilidade fosse o fator dominante na mudança de fase, representando-a por uma expressão em função de potências da porosidade. As medidas experimentais de temperatura e distribuição de concentração da solução, mostram boa concordância com seu modelo analítico.

Kececioglu e Liu (1993) fazem um estudo experimental e analítico da fusão em um meio poroso numa cavidade de grandes dimensões, iniciando-se a fusão a partir do contorno superior, mantido a temperatura constante de 4°C e com o contorno inferior, mantido a 0°C. Faz uma análise da distribuição de temperatura, forma e posição da interface em diferentes estágios do processo de fusão, verificando a influência da convecção natural, o tempo que ela começa a ter influência no processo, mostrando também as linhas de corrente que são formadas pela presença da convecção natural. Seu trabalho permitiu a determinação do intervalo de tempo em que a convecção natural é pequena, podendo ser desprezada.



O estudo experimental de meios porosos inclinados foi efetuado por Yang et. al (1993). Foram analisados meios porosos constituídos de esferas de vidro e aço, verificando os efeitos do ângulo de inclinação no campo de temperatura e no crescimento e forma da interface sólido-líquido. Pelos resultados experimentais obtidos foi possível escrever correlações empíricas que permitem determinar o volume de massa solidificada em função do ângulo de inclinação para os dois tipos de meios (esferas de vidro e aço).

A fusão em um meio poroso contido em uma geometria plana aletada é realizado por Sasaguchi e Takeo (1994). A distribuição de temperatura, linhas de corrente, a forma e a velocidade da interface e o número de Nusselt para diferentes orientações da superfície aquecida são comparadas. A análise mostrou que a taxa de fusão é maior com a fusão iniciando-se de baixo para cima, enquanto que os efeitos das aletas são mais significativos para o caso de fusão iniciando-se de cima para baixo.

Zhang e Nguven (1994) realizaram um trabalho numérico da fusão de um meio poroso em uma cavidade retangular. O modelo utiliza a transformada de Landau para imobilizar o contorno móvel, a técnica de diferenças finitas e a existência de convecção natural na região líquida. São analisadas a influência da convecção natural na fusão, iniciando-se no contorno superior e inferior, diferentes razões de comprimento pela largura da cavidade e das temperaturas impostas no contorno aquecido.

A mudança de fase em meios porosos constituídos de materiais metálicos e não-metálicos foi estudada por Pimentel (1995) e Ismail e Pimentel (1996). Seu modelo numérico unidimensional, puramente condutivo, baseado no método das diferenças finitas explícito, faz uma análise da influência da variação da porosidade, a existência de condições de contorno de convecção natural e forçada e o uso de materiais metálicos e não-metálicos. A comparação dos seus resultados numéricos com os experimentais, mostram boa concordância para o caso de materiais não-metálicos e uma grande discrepância para o uso de materiais metálicos

Chang e Yang (1996) produziram uma simulação numérica da fusão em um meio poroso em uma cavidade retangular, utilizando o método SIMPLEC. Define um parâmetro não linear em função da diferença entre as temperatura quente e fria das paredes da cavidade e da temperatura de máxima densidade. Relaciona a influência desse parâmetro e do número de Darcy, na forma e

velocidade da interface, nas linhas de corrente e no campo de temperatura. Também estima a variação do número de Nusselt nas paredes da cavidade em função do tempo para diferentes números de Darcy.

Tong et. al (1996) verificaram o aumento da transferência de calor na mudança de fase de um PCM em uma cavidade cilíndrica quando é adicionado material poroso metálico. Simulando um processo de fusão e solidificação em um PCM (água) puro com existência de convecção natural e suas influências e compararam com o caso de fusão e solidificação em um meio poroso metálico. Constataram que a utilização do meio poroso metálico, aumenta a velocidade da interface, diminuindo o tempo de fusão/solidificação total do PCM e também diminui e até elimina os efeitos da convecção natural. Os efeitos da convecção natural podem ainda ser menores com a diminuição do número de Darcy e com menores índices de porosidade.

Machie et. al (1999) fizeram um estudo da solidificação de um meio poroso contido numa cavidade retangular submetida a condições de contorno de temperatura constante e convecção. Utilizando uma solução analítica para a resolução do problema de mudança de fase, que considera a presença de convecção natural na região líquida. Sua análise é feita buscando a determinação do valor máximo do produto do número de Rayleigh e o número de Darcy, para o início da convecção natural, em função de parâmetros como espessura da camada solidificada e diferentes índices de permeabilidade e o número de Biot.

Os trabalhos encontrados na literatura, tratam do problema de mudança de fase em meios porosos utilizando condições de contorno de temperatura constante, mas não tratam do problema quando a fusão é feita utilizando-se condições de contorno de fluxo de calor constante ou variável. Os trabalhos que tratam de meios porosos constituídos de materiais metálicos, não conseguem prever de maneira satisfatória a distribuição de temperatura e a posição da interface ao longo do tempo. Este trabalho procura desenvolver um modelo numérico para o problema de mudança de fase em meios porosos planos, finitos, saturados, constituído de materiais metálicos ou não-metálicos. Utilizando um modelo puramente condutivo, unidimensional, com condições de contorno de temperatura imposta, fluxo de calor constante e variável. O modelo é validado por dados experimentais da literatura. Busca obter uma solução numérica que se adapte tanto a materiais metálicos e não metálicos e a simulação numérica do processo de mudança de fase para condições de contorno de fluxo de calor constante e variável.

## Capítulo 3

### Modelamento Matemático

Considere uma camada porosa, plana, finita, com espessura  $d$ , preenchida com uma matriz porosa e um PCM, constituindo assim um meio poroso, conforme a figura 3.1.

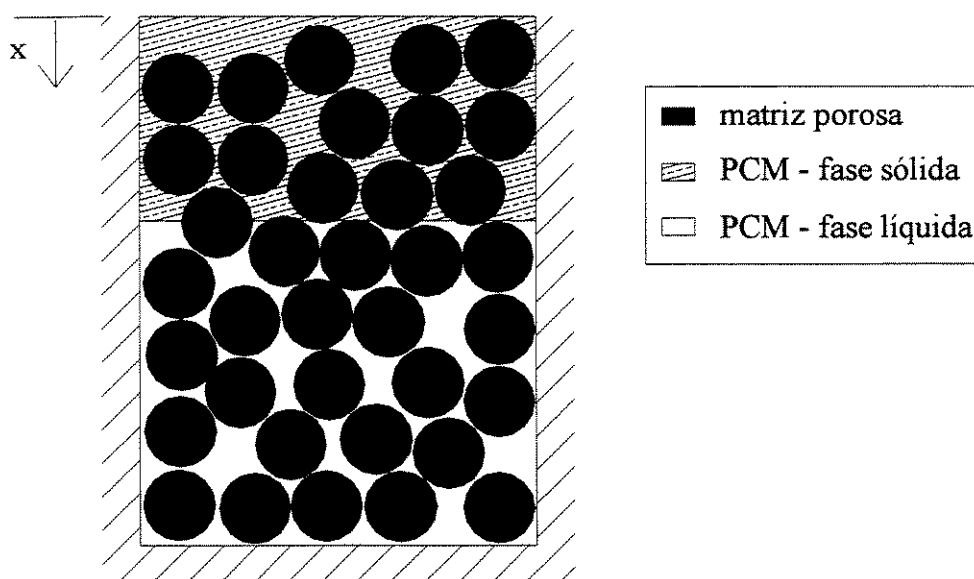


Figura 3.1 Configuração básica do problema.

O PCM presente na camada porosa pode sofrer dois tipos de processos: solidificação ou fusão.

#### 3.1 Solidificação

A camada porosa encontra-se inicialmente a uma temperatura  $T_i$ , maior que a temperatura de mudança de fase do PCM  $T_m$ . Subitamente o contorno superior da camada porosa é submetido a uma temperatura  $T_o$  constante, menor que  $T_m$ . Inicia-se então um processo de congelamento a partir do contorno superior e a formação de duas regiões: sólida e líquida. Essas regiões são

delimitadas por uma interface sólido-líquido que é considerada fina e bem definida. Essa interface desloca-se na direção positiva do eixo  $x$  e encontra-se sempre à temperatura de mudança de fase  $T_m$ . O contorno inferior é mantido isolado termicamente durante todo o processo

### 3.2 Fusão

Com a mesma configuração anterior, mas com a camada porosa a temperatura inicial  $T_i$ , menor que  $T_m$  e com o contorno superior submetido a duas condições de contorno diferentes: fluxo de calor constante e fluxo de calor variável, iniciando-se um processo de fusão a partir do contorno superior para o contorno inferior com as mesmas considerações do processo de solidificação.

A influência do meio poroso é considerada através de uma análise macroscópica e o conceito de propriedades efetivas.

### 3.3 Equações diferenciais

A equação governante do processo é a equação da energia, que pode ser escrita de forma simplificada:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (3.1)$$

As hipóteses adotadas para simplificação da equação da energia expressa na equação (3.1) são:

- Regime transiente e unidimensional;
- Fluido incompressível e estacionário;
- Ausência de geração interna de energia;
- As propriedades termofísicas são isotrópicas e constantes;
- A matriz porosa e o PCM estão em equilíbrio térmico ponto a ponto.
- A transferência de calor dá-se por condução pura e ausência de convecção natural.

Uma consideração importante é o fato do modelo utilizado, considerar que a transferência de calor dá-se unicamente por condução, não considerando a existência de convecção natural na região líquida. A existência do matriz porosa na camada porosa inibe o movimento das partículas de líquido, dificultando a formação de correntes convectivas no interior da camada porosa. Estudos como os de Beckermann e Viskanta (1988), Chellaiah e Viskanta (1988) e Tong et al (1996) fazem a análise da influência da convecção natural na mudança de fase em meio poroso e a utilização de meios porosos de materiais metálicos. A presença de convecção natural na região líquida altera o formato e a velocidade da interface sólido-líquido. Em alguns casos a convecção natural é muito pequena podendo ser desprezada, por exemplo, quando se utilizam meios porosos constituídos de materiais metálicos de alta condutividade térmica ou constituído por partículas de pequenas dimensões.

A utilização de materiais de alta condutividade térmica inibe a formação de correntes convectivas, devido à alta velocidade que a interface possui nesses casos. Com o rápido deslocamento da interface, as partículas de líquido não possuem velocidade suficiente para gerar um fluxo convectivo.

Já a utilização de um meio poroso com partículas de pequenas dimensões, faz com que os espaços vazios entre as partículas de material sólido sejam diminuídos, restringindo assim a possibilidade de se criar fluxos convectivos, fazendo com que a convecção natural seja muito pequena, podendo ser desprezada.

Aplicamos a equação da energia nas regiões sólida e líquida do PCM que muda de fase, para os dois processos:

### 3.3.1 Região sólida

$$\rho_s c_{ps} \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) \quad (3.2)$$

### 3.3.2 Região líquida

$$\rho_l c_{pl} \frac{\partial T_l}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} \right) \quad (3.3)$$

### 3.3.3 Interface sólido-líquido

Na interface é feito um balanço de energia entre as duas fases. A energia necessária para ocorrer à mudança de fase flui através da interface. Tal energia é obtida pela diferença entre os fluxos de calor da fase sólida e líquida que é igual à taxa de variação de entalpia de massa solidificada ou fundida, por unidade de área da interface, logo:

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} - k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} = \rho_f L \frac{dS(t)}{dt} \quad (3.4)$$

Onde:  $\rho_f$  é a densidade do PCM que está mudando de fase e  $L$  a entalpia específica de solidificação/fusão.

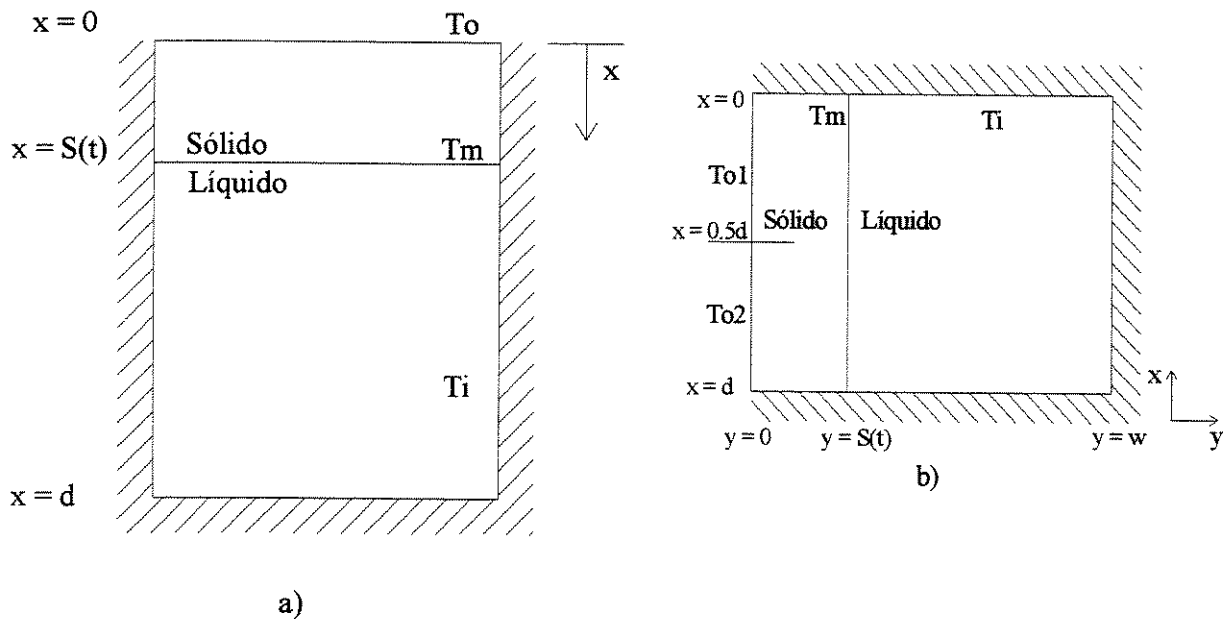


Figura 3.2 Geometria do problema para o caso de solidificação.  
a) temperatura imposta uniforme no contorno; b) temperaturas impostas diferentes no contorno

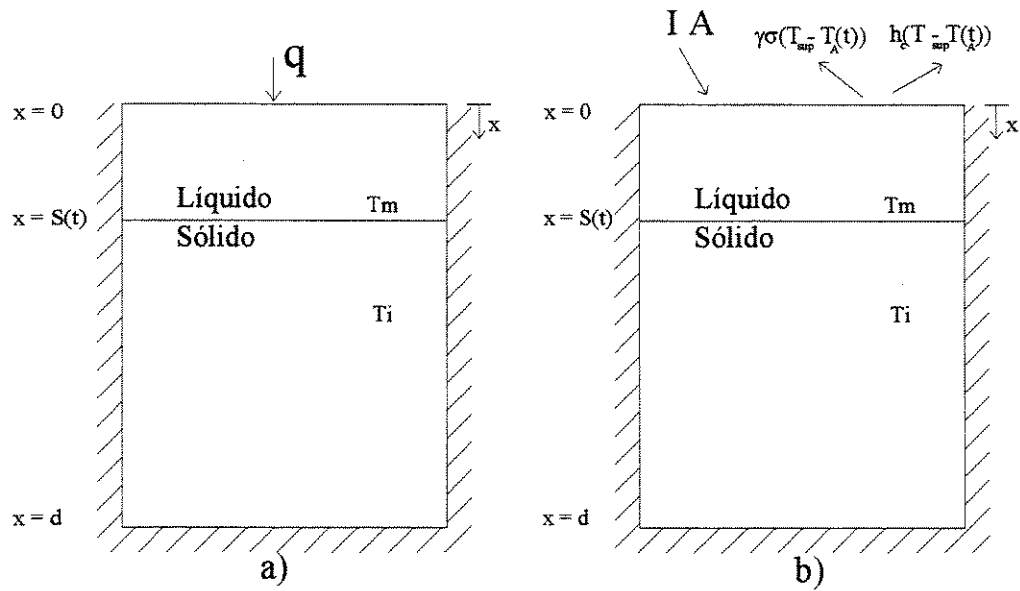


Figura 3.3 Geometria do problema para o caso de fusão:  
 a) Fluxo de calor constante b) fluxo de calor variável

### 3.4 Condições de contorno

Para cada processo são escritas as respectivas condições de contorno. As figuras 3.2 e 3.3a e 3.3b mostram a geometria do problema e suas coordenadas. A seguir são apresentadas separadamente para cada processo as condições de contorno.

#### 3.4.1 Solidificação

$$\text{Região sólida: } 0 < x < S(t) \quad (3.5a)$$

$$\text{Região líquida: } S(t) < x < d \quad (3.5b)$$

a) para o caso de temperatura uniforme no contorno

$$T_s(0, t) = T_o \quad \text{para } x = 0 \quad (3.5c)$$

$$\frac{\partial T_l}{\partial x} = 0 \quad \text{para } x = d \quad (3.5d)$$

$$T_l(x, 0) = T_i \quad 0 < x < d \quad (3.5e)$$

b) para o caso de temperaturas impostas diferentes

$$T_s(0, t) \begin{cases} T_{01} \rightarrow 0 < x < 0.5d \\ T_{02} \rightarrow 0.5d < x < d \\ \frac{T_{01} + T_{02}}{2} \rightarrow x = 0.5d \end{cases} \quad t > 0 \quad (3.5f)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} = 0 \quad \text{para} \quad x = d \quad y = 0 \quad y = w \quad t > 0 \quad (3.5g)$$

$$T_1(x, 0) = T_i \quad \text{para} \quad 0 < x < d \quad 0 < y < w \quad t > 0 \quad (3.5h)$$

### 3.4.2 Fusão

Para os dois casos, onde temos fluxo de calor constante e variável as condições de contorno podem ser escritas

$$\text{Região líquida: } 0 < x < S(t) \quad (3.6a)$$

$$\text{Região sólida: } S(t) < x < d \quad (3.6b)$$

no caso do contorno  $x = 0$  temos as condições para

a) fluxo de calor constante

$$-k_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = q \quad \text{para } x = 0 \quad (3.6c)$$

b) fluxo de calor variável.

$$-k_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = IA - h_c (T_{\text{sup}} - T_A(t)) - \gamma \sigma (T_{\text{sup}}^4 - T_A^4(t)) \quad \text{para } x = 0 \quad (3.6d)$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial x} = 0 \quad \text{para } x = d \quad (3.6c)$$

$$T_s(x, 0) = T_i \quad 0 < x < d \quad (3.6f)$$

para interface a mesma condição de contorno para os dois processos é dada por:



$$T_s(x, t) = T_l(x, t) = T_m \quad x = S(t) \quad (3.7)$$

A eq. (3.6d) mostra a condição de contorno com fluxo de calor variável. Representada, usando-se uma condição de contorno de radiação e convecção natural. Neste caso o processo de fusão é estudado num período de 12 horas, com o contorno superior da camada porosa submetido ao ambiente com a presença de radiação solar, podendo trocar calor por convecção natural e através de emissão de radiação. O termo  $I$  define a taxa de calor, devido a radiação solar ao longo das horas do dia, parte dessa energia é absorvida pela camada porosa e parte refletida. O termo  $A$  define a absorptância, que estima a quantidade de energia que é absorvida pela camada porosa. A perda de calor por convecção natural é definida por  $h_c(T_{\text{sup}} - T_A(t))$  e a perda por radiação por  $\gamma\sigma(T_{\text{sup}}^4 - T_A^4(t))$ , onde  $h_c$  é o coeficiente de transferência de calor convectivo,  $\gamma$  estima a emissividade da camada porosa,  $\sigma$  a constante de Stefan-Boltzmann e  $T_{\text{sup}}$  e  $T_A(t)$  as temperaturas respectivamente na superfície e no ambiente. A absorptância e a emissividade são estimadas em função do material da matriz porosa.

O valor de  $I$  varia em função do tempo e de outros fatores. A variação de  $I$  juntamente com a variação da temperatura ambiente no tempo, leva a variações no fluxo de calor por convecção e radiação. A somatória dessas taxas de calor ao longo do tempo faz com que a camada porosa esteja submetida a um fluxo de calor variável com o tempo.

O cálculo de  $I$  é mostrado em detalhes no Apêndice A. O método utilizado para o cálculo da variação da temperatura ambiente com o tempo é mostrado no apêndice B.

### 3.5 Meio Poroso

A influência que o meio poroso exerce no processo é considerada através do conceito de propriedades efetivas. Consideramos uma análise macroscópica, onde o meio matriz porosa/ PCM é considerado contínuo, permitindo a aplicação das leis macroscópicas da conservação. Essa análise permite considerar as propriedades termofísicas das regiões sólida e líquida como uma ponderação entre as propriedades do PCM nas fases sólida e líquida e a matriz porosa.

As propriedades efetivas são definidas em função da porosidade. Porosidade é definida como a fração em volume de PCM em relação ao volume total da amostra, ou seja:

$$\varepsilon = \frac{V_f}{V_T} \quad (3.8)$$

onde  $V_f$  é o volume ocupado pelo PCM e  $V_T$  é o volume total da camada porosa.

A densidade e o calor específico efetivos são determinados usando-se as seguintes expressões, usadas por Pimentel (1995):

$$\rho_{s,1}^* = \rho_{mp}(1-\varepsilon) + \varepsilon\rho_{s,1} \quad (3.9)$$

$$c_{p,s,1}^* = c_{p,mp}(1-\varepsilon) + \varepsilon c_{p,s,1} \quad (3.10)$$

onde o subscrito "s,1" representam respectivamente o PCM nas suas fases sólida e líquida e "mp" o matriz porosa, enquanto que o sobrescrito \* propriedade efetiva.

Para a condutividade térmica efetiva, foram testadas algumas correlações encontradas na literatura que são listadas a seguir:

$$\text{Limite superior: } k_{s,1}^* = k_{mp}(1-\varepsilon) + k_{s,1}\varepsilon \quad (3.11)$$

$$\text{Limite inferior: } k_{s,1}^* = \frac{1}{\frac{\varepsilon}{k_{s,1}} + \frac{(1-\varepsilon)}{k_{mp}}} \quad (3.12)$$

$$\text{Chang (1990): } k_{s,1}^* = \frac{k_{s,1}[k_{s,1} + k_{mp} - (1-\varepsilon)(k_{s,1} - k_{mp})]}{k_{s,1} + k_{mp} + (1-\varepsilon)(k_{s,1} - k_{mp})} \quad (3.13)$$

$$\text{Schumann (1934): } \frac{k_{s,1}^*}{k_{s,1}} = \varepsilon^3 + \frac{1-\varepsilon^3}{\left(\frac{k_{s,1}}{k_{mp}} - 1\right) + \frac{k_{s,1}}{k_{mp}}} \times \left[ 1 + \frac{2\left(\frac{k_{s,1}}{k_{mp}} - 1\right) \ln\left(\frac{2k_{s,1}}{k_{mp}}\right)}{\left(\frac{k_{s,1}}{k_{mp}} - 1\right) + \frac{k_{s,1}}{k_{mp}}} \right] \quad (3.14)$$

Krupiczka (1966):  $\frac{k_{s,l}^*}{k_{s,l}} = \left(\frac{k_{mp}}{k_{s,l}}\right)^n$  onde  $n = 0.280 - 0.757 \log(\varepsilon) - 0.057 \log\left(\frac{k_{mp}}{k_{s,l}}\right)$  (3.15)

Wakao e Kato (1969):

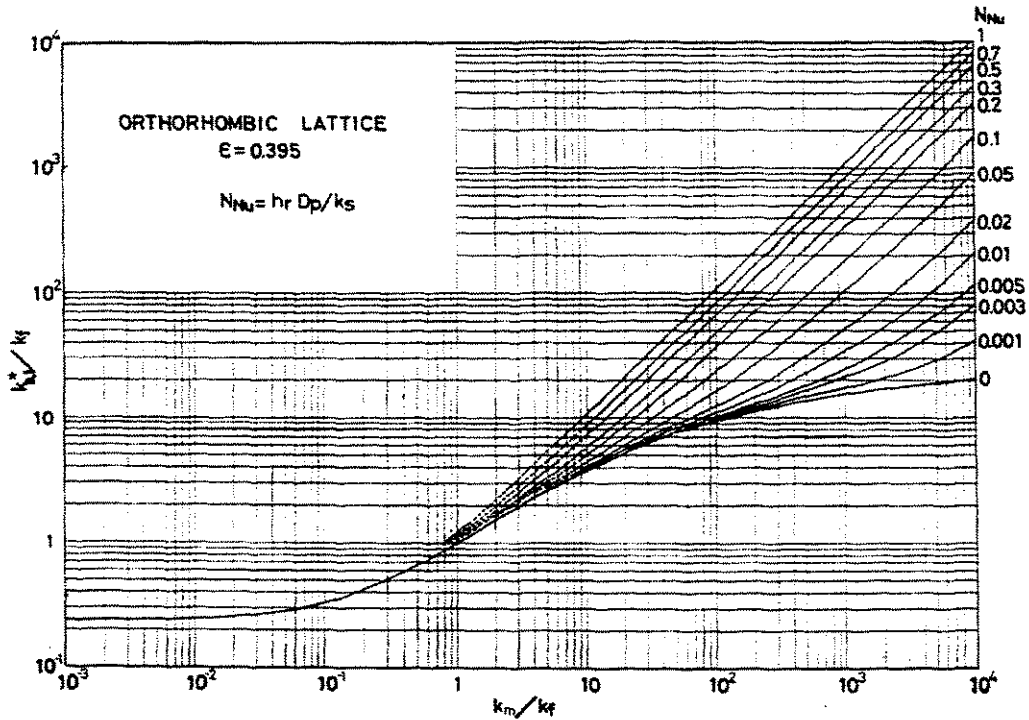


Figura 3.4 Determinação da condutividade térmica efetiva por Wakao e Kato (1969)

Na figura 3.4, consideramos o caso de condução pura, ou seja a curva dada para  $h_r = 0$

Todas as correlações são válidas para qualquer valor de porosidade, com exceção da correlação de Wakao e Kato (1969) que é válida apenas para porosidade igual a 0.395.

A equação (3.11) mostra a correlação para condutividade térmica na forma linear. Esse tipo de correlação estima uma média entre as propriedades do fluido e do material sólido, ponderada pela porosidade. Geralmente a correlação linear faz uma boa previsão, quando a diferença entre o valor da condutividade térmica entre o fluido e o material sólido é pequena. Quando se procura prever os valores efetivos para casos em que a diferença entre os valores são grandes, este tipo de correlação superestima os valores efetivos. As correlações não-lineares propostas pelas eqs. (3.12 a 3.15) e pela figura 3.4, buscam uma ponderação mais realista para o caso de uma grande

diferença entre os valores de condutividade térmica. No capítulo 04, a solução numérica apresentada faz uma comparação entre as diferentes correlações para materiais isolantes e metálicos, com pequena e grande diferença entre os valores de condutividade térmica do PCM e matriz porosa. Os valores das propriedades efetivas são obtidas, substituindo-se os valores para a matriz porosa e o PCM separadamente e obtendo-se então um valor efetivo do meio poroso matriz porosa/ PCM para cada região: sólida ou líquida. Os valores das propriedades termofísicas das matrizes porosas e do PCM considerado (água) são mostrados na tabela 3.1. Os valores foram obtidos de Holman (1983), Incropera e DeWitt (1981) e Ozisik (1990).

Os valores efetivos são aplicados nas equações diferenciais e ainda é feita uma consideração na equação (3.4) referente ao balanço de energia na interface. O termo à direita da equação é substituído por:

$$(\rho_f \varepsilon) L \frac{dS(t)}{dt} \quad (3.16)$$

onde o termo  $(\rho_f \varepsilon)$  representa a densidade do fluido (não efetiva) presente na amostra.

Tabela 3.1 Propriedades termofísicas dos materiais sólidos e fluido de mudança de fase.

Matriz porosa	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$c_p$ [J/kg°C]	$k$ [W/m°C]
Água	998	4187	0.59
Gelo	913	1924	2.43
PVC	1700	1338	0.092
Alumínio	2787	883	164
Areia	1414	1321	0.33

Fonte: Holman(1983), Incropera e De Witt (1981) e Ozisik (1990)

### 3.6 Adimensionalização das equações

De modo a obter uma solução generalizada do problema foram utilizadas algumas relações adimensionais, com a finalidade de obtermos equações diferenciais na forma adimensional.

$$\text{Temperatura: } \theta = \frac{T - T_m}{T_m} \quad (3.17)$$

$$\text{Posição: } X = \frac{x}{d}, \quad Y = \frac{y}{w} \quad (3.18)$$

$$\text{Tempo: } \tau = \frac{\alpha_s^* t}{d^2} \quad (3.19)$$

$$\text{Interface: } \delta = \frac{S(t)}{d} \quad (3.20)$$

$$\text{Número de Stefan modificado: } Ste_M = \frac{c_{ps}^* T_m}{\epsilon L} \quad (3.21)$$

onde  $\alpha_s^* = \frac{k_s^*}{\rho_s c_{ps}^*}$  definida como a difusividade térmica efetiva na região sólida.

Essas relações adimensionais e as propriedades efetivas são substituídas nas eqs. (3.2), (3.3), (3.4), (3.5), (3.6) e (3.7), obtendo-se o novo formato para as equações diferenciais na forma adimensional.

