

# NEUTRINOS DE SUPERNOVAS

**Víctor Saúl Basto González**

Prof. Dr. Orlando Luis Goulart Peres (Orientador)

*Universidade Estadual de Campinas*

*Instituto de Física GLEB WATAGHIN*

*Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia*

Este exemplar corresponde à redação final da Tese de Mestrado defendida pelo aluno Víctor Saúl Basto González e aprovada pela Comissão Julgadora.

Campinas, 2 de Dezembro de 2008



---

Prof. Dr. Orlando Luis Goulart Peres

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP**

B297n Basto González, Víctor Saúl  
Neutrinos de supernovas / Víctor Saúl Basto González. –  
Campinas, SP : [s.n.], 2008.

Orientador: Orlando Luis Goulart Peres.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".

1. Neutrinos massivos. 2. Oscilações de neutrinos.  
3. Efeito MSW. 4. Supernova (Estrela). I. Peres, Orlando Luis  
Goulart. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de  
Física "Gleb Wataghin". III. Título.

(vsv/ifgw)

- **Título em inglês:** Neutrinos from supernovae
- **Palavras-chave em inglês (Keywords):**
  1. Massive neutrinos
  2. Neutrino oscillation
  3. MSW effect
  4. Supernovae
- **Área de Concentração:** Física das Partículas Elementares e Campos
- **Titulação:** Mestre em Física
- **Banca examinadora:**

Prof. Orlando Luis Goulart Peres  
Prof. Marcelo Moraes Guzzo  
Prof. Ernesto Kemp  
Prof. Hiroshi Nunokawa
- **Data da Defesa:** 10/10/2008
- **Programa de Pós-Graduação em:** Física

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE MESTRADO DE VICTOR SAUL BASTO GONZALEZ – RA 057577 APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA “GLEB WATAGHIN”, DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 10 / 10 / 2008.

**COMISSÃO JULGADORA:**




---

Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo - Presidente da Comissão Julgadora  
DRCC/IFGW/UNICAMP



---

Prof. Dr. Hiroshi Nunokawa – DF/PUC-RJ



---

Prof. Dr. Ernesto Kemp - DRCC/IFGW/UNICAMP



# a Víctor Señor

ahora y siempre mil y una gracias,  
besos de corazón



# Agradecimentos

A Víctor Saúl Basto Basto, a la siempre bella y omnipresente Margarita y a mi familia

A mi amiga, compañera y novia Sandra Patricia

Especialmente ao meu orientador, Dr. Prof. Orlando Luis Goulart Peres

Aos professores, amigos e colegas que de alguma forma têm contribuído para a minha formação

A vocês

A CNPq pelo apoio financeiro.





# Resumo

Com este trabalho buscamos entender o fenômeno de oscilações de neutrinos na matéria. Para isto, estudamos a propagação de neutrinos em Supernovas. O estudo é feito nestes objetos astrofísicos, pois são produzidos neutrinos de todos os sabores quando a estrela progenitor da Supernova é muito massiva. Além de isto, estes corpos celestes atingem densidades muito maiores que a densidade solar. Uma razão adicional muito importante é que os neutrinos são mensageiros ideais e poderão ser observados antes mesmo da observação óptica da explosão de Supernova, assim eles podem fornecer informação sobre os processo que levam à formação de Supernova. Para fazer esse estudo consideramos os valores atuais dos parâmetros de oscilações de neutrinos e um perfil de densidade para a matéria da estrela moribunda. Encontramos que os neutrinos experimentam o efeito Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein (MSW) em dois regimes de densidades diferentes. A existência destas regiões dependerá da hierarquia nas massas dos neutrinos e se é partícula/antipartícula. Encontramos que para no caso de antineutrinos eletrônicos o fluxo na Terra dependerá do tipo de hierarquia e do valor do ângulo de mistura  $\theta_{13}$ , esse ângulo de mistura modificará o tipo de transição pela zona de ressonância de densidades altas na Supernova. Encontramos que o número de eventos, para esses antineutrinos, é diferente se a hierarquia na massa é normal ou invertida. A diferença é mais notória se a luminosidade em neutrinos não está equipartida. Também encontramos que o número de eventos no detector Super-Kamiokande dependerá do tipo de propagação na região mais interna de Supernova para hierarquia invertida e caso  $\theta_{13} < 10^{-3}$ , podemos ter informação sobre esses ângulo de mistura caso conseguiremos diferenciar o espectro sem oscilação e com oscilação induzido por efeito puramente adiabático. Neste estudo não tivemos em conta o efeito da matéria na Terra.



# Abstract

In this work we study the behaviour of the neutrino oscillations in the matter. To do so, we studied the propagation of neutrinos in Supernovae. The study is done on this astrophysical objects because there are produced all flavor of neutrinos when the Supernova progenitor star is very massive. Moreover, this celestial bodies reach much higher densities than the solar density. An additional and very important reason to study neutrinos in Supernova is because neutrinos are ideal messengers, thus they could be detected even before of the optical observation of the Supernova explosion. We considered the updated oscillation parameter values for neutrinos and a density profile of the matter in the dying star. Also, we consider that in the neutrino propagation in a medium it is modified by the medium density, being known as Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein (MSW) effect. The existence of regions in which the MSW effect is very relevant will depend on the mass hierarchy of the neutrinos/antineutrinos and if they are neutrinos or antineutrinos. We found in the case of anti electron neutrinos that the flux in the Earth will depend on the type of hierarchy and on the value of the mixing angle  $\theta_{13}$ , that angle will modify the kind of transition in the resonance zone in the regime of high densities in the Supernova. We calculated the number of events for those antineutrinos and we have found that the value depend if the mass hierarchy is normal or inverted. The difference is even more evident if the total luminosity of the neutrinos is not equally distributed between the all neutrino flavors. Finally, we also found that the number of events in the Super-Kamiokande detector will depend on the propagation in the Supernova inner region for the inverted hierarchy and when the mixture angle  $\theta_{13} < 10^{-3}$ . In this study we will not consider the Earth's matter effect.



# Sumário

<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>1 Teoria das Supernovas</b>	<b>5</b>
1.1 Cenário de explosões de SN . . . . .	8
1.1.1 Começo do infall . . . . .	10
1.1.2 Aprisionamento de Neutrinos . . . . .	11
1.1.3 O Colapso Homólogo . . . . .	14
1.1.4 Ricochete do centro e formação da onda de choque . . . . .	15
1.1.5 Explosão do Carço . . . . .	16
1.1.6 Explosão imediata . . . . .	18
1.1.7 Explosão atrasada . . . . .	18
1.2 Espectro de energia . . . . .	19
1.3 SN1987A . . . . .	21
<b>2 Oscilações de Neutrinos</b>	<b>23</b>
2.1 Oscilações de Neutrinos no Vácuo . . . . .	23
2.1.1 Oscilações dos neutrinos . . . . .	25
2.1.2 Oscilações dos anti-neutrinos . . . . .	28
2.1.3 Mistura de dois neutrinos . . . . .	30
2.2 Oscilações de neutrinos na matéria . . . . .	32
2.2.1 Potenciais efetivos na matéria . . . . .	32
2.3 Evolução dos estados de sabor . . . . .	39
2.3.1 O caso de neutrinos . . . . .	39

2.3.2	O caso de anti-neutrinos . . . . .	41
2.3.3	Mistura de dois sabores . . . . .	43
<b>3</b>	<b>Oscilações de neutrinos nas supernovas</b>	<b>51</b>
3.1	Fenomenologia . . . . .	52
3.2	Hierarquia . . . . .	54
3.3	Oscilações de neutrinos no interior da estrela. . . . .	56
3.3.1	Probabilidade de conversão, caso neutrinos . . . . .	57
3.3.2	Densidades Altas . . . . .	58
3.3.3	Cálculo da probabilidade . . . . .	71
3.3.4	Densidades Baixas . . . . .	80
3.3.5	Avaliação dos resultados . . . . .	88
3.4	Probabilidade total . . . . .	90
3.5	Oscilações de antineutrinos no interior da estrela. . . . .	95
3.6	Oscilações de neutrinos e hierarquia invertida. . . . .	98
3.7	Oscilações de antineutrinos e hierarquia invertida. . . . .	100
3.7.1	Densidades Altas . . . . .	101
3.7.2	Densidades Baixas . . . . .	102
3.7.3	Probabilidade Total . . . . .	104
3.8	Conclusões parciais . . . . .	106
<b>4</b>	<b>Fluxo de neutrinos nos detectores</b>	<b>107</b>
4.1	Cálculo didático das probabilidades médias . . . . .	108
4.2	Fluxos para hierarquia normal . . . . .	110
4.2.1	Fluxos de neutrinos na superfície da estrela . . . . .	110
4.2.2	Fluxo de neutrinos na superfície da Terra . . . . .	113
4.2.3	Fluxos de antineutrinos na superfície da estrela . . . . .	114
4.2.4	Fluxo de antineutrinos na superfície da Terra . . . . .	116
4.3	Fluxos para hierarquia invertida . . . . .	119
4.3.1	Fluxos de neutrinos na superfície da estrela . . . . .	119
4.3.2	Fluxo de neutrinos na superfície da Terra . . . . .	122

4.3.3	Fluxos de antineutrinos na superfície da estrela . . . . .	123
4.3.4	Fluxo de antineutrinos na superfície da Terra . . . . .	125
4.4	Número de eventos . . . . .	128
4.4.1	Número de eventos para hierarquia normal . . . . .	129
4.4.2	Número de eventos para hierarquia invertida . . . . .	131
4.5	Conclusões parciais . . . . .	136
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>137</b>
<b>A</b>	<b>Probabilidade total média para neutrinos</b>	<b>139</b>
<b>B</b>	<b>Probabilidade total média para antineutrinos</b>	<b>143</b>
<b>C</b>	<b>Probabilidade média total para neutrinos e hierarquia inversa</b>	<b>147</b>
<b>D</b>	<b>Probabilidade média total para antineutrinos e hierarquia inversa</b>	<b>151</b>





# Lista de Figuras

1.1	Estrutura do pré-colapso da estrela, Modelo de Woosley e Weaver para $15 M_{\odot}$	9
1.2	Velocidade infall e velocidade de som versus o raio.	15
1.3	Luminosidades e energias de quadrado-meio-raiz, $\sqrt{E^2}$ , de neutrinos como função do tempo.	17
1.4	Número de eventos do fluxo de neutrinos originado no esfriamento da proto-estrela de nêutrons. As duas gráficas têm a mesma área, número de eventos.	20
1.5	Neutrinos detectados de SN1987a com os detectores IMB e Kamiokande-II.	22
2.1	Probabilidade de transição de $\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}$ no vácuo em função da distância.	32
2.2	Diagramas de Feynman dos processos de espalhamento elástica que gera o potencial $V_{\alpha}$ .	33
2.3	Figuras de cruzamento para o caso adiabático e não-adiabaticamente.	48
3.1	Os dois esquemas distintos permitidos pela hierarquia $\Delta m_{21}^2 \ll  \Delta m_{31}^2 $ .	55
3.2	Valores das massas dos neutrinos como uma função da massa mais leve para o caso de hierarquia normal e hierarquia inversa	56
3.3	Diagrama de cruzamento para hierarquia normal	58
3.4	Parâmetro de adiabaticidade para $C = 1$	64
3.5	Parâmetro de adiabaticidade para $C = 15$	65
3.6	Comportamento do $\sin 2v_{13}^M(x)$ com respeito à densidade.	66
3.7	Comportamento do $\cos 2v_{13}^M(x)$ com respeito à densidade.	67
3.8	Dependência de $P_C^H$ com a energia.	70
3.9	Curvas de contorno da probabilidade de cruzamento $P_C^H$ em função dos parâmetros de oscilações de neutrinos $\Delta m_{Atm}^2$ e $\sin^2 2\theta_{13}$	77

3.10	Probabilidade de sobrevivência de um neutrino eletrônico na região de densidades altas para uma distância de $23 \times 10^6$ km. . . . .	78
3.11	Dependência de $P_C^H$ com a energia, $\sin^2 2\theta_{13}$ e o parâmetro $C$ . . . . .	79
3.12	Comportamento do ângulo de mistura $\sin 2\theta_{13}$ com a distância. . . . .	81
3.13	Parâmetro de adiabaticidade em função do raio da estrela na região de densidades baixas. . . . .	85
3.14	Dependência com a energia das probabilidades dos $\nu_e$ para densidades baixas. . . . .	88
3.15	Comparação entre os autovalores para densidades altas e os autovalores para o problema geral . . . . .	89
3.16	Comparação entre os autovalores para densidades baixas e os autovalores para o problema geral . . . . .	89
3.17	Comportamento da probabilidade $\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^T(x, E) \rangle$ em função da energia dos neutrinos. . . . .	92
3.18	Variação dos autovalores com a densidade para o caso de antineutrinos. . . . .	95
3.19	Autovalores para o caso de hierarquia invertida . . . . .	98
3.20	Autovalores para o caso de antineutrinos e hierarquia invertida . . . . .	101
3.21	Probabilidade de sobrevivência dos $\bar{\nu}_e$ para hierarquia inversa . . . . .	105
4.1	Esquema de transições de neutrinos na SN para hierarquia normal. . . . .	109
4.2	Diagrama da dinâmica das transições para o caso de neutrinos e hierarquia invertida. . . . .	120
4.3	Diagrama da dinâmica das transições para o caso de antineutrinos e hierarquia invertida. . . . .	124
4.4	Número de eventos do fluxo de antineutrinos eletrônicos que chegam a Terra para a luminosidade igualmente dividida entre os neutrinos . . . . .	129
4.5	Número de eventos do fluxo de antineutrinos eletrônicos que chegam a Terra para uma violação da equipartição da luminosidade entre os neutrinos. . . . .	131
4.6	Número de eventos de antineutrinos eletrônicos para hierarquia invertida e com luminosidade dos neutrinos equipartida. . . . .	132

4.7	Número de eventos para o caso quando a adiabaticidade é violada parcialmente e variações do $C$ . . . . .	133
4.8	Figura que mostra os números de eventos para diferentes tipos de transições pela região de ressonância alta, no caso que a luminosidade seja equipartida. . . . .	134
4.9	Comparação entre diferentes valores do parâmetro $C$ no caso que a adiabaticidade seja parcialmente violada e que a luminosidade dos neutrinos não seja equipartida. . . . .	135
4.10	Numero de eventos para os diferentes tipos de transições pela zona de ressonância de densidades altas quando a hierarquia é inversa, a luminosidades não é equipartida e o é fluxo de antineutrinos eletrônicos. . . . .	135



# Lista de Tabelas

3.1	Valores do parâmetro $F$ para $\rho \propto x^{-3}$ . . . . .	69
-----	---	----

# Introdução

As Supernovas (SNs) são explosões estelares causadas pela morte de estrelas mais massivas que o Sol, pelo menos oito massas solares. Elas podem indicar o nascimento de um objeto compacto tal como uma estrela de nêutrons ou um buraco negro. Adicionalmente, a propagação pelo espaço da onda de choque da explosão pode atuar como gatilho para o nascimento de outras estrelas. Por outra parte, todos os elementos pesados que existem na Terra foram sintetizados durante a formação e explosão da Supernova. Então, a vida na Terra é em grande parte possível devido a explosões de estrelas massivas. Esse evento tão extraordinário também produz neutrinos.

As Supernovas são fontes completamente diferentes de neutrinos, comparados com as fontes tradicionais como o Sol, os raios cósmicos ao colidir na atmosfera, os aceleradores de partículas e as usinas nucleares. A energia dos neutrinos de SNs está entre a energia dos neutrinos solares e neutrinos das usinas. São produzidos neutrinos de todos os sabores as informações fornecidas por eles não podem ser obtidas com as outras fontes de neutrinos.

As oscilações de neutrinos são as únicas evidências de nova física fora do Modelo Padrão, sem sombra de dúvidas. Os dados de neutrinos Solares [1–13] mostram uma redução dos neutrinos comparada com o número esperado deles. Os neutrinos atmosféricos [14–22] apresentam uma assimetria entre os neutrinos que vêm de cima do horizonte com respeito aos neutrinos que vêm do outro lado da Terra. Estes problemas são solucionados com a hipótese que os neutrinos estão sujeitos à chamada oscilação de sabores de neutrinos induzida pela massa deles e adicionalmente, que os estados de sabor dos neutrinos são combinações lineares de estados de massa de neutrinos. Embora atualmente a hipótese aceita seja a oscilação de neutrinos não conhecemos a hierarquia das massas (normal ou invertida), o valor do ângulo  $\theta_{13}$ , e também não a fase de violação de CP.

Os sinais de neutrinos de SN podem revelar o tipo de hierarquia e também colocar um limite sobre o ângulo de mistura  $\theta_{13}$ . Por outra parte um estudo detalhado do sinal poderia dar informação importante sobre o mecanismo de explosão de Supernova, pois atualmente não conhecemos completamente os mecanismos que levam à explosão do colapso do centro estelar de uma estrela massiva.

Os neutrinos emitidos pelo colapso do centro estelar passaram através da matéria da estrela que não tem sido afetada pelo início da explosão da estrela. Eles se propagaram saindo da estrela passando por várias ordens de magnitude de densidades de matéria, desde a densidade nuclear na neutrinosfera até densidades nulas no espaço interestelar. A propagação de um neutrino na matéria causará modificações dos parâmetros no vácuo, ângulos de mistura e as diferenças quadráticas de massa. Este efeito é devido ao potencial efetivo dos neutrinos eletrônicos na matéria. Isto levam a que as oscilações de neutrinos na matéria possam exibir uma ressonância e aumente a probabilidade de conversão comparado com a probabilidade de neutrinos do vácuo. Este mecanismo é chamado de efeito Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein (MSW). Assim, o objetivo geral deste trabalho é estudar os efeitos da matéria sobre as oscilações de neutrinos quando eles se propagam pela matéria externa ao centro estelar que já colapso. Deste objetivo desprende-se outro que têm que ver com a possibilidade que um sinal de neutrinos de Supernova possa colocar uma um limite superior mais baixo ao ângulo de mistura  $\theta_{13}$  e sobre a determinação da hierarquia de massa dos neutrinos. Como são produzidos todos os sabores dos necessitamos fazer uma descrição dos neutrinos em três gerações.

Existem estudos sobre futuras detecções de neutrinos devidos ao colapso de estrelas massivas. Os autores Dighe e Smirnov [23] estimaram qualitativamente os efeitos de oscilações de neutrinos nas explosões de Supernovas sobre o pico de neutronização, a distorção do espectro de energia e os efeitos da matéria da Terra. Neste trabalho se fará o mesmo estudo, mas não consideramos os efeitos da matéria da Terra.

Alem do efeito da Terra, foram ignorados por simplicidade vários efeitos que são potencialmente importantes para o caso de hierarquia invertida. Alguns de estes efeitos são: i) Efeito da onda de choque, pode causar efeitos observáveis no sinal de neutrinos ver, por exemplo, Schirato e Fuller [24], Fogli et. Al. [25, 26], Tomas [27] A onda de choque também

pode causar outro efeito adicional por causa de turbulência ou flutuação da densidade, ver Fogli et. al. [28]. ii) Efeito coletivo, Recentemente foram feitos vários estudos onde mostraram que os efeitos de interação entre neutrinos (que existe dentro da interação fraca do Modelo Padrão) fora da neutrinosfera, mas antes dos neutrinos chegarem às zonas de ressonância pode ter influencia muito forte para os neutrinos vindos de SN se a hierarquia for invertida e  $\sin\theta_{13}$  não for nulo (embora possa ser muito pequeno). Ver por exemplo Duan et al, [29–31], Fogli et, al. [32]

No Capítulo 1 se apresentará um breve estudo sobre a teoria das Supernovas. No Capítulo 2 fizemos uma revisão de oscilações de neutrinos no vácuo e na matéria para o caso de dois gerações. Os objetivos deste capítulo são estabelecer a notação e os conceitos sobre oscilações de neutrinos. O Capítulo 3 engloba temas como fenomenologia de neutrinos, hierarquia de massas e oscilações de neutrinos no interior da estrela considerando a mistura de três gerações de neutrinos. Consideramos que neutrinos e antineutrinos são produzidos de todos os sabores e que a hierarquia de massa dos neutrinos poderá ser normal ou invertida. Todo este estudo fica expressado em termos das probabilidades de transição de um neutrino nascido com estado de sabor  $\alpha$  seja encontrado com estado de sabor  $\beta$  na superfície da Supernova. Para calcular as probabilidades totais fizemos a propagação dos estados de massa na matéria e mostramos que esta probabilidade pode ser expressa como o produto das probabilidades de transição em cada zona de ressonância. O estudo em três gerações de neutrinos foi possível já que tivemos em conta a dominância na diferença quadrática de massa dos dados de neutrinos atmosféricos sobre os dados de neutrinos solares e adicionalmente que o ângulo de mistura  $\theta_{13}$  é pequeno, do experimento CHOOZ [33].

No Capítulo 4 calculamos os fluxos de neutrinos na superfície da Terra e o número de eventos devidos a esse fluxo. O cálculo dos números de eventos foi feito somente para antineutrinos eletrônicos, pois é a reação dominante no detector Super-Kamiokande. O fluxo de neutrinos na Terra fica descrito em termos do fluxo inicial de neutrinos da proto-estrela de nêutrons que se esfria e esse fluxo dependerá da hierarquia das massas dos neutrinos. No Capítulo 5 estão as conclusões.





# Capítulo 1

## Teoria das Supernovas

De um ponto de vista histórico, o nome de Supernovae, SNe, é devido aos astrônomos Walter Baarde e Fritz Zwicky, que nos anos de 1930 observaram objetos que apareciam subitamente com um aumento repentino em luminosidade e que depois decaíam lentamente, similar a uma nova, mas muito mais luminosas e raras. Devido a sua grande luminosidade, comparável à luz integrada da galáxia hospede, e suas linhas espectrais largas eles concluíram que as SNs foram explosões muito energéticas produzidas pela morte de estrelas massivas. Eles sugeriram que as SNs são o produto da emissão da enorme energia do colapso gravitacional, em particular da parte mais interior da estrela que colapsa produzindo uma estrela de nêutrons. Atualmente a mesma descrição básica do colapso de estrelas massivas é mantida.

O destino final de estrelas massivas poderá ser ou estrelas de nêutrons ou buracos negros, isto depende principalmente da massa inicial da estrela e da história de perda de massa durante sua evolução. As classificações das explosões permitem-nos fazermos aproximadamente uma idéia da estrela original que produziu esta explosão. Os tipos de SNs são os seguintes [34]:

- Tipo Ia, seu espectro não apresenta linhas de hidrogênio, mas apenas fortes linhas de silício. Estão caracterizadas pela homogeneidade em suas curvas de luz. São observadas em galáxias que contêm estrelas velhas. São produzidas por explosões termonucleares<sup>1</sup>,

---

<sup>1</sup>As explosões termonucleares não geram objetos compactos.

- Tipo Ib, caracterizadas pela ausência de linhas de hidrogênio, ausência de linhas de silício e presença de uma forte linha de hélio. São observadas em regiões com estrelas jovens,
- Tipo Ic, sem linhas de hidrogênio nem silício e sem ou com uma linha fraca de hélio. Também se encontra em regiões com estrelas jovens,
- Tipo II-P, apresentam linhas de hidrogênio, uma fase de plateau na curva de luz e apresenta-se em regiões com estrelas jovens,
- Tipo II-L, também com linhas de hidrogênio e ocorrem em regiões com estrelas jovens, mas não apresentam uma fase de plateau.

A classificação anterior, além de permitir-nos fazer uma descrição das estrelas que produzem cada tipo de, também permite-nos distinguir o mecanismo físico que governa a explosão de uma estrela. Este mecanismo é diferente em SNs tipo Ia que em SNs de tipo Ib, Ic e II. A diferença é observada no espectro de luz alguns meses depois que a luminosidade atinge seu valor máximo, quando o material ejetado chega a ser opticamente transparente e as regiões mais internas chegam a ser visível: O espectro de emissão de SN Ia é dominado por linhas de ferro, enquanto nas SNs Ib, Ic e II mostram linhas de emissão de oxigênio e carbono.

A classificação anterior de SNs pode entender-se através da teoria de evolução estelar. A evolução das estrelas depende fortemente de suas massas. Os pontos importantes da evolução estelar são:

- a) As estrelas massivas requerem grande pressão para suportar suas próprias massas pelo tanto, sua temperatura central é maior que em estrelas menos massivas.
- b) Como a barreira de Coulomb é proporcional a  $Z^2$ , maiores temperaturas são requeridas para queimar elementos mais pesados.
- c) O centro da estrela evoluciona quase independentemente devido a forte gradiente entre este e a estrela restante, mas a massa do centro incrementa-se devido às novas cinzas da queima de elementos mais leves nas camadas exteriores ao centro, a menos que, as envolturas sejam perdidas por algum mecanismo.

- d) O tempo de vida de uma estrela muito massiva é mais curto do que uma menos massiva, pois estas estrelas esgotam muito rápido seu combustível para suportar sua grande massa.

Desde o ponto de vista da física de neutrinos, as SNs Ib, Ic e II são mais interessantes que SNs Ia, simplesmente porque elas produzem um fluxo enorme de neutrinos de todos os tipos. Estas SNs são geradas pelo colapso do centro estelar de uma estrela massiva, ( $M \gtrsim 8 M_{\odot}$ ,  $M_{\odot}$  é a massa do Sol e  $M$  a massa da estrela) as quais deixam como remanescentes um objeto compacto <sup>2</sup>.

Quando o combustível nuclear da estrela é esgotado no centro estelar, o centro cheio de cinzas contrai-se para incrementar sua temperatura e assim logra queimar estas cinzas. As cinzas são o novo combustível. Este ciclo continua desde os elementos mais leves como o H, hidrogênio, até o elemento mais estável, Fe, ferro. A estrela desenvolve uma estrutura como de cebola, ver painel inferior da figura (1.1), até quando se apresenta no centro um gás degenerado de elétrons. No caso de estrelas massivas ( $\gtrsim 8 M_{\odot}$ ), quando a massa do centro aproxima-se ou excede a massa de Chandrasekhar ( $\sim 1.4M_{\odot}$ ), a máxima massa de uma estrela que pode ser suportada pela pressão de elétrons degenerados em numa anã branca, o centro de O.Ne.Mg ou centro de Fe chega ser instável devido ao déficit de pressão causado pela captura de elétrons ou à foto-dissociação de núcleos. O centro colapsa convertendo-se numa SN.

A energia gravitacional liberada durante o colapso do centro pode-se estimar da seguinte maneira

$$\Delta E_G = - \left( \frac{GM_{\text{centro}}^2}{R_{\text{Fe centro}}} - \frac{GM_{\text{centro}}^2}{R_{\text{estrela de nêutrons}}} \right) \sim O(10^{53})\text{erg}, \quad (1.1)$$

onde a massa do centro é  $1.4M_{\odot}$  e o raio é de  $10^8\text{cm}$  e de  $10^9\text{cm}$  para um centro de ferro e para uma estrela de nêutrons respectivamente. A energia da explosão observada, energia cinética,  $O(10^{51})$ , mais energia radiação,  $O(10^{49})$ , é aproximadamente de  $10^{51}\text{ erg}$  <sup>3</sup>. A energia restante,  $O(10^{53})$ , é emitida em neutrinos. Assim os neutrinos devem desempenham um papel muito

---

<sup>2</sup>De aqui em adiante o estudo é feito para SN tipo II que nós chamaremos simplesmente SN.

<sup>3</sup>As ondas gravitacionais podem levar parte da energia liberada, mas para estrelas com centros com pouca rotação esta energia é da ordem de  $O(10^{51})$  [35]

importante durante o colapso do centro estelar<sup>4</sup>. A energia média emitida em neutrinos é 10 MeV e seu número é de cerca de  $10^{58}$ .

## 1.1 Cenário de explosões de SN devidos ao colapso do centro estelar

Na prática (simulações) a evolução estelar é estudada em duas etapas: Primeiramente a estrela é seguida através de suas etapas de centros hidrostáticos junto com o queimado das camadas externas. Para isto consideram-se as apropriadas e complexas interações nucleares tendo-se em conta também, o fato que os neutrinos podem deixar a estrela sem dificuldade e por tanto são fontes de perda de energia. As simulações para uma vez as estrelas alcançam a etapa de pré-supernova, o centro estelar colapsa com uma velocidade que excede os 1000 km/s quando a densidade e a temperatura são respectivamente da ordem de  $10^{10}$  g/cm<sup>3</sup> e  $10^{10}$  K ( $8.60 \times 10^5$  eV). Na segunda etapa consideram-se modelos de pré-supernova (assumem simetria esférica), os quais são o ponto de partida para simulações de SN. Estes modelos assumem explicitamente o equilíbrio estatístico nuclear (NSE do inglês), a composição da matéria chega ser independente das reações mediadas pelas interações eletromagnética e forte. Sem embargo, a composição nuclear muda dramaticamente durante o colapso à medida que a temperatura e a densidade aumentam, pois o colapso prossegue e também, porque as interações fracas não estão inicialmente em equilíbrio [35].

Na figura 1.1 um exemplo do modelo estelar do pré-colapso por Woosley e Weaver [36] ao qual tem sido empregado freqüentemente como condição inicial nas simulações do colapso do caroço. O centro de ferro este rodeado por camadas de elementos leves (painel inferior da figura 1.1). O tamanho do caroço de ferro é da ordem de  $10^9$ cm em quanto o raio da estrela é tão grande como  $10^{13}$ cm. O tempo dinâmico de contração pode-se calcular da seguinte forma  $m \frac{d^2 r}{dt^2} = -G \frac{Mm}{r^2}$  onde  $M \sim \bar{\rho} r^3$  assim  $\frac{d^2 r}{dt^2} \sim -G \bar{\rho} r$  agora suponho que a aceleração é  $-\frac{r}{\tau_{\text{dina}}}$ , matéria caindo para o centro, então o tempo dinâmico é da ordem de  $\tau_{\text{dina}} \sim 1/\sqrt{G\bar{\rho}}$ . O tempo dinâmico de contração do centro estelar, com uma densidade de  $10^9$ g cm<sup>-3</sup>, é aproximadamente de 0.12 segundos e o tempo dinâmico das camadas para  $\rho \sim 10^4$  g/cm<sup>3</sup> é

---

<sup>4</sup>Os neutrinos de explosões de SN termonucleares são emitidos com uma energia menor.

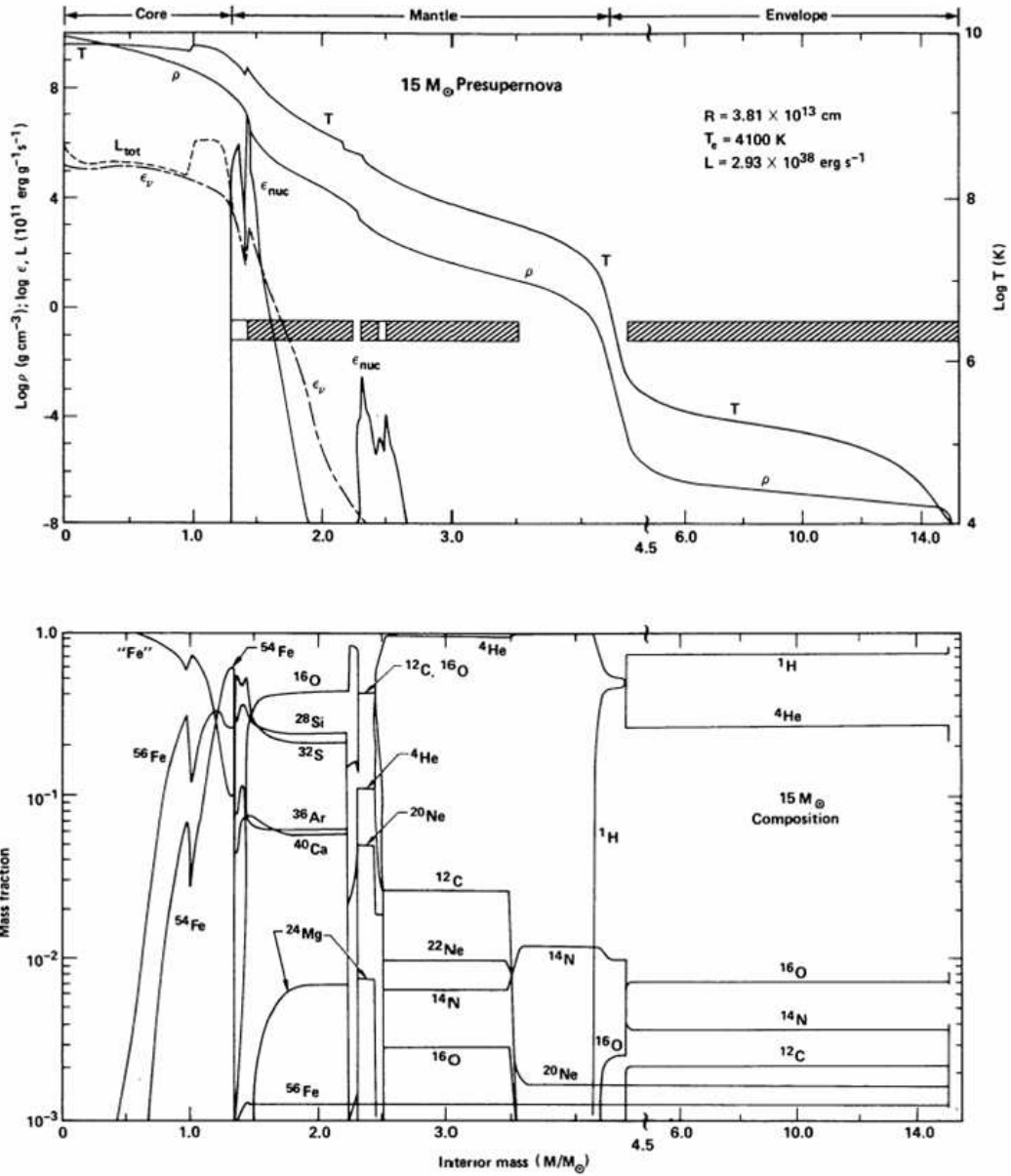


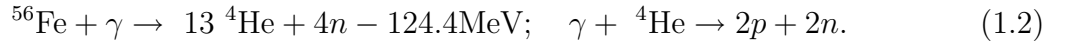
Figura 1.1: Estrutura do pré-colapso da estrela, Modelo de Woosley e Weaver para  $15 M_{\odot}$  [36]. No painel superior, os perfis de temperatura e densidade.  $L_{\text{tot}}$ ,  $\epsilon_{\nu}$ , e  $\epsilon_{\text{nuc}}$ , representam a energia total perdida e as contribuições da emissão de neutrinos e da energia gerada nuclearmente. No painel inferior, os perfis de composição da pré-supernova de 15 massas solares.

122 segundos, assim a dinâmica do caroço não é afetada pela envolvente. Este é devido a que a densidade diminui rapidamente nas camadas que rodeiam ao caroço, figura 1.1.

### 1.1.1 Começo do infall

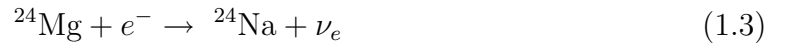
Como a massa do centro estelar cresce com as cinzas do material nuclear queimado das camadas externas ao caroço, quando a massa do centro é menor que  $1.4M_{\odot}$  o gás de elétrons é não relativista e a pressão de elétrons é  $\propto n_e^{5/3}$ , onde  $n_e$  é a densidade de número de elétrons. Neste caso a estrela é estável pois a pressão gravitacional é proporcional a  $n_e^{4/3}$ . Entretanto, se a massa do centro é maior que  $1.4 M_{\odot}$ , a pressão de elétrons e a pressão gravitacional estão em equilíbrio instável, pois a pressão de elétrons é  $\propto n_e^{4/3}$ . Eventualmente um equilíbrio instável sempre se movimenta em direção a um equilíbrio estável. O centro estelar é instável devido a dois processos, a captura de elétrons e foto-dissociação nuclear.

- A foto-desintegração nuclear e a subsequente foto-desintegração dos produtos levaram a uma completa fusão inversa, com produtos  $p$  e  $n$  :



À medida que o caroço contrai-se nesta etapa da evolução, a temperatura aumenta, mas o incremento na energia interna é esgotado por esta reação endotérmica e reduz a energia cinética pelo tanto, a pressão não se incrementa suficiente para neutralizar o colapso.

- A captura de elétrons ocorre quando a energia de Fermi dos elétrons excede o limiar das reações, por exemplo, as reações



tem uma energia limiar devia à diferença de massa dos elementos químicos,  $m_{\text{Na}} - m_{\text{Mg}} = 5.5 \text{ MeV}$  e  $m_{\text{Mn}} - m_{\text{Fe}} = 3.7 \text{ MeV}$  [37]. Com o correr do tempo obtém-se núcleons



O efeito combinado da captura de elétrons e a foto-dissociação do ferro leva a uma diminuição da pressão de elétrons relativísticos degenerados assim, o caroço não tem suporte. Este leva a um aumento da densidade e a temperatura, ao qual implica um aumento dos processos de captura de elétrons, reações (1.3) e (1.4), e foto-dissociação, reação (1.2). Pelo tanto, a pressão diminui ainda mais e o colapso do centro estelar é acelerado.

### 1.1.2 Aprisionamento de Neutrinos

Na etapa de colapso, somente neutrinos eletrônicos,  $\nu_e$ , são emitidos copiosamente devido à captura de elétrons, ver reação (1.2). A energia média de estes neutrinos é de 10 MeV, eles escapam livremente do centro estelar e da estrela levando consigo energia e número leptônico <sup>5</sup>, pois seu caminho livre médio é maior que o raio do caroço. Nesta fase os neutrinos têm um espectro não térmico e uma energia média crescente. A luminosidade chega os  $10^{53}$  erg  $s^{-1}$ , mas a fase de captura de elétrons dura somente 10 ms assim, energia emitida antes do ricochetear do colapso do caroço é de  $10^{51}$  erg. Como a densidade é aumentada durante esta fase de captura, isso traz como consequência que a partir de um valor de densidade os neutrinos fiquem aprisionados.

A comprimento de onda Compton de um neutrino de energia  $E_\nu$  é

$$\lambda \sim \frac{\hbar c}{E_\nu} = 20 \text{fm} \left( \frac{10 \text{MeV}}{E_\nu} \right), \quad (1.6)$$

enquanto que o tamanho do núcleo <sup>6</sup> é

$$R_{\text{núcleo}} \equiv r_0 A^{\frac{1}{3}} \approx 5 \left( \frac{A}{56} \right)^{\frac{1}{3}} \text{fm}. \quad (1.7)$$

Devido ao grande comprimento dos neutrinos, comparados com o dos núcleos, eles são dispersos coerentemente pelos núcleos com a consequência que não acontece o processo beta inverso, reação inversa à de a reação (1.5). Pelo tanto, a interação de corrente neutra é uma fonte de opacidade para os  $\nu_e$  durante o estágio de colapso.

---

<sup>5</sup>Estes neutrinos emitidos representam ao redor do 1% a 10% da emissão total de neutrinos.

<sup>6</sup>Assume-se que os núcleos estão feitos de  $A$  esferas cada uma com raio  $r_0$ , onde  $r_0$  é a longitude de onda de Compton,  $\hbar/mc$ , do núcleo.



O caminho livre médio dos neutrinos em dispersões coerentes de núcleos de ferro é

$$\lambda_\nu = \frac{1}{\sigma_A n_A} \quad (1.8)$$

onde  $n_A = \rho/(Am_u)$  é a densidade de número de núcleos e  $\sigma_A$  é a seção de choque para dispersões coerentes,

$$\sigma_A = \frac{1}{16} \sigma_0 \left( \frac{E_\nu}{m_e c^2} \right)^2 A^2 \left[ 1 - \frac{Z}{A} + (4 \sin^2 \theta_W - 1) \frac{Z}{A} \right]^2, \quad (1.9)$$

$\sigma_0 = 4G_F^2(m_e c^2)^2/(\pi(\hbar c)^4) = 1.705 \times 10^{-44} \text{cm}^2$  é a seção de choque de referência para interações fracas e  $\theta_W$  é o ângulo de Weinberg. A energia média do neutrino eletrônico no caroço de ferro ( ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ ) pode estimar-se assim [38]

$$E_\nu \approx \frac{\int_0^{\mu_e} E E^2 E^2 dE}{\int_0^{\mu_e} E^2 E^2 dE} = \frac{5}{6} \mu_e. \quad (1.10)$$

O termo  $E^2 dE$  é o volume no espaço de momentos e  $E^2$  é devido à dependência com a energia da seção de choque para captura de  $e^-$  por prótons, equação (1.9). A energia média de neutrinos eletrônicos (1.10) em termos de parâmetros termodinâmicos do sistema, a energia de Fermi [39], é

$$E_\nu \approx \frac{5}{6} \left( 3\pi^2 \frac{\rho Y_e}{m_u} \right)^{\frac{1}{3}} \hbar c \approx 10.3 \text{MeV} \left( \frac{\rho}{3 \times 10^{10} \text{g cm}^{-3}} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{Y_e}{26/56} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (1.11)$$

Então, o caminho livre médio para neutrinos eletrônicos obtém-se pondo na equação (1.8) as equações (1.9) e (1.11),

$$\lambda_\nu \approx 10^7 \text{cm} \left( \frac{\rho}{3 \times 10^{10} \text{g cm}^{-3}} \right)^{-\frac{5}{3}} \left( \frac{A}{56} \right)^{-1} \left( \frac{Y_e}{26/56} \right)^{-\frac{2}{3}}. \quad (1.12)$$

O raio do caroço é

$$R_{\text{caroço}} = \left( \frac{3 M_{\text{caroço}}}{4\pi \rho} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1.13)$$

com  $M_{\text{caroço}} = 1.4 M_\odot$ , pelo tanto

$$R_{\text{caroço}} = 2.7 \times 10^7 \text{cm} \left( \frac{\rho}{3 \times 10^{10} \text{g cm}^{-3}} \right)^{-\frac{1}{3}}. \quad (1.14)$$

Comparando as equações (1.12) e (1.14) observa-se que a aumentar a densidade os neutrinos não podem escapar livremente do caroço, pois  $\lambda_\nu \propto \rho^{-5/3}$  enquanto  $R_{\text{caroço}} \propto \rho^{-1/3}$ . Este sugere que existe uma superfície característica que determina o escape ou aprisionamento dos neutrinos no caroço, a neutrinosfera. A posição radial da neutrinosfera é usualmente definida como a superfície onde a profundidade óptica,

$$\tau(r, E_\nu) \equiv \int_{R_\nu}^{\infty} \frac{dr}{\lambda_\nu}, \quad (1.15)$$

é  $2/3$  [40]. A neutrinosfera é a superfície radiante efetiva para neutrinos e é definida como a superfície onde acontece à última interação antes da fuga dos neutrinos da estrela. Este superfície difere para diferentes espécies de neutrinos e depende da energia deles, equações (1.8) e (1.9).

Para calcular a profundidade óptica trabalha-se com a equação (1.12) além disto, como o caminho livre médio para neutrinos eletrônicos depende da densidade do centro estelar, emprega-se uma distribuição de densidade para a região externa a neutrinosfera, como [41]

$$\rho(r) = H \frac{1}{r^3} \quad (H = 3 \times 10^{31} \text{g}), \quad (1.16)$$

junto com  $A = 56$  e uma densidade crítica de  $10^{12} \text{g cm}^{-3}$ , chega-se a

$$\tau(r, E_\nu) = 5.8 \times 10^{13} \text{cm}^2 \left( \frac{E_\nu}{10 \text{MeV}} \right)^2 \frac{1}{r^2} \quad (1.17)$$

ao qual pode-se escrever como, empregando-se (1.16),

$$\tau(r, E_\nu) \approx 6.1 \left( \frac{E_\nu}{10 \text{MeV}} \right)^2 \left( \frac{\rho(r)}{10^{12} \text{g cm}^{-3}} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (1.18)$$

A posição radial da neutrinosfera para  $\nu_e$  para uma profundidade óptica de  $2/3$  é, da equação (1.17),

$$R_{\nu_e} \approx 1.0 \times 10^7 \text{cm} \left( \frac{E}{10 \text{MeV}} \right). \quad (1.19)$$

Pelo tanto, neutrinos (neste caso eletrônico) produzidos em  $R > R_{\nu_e}$  podem escapar livremente do centro estelar enquanto, aqueles produzidos em  $R < R_{\nu_e}$  propagam-se na direção externa do caroço através de um caminho aleatório induzido pela dispersão coerente.

O tempo de difusão no caroço é [37]

$$t_{\text{dif}} = \frac{3R_{\text{caroço}}^2}{c\lambda_\nu} \approx 2.4 \times 10^{-1} \left( \frac{\rho}{1 \times 10^{12} \text{g cm}^{-3}} \right) \times 1\text{s}. \quad (1.20)$$

Agora bem, o tempo dinâmico do caroço é

$$t_{\text{din}} \approx 4 \times 10^{-3} \left( \frac{\rho}{10^{12} \text{g cm}^{-3}} \right)^{-\frac{1}{2}} \times 1\text{s}. \quad (1.21)$$

Para densidades do caroço entre  $10^{11} - 10^{12} \text{g cm}^{-3}$ , o tempo dinâmico do centro é mais curto. Então os neutrinos não podem escapar livremente do centro estelar e ficam aprisionados durante o colapso. Depois do aprisionamento de neutrinos a fração leptônica,  $Y_L = Y_e + Y_\nu$  onde  $Y_\nu \equiv (n_{\nu_e} - n_{\bar{\nu}_e})/n_{\text{bárium}}$ , que é a fração de neutrino eletrônica por bárion, é conservada quase constante durante o colapso. Uma vez os neutrinos fiquem aprisionados, os neutrinos eletrônicos chegam a ser degenerados como os elétrons e é alcançado o equilíbrio beta para interações fracas a densidades em volta de  $10^{12} \text{g cm}^{-3}$ . Já logrado o equilíbrio beta, a entropia é conservada constante junto com o número leptônico e o colapso é feito adiabaticamente.

O aprisionamento de neutrinos também afeta a matéria no estado nuclear. Os núcleos que capturam elétrons chegam a ser ricos em nêutrons, a degenerência de neutrinos depois do aprisionamento suprime estes processos de neutronização: conversão de prótons em nêutrons pela captura de elétrons. A causa de este é o princípio de exclusão de Pauli. Conseqüentemente, o nêutron liberado de núcleos ricos em nêutrons é também suprimido. Pelo tanto, o núcleo sobrevive a temperaturas elevadas perto da densidade nuclear.

### 1.1.3 O Colapso Homólogo

O colapso do centro estelar consiste de duas partes: o caroço interno que colapsa homologamente e o caroço externo que infalling <sup>7</sup> supersônicamente. Esta estrutura é claramente identificável na figura 1.2 [41]. A matéria dentro do ponto sônico <sup>8</sup> colapsa homologamente,  $v \propto r$ . A matéria fora do ponto sônico cai em caída quase livre com  $v \propto 1/\sqrt{r}$  [41]. A

---

<sup>7</sup>Processo de queda de um gás sobre um objeto muito compacto como uma estrela de nêutrons ou um buraco negro, conseguindo uma velocidade elevada e formando um plasma quente.

<sup>8</sup>Ponto na estrela onde a velocidade do som é igual à magnitude da velocidade infall.

escala de tempo para o caroço externo é maior que a do caroço interno pelo tanto, o caroço externo cai mais lento comparado com o colapso homólogo [37]. A massa do caroço homólogo é aproximadamente a massa do Chandrasekhar.

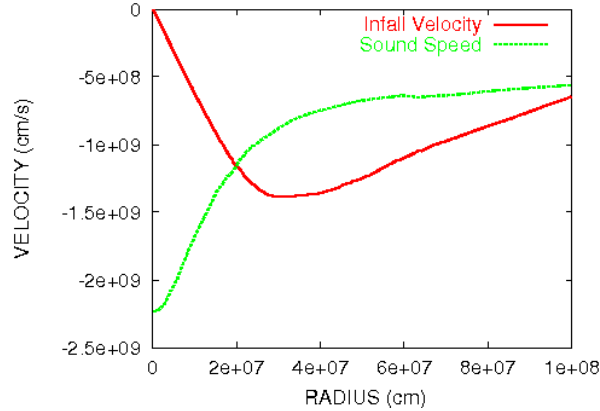


Figura 1.2: Velocidade infall e velocidade de som em função do raio para uma densidade central de  $10^{12} \text{ g cm}^{-3}$  a  $15 M_{\odot}$ . A região dentro e fora do ponto sônico corresponde aproximadamente ao caroço interno e o caroço externo. ( $R \approx 200 \text{ km}$  raio aproximado onde as duas velocidades são iguais).