### 3.6.1 Equações diferenciais adimensionalizadas

#### Região Sólida

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} \quad (3.22)$$

#### Região Líquida

$$\frac{\partial \theta_l}{\partial \tau} = \frac{\alpha_l^*}{\alpha_s^*} \frac{\partial \theta_l}{\partial X^2} \quad (3.23)$$

#### Interface sólido-líquido

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial X} - \frac{k_l^*}{k_s^*} \frac{\partial \theta_l}{\partial X} = \frac{\rho_f}{\rho_s^*} \frac{1}{Ste_M} \frac{d\delta}{d\tau} \quad (3.24)$$

### 3.6.2 Condições de contorno adimensionais

#### Solidificação

$$\text{Região sólida: } 0 < X < \delta \quad (3.25a)$$

$$\text{Região líquida: } \delta < X < 1 \quad (3.25b)$$

a) para o caso de temperatura uniforme no contorno

$$\theta_s(0, \tau) = \theta_o \quad \text{Para } X = 0 \quad (3.25c)$$

$$\frac{\partial \theta_l}{\partial X} = 0 \quad \text{Para } X = 1 \quad (3.25d)$$

$$\theta_l(X, 0) = \theta_i \quad 0 < X < 1 \quad (3.25e)$$

b) para o caso de temperaturas impostas diferentes

$$\theta_s(0, \tau) = \begin{cases} \theta_{01} \rightarrow 0 < X < 0.5 \\ \theta_{02} \rightarrow 0.5 < X < 1 \\ \frac{\theta_{01} + \theta_{02}}{2} \rightarrow X = 0.5 \end{cases} \quad \tau > 0 \quad (3.25f)$$

$$\frac{\partial \theta_l}{\partial x} = 0 \quad \text{para } X=1 \quad Y=0 \quad Y=1 \quad \tau > 0 \quad (3.25g)$$

$$\theta_l(X, 0) = \theta_i \quad \text{para } 0 < X < 1 \quad 0 < Y < 1 \quad \tau > 0 \quad (3.25h)$$

#### Fusão

$$\text{Região líquida: } 0 < X < \delta \quad (3.26a)$$

$$\text{Região sólida: } \delta < X < 1 \quad (3.26b)$$

$$\frac{\partial \theta_l}{\partial X} = -\frac{d}{k_l^* T_m} q \quad \text{Para } X = 0 \quad (3.26c)$$

$$\frac{\partial \theta_l}{\partial X} = -\frac{d}{k_l^* T_m} q(t) \quad \text{Para } X = 0 \quad (3.26d)$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial X} = 0 \quad \text{Para } X = 1 \quad (3.26e)$$

$$\theta_s(X, 0) = \theta_i \quad 0 < X < 1 \quad (3.26f)$$

Para interface a mesma condição de contorno para os dois processos é dada por:

$$\theta_s(\delta, \tau) = \theta_1(\delta, \tau) = \theta_m \quad X = \delta \quad (3.27)$$

Onde:

$$q(t) = IA - h_c(T_{\text{sup}} - T_A(t)) - \gamma\sigma(T_{\text{sup}}^4 - T_A^4(t)).$$

## **Capítulo 4**

### **Solução Numérica**

O modelamento matemático permitiu-nos obter as equações diferenciais adimensionais que governam o processo de transferência de calor em um meio poroso. A solução dessas equações permite obter a distribuição de temperatura ao longo da camada porosa plana nas regiões sólida e líquida e localizar a posição da interface sólido-líquido ao longo do tempo. Para se obter tal solução criou-se um programa numérico, usando o esquema de malhas móveis, método de diferenças finitas em volumes de controle proposto por Patankar (1980) com a formulação implícita de Cranck-Nicholson e o algoritmo TDMA também proposto por Patankar (1980) para a resolução do sistema de equações algébricas.

#### **4.1 Considerações do método numérico**

O método numérico de diferenças finitas em volumes de controle, também chamado de Volumes Finitos, consiste em se dividir o domínio de interesse em volumes de controle, discretizar as equações governantes do processo e aplicá-las em cada volume de controle, representando cada um deles por uma equação algébrica da variável de interesse, tendo-se então um sistema de equações algébricas. A solução do sistema gerado, leva aos valores da variável de interesse em todos os pontos nodais do domínio. A seguir mostramos os passos seguidos para construção do programa numérico.

#### **4.2 Escolha da malha**

Considerando-se que o problema possa ocorrer em duas situações básicas:



- processo de uma única fase:

Quando o processo possui apenas uma fase líquida ou sólida, usamos uma malha fixa de pontos nodais, como mostrado na figura 4.1. Os pontos nodais são colocados nos centros dos volumes de controle e nos contornos como mostrado na figura, nos contornos é usada a técnica de meio volume de controle.

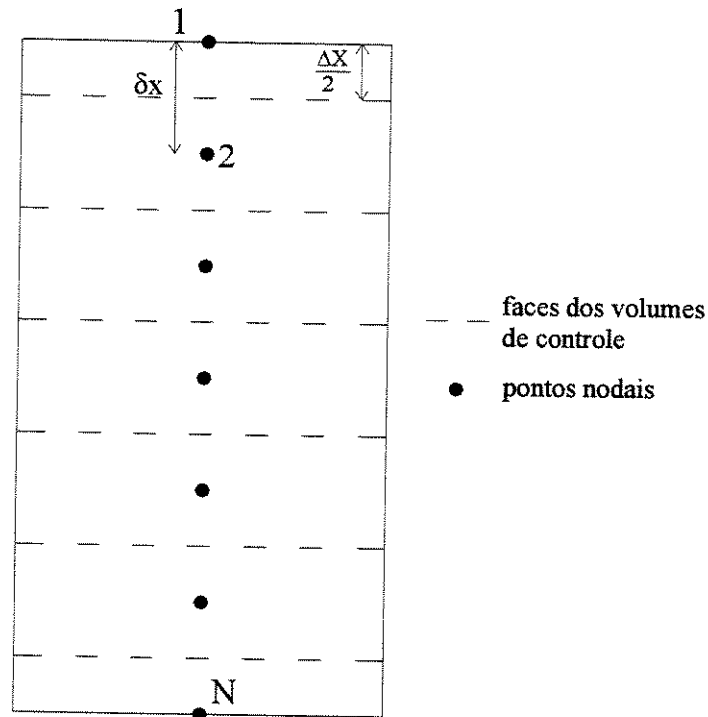


Figura 4.1 Malha fixa

- presença de duas fases:

Quando coexistem as duas fases, foi utilizada uma malha do tipo móvel, proposta por Murray e Landis (1959), como mostrada na figura 4.2. Neste caso há uma malha para cada região (sólida e líquida), de modo que sempre exista um ponto nodal sobre a interface sólido-líquido. A medida que a interface avança, uma das malhas é estendida e a outra contraída. A posição da interface é obtida com uma discretização especial da equação (3.24) em função dos pontos nodais adjacentes à interface.

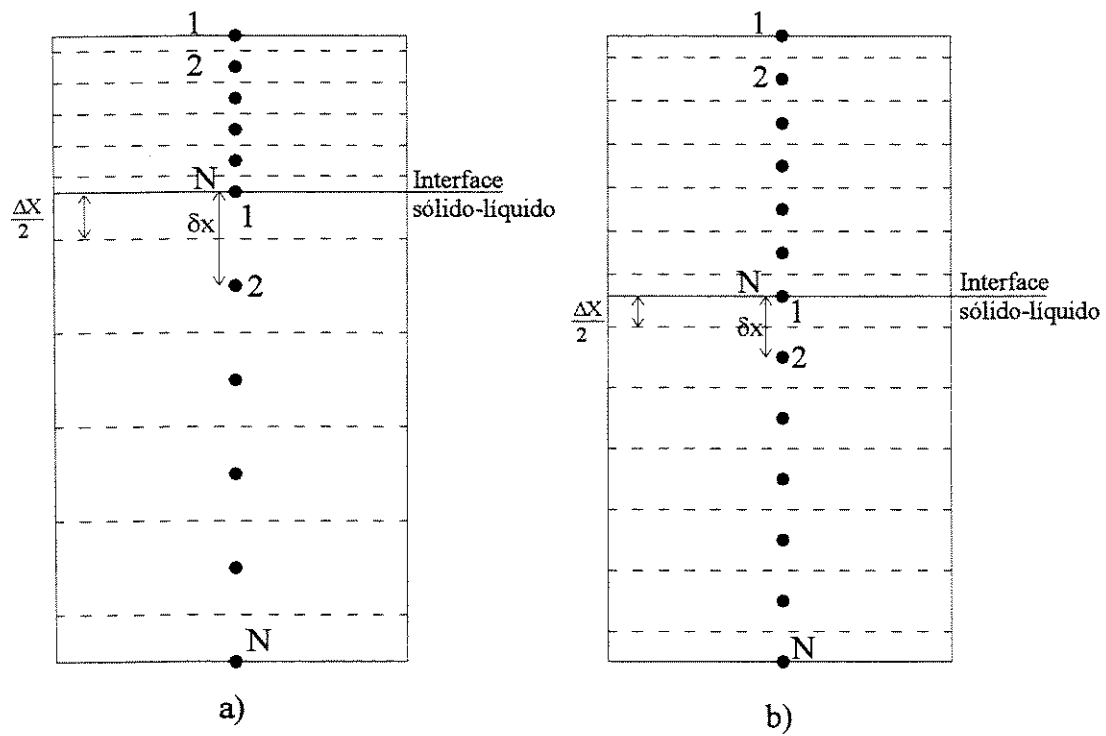


Figura 4.2 Malha móvel: a) tempo anterior; b) tempo posterior

### 4.3 Discretização das equações

#### 4.3.1 Pontos internos ao domínio das regiões sólida e líquida

Considerando o volume de controle interno à região sólida como mostrado na figura 4.3

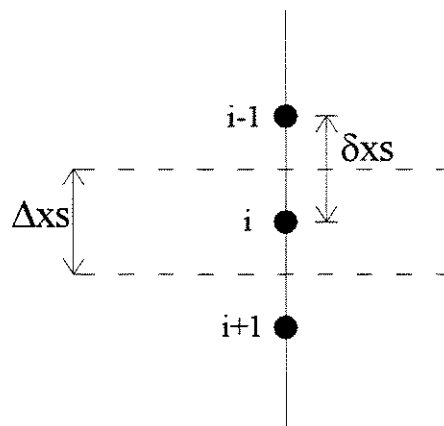


Figura 4.3 Volume de controle interno

Integrando a equação (3.22) no volume de controle e no intervalo de tempo  $\tau \rightarrow \tau + \Delta\tau$

$$\int_{i-1}^{i+1} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} d\tau dX = \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{i-1}^{i+1} \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial \theta_s}{\partial X} \right) dX d\tau \quad (4.1)$$

assumindo que o valor de  $\theta$  é válido em todo o volume de controle, podemos escrever que:

$$\int_{i-1}^{i+1} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} d\tau dX = \Delta X_s [\theta_s(k+1, i) - \theta_s(k, i)] \quad (4.2)$$

onde o índice “k+1” refere-se a temperatura no tempo posterior e “k” ao tempo atual. Logo a equação (4.1) integrada no espaço:

$$\Delta X_s [\theta_s(k+1, i) - \theta_s(k, i)] = \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \left[ \frac{\theta_s(i+1) - \theta_s(i)}{\delta x_s} - \frac{\theta_s(i) - \theta_s(i-1)}{\delta x_s} \right] d\tau \quad (4.3)$$

Neste ponto, torna-se necessário, assumir a maneira que o valor da temperatura varia com o tempo. A figura 4.4 mostra formas tradicionais de se interpolar os valores entre o tempo atual e o tempo posterior:

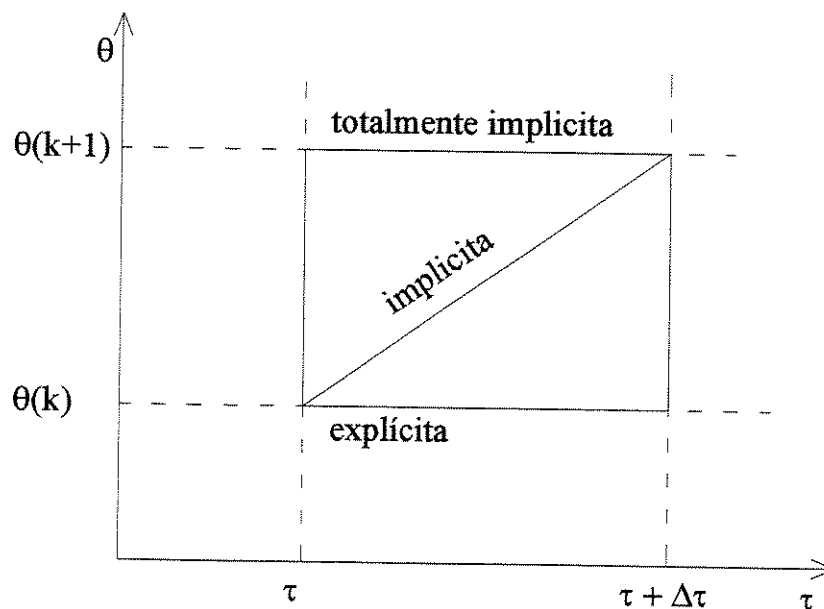


Figura 4.4 Formas comuns de interpolação do valor da temperatura

Essas funções de interpolação podem ser representadas pela expressão:

$$\theta = f\theta(k+1) + (1-f)\theta(k)$$

onde  $f$  varia de 0 até 1. Assim a equação 4.3 torna-se:

$$\Delta X_s [\theta_s(k+1, i) - \theta_s(k, i)] = \left[ \begin{array}{l} f \left( \frac{\theta_s(k+1, i+1) - \theta_s(k+1, i)}{\delta x_s} - \frac{\theta_s(k+1, i) - \theta_s(k+1, i-1)}{\delta x_s} \right) \\ - (1-f) \left( \frac{\theta_s(k, i+1) - \theta_s(k, i)}{\delta x_s} - \frac{\theta_s(k, i) - \theta_s(k, i-1)}{\delta x_s} \right) \end{array} \right] \Delta \tau \quad (4.4)$$

O valor de  $f = 0$  representa o método explícito, em que os valores de temperatura no tempo posterior são obtidos em função somente dos valores no tempo atual. Qualquer valor de  $f$  entre 0 e 1 corresponde ao método implícito, onde os valores da temperatura no tempo posterior são obtidos em função do tempo atual e do tempo posterior, ou somente em função do tempo posterior caso do método totalmente implícito em que  $f = 1$ . Optamos por utilizar o método de Cranck - Nicholson em que  $f = 0.5$ , considerando uma média aritmética entre o tempo atual e o tempo posterior.

Substituindo-se  $f = 0.5$  e chamando  $as = \frac{1}{\delta X_s}$  e  $apos = \frac{\Delta X_s}{\Delta \tau}$  chegamos a equação discretizada para os pontos internos da região sólida.

$$(apos + as)\theta_s(k+1, i) = \frac{as}{2}\theta_s(k+1, i+1) + \frac{as}{2}\theta_s(k+1, i-1) + Bs \quad (4.5)$$

$$\text{onde } Bs = \frac{as}{2} [\theta_s(k, i+1) + \theta_s(k, i-1)] + (apos - as)\theta_s(k, i)$$

O método de volumes finitos impõe uma condição de estabilidade da solução. Todos os coeficientes das equações algébricas devem ser sempre positivos, de modo a evitar irrealidade física na solução. Assim a solução gerada pela equação (4.5) é válida desde que  $apos - as \geq 0$  e considerando que  $\delta X_s = \Delta X_s$ , isso implica que:

$$\Delta\tau \leq \Delta X_s^2 \quad (4.6)$$

limitando a validade da solução a um intervalo de tempo máximo, que sendo este ultrapassado podem ser geradas soluções fisicamente irreais.

Usando-se a mesma técnica para os pontos internos da região líquida, discretizando-se a equação (3.23) e seguindo os mesmos passos, chegamos a seguinte equação discretizada para a região líquida:

$$(\text{apol} + \text{al})\theta_1(k+1, i) = \frac{\text{al}}{2}\theta_1(k+1, i+1) + \frac{\text{al}}{2}\theta_1(k+1, i-1) + \text{Bl} \quad (4.7)$$

$$\text{onde: } \text{apol} = \frac{\Delta X_l \alpha_s^*}{\Delta\tau \alpha_1^*}; \quad \text{al} = \frac{1}{\delta x_l}; \quad \text{Bl} = \frac{\text{al}}{2}[\theta_1(k, i+1) + \theta_1(k, i-1)] + (\text{apol} - \text{al})\theta_1(k, i)$$

com a condição de estabilidade que  $\text{apol} - \text{al} \geq 0$ , em que  $\delta X_l = \Delta X_l$

$$\Delta\tau \leq \Delta X_l^2 \frac{\alpha_s^*}{\alpha_1^*} \quad (4.8)$$

### 4.3.2 Interface

Na interface o balanço de energia é dado pela equação (3.24). Considerando o volume de controle mostrado na figura 4.5

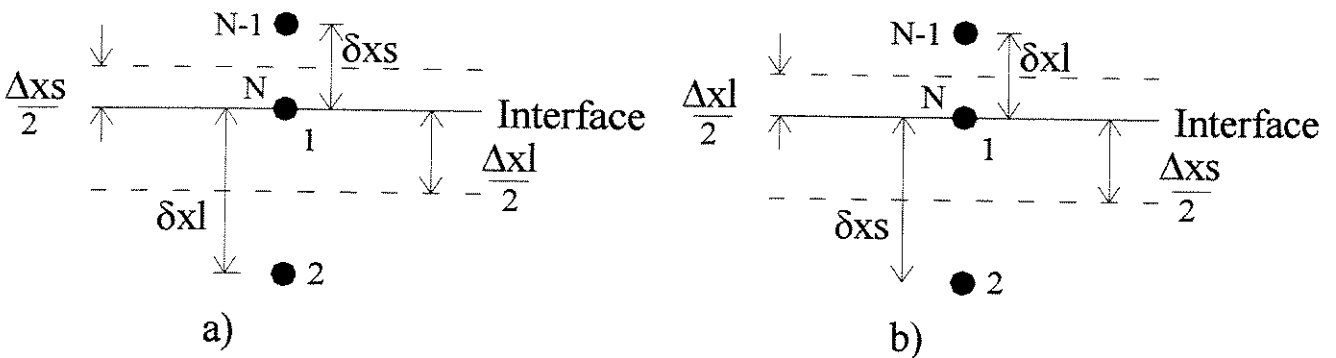


Figura 4.5 Volume de controle na interface: a) solidificação; b) fusão

A discretização da equação da interface, é feita em função da temperatura nos pontos adjacentes interface, nas regiões sólida e líquida. Nesse caso a discretização é feita usando uma formulação totalmente explícita, determinando a posição da interface no instante posterior em função dos valores de temperatura no tempo atual.

a) solidificação

$$\frac{[\theta_s(k, N) - \theta_s(k, N-1)]}{\delta x_s} - \frac{k_l^* [\theta_l(k, 2) - \theta_l(k, 1)]}{k_s^* \delta x_l} = \frac{\rho_l}{\rho_s} \frac{1}{Ste_M} \frac{\delta(k+1) - \delta(k)}{\Delta \tau} \quad (4.9)$$

chamando:  $as = \frac{1}{\delta x_s}$ ;  $al = \frac{1}{\delta x_l}$ ;  $K = \frac{k_l^*}{k_s^*}$  e  $A_{liq} = \frac{\rho_l}{\rho_s} \frac{1}{Ste_M}$  e lembrando que

$\theta_s(k, N) = \theta_l(k, 1) = \theta_m$ , mas  $\theta_m = 0$ , logo:

$$\delta(k+1) = \delta(k) - \frac{\Delta \tau}{A_{liq}} [as\theta_s(k, N-1) + al \cdot K \cdot \theta_l(k, 2)] \quad (4.10)$$

sendo está a equação que dá a posição da interface no tempo posterior para o processo de solidificação em função do intervalo de tempo e da distribuição de temperatura no instante atual.

b) fusão

Utilizando-se a configuração da figura 4.5b e com as mesmas considerações para o caso de solidificação, podemos chegar então a equação para determinação da posição da interface no tempo posterior para o caso de fusão:

$$\delta(k+1) = \delta(k) + \frac{\Delta \tau}{A} [as\theta_s(k, 2) + al \cdot K \cdot \theta_l(k, N-1)] \quad (4.11)$$

### 4.3.3 Equações discretizadas para os contornos

Para os contornos superior e inferior é feito um balanço de energia no  $\frac{1}{2}$  volume de controle da fronteira, determinando-se a equação discretizada que fornecerá o valor da temperatura no ponto nodal no contorno em função da condição de contorno e do ponto nodal interno adjacente à fronteira. De acordo com as condições de contorno, a presença de uma ou mais fases e do

processo ser de solidificação ou fusão teremos diferentes equações discretizadas para cada contorno. As equações discretizadas para os contornos são mostradas no Apêndice C.

#### 4.4 Resolução do sistema de equações algébricas

As equações discretizadas aplicadas em cada volume de controle do domínio, levam a um sistema de equações cuja solução nós dá o valor da temperatura em cada ponto nodal e assim a distribuição de temperatura no instante de tempo considerado, em todo o domínio.

Diversos métodos para resolução de sistemas de equações algébricas são encontrados na literatura. Podemos citar o método de eliminação de Gauss e o método de Gauss-Seidel. Optamos por utilizar o algoritmo TDMA, na forma sugerida por Patankar (1980). Escolhemos este método pela facilidade de aplicação e por necessitar de recursos de armazenamento e tempo computacional proporcionais ao número de pontos da malha (N). A seguir são mostrados os passos seguidos na elaboração do algoritmo TDMA.

Partindo-se de uma equação do tipo:

$$a_i \theta(k, i) = b_i \theta(k, i+1) + c_i \theta(k, i-1) + d_i \quad (4.16)$$

onde  $i = 1, 2, \dots, N$  e  $k = 1, 2, \dots, t$  calcula-se inicialmente os coeficientes  $P(i)$  e  $Q(i)$  através de :

$$P_i = \frac{b_i}{a_i - c_i P_{i-1}} \text{ e } Q_i = \frac{d_i + c_i Q_{i-1}}{a_i - c_i P_{i-1}}$$

para  $i = 0$  não existe sentido físico para  $\theta(k, 0)$ , então  $c_1 = 0$  do mesmo modo que para  $i = N$  também não há sentido para  $\theta(k, N+1)$ , logo  $b_N = 0$  assim temos que:

$$P_1 = \frac{b_1}{a_1} \text{ e } Q_1 = \frac{d_1}{a_1}$$

e atribuímos  $\theta(k, N) = Q_N$ . Usando-se a equação (4.16) fazendo-se  $i = (N-1), (N-2), \dots, 1$ , num processo de substituição de volta, substituindo-se os valores de  $P_i$  e  $Q_i$  calculando assim os valores de  $\theta$  em todos os pontos nodais da malha, através da equação (4.17)

$$\theta(k,i) = P_i \theta(k,i+1) + Q_i \quad (4.17)$$

#### 4.5 Otimização do número de pontos da malha (N)

A verificação da influência que o número de pontos nodais da malha possui nos resultados, foi examinada aplicando-se o programa numérico para uma camada porosa de espessura 0.075m, com porosidade 0.4, saturada com água. A matriz porosa é o PVC. O processo testado foi o de solidificação para uma temperatura inicial de 20°C, temperatura imposta no contorno superior de -20°C e um tempo total de ensaio de 3600s. Os valores das propriedades efetivas são obtidos da tabela 3.1. A figura 4.6 mostra os resultados obtidos para posição da interface (mm) *versus* tempo (s) para diferentes números de pontos.

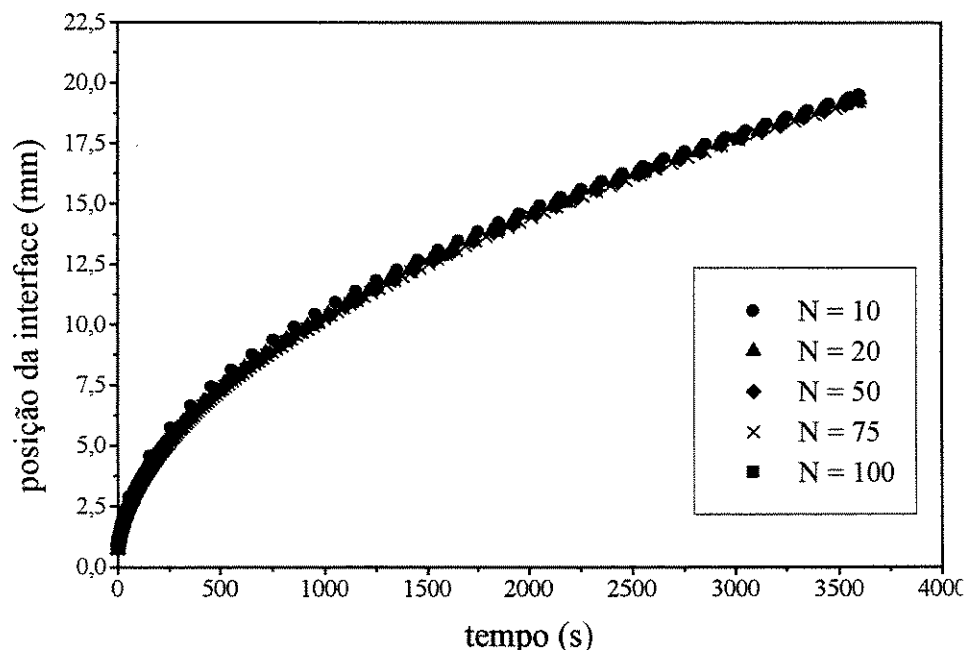


Figura 4.6 Otimização do número de pontos da malha.

A figura 4.6 mostra que para um número de pontos iguais a 20, 50, 75 e 100, os resultados são os mesmos. Para  $N = 10$  há uma pequena diferença nos valores obtidos. O critério para a escolha do número de pontos, foi o tempo computacional gasto para a execução dos cálculos. O tempo gasto para o cálculo para  $N = 50$  é muito maior do que para  $N = 20$  e cresce ainda mais para  $N = 75$  e 100. Em virtude dessa característica e visando uma boa relação entre minimização



do tempo computacional e a discrepância nos resultados numéricos, escolheu-se uma malha com 20 pontos em cada região (sólida e líquida).

#### 4.6 Otimização do intervalo de tempo

Para verificação da influência do intervalo de tempo ( $dt$ ) possui nos resultados, o programa numérico foi testado com as mesmas condições do caso para otimização do número de pontos da malha. A figura 4.7 mostra os resultados para diversos intervalos de tempo.

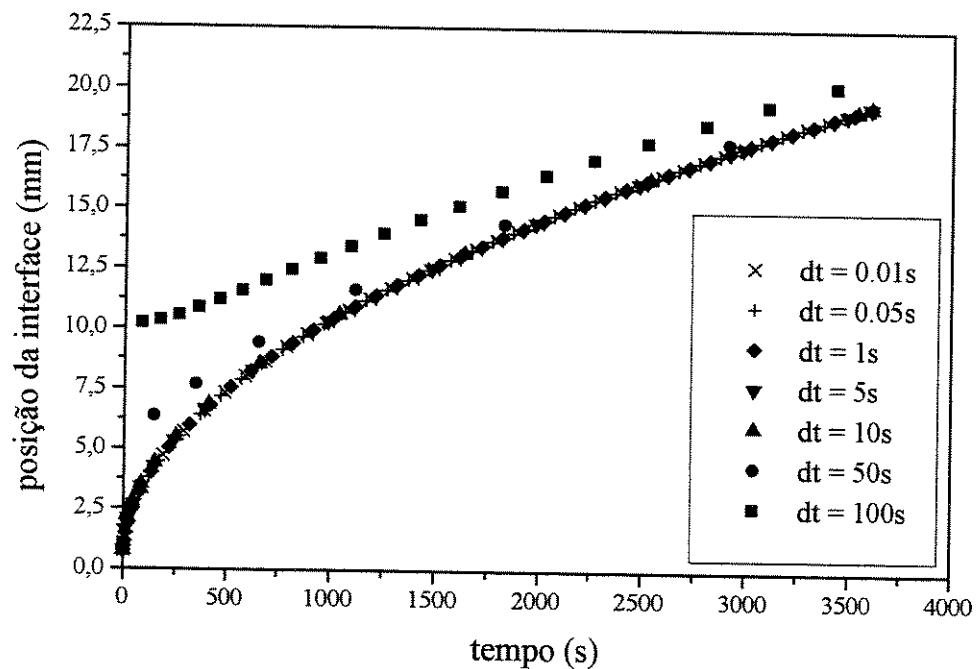


Figura 4.7 Otimização do intervalo de tempo

A figura 4.7 mostra que para intervalos de tempo menores que 10s os resultados são coincidentes. Quando se utilizam intervalos de tempo maiores, como 50 e 100s os resultados tem uma discrepância muito grande. O mesmo critério baseado no tempo computacional para efetuar os cálculos foi utilizado para definir o  $dt$ . Para  $dt$  até 1s o tempo computacional não era excessivo, porém o uso de  $dt = 0.05$  e  $0.01$  tornaram o tempo computacional muito alto. Diante dessas circunstâncias, optou-se pelo  $dt = 1s$ , pelos mesmos critérios utilizados para escolha do número de pontos da malha.

#### 4.7 Validação do modelo e escolha da correlação para condutividade térmica efetiva.

O modelo numérico foi comparado com uma solução analítica através do método integral para presença de duas fases obtida de Ismail (1999) considerando-se que a porosidade fosse igual a 1, ou seja somente presença de líquido, e com dados experimentais de Pimentel (1995). Nas figuras 4.8 e 4.9 mostramos a comparação da previsão do modelo numérico para posição da interface em função do tempo e para a distribuição de temperatura ao longo da camada porosa.

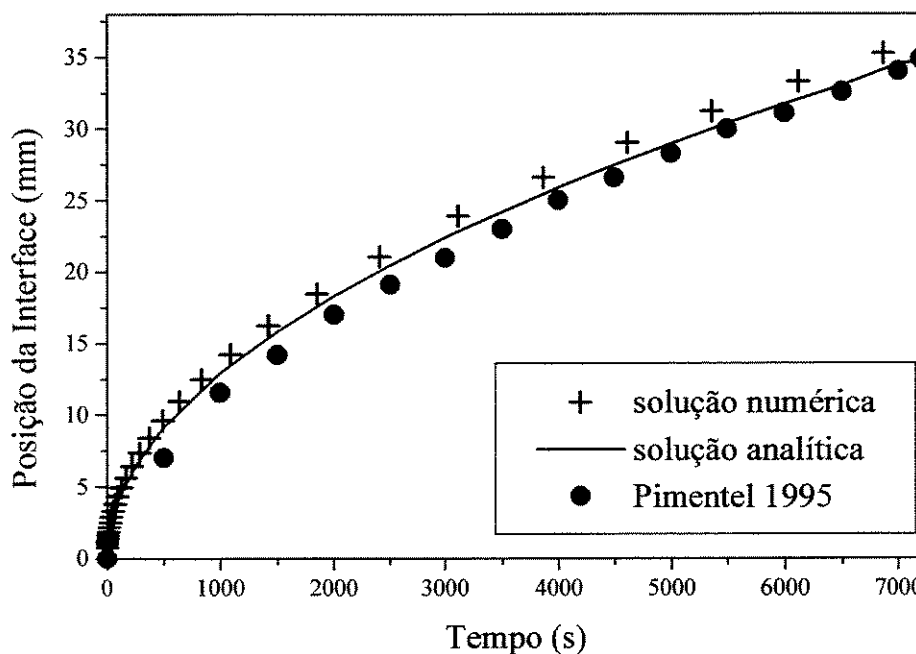


Figura 4.8 Comparação entre o modelo numérico proposto, a solução analítica do método integral e os resultados experimentais de Pimentel (1995) para a posição da interface em função do tempo.

As figuras 4.8 e 4.9, mostram que o modelo numérico desenvolvido concorda com os resultados obtidos pelo método integral e os dados experimentais. No caso da posição da interface os resultados são praticamente coincidentes. Quanto ao caso da distribuição da temperatura os resultados são coincidentes na região sólida, mas possuem uma ligeira diferença entre si. Esse fato pode ser explicado pelo fato que tanto o modelo numérico quanto o analítico, não consideram a presença da convecção natural. Os resultados experimentais mostram que tal fenômeno provoca um pequeno aumento na temperatura. As condições utilizadas para as comparações no caso da posição da interface são temperatura imposta de  $-16^{\circ}\text{C}$ , temperatura

inicial 20°C, tempo de simulação de 7200s. Para o caso da distribuição de temperatura, a temperatura imposta é de -14°C, a temperatura inicial de 21°C e o tempo de simulação de 3600s.