#### 1.1.4 Ricochete do centro e formação da onda de choque

Aproximadamente um segundo depois da instabilidade estelar, início do colapso, a densidade no caroço interno alcança a densidade da matéria nuclear,  $\rho_{\text{nucl}} \approx 1.4^{14} \text{ g cm}^{-3}$  a densidade é estimada considerando ao núcleo feito de  $A$  esferas de raio  $r_0$ , é a longitude de onda de Compton para o nucleon  $h/mc$ , pelo tanto, a massa do núcleo  $\sim Am_{\text{nucleão}}$  e o raio do núcleo é  $r_0 A^{\frac{1}{3}}$ . A força nuclear repulsiva e a pressão degenerada de nucleões não relativistas para o colapso do caroço interno faz este ricochetear (bounce), pois o caroço interno contraiu-se além da configuração de equilíbrio devido à inércia. Ao ricochetear o caroço interno volta a sua configuração de equilíbrio. A pressão da onda originada no centro propaga-se para fora do caroço e transformar-se em onda de choque perto do limite entre os caroços. A energia inicial da onda de choque,  $E_{\text{choque}}$ , é aproximadamente a energia de atração do caroço não batido que é quase igual à massa do caroço interno que colapsa homologamente

( $M_{\text{n\~{a}o-batido}} \sim 1.4M_{\odot}$ ,  $R_{\text{n\~{a}o-batido}} \sim \text{v\~{a}rios} \times 10 \text{ km}$ ) [37]

$$E_{\text{choque}} \sim \frac{GM_{\text{n\~{a}o-batido}}^2}{R_{\text{n\~{a}o-batido}}} \sim \text{v\~{a}rios} \times 10^{51} \text{ erg} \quad (1.22)$$

### 1.1.5 Explos\~{a}o do Caro\~{c}o

O caro\~{c}o interno fica num equil\~{a}brio hidrost\~{a}tico formando uma proto-estrela de n\~{e}utrons com um raio de cerca de 10 km enquanto isso, a onda de choque se propaga dentro do caro\~{c}o externo. Ela tem que superar a press\~{a}o ram<sup>9</sup> do caro\~{c}o externo que esta infall sobre o caro\~{c}o interno. Esta mat\~{e}ria nuclear fica quente devido ao passo da onda de choque e cai muito mais lentamente sobre a superf\~{i}cie da proto-estrela de n\~{e}utrons adicionando-se a ela. Pelo tanto, a proto-estrela de n\~{e}utrons esta composta de um caro\~{c}o n\~{a}o chocado (o mesmo caro\~{c}o interno) e um manto chocado. O novo centro tem um raio de cerca de 10 km e uma densidade de  $10^{14} \text{ g cm}^{-3}$  e o manto fica com um raio de 100 km com uma densidade decrescente desde a densidade nuclear at\~{e}  $10^9 \text{ g cm}^{-3}$  na superf\~{i}cie da proto-estrela de n\~{e}utrons onde a densidade tem uma diminui\~{c}o\~{a}o abrupta [42].

O passo da onda de choque atrav\~{e}s da mat\~{e}ria que esta caindo enfraquece-a, pois pode foto-dissociar os n\~{u}cleos em nucle\~{o}es e pelo tanto, esgotar a energia t\~{e}rmica (como exemplo, processo 1.2), assim a mat\~{e}ria que vai ficando atr\~{a}s da onda de choque que \~{e} composta de nucle\~{o}es. Simultaneamente com isto, os pr\~{o}tons, produzidos da foto-dissocia\~{c}o\~{a}o, tem uma se\~{c}o\~{a}o de captura de el\~{e}trons maior que para n\~{u}cleos,



gerando uma grande quantidade de neutrinos eletr\~{o}nicos justo atr\~{a}s do frente de onda. Antes que onda de choque chegue a neutrosfera, densidade  $\sim 10^{12} \text{ g cm}^{-3}$ , estes neutrinos n\~{a}o podem fugir. Este passo produziu uma s\~{u}bita libera\~{c}o\~{a}o de neutrinos eletr\~{o}nicos, este \~{e} chamado de surto de neutroniza\~{c}o\~{a}o (ver painel superior da figura 1.3). Este surto de neutrinos (neutronization burst) tem uma luminosidade de  $3 \times 10^{53} \text{ erg s}^{-1}$  e levam uma energia de  $10^{51} \text{ erg}$ , pois sua dura\~{c}o\~{a}o \~{e} de centenas de segundo. Uma conseq\~{u\~{e}ncia \~{e} que fra\~{c}o\~{a}o eletr\~{o}nica,  $Y_e$ , perto do neutrosfera cai subitamente quando a onda de choque passa atrav\~{e}s dela pelo

---

<sup>9</sup>Press\~{a}o causada pela for\~{c}a de resist\~{e}ncia ao avan\~{c}o sobre um corpo que viajam atrav\~{e}s de um fluido.

tanto, a pressão leptônica cai. Este leva a enfraquecimento da onda de choque e todo este processo pode conduzir a matar a onda de choque. [37].

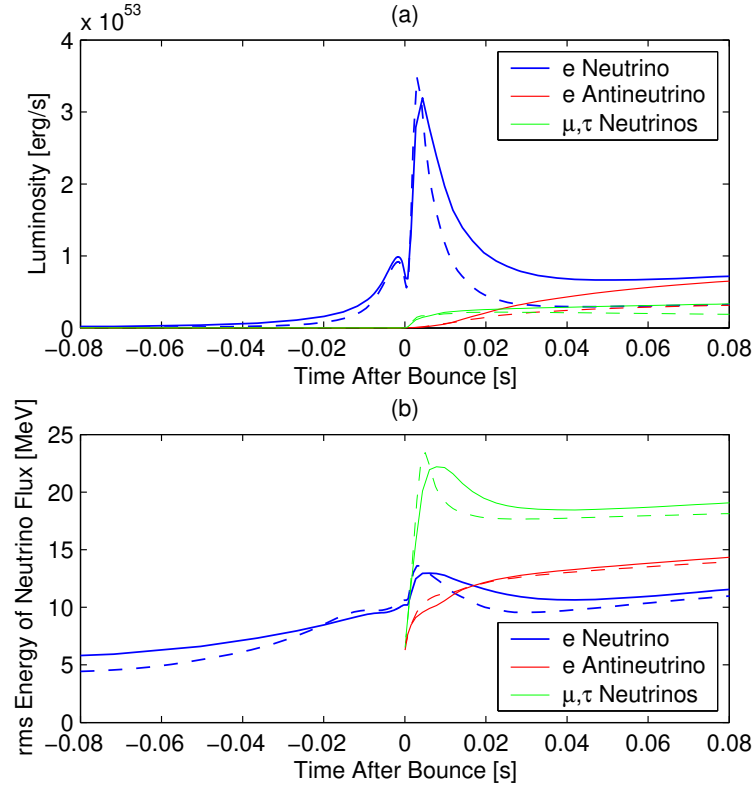


Figura 1.3: Luminosidades e energias de quadrado-meio-raiz,  $\sqrt{E^2}$ , de neutrinos como função do tempo. As diferentes curvas representam diferentes modelos, a linha traçada é para uma estrela de  $13 M_{\odot}$  e a linha contínua é para  $40 M_{\odot}$ . O tempo é medido desde o ricochetear de caroço. Esta figura é da referência [43].

O surto de neutrinos eletrônicos está acompanhado quase simultaneamente com o surgimento de neutrinos de outras espécies. Na região quente da proto-estrela de nêutrons, a degenerescência eletrônica não é maior ao qual permitiu a criação térmica de pares elétrons-pósitrons conduzindo a produção de antineutrinos eletrônicos  $\bar{\nu}_e$  através da reação.

$$e^+ + n \rightarrow p + \bar{\nu}_e. \quad (1.24)$$

Neutrinos muônicos e tauônicos são produzidos também nesta época através de: aniquilação de pares elétron-pósitron ( $e^+ + e^- \rightarrow \nu_{\mu,\tau} + \bar{\nu}_{\mu,\tau}$ ), bremsstrahlung de núcleo-núcleon ( $N +$

$N' \rightarrow N + N' \nu_{\mu,\tau} + \bar{\nu}_{\mu,\tau}$ ) e aniquilação de neutrinos ( $\bar{\nu}_e + \nu_e \rightarrow \nu_{\mu,\tau} + \bar{\nu}_{\mu,\tau}$ ), ver painel inferior da figura 1.3. Estes processos também contribuem na produção de  $\bar{\nu}_e$  e  $\nu_e$ . O 99% da energia de ligação da proto-estrela de nêutrons é liberada nesta etapa.

### 1.1.6 Explosão imediata

Se a onda de choque enfraquecida é capaz de propaga-se com sucesso através do caroço externo sem se apagar, realiza-se uma explosão puramente hidrodinâmica num tempo de ordem de 10 ms depois de ricochetear. Esta explosão somente tem sido bom sucedido para estrelas com características muito especiais. A massa da estrela para as quais esta explosão poderia ocorrer é incerta e também depende da equação de estado da matéria nuclear a qual determina a energia transferida à onda de choque pelo ricochetear. [37].

### 1.1.7 Explosão atrasada

Se a estrela têm uma massa maior de  $10 M_{\odot}$ , a onda de choque é enfraquecida e amortecida cerca de 100 ms depois do ricochetear, a uma distância de 200-300 km, com uma energia tão insuficiente para chegar a camadas externa da estrela. A explosão de SN pode lograr-se unicamente se o choque é reanimado por algum mecanismo que seja capaz de renovar a energia do choque. O mecanismo mais aceitado é o depósito de energia pelo fluxo de neutrinos de todos os tipos produzidos termicamente pela proto-estrela de nêutrons <sup>10</sup>. Este mecanismo de aquecimento por neutrinos foi descoberto pelas simulações de Wilson [44]. Se a onda de choque é reanimada é produzida uma explosão de SN numa escala de tempo de 0.5 s depois do ricochetear. Esta explosão é chamada explosão atrasada.

A quantidade de energia de atração gravitacional, ( $E_{\text{grav}} \sim 10^{53}$  erg , equação (1.1)), é enorme comparada com a energia cinética típica observada de SN ( $E_{\text{cin}} \sim 10^{51}$  erg). Pelo tanto, para produzir a explosão através do mecanismo de aquecimento por neutrinos, uma pequena fração da energia de atração gravitacional ( $\sim 1\%$ ) deve-se transferir através de neutrinos ao manto externo à proto-estrela de nêutrons.

---

<sup>10</sup>Estudos recentes indicam que a onda de choque revivida é ajudada por a convecção atrás dela ao qual conduz a uma explosão assimétrica [35].

Se a matéria continua caindo e continua sendo foto-dissociada, muita matéria pode ser depositada sobre o manto da proto-estrela de nêutrons. Isso pode conduzir a que a pressão degenerada de o gás de nucleões não seja suficiente para manter a estabilidade e o caroço colapse num buraco negro, presumivelmente sem explosão em SN.

## 1.2 Espectro de energia

Devido a forte dependência energética das interações dos neutrinos, não pode ser definida uma única neutrinosfera para neutrinos de um sabor dado. O espectro de energia dos neutrinos emergentes não é um espectro de "corpo negro" para uma única superfície. Esse espectro é interpretado como uma superposição de espectros de Fermi-Dirac para várias neutrinosferas definidas cada uma para uma energia dos neutrinos [37]. O espectro dos neutrinos pode ser parametrizado de diferentes formas, entre estas escolhemos a que é parametrizado por uma expressão como uma distribuição de Fermi-Dirac distorcida dada pelo parâmetro  $\eta_\alpha$ , [45],

$$F_\alpha^{(0)}(E) = \frac{N_\alpha^{(0)}}{F_{\alpha 2} T_\alpha^3} \frac{E^2}{\exp(E/T_\alpha - \eta_\alpha) + 1}, \quad (1.25)$$

onde  $T_\alpha$  é a temperatura típica dos neutrinos,

$$T_{\nu_e} = 3 - 4 \text{ MeV}, \quad T_{\bar{\nu}_e} = 5 - 6 \text{ MeV}, \quad T_{\nu_x} = 7 - 9 \text{ MeV}, \quad (x = \mu, \tau), \quad (1.26)$$

e

$$\eta_{\nu_e} \approx 3 - 5, \quad \eta_{\bar{\nu}_e} \approx 2.0 - 2.5, \quad \eta_{\nu_x} \approx 0 - 2. \quad (1.27)$$

Na equação (1.25),  $F_{\alpha j}$  esta definido por

$$F_{\alpha j} = \int_0^\infty \frac{x^j}{\exp(x - \eta_\alpha) + 1} dx, \quad \text{para } j \text{ inteiro} \quad (1.28)$$

e  $N_\alpha^{(0)}$  é o número total de neutrinos de sabor  $\alpha$ ,

$$N_\alpha^{(0)} = \frac{L_\alpha^{(0)}}{\langle E_\alpha^{(0)} \rangle}, \quad (1.29)$$

onde a energia dos neutrinos é  $\langle E_\alpha^{(0)} \rangle = \frac{F_{\alpha 3}}{F_{\alpha 2}} T_\alpha$  e  $L_\alpha^{(0)}$  é a luminosidade integrada e esta relacionada com a energia total liberada na explosão da SN,  $E_{SN}^{(0)}$ , através da seguinte equação:

$$L_\alpha^{(0)} = \frac{0.99}{6} E_{SN}^{(0)}. \quad (1.30)$$



Com isto se esta supondo que todos neutrinos contribuem de igual forma para a energia total liberada. A figura (1.3) da referência [43] não é para esse caso. Para os cálculos numéricos trabalhamos com uma energia da SN de

$$E_{SN}^{(0)} = 1.97 \times 10^{59} \text{ MeV}, \quad (1.31)$$

e para distâncias de  $D = 10 \text{ kpc} = 3.09 \times 10^{22} \text{ cm}$ . Com as formulas anteriores o espectro de energia fica

$$F_{\alpha}^{(0)}(E) = \frac{L_{\alpha}^{(0)}}{F_{\alpha 3} T_{\alpha}^4} \frac{E^2}{\exp(E/T_{\alpha} - \eta_{\alpha}) + 1}. \quad (1.32)$$

O estudo de neutrino neste trabalho esta baseada somente em supernovas tipo II, Ib e Ic que são produzidos devidos aos mecanismos descreveu neste capitulo, SNs devidas ao colapso do caroço. As SN tipo Ia se acredita que são devidas a explosões termonucleares de uma anã branca.

Os neutrinos que vão depois do surto de neutronização são os neutrinos de interesse para o estudo de oscilações de neutrinos, pois eles carregam muita o 99% da energia do colapso da estrela. Nós concentraremos nos  $\nu_e$  e  $\bar{\nu}_e$  e também nos neutrinos chamados  $\nu_x$  pois não podemos distinguir espécies diferentes a neutrinos eletrônicos por isso neutrinos não eletrônicos serão denotados  $\nu_x (x = \mu, \tau, \bar{\mu}, \bar{\tau})$ .

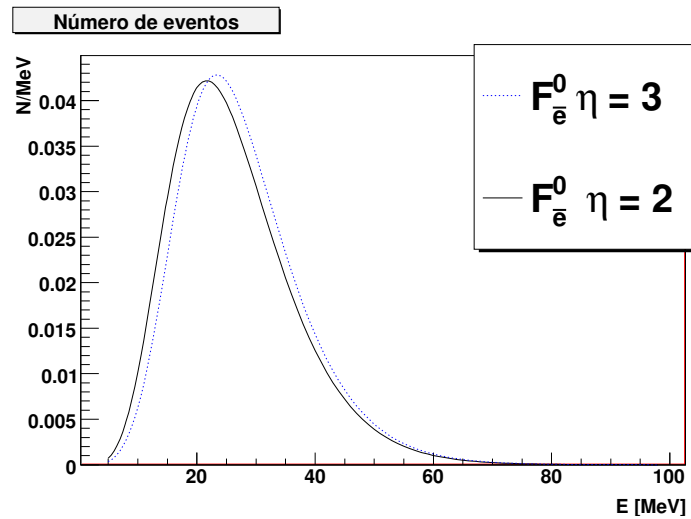


Figura 1.4: Número de eventos do fluxo de neutrinos originado no esfriamento da proto-estrela de nêutrons. As duas gráficas têm a mesma área, número de eventos.

Na figura (1.4) está desenhado o número de eventos que registraria u Super-Kamiokande para um fluxo original de antineutrinos eletrônicos. Nesta figura esta representada o efeito do parâmetro  $\eta$  no fluxo de neutrinos da equação (1.32). Note-se que se  $\eta$  aumenta o espectro fica mais apertado, ” pinched” (distorcido da distribuição de Fermi-Dirac), pois as duas gráficas têm a mesma área, mas a gráfica para o parâmetro  $\eta$  maior têm uma altura grande.

### 1.3 SN1987A

Em 1987 foi observada uma Supernova que está localizada na Grande Nuvem de Magalhães (LMC), uma pequena Galáxia adjacente a Via Láctea, a uma distância de 50 kpc. Três detectores registrarão eventos relacionados com esse fato. O Kamiokande-II e IMB são detectores de tipo Cerenkov que foram construídos originalmente para procurar o decaimento do próton e o detector Baksan que é um telescópio cintilador subterrâneo desenhado para procurar colapsos de estrelas. O Kamiokande-II [46] reportou 11 eventos causados pelos neutrinos de SN1987A, IMB [47] reportarão 8 eventos e Baksan [48] reportarão 5 eventos, mas tempo depois do 23 de Fevereiro de 1987, os resultados deles parecem marginais [37]. Outros detectores reportaram medições que poderiam ser eventos de neutrinos de supernovas, mas estes dados são polêmicos. O Kamiokande-II e IMB observarão neutrinos 7 horas antes da observação da Supernova. O principal canal de detecção

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+. \quad (1.33)$$

Os dados coletados estão na figura (1.5).

O Kamiokande-II observou eventos por 12.4 segundos e IMB por 5.6 segundos. A energia média dos neutrinos está ao redor de 20 MeV. De acordo com as simulações, a escala de tempo do surto da neutronização é menor a 10 ms e a energia total emitida durante a neutronização é de  $10^{51}$  erg. O número esperado de espalhamento por elétrons ( $\nu e^- \rightarrow \nu e^-$ ) que correspondem ao surto da neutronização é menor que 0.1 segundo simulações numéricas. Ainda que o primeiro evento de Kamiokande-II pode ser considerado como um evento de dispersão, devido a surto da neutronização, não se concluiu isto por causa do pequeno número esperado de eventos e da baixa estatística. Por isto, é assumido que todos os 19 eventos da figura (1.5) são devidos ao processo dado na equação (1.33) [37].

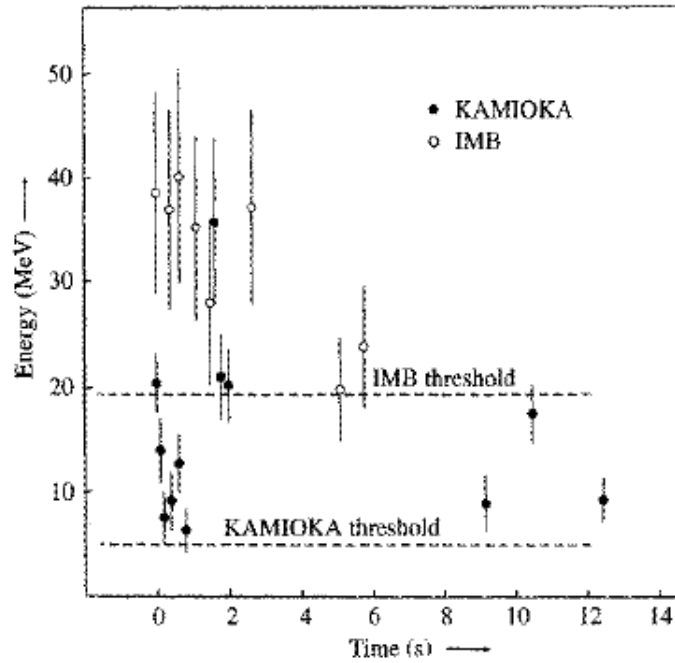


Figura 1.5: Neutrinos detectados de SN1987a com os detectores IMB e Kamiokande-II.

Infelizmente a baixa estatística dos eventos observados previne-nos de estudar a evolução com o tempo dos neutrinos da SN1987a, mas se pode concluir que eventos com alta energia acontecerão durante os primeiros 3 segundos e que os eventos diminuirão para tempos maiores. Esta característica é considerada que corresponde ao esfriamento da proto-estrela de nêutrons [37].

# Capítulo 2

## Oscilações de Neutrinos

Existem três tipos de neutrinos ativos,  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ . Eles estão associados respectivamente aos seguintes léptons carregados, elétron, múon e tau. São produzidos através de interações de corrente carregada, por exemplo, em decaimentos- $\beta$ , decaimentos de múons e taus. São auto-estados da interação fraca pelo tanto, os neutrinos  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$  são chamados auto-estados de sabor. Por outro lado, no setor dos quarks os auto-estados de sabor são combinações lineares dos auto-estados de massa<sup>1</sup> através de uma matriz unitária chamada de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa.

Existem evidências de oscilação de neutrinos, e os experimentos indicam que o mecanismo responsável pela oscilação seria massas e misturas de neutrinos. A oscilação de neutrinos é um fenômeno quântico e é gerado pela interferência dos estados de massa. Pelo qual, é natural considerar aos léptons também como misturados, ou seja, um  $\nu_e$  que é produzido pelo decaimento- $\beta$  é uma combinação linear de auto-estados de massa,  $\nu_i$ . Em geral, os neutrinos são sempre criados em auto-estados de sabor os quais não são auto-estados do Hamiltoniano de propagação livre.

### 2.1 Oscilações de Neutrinos no Vácuo

Na teoria padrão de oscilações de neutrinos, um neutrino com um sabor  $\alpha$  e momento  $\vec{p}$ , criado em processos de interação fraca de corrente carregada, é descrito pelo estado de sabor:

---

<sup>1</sup>Os auto-estados do Hamiltoniano livre são chamados auto-estados de massa

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle, \quad (2.1)$$

onde  $U$  é a matriz unitária de mistura para o setor de neutrinos introduzida por Maki, Nakagawa e Sakata em 1962 <sup>2</sup>. A parametrização mais aceita é a adotada pelo *Particle Data Group* [49], obtida através de rotações consecutivas,

$$U = \mathbb{R}_{23}\mathbb{R}_{13}\mathbb{R}_{12}, \quad (2.2)$$

ou explicitamente,

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\phi} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{-i\phi} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

Aqui  $\theta_{12}$  é o ângulo de mistura entre os auto estados de massa 1 e 2  $c_{12} = \cos\theta_{12}$ ,  $s_{12} = \sin\theta_{12}$ ,  $\theta_{13}$  é o ângulo de mistura entre os auto estados de massa 1 e 3,  $c_{13} = \cos\theta_{13}$ ,  $s_{13} = \sin\theta_{13}$ , 2, e  $\theta_{23}$  é o ângulo de mistura entre os auto estados de massa 2 e 3,  $c_{23} = \cos\theta_{23}$ ,  $s_{23} = \sin\theta_{23}$ , totalizando três ângulos de mistura e uma fase. Da esquerda para a direita, a primeira matriz refere-se à oscilação  $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ , a segunda à oscilação  $\nu_e \leftrightarrow \nu_\tau$  e a terceira à  $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ . Ainda, a fase  $\phi$  é responsável pela violação CP para o setor leptônico, e para facilitar os cálculos, será assumida como zero.  $\sin\theta_{ij}$  ou  $\cos\theta_{ij}$  são os ângulos de mistura no vácuo.

A ortogonalidade dos estados de neutrinos massivos,

$$\langle \nu_k | \nu_j \rangle = \delta_{kj}, \quad (2.4)$$

e a unitariedade da matriz de mistura conduzem a que os estados de sabor sejam ortogonais,

$$\langle \nu_\alpha | \nu_\beta \rangle = \delta_{\alpha\beta}. \quad (2.5)$$

Neutrinos com um sabor definido,  $\nu_\alpha$ , onde  $\alpha$  é o índice de sabor ( $e, \mu, \tau$ ), são produzidos em processos de interação fraca de corrente carregada, CC, a partir do lépton carregado  $l_\alpha^-$ ,

---

<sup>2</sup>Eles consideraram que a mistura era entre dois estados de sabor. Na atualidade se considera que as três gerações de sabores se misturam

transições  $l_\nu^- \rightarrow \nu_\alpha$ , ou junto com um antilepton carregado (criação do par  $l_\alpha^+ \nu_\alpha$ ). Estes processos são gerados pelo Lagrangeano de integração leptônico de corrente carregada,

$$\mathcal{L}_{\text{I,L}}^{\text{CC}} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left( j_{\text{W,L}}^\rho W_\rho + j_{\text{W,L}}^{\rho\dagger} W_\rho^\dagger \right), \quad (2.6)$$

onde a corrente leptônico carregada é

$$j_{\text{W,L}}^\rho = 2 \sum_{\alpha = e, \mu, \tau} \overline{\nu_{\alpha\text{L}}} \gamma^\rho l_{\alpha\text{L}} = 2 \sum_{\alpha = e, \mu, \tau} \sum_k U_{\alpha k}^* \overline{\nu_{k\text{L}}} \gamma^\rho l_{\alpha\text{L}}. \quad (2.7)$$

A expansão de Fourier dos operadores de campo em na equação (2.6) são:

$$\overline{\nu_{k\text{L}}}(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E} \sum_{h=\pm 1} \left[ a_{\nu_k}^{(h)\dagger}(p) \overline{u_{\nu_{k\text{L}}}^{(h)}}(p) e^{ip \cdot x} + b_{\nu_k}^{(h)}(p) \overline{v_{\nu_{k\text{L}}}^{(h)}}(p) e^{-ip \cdot x} \right], \quad (2.8)$$

$$l_{\alpha\text{L}}(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E} \sum_{h=\pm 1} \left[ a_\alpha^{(h)}(p) u_{l_\alpha}^{(h)}(p) e^{-ip \cdot x} + b_\alpha^{(h)\dagger}(p) v_{l_\alpha}^{(h)}(p) e^{ip \cdot x} \right], \quad (2.9)$$

pelo tanto, a corrente carregada leptônica, equação (2.7), contem o operador  $a_{\nu_k}^{(h)\dagger}(p)$  que cria neutrinos com massa  $m_k$  amarrado aos operadores leptônicos carregados  $a_\alpha^{(h)}(p)$  e  $b_\alpha^{(h)\dagger}(p)$  ao qual gera transições  $l_\alpha^- \rightarrow \nu_k$  e/ou criação de pares  $l_\alpha^+ \nu_k$ . A presença de  $U_{\alpha k}^*$  na equação (2.7) é devida à mistura de neutrinos de sabor com neutrinos de massa.

### 2.1.1 Oscilações dos neutrinos

Os estados de neutrinos massivos,  $|\nu_k\rangle$ , são auto-estados do Hamiltoniano livre,

$$H_0 |\nu_k\rangle = E_k |\nu_k\rangle, \quad (2.10)$$

com autovalores de energia

$$E_k = \sqrt{\vec{p}_k^2 + m_k^2}. \quad (2.11)$$

A evolução dos estados dos neutrinos massivos é devida a operador Hamiltoniano,

$$|\nu_k(t)\rangle = e^{-iH_0 t} |\nu_k(0)\rangle, \quad (2.12)$$

e a dinâmica de estes estados evoluídos esta dada pela equação de Schrödinger,

$$i \frac{d}{dt} |\nu_k(t)\rangle = H_0 |\nu_k(t)\rangle. \quad (2.13)$$

Agora bem, um estado de sabor definido,  $|\nu_\alpha(0)\rangle$ , é criado em  $t = 0$ . Depois de um tempo,  $t$ , aquele estado fica descrito por:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} |\nu_k(0)\rangle. \quad (2.14)$$

Devido a unitariedade da matriz de mistura, a equação (2.1) pode-se inverter e a equação de evolução (2.14) fica expressada somente em estados de sabor,

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_\beta \left( \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} \right) |\nu_\beta\rangle, \quad (2.15)$$

pelo tanto, tem-se uma superposição de neutrinos de diferente sabor em um tempo diferente de zero. Observar que para  $t = 0$  os estados de sabor são estados puros.

Os coeficientes de superposição na equação de evolução (2.15) indicam a probabilidade de transição de um neutrino de sabor  $\alpha$  em um neutrino de sabor  $\beta$  depois de um tempo  $t$ ,

$$\psi_{\alpha\beta}(t) \equiv \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} \quad (2.16)$$

e

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) = |\psi_{\alpha\beta}(t)|^2 = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(E_k - E_j)t}. \quad (2.17)$$

Para a derivação de uma expressão mais simples da probabilidade de oscilação de neutrinos, equação (2.17), é muito importante o fato que os neutrinos são partículas ultra-relativistas em experimentos de oscilações, pois, somente podem-se detectar neutrinos com energias maiores a 100 KeV. Em quanto à massa dos neutrinos, pelo menos um dos neutrinos tem uma massa aproximada de 0.05 eV (para explicar os dados de neutrinos atmosféricos ver a figura (3.2)) e as outras massas não podem ser maiores que uns poucos eV (para não ter

problemas com as observações de cosmologia). Assim, a energia na equação (2.11) pode-se aproximar a:

$$E_k \simeq p_k + \frac{m_k^2}{2p_k}. \quad (2.18)$$

Suponhamos que durante a propagação dos neutrinos de sabor, os momentos associados aos neutrinos de massa no pacote de onda são quase iguais,  $p_k \simeq p_i = p$  e, além disso, toda a energia nesta propagação dos neutrinos de sabor é devida à energia cinética deles,  $p = E$ , onde  $E$  é a energia do neutrino detectado. Neste caso,

$$E_k - E_j \simeq \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E}, \quad (2.19)$$

onde  $\Delta m_{kj}^2$  é a diferença de massa quadrática,

$$\Delta m_{kj}^2 \equiv m_k^2 - m_j^2. \quad (2.20)$$

Experimentalmente o que é conhecido nas experiências de oscilações de neutrinos é a distância entre a fonte e detector, não o tempo de propagação. Como os neutrinos propagam-se quase à velocidade da luz, é possível aproximar  $t = L$ , chegando finalmente a:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \sum_{k, j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} L\right). \quad (2.21)$$

Uma forma útil de escrever a probabilidade de oscilação dos neutrinos, equação (2.21), é separar na probabilidade as contribuições devidas à parte real e a parte imaginária dos números complexos envolvidos na probabilidade,

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 + 2\Re \sum_{k>j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i 2\pi \frac{L}{L_{kj}^{\text{osc}}}\right), \quad (2.22)$$

ficando separados os termos constantes dos termos oscilatórios. A quantidade  $L_{kj}^{\text{osc}}$  é o comprimento de oscilação,

$$L_{kj}^{\text{osc}} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{kj}^2}. \quad (2.23)$$



O comprimento de oscilação,  $L_{kj}^{\text{osc}}$ , é o comprimento no qual a fase gerada por  $\Delta m_{kj}^2$  chega ser  $2\pi$ .

O quadrado da unitariedade,

$$\sum_k U_{\alpha k} U_{\beta k}^* = \delta_{\alpha\beta}, \quad (2.24)$$

$$\sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 = \delta_{\alpha\beta} - 2 \sum_{k>j} \Re[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \quad (2.25)$$

leva que a probabilidade de oscilação seja escrita assim:

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \Re[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{4E}\right) + \\ &+ 2 \sum_{k>j} \Im[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \text{sen}\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right). \end{aligned} \quad (2.26)$$

As probabilidades de oscilações entre canais diferentes,  $\alpha \neq \beta$ , são chamadas de probabilidades de transição enquanto, a probabilidade entre canais iguais,  $\alpha = \beta$ , são chamadas probabilidades de sobrevivência. A probabilidade de sobrevivência é:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}(L, E) = 1 - 4 \sum_{k>j} |U_{\alpha k}|^2 |U_{\alpha j}|^2 \text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{4E}\right). \quad (2.27)$$

## 2.1.2 Oscilações dos anti-neutrinos

Os anti-neutrinos também são produzidos em processos de interação fraca de corrente carregadas a partir de um antilepton carregado  $l_\alpha^+$  (transições  $l_\alpha^+ \rightarrow \bar{\nu}_\alpha$ ) ou junto com um lépton carregado  $l_\alpha^-$  (criação de pares  $l_\alpha^- \bar{\nu}_\alpha$ ) através da ação do conjugado Hermitiano da corrente carregada leptônica na equação (2.7),

$$j_{W,L}^{\rho\dagger} = 2 \sum_{\alpha = e, \mu, \tau} \bar{l}_{\alpha L} \gamma^\rho \nu_{\alpha L} = 2 \sum_{\alpha = e, \mu, \tau} \sum_k U_{\alpha k} \bar{l}_{\alpha L} \gamma^\rho \nu_{kL}. \quad (2.28)$$

No caso de neutrinos de Dirac, a expansão de Fourier do operador de campo de neutrino conte o operador de criação de anti-neutrinos com massa  $m_k$  é

$$\nu_{kL}(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E} \sum_{h=\pm 1} \left[ a_{\nu_k}^{(h)}(p) u_{\nu_{kL}}^{(h)}(p) e^{-ip \cdot x} + b_{\nu_k}^{(h)\dagger}(p) v_{\nu_{kL}}^{(h)}(p) e^{ip \cdot x} \right], \quad (2.29)$$

então, a corrente carregada leptônica conjugada Hermitiana, equação (2.28), produz anti-neutrinos de sabor,  $\overline{\nu}_\alpha$ , os quais são superposições de anti-neutrinos massivos,  $\overline{\nu}_k$ , ponderados por  $U_{\alpha k}$ .

Os anti-neutrinos de sabor  $\alpha$  são descritos por estados de anti-neutrinos de massa  $k$ ,

$$|\overline{\nu}_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha k} |\overline{\nu}_k\rangle, \quad (2.30)$$

os quais são anti-neutrinos de Dirac de helicidade positiva.

Como as propriedades cinemáticas dos anti-neutrinos massivos são idênticas a aquelas dos neutrinos, a derivação da probabilidade de oscilação de  $|\overline{\nu}_\alpha\rangle \rightarrow |\overline{\nu}_\beta\rangle$  é similar à probabilidade de oscilação de  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ . A única diferença é que neste caso, equação (2.30), os auto-estados de sabor estão relacionados aos auto-estados de massa através do conjugado complexo da matriz de mistura, comparar equações (2.1) e (2.30). Empregando esta idéia à probabilidade de oscilação de neutrinos, equação (2.21), chega-se que a probabilidade de oscilação de anti-neutrinos é:

$$P_{\overline{\nu}_\alpha \rightarrow \overline{\nu}_\beta}(L, E) = \sum_{k, j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} \exp\left(-i \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right), \quad (2.31)$$

a qual pode-se reescrever assim:

$$\begin{aligned} P_{\overline{\nu}_\alpha \rightarrow \overline{\nu}_\beta}(L, E) &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \Re[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{4E}\right) + \\ &- 2 \sum_{k>j} \Im[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \text{sen}\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right). \end{aligned} \quad (2.32)$$

A diferença entre as probabilidades de oscilação para os neutrinos, equação (2.26), e para os anti-neutrinos, equação (2.32), é o sinal associado a parte imaginária do produto de quatro elementos da matriz de mistura.

As expressões (2.26) e (2.32) são para uma matriz de mistura geral. Como se esta considerando que a fase de violação de CP é nula, então a matriz de mistura  $U$  é real e

assim as equações (2.26) e (2.32) ficam iguais, os termos imaginários são nulos. Também é necessário notar que a média sobre a distancia e/ou a energia, das equações (2.26) e (2.32) cancelam os termos imaginários.

### 2.1.3 Mistura de dois neutrinos

A mistura de dois neutrinos é uma aproximação na qual unicamente dois neutrinos massivos dos três são considerados. Os acoplamentos dos neutrinos com o terceiro neutrino massivo são negligenciáveis. O modelo efetivo de acoplamento de dois sabores de neutrinos,  $\nu_\alpha$  e  $\nu_\beta$ , com os estados de massa,  $\nu_1$  e  $\nu_2$  pode ser composto de:

- Neutrinos de sabor puro:  $\alpha, \beta = e, \mu$  ou  $\alpha, \beta = e, \tau$  ou  $\alpha, \beta = \mu, \tau$ .
- Combinações lineares de neutrinos de sabor puro:  $\nu_\alpha = \nu_e$  e  $\nu_\beta = c_\mu \nu_\mu + c_\tau \nu_\tau$  com  $c_\mu^2 + c_\tau^2 = 1$ .
- Em experimentos onde não são distinguíveis os neutrinos  $\nu_\mu$  e  $\nu_\tau$ ,  $\nu_\alpha = \nu_e$  e  $\nu_\beta = \nu_\mu, \nu_\tau$ .

A matriz de mistura unitária, equação (2.1), para esse caso é:

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

onde  $\sin \theta$  é o ângulo de mistura no vácuo,  $0 \leq \theta \leq \pi/2$  e diferença de massa quadrática, equação (2.20), é:

$$\Delta m^2 \equiv \Delta m_{21}^2 \equiv m_2^2 - m_1^2. \quad (2.34)$$

Define-se  $\nu_1$  como o mais leve dos estados de neutrinos massivos, assim que  $\Delta m^2$  é positivo.

Da equação (2.26), a probabilidade de transição  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$  com  $\alpha \neq \beta$ :

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left[ 1 - \cos \left( \frac{\Delta m^2 L}{2E} \right) \right] \quad (\alpha \neq \beta), \quad (2.35)$$

ou equivalentemente,

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \sin^2 2\theta \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right) \quad (\alpha \neq \beta). \quad (2.36)$$

Para o caso  $\alpha = \beta$ , a probabilidade de sobrevivência,  $P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}$ , pode-se obter da conservação da probabilidade:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}(L, E) = 1 - P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right). \quad (2.37)$$

O comprimento de oscilação é dado por equação (2.23),

$$L^{\text{osc}} = \frac{4\pi E}{\Delta m^2} = 2.47 \frac{E}{1\text{MeV}} \frac{1\text{eV}^2}{\Delta m^2} \times 1\text{m} \quad (2.38)$$

lembrando que  $\hbar c = 197.33 \text{ MeV fm}$ , a probabilidade de transição, equação (2.36), no sistema de unidades MKS fica:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \sin^2 2\theta \sin^2\left(1.27 \frac{\Delta m^2}{1\text{eV}^2} \frac{1\text{GeV}}{E} L[\text{km}]\right). \quad (2.39)$$

O comportamento da probabilidade de transição na equação (2.39) em função da distância em quilômetros, com  $\sin^2 2\theta = 1$  e para valores fixos da energia,  $E$ , e da diferença quadrática de massa,  $\Delta m^2$  é indicado na figura (2.1), onde a abscissa representa a distância. A metade do comprimento de oscilação <sup>3</sup>, equação (2.38), corresponde à localização da primeira depressão da probabilidade de transição. A probabilidade de transição é muito pequena para  $L \ll L^{\text{osc}}/2$  e oscila muito rápido para  $L \gg L^{\text{osc}}/2$  na escala logarítmica da distância.

A matriz de mistura no caso de oscilações de dois neutrinos, equação (2.33), não apresenta mesmo uma fase pelo qual, não ocorre violação de CP e T e assim as probabilidades de transição de neutrinos e anti-neutrinos são iguais:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = P_{\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta}(L, E). \quad (2.40)$$

---

<sup>3</sup>Lembrar que o comprimento de oscilação esta definida em termos das funções trigonométricas  $\sin\theta$  e  $\cos\theta$  não em termos dos quadrados de elas, por isso o argumento oscilatório na equação (2.39) deve ser a metade da equação (2.38)

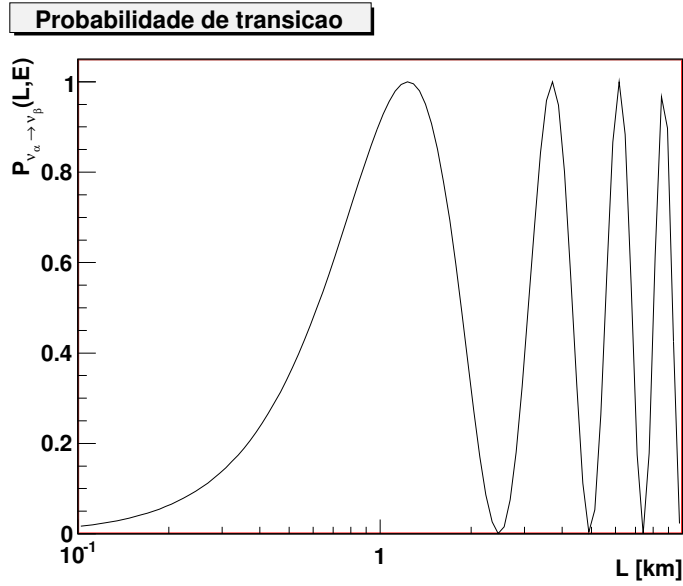


Figura 2.1: Probabilidade de transição de  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$  em função da distância  $L[\text{km}]$  para  $\text{sen}^2 2\theta = 1$ ,  $E = 1\text{GeV}$  e  $\Delta m^2 = 1\text{eV}^2$ .

## 2.2 Oscilações de neutrinos na matéria

Em 1978, L. Wolfenstein [50] descobriu que a propagação dos neutrinos na matéria está sujeita a um potencial devido a espalhamento elástico coerente com as partículas do meio (elétrons e núcleons). Estes potenciais modificam a mistura de neutrinos, equação (2.1). O ângulo de mistura no vácuo é trocado por um ângulo de mistura efetivo na matéria <sup>4</sup> ver a parametrização (2.3). Dito ângulo para umas densidades adequadas pode ser grande, mesmo assim o ângulo de mistura no vácuo seja pequeno. A existência de esse potencial também modificara a diferença de massa quadrática.

### 2.2.1 Potenciais efetivos na matéria

Existe uma assimetria no conteúdo de sabor dos léptons carregados que constituem a matéria usual, pois ao contrário de elétrons, não existem múons e taus livres na matéria ordinária. Esta assimetria faz com que apenas o neutrino eletrônico possa interagir via corrente carregada, CC, com os elétrons no meio pelo outro lado, todos os sabores de neutrinos

<sup>4</sup>Para ser precisos somente se modificaram dois dos três ângulos de mistura,  $\text{sen}\theta_{13}$  e  $\text{sen}\theta_{12}$ ,

podem interagir via corrente neutra, CN, com qualquer constituinte do meio, ver figura (2.2).

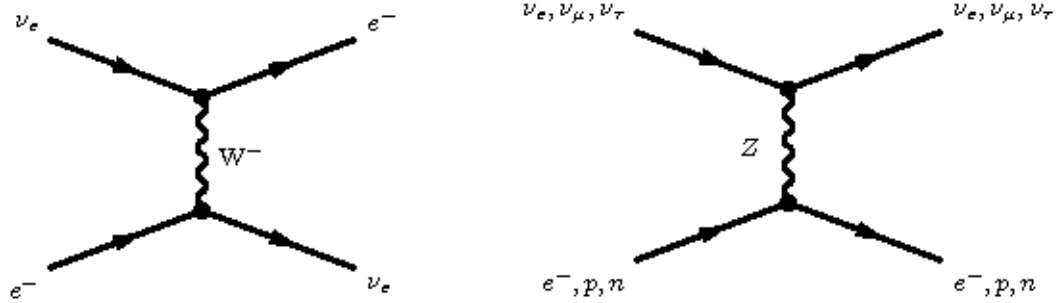


Figura 2.2: Diagramas de Feynman dos processos de espalhamento elástica que gera o potencial  $V_\alpha$ . Na esquerda o Diagrama de Feynman de CC cujo potencial na matéria é  $V_{CC}$ . Na direita o Diagrama de CN com potencial na matéria  $V_{CN}$ .

Além de isto, para energias envolvidas menores que a massa dos bósons de gauge  $W$  e  $Z$ , as quais são da ordem de 100 GeV, o propagador de estes bósons no espaço de momentos pode-se aproximar ao inverso da sua massa ao quadrado. Pelo tanto, as linhas internas, ver a figura (2.2), que representam os bósons de gauge nos diagramas de Feynman de processos a baixa energia, são pontuais. No caso de processos de CC, esta contração leva na interação efetiva de quatro férmions,

$$\mathcal{L}_{\text{efe}}^{(\text{CC})}(x) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} j_W^\dagger j_W^\mu, \quad (2.41)$$

com

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_W^2}, \quad (2.42)$$

$$j_W^\mu = \bar{\nu}_e(x) \gamma^\rho (1 - \gamma^5) e(x). \quad (2.43)$$

Se considerara que os neutrinos eletrônicos se propagaram através de um meio homogêneo e isotrópico e interagem com um gás de elétrons não polarizados através de CC. O potencial efetivo de CC,  $V_{CC}$ , calcula-se a partir do Hamiltoniano efetivo de CC associado ao Lagrangeano efetivo (2.41) [42],

$$\mathcal{H}_{\text{efe}}^{(\text{CC})}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_e(x) \gamma^\rho (1 - \gamma^5) e(x)] [\bar{e}(x) \gamma_\rho (1 - \gamma^5) \nu_e(x)]. \quad (2.44)$$

Para separar as contribuições dos neutrinos dos elétrons, aplica-se a transformação de Fierz para interações  $V - A$ , Lagrangeano efetivo (2.41):

$$\mathcal{L}^{V-A}(\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4) = \mathcal{L}^{V-A}(\Psi_1, \Psi_4, \Psi_3, \Psi_2), \quad (2.45)$$

com ao qual o Hamiltoniano efetivo (2.44) fica reescrito assim:

$$\mathcal{H}_{\text{efe}}^{(\text{CC})}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_e(x) \gamma^\rho (1 - \gamma^5) \nu_e(x)] [\bar{e}(x) \gamma_\rho (1 - \gamma^5) e(x)]. \quad (2.46)$$

A média do Hamiltoniano efetivo sobre um ensemble de elétrons do meio é dado por:

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{H}_{\text{efe}}^{(\text{CC})}}(x) &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_e(x) \gamma^\rho (1 - \gamma^5) \nu_e(x)] \int d^3 p_e f(E_e, T) \\ &\times \frac{1}{2} \sum_{h_e = \pm 1} \langle e^-(p_e, h_e) | \bar{e}(x) \gamma_\rho (1 - \gamma^5) \nu_e(x) | e^-(p_e, h_e) \rangle. \end{aligned} \quad (2.47)$$

onde  $f(E_e, T)$  é a distribuição estatística dos elétrons. Como ao espalhamento é coerente, a matéria fica sem mudanças então, o momento e as helicidades dos estados de elétrons são idênticos antes e depois da interação. Por simplicidade, os estados dos elétrons consideram-se normalizados em num volume finito [42],

$$|e^-(p_e, h_e)\rangle = \frac{1}{2E_e V} a_e^{(h_e)\dagger}(p_e) |0\rangle. \quad (2.48)$$

Os campos e as relações de anti-comutação para uma normalização em um volume finito são:

$$\nu_\alpha(x) = \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}} \frac{1}{2E} \sum_{h=\pm 1} \left[ a^{(h)}(p) u^{(h)}(p) e^{-ip \cdot x} + b^{(h)\dagger}(p) \bar{v}^{(h)}(p) e^{ip \cdot x} \right], \quad (2.49)$$

$$\{a^{(h)}(p), a^{(h')\dagger}(p')\} = \{b^{(h)}(p), b^{(h')\dagger}(p')\} = 2EV \delta_{\vec{p}(\vec{p}')} \delta_{hh'}. \quad (2.50)$$

A distribuição estatística dos elétrons com energia  $E$ , que também depende da temperatura da matéria, esta normaliza a

$$\int d^3p_e f(E_e, T) = n_e V, \quad (2.51)$$

onde a quantidade  $n_e V$  é o número total de elétrons do meio.

A média das helicidades dos elementos da matriz dos elétrons é

$$\frac{1}{2} \sum_{h_e=\pm 1} \langle e^-(p_e, h_e) | \bar{e}(x) \gamma_\rho (1 - \gamma^5) \nu_e(x) | e^-(p_e, h_e) \rangle = \frac{(p_e)_\rho}{E_e V}, \quad (2.52)$$

ficando a equação (2.47) assim:

$$\overline{\mathcal{H}_{\text{efe}}^{(\text{CC})}}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{1}{V} \overline{\nu_e}(x) \left[ \int d^3p_e f(E_e, T) \frac{\not{p}_e}{E_e} (1 - \gamma^5) \right] \nu_e(x). \quad (2.53)$$

Para fazer a integral na relação (2.53), tem-se em conta que a função de distribuição é uma função par, seu relação de dispersão depende do momento quadrático  $\vec{p}^2$ , então ,

$$\begin{aligned} \int d^3p_e f(E_e, T) \frac{\not{p}_e}{E_e} (1 - \gamma^5) &= n_e V \gamma^0 [1 - \gamma^5] \\ &= \frac{4n_e V}{2} \gamma^0 \frac{(1 - \gamma^5)}{2} \frac{(1 - \gamma^5)}{2}. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Finalmente, o Hamiltoniano efetivo meio sobre a matéria eletrônica fica:

$$\overline{\mathcal{H}_{\text{efe}}^{(\text{CC})}}(x) = V_{\text{CC}} \overline{\nu_{eL}}(x) \gamma^0 \nu_{eL}(x), \quad (2.55)$$

onde o potencial de corrente carregada este dado por:

$$V_{\text{CC}} = \sqrt{2} G_F n_e. \quad (2.56)$$

O cálculo do potencial de corrente neutra,  $V_{\text{CN}}$ , para a propagação de neutrinos em um médio com densidade de férmions,  $n_f$ , é feito de forma semelhante ao cálculo de  $V_{\text{CC}}$ . Partindo do Lagrangeano efetivo de interações fracas de corrente neutra a baixa energia,

$$\mathcal{L}_{\text{efe}}^{(\text{CN})}(x) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} j_{Z\mu} j_Z^\mu, \quad (2.57)$$

o Hamiltoniano efetivo de corrente neutra fica, depois de fazer uma transformação de Fierz (veja equação (2.45)),



$$\mathcal{H}_{\text{efe}}^{(\text{CN})}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} [\overline{\nu}_\alpha(x) \gamma^\rho (1 - \gamma^5) \nu_\alpha(x)] \sum_f [\overline{f}(x) \gamma_\rho (g_V^f - g_A^f \gamma^5) f(x)]. \quad (2.58)$$

onde  $g_V^f$  e  $g_A^f$  são os acoplamentos dos neutrinos de sabor  $\alpha$  a os férmions,  $f$ . Por causa da neutralidade da matéria os potenciais de corrente neutra dos prótons e elétrons cancelam-se, pois se espera igual densidade de número de prótons e elétrons. Assim, os nêutrons são os únicos que contribuíam ao potencial da CN, ficando a média sobre o Hamiltoniano efetivo, equação (2.58), como

$$V_{NC} = -\frac{1}{2} \sqrt{2} G_F n_n, \quad (2.59)$$

onde os acoplamentos vetoriais para o nêutron são:  $g_V^n = g_A^n = -1/2$  Assim, o Hamiltoniano efetivo meio para interação de CN dos neutrinos com a matéria é:

$$\overline{\mathcal{H}}_{\text{efe}}(x) = V_{\text{CN}} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \overline{\nu}_{\alpha L}(x) \gamma^0 \nu_{\alpha L}(x). \quad (2.60)$$

O Hamiltoniano potencial efetivo para neutrinos que interajam coerentemente com a matéria em um ambiente astrofísico de baixa densidade e temperatura é, compactando equações (2.55) e (2.60):

$$\overline{\mathcal{H}}_{\text{efe}}^{(\text{CN})}(x) = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} V_\alpha \overline{\nu}_{\alpha L}(x) \gamma^0 \nu_{\alpha L}(x), \quad (2.61)$$

com os potenciais

$$V_\alpha = V_{\text{CC}} \delta_{\alpha e} + V_{\text{CN}} = \sqrt{2} G_F \left( n_e \delta_{\alpha e} - \frac{1}{2} n_n \right). \quad (2.62)$$

Para compreender o significado físico dos potenciais  $V_\alpha$ , se calcula a energia potencial de um neutrino de sabor  $\alpha$  que se propaga através da matéria,

$$\mathbf{v}_\alpha^{(h)} = \langle \nu_\alpha^{\text{WP}}(\langle \vec{p} \rangle, h) | \int d^3x \overline{\mathcal{H}}_{\text{efe}}(x) | \nu_\alpha^{\text{WP}}(\langle \vec{p} \rangle, h) \rangle \quad (2.63)$$

onde os neutrinos são considerados pacotes de ondas (WP) de momento meio  $\langle \vec{p} \rangle$  e helicidade  $h$ ,

$$|\nu_\alpha^{\text{WP}}(\langle \vec{p} \rangle, h)\rangle = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2E}} \phi(\vec{p}, \langle p \rangle) |\nu_\alpha(p, h)\rangle. \quad (2.64)$$

Fazendo a expansão de Fourier dos campos de neutrinos na equação (2.63), mas trabalhando somente com os operadores de criação e expressando também os estados de neutrinos em termos de operadores de criação atuando sobre o vácuo, chega-se a que a energia potencial do neutrino de Dirac pode-se escrever assim:

$$\mathbf{v}_\alpha^{(h)} = \frac{1}{2} V_\alpha \int \frac{d^3 p}{2E} |\phi(\vec{p}, \langle p \rangle)|^2 \overline{u_{\nu_\alpha}^{(h)}}(p) \gamma^0 (1 - \gamma^5) u_{\nu_\alpha}^{(h)}(p). \quad (2.65)$$

O produto matricial presente em na equação (2.65) pode expressar-se como um traço:

$$\begin{aligned} \left[ \overline{u_{\nu_\alpha}^{(h)}}(p) \right]_i \left[ \gamma^0 (1 - \gamma^5) \right]_{ij} \left[ u_{\nu_\alpha}^{(h)}(p) \right]_j &= \text{Tr} \left[ \overline{u_{\nu_\alpha}^{(h)}}(p) \gamma^0 (1 - \gamma^5) u_{\nu_\alpha}^{(h)}(p) \right] \\ &= \text{Tr} \left[ u_{\nu_\alpha}^{(h)}(p) \overline{u_{\nu_\alpha}^{(h)}}(p) \gamma^0 (1 - \gamma^5) \right]. \end{aligned} \quad (2.66)$$

Os projetores têm a seguinte propriedade

$$\left( \frac{m + \not{s}_h}{2m} \right) \left( \frac{1 + \gamma^5 \not{s}_h}{2} \right) = \frac{u^{(h)}(p) \overline{u^{(h)}}(p)}{2m}, \quad (2.67)$$

onde  $s_h^\mu$  é o vetor de polarização:

$$s_h^\mu = h \left( \frac{|\vec{p}|}{m}, \frac{E}{m} \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|} \right). \quad (2.68)$$

Usando a equação (2.67) na equação (2.66) e tendo em conta as propriedades do traço e o quadri-vetor dado na equação (2.68), se chega a que o produto matricial fica:

$$\overline{u_{\nu_\alpha}^{(h)}}(p) \gamma^0 (1 - \gamma^5) u_{\nu_\alpha}^{(h)}(p) = 2(E - h|\vec{p}|). \quad (2.69)$$

Para neutrinos ultra-relativísticos

$$\overline{u_{\nu_\alpha}^{(h)}}(p) \gamma^0 (1 - \gamma^5) u_{\nu_\alpha}^{(h)}(p) \simeq \begin{cases} 4E & \text{para } h = -1 \\ \frac{m_{\nu_\alpha}^2}{E} & \text{para } h = +1, \end{cases} \quad (2.70)$$

então, existe uma forte supressão na energia potencial de neutrinos de mão direita ( $h = +1$ ) ultra-relativísticos:

$$V_{\alpha}^{(+)} \simeq V_{\alpha} \frac{m_{\nu_{\alpha}}^2}{4} \left\langle \frac{1}{E^2} \right\rangle, \quad (2.71)$$

onde  $\langle 1/E^2 \rangle$  é a média de  $1/E^2$  sobre a distribuição de momento do pacote de onda, equação (2.65). Da normalização da distribuição de momentos, a energia potencial de neutrinos de mão esquerda ( $h = -1$ ) ultra-relativísticos é dado por:

$$V_{\alpha}^{(-)} \simeq V_{\alpha}. \quad (2.72)$$

Assim,  $V_{\alpha}$  é a energia potencial de neutrinos de mão esquerda ultra-relativísticos de sabor  $\alpha$  que se propaga através do meio.

Para o caso de anti-neutrinos, emprega-se o seguinte pacote de onda

$$|\bar{\nu}_{\alpha}^{\text{WP}}(\langle \vec{p} \rangle, h)\rangle = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2E}} \bar{\phi}(\vec{p}, \langle p \rangle) |\bar{\nu}_{\alpha}(p, h)\rangle. \quad (2.73)$$

A energia potencial de um anti-neutrinos de sabor  $\alpha$  é

$$\bar{V}_{\alpha}^{(h)} = -\frac{1}{2} V_{\alpha} \int \frac{d^3 p}{2E} |\bar{\phi}(\vec{p}, \langle p \rangle)|^2 \overline{v_{\nu_{\alpha}}^{(h)}}(p) \gamma^0 (1 - \gamma^5) v_{\nu_{\alpha}}^{(h)}(p) \quad (2.74)$$

com

$$\overline{v_{\nu_{\alpha}}^{(h)}}(p) \gamma^0 (1 - \gamma^5) v_{\nu_{\alpha}}^{(h)}(p) = 2(E + h|\vec{p}|) \simeq \begin{cases} \frac{m_{\nu_{\alpha}}^2}{E} & \text{para } h = -1 \\ 4E & \text{para } h = +1. \end{cases} \quad (2.75)$$

No caso de anti-neutrinos ultra-relativísticos e  $h = +1$  a energia potencial de ditos neutrinos é:

$$\bar{V}_{\alpha}^{(+)} \simeq -V_{\alpha}. \quad (2.76)$$

Pelo tanto, a energia potencial de anti-neutrinos de Dirac de mão direita é de oposto sinal de neutrinos de mão esquerda. No limite ultra-relativista, os anti-neutrinos de mão esquerda são fortemente suprimidos.

Neste estudo estamos considerando que não existem múons na neutrinofera <sup>5</sup> por consequência, o potencial efetivo associado à interação coerente entre os léptons de segunda geração é nulo,  $V_{\mu} = 0$ . De igual forma para os neutrinos tauonicos,  $V_{\tau} = 0$ . Na região de

---

<sup>5</sup>Para temperaturas entre 6 MeV e 8 MeV a concentração de múons é mais pequena que 1% [23].

densidades muito maiores,  $\rho \sim 10^7 - 10^8$ , as correções radioativas das interações fracas chegam a ser importantes. Estas correções são devidas à diferença de massa dos lépton carregados  $\mu$  e  $\tau$ . Assim, um potencial de interação surge entre os neutrinos  $\nu_\mu$  e  $\nu_\tau$ ,  $V_{\mu\tau}$  [23, 51]. Esse potencial também não vai ser tido em conta em nosso estudo.

## 2.3 Evolução dos estados de sabor

Nesta seção se estudará a evolução dos neutrinos e anti-neutrinos na matéria. Para eles se calculará a amplitude dos neutrinos na matéria e se esquematizara o algoritmo, para mistura de dois neutrinos, que se empregar para o cálculo da probabilidade de transição de  $\nu$  na matéria. Também se fará uma descrição do efeito da propagação não-adiabática de  $\nu$  sobre as oscilações de neutrinos.

### 2.3.1 O caso de neutrinos

Consideremos um neutrino de mão esquerda ultra-relativista com sabor  $\alpha$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ) e momento  $\vec{p}$ . Esse neutrino é descrito pelo estado de sabor

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle. \quad (2.77)$$

Suponha-se que o Hamiltoniano total na matéria é separável

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_I, \quad (2.78)$$

onde os estados de neutrinos massivos  $|\nu_k\rangle$ , com momento  $\vec{p}$ , são estados próprios do Hamiltoniano no vácuo  $\mathcal{H}_0$ , equação (2.10),

$$\mathcal{H}_0 |\nu_k\rangle = E_k |\nu_k\rangle \quad \text{com} \quad E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2}, \quad (2.79)$$

e os estados de sabor são estados próprios do Hamiltoniano de interação  $\mathcal{H}_I$ ,

$$\mathcal{H}_I |\nu_\alpha\rangle = V_\alpha |\nu_\alpha\rangle, \quad (2.80)$$

com  $V_\alpha$ , o potencial efetivo que sente o neutrino de sabor de mão esquerda ultra-relativista, dado pela equação(2.62).

Na descrição de Schrödinger, um estado de neutrino com sabor inicial  $\alpha$  obedece a equação de evolução

$$i\frac{d}{dt}|\nu_\alpha(t)\rangle = \mathcal{H}|\nu_\alpha(t)\rangle \quad \text{com} \quad |\nu_\alpha(0)\rangle = |\nu_\alpha\rangle. \quad (2.81)$$

A amplitude de transição  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$  depois de um tempo  $t$  é dado assim:

$$\psi_{\alpha\beta}(t) = \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle, \quad \text{com} \quad \psi_{\alpha\beta}(0) = \delta_{\alpha\beta}. \quad (2.82)$$

Pelo tanto, a probabilidade que um neutrino nascido em  $t = 0$  como estado de sabor  $\alpha$  seja encontrado como estado de sabor  $\beta$  depois de um tempo  $t$  é

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) = |\psi_{\alpha\beta}(t)|^2. \quad (2.83)$$

Para achar a evolução da amplitude de transição de sabor, expressarão (2.82), multipliquemos a equação de evolução dos estados, equação (2.81), por um conjunto completo de estados de sabor  $\beta$

$$i\frac{d}{dt} \sum_\beta |\nu_\beta\rangle \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle = \sum_\beta |\nu_\beta\rangle \langle \nu_\beta | \mathcal{H} | \nu_\alpha(t) \rangle. \quad (2.84)$$

Uma vez feito este, empregando as equações (2.77)-(2.80) e (2.82) chegamos a:

$$i\frac{d}{dt}\psi_{\alpha\beta}(t) = \sum_\eta \left( \sum_k U_{\beta k} E_k U_{\eta k}^* + \delta_{\beta\eta} V_\beta \right) \psi_{\alpha\eta}(t), \quad (2.85)$$

onde se fatora a amplitude  $\psi_{\alpha\eta}(t)$ .

Para neutrinos ultra-relativísticos, se sabe que

$$E_k \simeq E + \frac{m_k^2}{2E}, \quad p \simeq E, \quad t \simeq x, \quad (2.86)$$

onde  $x$  é à distância fonte-detector. Com essas aproximações, a equação (2.85) fica uma equação de evolução no espaço

$$\begin{aligned} i\frac{d}{dx}\psi_{\alpha\beta}(x) &= \left( p + \frac{m_1^2}{2E} + V_{NC} \right) \psi_{\alpha\beta}(x) \\ &+ \sum_\eta \left( \sum_k U_{\beta k} \frac{\Delta m_{k1}^2}{2E} U_{\eta k}^* + \delta_{\beta\eta} \delta_{\eta e} V_{CC} \right) \psi_{\alpha\eta}(x). \end{aligned} \quad (2.87)$$

Utilizamos a equação (2.62), adicionei e diminuí um termo  $m_1^2$ , podendo escrever em termos da diferença de massa quadrada, equação (2.20),

$$\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2. \quad (2.88)$$

Na expressão (2.87), nos separamos o termo  $(p + m_1^2/2E + V_{Ne})\psi_{\alpha\beta}(x)$  ao qual é irrelevante para o cálculo da probabilidade, pois é uma fase comum para todos os sabores

$$i\frac{d}{dx}\psi_{\alpha\beta}(x) = \sum_{\eta} \left( \sum_k U_{\beta k} \frac{\Delta m_{k1}^2}{2E} U_{\eta k}^* + \delta_{\beta e} \delta_{\eta e} V_{CC} \right) \psi_{\alpha\eta}(x), \quad (2.89)$$

ao qual deixa ver que a equação de evolução da amplitude na matéria depende da diferença de massa quadrática e da energia,  $\Delta m_{k1}^2/2E$ . A equação (2.89) é uma equação matricial

$$i\frac{d}{dx}\Psi_{\alpha} = \mathcal{H}_F \Psi_{\alpha}, \quad (2.90)$$

onde  $\mathcal{H}_F$  é a matriz Hamiltoniana na base de sabor dada assim

$$\mathcal{H}_F = \frac{1}{2E}(U\mathbb{M}^2U^{\dagger} + \mathbb{A}). \quad (2.91)$$

No caso de mistura de três neutrinos temos que

$$\Psi_{\alpha} \begin{pmatrix} \psi_{\alpha e} \\ \psi_{\alpha \mu} \\ \psi_{\alpha \tau} \end{pmatrix}, \mathbb{M}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix}, \mathbb{A} = \begin{pmatrix} A_{CC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.92)$$

onde

$$A_{CC} \equiv 2EV_{CC}. \quad (2.93)$$

A forma da matriz potencial  $\mathbb{A}$  <sup>6</sup> simplesmente reflete o fato que somente os neutrinos eletrônicos,  $\nu_e$ , interagem com a matéria. A matriz  $\mathcal{H}_F$  é uma matriz hermitiana no caso que a matriz de mistura,  $U$ , seja real.

### 2.3.2 O caso de anti-neutrinos

Neste caso, a mistura dos estados de sabor dos anti-neutrinos com os estados de anti-neutrinos massivos é dada por os elementos matriciais  $U_{\alpha k}$

$$|\bar{\nu}_{\alpha}\rangle = \sum_k U_{\alpha k} |\bar{\nu}_k\rangle. \quad (2.94)$$

O potencial de interação com a matéria é dado pela equação (2.76) assim, a equação de valores próprios para um antineutrino de mão direita de sabor  $\alpha$  é

$$\mathcal{H}_I |\bar{\nu}_{\alpha}\rangle = -V_{\alpha} |\bar{\nu}_{\alpha}\rangle. \quad (2.95)$$

---

<sup>6</sup>No texto de fará referência a  $A_{CC}$  como potencial efetivo  $V_{CC}$

Fazendo os mesmo passos que se fizeram para o cálculo da amplitude de transição de um neutrino de estado  $|\nu_\alpha\rangle$  em um neutrino de estado  $|\nu_\beta\rangle$  depois de um tempo  $t$ , chega-se a que a amplitude de transição para anti-neutrinos é:

$$i\frac{d}{dx}\bar{\psi}_{\alpha\beta}(x) = \sum_{\eta} \left( \sum_k U_{\beta k}^* \frac{\Delta m_{k1}^2}{2E} U_{\eta k} - \delta_{\beta e} \delta_{\eta e} V_{CC} \right) \bar{\psi}_{\alpha\eta}(x). \quad (2.96)$$

Se a matriz  $\mathcal{H}_F$  na equação (2.91) é real, a equação de evolução da amplitude de transição de estados de sabor para o caso de anti-neutrinos, equação (2.96), tem a mesma forma que para o caso de neutrinos, equação (2.89), mas com a diferença que o potencial na matéria dos anti-neutrinos é negativo. Reescrevendo a equação (2.96)

$$i\frac{d}{dx}\bar{\Psi}_\alpha = \bar{\mathcal{H}}_F \bar{\Psi}_\alpha, \quad (2.97)$$

com

$$\bar{\mathcal{H}}_F = \frac{1}{2E} (U\mathbb{M}^2 U^\dagger + \bar{\mathbb{A}}). \quad (2.98)$$

Para o caso de mistura de três anti-neutrinos temos que:

$$\bar{\Psi}_\alpha = \begin{pmatrix} \bar{\psi}_{\alpha e} \\ \bar{\psi}_{\alpha \mu} \\ \bar{\psi}_{\alpha \tau} \end{pmatrix}, \mathbb{M}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix}, \bar{\mathbb{A}} = \begin{pmatrix} \bar{A}_{CC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.99)$$

onde

$$\bar{A}_{CC} \equiv -2EV_{CC} = -A_{CC}. \quad (2.100)$$

A consequência que o potencial efetivo na matéria seja devido somente aos  $\nu_e$  ou  $\bar{\nu}_e$ , equações (2.93) e (2.100) é que o Hamiltoniano efetivo na base de sabor, equação (2.91) ou equação (2.98), comute com a rotação  $\mathbb{R}_{23}$  da parametrização (2.2) da matriz de mistura  $U$ :

$$[\mathcal{H}_F, \mathbb{R}_{23}] = 0, \quad (2.101)$$

pois

$$[\bar{\mathbb{A}}, \mathbb{R}_{23}] = 0. \quad (2.102)$$

Pelo tanto se pode definir uma amplitude de transição na matéria que não modifica o problema físico de estudo,

$$\Psi_\alpha \equiv \mathbb{R}_{23} \bar{\Psi}_\alpha. \quad (2.103)$$

Assim a equação de evolução da amplitude de transição, equação (3.21), fica

$$i \frac{d}{dx} \tilde{\Psi}_\alpha = \tilde{\mathcal{H}}_F \tilde{\Psi}_\alpha, \quad (2.104)$$

com

$$\tilde{\mathcal{H}}_F = \frac{1}{2E} (\mathbb{R}_{13} \mathbb{R}_{12} \mathbb{M}^2 \mathbb{R}_{12}^\dagger \mathbb{R}_{13}^\dagger + \mathbb{A}). \quad (2.105)$$

A não modificação do problema de interesse implica que o ângulo de mistura no vácuo associado com a rotação  $\mathbb{R}_{23}$  não é alterado pelos efeitos de matéria que experimentam os neutrinos durante sua propagação na matéria, esta característica é independente da fase CP. Os outros ângulos de mistura sofreram modificações na matéria. O ângulo de mistura  $\sin^2 2\theta_{23}$  é determinado pelos experimentos de oscilações de neutrinos atmosféricos.

### 2.3.3 Mistura de dois sabores

Se estudará brevemente as oscilações na matéria para o caso de mistura de dois neutrinos, digamos  $\nu_e$  e  $\nu_\mu$ , com o fim de apresentar a linguagem e esboçar o plano de trabalho para o cálculo da probabilidade de transição de  $\nu$ .

A equação de evolução para dois neutrinos, ver o caso geral na equação (2.90), assumindo a matriz de mistura  $U$  dada na equação (2.33), é

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \psi_{ee} \\ \psi_{e\mu} \end{pmatrix} = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} \Delta m_{21}^2 \sin^2 \theta + A_{CC} & \Delta m_{21}^2 \sin \theta \cos \theta \\ \Delta m_{21}^2 \sin \theta \cos \theta & \Delta m_{21}^2 \cos^2 \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{ee} \\ \psi_{e\mu} \end{pmatrix} \quad (2.106)$$

$$= \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} \Delta m_{21}^2 + A_{CC} & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 + A_{CC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{ee} \\ \psi_{e\mu} \end{pmatrix} + \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta + A_{CC} & \Delta m_{21}^2 \sin 2\theta \\ \Delta m_{21}^2 \sin 2\theta & \Delta m_{21}^2 \cos 2\theta - A_{CC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{ee} \\ \psi_{e\mu} \end{pmatrix} \quad (2.107)$$

O primeiro termo na equação (2.107) é uma fase global e não é relevante para cálculos de probabilidade. Como dito antes, a probabilidade de oscilação não depende de fases globais, apenas de fases relativas. Portanto podemos usar a equação a seguir para a evolução dos neutrinos

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \psi_{ee} \\ \psi_{e\mu} \end{pmatrix} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta + A_{CC} & \Delta m_{21}^2 \sin 2\theta \\ \Delta m_{21}^2 \sin 2\theta & \Delta m_{21}^2 \cos 2\theta - A_{CC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{ee} \\ \psi_{e\mu} \end{pmatrix}. \quad (2.108)$$



A probabilidade de transição  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  é

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(x) = |\psi_{e\mu}(x)|^2, \quad (2.109)$$

e a probabilidade de sobrevivência de  $\nu_e$  é

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(x) = |\psi_{ee}(x)|^2 = 1 - P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(x). \quad (2.110)$$

A matriz

$$\mathcal{H}_F = \begin{pmatrix} -\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta + A_{CC} & \Delta m_{21}^2 \sin 2\theta \\ \Delta m_{21}^2 \sin 2\theta & \Delta m_{21}^2 \cos 2\theta - A_{CC} \end{pmatrix}, \quad (2.111)$$

é possível diagonalizar através de uma transformação unitária

$$U_M^T \mathcal{H}_F U_M = \mathcal{H}_M^d. \quad (2.112)$$

Se a matriz unitária,  $U_M$ , é dada pela forma

$$U_M = \begin{pmatrix} \cos v_M(x) & \text{sen} v_M(x) \\ -\text{sen} v_M(x) & \cos v_M(x) \end{pmatrix}, \quad (2.113)$$

seus elementos, os ângulos de mistura efetivos na matéria, estão dados por

$$\tan 2v_M = \frac{\tan 2\theta}{1 - \frac{A_{CC}}{\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta}}, \quad (2.114)$$

que é a condição para diagonalizar a matriz  $\mathcal{H}_F$  dada na equação (2.111).

Esta equação do ângulo de mistura  $v_M$ , pode ser escrita como

$$\cos 2v_M(x) = \frac{\Delta m^2 \cos 2\theta - A_{CC}}{\Delta m_M^2} \quad (2.115)$$

$$\text{sen} 2v_M(x) = \frac{\Delta m^2 \sin 2\theta}{\Delta m_M^2} \quad (2.116)$$

onde  $\Delta m_M^2$ , que é a diferença de massas efetiva na matéria, dada por

$$\Delta m_M^2 = \sqrt{(\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta - A_{CC})^2 + (\Delta m_{21}^2 \sin 2\theta)^2}. \quad (2.117)$$

Com a diagonalização feita pela rotação do ângulo  $v_M$ , dada na equação (2.115) e (2.116) a matriz  $\mathcal{H}_M^d$  pode ser escrita na forma

$$\mathcal{H}_M^d = \frac{1}{4E} \text{diag}(-\Delta m_M^2, \Delta m_M^2) \quad (2.118)$$

O ângulo de mistura efetivo na matéria, equação (2.114), é infinito quando

$$A_{CC}^R = \Delta m_{21}^2 \cos 2\theta, \quad (2.119)$$

pelo qual, a diferença de massa quadrática na matéria, equação (2.117), alcança o valor mínimo naquele ponto

$$\Delta m_M^2 \Big|_R = \Delta m_{21}^2 \sin 2\theta \quad (2.120)$$

e o ângulo de mistura é máximo  $\sin 2v_M(x) = 1$ , equação (2.116). Esta condição é chamada de ressonância e depende da diferença de massas  $\Delta m^2$ , da energia e do número de elétrons por unidade de volume,  $n_e$  que o neutrino percorre, ver as expressões (2.93) e (2.62). Podemos escrever o número de elétrons por unidade de volume,  $n_e$  em termos da densidade de matéria e da proporção de elétrons do meio:

$$\rho \equiv n_e \frac{m_N}{Y_e} \quad (2.121)$$

onde  $Y_e$ <sup>7</sup> é a fração de elétrons do meio e  $m_N$  é a massa do núcleon. Assim, como  $\Delta m_M^2$  depende da densidade, implica que  $\Delta m_M^2$  depende da posição e pelo tanto, a condição de ressonância, equação (2.119) também depende da posição. A densidade onde acontece a ressonância é a chamada densidade ressonante,  $\rho_R$ .

A ressonância, equação (2.119), acontece quando

$$2\sqrt{2}G_F E n_e^R = \Delta m_{21}^2 \cos 2\theta, \quad (2.123)$$

ou

$$\rho_R = \frac{\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta}{\sqrt{2}E} \frac{m_N}{G_F} \frac{1}{2Y_e}, \quad (2.124)$$

È necessário notar que o efeito do potencial efetivo na matéria  $A_{CC}$  é modificar o ângulo de mistura, equação (2.114), e a diferença de massa quadrática (2.117).

A transformação

$$\Psi_e = U_M \Phi_e \quad \text{com} \quad \Psi_e = \begin{pmatrix} \psi_{ee} \\ \psi_{e\mu} \end{pmatrix}, \quad \Phi_e = \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix}, \quad (2.125)$$

---

<sup>7</sup>A fração de elétrons é

$$Y_e = \frac{N_p}{N_n + N_p}, \quad (2.122)$$

onde  $N_p$  e  $N_n$  é o número de prótons e nêutrons.

onde as quantidades  $\phi_{ei}$  são amplitudes de um neutrino massivo efetivo na matéria,  $\nu_i^M$ , diagonaliza a matriz Hamiltoniana efetiva na equação (2.111) e permite escrever a equação de evolução, equação (2.108), na base  $\Phi_e$ ,

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m_M^2 & -4Ei dv_M/dx \\ 4Ei dv_M/dx & \Delta m_M^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix}. \quad (2.126)$$

Os termos proporcionais a  $dv_M/dx$ , em (2.126), surgem de

$$\frac{d\Psi_e}{dx} = \left[ \frac{dU_M}{dx} \right] \Phi_e + U_M \left[ \frac{d\Phi_e}{dx} \right] \quad (2.127)$$

e podem-se calcular a partir das expressões (2.115) e (2.116),

$$\frac{dv_M}{dx} = \frac{1}{2} \frac{\text{sen}2v_M}{\Delta m_M^2} \frac{dA_{CC}}{dx}. \quad (2.128)$$

Se a densidade na matéria é constante, então

$$2\sqrt{2}G_F E n_e = A_{CC} = \text{cons} \Rightarrow \frac{dA_{CC}}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dv_M}{dx} = 0 \quad (2.129)$$

pelo tanto, a equação de evolução da amplitude (2.126) fica

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m_M^2 & 0 \\ 0 & \Delta m_M^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix} \quad (2.130)$$

que implica que as evoluções das amplitudes dos neutrinos massivos efetivos na matéria estão desacopladas e portanto com probabilidade de transição, equação (2.109)

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(x) = \text{sen}^2 2v_M \text{sen}^2 \left( \frac{\Delta m_M^2 x}{4E} \right). \quad (2.131)$$

Esta probabilidade se pode comparar com a probabilidade de transição de dos neutrinos no vácuo, equação (2.39) assim, o ângulo de mistura e a diferença quadrática de massa são substituídas por valores efetivos na matéria. Pode-se definir o comprimento de oscilação na matéria como, ver equação (2.38),

$$L_M^{osc} = \frac{4\pi E}{\Delta m_M^2}. \quad (2.132)$$

O efeito dos termos proporcionais a  $dv^M/dx$  que estão fora da diagonal principal na equação de evolução (2.126) é gerar transições entre  $\nu_1^M$  e  $\nu_2^M$ . Tais transições podem ser negligenciáveis se os termos fora da diagonal principal são muito pequenos comparados com a

diferença entre os termos da diagonal principal. Para quantificar a importância de tais transições é útil introduzir o parâmetro de adiabaticidade,

$$\gamma = \frac{\Delta m_M^2}{4E|dv_M/dx|} = \frac{(\Delta m_M^2)^2}{2E \text{ sen}2v_M|dA_{CC}/dx|}. \quad (2.133)$$

Se  $\gamma \gg 1$  em todos os pontos da trajetória dos neutrinos, a evolução é chamada de adiabática ao qual quer dizer que transições entre  $\nu_1^M$  e  $\nu_2^M$  são negligenciáveis, ver figura (2.3) a). Esse é o caso mais simples, pois implica que cada amplitude  $\phi_{ei}$  evolui independentemente e o efeito da evolução fica registrado como um fator de fase:

$$\phi_{e1} = \exp \left[ i \int_0^x \frac{\Delta m_M^2(x')}{4E} dx' \right] \phi_{e1}(0), \quad (2.134)$$

$$\phi_{e2} = \exp \left[ -i \int_0^x \frac{\Delta m_M^2(x')}{4E} dx' \right] \phi_{e2}(0). \quad (2.135)$$

A evolução é não-adiabática quando os termos fora da diagonal principal na equação de evolução (2.126) geram transições entre  $\nu_1^M$  e  $\nu_2^M$ , ver figura (2.3) b). A evolução será mais não-adiabática quando menor é o valor do parâmetro  $\gamma$ , equação (2.133),  $\gamma \leq 1$ . Em geral o ponto aonde  $\gamma$  for mínimo e portanto aonde as transições entre  $\nu_1^M$  e  $\nu_2^M$  são máximas, não é o mesmo ponto aonde ocorre a ressonância, Se as seguintes condições se aplicam, a densidade na matéria depende linearmente da posição, ângulo de mistura no vácuo pequeno, e a diferença quadrática de massas é pequena, então nestes casos o ponto de máxima violação da adiabaticidade MVA é o mesmo ponto da condição de ressonância [42] assim,  $\gamma|_R \leq 1$ .

As transições  $\nu_1^M \rightarrow \nu_2^M$ , podem ser caracterizadas por uma probabilidade chamada, probabilidade de cruzamento,  $P_C$ . Para um processo adiabático,  $P_C = 0$ , o caso  $P_C = 1$  é chamado processo extremamente não-adiabático.

A mistura na matéria de dois neutrinos pode ser escrita como, da equação (2.125),

$$|\nu_e\rangle = \cos v_M(x)|\nu_1^M\rangle + \text{sen}|\nu_2^M\rangle \quad (2.136)$$

$$|\nu_\mu\rangle = -\text{sen}v_M(x)|\nu_1^M\rangle + \cos|\nu_2^M\rangle. \quad (2.137)$$

Em uma estrela os neutrinos são produzidos em região de densidades altas,  $\rho \rightarrow \infty$ . Neste regime os ângulos de mistura efetivos na matéria, equações (2.116) e (2.115), têm como valores limites

$$\cos 2v_M(x) \rightarrow -1 \quad \text{e} \quad \text{sen}2v_M(x) \rightarrow 0 \quad \text{ou} \quad \cos v_M(x) \rightarrow 0 \quad \text{e} \quad \text{sen}v_M(x) \rightarrow 1. \quad (2.138)$$

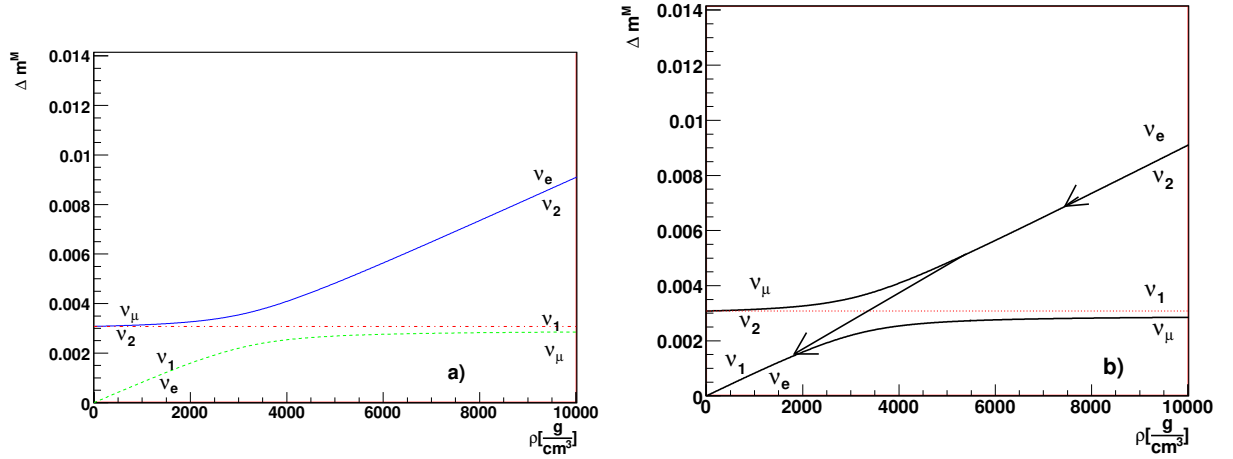


Figura 2.3: Figuras de cruzamento para o caso adiabático e não-adiabaticamente. Um neutrino de tipo  $\nu_e$  é criado praticamente como  $\nu_2$ , se a propagação é adiabaticamente através da zona de ressonância sairá da matéria como um neutrino de tipo  $\nu_\mu$  sempre e quando o ângulo de mistura no vácuo seja pequeno, (figura a). Se a propagação é não-adiabaticamente através da zona de ressonância, sairá como  $\nu_e$  destruindo-se a conversão que é devida à zona de ressonância, figura b).

Para o regime de densidades pequenas ou nulas (vácuo),  $\rho \rightarrow 0$ , os ângulos de mistura efetivos na matéria correspondem aos ângulos de mistura no vácuo,

$$\cos 2v_M(x) \rightarrow \cos 2\theta \quad \text{e} \quad \sin 2v_M(x) \rightarrow \sin 2\theta. \quad (2.139)$$

A propagação na estrela é feita através de estados de massa na matéria, ver a equação (2.126). Estes estados estão descritos pela seguinte mistura:

$$|\nu_1^M\rangle = \cos v_M(x)|\nu_e\rangle - \sin v_M(x)|\nu_\mu\rangle \quad (2.140)$$

$$|\nu_2^M\rangle = \sin v_M(x)|\nu_e\rangle + \cos v_M(x)|\nu_\mu\rangle. \quad (2.141)$$

Um  $\nu_e$  criado na zona de densidades altas é criado como  $\nu_2^M$ , e um  $\nu_\mu$  como  $\nu_1^M$ , pelas expressões (2.136) e (2.138). A evolução dos estados de massa na matéria na zona de ressonância é feito

- adiabaticamente  $\Rightarrow \gamma |R| \geq 1 \Rightarrow P_C = 0$ . Se considerarmos o ângulo de mistura no

vácuo pequeno, as equações (2.140) e (2.141) ficam

$$|\nu_1^M\rangle = |\nu_1\rangle = |\nu_e\rangle \quad (2.142)$$

$$|\nu_2^M\rangle = |\nu_2\rangle = |\nu_\mu\rangle. \quad (2.143)$$

Assim, um neutrino criado como  $\nu_e$  no centro da estrela sai como  $\nu_\mu$ , figura (2.3) a).

- não-adiabaticamente  $\Rightarrow \gamma |_R \leq 1 \Rightarrow P_C = 1$ . Os estados iniciais são dados pelas equações (2.140) e (2.141) junto com a condição (2.138),

$$|\nu_e\rangle = |\nu_2^M\rangle \quad (2.144)$$

$$|\nu_\mu\rangle = |\nu_1^M\rangle. \quad (2.145)$$

Como a transição pela zona de ressonância é não-adiabática  $\Rightarrow |\nu_2^M\rangle \leftrightarrow |\nu_1^M\rangle$ , os estados iniciais ficam

$$|\nu_e\rangle = |\nu_2^M\rangle \rightarrow |\nu_1^M\rangle \quad (2.146)$$

$$|\nu_\mu\rangle = |\nu_1^M\rangle \rightarrow |\nu_2^M\rangle. \quad (2.147)$$

Quando os neutrinos cheguem ao vácuo e considerando ângulo de mistura pequeno, às equações (2.140) e (2.141) junto com a condição (2.139), conduzem a:

$$|\nu_e\rangle = |\nu_2^M\rangle \rightarrow |\nu_1^M\rangle \approx |\nu_e\rangle \quad (2.148)$$

$$|\nu_\mu\rangle = |\nu_1^M\rangle \rightarrow |\nu_2^M\rangle \approx |\nu_\mu\rangle. \quad (2.149)$$

Pelo tanto, um processo não-adiabático suprime a oscilação de neutrinos.

Nas figuras (2.3) também se vê que a diferença de massa quadrática efetiva na matéria,  $\Delta m_M^2$  alcança seu valor mínimo na ressonância.



## Capítulo 3

# Oscilações de neutrinos nas supernovas

No capítulo anterior estudo-se de forma geral as oscilações de neutrinos no vácuo e na matéria. Agora neste capítulo se vai aplicar aquele estudo para o caso de neutrinos propagando-se pelos remanescente de uma estrela. Para isto se consideram os valores atuais dos parâmetros,  $\sin 2\theta_{ij}$  e  $\Delta^2 m_{ij}$  com  $i, j = 1, 2, 3$ , que explicam os experimentos de oscilações de neutrinos. Devido a que as SN alcançam densidades muito superiores a densidades presentes no sol ou na Terra pode-se pôr limites ao parâmetro menos conhecido,  $\sin 2\theta_{13}$ . Esses limites dependeram se os neutrinos se propagam adiabaticamente ou não-adiabaticamente pela zona de ressonância.

O estudo começará com as implicações dos valores dos parâmetros  $\Delta m_{ij}^2$ . Depois se calculará as probabilidades de transição por separado de cada regime de densidades e finalmente se mostrara que a probabilidade do problema como um todo se pode expressar como a multiplicação das probabilidades para cada regime sem termos de interferência



### 3.1 Fenomenologia

Os experimentos de neutrinos solares <sup>1</sup> [1, 52], de neutrinos atmosféricos [18] e de reatores [53] requerem de uma conversão entre diferentes tipos de sabores (oscilação de neutrinos). Esse efeito é devido que os neutrinos têm massa diferente de zero. O cenário de oscilações de neutrinos somente requer de duas diferenças quadrática de massa distintas,  $\Delta m_{\odot}^2$  e  $\Delta m_{\text{Atm}}^2$  para explicar os dados de neutrinos solares e atmosféricos. O caso mais simples que se ajusta a estes duas diferenças quadrática de massa é através do esquema de mistura de três neutrinos, no qual as componentes de mão esquerda dos campos de neutrinos são uma combinação linear de componentes de campos de mão esquerda de três neutrinos de massa  $m_k$ :

$$\nu_{\alpha L} = \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k} \nu_{kL}. \quad (3.1)$$

Das análises globais dos dados de oscilações de neutrinos solares e atmosféricos os valores das diferenças quadrática de massa apresentadas no PDG [49] são:

$$\Delta m_{\odot}^2 = (8.0 \pm 0.3) \times 10^{-5} \text{eV}^2 \quad (3.2)$$

e

$$\Delta m_{\text{Atm}}^2 = (1.9 - 3.0) \times 10^{-3} \text{eV}^2. \quad (3.3)$$

Pelo geral se trabalha com a seguinte definição:

$$\Delta m_{\odot}^2 \equiv \Delta m_{21}^2 \quad (3.4)$$

$$\Delta m_{\text{Atm}}^2 \equiv |\Delta m_{32}^2| \simeq |\Delta m_{31}^2| \quad (3.5)$$

Em experimentos de neutrinos atmosféricos o fluxo de neutrinos de diferentes sabores é medido através da detecção dos léptons carregados produzidos nas colisões neutrino-nucleon

$$\nu_l + n \rightarrow l^- + p, \quad \bar{\nu}_l + p \rightarrow l^+ + n \quad (l = e, \mu, \tau). \quad (3.6)$$

---

<sup>1</sup>As oscilações de neutrinos solares explicam o problema de neutrinos solares que é o déficit de  $\nu_e$  do sol com respeito ao predito pelo modelo standard do Sol. Esse déficit foi descoberto com o experimento de Homestake, confirmado com Kamiokande, GALLEX/GNO, SAGE, Super-Kamiokande e solucionado através de oscilações de sabor com SNO.

Nos experimentos de neutrinos atmosféricos e de aceleradores, a evidência de oscilação vem basicamente da redução do número de múons devido que a probabilidade de sobrevivência dos neutrinos muônicos é menor do que 1. A probabilidade de sobrevivência independem do sinal da diferença quadrática de massas atmosférica, um exemplo desta probabilidade é a seguinte equação

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)^{\text{efe}} = 1 - 4|U_{\mu 3}|^2(1 - |U_{\mu 3}|^2) \text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E}\right). \quad (3.7)$$

A probabilidade que dependem do sinal da diferença quadrática de massas, é a probabilidade de conversão

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)^{\text{efe}} = 4|U_{\mu 3}|^2|U_{e 3}|^2 \text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E}\right), \quad (3.8)$$

que induziria excesso de eventos para eventos eletrônicos a energias acima de 1 GeV. Esta probabilidade tem uma limite superior devido ao limite superior sobre a amplitude  $\text{sen}(2\theta_{13})$ . Recentes estudos indicam que existe uma preferência para hierarquia normal devido ao excesso de eventos para energias de neutrinos abaixo de 1 GeV, mas esta indicação não é estatisticamente significativa. O sinal da equação (3.5) indicara o tipo de hierarquia de massa dos estados de massa, hierarquia é normal se  $m_1 < m_2 < m_3$  ou invertida se  $m_3 < m_1 < m_2$ , ver figura 3.2.

A parametrização da matriz de mistura  $U$  na equação (3.1) é dada na equação (2.3),

$$U = \mathbb{R}_{23}\mathbb{R}_{13}\mathbb{R}_{12}. \quad (3.9)$$

Temos três ângulos de mistura que devem ser determinados pelos experimentos de oscilações. Posto que os experimentos atuais não são sensíveis à fase de violação de CP,  $\phi$ , dita fase foi assumida como zero. O ângulo de mistura  $\text{sen}\theta_{13}$  não está completamente determinado, somente se conhece o limite superior dado pelo experimento de CHOOZ [33]

$$\text{sen}^2(2\theta_{13}) < 0.19 \quad \text{com} \quad \text{C.L.} = 90\%, \quad (3.10)$$

C.L. indica o nível de confiança. Os outros dois parâmetros são determinados nos experimentos de neutrinos solares e de reatores

$$\text{sen}^2(2\theta_{12}) = 0.86 \pm_{0.04}^{0.03} \quad (3.11)$$

e nos experimentos de neutrinos atmosféricos e de aceleradores

$$\text{sen}^2(2\theta_{23}) > 0.92. \quad (3.12)$$

Assim, o cenário de conversão de três neutrinos esta regido por cinco parâmetros, os quais estão determinados pelos experimentos de oscilações: três ângulos de mistura ( $\text{sen}(2\theta_{13})$ ,  $\text{sen}(2\theta_{12})$ ,  $\text{sen}(2\theta_{23})$ ) e duas diferenças quadrática de massa ( $\Delta m_{\text{Atm}}^2$ ,  $\Delta m_{\odot}^2$ ) cujos valores estão dados nas expressões (3.10)-(3.12) e (3.2) (3.3).

## 3.2 Hierarquia

Dos valores dos parâmetros de oscilação apresentados nas expressões (3.2) e (3.3) se conclui que

$$\Delta m_{21}^2 \ll |\Delta m_{31}^2|. \quad (3.13)$$

Esta desigualdade nas diferenças quadrática de massa indica que existe uma escala dominante nas  $\Delta m_{ij}^2$ . Posto que  $\Delta m_{ij}^2$  é  $m_i^2 - m_j^2$ , para cumprir a relação (3.13) deve existir uma hierarquia nas massas dos estados de massa dos neutrinos, como é mostrado na figura (3.2).

Chama-se de hierarquia normal, representado na figura (3.2)-a), quando  $\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{31}^2$ , ou seja, quando  $m_1 < m_2 < m_3$ . A hierarquia invertida é para o caso de  $\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{31}^2$  conduzindo  $m_3 < m_1 < m_2$ .

De experimentos de oscilações de neutrinos não podemos determinar a massa dos neutrinos, mas é possível expressar as massas dos neutrinos como uma função de um parâmetro não conhecido. Esse parâmetro pode ser o valor da massa mais leve, ao qual é  $m_1$  no caso da hierarquia normal e  $m_3$  para hierarquia inversa. No esquema de hierarquia normal temos

$$m_2^2 = m_1^2 + \Delta m_{21}^2 = m_1^2 + \Delta m_{\odot}^2, \quad (3.14)$$

$$m_3^2 = m_1^2 + \Delta m_{31}^2 = m_1^2 + \Delta m_{\text{Atm}}^2 \quad (3.15)$$

e no esquema inverso

$$m_1^2 = m_3^2 - \Delta m_{31}^2 = m_3^2 + \Delta m_{\text{Atm}}^2, \quad (3.16)$$

$$m_2^2 = m_1^2 + \Delta m_{21}^2 = m_3^2 + \Delta m_{\text{Atm}}^2 + \Delta m_{\odot}^2. \quad (3.17)$$

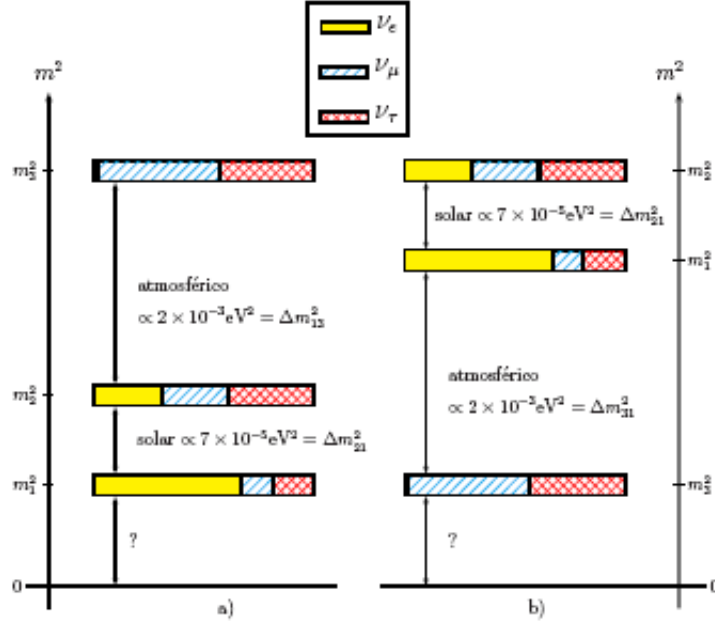


Figura 3.1: Os dois esquemas distintos permitidos pela hierarquia  $\Delta m_{21}^2 \ll |\Delta m_{31}^2|$ . Na figura a) se a hierarquia de massa é normal,  $\Delta m_{31}^2 > 0$ , e em b) se a hierarquia de massa é invertida,  $\Delta m_{31}^2 < 0$ .