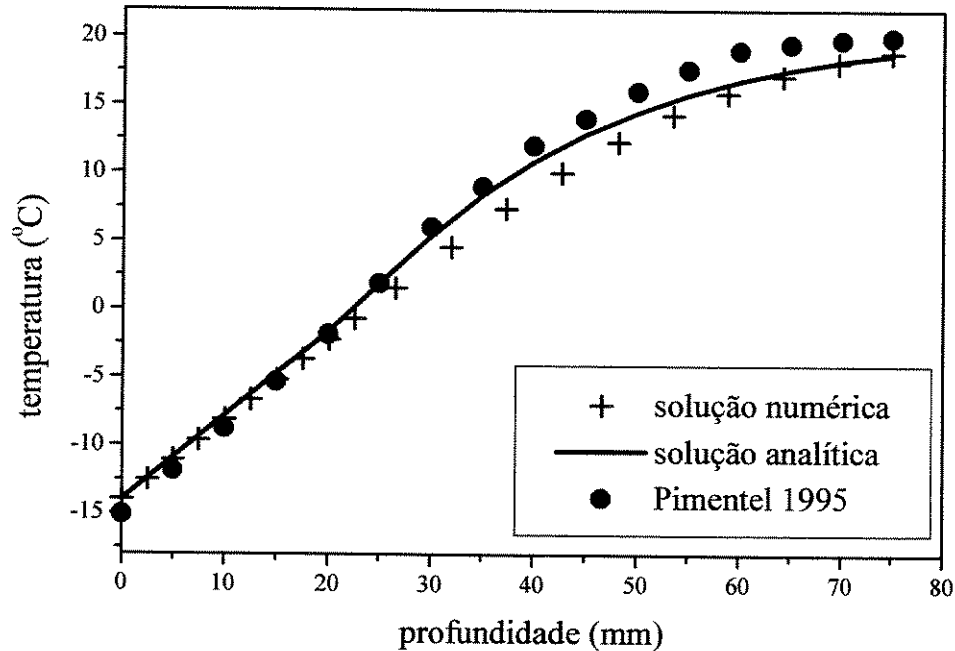


Figura 4.9 Comparação entre o modelo numérico proposto, a solução analítica do método integral e os resultados experimentais de Pimentel (1995) para a distribuição de temperatura ao longo da camada porosa.

Na situação anterior quando o modelo é comparado com a solução analítica do método integral e os dados experimentais de Pimentel (1995), o valor da porosidade igual a 1, implica que na presença somente de PCM líquido na camada porosa, no caso da presença de matrizes porosas com diferentes propriedades termofísicas, o modelo foi comparado com os dados experimentais de Pimentel(1995) para materiais metálicos e não-metálicos constituintes da matriz porosa. Nesta comparação analisou-se os resultados que diferentes correlações para condutividade térmica produzem para cada tipo de material de modo a se escolher uma correlação que se adequasse tanto a materiais metálicos e não-metálicos constituintes da matriz porosa. A comparação entre os dados experimentais e o modelo numérico proposto utilizado-se cada correlação para condutividade térmica efetiva propostas, foi feita para materiais metálicos (alumínio) e não-metálicos (PVC) de modo a validar o modelo e determinar uma correlação que se adaptasse aos dois tipos de materiais.

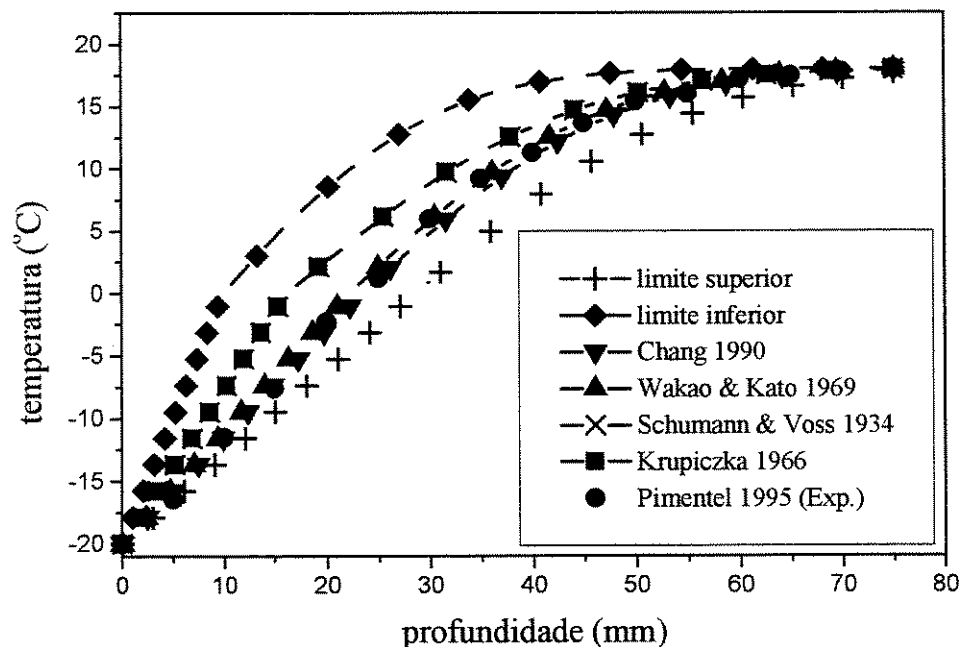


Figura 4.10 Comparação do modelo e correlações de condutividade térmica efetiva com trabalho de Pimentel (1995) para materiais não-metálicos (PVC)

As condições desta simulação foram:  $T_o = -20^{\circ}\text{C}$ ,  $T_i = 18^{\circ}\text{C}$ ,  $\epsilon = 0.43$  e  $t = 3600\text{s}$ . Para materiais não-metálicos (PVC), os resultados numéricos, obtidos para as diferentes correlações para condutividade térmica efetiva aproximam-se dos experimentais. As correlações propostas por Chang (1990) e Wakao e Kato (1969) são as que melhor concordam com os dados experimentais

A figura 4.11 mostra a comparação para o caso de materiais metálicos (alumínio), com as seguintes condições:  $T_o = -12.5^{\circ}\text{C}$ ,  $T_i = 21^{\circ}\text{C}$ ,  $\epsilon = 0.42$  e  $t = 3600\text{s}$ . Para materiais metálicos (alumínio), a maioria das correlações superestimam o valor da condutividade térmica efetiva, gerando valores de temperatura muito menores que os obtidos experimentalmente. Nesse caso, a correlação proposta por Chang (1990), mostrou boa concordância entre os resultados numéricos e os experimentais.

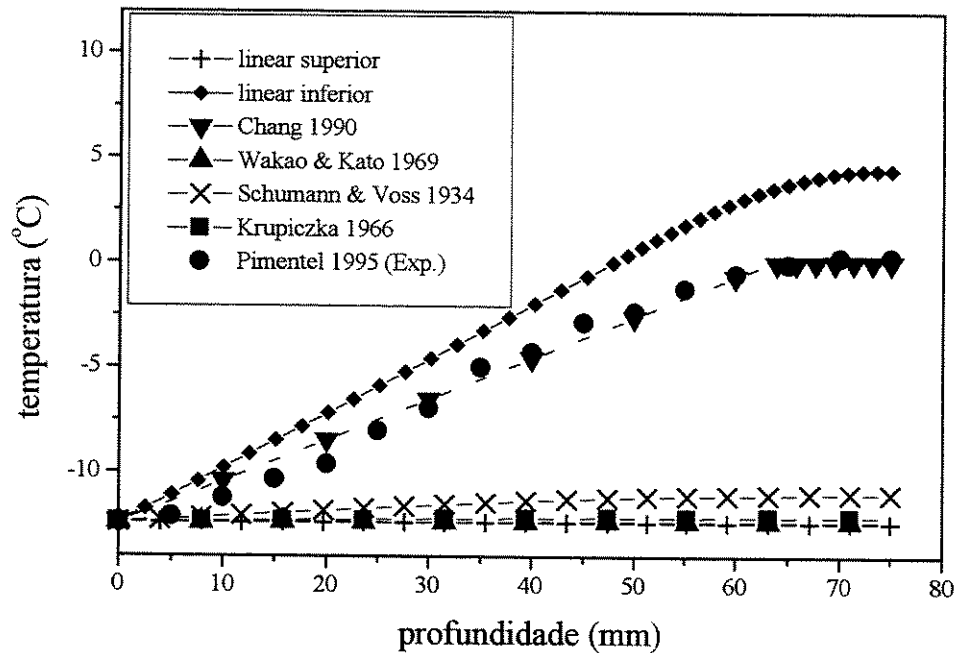


Figura 4.11 Comparação do modelo e correlações de condutividade térmica efetiva com trabalho de Pimentel (1995) para materiais metálicos (Alumínio)

Ainda foi efetuada uma comparação, com uma camada porosa de esferas de vidro e água, mostrada na figura 4.12. As condições da simulação são;  $T_o = -11.7^{\circ}\text{C}$ ,  $T_i = 20^{\circ}\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0.4$  e  $t = 1800\text{s}$ . Os resultados mostram que todas as correlações prevêem praticamente o mesmo comportamento para a distribuição de temperatura. Todas as correlações prevêem que as temperaturas são menores que as obtidas experimentalmente. Esse fato é explicado, porque os resultados experimentais considerados utilizam esferas de vidro de diâmetro médio de 14mm, esse tamanho de partícula sólida, que constitui o meio poroso, propicia o aparecimento de pequenas correntes convectivas, uma vez que os espaços vazios no interior da camada porosa são maiores que no caso de utilização de meios porosos que possuam partículas de dimensões reduzidas que impedem a formação de correntes convectivas. Assim, a presença de convecção natural, mesmo de baixa intensidade, provoca um crescimento menor da interface e faz com que as temperaturas ao longo de toda a placa sejam maiores. Como o modelo numérico não prevê a existência de convecção natural na região líquida, ocorre essa pequena discrepância entre os resultados. Isso constitui, portanto, uma limitação na utilização do modelo puramente condutivo.

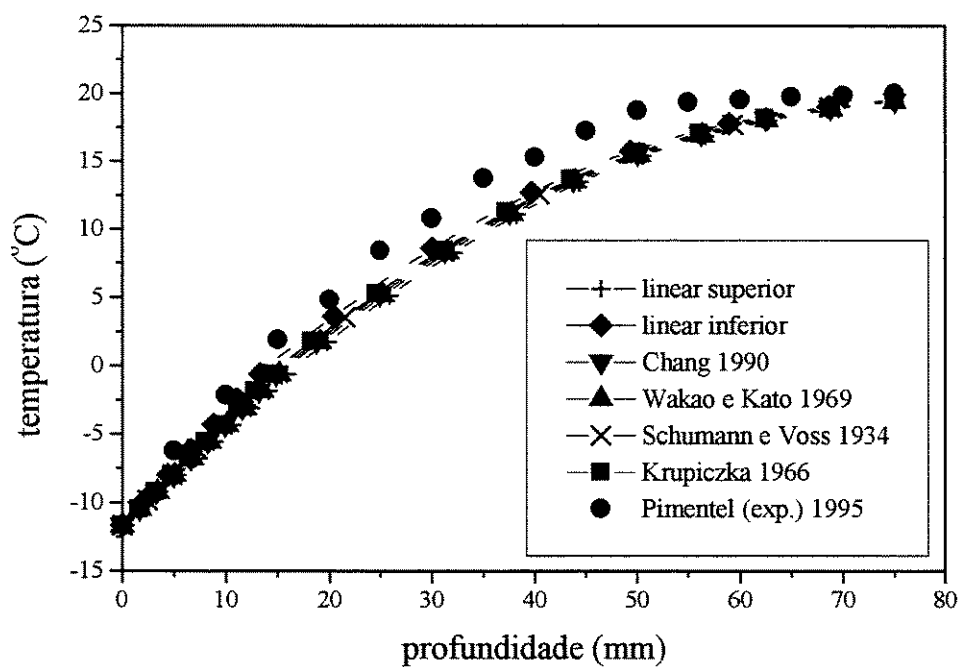


Figura 4.12 Comparação do modelo e correlações de condutividade térmica efetiva com trabalho de Pimentel (1995) para vidro.

Com a correlação proposta por Chang (1990), consegue-se uma boa comparação para os três tipos de materiais, sendo esta então adotada como a correlação para condutividade térmica efetiva do modelo numérico.

## Capítulo 5 Resultados e discussões

Foram gerados códigos computacionais em linguagem Fortran para a resolução dos processos de solidificação e fusão. A simulação para cada processo é mostrada a seguir, assim como as considerações feitas em cada um dos processos.

### 5.1 Solidificação

O processo de solidificação foi examinado com o uso de diferentes porosidades ( $\epsilon$ ), temperaturas impostas ( $T_0$ ), temperaturas iniciais da camada porosa ( $T_i$ ) e matrizes porosas constituintes do meio poroso. Para iniciar a simulação numérica foi necessário admitir a existência de uma fina camada de gelo, no instante  $t = 0$ . Essa espessura inicial constituiu a malha inicial da região sólida e o domínio restante a malha inicial da região líquida. Utilizando-se a equação (4.10), determina-se as posições da interface para os instantes subsequentes e assim o tamanho das malhas de cada região. Analisando-se a consistência dos resultados, escolheu-se a espessura inicial de 1% do domínio total.

Apresentamos inicialmente os resultados para o caso em que o contorno é mantido a uma única temperatura uniforme e depois o caso em que o contorno é mantido a temperaturas impostas com valores diferentes. Todas as camadas porosas analisadas possuem espessura de 0.1m. Analisou-se a variação da posição da interface ( $\delta$ ) em função do tempo ( $t$ ), a distribuição de temperatura ( $\theta$ ) ao longo da profundidade ( $X$ ) da camada porosa e o tempo de solidificação total ( $t_c$ ) da camada porosa para diferentes porosidades, temperaturas impostas e temperaturas inicial da camada porosa. As figuras seguintes mostram os resultados obtidos, quando se varia a porosidade do meio.

### 5.1.1 Variação da porosidade

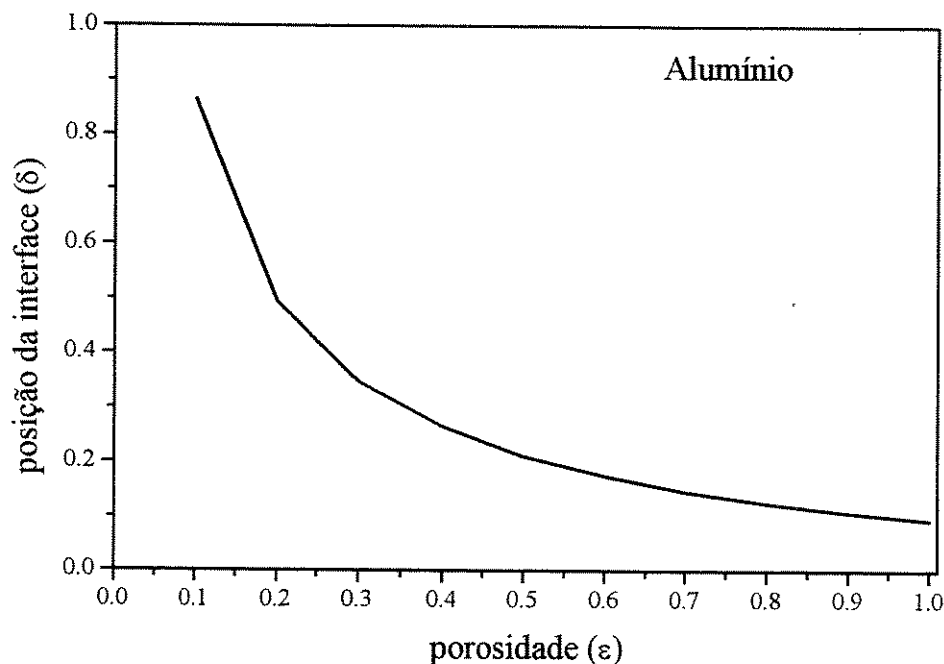


Figura 5.1 Posição da interface em função da porosidade (temperatura imposta =  $-15^{\circ}\text{C}$ ; temperatura inicial =  $20^{\circ}\text{C}$ , tempo de simulação = 500s, meio alumínio/água)

A figura 5.1, mostra a variação da posição da interface em função da porosidade para o alumínio. Com a diminuição da porosidade, há menor quantidade de líquido na camada porosa, o que leva a valores maiores da posição da interface. A explicação é dada pelos valores de difusividade térmica efetiva da região solidificada. O alumínio possui uma difusividade térmica muito maior que a do gelo, à medida que a porosidade diminui, e mais alumínio é incorporado à camada porosa, a difusividade térmica do meio aumenta, intensificando a transferência de calor e a profundidade alcançada pela interface. Com o aumento da porosidade e menor quantidade de alumínio na camada porosa, a difusividade térmica do meio poroso diminui e a profundidade alcançada pela interface também.

A figura 5.2, mostra a posição da interface em função da porosidade para o meio poroso PVC/água.



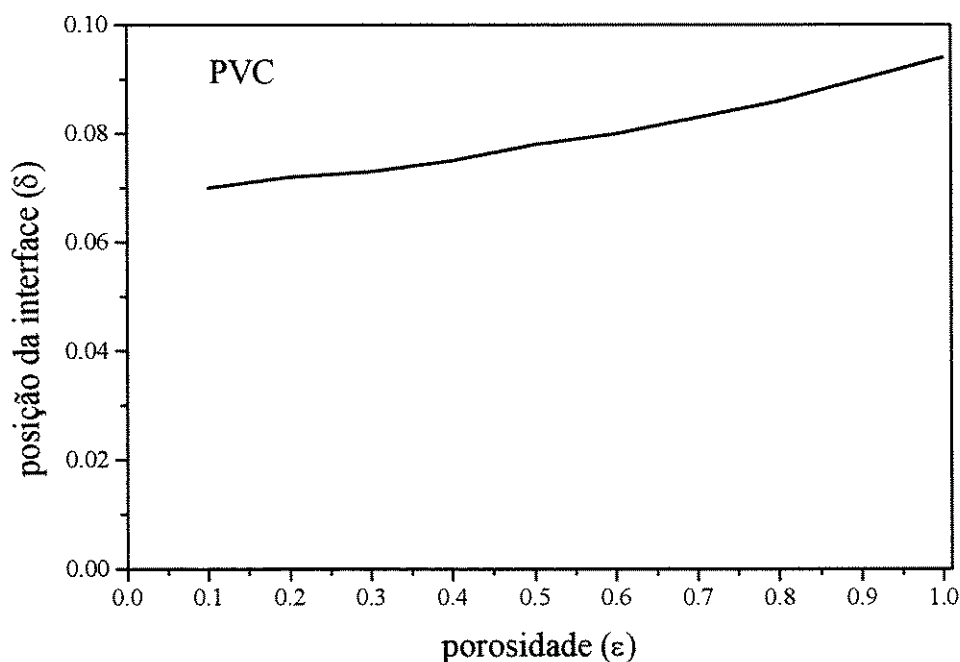


Figura 5.2 Posição da interface em função da porosidade (temperatura imposta =  $-15^{\circ}\text{C}$ ; temperatura inicial =  $20^{\circ}\text{C}$ , tempo de simulação = 500s, meio PVC/água)

O comportamento do meio poroso PVC/água é oposto ao caso de alumínio/água. A difusividade térmica do PVC é menor que a do gelo. Com a diminuição da porosidade, há menor quantidade de PCM, portanto diminui a difusividade térmica do meio, diminuindo a transferência de calor e a profundidade alcançada pela interface. Ao contrário do alumínio que favorece o processo de solidificação, o PVC, por ser um material não-metálico e isolante térmico, inibe o processo de solidificação. Portanto, quanto maior a quantidade de PVC na camada porosa, mais lento será o crescimento da interface e conseqüentemente a solidificação do PCM presente na camada porosa. A variação da porosidade, neste caso, leva a uma variação menor da posição da interface do que o caso do meio alumínio/água. As propriedades efetivas são dadas em função dos valores das propriedades do PCM, da matriz porosa e da porosidade, estimando uma média entre os valores do PCM e da matriz porosa. Quando se faz uma estimativa entre uma matriz porosa com condutividade térmica muito maior que a do PCM, caso do alumínio, qualquer variação nos valores da porosidade, levam a grandes variações nos valores da condutividade térmica efetiva, nas regiões sólida e líquida do meio poroso. Isso faz com que a difusividade térmica do meio tenha grandes variações com a porosidade, o que faz com que a posição da interface, também tenha uma grande variação. Quando a matriz porosa e o PCM possuem valores

de condutividade térmica próximos, a variação da porosidade não gera grandes variações na difusividade do meio, portanto, a variação na posição da interface também é menor.

Na figura 5.3, a distribuição de temperatura ao longo de toda a camada porosa para diferentes porosidades do meio alumínio/água, mostra que a diminuição da porosidade diminui a temperatura em toda a camada porosa. A diminuição da porosidade como visto na análise da figura 5.1, intensifica a transferência de calor, fazendo com que as temperaturas diminuam em toda a camada porosa. No meio poroso alumínio/água, qualquer variação na porosidade gera grandes variações na distribuição de temperatura ao longo de toda a camada porosa.

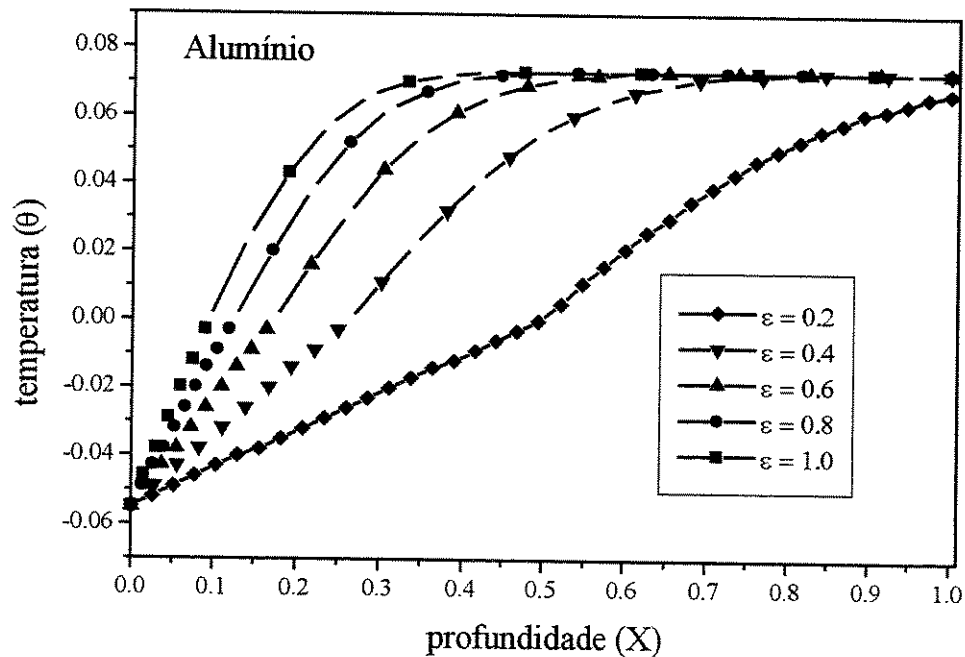


Figura 5.3 Distribuição de temperatura ao longo da camada porosa com diferentes porosidades (temperatura imposta =  $-15^{\circ}\text{C}$ , temperatura inicial =  $20^{\circ}\text{C}$ ; tempo de simulação = 500s, meio alumínio/água)

Na figura 5.4, a distribuição da temperatura ao longo de toda a camada porosa para diferentes porosidades para o meio PVC/água, confirma a análise da figura 5.2. A menor diferença entre os valores de condutividade térmica da matriz porosa (PVC) e o PCM, faz com que a variação da porosidade não produza grandes variações nos valores de temperatura ao longo da camada porosa. A diminuição da porosidade aumenta os valores das temperaturas nas regiões sólida e

líquida, confirmando que o aumento da quantidade de PVC na camada porosa inibe o processo de solidificação.

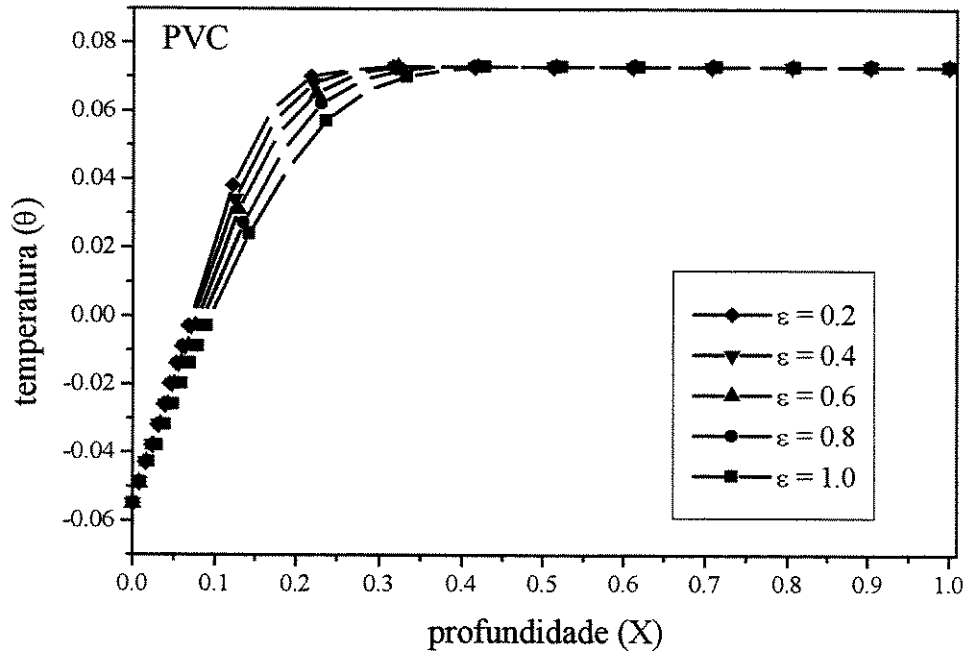


Figura 5.4 Distribuição de temperatura ao longo da camada porosa com diferentes porosidades (temperatura imposta =  $-15^{\circ}\text{C}$ , temperatura inicial =  $20^{\circ}\text{C}$ ; tempo de simulação = 500s, meio PVC/água)

A análise da influência da porosidade no tempo de solidificação total da camada porosa é mostrada nas figuras 5.5 e 5.6, para o alumínio e o PVC, respectivamente. Como já foi observado nas análises anteriores, o meio poroso alumínio/água, favorece o processo de solidificação, a diminuição da porosidade, aumenta a profundidade alcançada pela interface e conseqüentemente diminui o tempo de solidificação total da camada porosa. Para o PVC, que inibe o processo de solidificação, a diminuição da porosidade, aumenta o tempo de solidificação total, em ambos os casos, a diminuição ou aumento do tempo é acentuado com a variação da porosidade. Nota-se ainda que a variação do tempo total de solidificação em função da porosidade é maior para o meio alumínio/água que o meio PVC/água, pela maior variação de sua difusividade térmica efetiva.

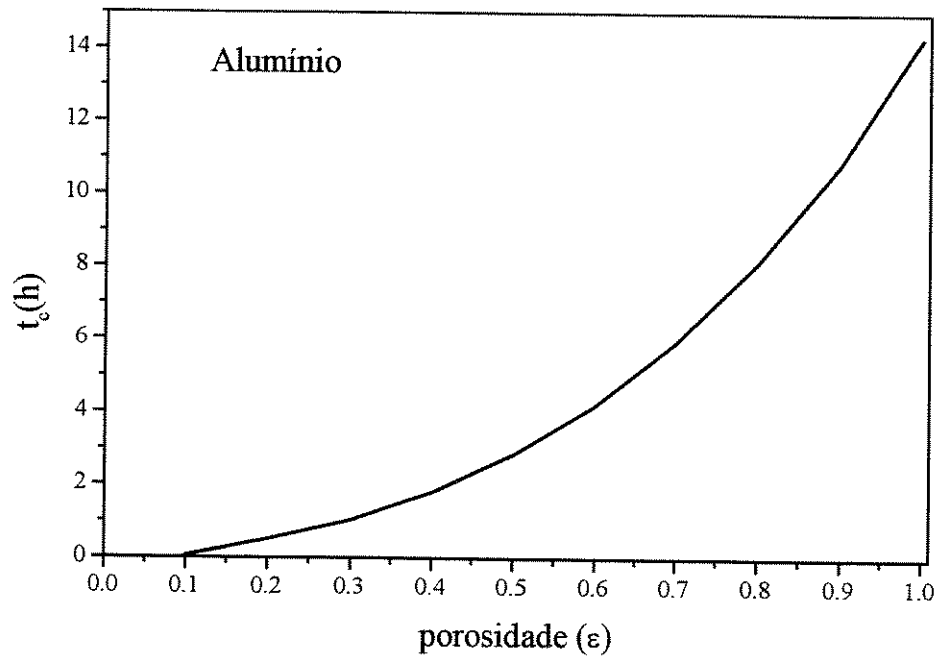


Figura 5.5 Tempo de solidificação total em função da porosidade (temperatura imposta =  $-15^{\circ}\text{C}$ , temperatura inicial =  $20^{\circ}\text{C}$ , meio alumínio/água)

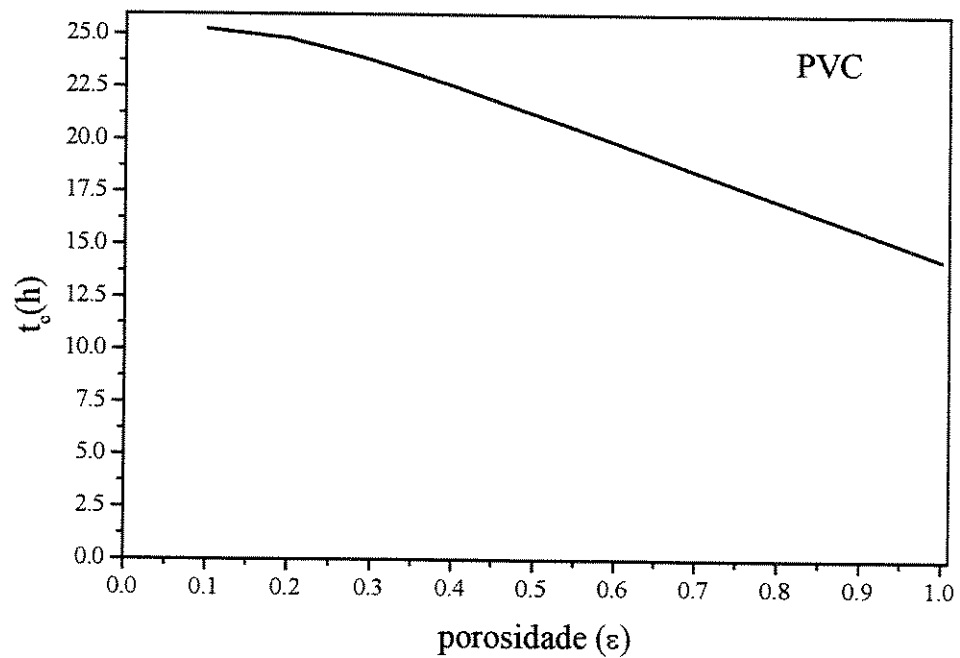


Figura 5.6 Tempo de solidificação total em função da porosidade (temperatura imposta =  $-15^{\circ}\text{C}$ , temperatura inicial =  $20^{\circ}\text{C}$ , meio PVC/água)

### 5.1.2 Variação da temperatura imposta

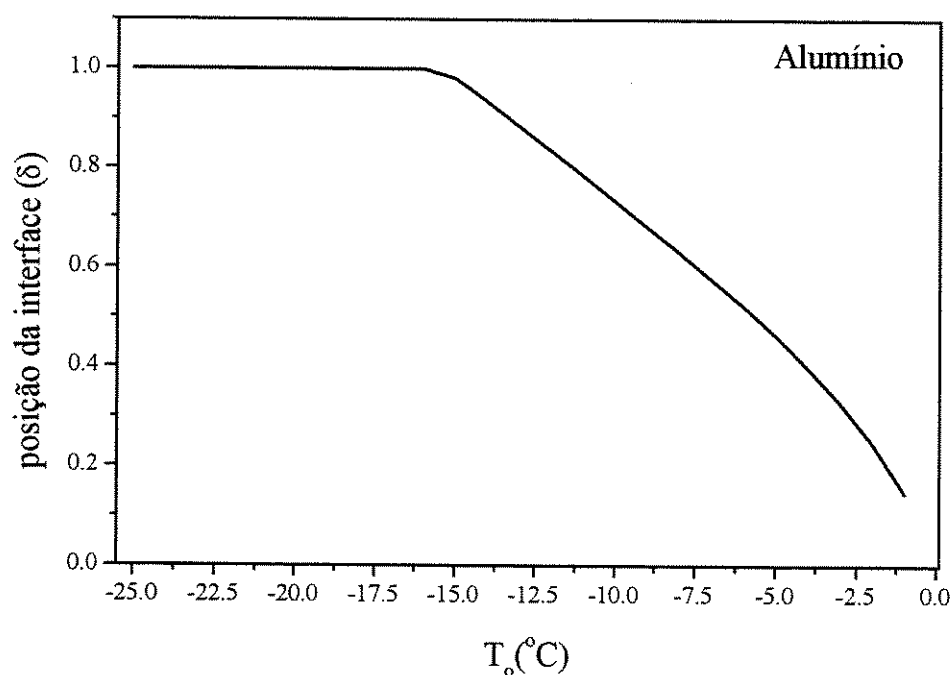


Figura 5.7 Posição da interface em função da temperatura imposta (temperatura imposta = 20°C, porosidade = 0.4, tempo de simulação = 3600s, meio alumínio/água)

Na figura 5.7, é mostrado o comportamento da interface em função da temperatura imposta no contorno superior para o meio poroso alumínio/água. A figura mostra que a diminuição da temperatura imposta aumenta a profundidade alcançada pela interface. Uma temperatura imposta menor, implica numa maior diferença de temperatura entre a camada porosa na sua temperatura inicial e o contorno superior, assim o fluxo de calor que deixa a camada porosa aumenta, fazendo com que a interface alcance maiores profundidades com menores temperaturas impostas, para mesmo tempo de simulação.

Na figura 5.8, a variação da posição da interface para o meio PVC/água, mostra o mesmo comportamento que o caso do meio alumínio/água, porém a variação da temperatura imposta leva a uma menor variação da posição da interface para o meio PVC/água. Isso ocorre devido ao menor valor da difusividade térmica do meio PVC/água, que faz que a quantidade de calor transferido do meio seja menor e a interface tenha menor variação, do que o caso do alumínio. A quantidade de calor transferido do meio no caso do meio alumínio/água é muito maior, que o uso

de temperaturas impostas menores que  $-15^{\circ}\text{C}$  faz com que a camada porosa solidifique-se totalmente para este tempo de simulação, enquanto que a espessura de congelamento da camada porosa de PVC/água é muito menor.

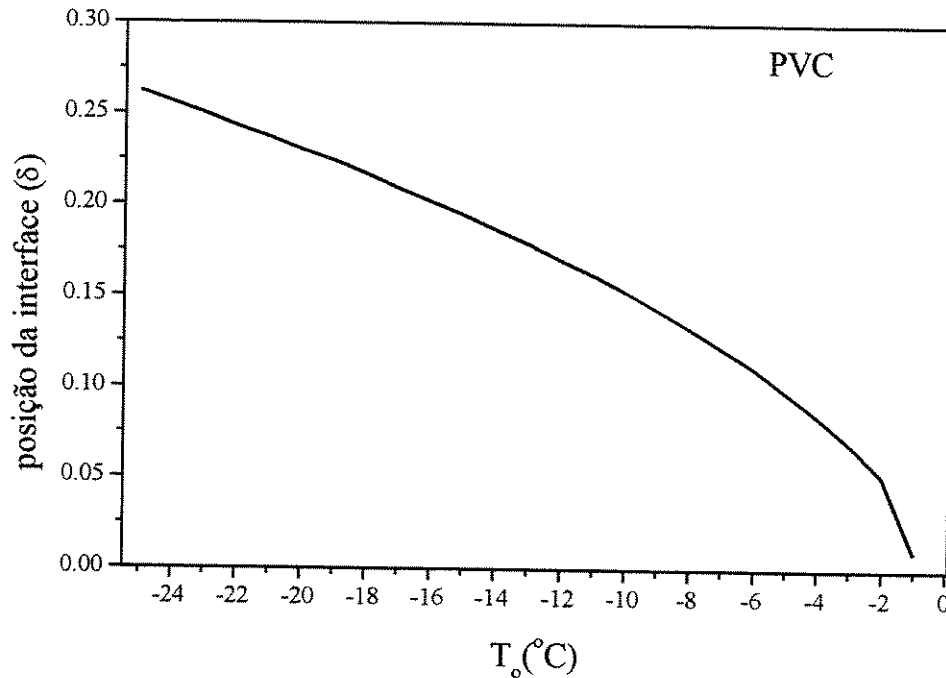


Figura 5.8 Posição da interface em função da temperatura imposta.  
(temperatura inicial =  $20^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4,  
tempo de simulação = 3600s, meio PVC/água)

A distribuição de temperatura ao longo da camada porosa para diferentes temperaturas impostas para o meio alumínio/água é apresentada na figura 5.9. A diminuição da temperatura imposta diminui a temperatura ao longo de toda a camada porosa, a figura mostra que a diminuição da temperatura no contorno superior é difundida ao longo de toda a camada porosa. Na figura 5.10, podemos perceber comportamento idêntico para o meio PVC/água, mas nesse caso a variação da temperatura imposta, gera uma variação menor da temperatura ao longo de toda a camada porosa. Da mesma maneira que a análise da interface, a menor difusividade térmica do PVC, inibe a transferência de calor, fazendo com que a diminuição da temperatura imposta, não seja “percebida” imediatamente em toda a camada porosa. No caso do meio alumínio/água, a maior difusividade térmica faz com que a diminuição da temperatura imposta no contorno, altere mais rapidamente as temperaturas ao longo de toda a camada porosa.

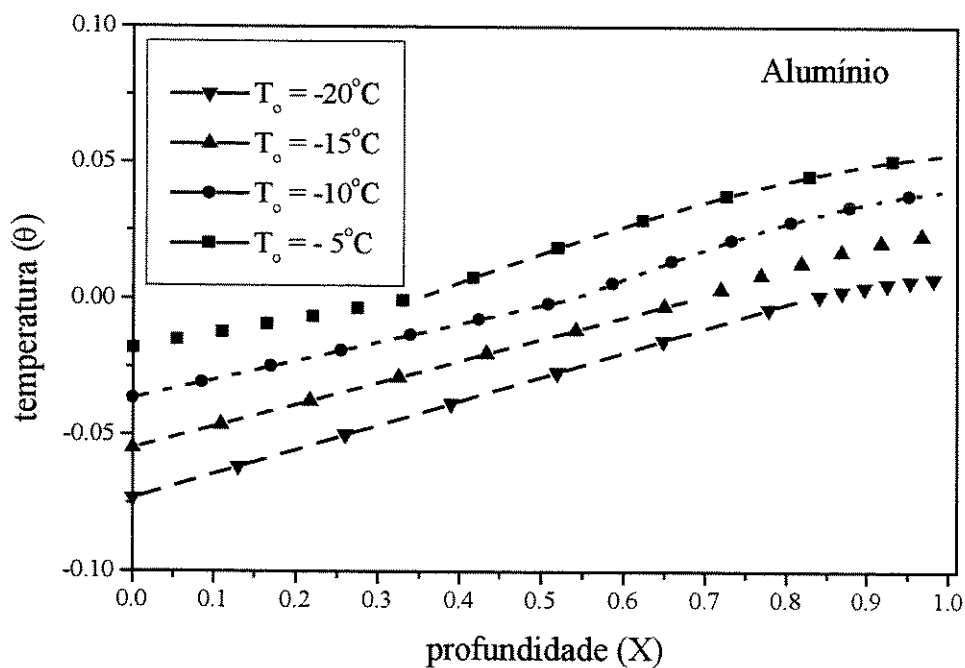


Figura 5.9 Distribuição de temperatura ao longo da camada porosa com diferentes temperaturas impostas (temperatura inicial =  $20^\circ\text{C}$ ; porosidade = 0.4 tempo de simulação = 3600s, meio Alumínio/água)

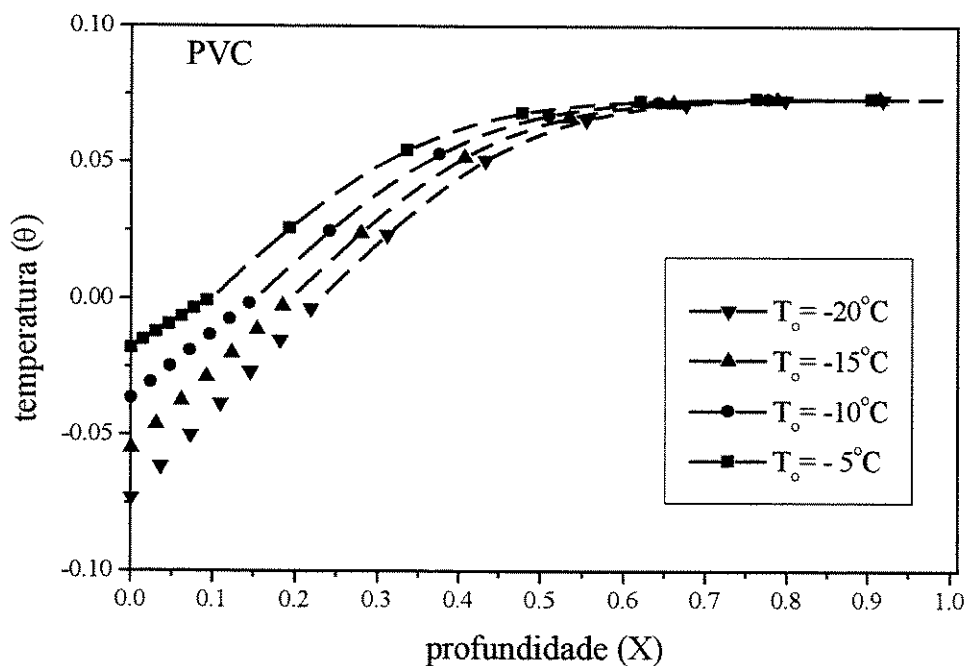


Figura 5.10 Distribuição de temperatura ao longo da camada porosa com diferentes temperaturas impostas (temperatura inicial =  $20^\circ\text{C}$ ; porosidade = 0.4 tempo de simulação = 3600s, meio PVC/água)

O comportamento do tempo de solidificação total é mostrado para o meio alumínio/água e PVC/água nas figuras 5.11 e 5.12 respectivamente, em função da temperatura imposta. Em ambos os casos, a diminuição da temperatura imposta diminui o tempo de solidificação total. Para qualquer valor de temperatura imposta o tempo de solidificação para o meio alumínio/água é sempre muito menor que o do meio PVC/água em função da maior difusividade térmica do alumínio, o que leva a maior velocidade da interface. Nota-se ainda que a variação do tempo de solidificação total é muito maior no meio PVC/água para uma mesma variação da temperatura imposta do que o meio alumínio/água. Para os dois tipos de materiais o tempo de solidificação cresce suavemente até uma faixa de temperatura próxima de  $-7^{\circ}\text{C}$ , o aumento da temperatura imposta para valores acima de  $-7^{\circ}\text{C}$  faz o tempo de solidificação crescer a uma taxa elevada

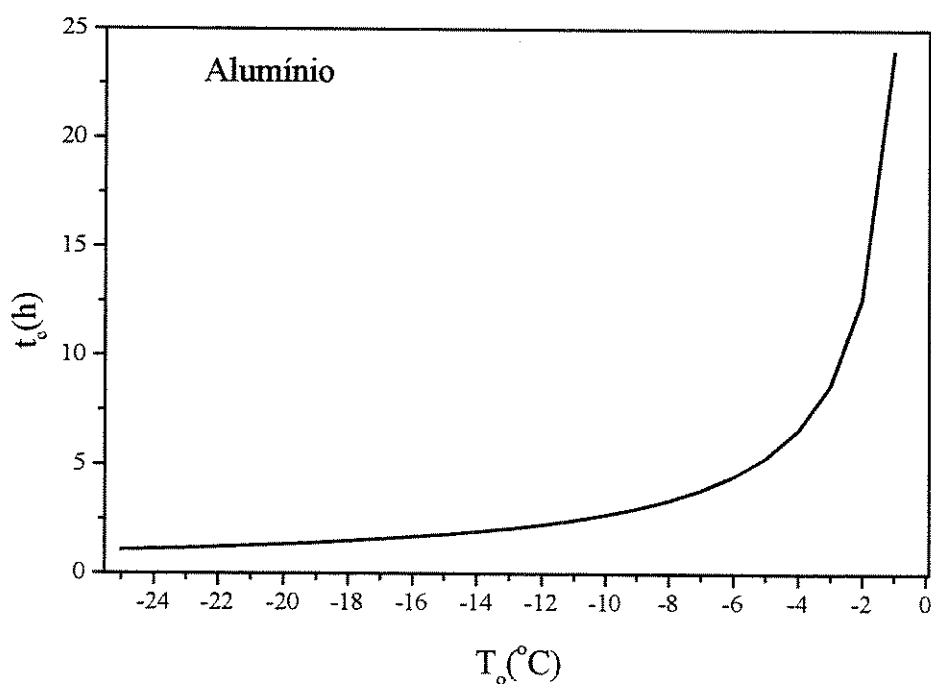


Figura 5.11 Tempo de solidificação total em função da temperatura imposta (temperatura inicial =  $20^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio alumínio/água).



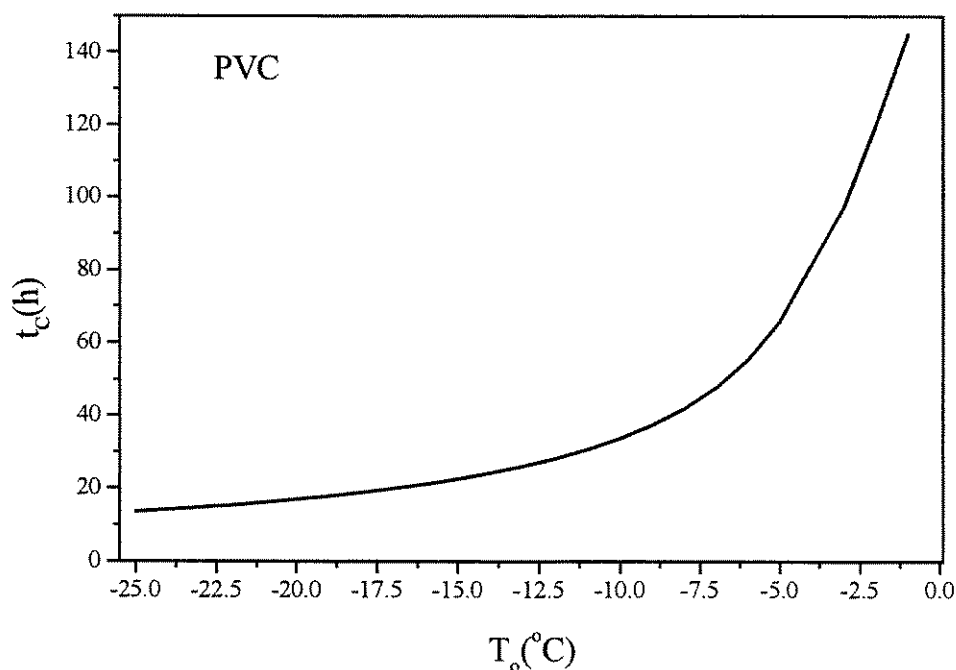


Figura 5.12 Tempo de solidificação total em função da temperatura imposta (temperatura inicial = 20°C, porosidade = 0.4, meio PVC/água).

### 5.1.3 Variação da temperatura inicial

O comportamento da interface em função da temperatura inicial da camada porosa é mostrado nas figuras 5.13 e 5.14 para o meio alumínio/água e PVC/água, respectivamente. O aumento da temperatura inicial da camada porosa diminui a profundidade alcançada pela interface nos dois casos. A maior temperatura inicial implica numa maior quantidade de energia a ser retirada do meio, de modo a diminuir a temperatura da região líquida até se atingir a mudança de fase. Para um mesmo tempo de simulação, com a mesma quantidade de energia retirada da camada porosa, quanto maior a temperatura inicial, menor será a profundidade alcançada pela interface. A variação da posição da interface é maior para o meio alumínio/água do que para o meio PVC/água, em virtude da maior difusividade térmica do alumínio.

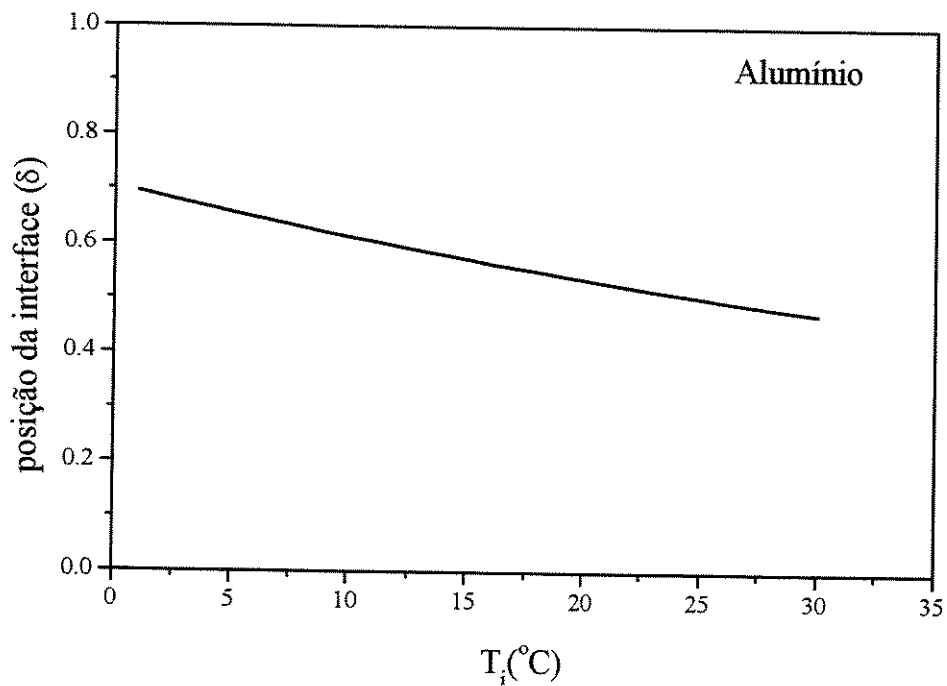


Figura 5.13 Posição da interface em função da temperatura inicial (temperatura imposta =  $-10^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, tempo de simulação = 3600s, meio alumínio/água)

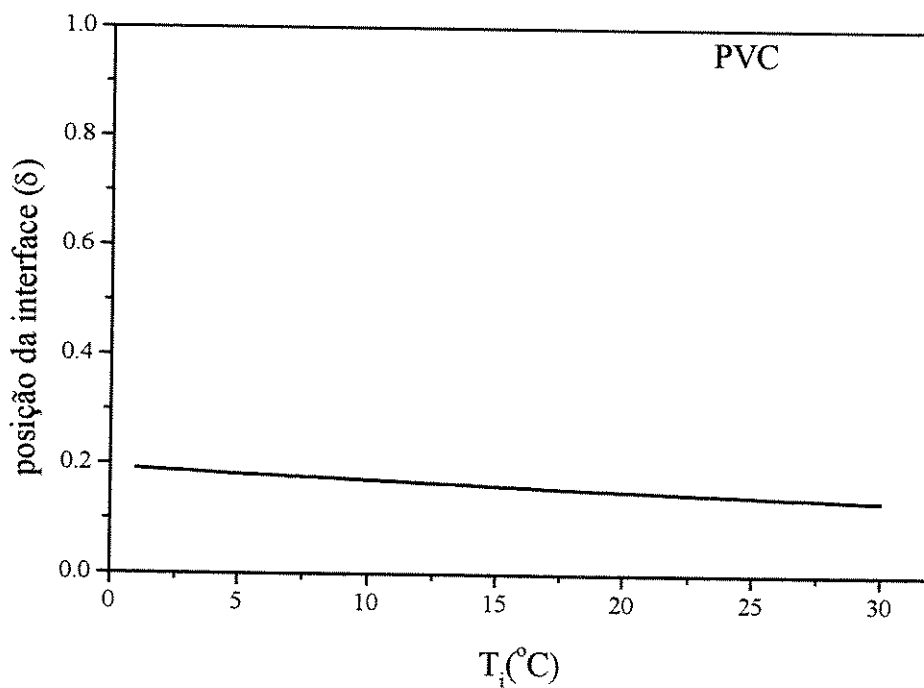


Figura 5.14 Posição da interface em função da temperatura inicial (temperatura imposta =  $-10^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, tempo de simulação = 3600s, meio PVC/água)

As figuras 5.15 e 5.16, mostram as distribuições de temperatura ao longo da camada porosa para diferentes temperaturas iniciais, para o meio alumínio/água e PVC/água, respectivamente.

A variação da temperatura inicial leva a pequenas variações na região sólida. As temperaturas na região sólida dependem principalmente da temperatura imposta no contorno superior e da posição alcançada pela interface, enquanto que na região líquida as temperaturas dependem mais da temperatura inicial da camada porosa. Quanto maior a temperatura inicial, maiores serão as temperaturas em qualquer ponto da região líquida.

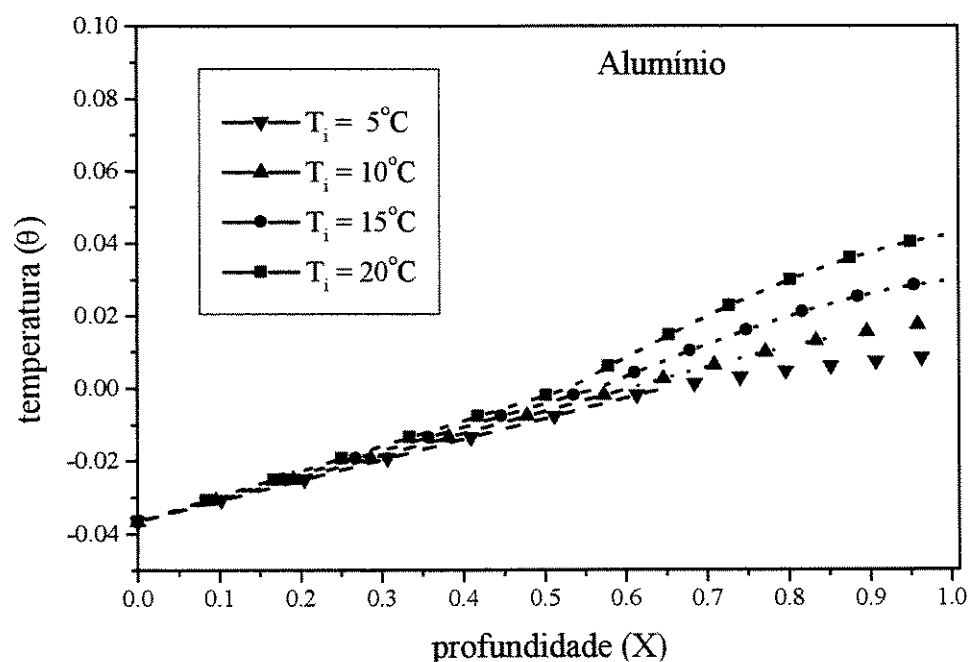


Figura 5.15 Distribuição de temperatura ao longo da camada porosa com diferentes temperaturas iniciais (temperatura imposta =  $-10^\circ\text{C}$ ; porosidade = 0.4 tempo de simulação = 3600s, meio alumínio/água)

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE

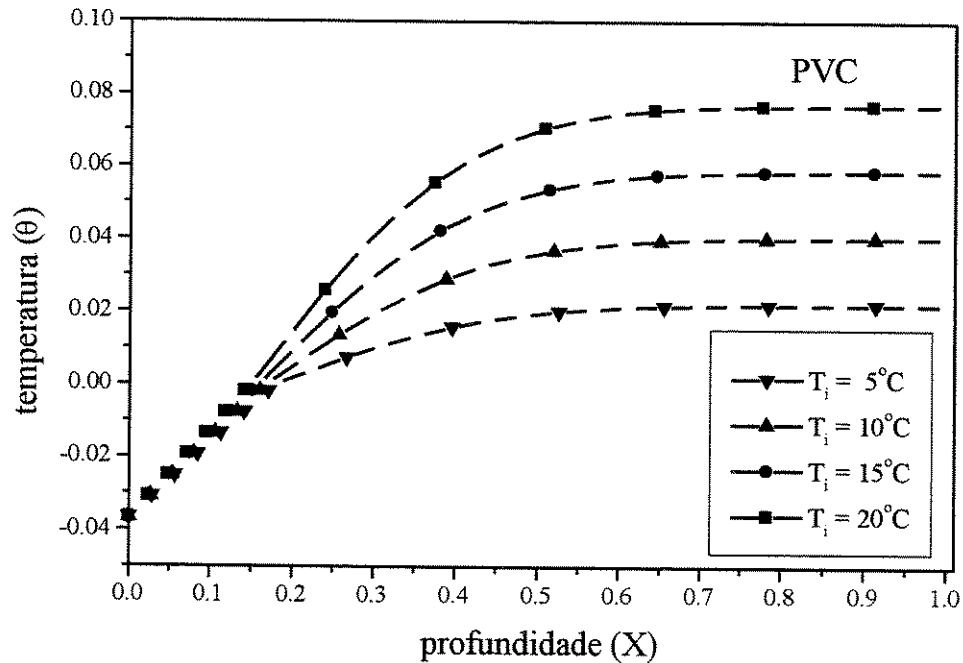


Figura 5.16 Distribuição de temperatura ao longo da camada porosa com diferentes temperaturas iniciais (temperatura imposta =  $-10^\circ\text{C}$ ; porosidade = 0.4 tempo de simulação = 3600s, meio PVC/água)

A influência da temperatura inicial da camada porosa no tempo de solidificação total da camada porosa são apresentados nas figuras 5.17 e 5.18 para o meio alumínio/água e PVC/água, respectivamente. O aumento da temperatura inicial da camada porosa aumenta o tempo de solidificação em ambos os meios. Este aumento implica numa menor velocidade de avanço da interface, em virtude da maior quantidade de energia a ser retirada do meio, para se obter a solidificação. Com uma quantidade fixa de energia sendo retirada, em função da condição de contorno de temperatura constante, quanto maior a temperatura inicial, maior será o tempo de solidificação total da camada porosa. O aumento da temperatura inicial, leva a uma variação maior do tempo de solidificação total para o meio PVC/água do que para o meio alumínio/água. A menor difusividade térmica do PVC dificulta a transferência de calor fazendo com que o aumento do tempo de solidificação total seja maior.