Nas figuras (3.2) mostramos os valores das três massas dos neutrinos em função da massa do estado mais leve para os dois tipos de esquemas. Se a massa do neutrino mais leve é maior que  $m_\nu \gg 10^{-2}$  eV é impossível distinguir entre os dois esquemas pois as três massas seriam quase-degeneradas. Por outra parte, se a massa do neutrino mais leve é  $m_\nu < 10^{-2}$  eV, os dois tipos de esquemas seriam distinguíveis e pelo tanto existe uma hierarquia nas massas. Hierarquia normal seria o caso de

$$m_1 < m_2 < m_3 \quad (\text{que inclui o caso } m_1 \ll m_2 \ll m_3), \quad (3.18)$$

e o caso de hierarquia invertida é

$$m_3 < m_1 < m_2 \quad (\text{que inclui o caso } m_3 \ll m_1 \simeq m_2). \quad (3.19)$$

Assim, no caso de hierarquia invertida as massas  $m_1$  e  $m_2$  podem ser quase-degeneradas pois sua separação esta dada pela diferença da escala solar,  $\Delta m_\odot^2 (\Delta m_{21}^2)$ . Por outra parte, independente da hierarquia nas massas, as figuras (3.2) apontam que ao menos duas massas tem valores maiores à  $8 \times 10^{-3}$  eV .

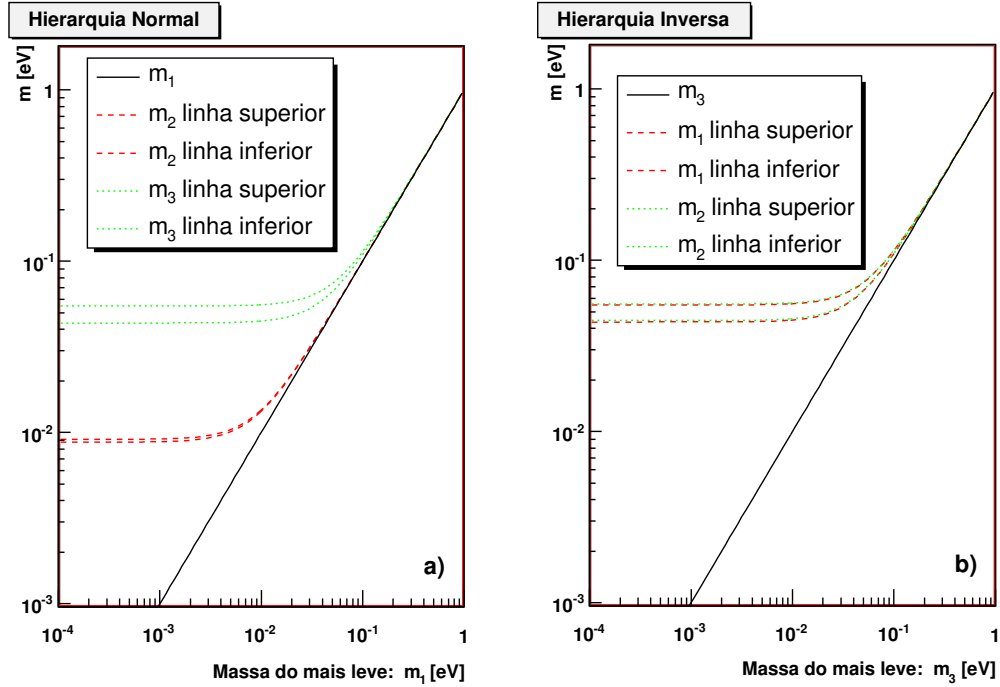


Figura 3.2: Valores das massas dos neutrinos como uma função da massa mais leve,  $m_1$  para o caso de hierarquia normal e  $m_3$  para hierarquia inversa. A dupla linha indica a incerteza no valor das massas [42].

### 3.3 Oscilações de neutrinos no interior da estrela para hierarquia normal

Nesta seção se calculará as probabilidades, de um neutrino produzido como estado de sabor  $\alpha$  dentro da neutrinosfera, seja convertido em um neutrino de estado de massa na superfície da estrela,  $P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_k}^{\text{Total}}(x)$ . Calcular-se-á a probabilidade de conversão a estados de massa, pois os pacotes de onda dos estados de massa não interferem entre eles mesmos se à distância percorrida pelos ditos estados de massa durante sua propagação no espaço é maior que longitude de coerência. Em primeiro lugar se estudará o cálculo da probabilidade de conversão para o caso de neutrinos e na seguinte subsecção o caso dos anti-neutrinos.

### 3.3.1 Probabilidade de conversão, caso neutrinos

A probabilidade de conversão de neutrinos na matéria é dada pela norma da amplitude ao quadrado, equação (2.83),

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(x) = |\psi_{\alpha\beta}(x)|^2. \quad (3.20)$$

A evolução da amplitude de probabilidade através da matéria é dada pela equação (2.90)

$$i \frac{d}{dx} \Psi_\alpha = \mathcal{H}_F \Psi_\alpha, \quad (3.21)$$

onde os elementos de esta equação matricial são

$$\mathcal{H}_F = \frac{1}{2E} (U \mathbb{M}^2 U^\dagger + \mathbb{A}), \quad (3.22)$$

$$\Psi_\alpha = \begin{pmatrix} \psi_{\alpha e} \\ \psi_{\alpha \mu} \\ \psi_{\alpha \tau} \end{pmatrix}, \mathbb{M}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix}, \mathbb{A} = \begin{pmatrix} A_{CC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.23)$$

$$A_{CC} \equiv 2EV_{CC} = 2\sqrt{2}EG_F n_e = \sqrt{2}E \left( \frac{Y_e}{0.5} \right) \left( \frac{G_F}{m_N} \right) \rho. \quad (3.24)$$

Conforme vimos na seção (2.3.3), o efeito do potencial é modificar os ângulos de mistura e massas de neutrinos. Então como exemplo iremos mostrarmos os autovalores da equação (3.22), para os valores do melhor ajuste das diferença quadrática de massas, equações (3.2) e (3.3), e ângulos de mistura, equações (3.10-3.12), e usando densidades típicas de supernovas. Para hierarquia normal, temos que os autovalores são dados na Fig. (3.3)

Devido ao fato que  $\Delta m_{31}^2 \gg \Delta m_{21}^2$  a figura (3.3) apresenta duas regiões onde os autovalores alcançam uma aproximação mínima, veremos que em boa aproximação cada uma de estas ressonâncias esta associada a um dos ângulos de mistura no vácuo. Estes regiões são bem identificáveis e distânciadas uma da outra porque  $\Delta m_{31}^2 \gg \Delta m_{21}^2$  e  $\theta_{13}$  é pequeno. Ocorrem para valores de densidades  $n_e$ <sup>2</sup>, muito diferentes. De agora em diante estes regimes de densidades se chamaram  $\rho^H$  e  $\rho^L$ , onde  $\rho^H$  ( $\rho > 2000 \text{ gr cm}^{-3}$ ) indica regime de densidades

---

<sup>2</sup>Como vimos na equação (2.121) a densidade e o número de elétrons,  $n_e$ , estão relacionadas,

$$\rho = n_e \frac{m_N}{Y_e}.$$

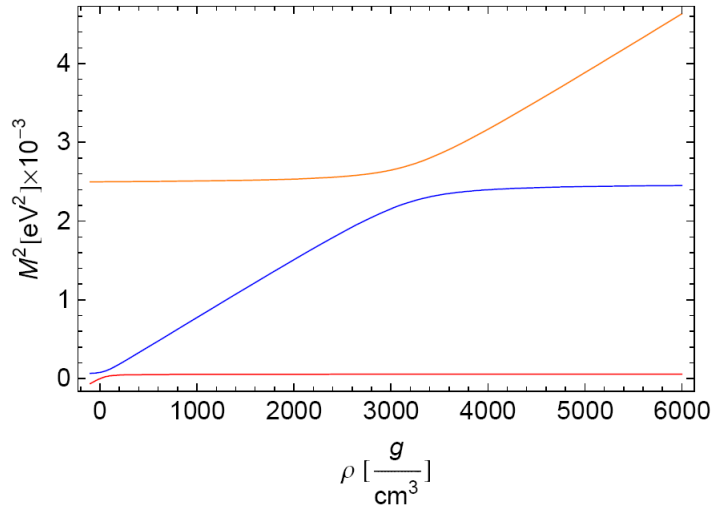


Figura 3.3: Digrama de cruzamento para hierarquia normal para  $E = 10\text{MeV}$ . Na figura estão representadas as evoluções dos valores próprios do Hamiltoniano efetivo na base de sabor, equação (3.22). As evoluções são dadas em função da densidade, equação (3.24).

altas e  $\rho^L$  ( $\rho < 2000 \text{ gr cm}^{-3}$ ) é para densidades baixas <sup>3</sup>. Iremos ver que podemos resolver o problema como se fosse dois problemas de sistemas de dois neutrinos, um para cada região. Em cada uma de estas regiões acontecerá uma mistura de dois neutrinos, comparar a figura (3.3) com a figura (2.3) a), e o terceiro neutrino se propagará livremente através de esta região. Devido à relação (2.123), espera-se que as regiões de ressonância ocorram quando  $A_{CC} \propto \Delta m_{ij}^2$ .

### 3.3.2 Densidades Altas

O estudo de um fenômeno físico começa com isolar os efeitos principais, os quais são os repousáveis em grande parte pelo fenômeno de estudo, dos efeitos secundários. Quando os fenômenos principais tem sido bem compreendidos, se começa com explicar os detalhes finos do sistema de estudo para isto se inclui as partes negligenciadas. O objetivo do estudo de

<sup>3</sup>Os neutrinos vão a ser criados em regiões onde a densidade é enorme,  $\rho > \rho^H \gg \rho^L$ .

propagação de neutrinos na matéria é compreender esse fenômeno como um todo, assim estamos interessados nos efeitos principais.

A equação de evolução (2.104) pode-se escrever como:

$$i \frac{d}{dx} \tilde{\Psi}_\alpha = \tilde{\mathcal{H}}_F^0 \tilde{\Psi}_\alpha + \tilde{\mathcal{H}}_F^p \tilde{\Psi}_\alpha \quad (3.25)$$

onde os Hamiltonianos efetivos na base de sabor  $\tilde{\mathcal{H}}_F^0$  e  $\tilde{\mathcal{H}}_F^p$  representam respectivamente uma matriz não-perturbativa e perturbativa do Hamiltoniano (2.105),

$$\tilde{\mathcal{H}}_F^0 = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} \Delta m_{31}^2 s_{13}^2 + A_{CC}(x) & 0 & \Delta m_{31}^2 s_{13} c_{13} \\ 0 & \Delta m_{21}^2 c_{12}^2 & 0 \\ \Delta m_{31}^2 s_{13} c_{13} & 0 & \Delta m_{31}^2 c_{13}^2 \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

$$\tilde{\mathcal{H}}_F^p = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} \Delta m_{21}^2 s_{12}^2 c_{13} & \Delta m_{21}^2 s_{12} c_{12} c_{13} & -\Delta m_{21}^2 s_{13} c_{13} s_{12}^2 \\ \Delta m_{21}^2 s_{12} c_{12} c_{13} & 0 & -\Delta m_{21}^2 s_{12} c_{12} s_{13} \\ -\Delta m_{21}^2 s_{13} c_{13} s_{12}^2 & -\Delta m_{21}^2 s_{12} c_{12} s_{13} & \Delta m_{21}^2 s_{13}^2 s_{12}^2 \end{pmatrix}. \quad (3.27)$$

Tendo em conta que  $\Delta m_{21}^2$  é pequeno comparado com  $\Delta m_{31}^2$  e também que  $\sin\theta_{13}$  é muito pequeno comparado com outros ângulos de mistura, os efeitos principais são devidos à matriz (3.26) pelo tanto, a equação (3.25) será escrita como

$$i \frac{d}{dx} \tilde{\Psi}_\alpha = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} \Delta m_{31}^2 s_{13}^2 + A_{CC}(x) & 0 & \Delta m_{31}^2 s_{13} c_{13} \\ 0 & \Delta m_{21}^2 c_{12}^2 & 0 \\ \Delta m_{31}^2 s_{13} c_{13} & 0 & \Delta m_{31}^2 c_{13}^2 \end{pmatrix} \tilde{\Psi}_\alpha, \quad (3.28)$$

que é a equação de evolução da amplitude no caso de neutrinos propagando-se em um médio super denso e donde a hierarquia de massa dos neutrinos é normal.

Quere-se que a matriz de massa, equação (3.26), fique organizada descendentemente na diagonal principal, isto é, o primeiro elemento da diagonal principal estará associado à diferença quadrática de massa menor, em este caso  $\Delta m_{21}^2 \cos^2 \theta_{12}$ , ver a figura (3.3). Consideremos a equação (3.28) mas multiplicada pela matriz identidade,  $\mathbb{T}^\dagger \mathbb{T} = \mathbf{1}$ ,

$$i \frac{d}{dx} \tilde{\Psi}_\alpha = \mathbb{T}^\dagger \mathbb{T} \tilde{\mathcal{H}}_F^0 \mathbb{T}^\dagger \mathbb{T} \tilde{\Psi}_\alpha \quad (3.29)$$



onde

$$\widehat{\mathcal{H}}_F^0 = \frac{1}{2E} \mathbb{T} \widetilde{\mathcal{H}}_F^0 \mathbb{T}^\dagger = \begin{pmatrix} \Delta m_{21}^2 c_{12}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{31}^2 s_{13}^2 + A_{CC}(x) & \Delta m_{31}^2 s_{13} c_{13} \\ 0 & \Delta m_{31}^2 s_{13} c_{13} & \Delta m_{31}^2 c_{13}^2 \end{pmatrix}. \quad (3.30)$$

Para que se cumpra a equação (3.30), a matriz unitária  $\mathbb{T}$  deve ser

$$\mathbb{T} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.31)$$

então, para chegar à equação (3.30) a partir da equação (3.28) é preciso definir

$$\widetilde{\Psi}_\alpha \equiv \mathbb{T}^\dagger \widehat{\Psi}_\alpha, \quad (3.32)$$

com isto, a equação de evolução da amplitude, equação (3.28), fica

$$i \frac{d}{dx} \widehat{\Psi}_\alpha = \widehat{\mathcal{H}}_F^0 \widehat{\Psi}_\alpha, \quad (3.33)$$

A equação (3.33) é uma equação diferencial de primeira ordem acoplada de tipo Schrödinger. Para obter uma solução analítica aproximada se considerara uma transformação que diagonaliza o Hamiltoniano efetivo, equação (3.30). Esse tipo de transformação permitira compreender qualitativamente aspectos físicos de esse problema, a propagação dos neutrinos no remanescente de uma estrela. Defina-se a seguinte transformação unitária,

$$\widehat{\Psi}_\alpha \equiv \mathbb{U}_{13}^M \Phi_\alpha \quad (3.34)$$

com

$$\mathbb{U}_{13}^M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos v_{13}^M(x) & \text{sen} v_{13}^M(x) \\ 0 & -\text{sen} v_{13}^M(x) & \cos v_{13}^M(x) \end{pmatrix}. \quad (3.35)$$

O subscrito 1-3 no ângulo  $v_{13}^M$  indica a modificação do ângulo de mistura  $\text{sen}\theta_{13}$  devido a efeitos de matéria. Assim, a matriz (3.30) fica diagonal:

$$\mathbb{U}_{13}^{M\dagger} \widehat{\mathcal{H}}_F^0 \mathbb{U}_{13}^M = \mathcal{H}_M \quad (3.36)$$

onde

$$\mathcal{H}_M = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} \Delta M^2 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta M_-^2(x) & 0 \\ 0 & 0 & \Delta M_+^2(x) \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

com

$$\Delta M^2 = \Delta m_{21}^2 \cos^2 \theta_{12} \quad (3.38)$$

$$\Delta M_-^2(x) = \frac{1}{2} \left[ \Delta m_{31}^2 + A_{CC}(x) - \Delta m_{M31}^2(x) \right], \quad (3.39)$$

$$\Delta M_+^2(x) = \frac{1}{2} \left[ \Delta m_{31}^2 + A_{CC}(x) + \Delta m_{M31}^2(x) \right] \quad (3.40)$$

$$\Delta m_{M31}^2(x) = \sqrt{(\Delta m_{31}^2 \cos 2\theta_{13} - A_{CC}(x))^2 + (\Delta m_{31}^2 \sin 2\theta_{13})^2}, \quad (3.41)$$

onde  $m_{M31}^2(x)$  é diferença quadrática de massa efetiva. A matriz (3.41) é matriz Hamiltoniana efetiva na base de massa na matéria que corresponde ao caso de três neutrinos da matriz (2.118).

O ângulo de mistura dado na equação (3.35) diagonaliza a matriz (3.30) se ele cumpre com

$$\tan 2v_{13}^M(x) = \frac{\tan 2\theta_{13}}{1 - \frac{A_{CC}(x)}{\Delta m_{31}^2 \cos 2\theta_{13}}}. \quad (3.42)$$

Essa relação apresenta uma ressonância quando o potencial efetivo na matéria cumpre a condição

$$A_{CC}^R = \Delta m_{31}^2 \cos 2\theta_{13}, \quad (3.43)$$

que implica que  $\tan 2v_{13}^M = \infty$ , ou seja, as amplitudes das oscilações dos neutrinos que se propagam na matéria são máximas. A ressonância corresponde a uma densidade de

$$\rho_R^H = n_e^R \frac{m_N}{Y_e} = \frac{\Delta m_{31}^2 \cos 2\theta_{13}}{\sqrt{2}E} \left( \frac{m_N}{G_F} \right) \left( \frac{0.5}{Y_e} \right), \quad (3.44)$$

e a diferença quadrática de massa efetiva na matéria,  $m_{M31}^2|_R$  dada na equação (3.41), calculada na zona de ressonância fica:

$$\Delta m_{M31}^2|_R = \Delta m_{31}^2 \sin 2\theta_{13}. \quad (3.45)$$

O comprimento de oscilação na matéria, equação (2.132), fica

$$L_{31}^{\text{osc}} \equiv \frac{4\pi E}{\Delta m_{M31}^2}. \quad (3.46)$$

O comprimento de oscilação calculada na ressonância, equação (3.43), é

$$L_{31}^{\text{osc}}|_R = \frac{4\pi E}{\Delta m_{31}^2 \sin 2\theta_{13}} = \frac{L_0^{\text{osc}}}{\sin 2\theta_{13}}. \quad (3.47)$$

onde  $L_0^{\text{osc}}$  é o comprimento de oscilação no vácuo dado na equação (2.38).

O Hamiltoniano efetivo dada pela equação (3.30), pode ser escrito como:

$$\widehat{\mathcal{H}}_F^0 = \frac{\Delta m_{31}^2 + A_{CC}(x)}{4E} \mathbf{1} + \quad (3.48)$$

$$+ \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} 2\Delta m_{21}^2 c_{12}^2 - (\Delta m_{31}^2 + A_{CC}(x)) & 0 & 0 \\ 0 & -\Delta m_{31}^2 \cos 2\theta_{13} + A_{CC}(x) & \Delta m_{31}^2 \sin 2\theta_{13} \\ 0 & \Delta m_{31}^2 \sin 2\theta_{13} & \Delta m_{31}^2 \cos 2\theta_{13} - A_{CC}(x) \end{pmatrix}.$$

O primeiro termo da equação (3.48) não é relevante para o cálculo da probabilidade, pois ele corresponde a uma fase global na amplitude. O segundo termo da equação (3.48) o elemento (1,1) da matriz, não é afetado pela existência de uma ressonância na região de densidades altas, equação (3.43). Por outra parte, os seguintes elementos da diagonal principal serão nulos na região de ressonância. Este leva a uma possibilidade de uma transição total entre os dois estados de sabor na região onde existe a ressonância, ou seja, existe uma probabilidade de conversão total na região de ressonância para a propagação de neutrinos na matéria na qual os ângulos de mistura na matéria são máximos e a diferença quadrática de massa é mínima. Esse fenômeno foi descoberto por Mikheev e Smirnov [50, 54, 55] e é chamado efeito MSW (Mikheev, Smirnov, Wolfenstein).

A transformação (3.34) implica que a equação de evolução (3.33) fique

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \phi_{\alpha 1}(x) \\ \phi_{\alpha 2}(x) \\ \phi_{\alpha 3}(x) \end{pmatrix} = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} \Delta M^2 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta M_-^2(x) & -i2E \frac{dv_{13}(x)}{dx} \\ 0 & i2E \frac{dv_{13}(x)}{dx} & \Delta M_+^2(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{\alpha 1}(x) \\ \phi_{\alpha 2}(x) \\ \phi_{\alpha 3}(x) \end{pmatrix}, \quad (3.49)$$

onde  $\frac{dv_{13}(x)}{dx}$  é a variação da evolução do ângulo efetivo de mistura na matéria e as quantidades  $\phi_{\alpha j}$  são as amplitudes para a propagação de estados de massa na matéria,  $|\nu_j^M\rangle$ . Esta equação diferencial acoplada tem uma solução simples se os termos fora da diagonal do bloco  $2 \times 2$  são nulos ou pequenos comparados com os termos da diagonal principal. Estes tipos de soluções são chamados de evoluções adiabáticas e as amplitudes dos neutrinos massivos na

matéria estão desacopladas. Para estudar em que casos se apresentam esses comportamentos, a equação (3.42) pode ser escrita assim:

$$\text{sen}2v_{13}^M(x) = \frac{\Delta m_{31}^2 \text{sen}2\theta_{13}}{\Delta m_{M31}^2(x)} \quad (3.50)$$

$$\text{cos}2v_{13}^M(x) = \frac{\Delta m_{31}^2 \text{cos}2\theta_{13} - A_{CC}(x)}{\Delta m_{M31}^2(x)} \quad (3.51)$$

onde  $\Delta m_{M31}^2(x)$  é dada na equação (3.41). Derivando (3.51) com respeito à  $x$  e substituindo em (3.50), obtivemos

$$\frac{dv_{13}(x)}{dx} \equiv \frac{1}{2} \frac{\text{sen}2v_{13}^M(x)}{\Delta m_{M31}^2(x)} \frac{dA_{CC}(x)}{dx}, \quad (3.52)$$

As transições entre os estados de massa na matéria,  $\nu_j^M \rightarrow \nu_k^M$ , são quantificadas pelo parâmetro de adiabaticidade, equação (2.133):

$$\gamma^H \equiv \frac{\Delta m_{M31}^2(x)}{4E|dv_{13}(x)/dx|} = \frac{(\Delta m_{M31}^2(x))^2}{2E \text{sen}2v_{13}^M(x)|dA_{CC}(x)/dx|}, \quad (3.53)$$

então se  $\gamma^H \gg 1$  temos transições adiabáticas e se  $\gamma^H \ll 1$  as transições são não-adiabáticas, ver as figuras (2.3).

Neste estudo da conversão de neutrinos dentro da estrela se usara o seguinte perfil de densidade da estrela,

$$\rho(x) = 10^{13} C \left( \frac{10\text{km}}{x} \right)^3 \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}, \quad (3.54)$$

onde  $C \approx 1 - 15$ . Para densidades entre  $1\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$  e  $10^6\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$  a expressão (3.54) descreve com boa aproximação a distribuição de matéria durante os segundos que dura a emissão de neutrinos do surto . Para  $\rho \lesssim 1\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$  a forma exata do perfil depende dos detalhes da evolução da estrela, sua composição química, a rotação, etc. [56].

Nas figuras (3.4) e (3.5) são mostradas as dependências do parâmetro de adiabaticidade, equação (3.53), com a distância percorrida pelos neutrinos dentro da estrela, quando esta apresenta um perfil de matéria dado pela expressão (3.54), e a energia deles é de 5 MeV ou 50 MeV. Observa-se que:

- i Para energias pequenas, de 5 MeV,  $\gamma^H$  somente será menor que a unidade se  $\text{sen}^2 2\theta_{13} < 0.025$  para o caso de  $C = 1$ , figuras (3.4) a). Para  $C = 15$ , figuras (3.5) a),  $\text{sen}^2 2\theta_{13} \ll 0.025$ .

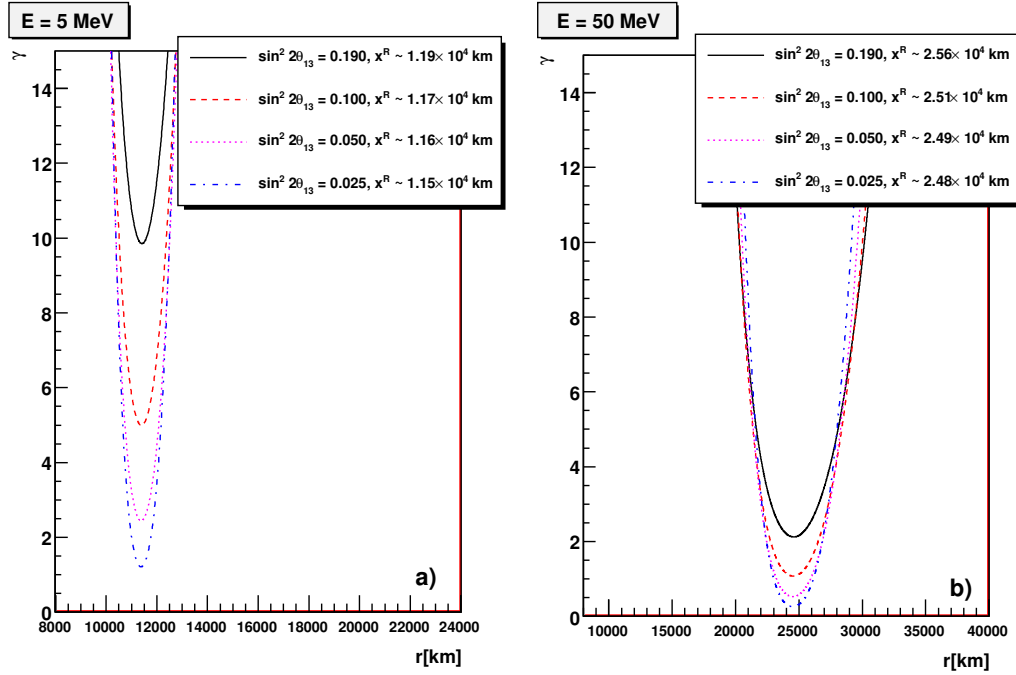


Figura 3.4: A dependência do parâmetro de adiabaticidade  $\gamma^H$ , equação (3.53), com a distância desde a neutrinosfera para diferentes energia e ângulos de mistura  $\theta_{13}$ . A figura a) são para neutrinos com uma energia de 5 MeV enquanto que a figura b) os neutrinos tem uma energia de 50 MeV. Usou-se  $\Delta m_{31}^2 = 2.5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$  e com  $C = 1$  na equação (3.54).

ii Para neutrinos com energias grandes, 50 MeV,  $\gamma^H < 1$  se  $C = 1$  e  $\sin^2 2\theta_{13} < 0.1$ . Para o caso de  $C = 15$ , figuras (3.5) b), o ângulo de mistura deve ser maior para que exista a propagação não-adiabática pela zona de ressonância.

iii À medida que a energia aumenta o ponto de MVA, ao qual é calculado na zona de ressonância, vai-se transladando para regiões afastados do centro da estrela e o  $\sin^2 2\theta_{13}$  pode ser maior para que exista a propagação não-adiabática.

iv O efeito do parâmetro  $C$ , da equação (3.54), é fazer que a propagação dos neutrinos fica mais adiabática à medida que ele aumenta.

O ponto de ressonância pode-se calcular a partir das equações (3.44) e (3.54):

$$x^R = \left[ C \frac{2.5 \times 10^{-3} \text{eV}^2}{\Delta m_{31}^2} \frac{E}{10 \text{MeV}} \frac{1}{\cos 2\theta_{13}} \right]^{1/3} \times 14434 \text{ km} \quad (3.55)$$

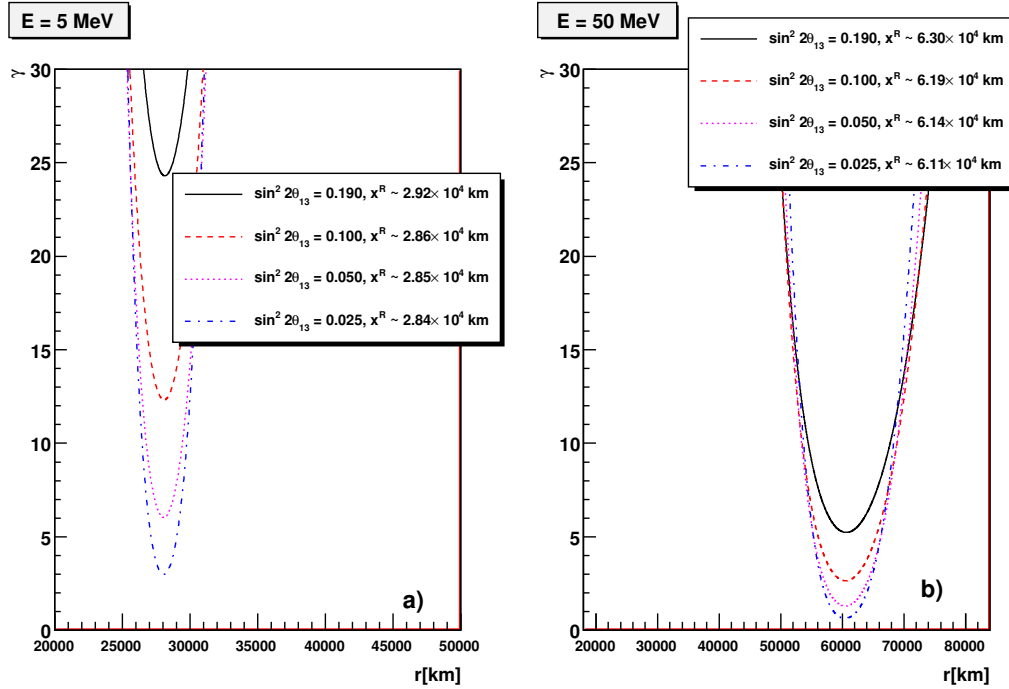


Figura 3.5: A dependência do parâmetro de adiabaticidade  $\gamma^H$ , equação (3.53), com a distância para diferentes energia e ângulos de mistura  $\theta_{13}$  e  $C = 15$ . A figura a) são para neutrinos com uma energia de 5 MeV enquanto que a figura b) os neutrinos tem uma energia de 50 MeV.

e nas figuras (3.4) e (3.5) estão os valores dos pontos de ressonância para os valores utilizados em aquelas figuras.

Nas figuras (3.6) e (3.7) esta desenhada a dependência dos ângulos de mistura efetivo na matéria, equações (3.50) e (3.51), com respeito à energia dos neutrinos, as figuras a) são para o caso de neutrinos com 5 MeV e as figuras b) para o caso de 50 MeV, a densidade do meio e a variação do parâmetro não conhecido  $\sin 2\theta_{13}$ . O efeito da variação da energia é mudar o regime de densidade onde ocorre a ressonância e a largura da zona de ressonância. O efeito devido à variação do ângulo de mistura no vácuo,  $\sin 2\theta_{13}$ , é deslocar um pouco a zona de ressonância, e os ditos efeitos vão a estar mais confinados a uma região pequena ao redor da densidade de ressonância,  $\rho_R^H$ , à medida que o ângulo de mistura no vácuo vai ficando menor. Observe-se também que à medida que a densidade vai diminuindo o ângulo de mistura efetivo na matéria vai aproximando-se ao valor no vácuo, esses valores estão representados por linhas

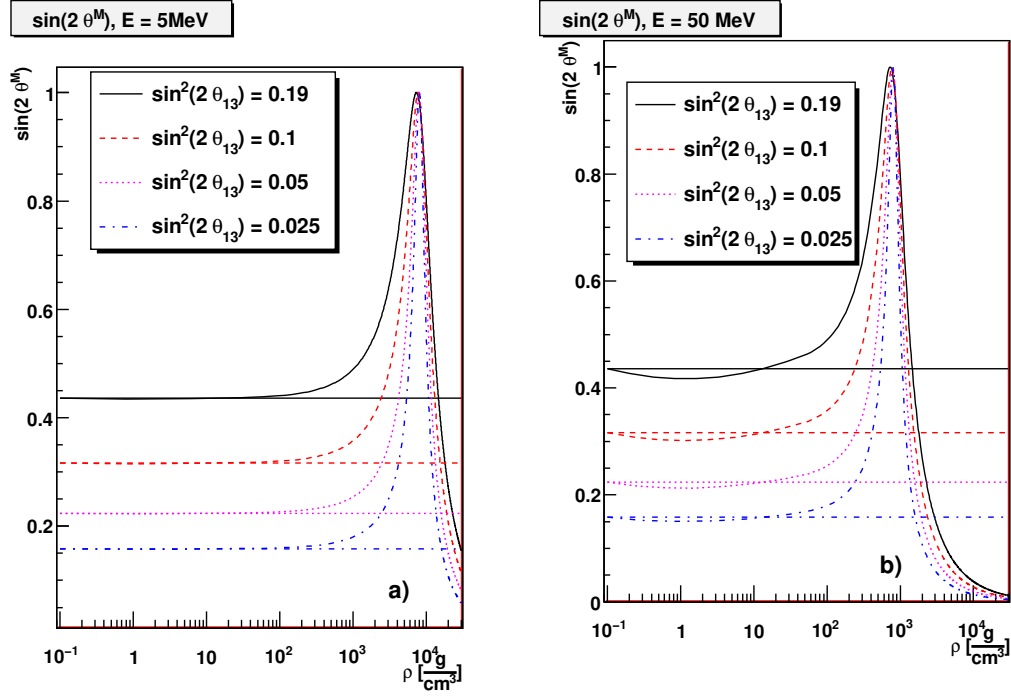


Figura 3.6: Nestas figuras se apresentam às dependências dos ângulos efetivos dos neutrinos na matéria em função da densidade de matéria. A figura a) é para o caso de 5 MeV e a b) para o caso de 50 MeV. Cada figura é feita para diferentes valores do ângulo no vácuo  $\sin 2\theta_{13}$ .

horizontais, e à medida que a densidade vai ficando maior dito ângulo vai aproximando-se a zero. Este quer dizer que os neutrinos não estão misturados nas regiões de produção,  $\rho \gg \rho_R^H$ , onde  $\rho_R^H$  é dada pela expressão (3.44)

$$\rho_R^H = 3.33 \times 10^3 \frac{\Delta m_{31}^2}{2.5 \times 10^{-3} \text{eV}^2} \frac{10 \text{MeV}}{E} \cos 2\theta_{13} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \quad (3.56)$$

Pode-se definir uma largura ao redor da zona de ressonância partir da altura do ângulo de mistura na matéria, por exemplo, 1/2, [57]. O potencial efetivo,  $A_{CC}$  que satisfaça a condição  $\sin 2v_{13}^M(x) = 1/2$  é:

$$A_{CC}(x) = \Delta m_{31}^2 (\cos 2\theta_{13} \pm \sqrt{3} \sin 2\theta_{13}), \quad (3.57)$$

assim, o potencial fica no intervalo

$$\Delta A_{CC} = 2\sqrt{3} \sin 2\theta_{13} \Delta m_{31}^2. \quad (3.58)$$

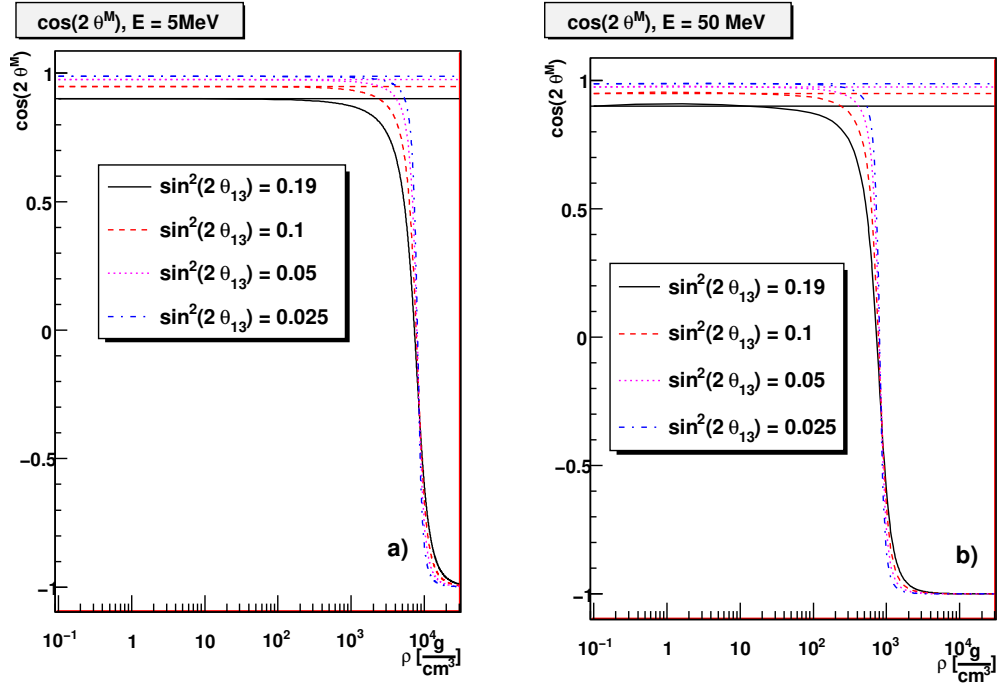


Figura 3.7: O comportamento de  $\cos 2v_{13}^M$  em função da densidade e para valores diferentes de energia e  $\sin^2 2\theta_{13}$ . O efeito da variação de energia sobre o ângulo de mistura efetivo na matéria é fazer a variação mais forte à medida que a energia aumenta.

Reescrevendo a equação (3.58)

$$\Delta A_{CC} = \frac{\Delta A_{CC}}{\Delta x} \Delta x = \Delta x \frac{dA_{CC}}{dx}, \quad (3.59)$$

ou

$$\Delta x = \frac{\Delta A_{CC}}{\left| \frac{dA_{CC}}{dx} \right|}. \quad (3.60)$$

O quociente da equação anterior pode ser calculado se é calculado na zona de ressonância,

$$\left. \frac{d}{dx} A_{CC} \right|_R = \left( \frac{dA_{CC}}{dn_e} \right) \left. \frac{dn_e}{dx} \right|_R = \Delta m_{31}^2 \cos 2\theta_{13} \left. \frac{d \ln n_e}{dx} \right|_R. \quad (3.61)$$

Finalmente, a largura da zona de ressonância, equação (3.60) é:

$$\Delta x_R = \frac{2\sqrt{3} \tan 2\theta_{13}}{\left| \frac{d}{dx} \ln n_e \right|_R}. \quad (3.62)$$

Desta equação se pode ver que a largura da zona de ressonância depende proporcionalmente do ângulo de mistura e inversamente proporcional com a energia, para este caso ver a equação (3.44).



O parâmetro adiabático  $\gamma$ , calculado na ressonância, equação (3.43), pode ser escrito em termos do comprimento de oscilação na matéria (3.47) e da largura da zona de ressonância (3.62),

$$\begin{aligned}\gamma_R^H &= \frac{\Delta m_{M31}^2(x)}{4E|dv_{13}(x)/dx|_R} = \frac{\Delta m_{31}^2 \text{sen}^2 2\theta_{13}}{2E \cos 2\theta_{13} |d \ln n_e(x)/dx|_R} \\ &= \frac{2\pi \tan 2\theta_{13}}{L_R^{\text{osc}} |d \ln n_e(x)/dx|_R} \propto \frac{\Delta x_R}{L_R^{\text{osc}}}.\end{aligned}\quad (3.63)$$

Quando o comprimento de oscilação na região de ressonância é igual o maior que a largura da região de ressonância o parâmetro adiabático calculado na ressonância,  $\gamma_R^H$  é menor que a unidade. Como consequência, pode existir uma probabilidade de transição (ou level-crossing) entre estados de massa na matéria, ver a figura (2.3b)).

O parâmetro adiabático  $\gamma_R^H$  calculado na ressonância, na probabilidade de cruzamento (3.66), pode ser escrito em termos de uma densidade crítica,  $\alpha$ ,

$$\gamma_R^H = \left( \alpha \frac{10 \text{MeV}}{E} \right)^{2/3}, \quad (3.64)$$

com

$$\alpha = 1.7 \times 10^5 C^{1/2} \left( \frac{\Delta m_{31}^2}{2.5 \times 10^{-3} \text{eV}^2} \right) (\text{sen} 2\theta_{13})^3 \left( \frac{1}{\cos 2\theta_{13}} \right)^2. \quad (3.65)$$

Para chegar à equação (3.64) se utilizou à equação (3.53), o perfil da densidade na estrela dado pela equação (3.54) e ponto de ressonância, equação (3.55).

A probabilidade de cruzamento que quantifica o grau de transição entre  $\nu_i^M \rightarrow \nu_j^M$  está dada por [45, 58]

$$P_c^H = \frac{\exp(-\frac{\pi}{2}\gamma_R^H F) - \exp(-\frac{\pi}{2}\gamma_R^H \frac{F}{\text{sen}^2\theta_{13}})}{1 - \exp(-\frac{\pi}{2}\gamma_R^H \frac{F}{\text{sen}^2\theta_{13}})}. \quad (3.66)$$

Processos adiabáticos implicam que  $P_c^H = 0$  ou seja não ocorrem transições entre estados de massas na matéria,  $\nu_i \leftrightarrow \nu_j$  ou de forma equivalente  $\nu_i \rightarrow \nu_i$ . O caso de  $P_c^H = 1$  é chamado processo extremamente não adiabático e neste caso ocorrem transições entre os estados de massa na matéria,  $\nu_i \rightarrow \nu_j$ . O valor do parâmetro  $F$ , na equação (3.66), depende do perfil de densidade eletrônica, para o caso de  $n_e \propto r^n$  se tem

$$F = 2 \sum_{m=0}^{\infty} \binom{1/n - 1}{2m} \begin{bmatrix} 1/2 \\ m + 1 \end{bmatrix} (\tan 2\theta_{ij})^{2m}, \quad (3.67)$$

onde  $n$  a expoente do perfil de densidade considerado, da equação (3.54),  $n = -3$  e

$$\binom{1/n - 1}{2m} = \frac{(1/n - 1)!}{(1/n - 1 - 2m)!(2m)!},$$

$$2 \begin{bmatrix} 1/2 \\ m + 1 \end{bmatrix} = (-1)^m \frac{J_m - J_{m+1}}{\pi/4},$$

$$J_m = \int_0^{\pi/2} (\sin\phi)^{2m} d\phi = \frac{(2m - 1)!! \pi}{(2m)!! 2}, \quad \text{com } 1!! = 0!! \equiv 1. \quad (3.68)$$

Na tabela (3.1) estão os valores calculados de  $F$  para alguns ângulos de mistura  $\sin^2 2\theta_{13}$ .

$\sin^2 2\theta_{13}$	F
0.19	0.91
0.1	0.95
0.05	0.98
0.025	0.99

Tabela 3.1: Valores do parâmetro  $F$  para  $\rho \propto x^{-3}$ .

À medida que o ângulo de mistura se vai aproximando a zero, o parâmetro  $F$  aproxima-se a 1<sup>4</sup>.

A dependência de  $P_C^H$  com a energia se mostra na figura (3.8). O comportamento da probabilidade de cruzamento pode ser dividido em três regiões [23]:

- A região I onde  $P_C^H \approx 0$ . Nesta região a conversão de neutrinos é puramente adiabática.
- Na região III a probabilidade de cruzamento é aproximadamente a unidade, como consequência existe uma forte violação da adiabaticidade.
- Na região II  $P_C^H$  incrementa-se com a energia dos neutrinos. Esta região se estende por quase três ordens de grandeza ao qual é muito maior que o espectro de energia típico de neutrinos de SN (5 MeV a 50 MeV).

---

<sup>4</sup>Para o caso extremamente não-adiabático,  $\gamma^H \ll 1$ , a probabilidade de cruzamento, equação (3.66) se aproxima a  $\cos^2 \theta_{13}$  em vez de 1.

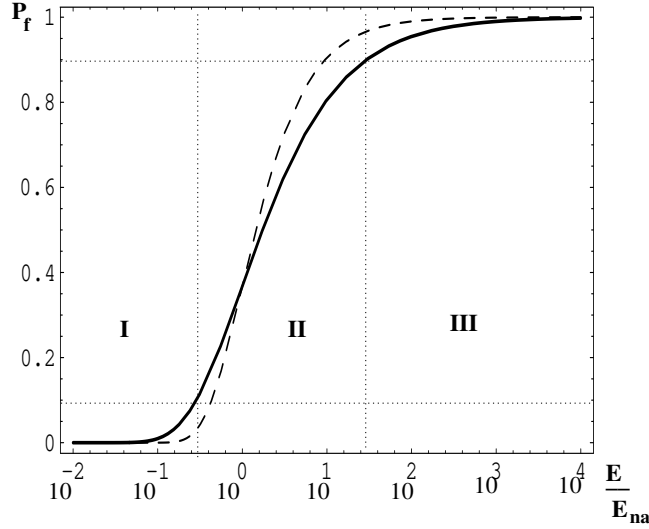


Figura 3.8: Dependência da probabilidade de cruzamento,  $P_C^H$  equação (3.66) na figura chamada  $P_f$ , com a energia para um perfil de densidade  $\rho \propto x^{-3}$  e onde  $E_{na} = E_{na}(\Delta m, \text{sen}2\theta)$  é uma energia critica. As linhas tracejadas são para o caso de um perfil de densidade solar,  $\rho \propto e^{-x}$  Figura 2 de Dighe e Smirnov [23].

Para saber a que região (Região I, Região II ou Região III) correspondem os parâmetro  $\Delta m_{Atm}^2$  e  $\text{sen}^2 2\theta_{13}$ , fizemos curvas do nível para  $P_C^H = 0.1$  e  $P_C^H = 0.9$  e energias de 5 MeV e 50 MeV, ver as figuras (3.9). A figura (3.9) a) é para  $C=1$  e a figura (3.9) b) é para  $C=15$  do parâmetro da equação (3.54). As linhas horizontais representam os limites  $\Delta m_{Atm}^2$ , equação (3.3). As linhas em diagonal representam as curvas de contorno de  $P_C^H$ . Cada uma de estas linhas em diagonal foi desenhada para energias de 5 MeV e de 50 MeV. Pontos à esquerda de  $P_C^H = 0.9$  representam transições altamente não adiabáticas, e pontos à direita de  $P_C^H = 0.1$  representam transições adiabáticas. O ponto de intersecção das linhas perpendiculares é um ponto de referencia e corresponde a valores de  $\text{sen}^2 2\theta_{13} = 1.0 \times 10^{-4}$  e  $\Delta m_{Atm}^2 = 2.5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$  que chamaremos de P.

Os contornos de  $P_C^H = 0.1$  e  $P_C^H = 0.9$  divide a figura (3.9) em três regiões as quais correspondem às regiões da figura (3.8):

I É a "região adiabática" e fica em cima do contorno  $P_C^H = 0.1$ . Aqui acontece a conversão de sabor, pois a condição de adiabaticidade é satisfeita.

II É a "região de transição", fica entre os contornos  $P_C^H = 0.1$  e  $P_C^H = 0.9$ . Nesta região a adiabaticidade é parcialmente quebrada e as transições não são completas. Esta região se estende por mais de uma ordem de grandeza no ângulo de mistura  $\text{sen}^2 2\theta_{13}$ .