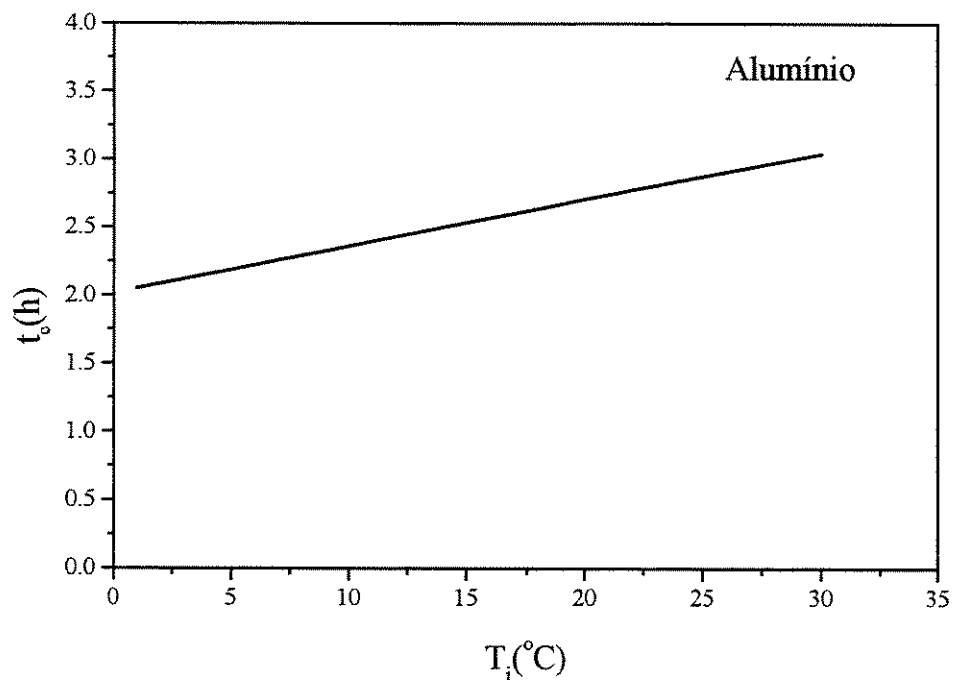


Figura 5.17 Tempo de solidificação total em função da temperatura inicial (temperatura imposta =  $-10^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio alumínio/água)

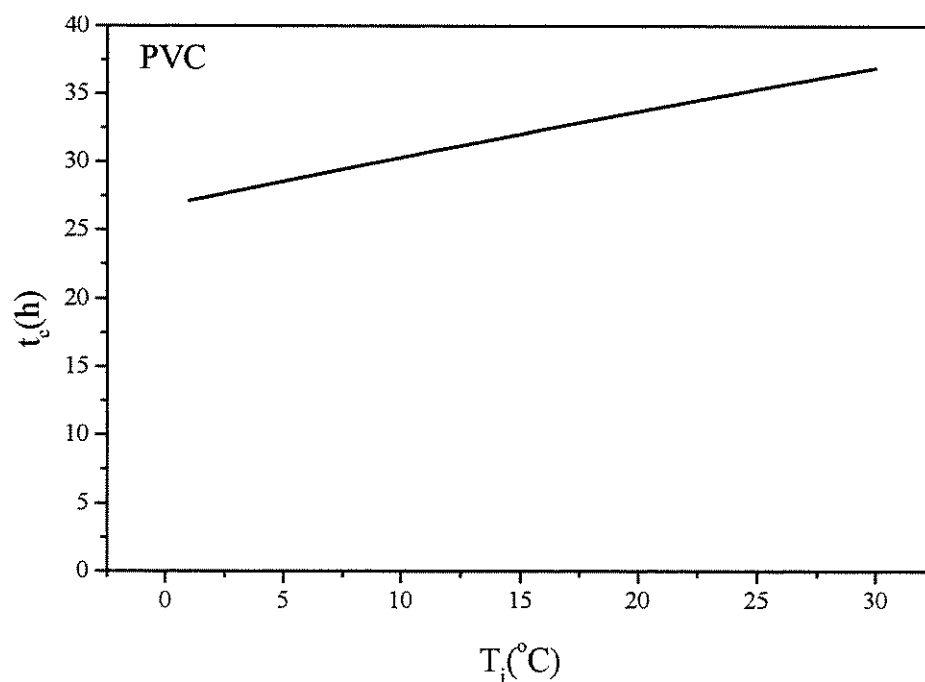


Figura 5.18 Tempo de solidificação total em função da temperatura inicial (temperatura imposta =  $-10^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio PVC/água)

#### 5.1.4 Variação da espessura da camada porosa

Analisamos ainda a influência que diferentes tamanhos de camadas porosas possuem no tempo de solidificação total para o meio alumínio/água e PVC/água e também para um meio areia/água nas figuras 5.19, 5.20 e 5.21, respectivamente. O aumento da espessura da camada porosa faz aumentar o tempo total de solidificação em ambos os casos. A maior distância a ser percorrida pela interface, que possui uma velocidade determinada pelas condições de temperatura imposta no contorno superior, faz o tempo de solidificação total aumentar com o aumento da espessura. O meio alumínio/água consegue atingir uma profundidade maior para um mesmo tempo, devido a sua maior difusividade térmica, conseguindo estender a influência da baixa temperatura no contorno superior através de camadas porosas mais espessas. Já o meio PVC/água, possui baixa difusividade térmica, não permitindo à interface alcançar grandes profundidades, sendo que o tempo de solidificação total alcança valores elevados para camadas porosas de pequena espessura. No caso do meio areia/água, a areia possui um valor de difusividade térmica intermediária entre o alumínio e o PVC, de modo que o valor da espessura da camada porosa alcançada seja intermediário entre os valores alcançados pelos meios alumínio/água e PVC/água.

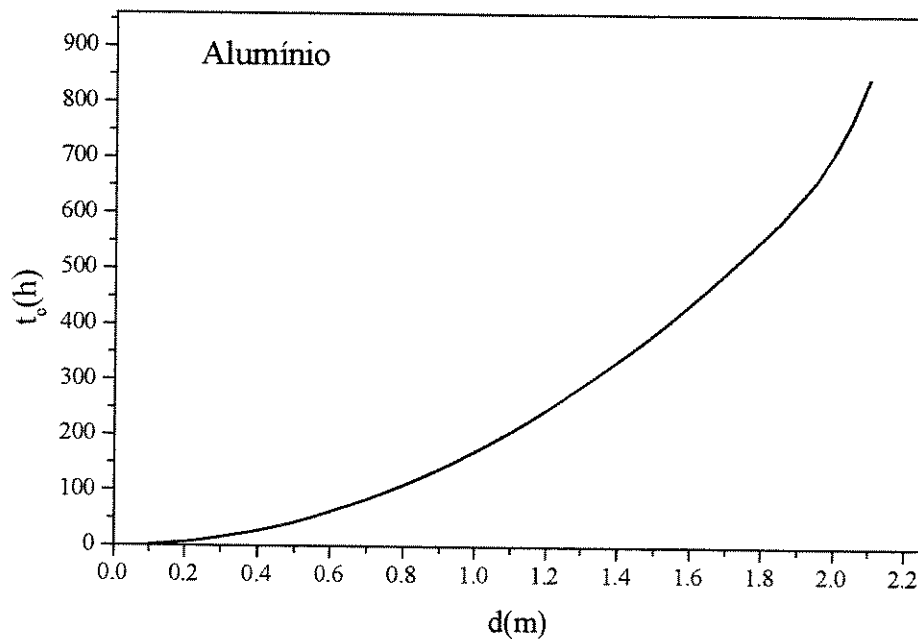


Figura 5.19 Tempo de solidificação total da camada porosa em função da espessura (temperatura imposta =  $-15^{\circ}\text{C}$ , temperatura inicial =  $20^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio alumínio/água)

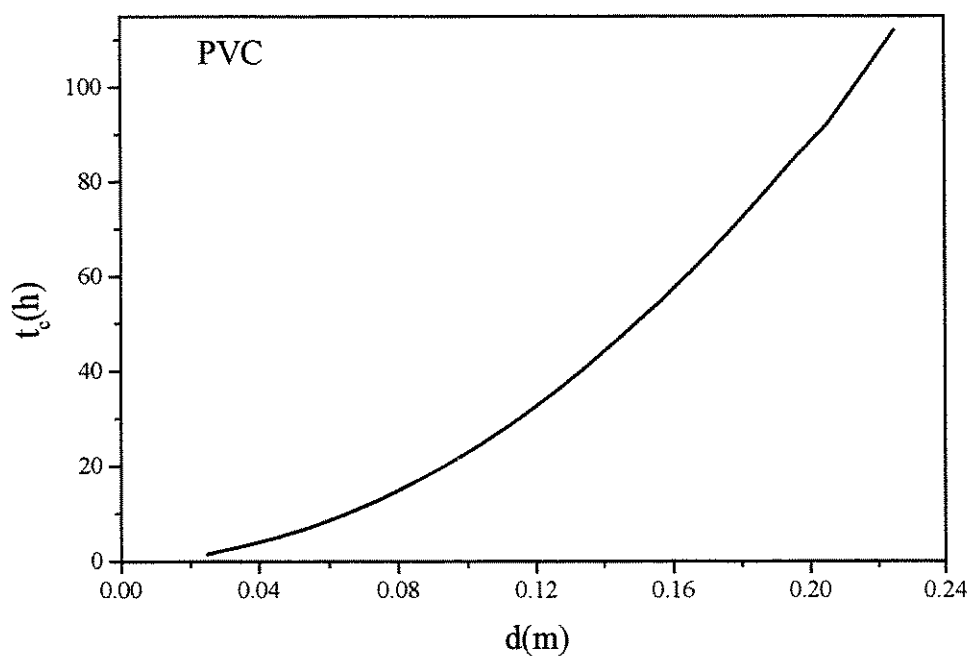


Figura 5.20 Tempo de solidificação total da camada porosa em função da espessura (temperatura inicial =  $-15^{\circ}\text{C}$ , temperatura inicial =  $20^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio PVC/água)

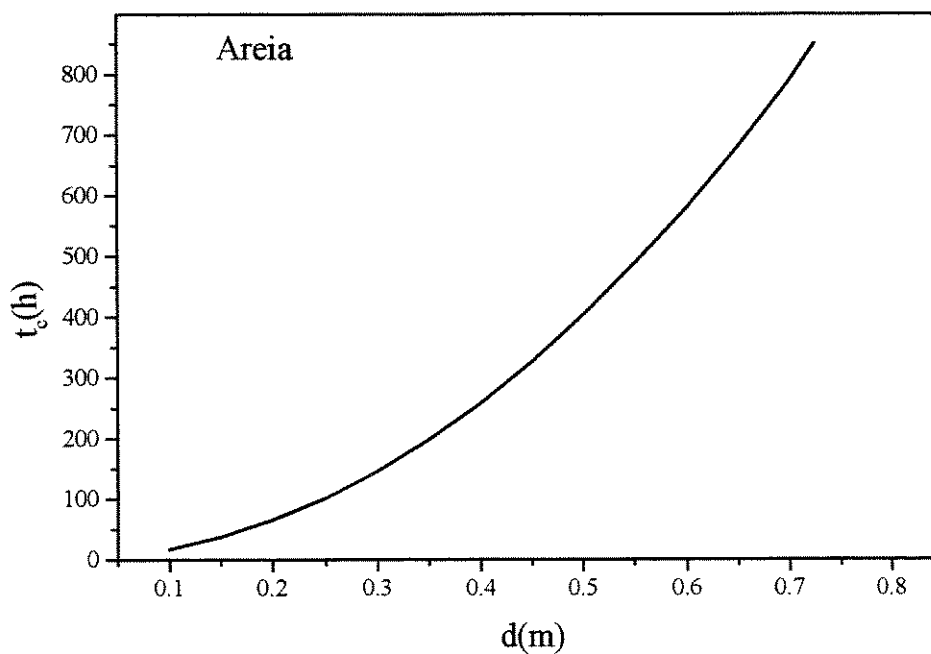


Figura 5.21 Tempo de solidificação total da camada porosa em função da espessura (temperatura inicial =  $-15^{\circ}\text{C}$ , temperatura inicial =  $20^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio areia/água)

### 5.1.5 Contorno com duas temperaturas impostas diferentes

Para o caso de duas temperaturas impostas diferentes no contorno, mostramos o comportamento da interface sólido-líquido em diferentes instantes de tempo para três degraus de temperatura nos dois tipos de materiais (Alumínio e PVC). Neste caso fazemos uma aproximação do valor da posição da interface no ponto  $Y = 0.5$ , considerando que neste ponto a posição da interface possui um valor médio entre os valores obtidos para a  $T_{01}$  e  $T_{02}$ . Na figura 5.22, mostramos o comportamento da interface para alguns instantes de tempo para uma diferença de temperatura entre  $T_{01}$  e  $T_{02}$  de  $1^\circ\text{C}$  no caso de PVC. Podemos perceber que a menor temperatura  $T_{01}$  faz com que a interface alcance valores maiores na porção inferior do contorno do que na porção superior. Da mesma forma que o caso da variação da temperatura imposta, quanto menor a temperatura imposta maiores são os valores alcançados pela interface sólido-líquido, neste caso como a diferença entre  $T_{01}$  e  $T_{02}$  é pequena a interface possui é quase plana. Quando aumentamos a diferença entre  $T_{01}$  e  $T_{02}$ , caso das figuras 5.23 e 5.24, a interface passa a ter um formato irregular, alcançando valores maiores na parte inferior do contorno. Quando se aumenta a temperatura  $T_{02}$  na parte superior do contorno a quantidade de calor que é retirada nesta porção do contorno é menor que a parte inferior, fazendo com que a interface atinja valores menores e assim a interface deixe de ser plana.

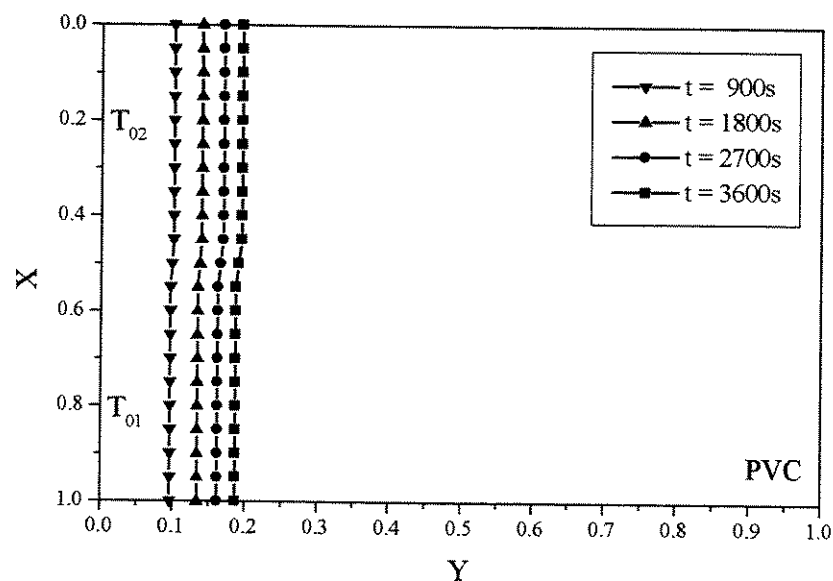


Figura 5.22 Posição da interface em diferentes instantes de tempo para contorno com degrau de temperatura ( $T_{01} = -14^\circ\text{C}$ ,  $T_{02} = -15^\circ\text{C}$ , temperatura inicial =  $20^\circ\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio PVC/água)



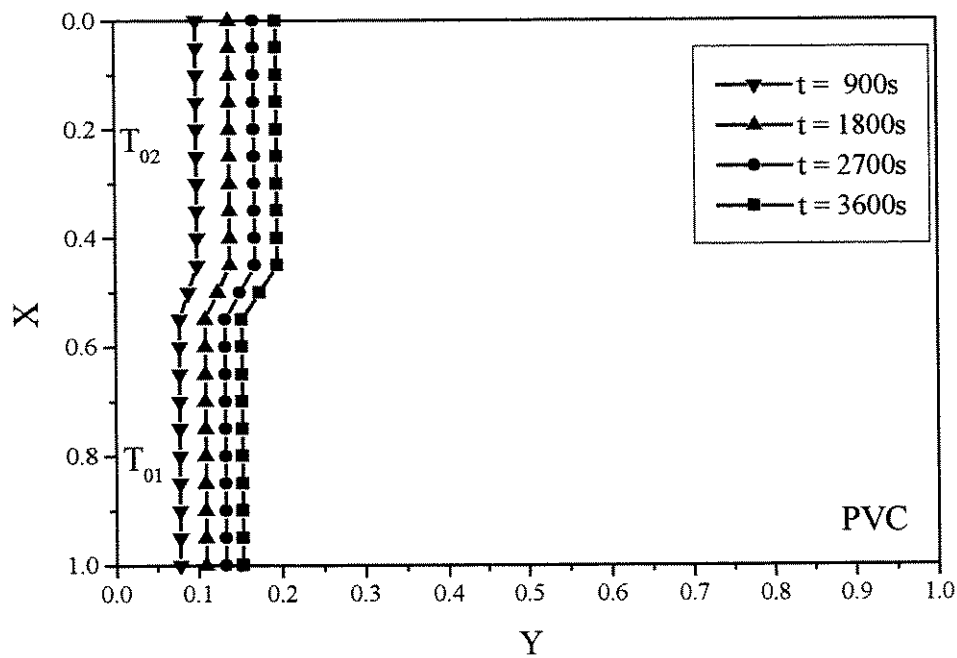


Figura 5.23 Posição da interface em diferentes instantes de tempo para contorno com degrau temperatura ( $T_{01} = -10^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{02} = -15^{\circ}\text{C}$ , temperatura inicial =  $20^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio PVC/água)

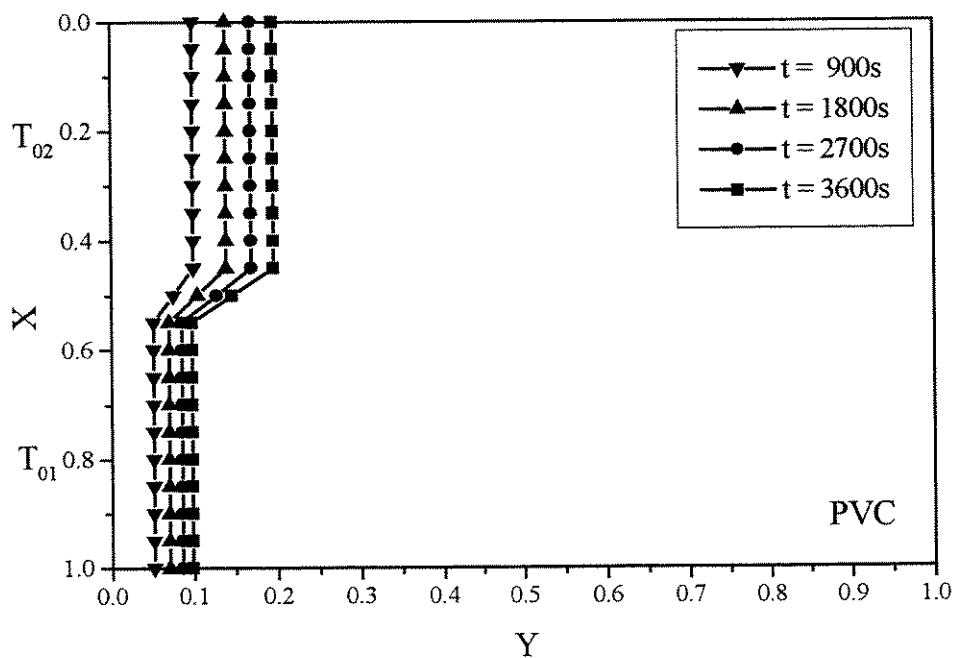
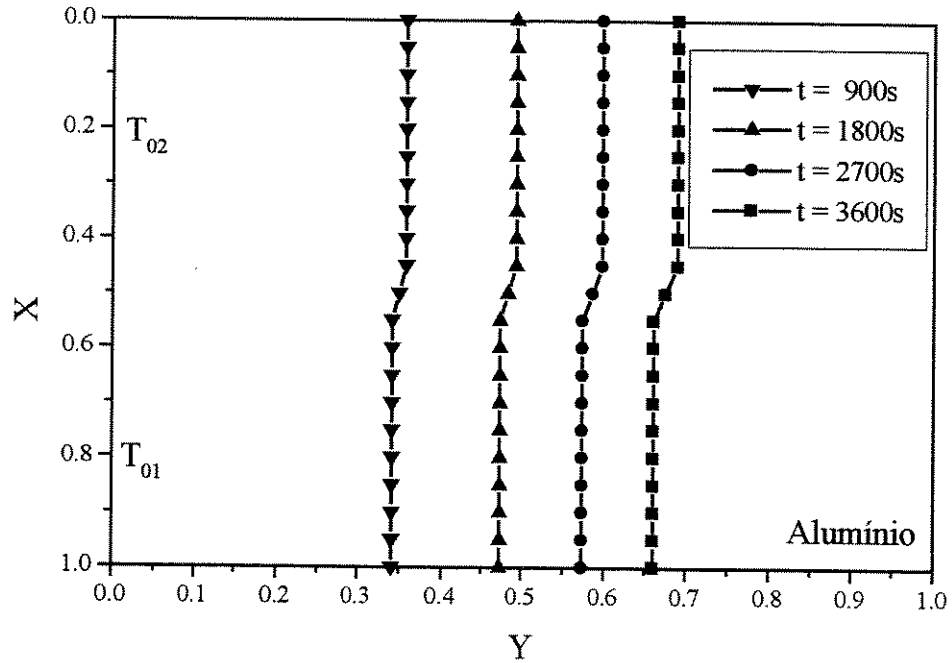


Figura 5.24 Posição da interface em diferentes instantes de tempo para contorno com degrau temperatura ( $T_{01} = -5^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{02} = -15^{\circ}\text{C}$ , temperatura inicial =  $20^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio PVC/água)



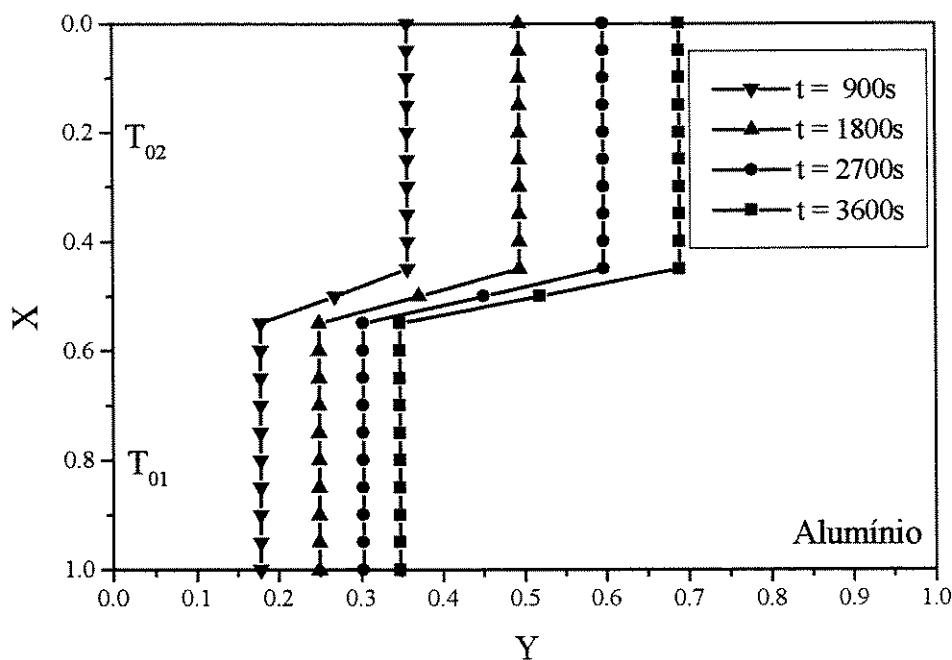


Figura 5.27 Posição da interface em diferentes instantes de tempo para contorno com degrau temperatura ( $T_{01} = -5^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{02} = -15^{\circ}\text{C}$ , temperatura inicial =  $20^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio alumínio/água)

A figura 5.25 mostra a mesma análise para o caso do meio alumínio/água. Observamos o mesmo comportamento que o caso anterior do meio PVC/água, porém neste caso a interface tem uma irregularidade muito mais pronunciada que o caso do meio PVC/água. A maior difusividade térmica do alumínio faz com que qualquer variação no valor da temperatura imposta, altere significativamente a posição da interface. As figuras 5.26 e 5.27 mostram que aumentando-se a diferença entre  $T_{01}$  e  $T_{02}$  para  $-5^{\circ}\text{C}$  e  $-10^{\circ}\text{C}$ , a interface torna-se altamente irregular próxima a  $Y = 0.5$ .

## 5.2 Fusão

O processo de fusão foi estudado usando-se as condições de contorno de fluxo de calor constante e variável. No caso de fluxo de calor constante foram verificadas as influências que parâmetros como o fluxo de calor e a temperatura inicial possuem na distribuição de temperatura ao longo da camada porosa e crescimento da interface. Na análise para o caso de fluxo de calor variável foram consideradas as influências de diferentes taxas de incidência de radiação solares

nos meses de julho e dezembro, analisando-se do processo de fusão ao longo do período entre 7h e 19hs do dia.

Para iniciar a resolução do problema foi considerada uma malha inicial fixa em um único domínio, resolvendo-se o problema determinando a distribuição de temperatura na camada porosa inicialmente solidificada a uma temperatura menor que  $T_m$ . No momento que o ponto nodal colocado no contorno superior atinge uma temperatura pouco maior que  $T_m$ , admite-se nesse instante a formação da primeira lâmina de líquido e então passamos a utilizar o mesmo procedimento feito no caso de solidificação. Essa espessura inicial da lâmina de líquido é estimada em 5% do espaçamento da malha fixa inicial. Nos resultados apresentados o tempo é considerado a partir do instante em que se forma a primeira lâmina de líquido. As simulações numéricas foram feitas utilizando-se uma camada porosa de espessura 0.3m para o caso de fluxo constante e para o caso de fluxo variável, meio poroso areia/água, com uma porosidade igual a 0.4.

### 5.2.1 Fluxo de calor constante

A figura 5.28 mostra o crescimento da interface em função do fluxo de calor imposto no contorno superior para um tempo de simulação de 7200s a uma temperatura inicial de  $-2^{\circ}\text{C}$ . O aumento do fluxo de calor no contorno superior aumenta a profundidade alcançada pela interface. O aumento do fluxo de calor transferido para a camada porosa, aumenta a diferença entre os fluxos de calor entre as regiões líquida e sólida, aumentando o deslocamento da interface, como descrito na equação (3.24). Esse aumento da profundidade alcançada pela interface, no entanto tende a se tornar constante com o aumento do fluxo de calor. Na figura 5.29 é apresentada a distribuição de temperatura ao longo da camada porosa para diferentes fluxos de calor. O aumento do fluxo de calor faz com que as temperaturas na região líquida aumentem em função do aumento da energia transferida para a camada porosa. Na região sólida as temperaturas possuem praticamente os mesmos valores para os diferentes fluxos de calor impostos, esse comportamento é explicado, pelo fato de que a maior quantidade de energia adicionada à camada porosa é absorvida na mudança de fase do PCM, aumentando a velocidade da interface. Esse aumento de energia não é difundido na região solidificada ao longo da camada porosa, de modo que as temperaturas na região sólida não são influenciadas pela variação do fluxo de calor.

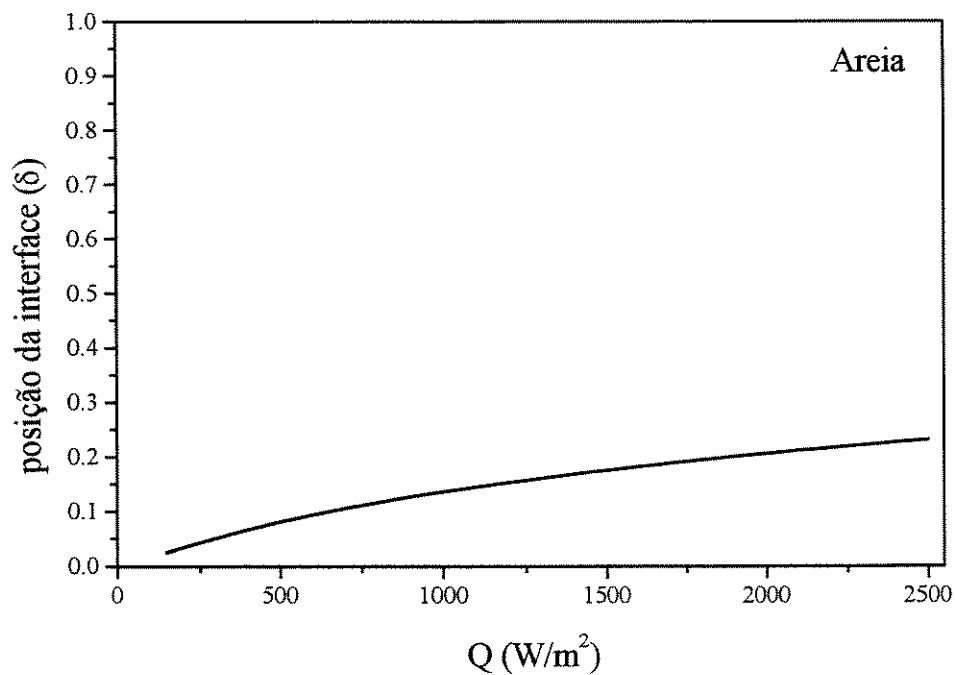


Figura 5.28 Posição da interface em função do calor imposto.  
(temperatura inicial =  $-2^{\circ}C$ , porosidade = 0.4,  
tempo de simulação = 7200s, meio areia/água)

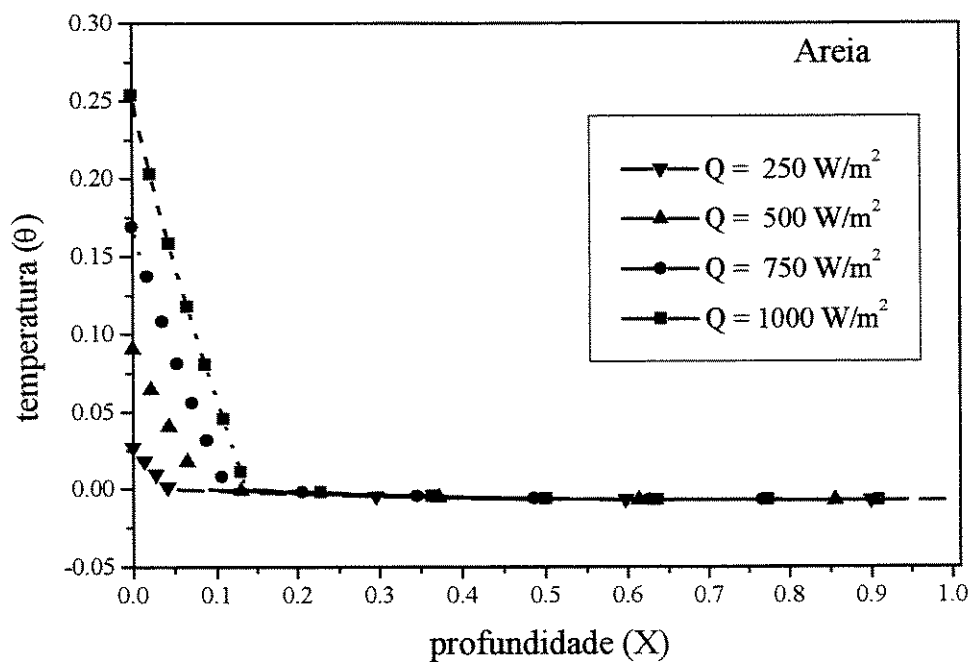


Figura 5.29 Distribuição de temperatura ao longo da camada porosa com diferentes fluxos de calor impostos (temperatura inicial =  $-2^{\circ}C$ , porosidade = 0.4, tempo de simulação = 7200s, meio areia/água)

O comportamento do tempo de fusão total da camada porosa em função do fluxo de calor imposto no contorno superior, é mostrado na figura 5.30. O aumento do fluxo de calor diminui o tempo de fusão total da camada porosa. Pode-se explicar pelo fato de que se aumentando o fluxo de calor, a velocidade da interface aumenta, diminuindo-se o tempo necessário para fundir toda a camada porosa. A diminuição do fluxo de calor torna esse tempo extremamente excessivo, pela análise da figura. Já o aumento do fluxo de calor para valores muito altos, faz o tempo total de fusão tender a tornar-se constante.