III É a "região não adiabática", fica abaixo dos contornos  $P_C^H = 0.9$ . A conversão dos neutrinos é parcialmente ausente.

O efeito da ressonância sobre os neutrinos de diferentes energias se pode apreciar nas figuras (3.9) a) e (3.9) b). O aumento na energia no espectro de neutrinos produz que os eles atravessem a zona de ressonância adiabaticamente ou não adiabaticamente ou um processo intermediário. Todo isto dependerá do valor do ângulo de mistura no vácuo. Por exemplo, se  $\text{sen}^2 2\theta_{13} = 1 \times 10^{-4}$ , ver a figura (3.9) b), e os neutrinos tem uma energia de 5MeV (50 MeV), eles cruzam a região de ressonância adiabaticamente (quebrando parcialmente a adiabaticidade), pois  $P_C^H \sim 0.1$  ( $P_C^H \sim 0.9$ ). O efeito do parâmetro  $C$  do perfil de densidade da estrela, equação (3.54), é deslocar todas as regiões no espaço de parâmetros  $\Delta m_{Atm}^2 - \text{sen}^2 2\theta_{13}$  para a esquerda. Assim, as linhas de contorno passaram a região na incerteza de  $\Delta m_{Atm}^2$  para valores menores de  $\text{sen}^2 2\theta_{13}$  se  $C$  muda de 1 para 15.

É possível estimar os valor do ângulo de mistura  $\text{sen}^2 2\theta_{13}$  se fosse possível observar neutrinos de SN. Se os neutrinos viajam através da zona de ressonância, que fica a em densidades altas, adiabaticamente o ângulo de mistura no vácuo teria um limite inferior de

$$\text{sen}^2 2\theta_{13} \geq 1 \times 10^{-3}, \quad \text{da figura (3.9) a).} \quad (3.69)$$

Se os neutrinos viajam por dita zona não-adiabaticamente, então o ângulo teria um limite superior de

$$\text{sen}^2 2\theta_{13} < 1 \times 10^{-5}, \quad \text{da figura (3.9) b).} \quad (3.70)$$

### 3.3.3 Cálculo da probabilidade

Se calculará as probabilidades de transição e sobrevivência no caso hipotético que somente existe-se uma região de ressonância na SN e esta somente exista na zona de ressonância alta. Para computar a probabilidade de transição de neutrinos, equação (3.20), nos temos feito a

seguintes transformações na amplitude:

$$\psi_{\alpha\beta}(y) = [U_M^H(y)]_{\beta p} \phi_{\alpha p}^M(y) \quad (3.71)$$

com

$$[U_M^H(y)]_{\beta p} = [\mathbb{R}_{23}]_{\beta k} \mathbb{T}_{kl}^\dagger [U_{13}^H(y)]_{lp} \quad (3.72)$$

e onde cada uma das matrizes da equação anterior estão dadas nas equações (3.9), (3.31) e (3.37). Para chegar à equação (3.71) se trabalho com o Hamiltoniano efetivo não-perturbativa, expressão (3.26). A evolução da amplitude de transição  $\phi_{\alpha p}^M(y)$  esta dada pela equação (3.49).

Sabemos que a probabilidade de cruzamento, equação (3.66), é calculada na zona de ressonância,  $x_R$ , e pode apresentar as seguintes situações

- Se  $\gamma^H|_R \leq 1$  ou  $P_C^H > 0.9$  os neutrinos se propagaram não-adiabaticamente por esta zona.
- Se  $\gamma^H|_R > 1$  ou  $P_C^H < 0.1$  os neutrinos se propagaram adiabaticamente por esta zona.

Já em outras regiões da estrela,  $\rho \neq \rho_R^H$ ,  $P_C^H < 1$ , pois  $\gamma^H$  é maior que a unidade, ver as figuras (3.4) e (3.5). Assim, em outras regiões, no regime de altas densidades, os neutrinos vão-se propagar adiabaticamente.

Para regiões onde  $\gamma^H > 1$ , a equação diferencial (3.49) é uma equação de evolução adiabática:

$$i \frac{d}{dy} \begin{pmatrix} \phi_{\alpha 1}(y) \\ \phi_{\alpha 2}(y) \\ \phi_{\alpha 3}(y) \end{pmatrix} = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} \Delta M^2 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta M_-^2(y) & 0 \\ 0 & 0 & \Delta M_+^2(y) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{\alpha 1}(y) \\ \phi_{\alpha 2}(y) \\ \phi_{\alpha 3}(y) \end{pmatrix}. \quad (3.73)$$

As soluções são do tipo:

$$\phi_{\alpha j}^M(y) = \phi_{\alpha j}^M(x^i) \exp \left[ -i \int_{x^i}^y \frac{\lambda_j^H(x')}{2E} dx' \right] \quad \text{para } j = 1, 2, 3 \quad (3.74)$$

com

$$\lambda_1^H = \Delta M^2 \quad (3.75)$$

$$\lambda_2^H(y) = \Delta M_-^2(y) \quad (3.76)$$

$$\lambda_3^H(y) = \Delta M_+^2(y). \quad (3.77)$$

A condição inicial  $\phi_{\alpha j}^M(x^i)$  se obtém de avaliar (3.71) no ponto inicial,

$$\psi_{\alpha\beta}(x^i) = \delta_{\alpha\beta} = [U_M^H(x^i)]_{\beta p} \phi_{\alpha p}^M(x^i), \quad (3.78)$$

assim

$$\phi_{\alpha j}^M(x^i) = [U_M^H(x^i)^\dagger]_{\beta j} = [U_{13}^H(y)^\dagger]_{lj} \mathbb{T}_{kl} [\mathbb{R}_{23}^\dagger]_{\alpha k}. \quad (3.79)$$

Na probabilidade (3.20),

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}^H(y) = |\psi_{\alpha\beta}(y)|^2 = |\langle \nu_\beta(x) | \nu_\alpha(y) \rangle|^2, \quad (3.80)$$

somará-se sobre todos os estados intermediários na propagação de neutrinos na amplitude de transição.

$$\langle \nu_\beta(x) | \nu_\alpha(y) \rangle = \sum_{ab} \langle \nu_\beta(x) | \nu_b^M(y_R^H + \Delta y_R^H) \rangle \langle \nu_b^M(y_R^H + \Delta y_R^H) | \nu_a^M(y_R^H - \Delta y_R^H) \rangle \langle \nu_a^M(y_R^H - \Delta y_R^H) | \nu_\alpha(y) \rangle \quad (3.81)$$

onde  $y_R^H$  é a posição da ressonância para densidades altas e  $\Delta y_R^H$  é o comprimento da zona de ressonância e a soma é sobre os estados de massa.

Defina-se a amplitude de transição dos neutrinos através da zona de ressonância como:

$$G_{ab} \equiv \langle \nu_b(y_R^H + \Delta y_R^H) | \nu_a(y_R^H - \Delta y_R^H) \rangle. \quad (3.82)$$

O ultimo termo na equação (3.81) é a equação (3.74)

$$\langle \nu_\alpha(y_R^H - \Delta y_R^H) | \nu_\alpha(y) \rangle = \phi_{\alpha\alpha}^M(y_R^H - \Delta y_R^H) = [U_M^H(x^i)^\dagger]_{\alpha\alpha} \exp \left[ -i \int_{x^i}^{y_R^H - \Delta y_R^H} \frac{\lambda_\alpha^H(x')}{2E} dx' \right] \quad (3.83)$$

Para calcular o primeiro termo da expressão (3.81) faremos uso da expressão (3.71) e da solução da amplitude de transição para o caso adiabático, equação (3.74),

$$\langle \nu_\beta(x) | \nu_\alpha(y_R^H + \Delta y_R^H) \rangle = [U_M^H(y)]_{\beta b} \exp \left[ -i \int_{y_R^H + \Delta y_R^H}^y \frac{\lambda_b^H(x')}{2E} dx' \right]. \quad (3.84)$$

Para o calculo do quadrado da amplitude de propagação dos neutrinos na região de densidades altas de uma SN, se vai a considera que:

- i A largura da zona de ressonância é desprezível,  $\Delta y_R^H \rightarrow 0$ .

ii Devido a que não conhecemos o ponto de produção dos neutrinos se tirara a média da probabilidade de transição para diferentes posições na neutrinosfera. A consequência de isto é que as fases se anularam pois elas variam rapidamente para distancias menores que o comprimento de oscilação dos neutrinos.

iii Sabemos que a propagação na região de densidades altas dois estados participam na conversão, os mais pesados, e o estado mais leve se propaga livremente, ver figura (3.3), pelo tanto transições entre estados pesados e leves não são possíveis

$$|G_{12}|^2 = |G_{13}|^2 = 0. \quad (3.85)$$

iv Para que a probabilidade se conserve é necessário definir o quadrado das amplitudes de transição na zona de ressonância como

$$|G_{11}|^2 = 1 \quad (3.86)$$

$$|G_{22}|^2 = |G_{33}|^2 \equiv 1 - P_C^H \quad (3.87)$$

$$|G_{32}|^2 = |G_{23}|^2 \equiv P_C^H. \quad (3.88)$$

Com isto, a probabilidade média que uma neutrinos nascido na neutrinosfera como estado de sabor  $\alpha$  seja encontrado como estado de sabor  $\beta$  na superfície da SN é

$$\begin{aligned} \langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}^H(y) \rangle &= \sum_{j=1}^3 |[U_M^H(y)]_{\beta j}|^2 |[U_M^H(x^i)]_{j\alpha}^\dagger|^2 + \\ &- P_C^H \left\{ |[U_M^H(y)]_{\beta 2}|^2 - |[U_M^H(y)]_{\beta 3}|^2 \right\} \left\{ |[U_M^H(x^i)]_{2\alpha}^\dagger|^2 - |[U_M^H(x^i)]_{3\alpha}^\dagger|^2 \right\} \end{aligned} \quad (3.89)$$

onde  $[U_M^H(x^i)]$  é matriz de mistura na matéria dada pela equação (3.72) e é calculada no ponto de produção de neutrinos,  $x^i$  e no ponto de detecção,  $y$ . Assim, a média sobre a probabilidade de transição de neutrinos, equação (3.89), depende somente do valor do ângulo de mistura na matéria no inicio e no fim.

As médias das probabilidades, equação (3.89), para as transições entre diferentes estados

de sabor são

$$\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^H(y) \rangle = \left[ \frac{1}{2} + \left( \frac{1}{2} - P_C^H \right) \cos 2v_{13}^M(x^i) \cos 2v_{13}^M(y) \right], \quad (3.90)$$

$$\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}^H(y) \rangle = \left[ 1 - \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^H(y) \rangle \right] \text{sen}^2 \theta_{23}, \quad (3.91)$$

$$\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_\tau}^H(y) \rangle = \left[ 1 - \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^H(y) \rangle \right] \text{cos}^2 \theta_{23}, \quad (3.92)$$

$$\langle P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e}^H(y) \rangle = \left[ 1 - \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^H(y) \rangle \right] \text{sen}^2 \theta_{23} = \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(y) \rangle, \quad (3.93)$$

$$\langle P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu}^H(y) \rangle = \text{cos}^4 \theta_{23} + \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(y) \rangle \text{sen}^4 \theta_{23}, \quad (3.94)$$

$$\langle P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau}^H(y) \rangle = \left[ 1 + \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(y) \rangle \right] \text{cos}^2 \theta_{23} \text{sen}^2 \theta_{23}, \quad (3.95)$$

$$\langle P_{\nu_\tau \rightarrow \nu_e}^H(y) \rangle = \left[ 1 - \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(y) \rangle \right] \text{cos}^2 \theta_{23} = \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_\tau}(y) \rangle, \quad (3.96)$$

$$\langle P_{\nu_\tau \rightarrow \nu_\mu}^H(y) \rangle = \left[ 1 + \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(y) \rangle \right] \text{cos}^2 \theta_{23} \text{sen}^2 \theta_{23} = \langle P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau}(y) \rangle, \quad (3.97)$$

$$\langle P_{\nu_\tau \rightarrow \nu_\tau}^H(y) \rangle = \text{sen}^4 \theta_{23} + \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(y) \rangle \text{cos}^4 \theta_{23} \quad (3.98)$$

onde  $\text{cos } 2v_{13}^M(y)$  e  $P_C^H$  estão dados nas equações (3.51) e (3.66). Estas probabilidades mostram explicitamente que o ângulo de mistura  $\text{sen} \theta_{23}$  não é modificado pelos efeitos da matéria.

Nas figuras (3.10) se apresenta à média da probabilidade de sobrevivência de neutrinos eletrônicos em função da energia e para diferentes ângulos de mistura  $\theta_{13}$  e valores do parâmetro  $C$ . Estas figuras correspondem ao caso hipotético que somente existe-se uma região de ressonância na SN e que fica na região de densidades altas. A linha cheia representa a propagação adiabática dos neutrinos através da zona de ressonância. Como já vimos, neste caso o ângulo de mistura fica na região I da figura (3.9). A consequência de isto é que os  $\nu_e$  chegaram à superfície da estrela com uma probabilidade pequena pois, eles oscilaram a outros estados de sabor. Para uma propagação não-adiabática, que está indicado pelas linha pontuado, os neutrinos eletrônicos chegam à superfície da estrela com uma probabilidade máxima indicando que, o efeito da propagação não-adiabática através da zona de ressonância é destruir as oscilações dos neutrinos. Comparando as figuras (3.10) a) e (3.10) b) se percebe que o efeito do parâmetro  $C$  no perfil de densidades na equação (3.54) é diminuir a probabilidade de sobrevivência dos  $\nu_e$  de energia "pequena". Nas figuras (3.11) esta desenhada a variação de  $P_C^H$  com a energia, para valores diferentes do ângulo de mistura  $\text{sen}^2 2\theta_{13}$  e do parâmetro



$C$  do perfil de densidade de matéria na SN, equação (3.54). Observe-se que o comportamento das probabilidades de transição é devida somente à probabilidade de cruzamento,

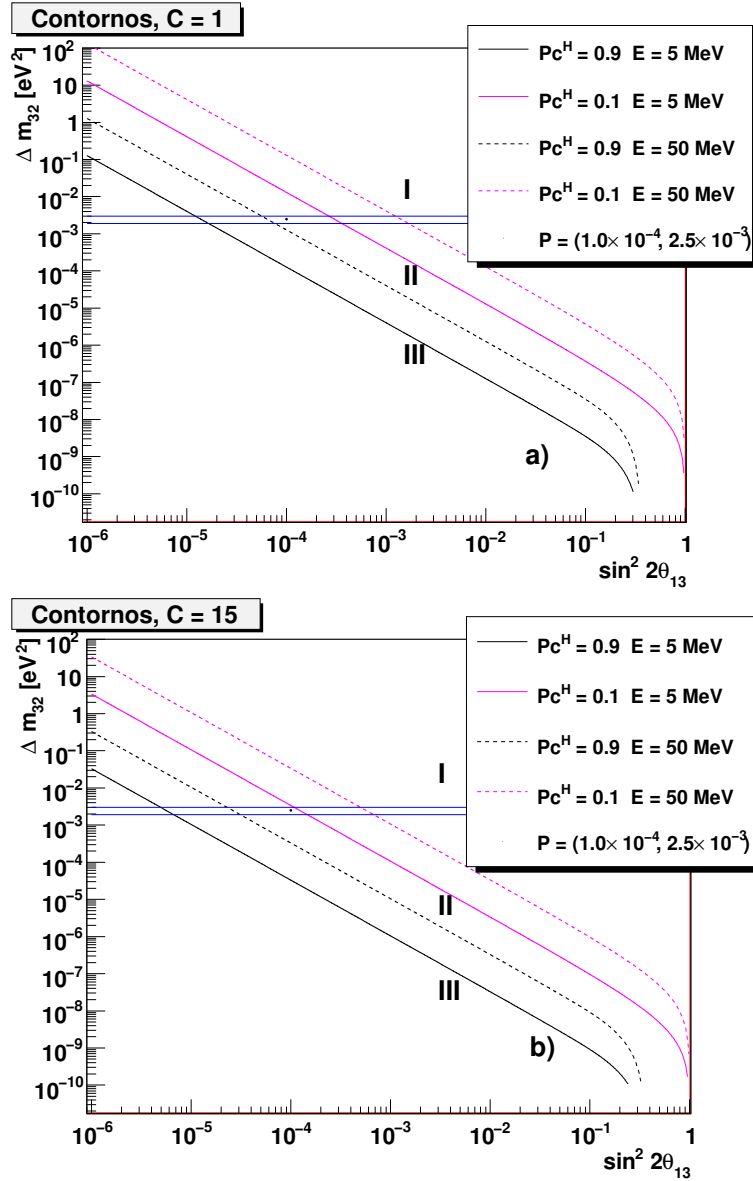


Figura 3.9: Curvas de contorno da probabilidade de cruzamento  $P_C^H$  em função dos parâmetros de oscilações de neutrinos  $\Delta m_{Atm}^2$  e  $\sin^2 2\theta_{13}$ . A figura a) é para  $C=1$  e a figura b) é para  $C=15$  do parâmetro da equação (3.54). As linhas cheias representam os contornos das probabilidades de cruzamento para energias de 5 MeV. Pontos à esquerda de  $P_C^H = 0.9$  representam transições altamente não adiabáticas, e pontos à direita de  $P_C^H = 0.1$  representam transições adiabáticas. As linhas tracejadas correspondem os contornos da probabilidade de cruzamento para energias de 15MeV. As linhas horizontais representam os limites nas diferença quadrática de massa atmosférica, equação (3.3).  $P$  é um ponto de referencia e corresponde a valores de  $\sin^2 2\theta_{13} = 1.0 \times 10^{-4}$  e  $\Delta m_{Atm}^2 = 2.5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ .

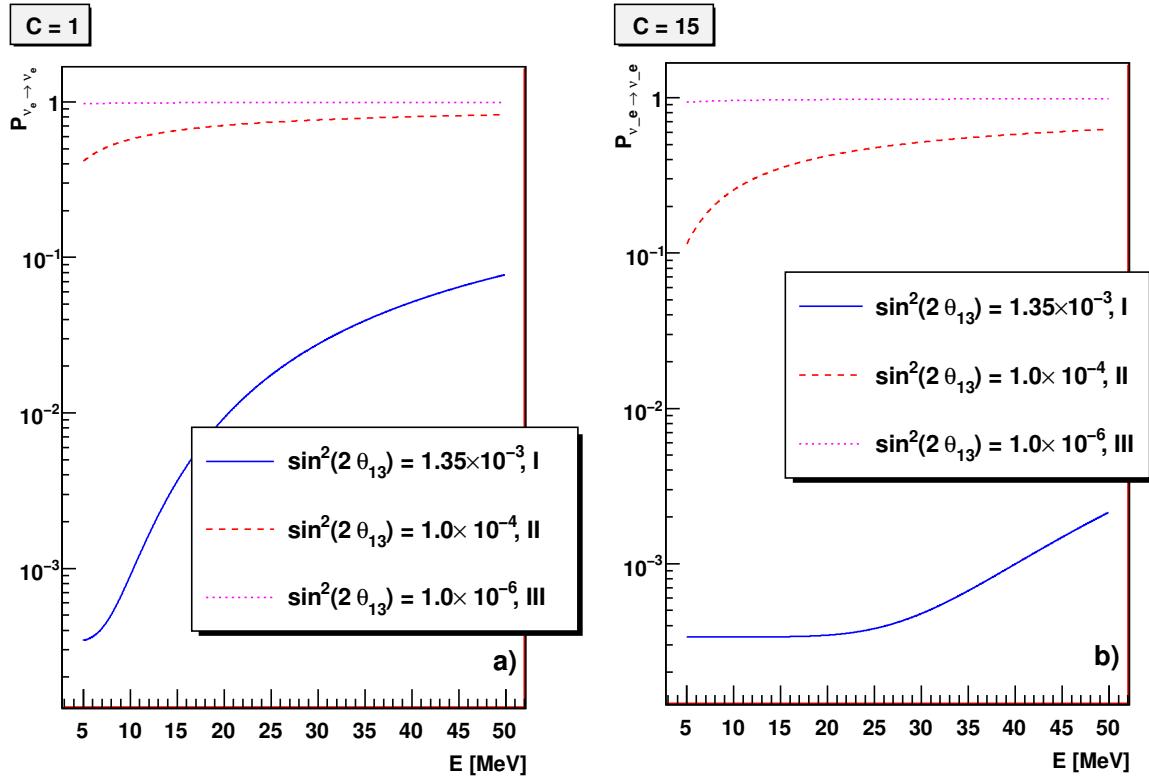


Figura 3.10: Desenho da probabilidade de sobrevivência de um neutrino eletrônico na região de densidades altas se a detecção fosse na superfície da estrela, para um raio de  $R = 23 \times 10^6$  km. A figura a) é para o caso de  $C = 1$  e a figura b) para  $C = 15$ . As figuras estão em função da energia dos neutrinos e são para diferentes ângulos de mistura  $\theta_{13}$ .

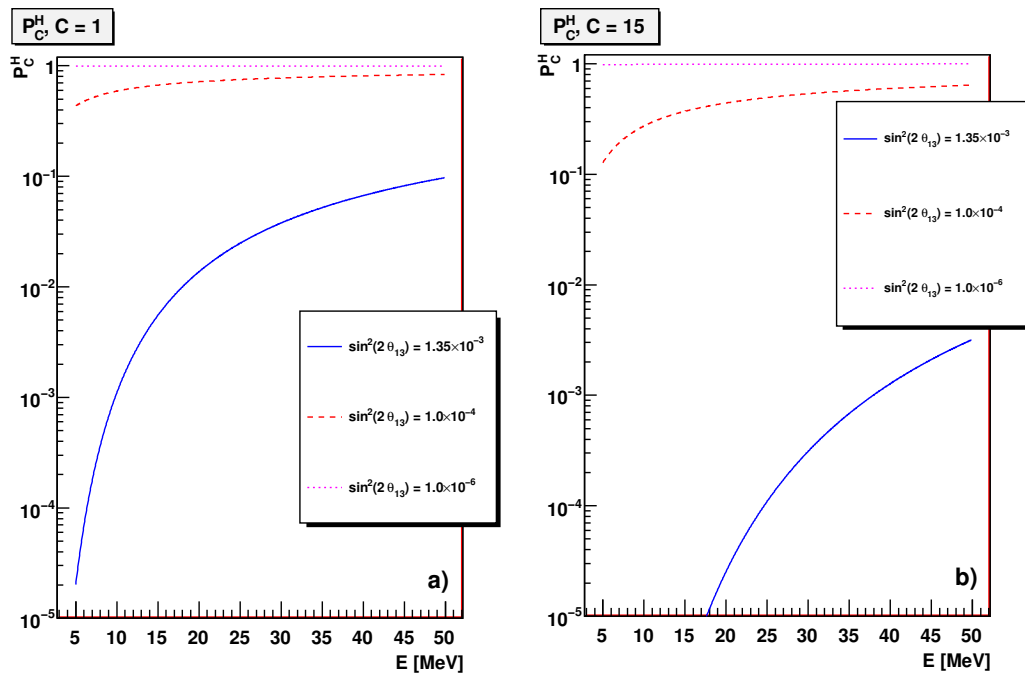


Figura 3.11: Dependência de  $P_C^H$  com a energia, o ângulo de mistura  $\sin^2 2\theta_{13}$  e o parâmetro  $C$  da equação (3.54). A figura a) é para  $C = 1$  e a figura b) é para  $C = 15$ , os casos extremos do parâmetro  $C$

### 3.3.4 Densidades Baixas

Para o caso de densidades baixas, espera-se que o potencial efetivo na ressonância seja da ordem de diferença quadrática de massa da escala solar,  $A_{CC} \sim \Delta m_{21}^2$ , ver a figura (3.3) e equação (2.119). Para esse fim, partimos da equação de evolução (2.104)

$$i \frac{d}{dx} \tilde{\Psi}_\alpha = \tilde{\mathcal{H}}_F \tilde{\Psi}_\alpha, \quad (3.99)$$

com

$$\tilde{\mathcal{H}}_F = \frac{1}{2E} (\mathbb{R}_{13} \mathbb{R}_{12} \mathbb{M}^2 \mathbb{R}_{12}^\dagger \mathbb{R}_{13}^\dagger + \mathbb{A}). \quad (3.100)$$

Ao igual que no caso de densidades altas, se identificara a Hamiltoniano efetivo na base de sabor relevante para estas ordens de densidades. Seguidamente se definiram umas séries de matrizes que transformaram a amplitude de evolução,  $\tilde{\Psi}_\alpha$  e diagonalizará a  $\tilde{\mathcal{H}}_F^0$ .

No regime de densidades altas o ângulo de mistura  $\text{sen}2\theta_{13}$  é modificado e sua dependência com a distância <sup>5</sup> se pode observar na figura (3.12). Observa-se que no caso de distâncias grandes ou densidades pequenas o ângulo efetivo na matéria,  $\text{sen}2v_{13}^M$  é o ângulo de mistura no vácuo,  $\text{sen}2\theta_{13}$ , dado pela linha horizontal tracejado na figura. Assim, para o caso de densidades baixas o ângulo de mistura no vácuo não apresenta modificações devidas à interação coerente dos neutrinos com a matéria. Por conseguinte, as modificações ao ângulo de mistura  $\text{sen}2\theta_{12}$  não estarão suprimidas, ver a equação (3.27), e agora serão as dominantes.

Consideremos a seguinte transformação sobre amplitude de transição  $\tilde{\Psi}_\alpha$

$$\tilde{\Psi}_\alpha = \mathbb{R}_{13} \hat{\Psi}_\alpha, \quad (3.101)$$

com a qual a equação (3.99) fica:

$$i \frac{d}{dx} \hat{\Psi}_\alpha = \hat{\mathcal{H}}_F \hat{\Psi}_\alpha \quad (3.102)$$

com

$$\hat{\mathcal{H}}_F = \frac{1}{2E} (\mathbb{R}_{12} \mathbb{M}^2 \mathbb{R}_{12}^\dagger + \mathbb{R}_{13}^\dagger \mathbb{A} \mathbb{R}_{13}). \quad (3.103)$$

---

<sup>5</sup>A figura (3.12) e a figura (3.6) são figuras da mesma função, equação (3.50) e apresentam o mesmo comportamento, a diferença esta em que a figura (3.12) esta em termos da distância e a figura (3.6) em termos da densidade. Neste trabalho a distância e as densidades estão relacionadas pelo perfil de densidade do tipo  $\rho \propto x^{-3}$ , equação (3.54).

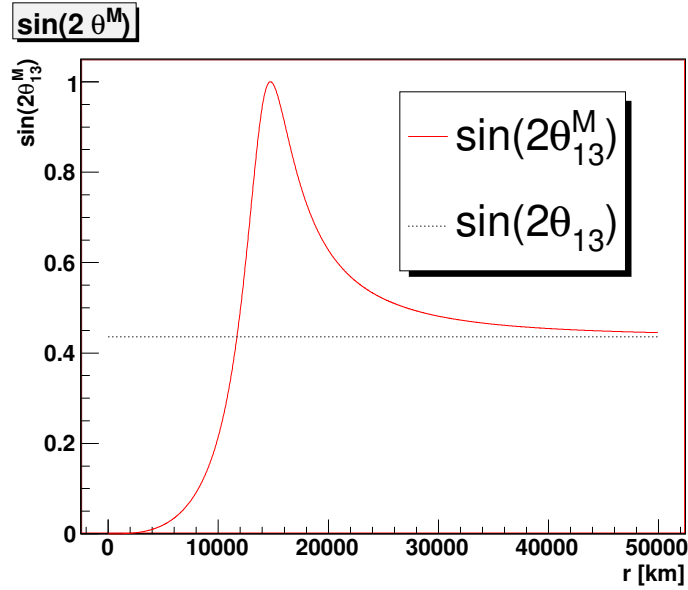


Figura 3.12: Comportamento do ângulo de mistura  $\sin 2\theta_{13}$  com a distância.

Esta vez o Hamiltoniano efetivo na base de sabor,  $\hat{\mathcal{H}}_F$ , pode ser dividido assim:

$$\hat{\mathcal{H}}_F = \begin{pmatrix} A_{CC}(x)c_{13}^2 + \Delta m_{21}^2 s_{12}^2 & \Delta m_{21}^2 s_{12}c_{12} & 0 \\ \Delta m_{21}^2 s_{12}c_{12} & \Delta m_{21}^2 c_{12}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & A_{CC}(x)s_{13}c_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ A_{CC}(x)s_{13}c_{13} & 0 & A_{CC}(x)s_{13}^2 \end{pmatrix}. \quad (3.104)$$

O primeiro termo na equação (3.104) é o termo dominante e o segundo termo é a perturbação, pois  $\sin\theta_{13} \ll 1$  e  $A_{CC}(x) \sim \Delta m_{21}^2$ , a qual não vai ser considerada, pelo tanto a equação de evolução da amplitude é

$$i \frac{d}{dx} \hat{\Psi}_\alpha = \hat{\mathcal{H}}_F^0 \hat{\Psi}_\alpha \quad (3.105)$$

com

$$\hat{\mathcal{H}}_F^0 = \begin{pmatrix} A_{CC}(x)c_{13}^2 + \Delta m_{21}^2 s_{12}^2 & \Delta m_{21}^2 s_{12}c_{12} & 0 \\ \Delta m_{21}^2 s_{12}c_{12} & \Delta m_{21}^2 c_{12}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix} \quad (3.106)$$

Neste caso temos que o estado mais pesado propaga-se livremente enquanto que os estados mais leves se misturaram, ver a parte esquerda da figura (3.3). Desta vez não vamos a organizar a matriz (3.106), pois o elemento matricial mais pesado esta relacionada ao estado mais pesado de acordo à hierarquia normal.

Definimos a seguinte matriz unitária

$$U_{12}^M(x) = \begin{pmatrix} \cos v_{12}^M & \sin v_{12}^M & 0 \\ -\sin v_{12}^M & \cos v_{12}^M & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.107)$$

que diagonaliza a matriz (3.106). O ângulo de mistura efetivo na matéria,  $v_{12}^M$ , para densidades baixas é igual a

$$\tan 2v_{12}^M = \frac{\tan 2\theta_{12}}{1 - \frac{A_{CC}(x) \cos^2 \theta_{13}}{\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta_{12}}} \quad (3.108)$$

ou

$$\cos 2v_{12}^M(x) = \frac{\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta_{12} - A_{CC} \cos^2 \theta_{13}}{\Delta m_{M21}^2} \quad (3.109)$$

$$\sin 2v_{12}^M(x) = \frac{\Delta m_{21}^2 \sin 2\theta_{12}}{\Delta m_{M21}^2} \quad (3.110)$$

onde  $\Delta m_{M21}^2$  é a diferença quadrática de massa efetiva na matéria para densidades baixas e é descrita pela função

$$\Delta m_{M21}^2 = \sqrt{(\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta_{12} - A_{CC} \cos^2 \theta_{13})^2 + (\Delta m_{21}^2 \sin 2\theta_{12})^2}. \quad (3.111)$$

O ângulo na matéria, equação (3.108), alcança seu valor máximo na ressonância quando o potencial efetivo é

$$A_{CC}|_R \cos^2 \theta_{13} = \Delta m_{21}^2 \cos 2\theta_{12} \quad (3.112)$$

ou a quando a densidade na matéria é de

$$\rho^L|_R = \frac{\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta_{12}}{\sqrt{2}E \cos^2 \theta_{13}} \left( \frac{0.5}{Y_e} \right) \left( \frac{m_N}{G_F} \right), \quad (3.113)$$

para este fim usaram-se as equações (3.24) e (2.121). Como o parâmetro  $\sin 2\theta_{12}$  se conhece bem, a posição da ressonância somente vai depender da energia e a ressonância vai ir ficando mais longe da neutrinosfera à medida que a energia aumenta. A diferença quadrática de massa na matéria, equação (3.111) alcança seu valor mínimo na ressonância,

$$\Delta m_{M21}^2|_R = \Delta m_{21}^2 \sin 2\theta_{12}. \quad (3.114)$$

Para o calculo da probabilidade em densidades baixas (3.20),

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}^L(x) = |\psi_{\alpha\beta}(x)|^2 = |\langle \nu_\beta(x) | \nu_\alpha \rangle|^2, \quad (3.115)$$

considerou-se a seguinte transformação na amplitude de transição

$$\psi_{\alpha\beta}(x) = [U_M^L(x)]_{\beta p} \phi_{\alpha p}^M(x) \quad (3.116)$$

com

$$[U_M^L(x)]_{\beta p} = [\mathbb{R}_{23}\mathbb{R}_{13}]_{\beta k} [U_{12}^M(x)]_{k p}, \quad (3.117)$$

onde a matriz  $\mathbb{R}_{23}$  é devida à simetria do problema, ver a equação (2.101),  $\mathbb{R}_{13}$  é a rotação feita para estudar o comportamento dos neutrinos a densidades baixas e a matriz  $[U_{12}^M(x)]_{lp}$  é definida para diagonalizar a matriz (3.106). Lembrar que a matriz (3.106) esta associada ao termo principal da equação diferencial (3.102).

A probabilidade de transição na região de densidades baixas, equação (3.115), pode-se calcular se a amplitude dos neutrinos massivos  $\nu_a^M$  na matéria,  $\phi_{\alpha p}^M(x)$ , é solução da seguinte equação de evolução da amplitude

$$i \frac{d\phi_{\alpha p}^M(x)}{dx} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} \lambda_1^L(x) & -4Ei dv_{12}^M/dx & 0 \\ 4Ei dv_{12}^M/dx & \lambda_2^L(x) & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^L(x) \end{pmatrix} \phi_{\alpha p}^M(x) \quad (3.118)$$

onde  $\lambda_1^L(x)$ ,  $\lambda_2^L(x)$  e  $\lambda_3^L(x)$  são os autovalores da matriz (3.106),

$$\lambda_1^L(x) = A_{CC} \cos^2 \theta_{13} + \Delta m_{21}^2 - \Delta m_{M21}^2(x) \quad (3.119)$$

$$\lambda_2^L(x) = A_{CC} \cos^2 \theta_{13} + \Delta m_{21}^2 + \Delta m_{M21}^2(x) \quad (3.120)$$

$$\lambda_3^L = 2\Delta m_{31}^2. \quad (3.121)$$

A variação do ângulo de mistura efetivo na matéria é  $dv_{12}^M/dx$

$$\frac{dv_{12}^M(x)}{dx} = \frac{\cos^2 \theta_{13}}{2} \frac{\text{sen} 2v_{12}^M}{\Delta m_{M21}^2} \frac{dA_{CC}}{dx}. \quad (3.122)$$

A quantificação das transições entre os estados de massa na matéria,  $\nu_j^M \rightarrow \nu_k^M$ , dadas pelo parâmetro de adiabaticidade, equação (2.133), para o regime de densidades baixas fica:

$$\gamma^L \equiv \frac{\Delta m_{M21}^2(x)}{4E |dv_{12}^M(x)/dx|} = \frac{(\Delta m_{M21}^2(x))^2}{2E \text{sen} 2v_{12}^M(x) \cos^2 \theta_{13} |dA_{CC}(x)/dx|}. \quad (3.123)$$



Se o termo proporcional a  $dv_{12}^M/dx$  é maior ou igual que a diferença dos termos da diagonal principal, ou é equivalentemente  $\gamma^L \leq 1$ , existe uma probabilidade de transição entre os estados de massa efetivos na matéria. Outrossim, se é menor que eles,  $\gamma^L \geq 1$ , os estados de massa efetivos não pulam a outros estados, portanto a probabilidade de transição é nula ou pequena. A probabilidade de cruzamento, a equação (3.66), para o caso de densidades baixas é

$$P_C^L = P_C^L(\theta_{12}, \Delta m_{12}^2, \theta_{13}, \rho, E) = \frac{\exp(-\frac{\pi}{2}\gamma_R^L F) - \exp(-\frac{\pi}{2}\gamma_R^L \frac{F}{\sin^2\theta_{12}})}{1 - \exp(-\frac{\pi}{2}\gamma_R^L \frac{F}{\sin^2\theta_{12}})}, \quad (3.124)$$

onde  $\gamma_R^L$  é o parâmetro de adiabaticidade calculado na zona de ressonância, equação (3.112). Para um perfil de densidade de  $\rho \propto x^{-3}$ , equação (3.54) o parâmetro  $F$  esta dada na equação (3.67) com valor de

$$F = 0.12 \quad (3.125)$$

para o ângulo de mistura  $\sin^2 2\theta_{12} = 0.86$ , dado seção (3.1).

No caso de densidades baixas, os estados de massa efetivos na matéria se propagam adiabaticamente pela zona de ressonância. Isto se pode ver nas figuras (3.13), onde se gráfico o comportamento do parâmetro de adiabaticidade  $\gamma^L$ , dado pela equação (3.123), em função do raio da estrela. Tivemos em conta as energias dos neutrinos e o caso relevante do parâmetro  $C$ ,  $C = 1$ , pois  $\gamma \sim C^2$ . Esta figura foi ampliada na zona onde ocorre o mínimo de  $\gamma^L$ . Em todas as zonas por onde passam os neutrinos o parâmetro de adiabaticidade é maior que um. Isto implica que os neutrinos se propagam adiabaticamente na região de densidades baixas. Assim, os elementos proporcionais a  $dv_{12}^M/dx$  na equação de evolução (3.118) são muito pequenos comparados com os termos da diagonal e pelo tanto, a probabilidade de cruzamento é nula,  $P_C^L \cong 0$ . Também se pode ver com mais clareza, que no caso da figura (3.4), que  $\gamma$  não alcançam o valor mínimo no ponto de ressonância, indicados nas figuras como  $x^R$ .

Pelo o fato que a figura (3.13) b) este próxima a um, se calculará a probabilidade de transição tendo em conta a existência de uma zona de ressonância na região de densidades baixas. Para isto se considerara que os neutrinos saem da região de densidades altas com um estado de sabor definido,  $\nu_\alpha$ , e chegam à superfície da estrela com sabor  $\beta$ . A probabilidade

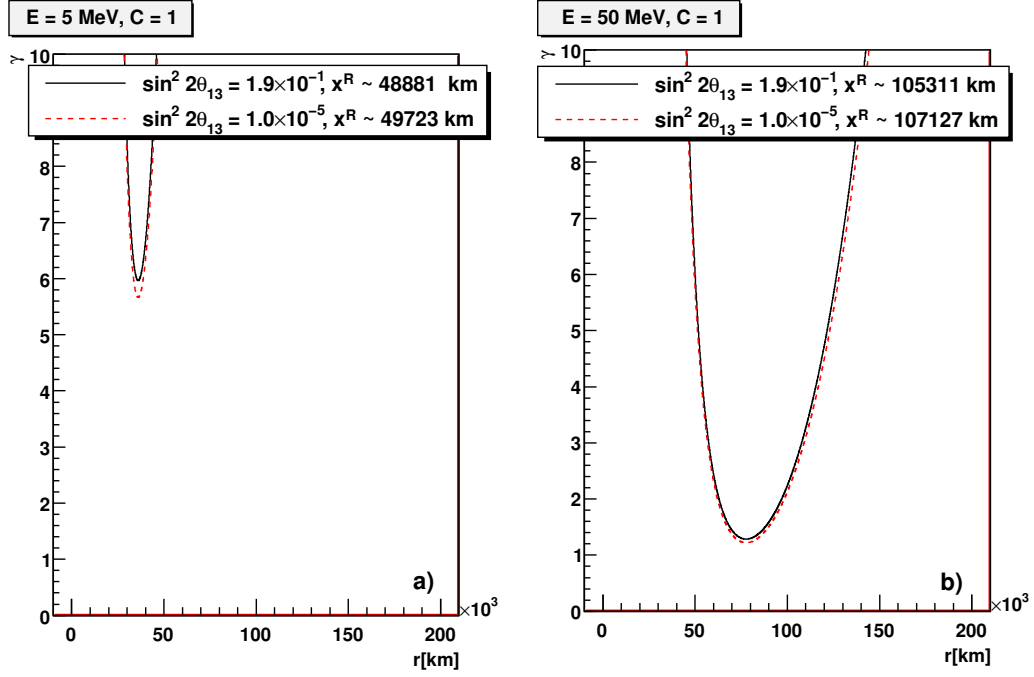


Figura 3.13: Parâmetro de adiabaticidade em função do raio da estrela. A figura a) é para energias de 5 MeV e  $C = 1$  enquanto que a figura b) é para energias de 50 MeV e  $C = 1$ .

de transição é

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}^L(x) = |\langle \nu_\beta(x) | \nu_\alpha \rangle|^2. \quad (3.126)$$

Ao igual que no caso de densidades altas, se terá em conta todos os estados intermediários na propagação dos neutrinos na SN para calcular as probabilidades de transição:

$$\langle \nu_\beta(x) | \nu_\alpha \rangle = \sum_{ab} \langle \nu_\beta(x) | \nu_b(x_R^L + \Delta x_R^L) \rangle \langle \nu_b(x_R^L + \Delta x_R^L) | \nu_a(x_R^L - \Delta x_R^L) \rangle \langle \nu_b(x_R^L - \Delta x_R^L) | \nu_\alpha \rangle \quad (3.127)$$

onde  $x_R^L$  é posição da zona de ressonância e  $\Delta x_R^L$  é a largura da zona de ressonância. Os termos de propagação adiabática,  $\langle \nu_b(x_R^L - \Delta x_R^L) | \nu_\alpha \rangle$ , são as soluções à equação de evolução

$$i \frac{d\phi_{\alpha p}^M(x)}{dx} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} \lambda_1^L(x) & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^L(x) & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^L(x) \end{pmatrix} \phi_{\alpha p}^M(x) \quad (3.128)$$

e os termos  $\langle \nu_b(x_R^L + \Delta x_R^L) | \nu_a(x_R^L - \Delta x_R^L) \rangle$  são as amplitudes de cruzamento na região de

ressonância e vão a definir-se em termos de  $P_C^L$ , equação (3.124),

$$\langle \nu_b(x_R^L + \Delta x_R^L) | \nu_a(x_R^L - \Delta x_R^L) \rangle = L_{ab}^R. \quad (3.129)$$

As soluções da equação (3.128) são da forma

$$\phi_{\alpha j}^M(x) = \phi_{\alpha j}^M(y^i) \exp \left[ -i \int_{y^i}^x \frac{\lambda_j^L(x')}{2E} dx' \right] \quad \text{para } j = 1, 2, 3 \quad (3.130)$$

onde  $\phi_{\alpha j}^M(y^i)$  é a condição inicial. Neste caso a condição inicial não é tirada da amplitude de transição para o caso de densidades baixas, equação (3.116)<sup>6</sup>. Nos consideramos como estado inicial o estado final da região de densidades altas

$$\phi_{\alpha j}^M(y^i) = [U_M^H(y^i)] = [\mathbb{R}_{23}]_{\alpha k} [U_{13}^H(y^i)]_{kj}, \quad (3.131)$$

da equação (3.71). O ponto  $y^i$  é um ponto longe da ressonância para densidades altas,  $\rho < \rho_R^H$  ou  $y > y_R^H$ . A justificativa para fazer esta escolha é mais matemática que física, pois facilitara os cálculos que serão feitos na seção seguinte aonde se vai a calcular a probabilidade total de um neutrino criado na neutrinosfera chegue à superfície da SN como um neutrino de estado de massa definido. Além de isto, espera-se que exista uma continuidade, em uma região intermediária entre as zonas de ressonância,  $\rho_R^L < \rho < \rho_R^H$ , entre os autovalores e os ângulos de mistura calculados neste trabalho.

De novo, a média sobre o ponto de "produção" dos neutrinos conduz a que os termos de interferência podem-se considerar nulos e a probabilidade de transição para densidades baixas é igual a,

$$\langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}^L(x) \rangle = \sum_{ab} |L_{ab}^R|^2 |[U_M^H(y^i)]_{\alpha a}|^2 |[U_M^L(x)]_{ab}|^2. \quad (3.132)$$

Para calcular esta probabilidade é preciso fazer as seguintes definições:

- Devido a que o estado mais pesado se propaga livremente pela zona de ressonância de densidades baixas, ver a equação de evolução (3.118) e figura (3.3), ele não experimenta de conversão a outros tipos de neutrinos nesta zona assim:

$$|L_{3j}^R|^2 = \delta_{3j}. \quad (3.133)$$

---

<sup>6</sup>Lembrar que no caso de neutrinos propagando-se na região de densidades altas a condição inicial da equação de evolução adiabática, equação (3.73), foi obtida da amplitude de transição para densidades altas, ver a equação (3.78).

- Como a probabilidade deve-se conservar,

$$|L_{12}^R|^2 = |L_{21}^R|^2 \equiv P_C^L \quad (3.134)$$

$$|L_{11}^R|^2 = |L_{22}^R|^2 \equiv 1 - P_C^L. \quad (3.135)$$

Assim, as probabilidades de um neutrino de um sabor  $\alpha$ , depois de atravessar a zona de ressonância de densidades baixas, chegue à superfície da estrela como um neutrino de sabor  $\beta$  é:

$$\begin{aligned} \langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}^L(x) \rangle &= \sum_i |[U_M^L(x)]_{\beta i}|^2 |[U_M^H(y^i)]_{\alpha i}|^2 + \\ &- P_C^L \left\{ |[U_M^L(x)]_{\beta 1}|^2 - |[U_M^L(x)]_{\beta 2}|^2 \right\} \left\{ |[U_M^H(y^i)]_{\alpha 1}|^2 - |[U_M^H(y^i)]_{\alpha 2}|^2 \right\}. \end{aligned} \quad (3.136)$$

Para o caso de  $\nu_e$  temos

$$\begin{aligned} \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^L(x) \rangle &= \frac{1}{8} \left\{ 3 - \cos 2\theta_{13} - 8 \left( \frac{1}{2} - P_C^L \right) \cos 2v_{12}^M(x) \cos^2 v_{13}^M(y^i) \cos^2 \theta_{13} + \right. \\ &\quad \left. - \cos 2v_{13}^M(y^i) [1 - 3 \cos 2\theta_{13}] \right\} \end{aligned} \quad (3.137)$$

$$\begin{aligned} \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}^L(x) \rangle &= \frac{1}{4} \left\{ \left( 1 + \sin^2 \theta_{23} \cos^2 \theta_{13} \right) - \cos 2v_{13}^M(y^i) \left( 1 - 3 \sin^2 \theta_{23} \cos^2 \theta_{13} \right) + \right. \\ &\quad - \left( \frac{1}{2} - P_C^L \right) \left[ \cos 2v_{12}^M(x) \left( \cos^2 \theta_{13} + \cos 2\theta_{23} [1 + \sin^2 \theta_{13}] \right) \right. \\ &\quad \left. \left. + 2 \sin 2v_{12}^M(x) \sin \theta_{13} \sin 2\theta_{23} \right] [1 - \cos 2v_{13}^M(y^i)] \right\} \end{aligned} \quad (3.138)$$

$$\begin{aligned} \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_\tau}^L(x) \rangle &= \frac{1}{16} \left\{ 5 + \cos 2\theta_{13} + \cos 2\theta_{23} (1 + \cos 2\theta_{13}) + \right. \\ &\quad - \cos 2v_{13}^M(y^i) \left( 1 - 3 \left[ \cos 2\theta_{13} + \cos 2\theta_{23} (1 + \cos 2\theta_{13}) \right] \right) \left. \right\} + \\ &\quad - 2 \left( \frac{1}{2} - P_C^L \right) \left( \cos 2v_{12}^M(x) \left[ \{ 1 - \cos 2v_{13}^M(y^i) \} \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \{ 1 + \cos 2\theta_{13} - \cos 2\theta_{23} (3 - \cos 2\theta_{13}) \} \right] + \right. \\ &\quad \left. - 4 \sin 2v_{12}^M(x) \left[ 1 - \cos 2v_{13}^M(y^i) \right] \sin \theta_{13} \sin 2\theta_{23} \right\} \end{aligned} \quad (3.139)$$

Na figura (3.14) se apresenta a dependência das probabilidades de transição dos neutrinos eletrônicos com a energia. Devido a que neste regime de densidades,  $\rho \ll \rho^H$ , os neutrinos cruzam a zona de ressonância adiabaticamente, os neutrinos experimentam oscilações na matéria devido ao efeito MSW. Não existe dependência com a energia, pois a probabilidade de cruzamento para densidades baixas,  $P_C^L$ , é nula.