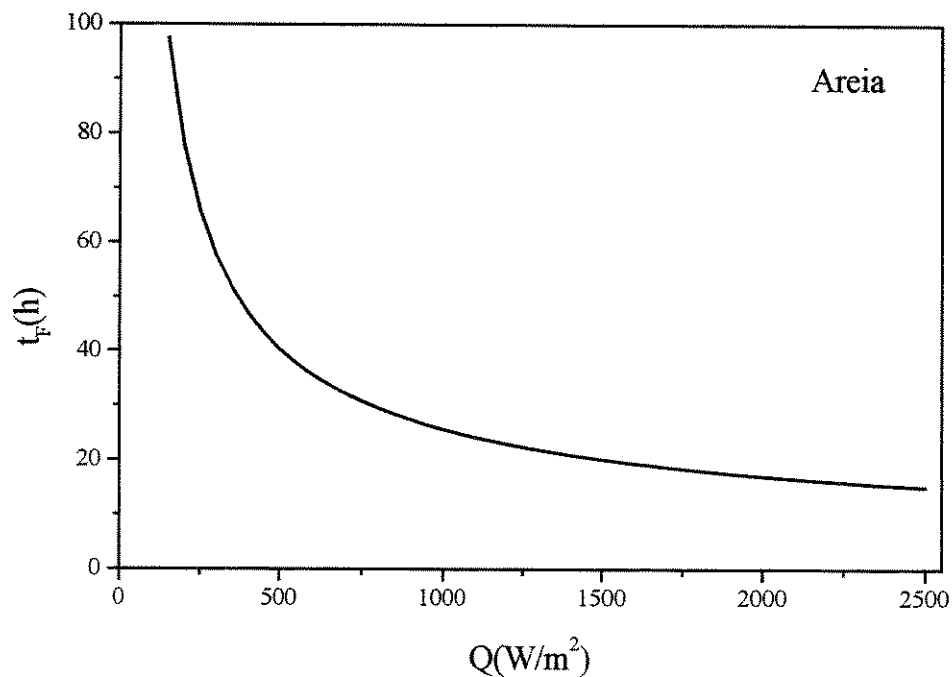


Figura 5.30 Tempo de fusão total da camada porosa em função do fluxo de calor imposto (temperatura imposta =  $-2^{\circ}C$ , porosidade = 0.4, meio areia/água)

A figura 5.31 mostra a posição da interface em função da temperatura inicial, para um tempo de simulação de 7200s e um fluxo de calor imposto de  $600W/m^2$ . Pela figura, a diminuição da temperatura inicial faz diminuir a profundidade alcançada pela interface. A menor temperatura implica numa maior quantidade de energia a ser adicionada a camada porosa, de modo a acontecer à mudança de fase e a interface avançar, numa quantidade fixa de energia adicionada à camada porosa, diminuir a temperatura inicial, leva a uma menor profundidade alcançada pela interface. A variação da temperatura inicial faz com que a interface tenha uma variação pequena.

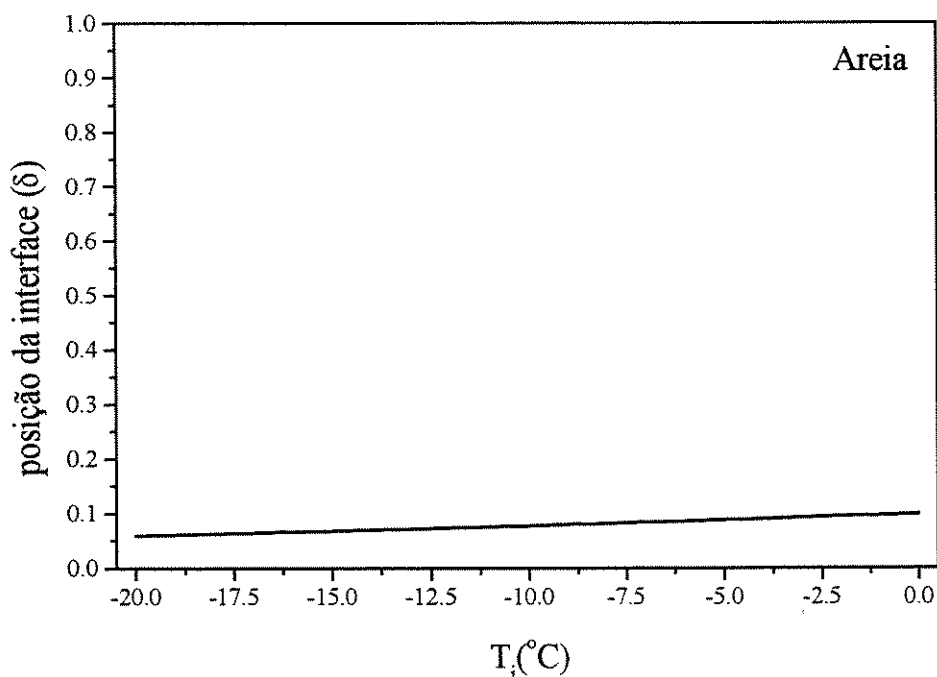


Figura 5.31 Posição da interface em função da temperatura inicial (Fluxo de calor =  $600 \text{ W/m}^2$ , Porosidade = 0.4, meio areia/água)

A distribuição de temperatura ao longo da camada porosa para diferentes temperaturas iniciais é mostrada na figura 5.32. A diminuição da temperatura inicial diminui as temperaturas em toda a camada porosa. As temperaturas na região líquida possuem uma pequena variação em função da temperatura inicial. Nessa região as temperaturas são influenciadas pela quantidade de energia adicionada a camada porosa e a profundidade alcançada pela interface. A pequena variação na posição da interface, leva a pequenas variações nos valores das temperaturas na região líquida. Na região sólida a variação da temperatura inicial, leva a maiores variações da temperatura em toda a região. O fluxo de calor vindo da região líquida é constante e essa energia não é difundida em toda a região sólida, levando a maiores variações da temperatura ao longo da região sólida em função da temperatura inicial.

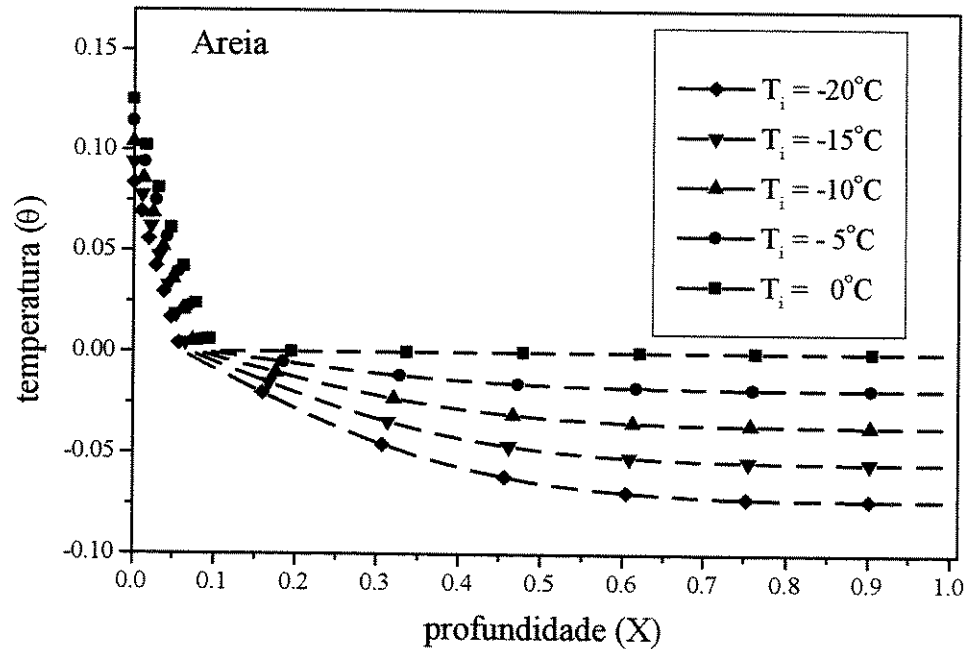


Figura 5.32 Distribuição de temperatura ao longo da camada porosa para diferentes temperaturas iniciais. (Fluxo de calor =  $600\text{W/m}^2$ , Porosidade = 0.4, Tempo de simulação = 7200s, meio areia/água)

O tempo total de fusão da camada porosa em função da temperatura inicial é mostrado na figura 5.33. A diminuição da temperatura inicial faz com que o tempo de fusão aumente. Quanto menor a temperatura inicial da camada porosa, menor a velocidade desenvolvida pela interface, aumentando o tempo que a camada porosa leva para estar completamente fundida. Essa variação no tempo de fusão em função da temperatura inicial é bastante suave, como mostrado na figura.

Na figura 5.34 é mostrado o comportamento da interface para diferentes porosidades da camada porosa constituindo o meio poroso areia/água. A difusividade térmica da areia é da ordem de  $1,76 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  enquanto a da água  $1,41 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ , considerando uma estimativa dos valores da difusividade térmica efetiva do meio, através do conceito de propriedades efetivas, a adição de areia à camada porosa, diminuindo a porosidade, aumenta a difusividade térmica do meio, o que favorece o processo de solidificação.



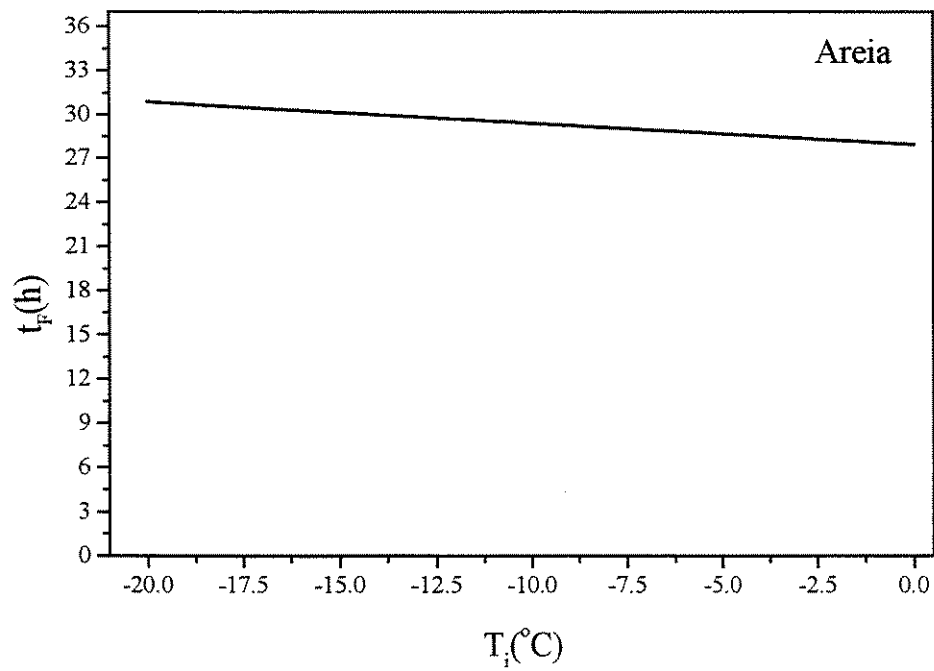


Figura 5.33 Tempo de fusão total da camada porosa em função da temperatura inicial (Fluxo de calor =  $600\text{W/m}^2$ , Porosidade = 0.4, meio areia/água)

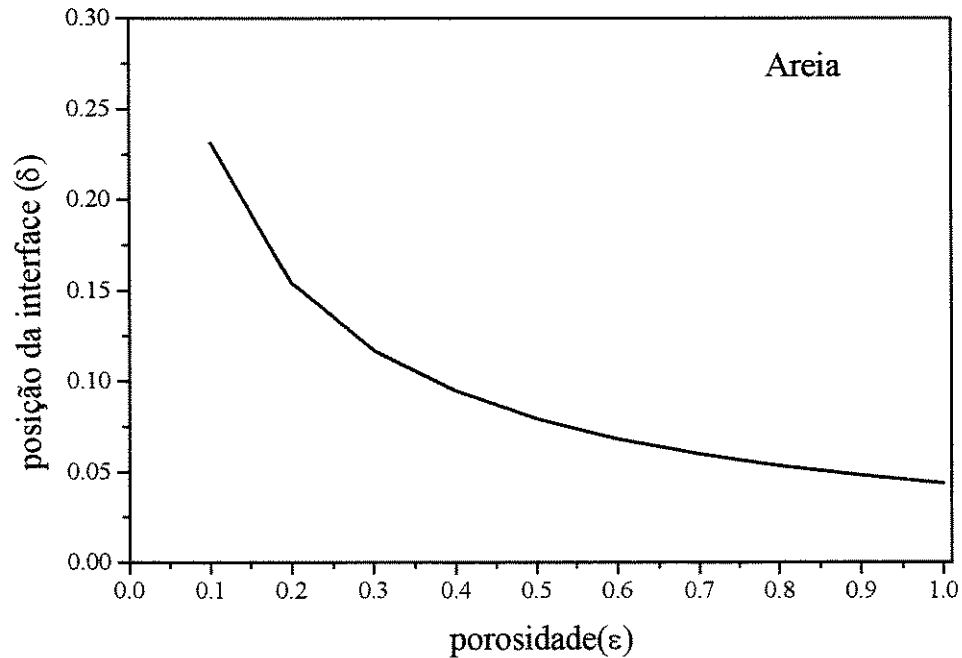


Figura 5.34 Posição da interface em função da porosidade (Fluxo de calor =  $600\text{W/m}^2$ , Tempo de simulação = 7200s, Temperatura inicial =  $20^\circ\text{C}$ )

### 5.2.2 Fluxo variável

A simulação para o caso do fluxo de calor variável é feita utilizando-se uma condição de contorno de convecção natural ou incidência de radiação solar combinada com convecção natural impostas no contorno superior. Temos duas situações básicas:

- a) O contorno superior troca calor com o ambiente, que tem sua temperatura ambiente variando com o tempo, neste caso, consideramos um coeficiente de troca de calor convectivo ( $h_c$ ) pequeno, de modo a representar que a troca de calor dá-se por convecção natural, para isso consideramos que o valor de  $h_c$  fosse igual a  $5\text{W/m}^2\text{°C}$ .
- b) Além da troca de calor por convecção natural, o contorno superior também é exposto a incidência de radiação solar.

O modelo utilizado para definir a variação da temperatura ambiente é mostrado no Apêndice B, enquanto que o modelo para a variação da incidência de radiação solar é apresentado no Apêndice C.

Na análise foi considerada que toda a radiação solar absorvida pelo meio fosse armazenada no contorno superior não havendo penetração da radiação no interior da camada porosa. As propriedades radiativas foram obtidas de Siegel and Howell (1992). Os cálculos de incidência foram feitos considerando a cidade de Campinas, São Paulo, Brasil, com latitude  $22^{\circ}53''$  e uma altitude de 700m. Na análise apresentamos os resultados para variação da posição da interface e da temperatura da camada porosa no contorno superior em função do tempo, para dois dias de meses distintos do ano, (julho e dezembro), com variações de incidência de radiação solar e temperatura ambiente distintas.

Na figura 5.35 mostramos a variação da posição da interface em função do tempo, considerando somente a presença de convecção natural para os meses de julho e dezembro. Pela figura, a maior temperatura ambiente no mês de dezembro, faz com que aumente o fluxo de calor transferido para a camada porosa, possibilitando a interface atingir uma profundidade maior que a simulação feita para o mês de julho, fato que pode ser comprovado da análise do caso de fluxo de calor constante, onde é visto que a principal influência na profundidade alcançada pela interface consiste na quantidade de energia que é adicionada a camada porosa. A posição da interface em

função do tempo, considerando a incidência de radiação solar combinado convecção natural para os meses de julho e dezembro é mostrada na figura 5.36. A presença da incidência de radiação solar faz aumentar a quantidade de energia transferida à camada porosa, aumentando a profundidade alcançada pela interface. No caso do mês de dezembro, como mostrado na figura A-2 do Apêndice A, a incidência de radiação solar atinge valores maiores que o mês de julho, fazendo com que a interface alcance maiores profundidades em dezembro. Comparamos as posições da interface em função do tempo para as condições de somente convecção natural e radiação solar combinada com convecção natural, para o mês de julho, na figura 5.37. A presença da incidência de radiação solar aumenta a profundidade da interface, devido à maior quantidade de energia adicionada à camada porosa. A curva mostra que a velocidade da interface varia ao longo do tempo em função do aumento ou diminuição da quantidade de energia que é adicionada à camada porosa. No caso de presença somente de convecção natural, a variação no fluxo de calor é menor, fazendo com que a interface alcance valores menores que o caso anterior. Comparando com a figura 5.38, que mostra a mesma simulação para o mês de dezembro podemos perceber o mesmo comportamento da figura 5.37, porém a interface alcança maiores profundidades, devido à alta taxa de incidência de radiação solar que possui o mês de dezembro.

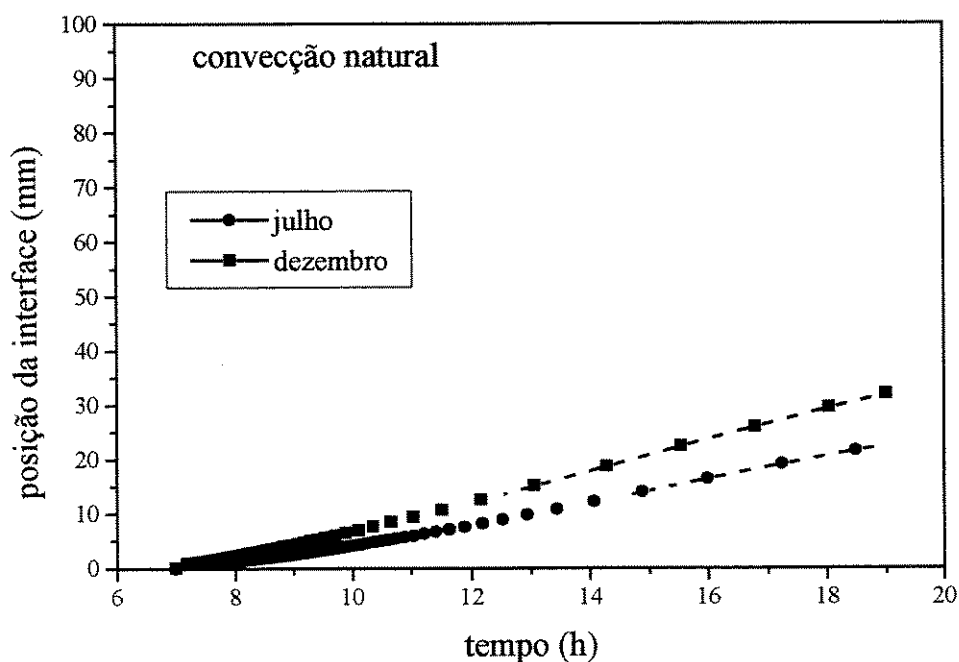


Figura 5.35 Posição da interface em função do tempo, considerando somente a presença de convecção natural - julho e dezembro (temperatura inicial =  $-2^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio areia/água)

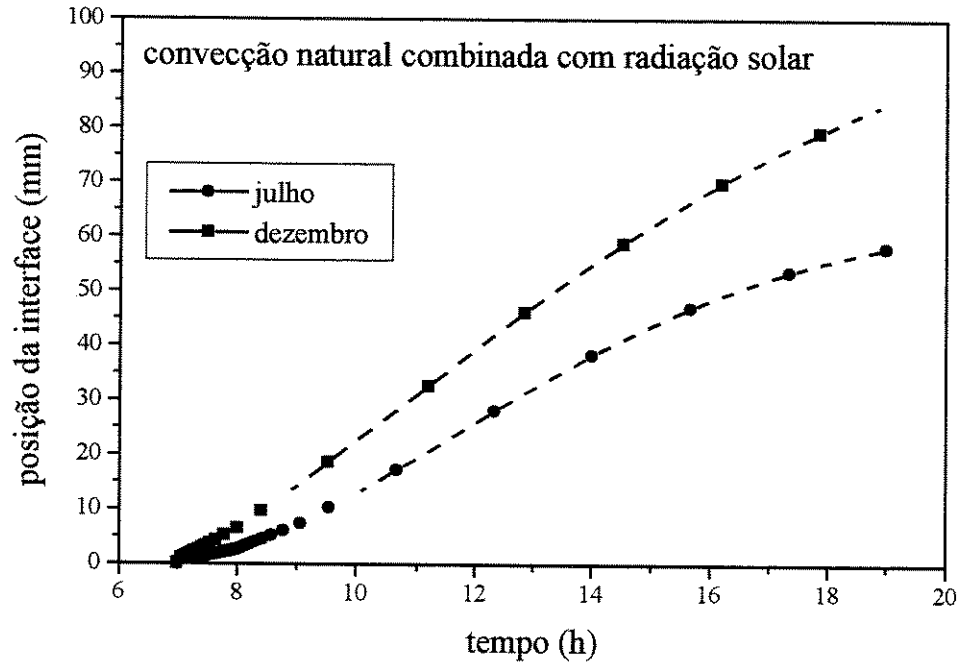


Figura 5.36 Posição da interface em função do tempo, considerando radiação solar combinada com convecção natural - julho e dezembro (temperatura inicial =  $-2^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio areia/água)

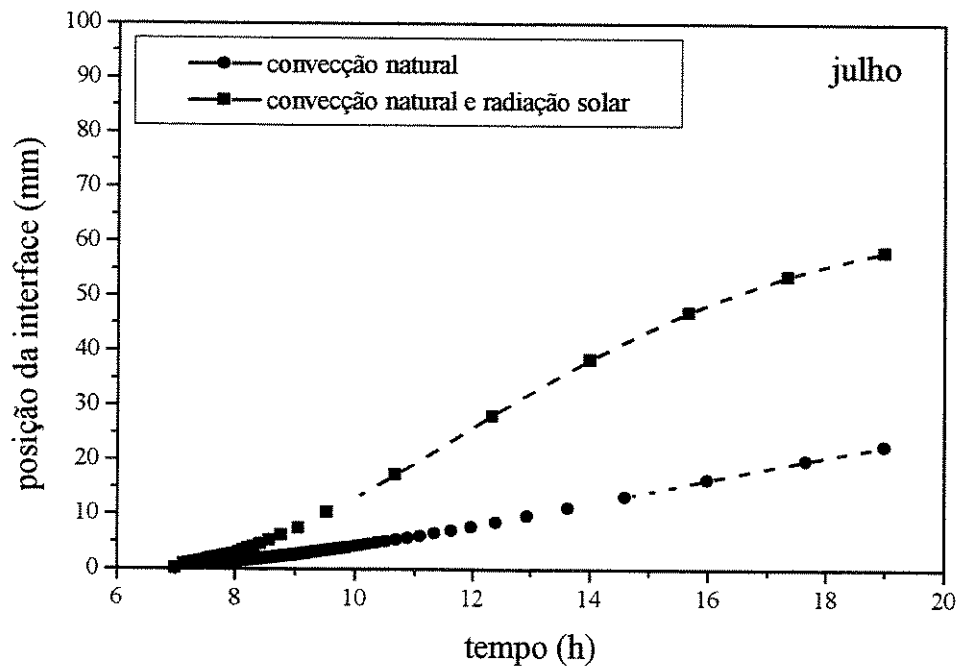


Figura 5.37 Posição da interface em função do tempo para o mês de julho, para convecção natural e radiação solar combinada com convecção natural (temperatura inicial =  $-2^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio areia/água)

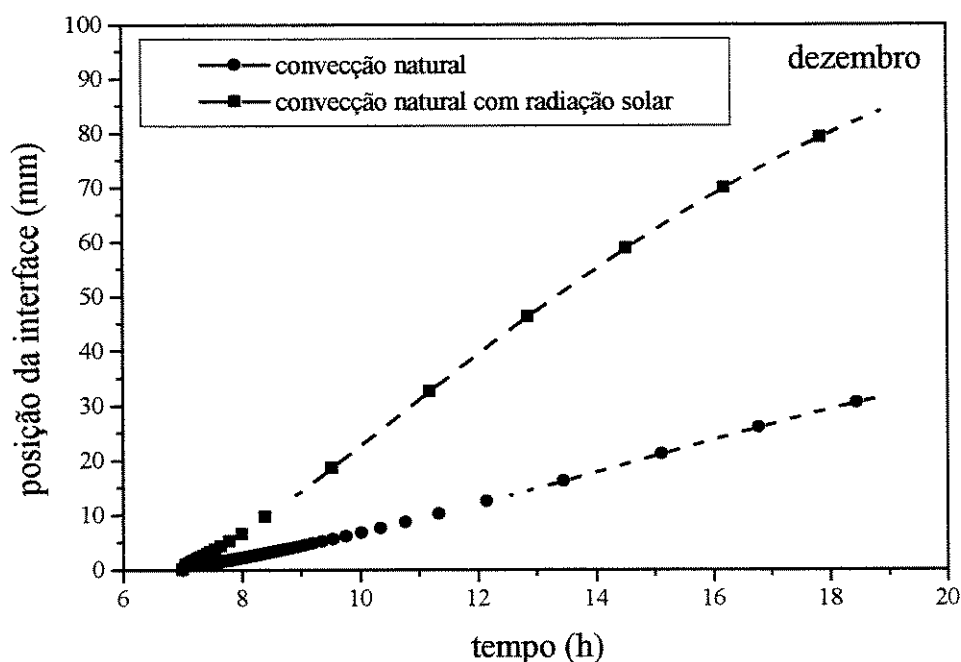


Figura 5.38 Interface em função do tempo para o mês de dezembro, para convecção natural e radiação solar combinada com convecção natural (temperatura inicial =  $-2^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio areia/água)

A análise do comportamento da temperatura é feita considerando-se a variação da temperatura no contorno superior ao longo do tempo. Na figura 5.39 é mostrada a variação da temperatura em função do tempo, considerando somente a presença de convecção natural para os meses de julho e dezembro. Em ambos os casos a temperatura no contorno superior sempre aumenta. A camada porosa recebe calor por convecção natural, uma vez que o ambiente está sempre a uma temperatura maior que a temperatura inicial da camada porosa. Quanto maior a temperatura ambiente, maior é a quantidade de calor adicionada à camada porosa e a temperatura no contorno superior. Quando se considera a presença de radiação solar combinada com convecção natural para os meses de julho e dezembro, o comportamento do valor da temperatura no contorno superior é mostrado na figura 5.40. Em virtude da presença de incidência de radiação solar que atinge um valor máximo e depois diminui ao longo do tempo considerado de simulação, o valor da temperatura no contorno superior, acompanha essa variação da energia que é adicionada à camada porosa.

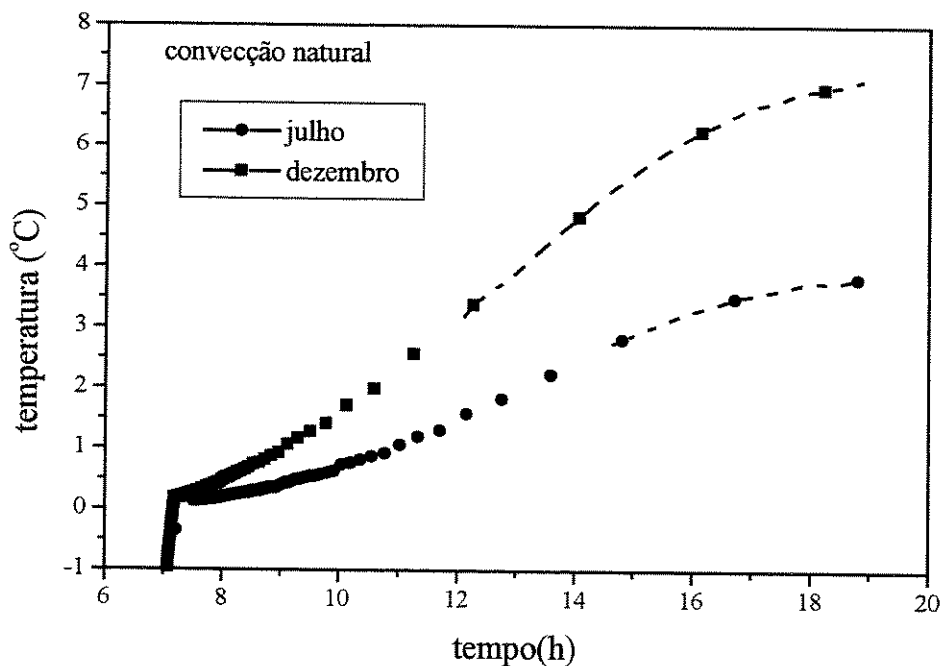


Figura 5.39 Temperatura no contorno superior em função do tempo, para somente convecção natural - julho e dezembro (temperatura inicial =  $-2^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio areia/água)

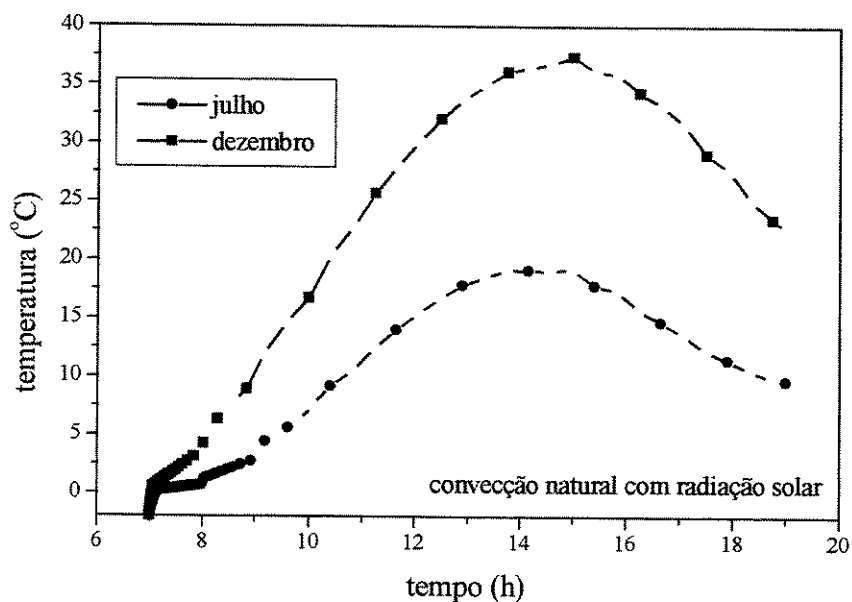


Figura 5.40 Temperatura no contorno superior em função do tempo, para radiação solar combinada com convecção natural - julho e dezembro (temperatura inicial =  $-2^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio areia/água)

A comparação entre as duas condições de presença somente de convecção natural e radiação solar combinada com convecção natural, para o mês de julho é mostrada na figura 5.41. O

comportamento da temperatura em função do tempo para os dois casos é bastante diferente. Quando o contorno superior está exposto a presença de somente convecção natural, o valor da temperatura cresce linearmente, devido à variação da temperatura ambiente ser suave e conseqüentemente a variação da energia transferida para a camada porosa ser menor. Quando o contorno está exposto também à presença de radiação solar, o aumento na temperatura é significativo. O aumento da temperatura está associado com a quantidade de energia transferida à camada porosa. Quando se tem somente convecção natural, a quantidade de energia transferida é baseada na diferença de temperatura entre o ambiente e a camada porosa. Com uma pequena diferença de temperatura, a taxa de energia que é transferida para a camada porosa é baixa, levando a um aumento suave no valor da temperatura no contorno superior. Quando a camada porosa é exposta também a radiação solar, a taxa de energia transferida é muito maior, aumentando a temperatura no contorno superior. A radiação solar tem grande variação com o tempo, levando a temperatura no contorno superior a também possuir grande variação. Pela figura 5.42, temos a mesma comparação da figura 5.41 para o mês de dezembro, o comportamento da temperatura no contorno superior é o mesmo, porém a temperatura no contorno superior atinge valores maiores devido as maiores taxas de radiação solar neste período.