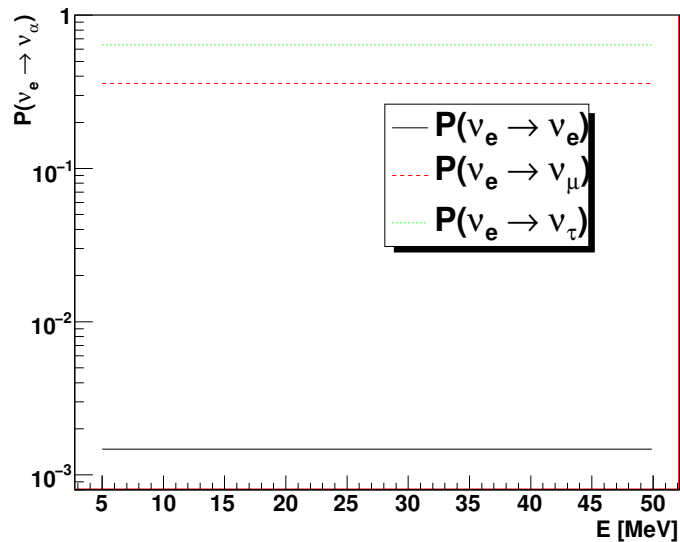


Figura 3.14: Dependência com a energia das probabilidades dos  $\nu_e$  para densidades baixas. Para este regime de densidades acontecem oscilações de neutrinos eletrônicos.

### 3.3.5 Avaliação dos resultados

A validade das equações (3.28), para o caso de densidades altas, (3.105), e para o caso de densidades baixas, dependerá de que tão bom tem sido as considerações que conduzem a estas equações. Uma possível maneira de avaliar é através dos autovalores. Nós comparamos os autovalores dos Hamiltonianos efetivos das equações referidas lá em cima, com os autovalores do problema sem ninguém tipo de aproximação, equação (3.21). Para isto desenhamos o comportamento dos autovalores com as densidades, ver figuras (3.15) e (3.16). Na figura (3.15) se compara os autovalores para o caso de densidades altas, dadas nas equações (3.38 - 3.41). As linhas tracejadas representam os autovalores já desenhados na figura (3.3). A figura (3.16) são para os autovalores de densidade baixa, equações (3.119 - 3.121). Devido ao bom comportamento dos autovalores do problema aproximado, nos concluímos que as transformações definidas na equação (3.72) são apropriadas para descrever a probabilidades de transição somente na região de densidades altas e a transformação (3.117) descreve bem as probabilidades de transição na região de densidades abaixas.

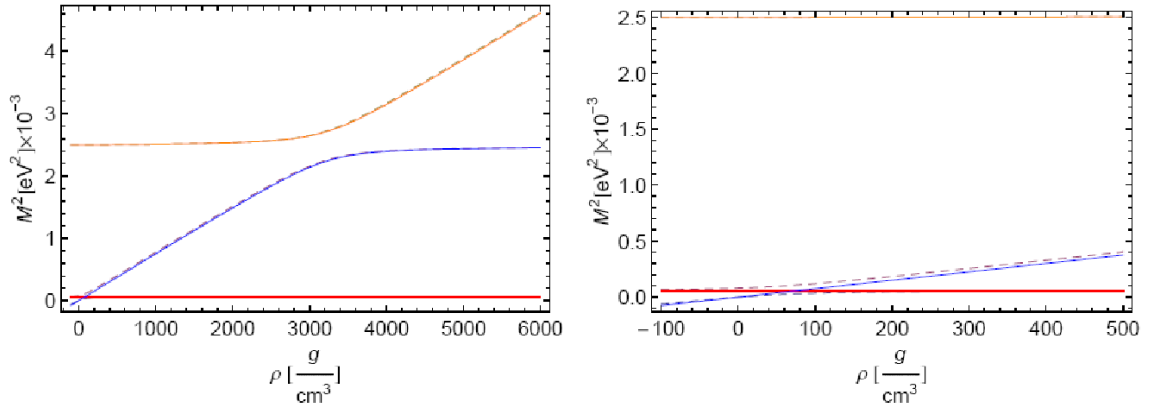


Figura 3.15: Comparação entre os autovalores para densidades altas na aproximação  $\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{31}^2$ , equações (3.38 - 3.41), e os autovalores para os problemas gerais, dados na figura (3.3) e representados neste caso por linhas tracejadas.

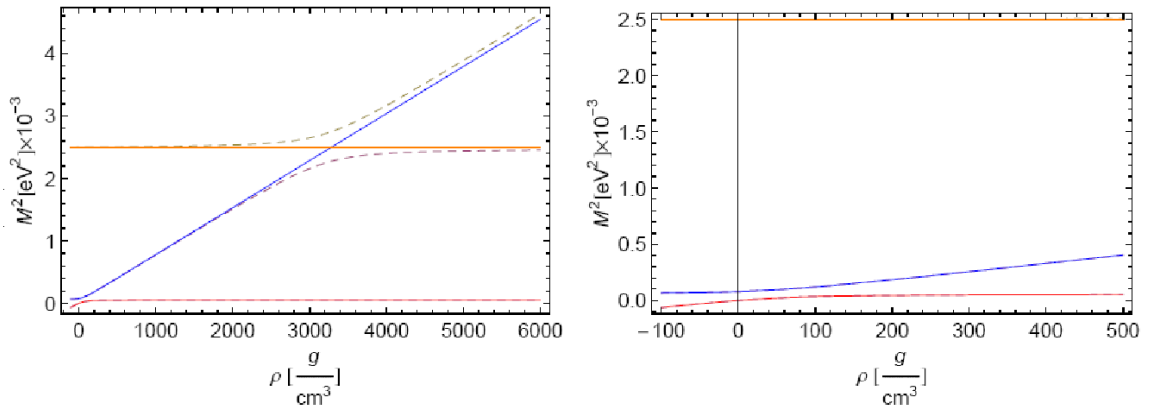


Figura 3.16: Comparação entre os autovalores para densidades baixas na aproximação  $\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{31}^2$ , equações(3.119 - 3.121), e os autovalores para os problemas gerais, dados na figura (3.3) e representados neste caso por linhas tracejadas.

### 3.4 Probabilidade total

Em vez de considerar o análise do problema da propagação de neutrinos no remanescente da estrela separadamente, estudo de densidades altas e densidades baixas, agora se vai a estudar o problema como um todo. Vamos a calcular a probabilidade de um neutrino nascido na neutrinosfera como estado de sabor  $\alpha$  chegue à superfície como um neutrino de sabor  $\beta$ . Para isto se vai a considerar a transformação dada na equação (3.71) para o caso de densidades altas. No caso de densidades baixas vamos a considerar a transformação dada na equação (3.116).

A probabilidade total de um neutrino nascido com sabor  $\alpha$  na neutrinosfera chegue à superfície da estrela com sabor  $\beta$  é

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}^T = |\langle \nu_\beta(x) | \nu_\alpha \rangle|^2. \quad (3.140)$$

Somando sobre todos os estados de massa na matéria, a amplitude de transição fica escrita assim:

$$\begin{aligned} \langle \nu_\beta(x) | \nu_\alpha \rangle &= \sum_{abcd} \langle \nu_\beta(x) | \nu_d^M(x_R^L + \Delta x_R^L) \rangle \langle \nu_d^M(x_R^L + \Delta x_R^L) | \nu_c^M(x_R^L - \Delta x_R^L) \rangle \otimes \\ &\langle \nu_c^M(x_R^L - \Delta x_R^L) | \nu_b^M(y_R^H + \Delta y_R^H) \rangle \langle \nu_b^M(y_R^H + \Delta y_R^H) | \nu_a^M(y_R^H - \Delta y_R^H) \rangle \otimes \\ &\langle \nu_a^M(y_R^H - \Delta y_R^H) | \nu_\alpha \rangle \end{aligned} \quad (3.141)$$

onde os índices  $a, b, c, d$  são índices de estados de massa,  $\Delta x_R^L$  é a largura da zona de ressonância para densidades baixas,  $x_R^L$  é o ponto de ressonância,  $\Delta y_R^H$  é a largura da zona de ressonância para densidades altas e  $y_R^H$  é o ponto de ressonância de densidades altas. Os seguintes brackets da amplitude de transição equivalem a:

$$\langle \nu_a^M(y_R^H - \Delta y_R^H) | \nu_\alpha \rangle = [U_M^H(x^i)^\dagger]_{\alpha a} \exp \left[ -i \int_{x^i}^{y_R^H - \Delta y_R^H} \frac{\lambda_a^H(x')}{2E} dx' \right] \quad (3.142)$$

$$\langle \nu_c^M(x_R^L - \Delta x_R^L) | \nu_b^M(y_R^H + \Delta y_R^H) \rangle = \delta_{bc} \exp \left[ -i \int_{y_R^H + \Delta y_R^H}^{x_R^L - \Delta x_R^L} \frac{\lambda_b^H(x')}{2E} dx' \right] \quad (3.143)$$

$$\langle \nu_\beta(x) | \nu_d^M(x_R^L + \Delta x_R^L) \rangle = [U_M^L(x)]_{d\beta} \exp \left[ -i \int_{x_R^L + \Delta x_R^L}^x \frac{\lambda_d^L(x')}{2E} dx' \right] \quad (3.144)$$

onde os elementos matriciais  $[U_M^H(y)]_{\alpha a}$  e  $[U_M^L(x)]_{d\beta}$  estão dadas respectivamente nas equações (3.72) e (3.117), os autovalores para o caso de densidades altas,  $\lambda_j^H$ , estão dados nas equações

(3.75 - 3.77) e os autovalores  $\lambda_d^L$  para o caso de densidades baixas estão dados nas equações (3.119 - 3.121). Para a propagação através das zonas de ressonância fizemos as seguintes definições:

$$\langle \nu_d^M(x_R^L + \Delta x_R^L) | \nu_c^M(x_R^L - \Delta x_R^L) \rangle \equiv L_{cd} \quad (3.145)$$

$$\langle \nu_b^M(y_R^H + \Delta y_R^H) | \nu_a^M(y_R^H - \Delta y_R^H) \rangle \equiv G_{ab}. \quad (3.146)$$

Negligenciando as larguras das zonas de ressonância e computando a média sobre os pontos iniciais de produção de neutrinos na neutrinosfera a probabilidade total média fica:

$$\langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}^T(x) \rangle = \sum_{abc} |[U_M^L(x)]_{a\beta}|^2 |L_{ba}|^2 |G_{cb}|^2 |[U_M^H(x^i)]_{c\alpha}|^2. \quad (3.147)$$

Para que a probabilidade se conserve é preciso definir:

$$|L_{3i}|^2 = \delta_{3i} \quad (3.148)$$

$$|L_{11}|^2 = |L_{22}|^2 = 1 - P_C^L \quad (3.149)$$

$$|L_{21}|^2 = |L_{12}|^2 = P_C^L \quad (3.150)$$

e

$$|G_{1i}|^2 = \delta_{1i} \quad (3.151)$$

$$|G_{22}|^2 = |G_{33}|^2 = 1 - P_C^H \quad (3.152)$$

$$|G_{32}|^2 = |G_{23}|^2 = P_C^H \quad (3.153)$$

onde  $P_C^L$  e  $P_C^H$  são as probabilidades de cruzamento e estão dadas respectivamente nas equações (3.66) e (3.124). Assim, a probabilidade que um estado de sabor  $\beta$  chegue à superfície da SN quando um neutrino de sabor  $\alpha$  é criado na neutrinosfera são:

$$\begin{aligned} \langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}^T(x, E) \rangle &= \sum_a |[U_M^L(x)]_{\beta a}|^2 |[U_M^H(x^i)]_{\alpha a}|^2 + \\ &- P_C^L \left\{ |[U_M^L(x)]_{\beta 1}|^2 - |[U_M^L(x)]_{\beta 2}|^2 \right\} \left\{ |[U_M^H(x^i)]_{\alpha 1}|^2 - |[U_M^H(x^i)]_{\alpha 2}|^2 \right\} + \\ &- P_C^H \left\{ |[U_M^L(x)]_{\beta 2}|^2 - |[U_M^L(x)]_{\beta 3}|^2 \right\} \left\{ |[U_M^H(x^i)]_{\alpha 2}|^2 - |[U_M^H(x^i)]_{\alpha 3}|^2 \right\} + \\ &- P_C^L P_C^H \left\{ |[U_M^L(x)]_{\beta 1}|^2 - |[U_M^L(x)]_{\beta 2}|^2 \right\} \left\{ |[U_M^H(x^i)]_{\alpha 2}|^2 - |[U_M^H(x^i)]_{\alpha 3}|^2 \right\} \end{aligned} \quad (3.154)$$

As probabilidades médias nas equações (3.154) dependem somente do ponto inicial, dado por  $x^i$ , e do ponto final, dado por  $x$ . Nestes extremos opostos os ângulos de mistura



efetivos na matéria tem valores distintos, mas conhecidos. Para obter esses valores é preciso ter em conta que o ponto inicial corresponde ao caso de densidades muito grandes,  $\rho \gg \rho^H$  e do ponto final corresponde ao caso de densidades nulas, o vácuo. Assim, se

- $\rho \rightarrow \infty \Rightarrow \cos 2v_{13}^M(x^i) \rightarrow -1 \Rightarrow \cos v_{13}^M \rightarrow 0$  e  $\text{sen}v_{13}^M \rightarrow 1$  (ver as equações (3.50) e (3.51) )
- $\rho \rightarrow 0 \Rightarrow \cos 2v_{12}^M(x) \rightarrow \cos 2\theta_{12}$  e  $\text{sen}2v_{12}^M(x) \rightarrow \text{sen}2\theta_{12}$  (ver as equações (3.109) e (3.110) ),

com isto a média da probabilidade de sobrevivência de um neutrino eletrônico é <sup>7</sup>:

$$\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^T(x, E) \rangle = \frac{1}{4} \left\{ 2 - P_C^H \left[ 1 + 4 \left( \frac{1}{2} - P_C^L \right) \cos 2\theta_{12} \cos^2 \theta_{13} \right] - (2 - 3P_C^H) \cos 2\theta_{13} \right\}. \quad (3.155)$$

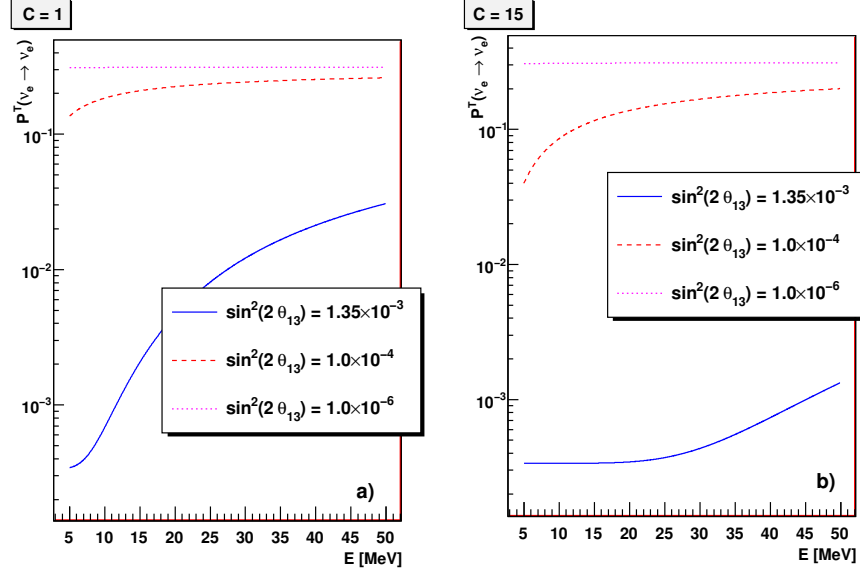


Figura 3.17: Comportamento da probabilidade  $\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^T(x, E) \rangle$  em função da energia dos neutrinos para diferentes valores do ângulo de mistura  $\theta_{13}$  e para diferentes perfis de densidades dados na equação (3.54), a) para  $C = 1$ , b) para  $C = 15$ .

<sup>7</sup>As outras probabilidades estão no apêndice A

Nas figuras (3.17) esta desenhada o comportamento em função da energia da probabilidade média de um neutrino eletrônico chegar à superfície da estrela se o neutrino criado na neutrinosfera é  $\nu_e$ , equação (3.155). Tivemos em conta os diferentes valores do ângulo de mistura  $\theta_{13}$  para as diferentes regiões presentes na figura (3.9)<sup>8</sup>. Também tivemos em conta o efeito de mudar o parâmetro  $C$  no perfil de densidade dado na equação (3.54), isto este representado nas figuras a) e b) da figura (3.17). É importante lembrar que os neutrinos propagaram-se sempre adiabaticamente pela zona de ressonância de densidades baixas, pois  $\gamma^L > 1$ , ver as figuras (3.13). Observando as figuras (3.17) se conclui o seguinte:

- Propagações adiabáticas pelas duas zonas de ressonância, ver a linha cheia, poderia interpretar-se como uma única propagação adiabática por uma zona de ressonância efetiva onde muitos  $\nu_e$  oscilam a outros estados de sabor. Lembrar que propagações adiabáticas pelas zonas de ressonância implicam oscilações dos estados de sabor dos neutrinos assim. No caso limite de  $P_C^H = 0$ , não chegaram à superfície da estrela neutrinos eletrônicos produzidos durante o esfriamento da estrela, ver a linha cheia.
- O caso de uma propagação não-adiabático pela zona de ressonância de densidades altas, ver as linhas pontilhadas, implica que os neutrinos não oscilaram a outros estados de sabor em esta região da estrela, pelo qual o cruzamento adiabático pela região de ressonância de densidades baixas conduziu a oscilações dos estados de sabor. Pelo tanto, podemos interpretar isto como uma propagação adiabática por uma única zona de ressonância e esta zona de ressonância esta na região de densidades baixas. Observar que as linhas pontilhadas na figuras (3.17) têm uma probabilidade média ao redor de 30%.
- Para neutrinos eletrônicos com energia maior sua probabilidade de sobrevivência aumenta.
- Se o parâmetro  $C$  no perfil de densidade, ver a equação (3.54), aumenta a probabilidade de sobrevivência diminui.

---

<sup>8</sup>O tipo de cruzamento pela zona de ressonância de densidades altas dependerá do ângulo de mistura  $\theta_{13}$  : se  $\sin^2 2\theta_{13} = 1.35 \times 10^{-3}$  o cruzamento é adiabático, se  $\sin^2 2\theta_{13} = 1.0 \times 10^{-4}$  a adiabaticidade é rompida parcialmente e se  $\sin^2 2\theta_{13} = 1.0 \times 10^{-6}$  o cruzamento é não-adiabático.

No caso de  $\theta_{13} = 0$ , a probabilidade total média de sobrevivência de um neutrino eletrônico, a equação (3.155), se reduz ao caso da probabilidade média de sobrevivência de um neutrino eletrônico para o caso de mistura de dois neutrinos, ver a formula (9.95) da referencia [42],

$$\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^T(x) \rangle = \frac{1}{2} \left\{ 1 - 2 \left( \frac{1}{2} - P_C^L \right) \cos 2\theta_{12} \right\}. \quad (3.156)$$

Pode-se mostrar que as probabilidades totais, dadas na equação (3.154), podem ser expressa em termos das probabilidades para densidades altas e para densidades baixas:

$$\langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}^T(x) \rangle \cong \langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\eta}^H(x) \rangle \otimes \langle P_{\nu_\eta \rightarrow \nu_\beta}^L(x) \rangle \quad (3.157)$$

onde  $\langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\eta}^H(x) \rangle$  e  $\langle P_{\nu_\eta \rightarrow \nu_\beta}^L(x) \rangle$  estão dados nas equações (3.89) e (3.136). Para poder fazer isto consideramos que o neutrino que sai da região de ressonância alta é o mesmo neutrino que entra na região de densidades baixas, isto implica que  $|[U_M^H(y^f)]_{\eta a}|^2 = |[U_M^L(y^i)]_{\eta b}|^2$ . Também tivemos em conta que o ângulo de mistura  $\theta_{13}$  é pequeno de forma tal que  $\sin^2 \theta_{13} \cong \sin^4 \theta_{13} \approx 0$ . Devido a isto fizemos a seguinte definição

$$\sum_{\eta} |[U_M^H(y^f)]_{\eta a}|^2 |[U_M^L(y^i)]_{\eta b}|^2 \equiv \delta_{ab}. \quad (3.158)$$

Esta fatoração exata da dinâmica da conversão dos neutrinos é devida às aproximações feitas no estudo de propagação de neutrinos nas SN, pontualmente esta fatoração tem que ver com a existência da hierarquia nas diferenças quadrática das massas dos neutrinos,  $\Delta m_{Atm}^2 \gg \Delta m_{\odot}^2$ , ver figura (3.3) e que  $\theta_{13}$  é pequeno. A existência da fatoração da dinâmica de conversão dos neutrinos leva concluir que as transições nas duas regiões de ressonância podem ser consideradas independentemente e cada transição corresponde a um problema de dois neutrinos com o terceiro propagando-se livremente. Para um estudo que leva em conta estes valores pequenos ver as referências [59, 60].

### 3.5 Oscilações de antineutrinos no interior da estrela para hierarquia normal

Como vimos na seção (2.3.2), para o caso de antineutrinos o potencial efetivo na matéria é de sinal oposto ao potencial efetivo dos neutrinos, equação (2.100). Para desenvolver o estudo deste caso, analisaremos os autovalores do Hamiltoniano dado na equação (2.105) para o caso de  $A_{CC} = -A_{CC}$ . Estes autovalores estão desenhados na figura (3.18). Neste caso as

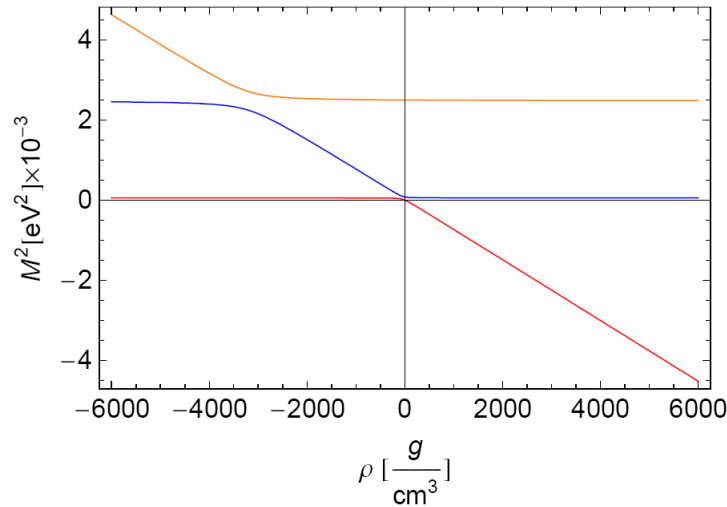


Figura 3.18: Variação dos autovalores com a densidade para o caso de antineutrinos.

zonas de ressonância acontecem quando a densidade matemática é negativa, ao qual não tem relevância física. Este mesmo resultado pode ser obtido do estudo feito nas seções (3.3.2) e (3.3.4) para a propagação de neutrinos (partículas) na SN. Para este fim, somente é preciso trocar o sinal do potencial efetivo nas equações das ressonâncias, para densidades altas a ressonância é indicada na equação (3.42) e, para densidades baixas a equação da ressonância é (3.108).

Devido a que a zona "ressonância" para "densidades negativas" baixas acontece perto de  $\rho = 0$ , que representa a superfície da estrela, espera-se que os antineutrinos experimentem algum tipo de efeito devido a sua aproximação à superfície da estrela. Assim, vamos a estudar

os possíveis efeitos sobre os antineutrinos quando consideramos a zona de ressonância para densidades baixas dos neutrinos, mas para o caso do um potencial efetivo na matéria negativo.

O ângulo efetivo na matéria  $\overline{v_{12}^M}$  para o caso de antineutrinos é dado pelas seguintes relações trigonométricas

$$\cos 2\overline{v_{12}^M}(x) = \frac{\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta_{12} + A_{CC} \cos^2 \theta_{13}}{\overline{\Delta m_{M21}^2}(x)} \quad (3.159)$$

$$\sin 2\overline{v_{12}^M}(x) = \frac{\Delta m_{21}^2 \sin 2\theta_{12}}{\overline{\Delta m_{M21}^2}(x)} \quad (3.160)$$

onde  $\overline{\Delta m_{M21}^2}(x)$  é a diferença quadrática de massa efetiva na matéria para densidades baixas no caso de antineutrinos e hierarquia normal, é descrita pela função

$$\overline{\Delta m_{M21}^2}(x) = \sqrt{(\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta_{12} + A_{CC} \cos^2 \theta_{13})^2 + (\Delta m_{21}^2 \sin 2\theta_{12})^2}. \quad (3.161)$$

A matriz de mistura efetiva na matéria entre estados de sabor e estados de massa na matéria é

$$[\overline{U_M^L}(x)]_{\beta p} = [\mathbb{R}_{23}\mathbb{R}_{13}]_{\beta k} [\overline{U_{12}^M}(x)]_{kp}, \quad (3.162)$$

a matriz que representa as modificações do ângulo de mistura  $\theta_{12}$  devido a efeitos de matéria,  $[\overline{U_{12}^M}(x)]_{lp}$ , é

$$[\overline{U_{12}^M}(x)]_{lp} = \begin{pmatrix} \cos \overline{v_{12}^M} & \sin \overline{v_{12}^M} & 0 \\ -\sin \overline{v_{12}^M} & \cos \overline{v_{12}^M} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.163)$$

A probabilidade de cruzamento é

$$\overline{P_C^L} = \frac{\exp(-\frac{\pi}{2}\overline{\gamma_R^L}F) - \exp(-\frac{\pi}{2}\overline{\gamma_R^L}\frac{F}{\sin^2\theta_{12}})}{1 - \exp(-\frac{\pi}{2}\overline{\gamma_R^L}\frac{F}{\sin^2\theta_{12}})}, \quad (3.164)$$

com

$$\overline{\gamma_R^L} = \frac{\overline{\Delta m_{M21}^2}(x)}{4E|d\overline{v_{12}^M}(x)/dx}|_R = \frac{(\overline{\Delta m_{M21}^2}(x))^2}{2E \sin 2\overline{v_{12}^M}(x) \cos^2 \theta_{13} |dA_{CC}(x)/dx}|_R. \quad (3.165)$$

Esse parâmetro de adiabaticidade, equação (3.165), tem a mesma estrutura que a equação (3.123). O parâmetro é calculado no ponto de ressonância, por definição, mas no caso de antineutrinos essa condição não é satisfeita, acontece na região de densidades matemáticas negativas. Nos consideramos ainda assim dito ponto não físico.

Para este caso, a probabilidade total de transição de um antineutrino nascido com estado de sabor  $\alpha$  na neutrinosfera chegue à superfície da estrela com um antineutrinos com estado de sabor  $\beta$  é a mesma probabilidade de transição dos neutrinos para o caso de densidades baixas, mas, com o potencial efetivo na matéria trocado de sinal, ver a equação (3.136),

$$\begin{aligned} \langle \overline{P_{\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta}^T}(x) \rangle &= \sum_i |[\overline{U_M^L}(x)]_{\beta i}|^2 |[\overline{U_M^L}(x^i)]_{\alpha i}|^2 + \\ &- \overline{P_C^L} \left\{ |[\overline{U_M^L}(x)]_{\beta 1}|^2 - |[\overline{U_M^L}(x)]_{\beta 2}|^2 \right\} \left\{ |[\overline{U_M^L}(x^i)]_{\alpha 1}|^2 - |[\overline{U_M^L}(x^i)]_{\alpha 2}|^2 \right\}. \end{aligned} \quad (3.166)$$

Para

- $x^i \Rightarrow \rho \rightarrow \infty \Rightarrow \cos 2\overline{v_{12}^M}(x^i) = 1$  e  $\sin 2\overline{v_{12}^M}(x^i) \rightarrow 0 \Rightarrow \cos \overline{v_{12}^M}(x^i) = 1$  e  $\sin \overline{v_{12}^M}(x^i) = 0$
- $x \Rightarrow \rho \rightarrow 0 \Rightarrow \cos \overline{v_{12}^M}(x) = \cos \theta_{12}$  e  $\sin \overline{v_{12}^M}(x) = \sin \theta_{12}$ ,

podem-se determinar todas as probabilidades de transições dos antineutrinos. No apêndice B estão listadas todas as probabilidades. A probabilidade média de sobrevivência de antineutrinos eletrônicos é

$$\begin{aligned} \langle \overline{P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e}^T}(x) \rangle &= \frac{1}{16} \left\{ 9 + 16 \left( \frac{1}{2} - \overline{P_C^L} \right) \cos 2\theta_{12} \cos^4 \theta_{13} + \right. \\ &\left. - \cos 2\theta_{13} (4 - 3 \cos 2\theta_{13}) - 3 \sin^2 2\theta_{13} \right\}. \end{aligned} \quad (3.167)$$

Também neste caso a probabilidade de cruzamento para densidades baixas é nula, pois a região onde acontece à ressonância não é fisicamente acessível. Por isto, esta probabilidade não varia com o espectro de energia dos neutrinos. Para os valores  $\sin^2 2\theta_{12} = 0.86$  e  $\cos 2\theta_{13} = 1$  esta probabilidade de sobrevivência tem um limite de

$$\langle \overline{P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e}^T}(x) \rangle = \cos^2 \theta_{12} = 0,69. \quad (3.168)$$

Esse resultado indica que não todos os antineutrinos eletrônicos produzidos na etapa de esfriamento da proto-estrela de nêutrons chegam à superfície da estrela. Este é um efeito devido às mudanças que experimenta do ângulo de mistura efetivo na matéria enquanto que os neutrinos viajam pela matéria.

O fato que  $\langle \overline{P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e}^T}(x) \rangle$  não varie com o perfil de densidade, o parâmetro  $C$  da equação (3.54), indica que os antineutrinos não fornecem informação sobre o perfil de densidade do remanescente da estrela para o caso de hierarquia normal.

### 3.6 Oscilações de neutrinos no interior da estrela para hierarquia invertida

O caso de hierarquia invertida corresponde ao caso de  $\Delta m_{31}^2 < 0$  e pelo tanto,  $m_{\nu_2} > m_{\nu_1} > m_{\nu_3}$ . Para estudar este caso calculamos os autovalores do Hamiltoniano efetivo dado na equação (3.22), veja a figura (3.19). De análise desta figura podemos concluir que:

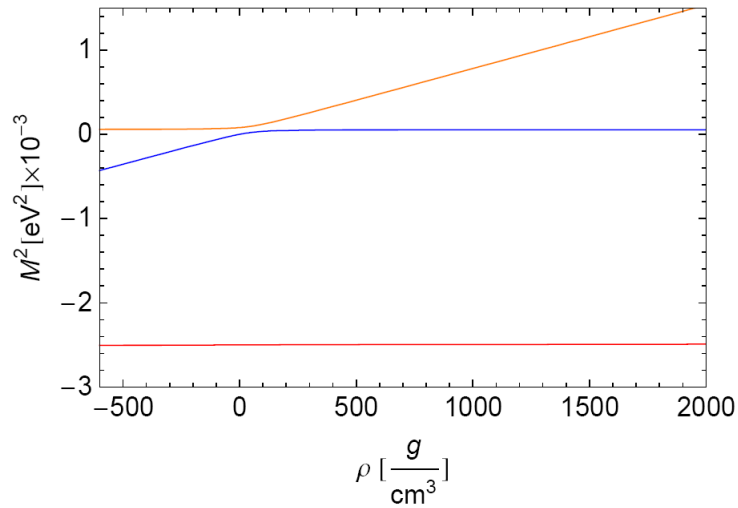


Figura 3.19: Autovalores do Hamiltoniano efetivo (3.22) para o caso de hierarquia invertida.

- existe somente uma zona de ressonância e está na região de densidades baixas,
- a ressonância acontecerá se  $A_{CC} \propto \Delta m_{\odot}^2$ , comparar com a figura (3.3),
- o autovalor associado ao estado mais leve se propagara livremente. Para o caso de hierarquia invertida é o estado  $\nu_3$ ,
- o autovalor do estado mais pesado deve ser o estado  $\nu_2$ .

Isto nos leva a concluir que a descrição feita para o caso de neutrinos propagando-se na região de densidades baixas, seção (3.3.4), se ajusta a esta descrição. A única modificação que tem ser feita é ter em conta que agora estamos trabalhando com hierarquia invertida,  $\Delta m_{31}^2 < 0$ .

As modificações dos ângulos de mistura devido aos efeitos do potencial efetivo dos neutrinos estão dados por

$$\cos 2v_{12}^M(x) = \frac{\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta_{12} - A_{CC} \cos^2 \theta_{13}}{\Delta m_{M21}^2(I)} \quad (3.169)$$

$$\text{sen} 2v_{12}^M(x) = \frac{\Delta m_{21}^2 \text{sen} 2\theta_{12}}{\Delta m_{M21}^2(I)} \quad (3.170)$$

onde  $\Delta m_{M21}^2(I)$  é a diferença quadrática de massa efetiva na matéria para densidades baixas e hierarquia invertida,

$$\Delta m_{M21}^2(I) = \sqrt{(\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta_{12} - A_{CC} \cos^2 \theta_{13})^2 + (\Delta m_{21}^2 \text{sen} 2\theta_{12})^2}. \quad (3.171)$$

estas são as mesmas expressões dadas nas equações (3.109-3.111).

A probabilidade de cruzamento esta dada na equação (3.124),

$$P_C^L = \frac{\exp(-\frac{\pi}{2}\gamma_R^L F) - \exp(-\frac{\pi}{2}\gamma_R^L \frac{F}{\text{sen}^2\theta_{12}})}{1 - \exp(-\frac{\pi}{2}\gamma_R^L \frac{F}{\text{sen}^2\theta_{12}})}. \quad (3.172)$$

A propagação pela única zona de ressonância existente para neutrinos com hierarquia invertida é também feito de forma adiabática,  $\gamma_R^L > 1$ , ver a figura (3.13), como no caso de hierarquia normal.

A média da probabilidade total de transição pela única zona de ressonância está dada na equação (3.132), mas deve-se mudar a condição inicial que se usou naquele caso específico. em lugar de  $[U_M^H(y^i)]_{\alpha\alpha}$  se tem que trabalhar com  $[U_M^L(x^i)]_{\alpha\alpha}$ . Com isto, e as condições para a conservação da probabilidade, equações (3.135-3.133), a probabilidade média total fica

$$\begin{aligned} \langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}^T(x) \rangle &= \sum_i |[U_M^L(x)]_{\beta i}|^2 |[U_M^L(x^i)]_{\alpha i}|^2 + \\ &- P_C^L \left\{ |[U_M^L(x)]_{\beta 1}|^2 - |[U_M^L(x)]_{\beta 2}|^2 \right\} \left\{ |[U_M^L(x^i)]_{\alpha 1}|^2 - |[U_M^L(x^i)]_{\alpha 2}|^2 \right\}. \end{aligned} \quad (3.173)$$

Os valores dos ângulos de mistura nos pontos inicial,  $x^i$ , e final  $x$ , são:

- $x^i$  corresponde a  $\rho \rightarrow \infty \Rightarrow \cos v_{12}^M(x^i) = 0$  e  $\text{sen} v_{12}^M(x^i) = 1$ ,
- $x$  corresponde a  $\rho \rightarrow 0 \Rightarrow \cos 2v_{12}^M(x) = \cos 2\theta_{12}$  e  $\text{sen} 2v_{12}^M(x) = \text{sen} 2\theta_{12}$ .



A probabilidade total de sobrevivência de um  $\nu_e$  para o caso de hierarquia invertida é

$$\langle \overline{P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e}^T}(x) \rangle = \frac{1}{16} \left\{ 9 - 16 \left( \frac{1}{2} - \overline{P_C^L} \right) \cos 2\theta_{12} \cos^4 \theta_{13} + \right. \\ \left. - \cos 2\theta_{13} (4 - 3 \cos 2\theta_{13}) - 3 \sin^2 2\theta_{13} \right\}. \quad (3.174)$$

Como a transição pela zona de ressonância é adiabática, facilmente se pode calcular a porcentagem de  $\nu_e$  que chegam à superfície da estrela:

$$\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^T(x) \rangle = \sin^2 \theta_{12} = 0.31, \quad (3.175)$$

para  $\sin^2 2\theta_{12} = 0.86$  e  $\cos 2\theta_{13} = 1$ . Assim, se produzem oscilações de neutrinos eletrônicos a outros sabores quando eles passam pela zona de ressonância adiabaticamente, mas como a zona de ressonância fica perto da superfície da estrela, ver a figura (3.19), os neutrinos eletrônicos não conseguem passar por toda a zona de ressonância. Este explicaria o porque sobrevivem muito neutrinos eletrônicos no caso de hierarquia inversa. Todas as probabilidades de transições para o caso de neutrinos e hierarquia inversa estão no apêndice (C).

### 3.7 Oscilações de antineutrinos no interior da estrela para hierarquia invertida

Para estudar este caso desenhamos os autovalores do Hamiltoniano efetivo da equação (3.22) para  $\Delta m_{31}^2 < 0$  e  $\overline{A_{CC}} = -A_{CC}$ , veja a figura (3.20). Observa-se que:

- existe uma zona de ressonância para densidades altas e está zona esta governada pela escala atmosférica,  $\Delta m_{Atm}^2$ ,
- existe uma zona de ressonância perto de  $\rho = 0$ , mas para densidades negativas. Isto regime não tem sentido físico, mas vamos a estudar o efeito sobre os parâmetros efetivos dos neutrinos à medida que eles se aproximam à superfície da estrela,
- o estado mais pesado se propaga livremente na região de densidades altas. Para hierarquia invertida o estado mais pesado é  $\bar{\nu}_2$ ,
- o estado mais leve se propaga livremente na região de densidades baixas. Para hierarquia invertida o estado mais leve é  $\bar{\nu}_3$ .

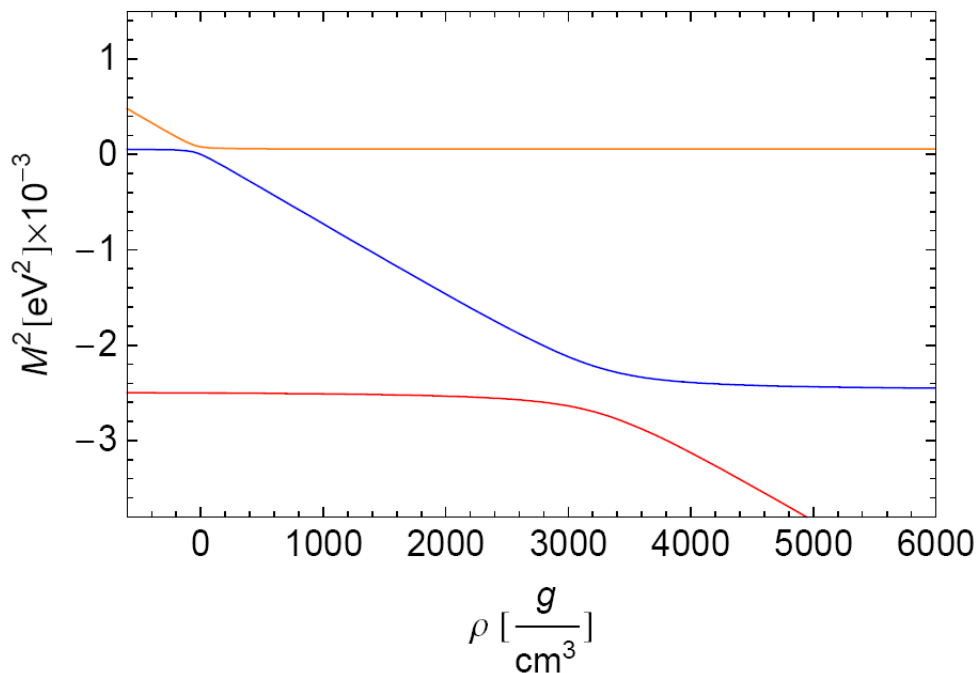


Figura 3.20: Autovalores do Hamiltoniano efetivo (3.22) para o caso de antineutrinos e hierarquia invertida.

A descrição feita para o caso de neutrinos e hierarquia normal, seção (3.3), se ajusta a estes casos, mas é preciso levar em consideração as características próprias de esta propagação.

### 3.7.1 Densidades Altas

Considerando que a hierarquia é inversa e que estamos estudando a propagação dos antineutrinos, não é preciso definir a rotação dada na equação (3.32), pois a equação de evolução da amplitude, equação (3.28), está na forma adequada para descrever a evolução da amplitude de antineutrinos no caso de hierarquia inversa, ou seja, o estado mais pesado deve estar associado a  $\bar{\nu}_2$  e o efeito MSW é entre os outros estados, compare-se à figura (3.20) para o

caso de densidades altas com a seguinte equação de evolução.

$$i \frac{d}{dx} \overline{\Psi}_\alpha = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} -|\Delta m_{31}^2| s_{13}^2 - A_{CC}(x) & 0 & -|\Delta m_{31}^2| s_{13} c_{13} \\ 0 & \Delta m_{21}^2 c_{12}^2 & 0 \\ -|\Delta m_{31}^2| s_{13} c_{13} & 0 & -|\Delta m_{31}^2| c_{13}^2 \end{pmatrix} \overline{\Psi}_\alpha. \quad (3.176)$$

A matriz que diagonaliza a matriz Hamiltoniano efetiva para este caso é

$$\overline{U}_{13}^M = \begin{pmatrix} \cos \overline{v}_{13}^M(x) & 0 & \sin \overline{v}_{13}^M(x) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \overline{v}_{13}^M(x) & 0 & \cos \overline{v}_{13}^M(x) \end{pmatrix}. \quad (3.177)$$

As equações que descrevem as modificações ao ângulo de mistura no vácuo e a diferença quadrática de massa, respectivamente as equações (3.50, 3.51) e (3.41), são:

$$\overline{\sin 2v_{13}^M}(x) = \frac{\Delta m_{31}^2 \overline{\sin 2\theta_{13}}}{\Delta m_{M31}^2(I)(x)} \quad (3.178)$$

$$\overline{\cos 2v_{13}^M}(x) = \frac{\Delta m_{31}^2 \overline{\cos 2\theta_{13}} + A_{CC}(x)}{\Delta m_{M31}^2(I)(x)} \quad (3.179)$$

$$\overline{\Delta m_{M31}^2(I)(x)} = \sqrt{(|\Delta m_{31}^2| \overline{\cos 2\theta_{13}} - A_{CC}(x))^2 + (|\Delta m_{31}^2| \overline{\sin 2\theta_{13}})^2}. \quad (3.180)$$

A matriz de mistura que relaciona os estados de sabor com os estados de massa na matéria é

$$[\overline{U}_M^H(y)]_{\beta k} = [\mathbb{R}_{23}]_{\beta p} [\overline{U}_{13}^H(y)]_{pk} \quad (3.181)$$

e relação entre as amplitudes de transição é

$$\overline{\psi}_{\alpha\beta}(y) = [\overline{U}_M^H(y)]_{\beta p} \overline{\phi}_{\alpha p}^M(y). \quad (3.182)$$

O parâmetro de adiabaticidade fica o mesmo, comparar com a equação (3.53):

$$\overline{\gamma^H} \equiv \frac{\overline{\Delta m_{M31}^2(I)(x)}}{4E |\overline{dv_{13}^M}(x)/dx|} = \frac{(\overline{\Delta m_{M31}^2(I)(x)})^2}{2E \overline{\sin 2v_{13}^M}(x) |dA_{CC}(x)/dx|} \quad (3.183)$$

pelo tanto, os análises feitos das figuras (3.4), (3.5) e (3.9) continuam sendo validas

### 3.7.2 Densidades Baixas

Para este caso a região de ressonância não é fisicamente acessível, mas estudaremos os efeitos que pode induzir sobre os parâmetros dos antineutrinos quando a densidades é próxima de zero.

Para o caso de antineutrinos e hierarquia invertida, o Hamiltoniano efetivo da equação (3.106) tem a estrutura requerida: o estado mais leve,  $\bar{\nu}_3$ , se propaga livremente e os outros estados experimentam o efeito MSW. Compare-se a figura (3.20) como o seguinte Hamiltoniano efetivo no caso de densidades baixas:

$$\overline{\mathcal{H}}_F^0 = \begin{pmatrix} \Delta m_{21}^2 c_{12} & \Delta m_{21}^2 s_{12} c_{12} & 0 \\ \Delta m_{21}^2 s_{12} c_{12} & -A_{CC}(x) c_{13}^2 + \Delta m_{21}^2 s_{12}^2 & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta m_{31}^2 \end{pmatrix} \quad (3.184)$$

Assim, a matriz de mistura efetiva na matéria entre estados de sabor e estados de massa na matéria é

$$[\overline{U}_M^L(x)]_{\beta p} = [\mathbb{R}_{23}\mathbb{R}_{13}]_{\beta k} [\overline{U}_{12}^M(x)]_{kp}, \quad (3.185)$$

a matriz que representa as modificações do ângulo de mistura  $\theta_{12}$  devido a efeitos de matéria,  $[\overline{U}_{12}^M(x)]_{lp}$ , é

$$[\overline{U}_{12}^M(x)]_{lp} = \begin{pmatrix} \cos \overline{v}_{12}^M & \sin \overline{v}_{12}^M & 0 \\ -\sin \overline{v}_{12}^M & \cos \overline{v}_{12}^M & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.186)$$

O ângulo efetivo na matéria  $\overline{v}_{12}^M$  é

$$\cos 2\overline{v}_{12}^M(x) = \frac{\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta_{12} + A_{CC} \cos^2 \theta_{13}}{\Delta m_{M21}^2(I)(x)} \quad (3.187)$$

$$\sin 2\overline{v}_{12}^M(x) = \frac{\Delta m_{21}^2 \sin 2\theta_{12}}{\Delta m_{M21}^2(I)(x)} \quad (3.188)$$

com a diferença quadrática de massa efetiva na matéria para densidades baixas no caso de antineutrinos e hierarquia invertida

$$\overline{\Delta m_{M21}^2(I)(x)} = \sqrt{(\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta_{12} + A_{CC} \cos^2 \theta_{13})^2 + (\Delta m_{21}^2 \sin 2\theta_{12})^2}. \quad (3.189)$$

A probabilidade de cruzamento é

$$\overline{P}_C^L = \frac{\exp(-\frac{\pi}{2}\overline{\gamma}_R^L F) - \exp(-\frac{\pi}{2}\overline{\gamma}_R^L \frac{F}{\sin^2 \theta_{12}})}{1 - \exp(-\frac{\pi}{2}\overline{\gamma}_R^L \frac{F}{\sin^2 \theta_{12}})}, \quad (3.190)$$

com

$$\overline{\gamma}_R^L = \frac{\overline{\Delta m_{M21}^2(x)}}{4E|d\overline{v}_{12}^M(x)/dx|} = \frac{(\overline{\Delta m_{M21}^2(x)})^2}{2E \sin 2\overline{v}_{12}^M(x) \cos^2 \theta_{13} |dA_{CC}(x)/dx|}. \quad (3.191)$$

### 3.7.3 Probabilidade Total

A probabilidade total tem a mesma forma que a probabilidade total para o caso de neutrinos e hierarquia normal, equação (3.147),

$$\langle \overline{P_{\nu_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta}^T}(x) \rangle = \sum_{abc} |[\overline{U_M^L(x)}]_{a\beta}|^2 |L_{ba}|^2 |G_{cb}|^2 |[\overline{U_M^H(x^i)}]_{c\alpha}|^2. \quad (3.192)$$

Desta vez, as probabilidades de cruzamento na ressonância para densidades altas,  $|G_{cb}|^2$ , tem atribuições diferentes:

$$|G_{2i}|^2 = \delta_{2i} \quad (3.193)$$

$$|G_{11}|^2 = |G_{33}|^2 = 1 - \overline{P_C^H} \quad (3.194)$$

$$|G_{31}|^2 = |G_{13}|^2 = \overline{P_C^H}, \quad (3.195)$$

para as probabilidades de cruzamento na ressonância para densidades baixas tem a mesma forma das expressões (3.148-3.150)

$$|L_{3i}|^2 = \delta_{3i} \quad (3.196)$$

$$|L_{11}|^2 = |L_{22}|^2 = 1 - \overline{P_C^L} \quad (3.197)$$

$$|L_{21}|^2 = |L_{12}|^2 = \overline{P_C^L}. \quad (3.198)$$

Com isto, a probabilidade média total para o caso de antineutrinos e hierarquia inversa, equação(3.192), ficam:

$$\begin{aligned} \langle \overline{P_{\nu_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta}^T}(x) \rangle &= \sum_a |[\overline{U_M^L(x)}]_{\beta a}|^2 |[\overline{U_M^H(x^i)}]_{\alpha a}|^2 + \\ &- \overline{P_C^L} \left\{ |[\overline{U_M^L(x)}]_{\beta 1}|^2 - |[\overline{U_M^L(x)}]_{\beta 2}|^2 \right\} \left\{ |[\overline{U_M^H(x^i)}]_{\alpha 1}|^2 - |[\overline{U_M^H(x^i)}]_{\alpha 2}|^2 \right\} + \\ &- \overline{P_C^H} \left\{ |[\overline{U_M^L(x)}]_{\beta 1}|^2 - |[\overline{U_M^L(x)}]_{\beta 3}|^2 \right\} \left\{ |[\overline{U_M^H(x^i)}]_{\alpha 1}|^2 - |[\overline{U_M^H(x^i)}]_{\alpha 3}|^2 \right\} + \\ &- \overline{P_C^L P_C^H} \left\{ |[\overline{U_M^L(x)}]_{\beta 1}|^2 - |[\overline{U_M^L(x)}]_{\beta 2}|^2 \right\} \left\{ |[\overline{U_M^H(x^i)}]_{\alpha 1}|^2 - |[\overline{U_M^H(x^i)}]_{\alpha 3}|^2 \right\} \end{aligned} \quad (3.199)$$

Os valores dos ângulos de mistura efetivo na matéria para os casos de  $x^i$  e  $x$  são

- $\rho \rightarrow \infty \Rightarrow \cos 2v_{13}^M(x^i) \rightarrow -1$  e  $\sin 2v_{13}^M(x^i) \rightarrow 0$  pelo qual  $\sin v_{13}^M(x^i) \rightarrow 1$  e  $\cos v_{13}^M(x^i) \rightarrow 0$
- $\rho \rightarrow 0 \Rightarrow \cos 2v_{12}^M(x) \rightarrow \cos 2\theta_{12}$  e  $\sin 2v_{12}^M(x) \rightarrow \sin 2\theta_{12}$ .