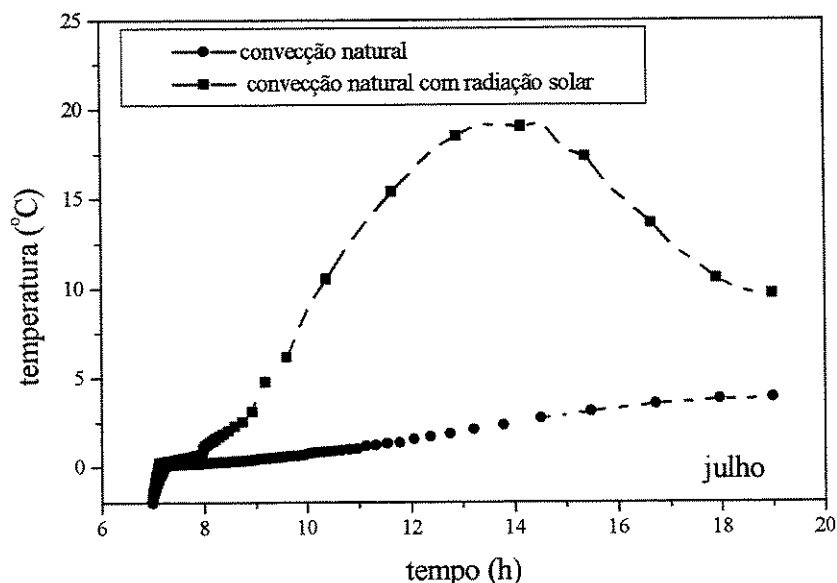


Figura 5.41 Temperatura no contorno superior em função do tempo, para o mês de julho, para radiação solar combinada com convecção natural e somente convecção natural (temperatura =  $-2^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio areia/água)

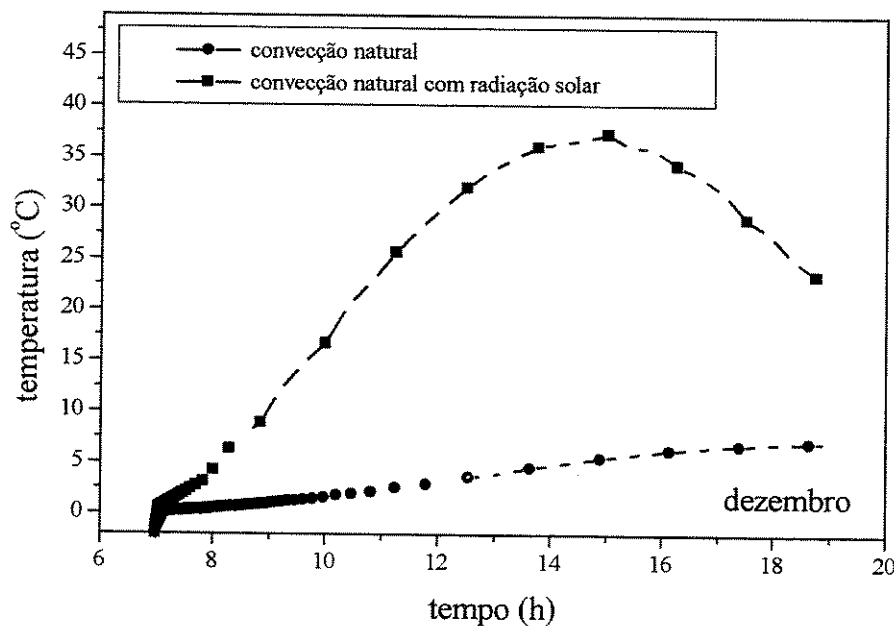


Figura 5.42 Temperatura no contorno superior em função do tempo, para o mês de dezembro, para radiação solar combinada com convecção natural e somente convecção natural (temperatura inicial =  $-2^{\circ}\text{C}$ , porosidade = 0.4, meio areia/água)

### 5.3 Aplicações do modelo numérico

O modelo numérico desenvolvido pode ser utilizado em situações práticas de problemas de engenharia. Um fenômeno comum em regiões de ocorrência de baixas temperaturas é o congelamento de camadas superficiais de solo. Esse fenômeno tem conseqüências importantes no plantio e desenvolvimento de pastagens e plantas alimentícias e também na construção de redes de tubulações subterrâneas. A influência da baixa temperatura na superfície faz com que a água presente no solo se congele até uma determinada profundidade, além da qual existe uma camada de solo com um gradiente de temperatura e então após essa camada, o solo tem sua temperatura essencialmente constante, podendo ser considerado que esteja isolado da influência da baixa temperatura da superfície. Na figura 5.43, mostramos a distribuição de temperatura em uma camada porosa constituída de areia e água, com uma porosidade conhecida ( $\varepsilon = 0.4$ ), que tenha sido exposta a uma baixa temperatura ( $-5^{\circ}\text{C}$ ), menor que a temperatura de mudança de fase da água, durante um período de 12 horas.



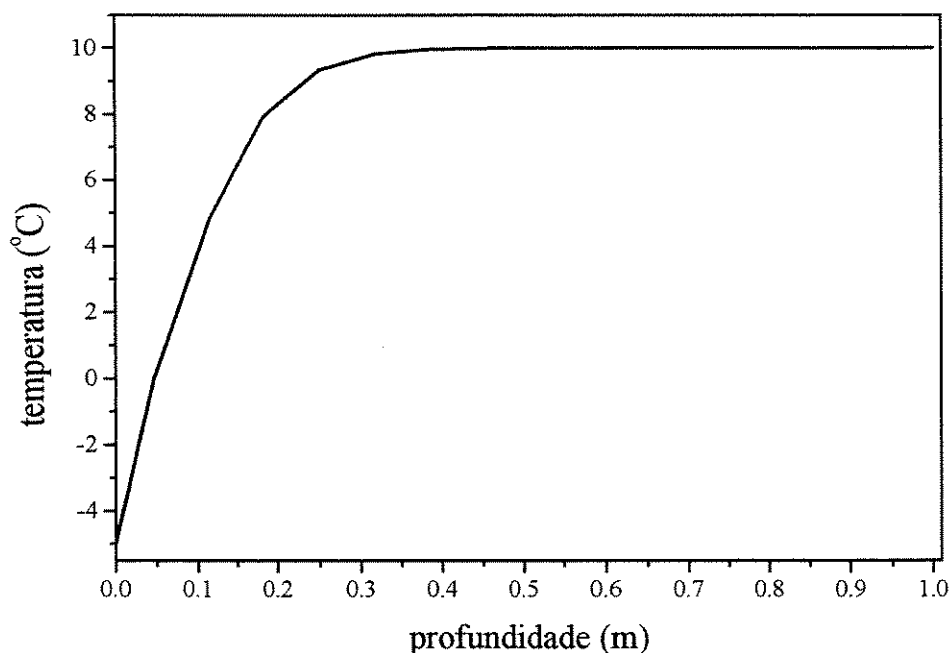


Figura 5.43 Distribuição de temperatura numa camada porosa areia/água, submetida à baixa temperatura

Pela figura, a variação da temperatura atinge uma determinada profundidade, além da qual a temperatura do solo é constante. O modelo numérico permite, através do conhecimento dos constituintes do solo e suas propriedades termofísicas, além de uma estimativa de sua porosidade, determinar a profundidade que a baixa temperatura superficial faz o solo congelar-se, e até que profundidade o solo tem sua temperatura variando.

Esse conhecimento permite a pesquisa de variedades de sementes de pastagens ou plantas alimentícias, que tenham raízes que atinjam profundidades que não sejam atingidas pelo congelamento do solo, evitando-se assim a sua morte. Também é possível, determinar a profundidade mínima a que devem ser construídas tubulações subterrâneas, para que os tubos que serão utilizados não sofram variações de temperatura que possam comprometer sua estrutura e danificar seu funcionamento. Determinando-se essa profundidade mínima, onde a temperatura permanece constante, evita-se a construção de tubulações com profundidades maiores que a necessária, diminuindo-se os custos de sua construção.

Estes são dois exemplos práticos que podem ser resolvidos através do modelo numérico, no caso de solidificação. Para o caso de fusão de meios porosos, pode-se usar o modelo numérico para determinar o tempo e a taxa de fusão necessário para fundir a camada de solo que foi congelada no exemplo anterior. A figura 5.44, mostra a posição da interface no processo de congelamento em função do tempo, e a frente de fusão usando taxas de calor variáveis, através de convecção natural e de radiação solar combinada com convecção natural.

A figura 5.44, permite determinar que taxa de fluxo de calor variável pode ser utilizada para obter a completa fusão da camada de solo. Neste caso específico, podemos notar que a utilização de uma taxa de fluxo de calor variável com somente a presença de convecção natural (correspondente à exposição da camada de solo, ao ambiente em um dia nublado, sem a incidência de radiação solar) permite fundir parte da camada congelada. Enquanto que se a exposição for feita na presença de radiação solar (neste caso um dia claro sem nuvens), permite fundir toda a camada de solo congelado, num período menor que 12 horas.

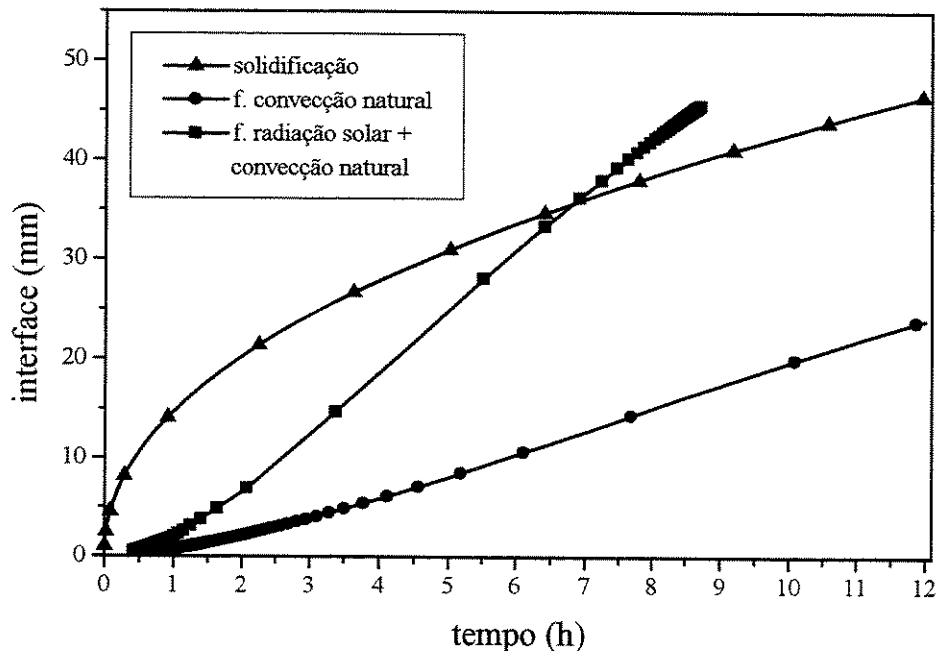


Figura 5.44 Comparação entre as posições da interface de solidificação e fusão com diferentes taxas de fluxo de calor variáveis

Já a figura 5.45, mostra a taxa de fluxo de calor constante em função do tempo necessário para fundir toda a camada de solo que estava congelado. A curva mostrada na figura permite determinar qual o tempo mínimo necessário para fundir a camada de solo congelado em função da taxa de calor imposto. Um exemplo de utilização, é quando se necessita prever qual a quantidade de calor que deve ser adicionada a uma camada de solo congelado, de modo a poder efetuar escavações para uma fundação, através da colocação de resistências elétricas, em contanto com o solo a ser descongelado. Com o uso do método numérico, é possível determinar a quantidade de calor que deve ser transferida à camada de solo, que permitirá a fusão da camada de gelo, no tempo que se necessita, permitindo assim minimizar o consumo de energia para efetuar tal trabalho.

O modelo também pode ser utilizado em outras aplicações, como por exemplo, na estimativa do tempo de congelamento e descongelamento de alimentos e ainda a utilização em armazenadores de calor.

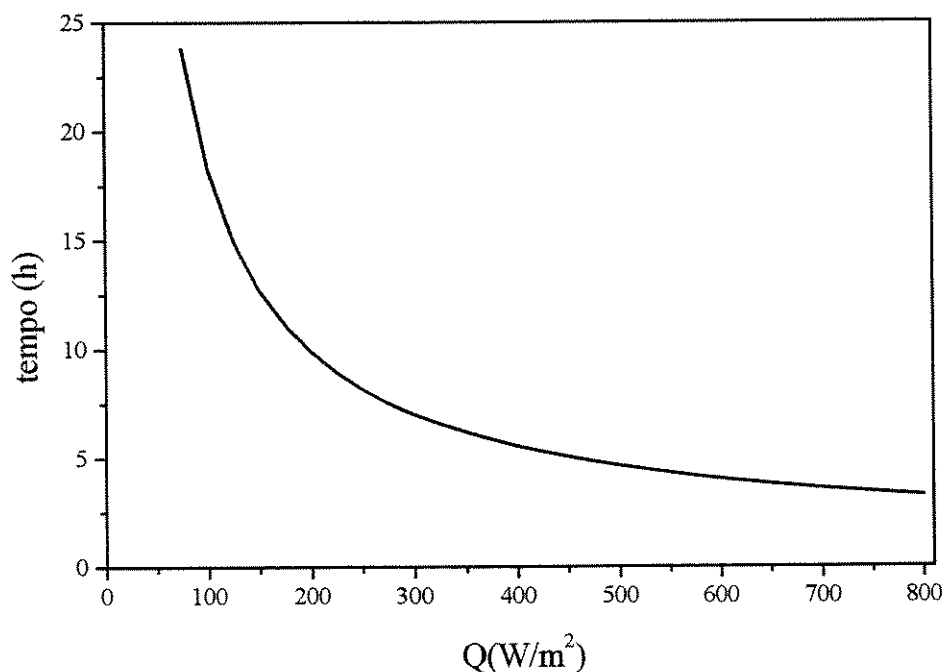


Figura 5.45 Taxa de calor em função do tempo necessário para fundir a camada de solo congelada

## **Capítulo 6**

### **Conclusão**

O problema de mudança de fase em meio poroso constituído de materiais metálicos e não-metálicos foi estudado numericamente. Considerou-se a mudança de fase em uma camada porosa plana, finita, com espessura  $d$ , sofrendo um processo de solidificação com condição de contorno de temperatura constante e um processo de fusão com condições de contorno de fluxo de calor constante e variável. O modelo numérico desenvolvido é unidimensional, puramente condutivo, baseado no método de volumes finitos e a formulação implícita de Cranck-Nicholson. O modelo foi validado com dados experimentais da literatura.

### **6.1 Solidificação**

O processo de solidificação foi simulado para a análise da mudança de fase em meio poroso de material metálico e não-metálico, verificando a influência de parâmetros como a porosidade, temperatura imposta, temperatura inicial, espessura da camada porosa para matrizes porosas metálicas (alumínio) e não-metálicas (PVC) na posição da interface, distribuição de temperatura e no tempo de solidificação total da camada porosa.

#### **6.1.1 Variação da porosidade**

O comportamento da posição da interface em função da variação da porosidade é diferente nos dois tipos de matrizes porosas consideradas. A diminuição da porosidade em matriz porosa metálica (alumínio) leva a valores maiores da profundidade da interface, ocorrendo o efeito inverso no caso de matriz porosa não-metálica (PVC), onde a diminuição da porosidade diminui a profundidade da interface. A diferença dos valores de difusividade térmica das duas matrizes porosas analisadas, faz com que o alumínio (alta difusividade) favoreça o processo de solidificação com a diminuição da porosidade e o PVC (baixa difusividade) iniba a solidificação.

A diferença nos valores de interface em função da porosidade é explicada pelo conceito de propriedades efetivas.

Na distribuição de temperatura, a variação da porosidade faz aumentar ou diminuir as temperaturas em toda a camada porosa. No caso do alumínio, a menor porosidade, faz diminuir também as temperaturas pois a difusividade térmica do meio aumenta, intensificando a transferência de calor. No meio PVC/água, diminuir a porosidade faz aumentar as temperaturas pela diminuição da difusividade térmica do meio. Nota-se também que a variação da porosidade produz grandes variações nos valores de temperatura no meio alumínio/água e pequenas variações no meio PVC/água, devido a diferença entre os valores de difusividade térmica da água e das matrizes porosas.

O tempo de solidificação total do meio alumínio/água diminui com a diminuição da porosidade, acontecendo o efeito inverso para o meio PVC/água. O uso da matriz porosa de alumínio, aumenta a velocidade da interface, fazendo com que a solidificação total aconteça em um período de tempo menor. Quando da utilização da matriz porosa PVC, a velocidade da interface diminui, necessitando de um tempo maior para ocorrer a solidificação total. O aumento da quantidade da matriz porosa na camada, diminui a porosidade, aumentando(alumínio) ou diminuindo(PVC) a difusividade do meio, influenciando a velocidade da interface e consequentemente o tempo de solidificação total.

### **6.1.2 Variação da temperatura imposta**

A diminuição da temperatura imposta faz a interface atingir maiores profundidades nos dois tipos de matrizes porosas. No caso do meio alumínio/água este aumento é mais significativo, pela maior difusividade térmica, tanto que nas condições simuladas, temperaturas impostas menores que  $-15^{\circ}\text{C}$  fazem a camada porosa solidificar-se totalmente. No meio PVC/água, esse aumento de profundidade da interface é menor, pela baixa difusividade.

Na distribuição de temperatura, diminuir a temperatura imposta, significa diminuir a temperatura em toda a camada porosa, para os dois tipos de matrizes porosas. A variação da temperatura imposta é mais sentida no meio alumínio/água do que no meio PVC/água.

O tempo de solidificação total, tem o mesmo comportamento para os dois casos. Ele aumenta com o aumento da temperatura imposta. Possui um crescimento suave durante uma faixa de temperatura, para então com o aumento da temperatura ter um aumento significativo. A diferença entre as duas matrizes porosas é que o aumento do tempo no meio PVC/água é muito maior que o meio alumínio/água.

### **6.1.3 Variação na temperatura inicial**

O aumento na temperatura inicial diminui a profundidade alcançada pela interface para as duas matrizes porosas. A diminuição é maior no meio alumínio/água do que no meio PVC/água. Aumentar a temperatura inicial significa a necessidade de uma maior quantidade de energia a ser retirada da camada porosa, para ocorrer a solidificação e conseqüentemente uma menor velocidade da interface.

Na distribuição de temperatura, o aumento da temperatura inicial, leva a um pequeno aumento da temperatura na região sólida, uma vez que a temperatura na região sólida depende principalmente da posição da interface e da temperatura imposta no contorno, e leva a grandes variações na região líquida, sendo estas mais influenciadas do valor da temperatura inicial.

A diminuição da velocidade da interface com o aumento da temperatura inicial, faz o tempo de solidificação total aumentar com o aumento desta. A diferença nos valores do tempo para as duas matrizes porosas deve-se sempre a diferença entre os valores de suas difusividades térmicas.

### **6.1.4 Variação na espessura da camada porosa**

Analisou-se nesse caso o tempo de solidificação total de camadas porosas com diferentes espessuras. Verificando que quanto maior a espessura, maior é o tempo para se obter a solidificação total, em virtude do aumento de massa a ser solidificada. O meio alumínio/água consegue solidificar camadas porosas maiores que o meio PVC/água, por ser o alumínio material metálico, bom condutor.

### **6.1.5 Contorno com duas temperaturas impostas diferentes**

Para o caso de duas temperaturas impostas diferentes no contorno, o comportamento da interface sólido-líquido em diferentes instantes de tempo mostra que quanto maior a diferença

entre essas temperaturas, maior é a irregularidade da forma da interface. A interface tende a se deslocar mais rapidamente na parte inferior do contorno onde a temperatura imposta é mais baixa. A comparação entre os dois tipos de materiais constituintes do meio poroso (alumínio e PVC), mostra que essa irregularidade é mais acentuada no caso do Alumínio, devido a maior difusividade térmica que faz com que qualquer variação do valor da temperatura imposta faça com que a posição da interface tenha uma grande variação. Essa irregularidade da forma da interface tende a ser maior com o aumento da diferença entre as temperaturas.

## **6.2 Fusão**

O processo de fusão foi simulado para a análise do uso de condições de contorno de fluxo de calor constante e variável, simulando o processo em uma camada porosa de areia/água, verificando a influência do uso de diferentes fluxos de calor constante, temperaturas iniciais e diferentes taxas de fluxo de calor variáveis, na posição da interface, distribuição de temperatura e tempo de fusão total.

### **6.2.1 Variação no fluxo de calor constante**

O aumento do fluxo de calor imposto no contorno superior faz aumentar a profundidade alcançada pela interface. Esse aumento da profundidade tende a tornar-se constante com fluxos de calor elevados. O aumento da energia transferida à camada porosa, faz aumentar a velocidade da interface, aumentando a profundidade, para um mesmo tempo de simulação.

Na distribuição de temperatura, percebe-se que o aumento do fluxo de calor, aumenta a temperatura na região líquida, mas praticamente não afeta a temperatura na região sólida. O aumento da energia, aumenta a temperatura na região líquida e a velocidade da interface, mas não influi na temperatura na região sólida.

O aumento da energia transferida, diminui o tempo de fusão total, pois aumenta a velocidade da interface diminuindo o tempo para se fundir a camada porosa. Esse tempo tende a tornar-se constante, com o aumento do fluxo de calor para valores muito elevados.

### 6.2.2 Variação da temperatura inicial

A diminuição da temperatura inicial, diminui a profundidade alcançada pela interface. A maior diferença de temperatura leva a uma maior quantidade de energia a ser adicionada à camada porosa, de modo a obter-se a fusão, fazendo a interface ter a sua velocidade diminuída.

A distribuição de temperatura, mostra que as temperaturas na região líquida diminuem com temperaturas iniciais menores, porém essa variação é pequena comparada com as temperaturas na região sólida, que tem uma variação maior.

A menor temperatura inicial faz diminuir a velocidade alcançada pela interface, que aumenta o tempo para fundir toda a camada porosa. Comparada com a variação do fluxo de calor, essa variação é bem menor.

### 6.2.3 Análise do fluxo de calor variável

A análise do fluxo de calor variável foi feita usando-se condições de contorno de troca de calor por convecção natural com o ambiente e incidência de radiação solar + convecção natural com o ambiente, ambas, a temperatura ambiente e a radiação variam com o tempo, possibilitando a análise como fluxo de calor variável.

A análise da posição da interface em função do tempo mostrou que utilizando-se somente convecção natural, a interface alcança profundidades menores que no caso de se utilizar radiação solar + convecção natural. A energia adicionada a camada porosa por convecção natural é baseada na diferença de temperatura entre a camada porosa e o ambiente. Com uma diferença pequena, a energia transferida é pequena, fazendo com que a interface atinja valores menores. A presença de radiação solar faz com que seja adicionada uma quantidade muito maior de energia à camada porosa, o que possibilita que a interface alcance profundidades muito maiores. A variação do fluxo de calor que é adicionado à interface faz com que a velocidade da mesma também varie, em função da maior ou menor quantidade de calor.

Para a temperatura foi analisada a variação da temperatura no contorno superior ao longo do tempo, para as diferentes condições de contorno. No caso de somente presença de convecção natural, a temperatura no contorno aumenta sempre ao longo do período de tempo considerado.



Quando se utilizou também a presença de radiação solar: a temperatura no contorno superior variou da mesma maneira que a incidência de radiação solar, quando esta aumentava, a temperatura acompanhava este aumento e diminuía com a diminuição da incidência da radiação solar.

### **6.3 Sugestões para trabalhos**

O modelo numérico desenvolvido pode ser utilizado para simular a mudança de fase em situações onde a convecção natural seja muito pequena ou possa ser desprezada. O desenvolvimento de modelos numéricos que considerem a existência da convecção natural são necessários para a resolução de problemas mais específicos.

A construção de uma montagem experimental para o processo de fusão, para validações do modelo numérico deveriam ser desenvolvidas.

A aplicação do modelo em situações de interesse prático como: congelamento de materiais biológicos, aplicação em sistemas de armazenamento de calor, podem ser estendidas e a aplicação em congelamento e descongelamento de solos pode ser melhorada com o desenvolvimento de modelos que incluam a convecção natural.

## Referências Bibliográficas

Albin et. al, Analysis of the food freeze drying process with predetermined surface temperature variation, in: *Drying '82*, A.S. Mizumdar, ed., Hemisphere Publishing Corp., Washington, D.C., pp. 151-156, 1982

Alexiades, V. e Solomon, A.D., *Mathematical modeling of melting and freezing process*, Hemisphere Pub., 323p., 1993

ASHRAE Handbook Fundamentals, Fenestration, American Society of Heating, *Refrigerating and Air Conditioning Engineers, INC*, Atlanta, 1985, cap. 27

Beckermann, C. e Viskanta, R. , Natural convection phase change in porous media, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v.31, pp. 35-46, 1988

Berggren, W.P., Prediction of temperature distribution in frozen soils, *Transactions: American Geophysical Union*, v.24, pp. 71-77, 1943

Chang, W.J e Yang, D.F., Natural convection for the melting of ice in porous media in a rectangular enclosure, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 39, nº11, pp. 2333-2348, 1996.

Chang, W.S., Porosity and effective thermal conductivity of wire screens, *Journal of Heat Transfer*, v. 112, pp.5-9, 1990

Chellaiah, S. e Viskanta, R., Freezing of saturated a superheat liquid in porous media, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v.33, nº5, pp. 321-330., 1988

Chellaiah, S. e Viskanta, R., Melting of ice-aluminum balls system, *Experimental Thermal and Fluid Science*, v. 3, pp. 222-231, 1990

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SECÃO CIRCULANTE

- Duffie, J.A. e Beckman, W.A., *Solar Engineering of Thermal Process*, John Wiley Inc., 1980, 762p.
- Fisher, K.M., The effects of fluid flow on the solidification of casting and ingots, *Physics Chemical Hydrodynamics*, v.2, pp. 311-326, 1981
- Henriquez, J.R., *Estudo numérico e experimental sobre vidros térmicos*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Dissertação de Mestrado, 1996, 145p.
- Holman, J.P. *Transferência de Calor*, São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1983, 639p.
- Hottel, H.C., A simple model for estimating the transmittance of direct solar radiation through clean atmosphere, *Solar Energy*, v.18, p.129-134, 1976
- Incropera, F.P. e Dewitt, D.P., *Fundamentals of Heat Transfer*, John Wiley & sons, 1981, 819p.
- Ismail, K.A.R e Pimentel, J.R., Analysis of the solidification process in porous saturated medium, *2<sup>nd</sup> European Thermal Science and 14<sup>th</sup> UIT National Heat Transfer Conference 1996*, v.1, pp. 255-260, 1996
- Ismail, K.A.R., *Modelagem de processos térmicos: Fusão e solidificação*, Campinas, S.P., Brasil, 1999, 402p. ISBN 85-900609-3-4
- Kececioğlu, I. E Liu, Y., Melting of a porous medium saturated with water near its density maximum, *Energy*, v. 18, pp. 913-931, 1993
- Krupiczka, R., *Chemia Stosowana* 2B, 183., 1966
- Liu, B.Y.H. e Jordan, R.C., The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse and total solar radiation, *Solar Energy*, v.4(3), 1960
- Lunardini, V.J., *Heat transfer in cold climates*, Van Nostrand Reinhold Co, N.Y., 1981
- Lunardini, V.J., *Heat Transfer with freezing and thawing*, Hanover, NH, Elsevier Co, 1991, 437p.

Mackie, et al, Rayleigh-Bénard stability of a solidifying porous medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 42, pp. 3337-3350, 1999

Matsumoto et. al, Solidification of porous medium saturated with aqueous solution in a rectangular cell, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 36, n°11, pp. 2869-2880, 1993

ME Staff, Seasonal thermal energy storage, *Mechanical engineering*, v. 105, n° 3, pp. 28-34, 1983.

Misnyck, Y.M. et al, Application of microwave energy for accelerating excavation in frozen soils, In: *Final Proceeding of Fourth International Conference on Permafrost*, pp. 268-272, National Academy Press, Washington, D.C., 1983

Murray, W.D. e Landis F., Numerical and machine solution of transient heat conduction problem involving melting or freezing, *ASME Journal of Heat Transfer*, v. 81, pp. 106-112., 1959

Ozisik, M.N., *Heat Conduction*, 2° ed. John Wiley & Sons Inc, 1993, 692p.

Ozisik, M.N., *Transferência de calor: um texto básico*, Rio de Janeiro, Ed. Guanabara Koogan S.A., 1990, 660p.

Patankar, S.V., *Numerical heat transfer and fluid flow*. McGraw-Hill, N.Y., 1980

Pimentel, J.R., *Contribuição ao estudo da mudança de fase em meio poroso plano saturado com líquido*, Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Brasil, 1995, 129p.

Sanger, F.J., Ground freezing in construction, *ASCE Mechanics and Foundation Divisions*, v. 94, pp. 131-158, 1968

Sasaguchi, K e Takeo, H., Effect of the orientation of a finned surface on the melting of frozen porous media, *International Journal of Heat Mass Transfer*, v. 37, n° 1, pp. 13-26, 1994

Sasaki, A. et al., Numerical study on freezing heat transfer in water saturated porous media, *Numerical Heat Transfer, Part A*, v. 18, pp. 17-32, 1990

Schumann, T.E.W. e Voss, V., *Fuel*, 13, 249, 1934

Siegel, R e Howell, J.R., *Thermal Radiation Heat Transfer*, Taylor & Francis Publishers, 1992, 1072p.

Tong, X et al, Enhancement of heat transfer by inserting a metal matrix into a phase change materials, *Numerical Heat Transfer, Part A*, v. 30, pp. 125-141, 1996

Vafai, K. E Tien, H.C., A numerical investigation of phase effects in porous materials, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 32, n°7, pp. 1261-1277, 1989

Veinberg, A.K., Permeability, electrical conductivity, dielectric constant and thermal conductivity of a medium with spherical and ellipsoidal inclusion, *Soviet Physical Dokl*, v. 11, pp. 593-595, 1967

Wakao, N e Kaguei, S., *Heat and Mass Transfer in Packed Beds*, Gordon and Breach Science Publishers, Inc. N.Y, 359p., 1982

Weaver, J.A. e Viskanta,R., Freezing of liquid saturated porous media, *Journal of Heat Transfer, Transactions of the ASME*, v. 108, pp. 654-659, 1986

Yang, C.H. et al., Freezing of a water saturated inclined packed bed of beads, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 36, n°14, pp. 3583-3592, 1993

Zhang, X et al, Melting of ice in a porous medium heated from below, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v.34, n° 2, pp. 389-405, 1991

Zhang, X. e Nguyen, T.H., Numerical study of convection heat transfer during the melting of ice in a porous layer, *Numerical Heat Transfer, part A*, v.25, pp. 559-574, 1994

### **Bibliografia Consultada**

Maliska, C.R., Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional, LTC - Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1993, 424p.