A Probabilidade de sobrevivência dos antineutrinos eletrônicos para o caso de hierarquia invertida é:

$$\langle \overline{P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e}^T}(x) \rangle = \frac{1}{4} \left\{ 2 - \overline{P_C^H} \left[ 1 - 4 \left( \frac{1}{2} + \overline{P_C^L} \right) \cos 2\theta_{12} \cos^2 \theta_{13} \right] - (2 - 3\overline{P_C^H}) \cos 2\theta_{13} \right\}. \quad (3.200)$$

O comportamento de esta probabilidade com a energia dos neutrinos esta dada na figura (3.21). Da figura (3.21) de pode concluir a seguinte:

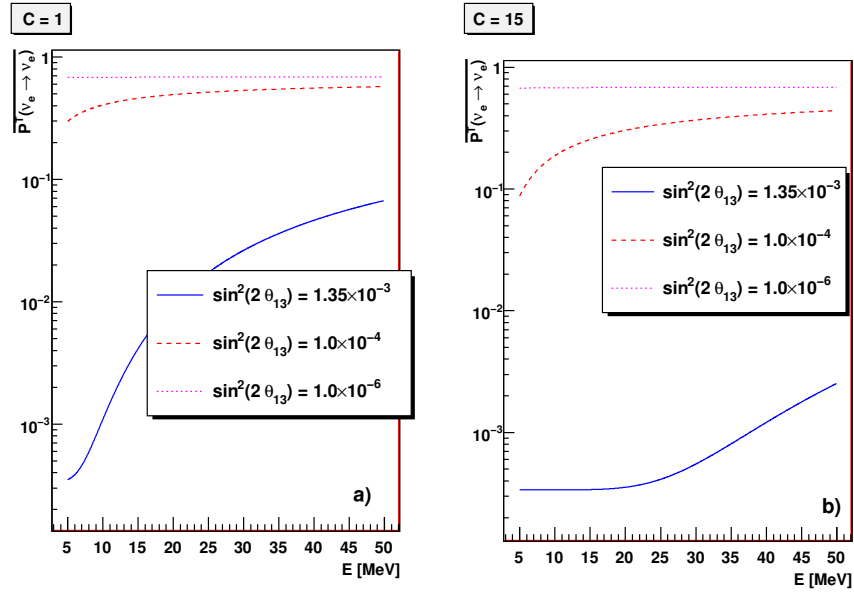


Figura 3.21: Probabilidade de sobrevivência dos  $\bar{\nu}_e$  para hierarquia inversa

- Para qualquer dos três tipos de propagação (adiabática ou não-adiabático ou violação parcial da adiabaticidade) na região de densidades altas, se observa oscilação de  $\bar{\nu}_e$ . Pelo tanto, o sistema se comporta como si propaga-se adiabaticamente por uma única região de ressonância efetiva.
- Esta propagação tem um grau de adiabaticidade que dependera do tipo de propagação na região de densidades altas. O caso mais adiabático é quando os  $\bar{\nu}_e$  se propagam adiabaticamente pela zona de ressonância de densidades altas, o caso menos adiabático, na propagação pela zona de ressonância efetiva, corresponde ao caso de uma propagação não-adiabático pela zona de ressonância de densidades altas.

- A Probabilidade de sobrevivência aumenta com a energia e diminui com o parâmetro  $C$ .

As probabilidades médias de transição para os outros tipos de transições estão no apêndice (D).

### 3.8 Conclusões parciais

- O ângulo de mistura  $\theta_{13}$  desempenha um papel preponderante na propagação dos neutrinos no remanescente de uma estrela, pois modificara o tipo de propagação dos neutrinos na região de densidades altas. Esta propagação pode ser adiabática ou não-adiabático ou uma propagação que viola parcialmente a adiabaticidade.
- A existência de duas zonas de ressonância bem diferenciáveis é devido á hierarquia nas diferenças quadráticas das massas,  $\Delta m_{Atm}^2 \gg \Delta m_{\odot}^2$ . Isto conduza a que se poda estudar cada zona de ressonância independentemente.
- A presença das zonas de ressonância na SN dependera do tipo de hierarquia nas massas dos neutrinos e do potencial efetivo dos neutrinos eletrônicos (ou antineutrinos).
- As probabilidades de sobrevivência dos  $\nu_e$  ou  $\bar{\nu}_e$  dependera fortemente de  $\theta_{13}$  e a hierarquia nas massas dos neutrinos.
- As probabilidades em os caso de  $\nu_e$  para hierarquia normal e  $\bar{\nu}_e$  para hierarquia invertida aumentam com a energia e diminuem ao aumentar o parâmetro  $C$  do perfil de densidades considerado neste estudo.
- As probabilidades médias de sobrevivência para o caso de hierarquia invertida para os  $\nu_e$  e  $\bar{\nu}_e$  são maiores que as probabilidades de sobrevivência para aqueles neutrinos no caso de hierarquia normal. Isto é devido à presença das zonas de ressonância.

# Capítulo 4

## Fluxo de neutrinos nos detectores

No capítulo 3 calculamos a probabilidade total de transição para um neutrino na proto-estrela de nêutrons com estado de sabor  $\alpha$ ,  $\nu_\alpha$ , chegar à superfície da SN com um estado de sabor  $\beta$ ,  $\nu_\beta$ . Para fazer isto consideramos que a propagação na matéria é através de todos os estados de massa na matéria,  $\nu_a^M$ . Este tipo de consideração nos leva ao efeito MSW. Este efeito sugere que os ângulos de mistura no vácuo e as diferenças quadráticas das massas dos estados de massa vão a experimentar modificações na matéria. Estas modificações são devidas ao potencial efetivo de interação dos neutrinos eletrônicos (ou antineutrinos eletrônicos) com a matéria. Outra característica do efeito MSW é que existe uma probabilidade de cruzamento entre estados de massa na matéria onde às diferenças quadráticas de massas na matéria atingem o valor mínimo, a zona de ressonância. Estes dois feitos são a característica principal do MSW e modificam bastante a probabilidade de oscilação dos neutrinos.

Um ponto importante no cálculo da probabilidade total de transição de neutrinos é a hierarquia nas diferenças quadrática de massas que existe nos experimentos de oscilações de neutrinos,  $\Delta m_{Atm}^2 \gg \Delta m_\odot^2$  e  $U_{e3}^2 \ll 1$ . Esta hierarquia faz com que existam duas zonas de ressonância nas SN. Estas zonas de ressonância estão bem diferenciadas, pois ocorrem para regimes de densidades bem diferentes. Assim, a hierarquia nas diferenças quadrática de massa levam à existência de duas zonas de ressonância e uma hierarquia nas densidades. Se a esse fato lhe acrescentamos o caso que não temos conhecimento do ponto de produção dos neutrinos na proto-estrela de nêutrons, pelo tanto temos que calcular a média da probabilidade e a probabilidade média total de transições de neutrinos pode ser fatorada em



duas probabilidades. Cada um de esses fatores corresponderia a um problema físico ideal e independente do outro para cada uma das zonas de ressonância.

Neste capítulo calcularemos o fluxo de neutrinos na Terra. Para isto aproveitaremos que a probabilidade média total na SN pode ser expressa como o produto de probabilidades independentes. Com o objetivo de ilustrar isto fizemos um diagrama didático no cálculo do fluxo de estados de massa na superfície da SN, pois a propagação desde a superfície da SN a Terra é mais simples se é feita em termos de estados de massa, com a suposição que os estados de massa se propagam independentes no vácuo. Não estudamos os efeitos de matéria devidos a Terra.

## 4.1 Cálculo didático das probabilidades médias

As probabilidades médias totais dadas nas equações (3.154), (3.166), (3.173) e (3.199) podem ser calculadas simplesmente através de um diagrama do tipo dado na figura (4.1). Este diagrama é para o caso de neutrinos propagando-se por a SN e a hierarquia das massas dos estados de massa é normal. Para poder construir esses diagramas é preciso de:

- Ter em conta a existência de uma ou de duas zonas de ressonância,  $\rho_R^H$  e/ou  $\rho_R^L$ . Este depende do tipo de hierarquia e do tipo de partícula, partícula ou antipartícula.
- Projetar os estados de sabor nos estados de massa na matéria, a matriz de projeção é do tipo  $[U_M^X(x)]_{\alpha j}$ ,
- Conhecer quais estados de massa na matéria participam nas zonas de ressonância e quais propagam-se livremente, ver figuras (3.3), (3.18), (3.19) e (3.20),
- Atribuir uma probabilidade de cruzamento,  $P_C$ , aos estados de massa que participam nas zonas de ressonância. A probabilidade de haver transição de estados de massa é  $P_C$  e de não haver transição é  $1 - P_C$ .

Vamos a mostrar de forma parcial como calcular a probabilidade média total, por exemplo, a probabilidade dada pela equação (3.154). Da figura (4.1) consideremos o estado de massa  $\nu_1^M$ , linhas superiores (amarelas) no diagrama. Este estado se propaga livremente

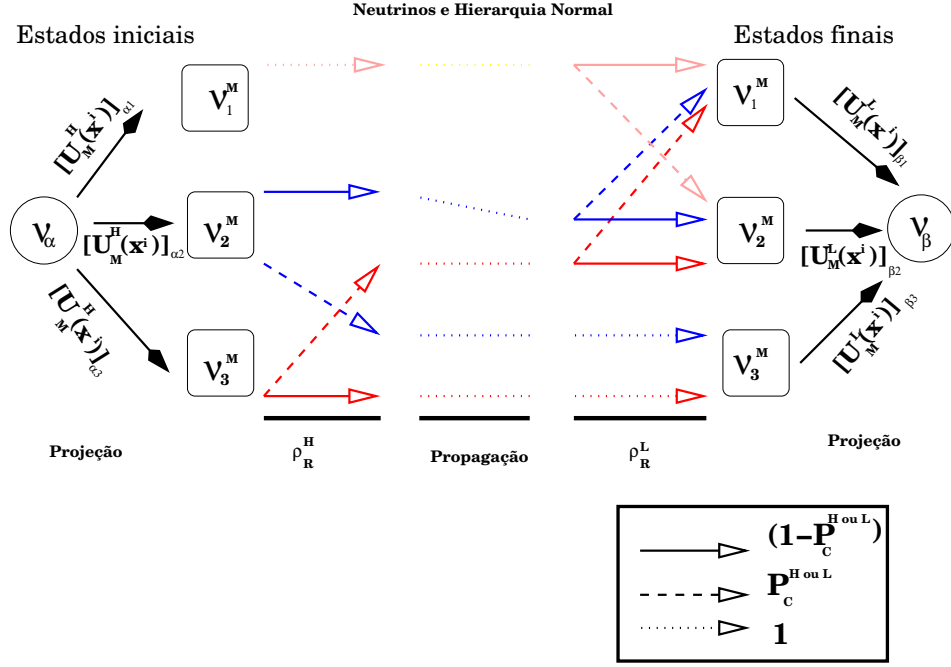


Figura 4.1: Esquema de transições de neutrinos na SN para hierarquia normal. Os estados de sabores inicial e final estão dentro dos círculos. As caixas representam os estados de propagação na matéria. As linhas pontilhadas ou pontilhadas com flechas indicam propagação livre na matéria ou na zona de ressonância. As linhas com flecha indica transições entre estados de matéria nas zonas de ressonância.

pela região de ressonância de densidades altas,  $\rho_R^H$ . Já na região de ressonância de densidades baixas,  $\rho_R^L$ , ele tem uma probabilidade  $1 - P_C^L$  de continuar sendo estado  $\nu_1^M$  (a flecha cheia horizontal amarela) ou uma probabilidade de  $P_C^L$  de pular ao estado  $\nu_2^M$  (a flecha tracejada diagonal amarela). Pelo tanto, a contribuição á probabilidade média total à transição  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$  da projeção do um estado  $\nu_\alpha$  em um estado  $\nu_1^M$  é:

$$|[U_M^H(x^i)]_{\alpha 1}|^2 |[U_M^L(x)]_{\beta 1}|^2 (1 - P_C^L) + P_C^L |[U_M^H(x^i)]_{\alpha 1}|^2 |[U_M^L(x)]_{\beta 2}|^2 \quad (4.1)$$

onde  $|[U_M^H(x^i)]_{\alpha 1}|^2$  indica a porcentagem inicial de estados  $\nu_1^M$  no estado inicial  $\nu_\alpha$ , a porcentagem de estados  $\nu_2^M$  que chegam á superfície da SN como estado final  $\nu_\beta$  é  $|[U_M^L(x)]_{\alpha 2}|^2$ . Considerando a propagação dos outros estados de matéria se chega à expressão (3.154). Fazendo um estudo análogo para os outros tipos de casos (antineutrinos, hierarquia invertida) se consegue mostrar as equações (3.166), (3.173) e (3.199).

## 4.2 Fluxos para hierarquia normal

Para calcular os fluxos de neutrinos de SN na superfície da Terra fizemos o mesmo estudo feito por Dighe e Smirnov [23]. Esse estudo esta baseada no conhecimento da função que descreve o fluxo inicial de neutrinos de SN.<sup>1</sup> Eles fazem o estudo através do estados de massa na matéria, pois consideraram que os estados de massa no vácuo não vão interferir entre eles. Por esta razão também calculamos os fluxos de neutrinos na Terra em termos de estados de massa.

### 4.2.1 Fluxos de neutrinos na superfície da estrela

Na SN os estados de sabor e de massa estão relacionados pela matriz de mistura na matéria. Para o caso de neutrinos e hierarquia normal esta relação pode ser obtida da transformação dada na equação (3.71):

$$|\nu_1^M\rangle = \cos\theta_{23}|\nu_\mu\rangle - \text{sen}\theta_{23}|\nu_\tau\rangle \quad (4.2)$$

$$|\nu_2^M\rangle = \cos v_{13}^M(x)|\nu_e\rangle - \text{sen}v_{13}^M(x)\text{sen}\theta_{23}|\nu_\mu\rangle - \text{sen}v_{13}^M(x)\cos\theta_{23}|\nu_\tau\rangle \quad (4.3)$$

$$|\nu_3^M\rangle = \text{sen}v_{13}^M(x)|\nu_e\rangle + \cos v_{13}^M(x)\text{sen}\theta_{23}|\nu_\mu\rangle + \cos v_{13}^M(x)\cos\theta_{23}|\nu_\tau\rangle. \quad (4.4)$$

Os neutrinos são criados em regiões de densidades muito altas,  $\rho > \rho_R^H \gg \rho_R^L$  pelo tanto, todos os ângulos de mistura na matéria são totalmente suprimidos, considere-se o caso de  $\rho \rightarrow \infty$  nas expressões (3.50) e (3.51). Assim, as equações (4.2 - 4.4) se reduzem a:

$$|\nu_1^M\rangle = \cos\theta_{23}|\nu_\mu\rangle - \text{sen}\theta_{23}|\nu_\tau\rangle \quad (4.5)$$

$$|\nu_2^M\rangle = -\text{sen}\theta_{23}|\nu_\mu\rangle - \cos\theta_{23}|\nu_\tau\rangle \quad (4.6)$$

$$|\nu_3^M\rangle = |\nu_e\rangle. \quad (4.7)$$

Como os neutrinos não eletrônicos ( $\nu_\mu, \nu_\tau, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau$ ) têm o mesmo potencial de interação de

---

<sup>1</sup>Este fato é discutível, pois dita afirmação somente tem suporte desde ponto de vista computacional. Deve quedar claro que todas estas simulações levam em conta muita da física que conhecemos das áreas da física nuclear, física da relatividade, etc. O problema esta que nos não temos o conhecimento de um sistema tão complexo que envolve muitas áreas da física como é a evolução e morte de uma estrela supermassiva.

corrente neutra fizemos a seguinte definição:

$$|\nu_{\mu'}\rangle \equiv \cos\theta_{23}|\nu_{\mu}\rangle - \sin\theta_{23}|\nu_{\tau}\rangle \quad (4.8)$$

$$|\nu_{\tau'}\rangle \equiv -\cos\theta_{23}|\nu_{\mu}\rangle - \sin\theta_{23}|\nu_{\tau}\rangle. \quad (4.9)$$

Por conseguinte, os estados de sabor,  $\nu_e, \nu'_{\mu}, \nu'_{\tau}$ , coincidem com os estados de massa na matéria:

$$|\nu_1^M\rangle = |\nu_{\mu'}\rangle \quad (4.10)$$

$$|\nu_2^M\rangle = |\nu_{\tau'}\rangle \quad (4.11)$$

$$|\nu_3^M\rangle = |\nu_e\rangle. \quad (4.12)$$

Seguindo a notação da referencia [23], denotaremos o fluxo por  $F^2$ . Denotaremos os neutrinos não eletrônicos por  $\nu_x$  e seus fluxos por  $F_x$ . O fluxo inicial é indicado por  $F^0$ , para os estados de massa  $F_{im}^0$  com  $i = 1, 2, 3$  e para estados de sabor  $F_{\alpha}^0$  com  $\alpha = e, x$ , assim os fluxos originais são

$$F_{1m}^0 = F_x^0 \quad (4.13)$$

$$F_{2m}^0 = F_x^0 \quad (4.14)$$

$$F_{3m}^0 = F_e^0. \quad (4.15)$$

O fluxo dos estados de massa  $\nu_i^M$  na superfície da estrela vai ser denotado por  $F_i$ .

Vamos a calcular o fluxo de estados de massa na superfície da estrela. A dinâmica de transições de estados de massa na matéria esta dado na figura (4.1). Como estamos considerando estados de massa não consideramos as projeções de estados de sabor a estados de massa, os elementos  $[U_M^H(x)]$ .

- As contribuições ao fluxo final de  $|\nu_1^M\rangle$  são :

- Fluxos iniciais de estados  $|\nu_1^M\rangle = |\nu_{\tau'}\rangle$  contribuem com

$$(1 - P_C^L)F_x^0 \quad (4.16)$$

- Fluxos iniciais de estados  $|\nu_2^M\rangle = |\nu_{\mu'}\rangle$  contribuem com

$$(1 - P_C^H)P_C^L F_x^0 \quad (4.17)$$

---

<sup>2</sup>A dependência com a distancia do fluxo será indicada de forma explicita

- Fluxos iniciais de estados  $|\nu_3^M\rangle = |\nu_e\rangle$  contribuem com

$$P_C^H P_C^L F_e^0 \quad (4.18)$$

O fluxo total na superfície da SN de fluxos de  $|\nu_1^M\rangle$  é a soma das contribuições iniciais

$$F_1 = P_C^H P_C^L F_e^0 + (1 - P_C^H P_C^L) F_x^0. \quad (4.19)$$

- As contribuições ao fluxo final de  $|\nu_2^M\rangle$  são :

- Fluxos iniciais de estados  $|\nu_1^M\rangle = |\nu_{\tau'}\rangle$  contribuem com

$$P_C^L F_x^0 \quad (4.20)$$

- Fluxos iniciais de estados  $|\nu_2^M\rangle = |\nu_{\mu'}\rangle$  contribuem com

$$(1 - P_C^H)(1 - P_C^L) F_x^0 \quad (4.21)$$

- Fluxos iniciais de estados  $|\nu_3^M\rangle = |\nu_e\rangle$  contribuem com

$$P_C^H (1 - P_C^L) F_e^0 \quad (4.22)$$

O fluxo total na superfície da SN de fluxos de  $|\nu_2^M\rangle$  é a soma das contribuições

$$F_2 = P_C^H (1 - P_C^L) F_e^0 + (1 - P_C^H) (1 - P_C^L) F_x^0. \quad (4.23)$$

- As contribuições ao fluxo final de  $|\nu_3^M\rangle$  são :

- Fluxos iniciais de estados  $|\nu_1^M\rangle = |\nu_{\tau'}\rangle$  contribuem com

nula

- Fluxos iniciais de estados  $|\nu_2^M\rangle = |\nu_{\mu'}\rangle$  contribuem com

$$P_C^H F_x^0 \quad (4.24)$$

- Fluxos iniciais de estados  $|\nu_3^M\rangle = |\nu_e\rangle$  contribuem com

$$(1 - P_C^H) F_e^0 \quad (4.25)$$

O fluxo total na superfície da SN de fluxos de  $|\nu_3^M\rangle$  é a soma das contribuições

$$F_3 = P_C^H (1 - P_C^H) F_e^0 + P_C^H F_x^0. \quad (4.26)$$

Os fluxos dos três estados de massa na superfície, equações (4.19), (4.23) e (4.26), podem ser compactados em uma única expressão:

$$F_i = a_i F_e^0 + (1 - a_i) F_x^0 \quad (4.27)$$

com

$$a_1 = P_C^H P_C^L, \quad a_2 = P_C^H (1 - P_C^L), \quad a_3 = (1 - P_C^H). \quad (4.28)$$

## 4.2.2 Fluxo de neutrinos na superfície da Terra

Devido à divergência dos pacotes de onda dos estados de massa de neutrinos, vamos a supor que qualquer coerência entre os estados de massa é perdida no percorrido total a Terra. Pelo tanto, os fluxos dados pela equação (4.27) são os mesmos fluxos que chegam à superfície da Terra. Os processos de produção e detecção de neutrinos são através de estados de sabor, portanto é necessário expressar o fluxo final na superfície da Terra em termos de estados de sabor.

Cada estado de sabor dos neutrinos é uma superposição linear de estados de massa. Os coeficientes de esta superposição representam a porcentagem de conteúdo de cada estado de massa no estado de sabor. Assim, cada fluxo de estados de massa final contribuirá com uma porcentagem ao fluxo final de estado de sabor. Para  $\nu_e$ , o fluxo neto na Terra de  $\nu_e$ ,  $F_e$ , é

$$F_e = \sum_i^3 |U_{ei}|^2 F_i, \quad (4.29)$$

onde  $U_{ei}$  são os elementos da matriz de mistura no vácuo, equação, 2.3, e  $F_i$  são os fluxos na superfície da SN, ver a equação (4.27). Já que  $\sum_i |U_{ei}|^2 = 1$ , o fluxo de neutrinos eletrônicos poder ser escrever como

$$F_e = p F_e^0 + (1 - p) F_x^0 \quad (4.30)$$

onde  $p$  se interpreta como probabilidade total de sobrevivência de um  $\nu_e$  e esta expressada em termos da probabilidade de cruzamento tanto da zona de ressonância para densidades altas,

$P_C^H$ , como da probabilidade de cruzamento na zona de ressonância de densidades baixas,  $P_C^L$ . Esta probabilidade total de sobrevivência é dada por:

$$p = \sum_i^3 |U_{ei}|^2 a_i \quad (4.31)$$

com  $a_i$  dada na equação (4.28).

O fluxo total na Terra dos estados  $\nu_\mu, \nu_\tau$  pode ser calculado aproveitando a conservação do fluxo. O fluxo inicial produzido é  $F_e^0 + 2F_x^0$  e o fluxo que chega a Terra é  $F_e + F_\mu + F_\tau$  assim, deve-se cumprir que

$$F_e^0 + 2F_x^0 = F_e + F_\mu + F_\tau. \quad (4.32)$$

Aproveitando a equação (4.30), o fluxo dos estados  $\nu_\mu, \nu_\tau$  é

$$F_\mu + F_\tau = (1 - p)F_e^0 + (1 + p)F_x^0, \quad (4.33)$$

onde a suposição é que experimentalmente não se pode diferenciar um neutrino muônico de um neutrino tauônico,  $\sigma(\nu_\mu p) = \sigma(\nu_\tau p)$ .

### 4.2.3 Fluxos de antineutrinos na superfície da estrela

Para o caso de hierarquia normal, os antineutrinos apresentam uma zona de ressonância, ver a figura (3.18), no regime de densidades baixas. Pelo qual, os fluxos na superfície da estrela ficam em termos somente da probabilidade de cruzamento  $\overline{P_C^L}$ . Para calcular estes fluxos finais temos que conhecer os fluxos iniciais. Neste trabalho, esses fluxos iniciais são expressos em termos dos estados de massa na matéria, pois os estados de sabor iniciais coincidem como os estados de massa já que os ângulos de mistura na matéria são suprimidos no regime de densidades muito altas. Para determinar esta relação, na matriz de mistura na matéria, equação (3.162), consideramos que se  $\rho \rightarrow \infty$ , pelo qual  $\cos \overline{v_{12}^M} = 1$  e  $\cos \overline{v_{13}^M} = 1$  e assim obtemos

$$|\bar{\nu}_1^M\rangle = |\bar{\nu}_e\rangle \quad (4.34)$$

$$|\bar{\nu}_2^M\rangle = |\bar{\nu}_{\mu'}\rangle \quad (4.35)$$

$$|\bar{\nu}_3^M\rangle = -|\bar{\nu}_{\tau'}\rangle, \quad (4.36)$$

o qual indica que os fluxos originais são:

$$\bar{F}_{1m}^0 = F_{\bar{e}}^0 \quad (4.37)$$

$$\bar{F}_{2m}^0 = F_x^0 \quad (4.38)$$

$$\bar{F}_{3m}^0 = F_x^0. \quad (4.39)$$

Para calcular os fluxos de antineutrinos de estados de massa na superfície da SN temos que considerar as contribuições de cada fluxo original no fluxo final de estados de massa na superfície da SN.

- As contribuições ao fluxo final de  $|\bar{\nu}_1^M\rangle$  são :

- Fluxos iniciais de estados  $|\bar{\nu}_1^M\rangle = |\bar{\nu}_e\rangle$  contribuem com

$$(1 - \overline{P_C^L})F_{\bar{e}}^0 \quad (4.40)$$

- Fluxos iniciais de estados  $|\bar{\nu}_2^M\rangle = |\bar{\nu}_{\mu'}\rangle$  contribuem com

$$\overline{P_C^L}F_x^0 \quad (4.41)$$

- Fluxos iniciais de estados  $|\bar{\nu}_3^M\rangle = |\bar{\nu}_{\tau'}\rangle$  contribuem com

nula

O fluxo total na superfície de  $|\bar{\nu}_1\rangle^M$  é

$$\bar{F}_1 = (1 - \overline{P_C^L})F_{\bar{e}}^0 + \overline{P_C^L}F_x^0. \quad (4.42)$$

- As contribuições ao fluxo final de  $|\bar{\nu}_2^M\rangle$  são :

- Fluxos iniciais de estados  $|\bar{\nu}_1^M\rangle = |\bar{\nu}_e\rangle$  contribuem com

$$\overline{P_C^L}F_{\bar{e}}^0 \quad (4.43)$$

- Fluxos iniciais de estados  $|\bar{\nu}_2^M\rangle = |\bar{\nu}_{\mu'}\rangle$  contribuem com

$$(1 - \overline{P_C^L})F_x^0 \quad (4.44)$$



– Fluxos iniciais de estados  $|\bar{\nu}_3^M\rangle = |\bar{\nu}_{\tau'}\rangle$  contribuem com  
nula

O fluxo total na superfície de  $|\bar{\nu}_2\rangle^M$  é

$$\bar{F}_2 = \overline{P_C^L} F_{\bar{e}}^0 + (1 - \overline{P_C^L}) F_x^0. \quad (4.45)$$

- As contribuições ao fluxo final de  $|\bar{\nu}_3^M\rangle$  são somente devidas a  $|\bar{\nu}_{\tau'}\rangle$  e o fluxo na superfície é o mesmo fluxo inicial.

O fluxo total na superfície de  $|\bar{\nu}_3\rangle^M$  é

$$\bar{F}_3 = F_x^0. \quad (4.46)$$

Os fluxos dos três estados de massa na superfície, equações (4.42), (4.42) e (4.42), podem ser compacta-dos em uma única expressão:

$$\bar{F}_i = \bar{a}_i F_{\bar{e}}^0 + (1 - \bar{a}_i) F_x^0 \quad (4.47)$$

com

$$\bar{a}_1 = (1 - \overline{P_C^L}), \quad \bar{a}_2 = \overline{P_C^L}, \quad \bar{a}_3 = 0. \quad (4.48)$$

#### 4.2.4 Fluxo de antineutrinos na superfície da Terra

O fluxo de antineutrinos eletrônicos no detector é dado por

$$F_{\bar{e}} = \sum_i^3 |U_{ei}|^2 \bar{F}_i, \quad (4.49)$$

ou em termos da probabilidade total de sobrevivência de antineutrinos eletrônicos,  $\bar{p}$ ,

$$F_{\bar{e}} = \bar{p} F_{\bar{e}}^0 + (1 - \bar{p}) F_x^0 \quad (4.50)$$

com

$$\bar{p} = (1 - \overline{P_C^L}) |U_{e1}|^2 + \overline{P_C^L} |U_{e2}|^2. \quad (4.51)$$

Da conservação do fluxo se pode calcular o fluxo de  $\bar{\nu}_\mu$  e  $\bar{\nu}_\tau$  na Terra:

$$F_{\bar{e}}^0 + 2F_x^0 = F_{\bar{e}} + F_{\bar{\mu}} + F_{\bar{\tau}} \quad (4.52)$$

$$F_{\bar{\mu}} + F_{\bar{\tau}} = (1 - \bar{p}) F_{\bar{e}}^0 + (1 + \bar{p}) F_x^0. \quad (4.53)$$

O fluxo total na Terra de neutrinos não-eletrônicos ( $\nu_\mu, \nu_\tau, \bar{\nu}_\nu, \bar{\nu}_\tau$ ), equações (4.33) e (4.53), é:

$$4F_x = F_\mu + F_\tau + F_{\bar{\mu}} + F_{\bar{\tau}} \quad (4.54)$$

$$= (1-p)F_e^0 + (1+p)F_x^0 + (1-\bar{p})F_{\bar{e}}^0 + (1+\bar{p})F_x^0 \quad (4.55)$$

$$= (1-p)F_e^0 + (1-\bar{p})F_{\bar{e}}^0 + (2+p+\bar{p})F_x^0. \quad (4.56)$$

Novamente supomos que as seções de espalhamento de todas as espécies de neutrinos não eletrônicos são iguais.

As equações (4.30), (4.50) e (4.56) podem ser sintetizadas em uma forma matricial:

$$\begin{pmatrix} F_e \\ F_{\bar{e}} \\ 4F_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & 0 & 1-p \\ 0 & \bar{p} & 1-\bar{p} \\ 1-p & 1-\bar{p} & 2+p+\bar{p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_e^0 \\ F_{\bar{e}}^0 \\ F_x^0 \end{pmatrix} \quad (4.57)$$

Calculamos os valores da probabilidade total de sobrevivência de neutrinos (antineutrinos),  $p$  ( $\bar{p}$ ) para casos limites nas regiões I, II e III da figura (3.9). Observemos que estas probabilidades estão em termos dos elementos da matriz mistura  $U_{ei}$  e das probabilidades de cruzamento  $P_C$ . Na parametrização de PDG [49], a matriz de mistura é expressa em termos dos ângulos de mistura, para nosso caso os elementos  $U_{ei}$  são:

$$U_{e1} = \cos\theta_{12} \cos\theta_{13} \quad U_{e2} = \sin\theta_{12} \cos\theta_{13} \quad U_{e3} = \sin\theta_{13}. \quad (4.58)$$

No caso que  $\theta_{13}$  seja nulo ou muito pequeno

$$U_{e1} = \cos\theta_\odot \quad U_{e2} = \sin\theta_\odot \quad U_{e3} = 0. \quad (4.59)$$

Das equações (4.31) e (4.28),  $p$  poder ser escrito como

$$p = |U_{e1}|^2 P_C^H P_C^L + |U_{e2}|^2 P_C^H (1 - P_C^L) + |U_{e3}|^2 (1 - P_C^H) \quad (4.60)$$

e  $\bar{p}$ , equação (4.51), fica

$$\bar{p} = (1 - \overline{P_C^L}) |U_{e1}|^2 + \overline{P_C^L} |U_{e2}|^2. \quad (4.61)$$

Como todas as transições pela zona de ressonância baixa são feitas adiabaticamente,  $P_C^L = 0$ , as equações anteriores ficam

$$p \cong |U_{e2}|^2 P_C^H + |U_{e3}|^2 (1 - P_C^H) \quad (4.62)$$

$$\bar{p} = |U_{e1}|^2. \quad (4.63)$$

Com estas probabilidades totais de sobrevivência podemos fazer as seguintes análises:

1 Região I : para valores do ângulo de mistura  $\text{sen}^2 2\theta_{13} > 1 \times 10^{-3}$  a probabilidade de cruzamento é  $P_C^H \approx 0$  pelo qual a propagação pela ressonância é adiabática. ver as curvas de nível na figura (3.9), assim temos que

$$p = |U_{e3}|^2 \quad (4.64)$$

$$\bar{p} \cong |U_{e1}|^2 = \cos^2 \theta_\odot, \quad (4.65)$$

e os fluxos ficam:

$$F_e \approx |U_{e3}|^2 F_e^0 + (1 - |U_{e3}|^2) F_x^0 \approx F_x^0 \quad (4.66)$$

$$F_{\bar{e}} \approx \cos^2 \theta_\odot F_{\bar{e}}^0 + \text{sen}^2 \theta_\odot F_x^0 \quad (4.67)$$

$$4F_x \approx F_e^0 + \text{sen}^2 \theta_\odot F_{\bar{e}}^0 + (2 + \cos^2 \theta_\odot) F_x^0 \quad (4.68)$$

Por conseguinte,

- O fluxo de  $\nu_e$  na Terra está relacionado ao fluxo de neutrinos não-eletrônicos produzidos na SN.
- O fluxo de  $\bar{\nu}_e$  é uma composição de fluxos originais de  $\bar{\nu}_e$  e neutrinos não-eletrônicos
- O fluxo de neutrinos não-eletrônicos  $\nu_x$  é uma composição de fluxos originais de  $\bar{\nu}_e$  e neutrinos não-eletrônicos

2 Região II : para valores do ângulo de mistura  $\theta_{13}$  tal que a probabilidade de transição  $P_C^H$  este no intervalo (0.1 – 0.9) nas curvas de nível da figura (3.9), as probabilidades totais de sobrevivência de  $\nu_e$  e  $\bar{\nu}_e$  ficam

$$p \cong \text{sen}^2 \theta_\odot P_C^H + |U_{e3}|^2 (1 - P_C^H) \quad (4.69)$$

$$\bar{p} \cong \cos^2 \theta_\odot. \quad (4.70)$$

Os Fluxos na Terra são

$$F_e \approx \text{sen}^2 \theta_\odot P_C^H F_e^0 + (1 - \text{sen}^2 \theta_\odot P_C^H) F_x^0$$

$$F_{\bar{e}} \approx \cos^2 \theta_\odot F_{\bar{e}}^0 + \text{sen}^2 \theta_\odot F_x^0$$

$$4F_x \approx (1 - \text{sen}^2 \theta_\odot P_C^H) F_e^0 + \text{sen}^2 \theta_\odot F_{\bar{e}}^0 + (3 - \text{sen}^2 \theta_\odot + \text{sen}^2 \theta_\odot P_C^H) F_x^0 . \quad (4.71)$$

Por conseguinte,

- No fluxo de  $\nu_e$  a informação do fluxo original de  $\nu_e$  pode estar suprimida, dependera do valor de  $P_C^H$ . O fluxo na Terra de  $\nu_e$  também leva informação dos fluxos originais de neutrinos não-eletrônicos .
- O fluxo de  $\bar{\nu}_e$  é uma composição de fluxos originais de  $\bar{\nu}_e$  e neutrinos não-eletrônicos
- O fluxo de neutrinos não-eletrônicos  $\nu_x$  é uma composição de fluxos originais de  $\bar{\nu}_e$  e neutrinos não-eletrônicos

3 Região III : para valores do ângulo de mistura  $\theta_{13}$  tal que  $P_C^H \approx 1$  nas curvas de nível da figura (3.9), existe violação máxima da adiabaticidade, temos que as probabilidades totais de sobrevivência de  $\nu_e$  e  $\bar{\nu}_e$  ficam

$$p \cong \sin^2 \theta_{\odot} \quad (4.72)$$

$$\bar{p} \cong \cos^2 \theta_{\odot}. \quad (4.73)$$

e os fluxos na Terra são

$$\begin{aligned} F_e &\approx \sin^2 \theta_{\odot} F_e^0 + \cos^2 \theta_{\odot} F_x^0 \\ F_{\bar{e}} &\approx \cos^2 \theta_{\odot} F_{\bar{e}}^0 + \sin^2 \theta_{\odot} F_x^0 \\ 4F_x &\approx \cos^2 \theta_{\odot} F_e^0 + \sin^2 \theta_{\odot} F_{\bar{e}}^0 + 3F_x^0 . \end{aligned} \quad (4.74)$$

- Por conseguinte todos os três espectros são compostos e levaram informação dos fluxos de neutrinos originais.

## 4.3 Fluxos para hierarquia invertida

Neste caso os estados de massa  $|\nu_1\rangle$  e  $|\nu_2\rangle$  são os mais pesados e degenerados, ver a figura (3.2) -b). O estado  $|\nu_3\rangle$  é mais leve.

### 4.3.1 Fluxos de neutrinos na superfície da estrela

Para a região de produção de neutrinos consideramos  $\rho \rightarrow \infty$  na matriz de mistura dada pela equação (3.117). Os neutrinos para esta hierarquia somente têm uma região de ressonância e ela esta na região de densidades baixas, ver a figura (3.19). Assim, no local de

produção dos neutrinos os ângulos de mistura na matéria são

$$\cos v_{12}^M = 0, \quad \text{sen}v_{12}^M = 1, \quad \cos \theta_{13} = 1 \quad \text{e} \quad \text{sen}\theta_{13} = 0 \quad (4.75)$$

pelo qual os estados iniciais são:

$$|\nu_1^M\rangle = -|\nu_{\mu'}\rangle \quad (4.76)$$

$$|\nu_2^M\rangle = |\nu_e\rangle \quad (4.77)$$

$$|\nu_3^M\rangle = |\nu_{\tau'}\rangle \quad (4.78)$$

onde utilizamos as definições dadas nas equações (4.8) e (4.9).

Ao igual que no caso de hierarquia normal, para a calcular as contribuições a cada de estado massa final consideramos o diagrama da dinâmica das transições. Para este caso de hierarquia invertida e neutrinos o diagrama está dado na figura (4.2).

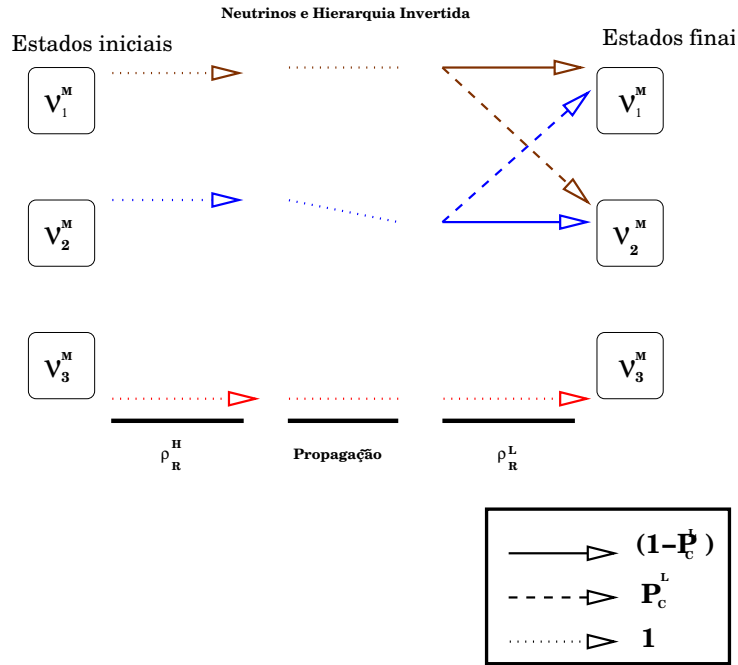


Figura 4.2: Diagrama da dinâmica das transições para o caso de neutrinos e hierarquia invertida.

- As contribuições ao fluxo final de  $|\nu_1^M\rangle$  são :

– Fluxos iniciais de estados  $|\nu_1^M\rangle = |\nu_{\mu'}\rangle$  contribuem com

$$(1 - P_C^L)F_x^0 \quad (4.79)$$

– Fluxos iniciais de estados  $|\nu_2^M\rangle = |\nu_e\rangle$  contribuem com

$$P_C^L F_e^0 \quad (4.80)$$

– Fluxos iniciais de estados  $|\nu_3^M\rangle = |\nu_{\tau'}\rangle$  contribuem com

nula

O fluxo total na superfície de  $|\nu_1^M\rangle$  é

$$F_1 = P_C^L F_e^0 + (1 - P_C^L)F_x^0 \quad (4.81)$$

• As contribuições ao fluxo final de  $|\nu_2^M\rangle$  são :

– Fluxos iniciais de estados  $|\nu_1^M\rangle = |\nu_{\mu'}\rangle$  contribuem com

$$P_C^L F_x^0 \quad (4.82)$$

– Fluxos iniciais de estados  $|\nu_2^M\rangle = |\nu_e\rangle$  contribuem com

$$(1 - P_C^L)F_e^0 \quad (4.83)$$

– Fluxos iniciais de estados  $|\nu_3^M\rangle = |\nu_{\tau'}\rangle$  contribuem com

nula

O fluxo total na superfície de  $|\nu_2^M\rangle$  é

$$F_2 = (1 - P_C^L)F_e^0 + P_C^L F_x^0 \quad (4.84)$$

• As contribuições ao fluxo final de  $|\nu_3^M\rangle$  são :

– Fluxos iniciais de estados  $|\nu_1^M\rangle = |\nu_{\mu'}\rangle$  contribuem com

nula

– Fluxos iniciais de estados  $|\nu_2^M\rangle = |\nu_e\rangle$  contribuem com  
nula

– Fluxos iniciais de estados  $|\nu_3^M\rangle = |\nu_{\tau'}\rangle$  contribuem com

$$F_x^0 \quad (4.85)$$

O fluxo total na superfície de  $|\nu_3^M\rangle$  é

$$F_3 = F_x^0. \quad (4.86)$$

As expressões (4.81), (4.84) e (4.86) podem ser escritas em forma compacta

$$F_i = a_i F_e^0 + (1 - a_i) F_x^0 \quad (4.87)$$

com

$$a_1 = P_C^L \quad a_2 = (1 - P_C^L) \quad e \quad a_3 = 0. \quad (4.88)$$

### 4.3.2 Fluxo de neutrinos na superfície da Terra

Os fluxos na Terra dos estados de sabor podem ser calculados levando em conta a porcentagem que cada estado de massa contribui em cada estado de sabor. Para o caso de  $\nu_e$

$$F_e = \sum_i^3 |U_{ei}|^2 F_i. \quad (4.89)$$

para os  $F_i$  dados na equação (4.87). Estes fluxos podem ser expressos em termos das probabilidades total de sobrevivência dos neutrinos eletrônicos,  $p$ ,

$$F_e = p F_e^0 + (1 - p) F_x^0 \quad (4.90)$$

onde

$$p = P_C^L |U_{e1}|^2 + (1 - P_C^L) |U_{e2}|^2. \quad (4.91)$$

Para calcular os fluxos na Terra de neutrinos não-eletrônicos se aproveitara à conservação do fluxo:

$$F_e + F_\mu + F_\tau = F_e^0 + 2F_x^0 \quad (4.92)$$

assim,

$$F_\mu + F_\tau = (1 - p) F_e^0 + (1 + p) F_x^0. \quad (4.93)$$

### 4.3.3 Fluxos de antineutrinos na superfície da estrela

Para calcular os estados de massa iniciais consideremos a matriz de mistura dada na equação (3.181) e  $\rho \rightarrow \infty$ . A supressão dos ângulos de mistura nos leva à conclusão que

$$|\bar{\nu}_1^M\rangle = |\bar{\nu}_{\tau'}\rangle \quad (4.94)$$

$$|\bar{\nu}_2^M\rangle = |\bar{\nu}_{\mu'}\rangle \quad (4.95)$$

$$|\bar{\nu}_3^M\rangle = |\bar{\nu}_e\rangle, \quad (4.96)$$

pelo qual, fluxos originais são:

$$\bar{F}_{1m}^0 = F_x^0 \quad (4.97)$$

$$\bar{F}_{2m}^0 = F_x^0 \quad (4.98)$$

$$\bar{F}_{3m}^0 = F_{\bar{e}}^0. \quad (4.99)$$

Para calcular os fluxos de antineutrinos de estados de massa na superfície da SN temos que considerar as contribuições de cada fluxo original. Considere-se o diagrama de cruzamento dado na figura (4.3).

- As contribuições ao fluxo final de  $|\bar{\nu}_1^M\rangle$  são :

- Fluxos iniciais de estados  $|\bar{\nu}_1^M\rangle = |\bar{\nu}_{\tau'}\rangle$  contribuem com

$$(1 - \overline{P_C^L})(1 - \overline{P_C^H})F_x^0 \quad (4.100)$$

- Fluxos iniciais de estados  $|\bar{\nu}_2^M\rangle = |\bar{\nu}_{\mu'}\rangle$  contribuem com

$$\overline{P_C^L}F_x^0 \quad (4.101)$$

- Fluxos iniciais de estados  $|\bar{\nu}_3^M\rangle = |\bar{\nu}_e\rangle$  contribuem com

$$\overline{P_C^H}(1 - \overline{P_C^L})F_{\bar{e}}^0 \quad (4.102)$$

O fluxo total na superfície de  $|\bar{\nu}_1^M\rangle$  é

$$\bar{F}_1 = \overline{P_C^H}(1 - \overline{P_C^L})F_{\bar{e}}^0 + (1 - \overline{P_C^H})(1 - \overline{P_C^L})F_x^0. \quad (4.103)$$



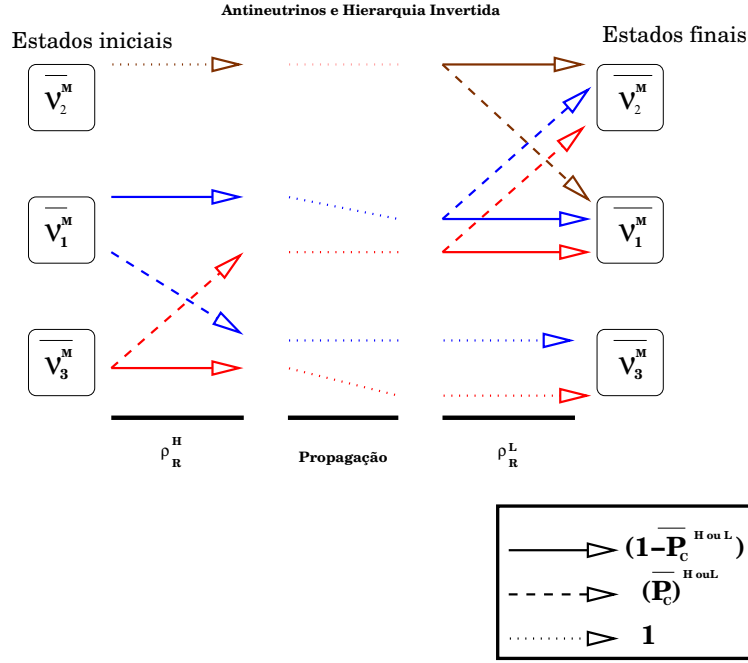


Figura 4.3: Diagrama da dinâmica das transições para o caso de antineutrinos e hierarquia invertida.