Wakao, N e Kato, K., Effective thermal conductivity of packed beds, *Journal of Chemical Engineering of Japan*, v.2, n°1, pp. 24-33, 1969.

## Apêndice A

A simulação para o caso de fluxo de calor variável é feita usando-se uma condição de contorno de radiação no contorno superior da camada porosa como mostrado na figura A-1.

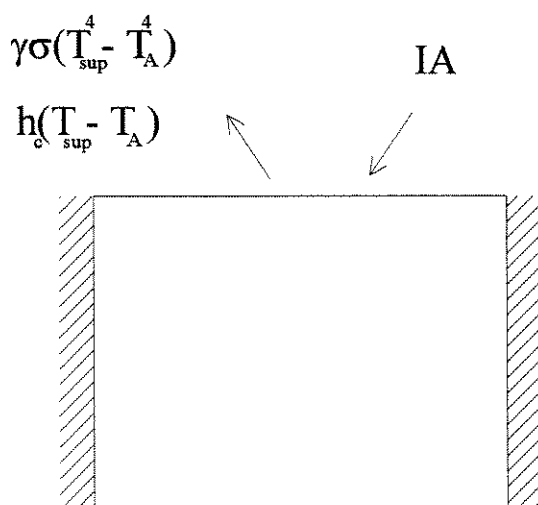


Figura A-1 Condição de contorno de radiação.

A camada porosa recebe calor por radiação solar através da atmosfera e pode perder calor por convecção natural e radiação emitida para o ambiente. O termo  $IA$  refere-se ao ganho de calor pela incidência de radiação solar,  $h_c(T_{\text{sup}} - T_A(t))$  e  $\gamma\sigma(T_{\text{sup}}^4 - T_A^4(t))$  a perda de calor por convecção natural e emissão de radiação para o ambiente, respectivamente. O termo  $A$  (absortância) e  $\gamma$  (emissividade) são definidos pelas propriedades radiativas do material, que é constituído a camada porosa. É necessário, então, o conhecimento da taxa de calor  $I$  que chega até a placa pela incidência de radiação solar.

No caso considerado como uma placa plana horizontal, podemos caracterizar a radiação que a atinge, em dois tipos: radiação direta ( $I_D$ ) e difusa ( $I_{\text{dif}}$ ). A radiação direta pode ser definida como aquela radiação recebida na superfície da placa sem ser dispersada pela atmosfera,

enquanto que a difusa é aquela que a placa recebe depois de ter sido atenuada pela atmosfera, sendo um tipo de radiação que atinge a placa vinda de todas as direções. Portanto, a radiação total (I) pode ser escrita como a soma dos tipos de radiação, então:

$$I = I_D + I_{dif} \quad (A1)$$

Geralmente os valores da incidência de radiação solar são obtidos por estações meteorológicas em diversas partes do planeta, que fazem o monitoramento da atmosfera permitindo uma estimativa da radiação solar que atinge a Terra. Outra maneira de calcular-se a radiação incidente, são correlações empíricas que permitem estimar a radiação solar em localidades onde não são disponíveis tais registros.

O método apresentado por Hottel (1976), permite calcular a radiação solar que atinge a superfície da placa em dias claros e sem nuvens, em função da altitude do local, dia do ano, tipo de clima e o ângulo de incidência dos raios solares. Pode-se escrever então que:

$$I_D = I_0 \tau_b \cos \theta_z \quad (A2)$$

onde:

$I_0$  é a chamada constante solar.

$\tau_b$  é a transmitância, que estima a radiação solar transmitida através da atmosfera

$\theta_z$  é o ângulo de incidência dos raios solares.

A constante solar ( $I_0$ ) é a quantidade de energia por radiação que chega à Terra, vinda diretamente do Sol, sem ser atenuada pela atmosfera. Seu valor na verdade possui uma pequena variação, pois é dado em função da distância Terra-Sol. Como a órbita terrestre é elíptica em relação ao Sol, o valor de ( $I_0$ ) atinge um valor máximo de 1417 W/m<sup>2</sup> em 03 de janeiro e 1328 W/m<sup>2</sup> em 06 de julho. Para efeitos de cálculos, consideramos o valor de ( $I_0$ ) como o valor médio entre os dois extremos.

A transmitância ( $\tau_b$ ) estima a atenuação que a atmosfera tem na radiação direta. É dada por:



$$\tau_b = a_0 + a_1 e^{\frac{-k}{\cos \theta_z}} \quad (A3)$$

onde as constantes  $a_0$ ,  $a_1$  e  $k$  são determinadas em função da altitude e do tipo de clima considerado para a localidade (tropical, verão ou inverno para médias latitudes e sub-artico). Os valores de  $a_0$ ,  $a_1$  e  $k$  definidos para o clima tropical e uma visibilidade de 23km podem ser expressos por:

$$\begin{aligned} a_0 &= 0.4025 - 0.00780(6 - A)^2 \\ a_1 &= 0.4953 - 0.00583(6.5 - A)^2 \\ a_0 &= 0.2765 - 0.01895(2.5 - A)^2 \end{aligned} \quad (A4)$$

a variável  $A$  corresponde a altitude da localidade, dada em Km.

O ângulo de incidência dos raios solares ( $\theta$ ) pode ser determinado por:

$$\cos \theta_z = \cos \delta \cos \phi \cos \omega + \sin \delta \sin \phi, \text{ onde}$$

- $\delta$ : é o ângulo de declinação que mede a posição do sol em relação a linha de equador. A declinação pode ser determinada pela relação encontrada na literatura

$$\delta = 23.45 \sin \left( 360 \frac{(284 + n)}{365} \right), \text{ onde } n \text{ é o número do dia do ano.}$$

- $\phi$  é a latitude da localidade considerada. Latitude sul é considerada negativa e latitude norte positiva.
- $\omega$  é o ângulo horário, correspondendo ao deslocamento do sol ao longo do dia, do leste para o oeste, devido a rotação da Terra. Cada hora corresponde a cerca de  $15^\circ$ , o ângulo horário de manhã é considerado negativo e à tarde positivo.

Dessa maneira podemos estimar a intensidade da radiação direta, para qualquer localidade, dia e horário do ano.

A radiação difusa pode ser estimada por:

$$I_{\text{dif}} = I_0 \tau_d \cos \theta_z \quad (\text{A5})$$

A constante  $\tau_d$  relaciona a transmitância da radiação direta e difusa. A correlação empírica desenvolvida por Liu e Jordan (1960), relaciona os coeficientes de transmitância entre as radiações direta e difusa.

$$\tau_d = 0.271 - 0.2939\tau_b \quad (\text{A6})$$

Fazendo-se a estimativa para o cálculo da radiação solar que atinge uma placa plana horizontal, na localidade de Campinas a 700m de altitude, latitude  $22^\circ 53''$ S para um dia qualquer do ano, ao longo de um período de 24hs resultou em valores como mostrada na figura A-2

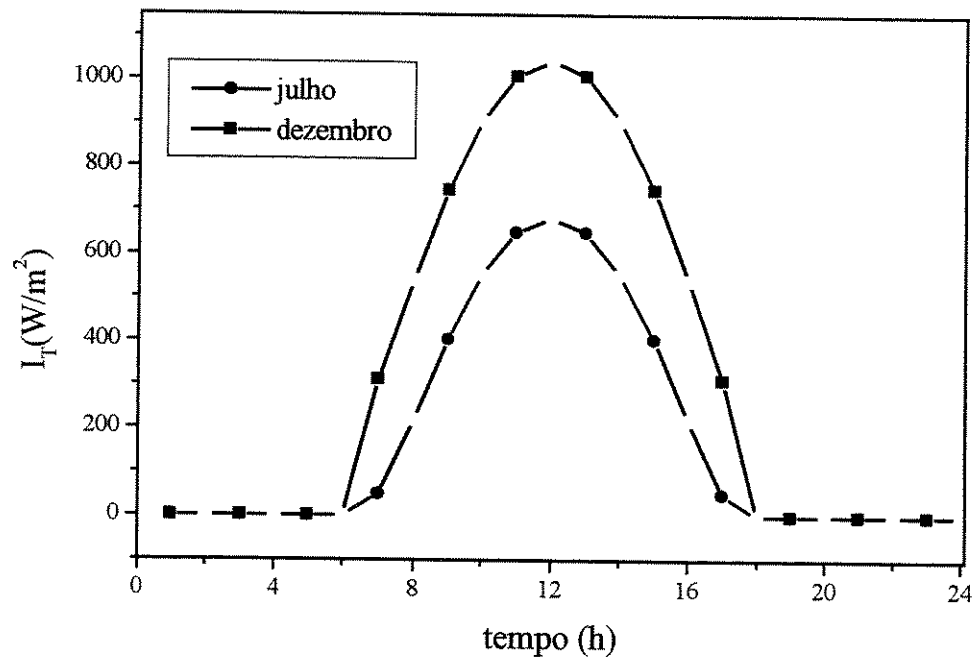


Figura A-2 Estimativa da radiação solar total, em uma placa plana, ao longo do dia para os meses de julho e dezembro

A figura A-2 determina a radiação solar total para qualquer instante do dia considerado. Para efeitos de cálculo consideramos que a radiação solar total durante uma hora fosse a média entre o início e o final da hora considerada como mostrado na figura A-3.

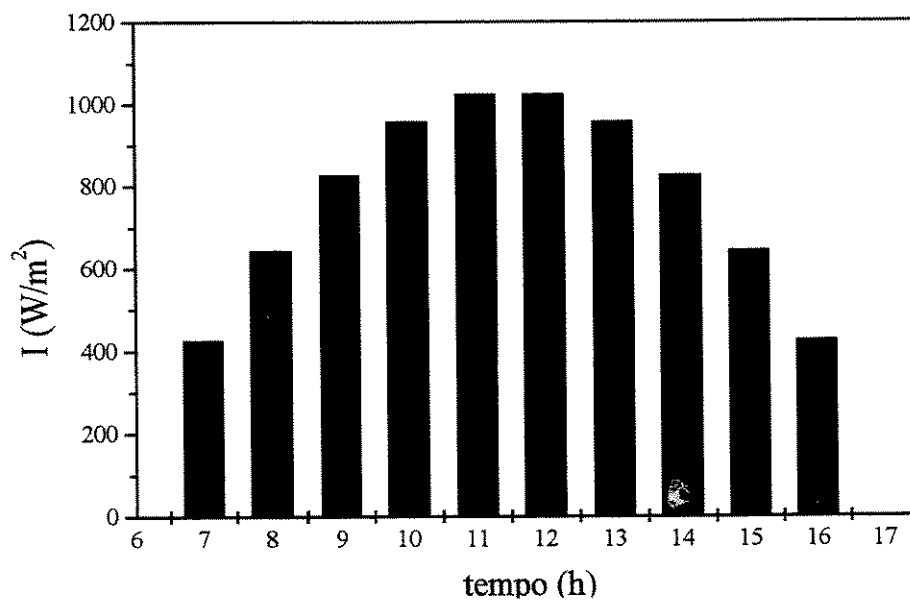


Figura A-3 Valor da radiação solar total média, durante cada hora do dia

Maiores detalhes do modelo considerado podem ser obtidos em Dufie e Beckmann (1980).

## Apêndice B

### Modelo para variação da temperatura ambiente

A variação da temperatura ambiente foi obtida usando-se o método utilizado por Henriquez (1996), descrito em ASHRAE Handbook – Fundamentals (1985). A temperatura ambiente é calculada pela expressão:

$$T_A(t) = T_{\max} - \left[ \frac{f}{100} \right] (T_{\max} - T_{\min}) \quad (\text{B1})$$

A tabela B-1 dá o valor do fator  $f$  para cada hora do dia.

Tabela B-1 Fator ( $f$ ) para as horas do dia consideradas no modelo.

Hora	Fator ( $f$ )	Hora	Fator ( $f$ )
7	93	12	23
8	84	13	11
9	71	14	3
10	56	15	0
11	39	16	3

Fonte: ASHRAE Handbook – Fundamentals (1985)

Os valores são plotados num gráfico em função do tempo em horas. Podemos assim, ajustar uma curva polinomial para descrever o valor de  $f$  para qualquer instante de tempo. Os valores das temperaturas máximas e mínimas, são obtidos de dados meteorológicos da cidade de Campinas, mostrados na tabela B-2, mostrada em Henriquez (1996).

Tabela B-2 Temperaturas médias (máximas e mínimas) para os meses do ano para a cidade de Campinas.

Mês	$T_{\text{máx}}(^{\circ}\text{C})$	$T_{\text{min}}(^{\circ}\text{C})$	Mês	$T_{\text{máx}}(^{\circ}\text{C})$	$T_{\text{min}}(^{\circ}\text{C})$
Janeiro	29.7	18.6	Julho	24.7	11.6
Fevereiro	29.5	18.7	Agosto	26.8	12.8
Março	29.4	18	Setembro	28.4	14.9
Abril	27.6	15.8	Outubro	28.4	15.2
Maiο	25.3	13.5	Novembro	28.7	16.7
Junho	24.4	11.9	Dezembro	29	17.9

Fonte: Henriquez (1996)

Consideramos que para qualquer dia do mês escolhido, a temperatura ambiente é dada em função das temperaturas médias (máxima e mínima) mensais e do fator  $f$  que leva em conta as horas do dia. Mostramos na figura B-1, o comportamento da temperatura ao longo das 24 horas de dois dias, um no mês de julho e o outro no mês de dezembro.

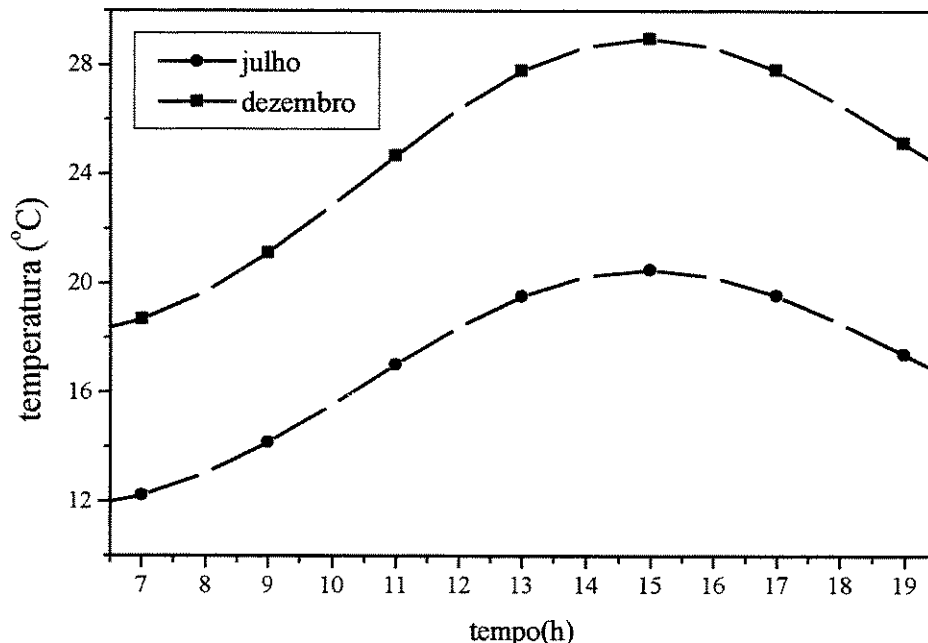


Figura B-1 Temperatura ambiente ao longo de dois dias (julho e dezembro)

## Apêndice C

### Equações discretizadas para os contornos.

Para cada tipo de processo que a camada porosa sofre, solidificação ou fusão, podem ocorrer diferentes tipos de situações devido a presença de uma ou duas fases. A seguir, são mostradas as diferentes equações discretizadas a serem utilizadas na solução numérica para os contornos superior e inferior.

#### C.1 Solidificação

No caso de solidificação podem ocorrer duas situações básicas: a camada porosa estar totalmente solidificada ou a camada porosa conter duas fases: sólida e líquida. Para cada caso são escritas as equações discretizadas para cada contorno.

##### a) contorno superior

Em ambos os casos, temos uma condição de temperatura constante imposta no contorno superior, dada por  $\theta(0, \tau) = \theta_0$ , nesse caso não é necessário uma equação discretizada para o  $\frac{1}{2}$  volume de controle da fronteira, uma vez que a temperatura no ponto nodal colocado no contorno superior é especificada.

##### b) contorno inferior

Para o caso em que exista a fase sólida e líquida, a figura C-1 mostra o balanço de energia no  $\frac{1}{2}$  volume de controle na fronteira do contorno inferior.

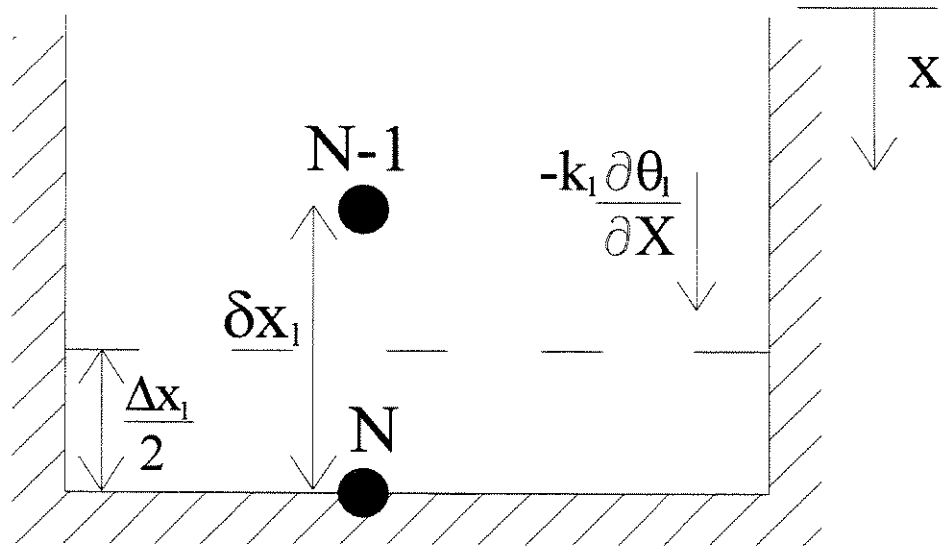


Figura C-1 Balanço de energia no contorno inferior para o caso de solidificação e presença de duas fases (sólido e líquido)

$$-\frac{\partial \theta_1}{\partial X} = \frac{\alpha_s^*}{\alpha_l^*} \frac{1}{2d} \Delta X_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} \quad (C1)$$

A equação (C1) mostra o balanço de energia na forma adimensional no  $\frac{1}{2}$  volume de controle da fronteira. Discretizando a equação da mesma forma como feito para os pontos internos do domínio, mas utilizando uma formulação totalmente implícita, chegamos a forma da equação discretizada para o contorno inferior para o caso de presença de duas fases

$$\theta_1(k+1, N)(apoci + al) = \theta_1(k+1, N-1)al + \theta_1(k, N)apoci. \quad (C2)$$

$$\text{onde } apoci = \frac{\alpha_s^*}{\alpha_l^*} \frac{1}{2d} \frac{\Delta X_1}{\Delta \tau} \text{ e } al = \frac{1}{\delta X_1}$$

Para o caso em que a camada porosa, esteja totalmente solidificada, temos o balanço de energia mostrado na figura C-2.

O balanço de energia na forma adimensional é escrito como:

$$-\frac{\partial \theta_s}{\partial X} = \frac{1}{2d} \Delta X_s \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} \quad (C3)$$

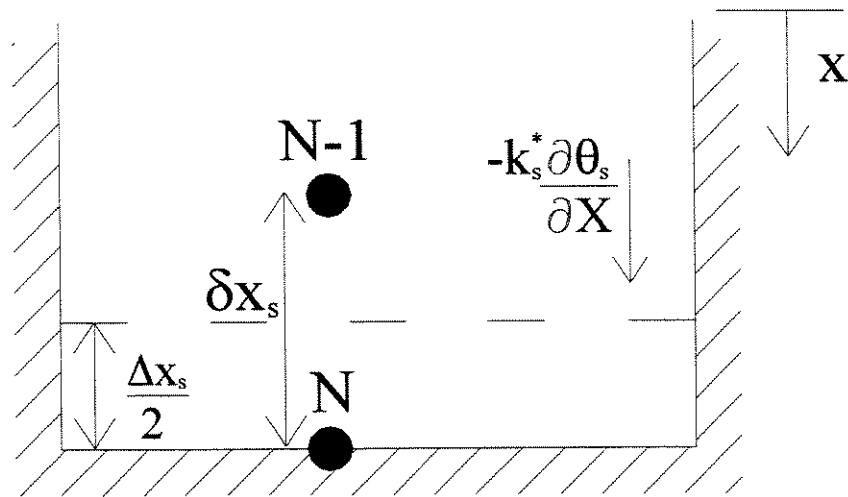


Figura C-2 Balanço de energia no contorno inferior para o caso da camada porosa totalmente solidificada

Discretizando a equação da mesma forma que feita para o caso de duas fases, chegamos a equação discretizada para o contorno inferior com a camada porosa totalmente solidificada.

$$\theta_s(k+1, N)(apoci + as) = \theta_s(k+1, N-1)as + \theta_s(k, N)apoci. \quad (C4)$$

$$\text{onde } apoci = \frac{1}{2d} \frac{\Delta X_s}{\Delta \tau}, \text{ as} = \frac{1}{\delta X_s}$$

Dessa forma, para o caso de solidificação temos as equações discretizadas para o contorno inferior para os dois casos, quando há a presença de duas fases e quando a camada porosa encontra-se totalmente solidificada. No caso de solidificação, não há a necessidade de uma equação discretizada para o contorno superior, uma vez que a condição de contorno usada faz com que sua temperatura já seja especificada.

## C.2 Fusão

Para o caso de fusão, podemos ter também a presença de uma ou duas fases, porém a presença de um fluxo de calor no contorno superior, implica na necessidade de equações discretizadas, que determinem o valor da temperatura neste contorno.

Considerando o caso em que a camada porosa esteja inicialmente solidificada, temos para o contorno superior o balanço de energia mostrado na figura C-3.



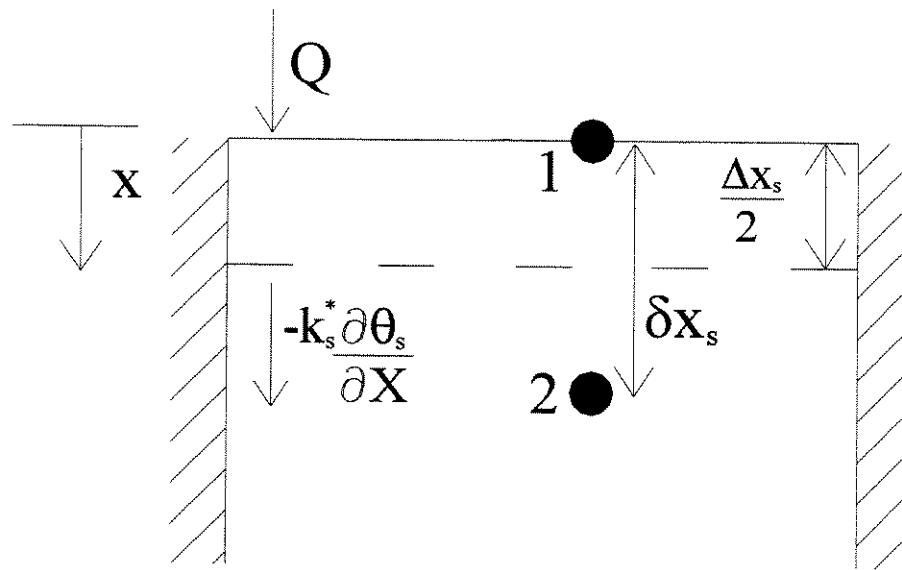


Figura C-3 Balanço de energia no contorno superior para o caso da camada porosa totalmente solidificada

O balanço de energia é escrito na forma adimensional pela equação (C5):

$$-\frac{\partial \theta_s}{\partial X} + \frac{dQ}{k_s^* T_m} = \frac{\Delta X_s}{2d} \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} \quad (C5)$$

O termo  $Q$  na equação (C5) é constante quando se trata de fluxo de calor constante e escrito como  $Q(t) = IA - h_c(T_{\text{sup}} - T_A(t)) - \gamma\sigma(T_{\text{sup}}^4 - T_A^4(t))$ , tendo a forma de fluxo de calor variável.

Discretizando a equação (C5) da mesma forma do caso de solidificação, determina-se a equação discretizada para o contorno superior para a camada porosa totalmente solidificada para o caso de fusão.

$$\theta_s(k+1,1)(\text{apocs} + \text{as}) = \theta_s(k+1,2)\text{as} + \theta_s(k,1)\text{apocs} \quad (C6)$$

$$\text{onde: } \text{apocs} = \frac{\Delta X_s}{\Delta \tau} \frac{1}{2d} ; \text{as} = \frac{1}{\delta X_s} \text{ e } C = \theta_s(k,1)\text{apocs} + \frac{dQ}{k_s^* T_m}$$

Essa equação é válida durante o período em que a camada porosa encontra-se totalmente solidificada. No contorno inferior, utilizamos a equação (C4) como a equação discretizada para a situação.

Quando inicia-se o processo de fusão, temos o balanço de energia mostrado na figura C-4.

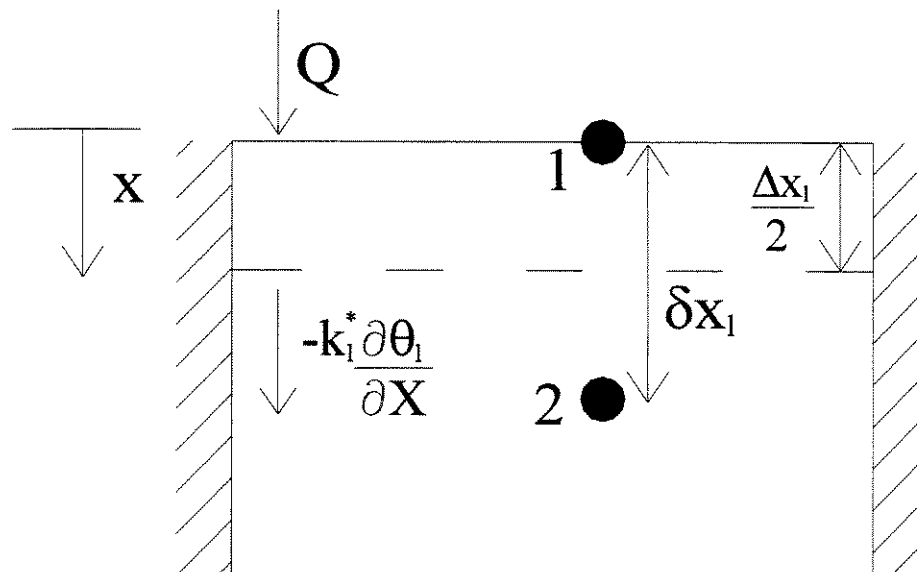


Figura C-4 Balanço de energia no contorno superior para o caso de fusão e presença de duas fases (líquido e sólido)

O balanço de energia, escrito na forma adimensional, é:

$$-\frac{\partial \theta_1}{\partial X_1} + \frac{d.Q}{k_1^* T_m} = \frac{\Delta X_1}{2d} \frac{\alpha_s^*}{\alpha_1^*} \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} \quad (C7)$$

discretizando a equação temos:

$$\theta_1(k+1,1)(apocs + al) = \theta_1(k+1,2)al + C \quad (C8)$$

$$\text{onde: } apocs = \frac{\Delta X_1}{\Delta \tau} \frac{1}{2d} \frac{\alpha_s^*}{\alpha_1^*}; \quad al = \frac{1}{\delta X_s} \quad \text{e} \quad C = \theta_1(k,1)apocs + \frac{d.Q}{k_1^* T_m}$$

No contorno inferior a equação discretizada também é dada por (C4).

Ainda pode existir a condição em que a camada porosa esteja totalmente na fase líquida. Neste caso, a equações do contorno superior também é dada pela equação (C8). Mas, ainda é necessário efetuar um balanço de energia no contorno inferior como mostrado na figura C-5.

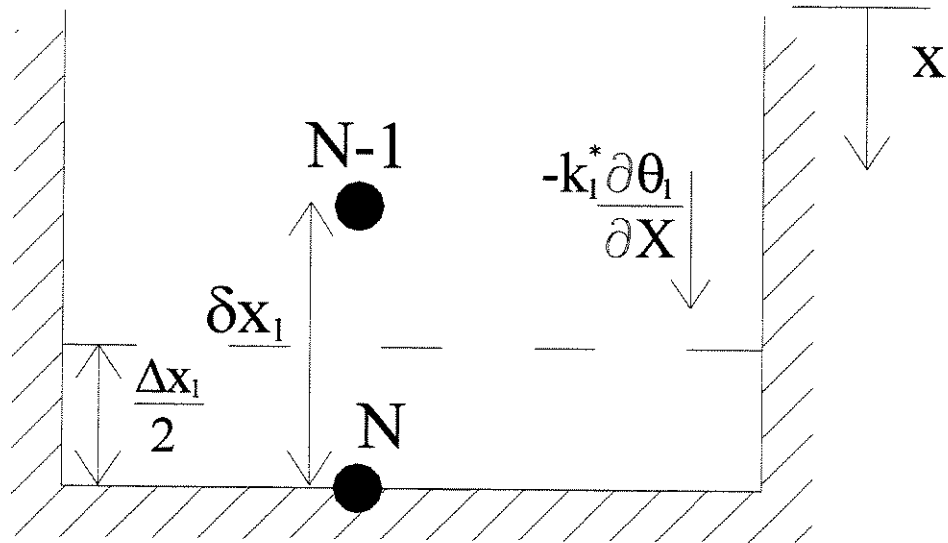


Figura C-5 Balanço de energia no contorno superior para o caso de fusão e camada porosa totalmente líquida

$$-\frac{\partial \theta_1}{\partial X} = \frac{\Delta X_1}{2d} \frac{\alpha_s^*}{\alpha_1^*} \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} \quad (C9)$$

Discretizando a equação temos:

$$\theta_1(k+1, N)(apoci + al) = \theta_1(k+1, N-1)al + \theta_1(k, N)apoci. \quad (C10)$$

$$\text{onde: } apoci = \frac{\Delta X_1}{\Delta \tau} \frac{1}{2d} \frac{\alpha_s^*}{\alpha_1^*}; \quad al = \frac{1}{\delta X_1}$$