- As contribuições ao fluxo final de  $|\bar{\nu}_2^M\rangle$  são :

- Fluxos iniciais de estados  $|\bar{\nu}_1^M\rangle = |\bar{\nu}_{\tau'}\rangle$  contribuem com

$$\overline{P}_C^L (1 - \overline{P}_C^H) F_x^0 \quad (4.104)$$

- Fluxos iniciais de estados  $|\bar{\nu}_2^M\rangle = |\bar{\nu}_{\mu'}\rangle$  contribuem com

$$(1 - \overline{P}_C^L) F_x^0 \quad (4.105)$$

- Fluxos iniciais de estados  $|\bar{\nu}_3^M\rangle = |\bar{\nu}_e\rangle$  contribuem com

$$\overline{P}_C^H \overline{P}_C^L F_e^0 \quad (4.106)$$

O fluxo total na superfície de  $|\bar{\nu}_2^M\rangle$  é

$$\bar{F}_2 = \overline{P}_C^H \overline{P}_C^L F_e^0 + (1 - \overline{P}_C^H \overline{P}_C^L) F_x^0. \quad (4.107)$$

- As contribuições ao fluxo final de  $|\bar{\nu}_3^M\rangle$  são :

– Fluxos iniciais de estados  $|\bar{\nu}_1^M\rangle = |\bar{\nu}_{\tau'}\rangle$  contribuem com

$$\overline{P_C^H} F_x^0 \quad (4.108)$$

– Fluxos iniciais de estados  $|\bar{\nu}_2^M\rangle = |\bar{\nu}_{\mu'}\rangle$  contribuem com

nula

– Fluxos iniciais de estados  $|\bar{\nu}_3^M\rangle = |\bar{\nu}_e\rangle$  contribuem com

$$(1 - \overline{P_C^H}) F_e^0 \quad (4.109)$$

O fluxo total na superfície de  $|\bar{\nu}_3^M\rangle$  é

$$\bar{F}_3 = (1 - \overline{P_C^H}) F_e^0 + \overline{P_C^H P_C^L} F_x^0. \quad (4.110)$$

As expressões (4.103) , (4.107) e (4.110) se podem compactar em

$$\bar{F}_i = \bar{a}_i F_e^0 + (1 - \bar{a}_i) F_x^0, \quad (4.111)$$

com

$$a_1 = \overline{P_C^H}(1 - \overline{P_C^L}), \quad a_2 = \overline{P_C^H P_C^L}, \quad \text{e} \quad a_3 = (1 - \overline{P_C^H}). \quad (4.112)$$

### 4.3.4 Fluxo de antineutrinos na superfície da Terra

Os fluxos na Terra de antineutrinos são

$$F_e = \bar{p} F_e^0 + (1 - \bar{p}) F_x^0 \quad (4.113)$$

$$F_{\bar{\mu}} + F_{\bar{\tau}} = (1 - \bar{p}) F_e^0 + (1 + \bar{p}) F_x^0. \quad (4.114)$$

onde

$$\bar{p} = \overline{P_C^H}(1 - \overline{P_C^L})|U_{e1}|^2 + \overline{P_C^H P_C^L}|U_{e2}|^2 + (1 - \overline{P_C^H})|U_{e3}|^2. \quad (4.115)$$

O fluxo total na Terra de neutrinos não-eletrônicos ( $\nu_\mu, \nu_\tau, \bar{\nu}_\nu, \bar{\nu}_\tau$ ) para hierarquia invertida, equações (4.93) e (4.114), é:

$$4F_x = F_\mu + F_\tau + F_{\bar{\mu}} + F_{\bar{\tau}} \quad (4.116)$$

$$= (1 - p) F_e^0 + (1 - \bar{p}) F_e^0 + (2 + p + \bar{p}) F_x^0. \quad (4.117)$$

De igual forma que para o caso de hierarquia normal, as equações (4.90), (4.113) e (4.117) podem ser sintetizadas em uma forma matricial:

$$\begin{pmatrix} F_e \\ F_{\bar{e}} \\ 4F_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & 0 & 1-p \\ 0 & \bar{p} & 1-\bar{p} \\ 1-p & 1-\bar{p} & (2+p+\bar{p}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_e^0 \\ F_{\bar{e}}^0 \\ F_x^0 \end{pmatrix} \quad (4.118)$$

Novamente calcularemos os valores da probabilidade total de sobrevivência de neutrinos (antineutrinos),  $p$  ( $\bar{p}$ ) e os fluxos na Terra para casos limites nas regiões I, II e III da figura (3.9), mas agora para hierarquia invertida. Como os neutrinos (antineutrinos) cruzam a região de densidades baixas adiabaticamente,  $P_C^L = \overline{P_C^L} = 0$ , a probabilidade total de sobrevivência de neutrinos (antineutrinos) eletrônicos, equações (4.91) e (4.115), ficam

$$p = |U_{e2}|^2 = \text{sen}^2 \theta_{\odot} \quad (4.119)$$

$$\bar{p} = \overline{P_C^H} |U_{e1}|^2 + (1 - \overline{P_C^H}) |U_{e3}|^2 = \cos^2 \theta_{\odot} \overline{P_C^H} + (1 - \overline{P_C^H}) |U_{e3}|^2 \quad (4.120)$$

1 Região I : para valores do ângulo de mistura  $\theta_{13}$  tal que  $P_C^H \approx 0$ , propagação adiabática, a probabilidade total de sobrevivência de neutrinos/antineutrino fica

$$p \cong \text{sen}^2 \theta_{\odot} \quad (4.121)$$

$$\bar{p} \cong |U_{e3}|^2, \quad (4.122)$$

e os fluxos são:

$$F_e \approx \text{sen}^2 \theta_{\odot} F_e^0 + \cos^2 \theta_{\odot} F_x^0 \quad (4.123)$$

$$F_{\bar{e}} \approx |U_{e3}|^2 F_{\bar{e}}^0 + (1 - |U_{e3}|^2) F_x^0 \approx F_x^0 \quad (4.124)$$

$$4F_x \approx \cos^2 \theta_{\odot} F_e^0 + F_{\bar{e}}^0 + (2 + \text{sen}^2 \theta_{\odot}) F_x^0 \quad (4.125)$$

Por conseguinte,

- O fluxo de  $\nu_e$  é uma composição de fluxos originais de  $\bar{\nu}_e$  e neutrinos não-eletrônicos
- O fluxo de  $\bar{\nu}_e$  leva informação dos neutrinos não eletrônicos produzidos na neutrinosfera,
- O fluxo de neutrinos não-eletrônicos  $\nu_x$  é uma composição de fluxos originais de  $\bar{\nu}_e$  e de neutrinos não-eletrônicos

2 Região II : para valores do ângulo de mistura  $\theta_{13}$  tal que  $0.1 < P_C^H < 0.9$  nas curvas de nível dada na figura (3.9)

$$p \cong \text{sen}^2\theta_\odot \quad (4.126)$$

$$\bar{p} \cong \cos^2\theta_\odot \overline{P_C^H} + (1 - \overline{P_C^H})|U_{e3}|^2 \approx \cos^2\theta_\odot \overline{P_C^H}. \quad (4.127)$$

Os fluxos são

$$\begin{aligned} F_e &\approx \text{sen}^2\theta_\odot F_e^0 + \cos^2\theta_\odot F_x^0 \\ F_{\bar{e}} &\approx \cos^2\theta_\odot \overline{P_C^H} F_{\bar{e}}^0 + (1 - \cos^2\theta_\odot \overline{P_C^H}) F_x^0 \\ 4F_x &\approx \cos^2\theta_\odot F_e^0 + (1 - \cos^2\theta_\odot \overline{P_C^H}) F_{\bar{e}}^0 + (2 + \text{sen}^2\theta_\odot + \cos^2\theta_\odot \overline{P_C^H}) F_x^0. \end{aligned} \quad (4.128)$$

Por conseguinte,

- O fluxo de  $\nu_e$  é uma composição de fluxos originais de  $\nu_e$  e neutrinos não-eletrônicos
- A informação que leva o fluxo final de  $\bar{\nu}_e$  de um fluxo original de  $\bar{\nu}_e$  pode estar suprimida, isto dependera do valor de  $\overline{P_C^H}$ . O fluxo final de  $\bar{\nu}_e$  também leva formação dos neutrinos não-eletrônicos .
- O fluxo de neutrinos não-eletrônicos  $\nu_x$  é uma composição de fluxos originais de  $\bar{\nu}_e$  e de  $\nu_e$

3 Região III : para valores do ângulo de mistura  $\theta_{13}$  tal que exista violação máxima da adiabaticidade,  $P_C^H \approx 1$ , a probabilidade total de sobrevivência de neutrinos eletrônicos ou antineutrinos eletrônicos é

$$p \cong \text{sen}^2\theta_\odot \quad (4.129)$$

$$\bar{p} \cong \cos^2\theta_\odot. \quad (4.130)$$

Os fluxos são

$$\begin{aligned} F_e &\approx \text{sen}^2\theta_\odot F_e^0 + \cos^2\theta_\odot F_x^0 \\ F_{\bar{e}} &\approx \cos^2\theta_\odot F_{\bar{e}}^0 + \text{sen}^2\theta_\odot F_x^0 \\ 4F_x &\approx \cos^2\theta_\odot F_e^0 + \text{sen}^2\theta_\odot F_{\bar{e}}^0 + 3F_x^0. \end{aligned} \quad (4.131)$$

- Por conseguinte todos os três espectros são compostos, levam informação de todos os neutrinos e são os mesmos que para hierarquia normal, ver a equação (4.74).

## 4.4 Número de eventos

Para medir os efeitos das oscilações de neutrinos sobre os neutrinos de Supernova é necessário medir o número de eventos. Para isto vamos supor que o Super-Kamikande tem uma eficiência do 100% em detectar neutrinos de todas energias. O Super-Kamiokande é um detector Cherenkov com 50 kton de água. A quantidade de água destinada para medições de neutrinos de SN é de 32 kton de água. Os eventos devidos a antineutrinos eletrônicos serão os detectados majoritariamente através do canal, [61],

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+. \quad (4.132)$$

O número de eventos esta dada pela seguinte expressão

$$N = N_T \int dE \sigma(\bar{\nu}_e p) \frac{F_{\bar{e}}}{4\pi D^2}, \quad (4.133)$$

onde  $D$  é a distancia SN-Terra, consideremos 10kpc,  $F_{\bar{e}}$  é o fluxo de antineutrinos eletrônicos sobre a Terra. O fluxo que chega à Terra de antineutrinos eletrônicos é  $F_{\bar{e}}^0/4\pi D^2$ .  $\sigma(\bar{\nu}_e p)$  é a seção de espalhamento e  $N_T$  é o numero de partículas alvo, para o caso de neutrinos de SN o alvo são os prótons presentes no detector Super-Kamiokande e o numero deles é aproximadamente de  $5.34 \times 10^{32}$  prótons.

Para a seção de espalhamento consideramos o ajusta dado no trabalho de Strumia e Vissani [62],

$$\sigma(\bar{\nu}_e p) \approx 10^{-43} \text{cm}^2 \sqrt{(E - \Delta)^2 - m_e^2} (E - \Delta) E^{-0.07056 + 0.02018 \ln E - 0.001953 \ln^3 E} \quad (4.134)$$

onde  $E$  é a energia dos neutrinos em MeV,  $m_e$  é a massa do eletrôn e  $\Delta$  é a diferença entre as massas dos nucleones,  $\Delta = m_n - m_p \approx 1.293$  MeV.

Das expressões (4.57) ou (4.118) a forma dos fluxos antineutrinos eletrônicos,  $F_{\bar{e}}$  é

$$F_{\bar{e}} = \bar{p} F_{\bar{e}}^0 + (1 - \bar{p}) F_x^0. \quad (4.135)$$

Para o caso de hierarquia normal a probabilidade total de sobrevivência de  $\nu_{\bar{e}}$  tem o valor de

$$\bar{p} = |U_{e1}|^2 = \cos^2 \theta_{12} = \cos^2 \theta_{\odot}, \quad (4.136)$$

da equação (4.63), e para o caso de hierarquia invertida

$$\bar{p} = |U_{e3}|^2 + (\cos^2 \theta_{\odot} - |U_{e3}|^2) \overline{P_C^H}, \quad (4.137)$$

da equação (4.120). O espectro de neutrinos originais,  $F_{e,x}^0$  esta dada na equação (1.32).

Neste trabalho consideramos que as incertezas na identificação de um evento devido a neutrinos de SNs são do tipo  $\sqrt{N}$  onde  $N$  é o número de eventos calculado.

#### 4.4.1 Número de eventos para hierarquia normal

O fluxo de antineutrinos eletrônicos na Terra é

$$F_{\bar{e}} = \cos^2 \theta_{12} F_{\bar{e}}^0 + \sin^2 \theta_{12} F_x^0. \quad (4.138)$$

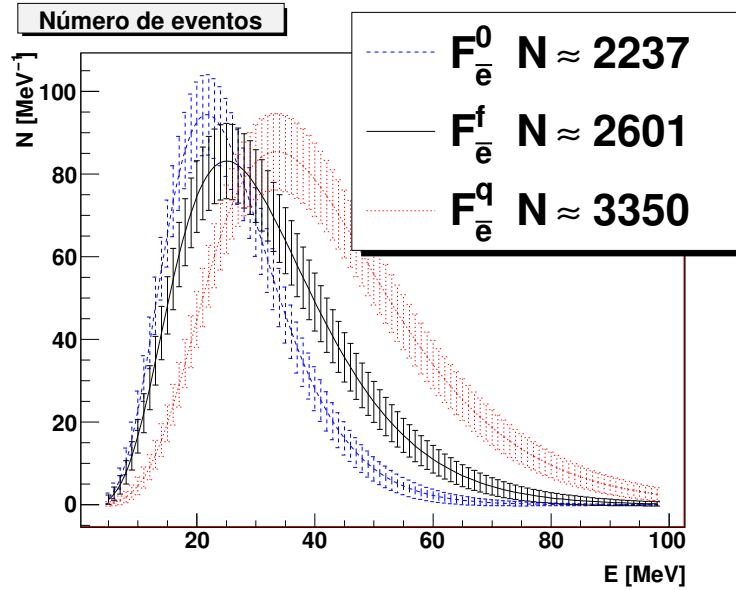


Figura 4.4: Número de eventos do fluxo de antineutrinos eletrônicos que chega a Terra, o fluxo esta dada na equação (4.138) e a luminosidade foi igualmente dividida entre os neutrinos ver a equação (1.30). A linha tracejada é para o caso de um fluxo puro de antineutrinos eletrônicos com parâmetro  $\eta_{\bar{e}} = 2$  e  $T_{\bar{e}} = 5$  MeV. A linha cheia é para o caso de um fluxo de antineutrinos eletrônicos frios,  $\eta_{\bar{e}} = 2$ ,  $T_{\bar{e}} = 5$  MeV e  $\eta_x = 0$ ,  $T_x = 7$  MeV. A linha pontilhada é para o caso de um fluxo de antineutrinos eletrônicos quentes  $\eta_{\bar{e}} = 3$ ,  $T_{\bar{e}} = 6$  MeV e  $\eta_x = 2$ ,  $T_x = 9$  MeV.

Na figura (4.4) estão desenhados o número de eventos para um fluxo de antineutrinos eletrônicos que chega a Terra. A linha tracejada é para o caso que no houvesse oscilação de

neutrinos. A linha cheia é para um fluxo de neutrinos eletrônicos frios mas com oscilação e a linha pontilhada é para o caso de um fluxo quente. Para todos esses casos, a luminosidade foi igualmente dividida entre os neutrinos ver a equação (1.30). Da figura podemos concluir que:

- o efeito das oscilações é aumentar o número de eventos e fazer o espectro menos pinched,
- para energias baixas o número de eventos é dominado por o fluxo de antineutrinos eletrônicos frios,  $F_e^f$ ,
- para energias altas o número de eventos é dominado por o fluxo de antineutrinos eletrônicos quentes,  $F_e^q$ .

Agora consideremos o caso no qual os neutrinos saem da estrela com luminosidades diferentes, ou seja, a equi-partição da luminosidade é violada, não é valida a equação (1.30). Neste caso as consideramos que existe uma relação entre as luminosidades [63]

$$L_{\nu_e} = \beta_{\bar{\nu}_e} L_{\bar{\nu}_e} = \beta_{\nu_x} L_{\nu_x}, \quad (4.139)$$

onde  $1 \leq \beta_{\bar{\nu}_e} \lesssim 1.1$  e  $1 \leq \beta_{\nu_x} \lesssim 2$ . Se a equi-partição é perfeita temos que  $\beta_{\bar{\nu}_e} = \beta_{\nu_x} = 1$ . Como os neutrinos se levam o 99% da energia total da estrela, se cumpre que depois de 10 s, que o tempo em que dura esfriar-se a proto-estrela de nêutrons,

$$E_{SN} \times 0.99 = L_{\nu_e} + L_{\bar{\nu}_e} + 4L_{\nu_x}, \quad (4.140)$$

onde  $E_{SN}$  é energia total liberada pela SN. Nós trabalhamos com  $\beta_{\bar{\nu}_e} = 1.1$  e  $\beta_{\nu_x} = 2$ . Com isto obtivemos

$$L_{\nu_e} \approx 4.9 \times 10^{58} \text{MeV} \quad (4.141)$$

$$L_{\bar{\nu}_e} \approx 4.5 \times 10^{58} \text{MeV} \quad (4.142)$$

$$L_{\nu_x} \approx 2.5 \times 10^{58} \text{MeV} \quad (4.143)$$

Na figura (4.5) este calculado o número de eventos para o caso de violação da equi-partição. O primeiro que se aprecia ao compara esta figura com a figura no caso de uma equi-partição da luminosidade, ver a figura (4.4), é o aumento do número de eventos no caso de não oscilação

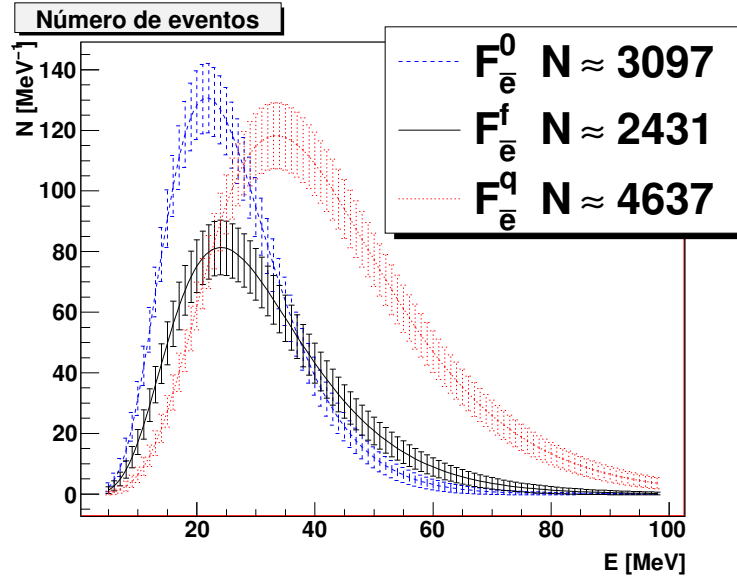


Figura 4.5: Número de eventos do fluxo de antineutrinos eletrônicos que chegam a Terra para uma violação da equi-partição da luminosidade entre os neutrinos. A linha tracejada é para o caso de um fluxo puro de antineutrinos eletrônicos com parâmetros  $\eta_{\bar{e}} = 2$  e  $T_{\bar{e}} = 5MeV$ . A linha cheia é para o caso de um fluxo de antineutrinos eletrônicos frios,  $\eta_{\bar{e}} = 2$ ,  $T_{\bar{e}} = 5MeV$  e  $\eta_x = 0$ ,  $T_{\bar{e}} = 7MeV$ . A linha pontilhada é para o caso de um fluxo de antineutrinos eletrônicos quentes  $\eta_{\bar{e}} = 3$ ,  $T_{\bar{e}} = 6MeV$  e  $\eta_x = 2$ ,  $T_{\bar{e}} = 9MeV$ .

de neutrinos (curva tracejada) e para um fluxo quente (linhas pontilhadas) e uma diminuição do numero de eventos para o caso de um fluxo frio (linhas cheias). O numero de eventos para o caso de um espectro quente tem maior numero de ventos. O espectro de baixas energias é dominado por o fluxo de antineutrinos eletrônicos frios, a linha cheia, e o espectro de energias altas são dominados por o fluxo de antineutrinos eletrônicos quentes, a linha pontilhada.

#### 4.4.2 Número de eventos para hierarquia invertida

O fluxo de antineutrinos eletrônicos na Terra é

$$F_{\bar{e}} = \text{sen}^2\theta_{13}F_{\bar{e}}^0 + \text{cos}^2\theta_{13}F_x^0 + \left[ \text{cos}^2\theta_{12} - \text{sen}^2\theta_{13} \right] \left[ F_{\bar{e}}^0 - F_x^0 \right] \overline{P}_C^H \quad (4.144)$$

Para este caso, a zona de ressonância de densidades altas para antineutrinos e hierarquia invertida pode ser cruzada adiabaticamente, não adiabaticamente ou a adiabaticidade



é violada parcialmente. Isto vai depender do valor do ângulo de mistura  $\theta_{13}$  e da energia. Começaremos calculando o número de eventos para o caso de hierarquia invertida, propagação adiabática ( $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ ), a luminosidade esta equi-partida entre todos os neutrinos produzidos na etapa de esfriamento da proto-estrela de nêutrons e o fluxo de antineutrinos eletrônicos que chega à superfície da Terra esta dado na equação (4.144).

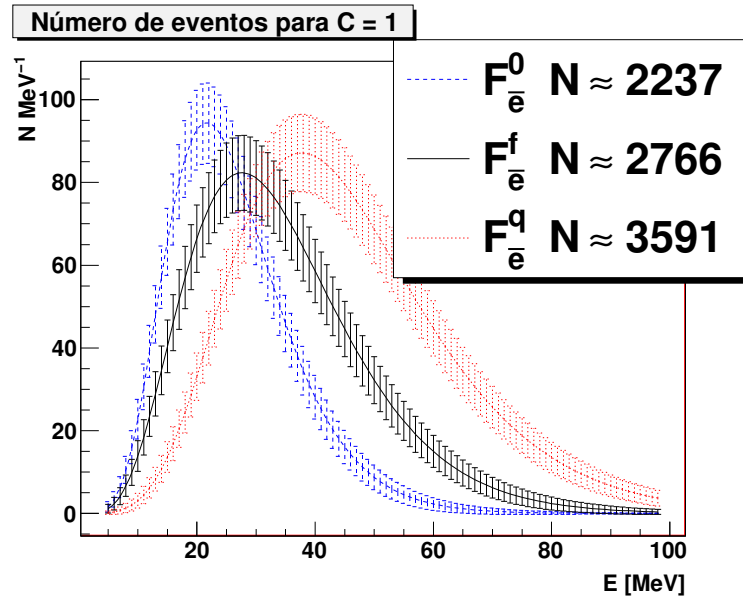


Figura 4.6: Número de eventos de antineutrinos eletrônicos para hierarquia invertida e com luminosidade dos neutrinos equipartida. Os parâmetros de estas figuras estão nas figuras anteriores, por exemplo figura (4.5).

Da figura (4.6) podemos concluir que:

- o efeito de oscilações de neutrinos é aumentar o numero de eventos,
- o espectro para energias baixas esta dominada por um fluxo de antineutrinos eletrônicos frios, linha cheia,
- o espectro para energias altas esta dominada por um fluxo quente, linhas pontilhadas,
- não existe dependência do parâmetro  $C$  do perfil de densidade pois a propagação pela zona de ressonância é adiabática.

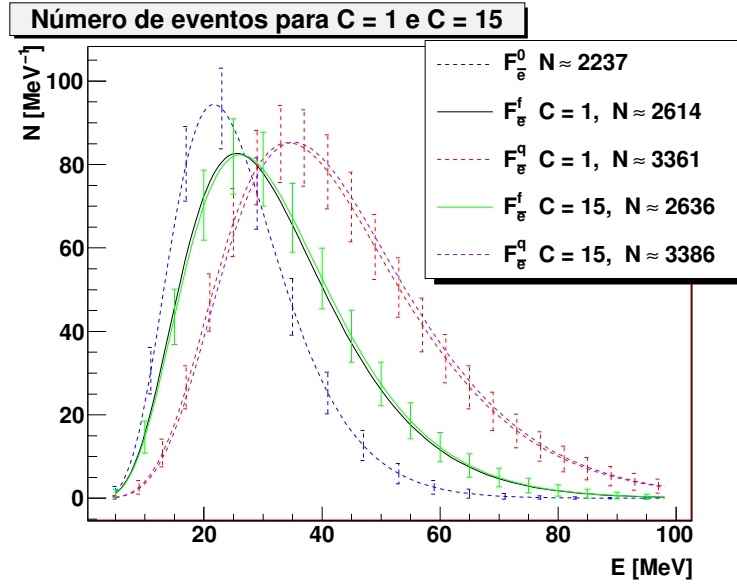


Figura 4.7: Numero de eventos para o caso quando a adiabaticidade é violada parcialmente e também este desenhado dependência com o parâmetro  $C$  do perfil de densidade dado pela equação (3.54).

Na figura (4.7) estão o número de eventos para o caso quando a adiabaticidade é violada parcialmente no caso de  $\sin^2 2\theta_{13} = 1 \times 10^{-4}$ . Também nesta figura esta a dependência do número de eventos com o parâmetro  $C$  do perfil de densidade dado pela equação (3.54). Assim, o número de eventos pode ser considerado que é independente do parâmetro  $C$  para o caso da equi-partição da luminosidade. O comportamento das figuras é o mesmo que nos casos anteriores.

O caso de uma propagação não adiabática pela zona de densidades altas para antineutrinos eletrônicos e hierarquia invertida, não reviste de nenhuma novidade com respeito às figuras (4.6) e (4.7).

Para saber se o caso de equi-partição da luminosidade fornece informação sobre o ângulo de mistura  $\theta_{13}$ , comparamos os três tipos de propagação na região de densidades altas, ver a figura (4.8). Desta figura concluímos que não é possível identificar que tipo de transição acontece na região de densidades altas e pelo tanto não podemos fazer uma estimativa do ângulo de mistura  $\theta_{13}$  para um fluxo de antineutrinos eletrônicos quando a luminosidade dos neutrinos de Supernova é igualmente distribuída entre todos os neutrinos.

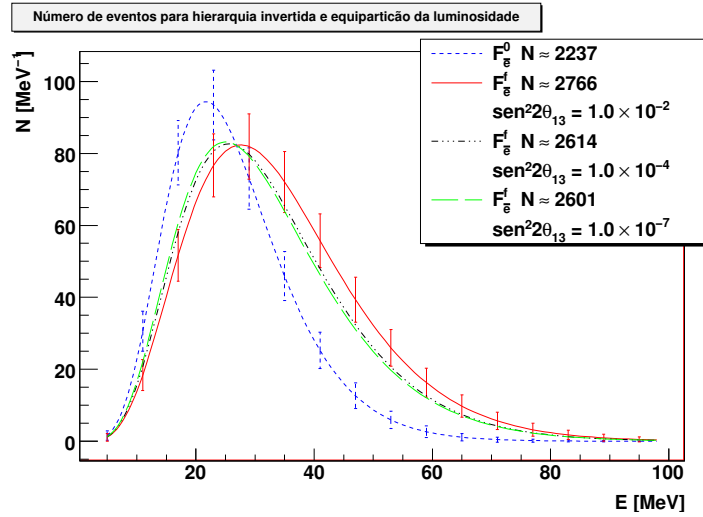


Figura 4.8: Figura que mostra os números de eventos para diferentes tipos de transições pela região de ressonância alta, no caso que a luminosidade seja equipartida.

Agora passemos a estudar o caso que a luminosidade dos neutrinos não seja igualmente distribuída, violação da equi-partição, entre os neutrinos que são produzidos durante o esfriamento da proto-estrela de nêutrons. Para isto calculemos o número de eventos considerando que as luminosidades dadas nas equações (4.141-4.143). Para o caso de  $\text{sen}^2 2\theta_{13} = 1 \times 10^{-2}$ , propagação adiabática pela região de densidades altas, o número de eventos se comporta de forma parecida que a figura (4.5).

Para o caso de  $\text{sen}^2 2\theta_{13} = 1 \times 10^{-4}$ , implica violação parcial da adiabaticidade, o número de eventos esta desenhado na figura (4.9). Observe-se que é quase impossível identificar o valor do parâmetro  $C$  da equação (3.54). Observe-se também que não são acessíveis variações no numero de ventos devidos a variações do parâmetro  $C$ .

A figura (4.10) representa o número de eventos para os diferentes tipos de transições pela região de densidades altas quando fluxo na Terra é de antineutrinos eletrônicos e a hierarquia é invertida e a luminosidade não este equipartida. Analisando o numero de ventos para esse caso concluímos que:

- é possível identificar o tipo de transição pela região de densidades altas,
- é possível estimar o intervalo do ângulo de mistura  $\theta_{13}$ .

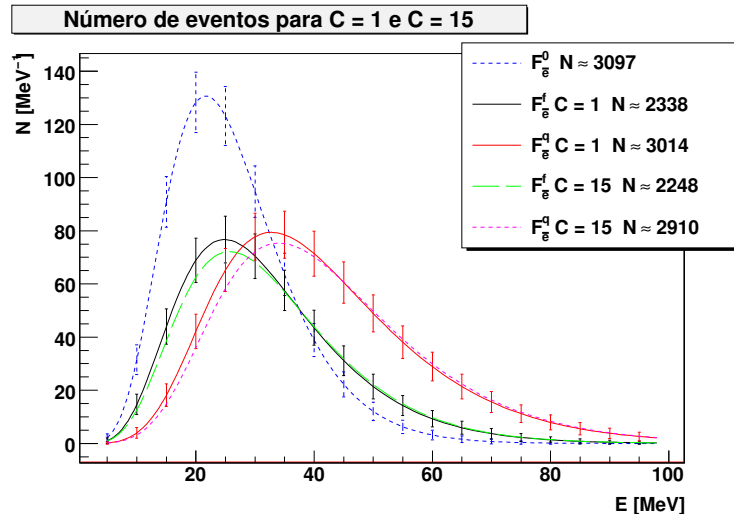


Figura 4.9: Comparação entre diferentes valores do parâmetro  $C$  no caso que a adiabaticidade seja parcialmente violada e que a luminosidade dos neutrinos não seja equipartida.

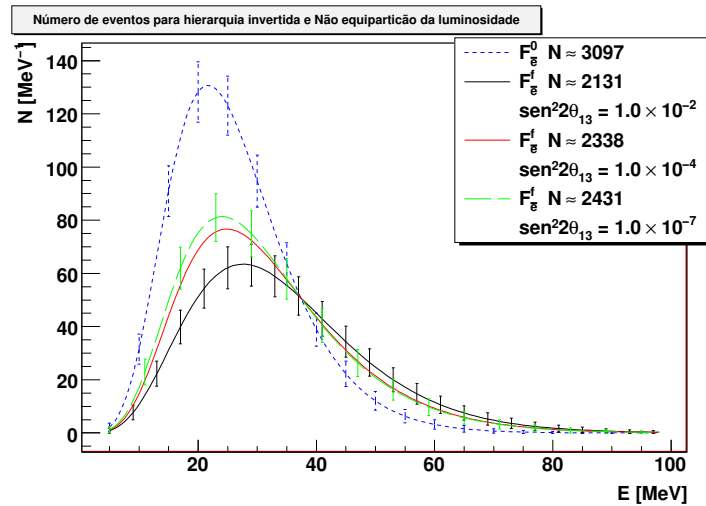


Figura 4.10: Figura que compara o número de eventos para os diferentes tipos de transições pela zona de ressonância de densidades altas quando a hierarquia é inversa, a luminosidades dos neutrinos não é equipartida. O número de eventos é para um fluxo de antineutrinos eletrônicos.

Todos estes resultados depende da resolução nas energias do Super-Kamiokande.

## 4.5 Conclusões parciais

Do estudo de esta seção concluímos que:

- é possível expressar os fluxos de neutrinos de SN na Terra em termos dos fluxos originais que saem da etapa de esfriamento da proto-estrela de nêutrons,
- os fluxos são escritos em termos da probabilidade de total de sobrevivência de neutrinos eletrônicos e/ou antineutrinos eletrônicos.
- o fluxo de neutrinos apresenta umas características que são devidas ao tipo de propagação pela região de densidades altas é à hierarquia nas massas:
  - para hierarquia normal os fluxos de antineutrinos eletrônicos e de neutrinos não eletrônicos na Terra é um fluxo composto, ver a seção (4.2.4),
  - para hierarquia normal os fluxos de neutrinos eletrônicos podem levar informação sobre o fluxo original de neutrinos não eletrônicos, isto depende do valor de  $\theta_{13}$ , ver a seção (4.2.4),
  - para hierarquia de massas invertida o fluxo na Terra de neutrinos eletrônico e de neutrinos não eletrônicos é um fluxo sem importa o valor do ângulo  $\theta_{13}$ , ver a seção (4.3.4),
  - para hierarquia invertida o fluxo de antineutrinos eletrônicos pode levar informação do fluxo original de neutrinos não eletrônicos, elo dependera do valor do ângulo de mistura , ver a seção (4.3.4),
- as características nos fluxos de neutrinos e dos antineutrinos podem indicar o tipo de hierarquia de massa,
- existe mais informação física sobre neutrinos e características dos fluxos de neutrinos da SN se a luminosidade dos neutrinos não é equi-partida, pois possivelmente poda-se pôr limites mais fortes ao ângulo de mistura  $\theta_{13}$  se a hierarquia de massas é invertida e possivelmente ter informação acerca do perfil de densidades das capas externas à proto-estrela de nêutrons, mas esta possibilidade é muito improvável devido às incertezas experimentais e as aproximações consideradas.

# Capítulo 5

## Conclusões

Este estudo de propagação de neutrinos em um médio cuja densidade varia monotonamente, neste caso as Supernovas, está baseada na fenomenologia conhecida hoje sobre os parâmetros de oscilação de neutrinos. Esta fenomenologia indica que existe uma diferença quadrática de massa dominante,  $\Delta m_{Atm}^2 \gg \Delta m_{\odot}^2$ , e que o ângulo de mistura  $\theta_{13}$  é muito pequeno. Estes fatos nós permite calcular de uma forma aproximada o fluxo de neutrinos de supernovas na Terra e o número de eventos de neutrinos eletrônicos no detector Super-Kamiokande. Assim, as conclusões que obtivemos são:

- Podem existir duas regiões de ressonância independentes entre se em médios cuja densidade decresce monotonamente. A existência de estas zonas independentes de ressonância é um reflexo de que  $\Delta m_{Atm}^2 \gg \Delta m_{\odot}^2$  e  $\theta_{13} \ll 1$  além de isto, a existência das zonas de ressonância dependerá do tipo de hierarquia de massas de neutrinos e de se a partícula que se propaga é neutrino ou antineutrino.
- O problema de oscilações de três sabores neutrinos em um médio como uma Supernova, pode ser dividido em dois problemas de oscilações de dois sabores de neutrinos onde o terceiro sabor se propagará livremente na ressonância.
- O ângulo de mistura  $\theta_{13}$  desempenha uma papel chave no tipo de propagação dos neutrinos na região de ressonância para densidades altas. Pois ele vai determinar si a transição pela zona de ressonância é feita adiabaticamente ou não adiabaticamente ou parcialmente adiabática.

- É possível expressar a probabilidade total de transição, de um neutrino  $\alpha$  nascido na etapa de esfriamento da proto-estrela de nêutrons chegar á superfície como um neutrino de sabor  $\beta$ , em termos do produto de probabilidades independentes de cada região de ressonância. Neste caso consideramos que os termos a quadrado no ângulo de mistura  $\theta_{13}$  podem ser desprezíveis.
- Devido aos efeitos de matéria, que vão a suprimir os ângulos de mistura, os estados de sabor iniciais dos neutrinos são os mesmos estados de massa na matéria. Para isto consideramos que todos os neutrinos não eletrônicos interagem somente através de processos de corrente neutra com a matéria pelo qual podemos considerar a estes neutrinos como uma única partícula que chamamos  $\nu_x$ . Isto e com o fato que os detectores atuais não detectam neutrinos não eletrônicos, nós conduziu a que podamos reunir o fluxo de neutrinos não eletrônicos em uma sola expressão,
- Devido á fatoração da probabilidade, é possível expressar o fluxo de neutrinos na superfície da Terra em termos dos fluxos iniciais de neutrinos, assim podemos considerar fluxos originais de diferentes formas analíticas e fazer o análises de como as oscilações afetam o numero de eventos.
- O tipo de hierarquia das massas dos neutrinos poderá ser revelada pelo fluxo de neutrinos eletrônicos ou antineutrinos eletrônicos.
- Existe mais informação física sobre as características dos neutrinos e dos fluxos de neutrinos da SN se a luminosidade dos neutrinos não é equípartida. Pois dado o caso que a hierarquia de massas seja invertida, é possível ter informação acerca do perfil de densidades nas camadas externas à proto-estrela de nêutrons. Também é possível pôr limites mais robustos sobre o ângulo de mistura  $\theta_{13}$ . Esta informação somente será acessível se os erros experimentais são pequenos que permitam ver as características de estes parâmetros.

# Apêndice A

## Probabilidade total média para neutrinos

$$\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^T(x, E) \rangle = \frac{1}{4} \left\{ 2 - P_C^H \left[ 1 + 4 \left( \frac{1}{2} - P_C^L \right) \cos 2\theta_{12} \cos^2 \theta_{13} \right] + \right. \\ \left. - (2 - 3P_C^H) \cos 2\theta_{13} \right\}. \quad (\text{A.1})$$

$$\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}^T(x, E) \rangle = \frac{1}{8} \left\{ 2 + P_C^H + (-2 + 3P_C^H) \cos[2\theta_{23}] + 2(2 - 3P_C^H) \cos[2\theta_{13}] \text{sen}[\theta_{23}]^2 + \right. \\ \left. P_C^H (1 - 2P_C^L) \cos[2\theta_{12}] \left\{ 1 + 3 \cos[2\theta_{23}] + 2 \cos[2\theta_{13}] \text{sen}[\theta_{23}]^2 \right\} + \right. \\ \left. - 4P_C^H (1 + 2P_C^L) \text{sen}[2\theta_{12}] \text{sen}[\theta_{13}] \text{sen}[2\theta_{23}] \right\} \quad (\text{A.2})$$

$$\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_\tau}^T(x, E) \rangle = \frac{1}{8} \left\{ 2 + P_C^H + P_C^H (1 - 2P_C^L) \cos[2(\theta_{12} - \theta_{13})] \cos[\theta_{23}]^2 + \right. \\ \left. + 2(2 - 3P_C^H) \cos[2\theta_{13}] \cos[\theta_{23}]^2 + P_C^H (1 - 2P_C^L) \cos[2(\theta_{12} + \theta_{13})] \times \right. \\ \left. \times \cos[\theta_{23}]^2 + (2 - 3P_C^H) \cos[2\theta_{23}] + P_C^H (1 - 2P_C^L) \cos[2\theta_{12}] \times \right. \\ \left. \times (1 - 3 \cos[2\theta_{23}]) + \right. \\ \left. + 4P_C^H (1 - 2P_C^L) \text{sen}[2\theta_{12}] \text{sen}[\theta_{13}] \text{sen}[2\theta_{23}] \right\} \quad (\text{A.3})$$



$$\begin{aligned}
\langle P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e}^T(x, E) \rangle &= \frac{1}{8} \left\{ 2 + P_C^H - P_C^H \cos[2\theta_{23}] + 2(-1 + 2P_C^L) \cos[2\theta_{12}] \cos[\theta_{13}]^2 \times \right. \\
&\quad \times \left[ -P_C^H + (-2 + P_C^H) \cos[2\theta_{23}] \right] + \\
&\quad \left. + \cos[2\theta_{13}] \left\{ 2 - 6P_C^H \sin[\theta_{23}]^2 \right\} \right\} \quad (\text{A.4})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu}^T(x, E) \rangle &= \frac{1}{32} \left\{ 12 + P_C^H - 4(-1 + P_C^H) \cos[2\theta_{23}] + 3P_C^H \cos[4\theta_{23}] + \right. \\
&\quad - 8 \cos[2\theta_{13}] \sin[\theta_{23}]^2 - 2(-1 + 2P_C^L) \cos[2\theta_{12}] \left[ -P_C^H + \right. \\
&\quad \left. + (-2 + P_C^H) \cos[2\theta_{23}] \right] \left\{ 1 + 3 \cos[2\theta_{23}] + 2 \cos[2\theta_{13}] \sin[\theta_{23}]^2 \right\} + \\
&\quad + 8 \left\{ 3P_C^H \cos[2\theta_{13}] \sin[\theta_{23}]^4 + (-1 + 2P_C^L) \left[ -P_C^H + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + (-2 + P_C^H) \cos[2\theta_{23}] \right] \sin[2\theta_{12}] \sin[\theta_{13}] \sin[2\theta_{23}] \right\} \left. \right\} \quad (\text{A.5})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau}^T(x, E) \rangle &= \frac{1}{32} \left\{ 12 - 5P_C^H + (-4 + 3P_C^H) \cos[2\theta_{13}] + 8P_C^H \cos[2\theta_{23}] + \right. \\
&\quad - 8 \cos[\theta_{13}]^2 \cos[2\theta_{23}] - 2(-1 + 2P_C^L) \cos[2\theta_{12}] \left[ -P_C^H + \right. \\
&\quad \left. + (-2 + P_C^H) \cos[2\theta_{23}] \right] \left\{ 2 \cos[\theta_{13}]^2 + (-3 + \cos[2\theta_{13}]) \cos[2\theta_{23}] \right\} + \\
&\quad - 6P_C^H \cos[\theta_{13}]^2 \cos[4\theta_{23}] - 8(-1 + 2P_C^L) \left[ -P_C^H + \right. \\
&\quad \left. + (-2 + P_C^H) \cos[2\theta_{23}] \right] \sin[2\theta_{12}] \sin[\theta_{13}] \sin[2\theta_{23}] \left. \right\} \quad (\text{A.6})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle P_{\nu_\tau \rightarrow \nu_e}^T(x, E) \rangle &= \frac{1}{8} \left\{ 2 + P_C^H + \cos[2\theta_{13}] \left\{ 2 - 6P_C^H \cos[\theta_{23}]^2 \right\} + P_C^H \cos[2\theta_{23}] + \right. \\
&\quad - 2(-1 + 2P_C^L) \cos[2\theta_{12}] \cos[\theta_{13}]^2 \left[ P_C^H + \right. \\
&\quad \left. \left. + (-2 + P_C^H) \cos[2\theta_{23}] \right] \right\} \quad (\text{A.7})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle P_{\nu_\tau \rightarrow \nu_\mu}^T(x, E) \rangle = & \frac{1}{32} \left\{ 12 - 5P_C^H + 4 \cos[2\theta_{23}] - 8P_C^H \cos[2\theta_{23}] + \right. \\
& + \cos[2\theta_{13}](-4 + 3P_C^H + 4 \cos[2\theta_{23}]) + \\
& - 2(1 - 2P_C^L) \cos[2\theta_{12}](P_C^H - (2 - P_C^H) \cos[2\theta_{23}]) \left\{ 2 \cos[\theta_{13}]^2 + \right. \\
& \left. \left. + (3 - \cos[2\theta_{13}]) \cos[2\theta_{23}] \right\} + \right. \\
& - 6P_C^H \cos[\theta_{13}]^2 \cos[4\theta_{23}] + 8(1 - 2P_C^L) \times \\
& \left. \times \left[ P_C^H - (2 - P_C^H) \cos[2\theta_{23}] \right] \text{sen}[2\theta_{12}] \text{sen}[\theta_{13}] \text{sen}[2\theta_{23}] \right\} \quad (\text{A.8})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle P_{\nu_\tau \rightarrow \nu_\tau}^T(x, E) \rangle = & \frac{1}{32} \left\{ 12 + P_C^H - 4 \cos[2\theta_{23}] + 4P_C^H \cos[2\theta_{23}] + \right. \\
& - 2(1 - 2P_C^L) \cos[2\theta_{12}] \left\{ 1 + 2 \cos[2\theta_{13}] \cos[\theta_{23}]^2 - 3 \cos[2\theta_{23}] \right\} \times \\
& \times (P_C^H - (2 - P_C^H) \cos[2\theta_{23}]) + \\
& + 4 \cos[2\theta_{13}] \cos[\theta_{23}]^2 (-2 + 3P_C^H + 3P_C^H \cos[2\theta_{23}]) + \\
& + 3P_C^H \cos[4\theta_{23}] - 8(1 - 2P_C^L) \left[ P_C^H - (2 - P_C^H) \times \right. \\
& \left. \times \cos[2\theta_{23}] \right] \text{sen}[2\theta_{12}] \text{sen}[\theta_{13}] \text{sen}[2\theta_{23}] \left. \right\} \quad (\text{A.9})
\end{aligned}$$



# Apêndice B

## Probabilidade total média para antineutrinos

$$\begin{aligned} \overline{\langle P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e}^T(x) \rangle} &= \frac{1}{16} \left\{ 9 + 16 \left( \frac{1}{2} - \overline{P_C^L} \right) \cos 2\theta_{12} \cos^4 \theta_{13} + \right. \\ &\quad \left. - \cos 2\theta_{13} (4 - 3 \cos 2\theta_{13}) \cos 2\theta_{13} - 3 \sin^2 2\theta_{13} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{aligned} \overline{\langle P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu}^T(x) \rangle} &= \frac{1}{16} \cos[\theta_{13}]^2 \left\{ 10 - 6 \cos[2\theta_{13}] + 3 \cos[2(\theta_{13} - \theta_{23})] - 2 \cos[2\theta_{23}] + \right. \\ &\quad \left. + 3 \cos[2(\theta_{13} + \theta_{23})] + 2(-1 + 2\overline{P_C^L}) \cos[2\theta_{12}] \left\{ 1 + 3 \cos[2\theta_{23}] + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 2 \cos[2\theta_{13}] \sin[\theta_{23}]^2 \right\} + \right. \\ &\quad \left. + 8(1 - 2\overline{P_C^L}) \sin[2\theta_{12}] \sin[\theta_{13}] \sin[2\theta_{23}] \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} \overline{\langle P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau}^T(x) \rangle} &= \frac{1}{16} \cos[\theta_{13}]^2 \left\{ 10 - 6 \cos[2\theta_{13}] - 3 \cos[2(\theta_{13} - \theta_{23})] + \right. \\ &\quad \left. + 2(-1 + 2\overline{P_C^L}) \cos[2\theta_{12}] \left\{ 1 + 2 \cos[2\theta_{13}] \cos[\theta_{23}]^2 - 3 \cos[2\theta_{23}] \right\} + \right. \\ &\quad \left. + 2 \cos[2\theta_{23}] - 3 \cos[2(\theta_{13} + \theta_{23})] + \right. \\ &\quad \left. + 8(-1 + 2\overline{P_C^L}) \sin[2\theta_{12}] \sin[\theta_{13}] \sin[2\theta_{23}] \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{aligned}
\langle \overline{P_{\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e}^T}(x) \rangle &= \frac{1}{8} \cos[\theta_{13}]^2 \left\{ 5 - \cos[2\theta_{23}] - 6 \cos[2\theta_{13}] \text{sen}[\theta_{23}]^2 + \right. \\
&\quad \left. + (-1 + 2\overline{P_C^L}) \cos[2\theta_{12}] \left\{ 1 + 3 \cos[2\theta_{23}] + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 2 \cos[2\theta_{13}] \text{sen}[\theta_{23}]^2 \right\} \right\} \quad (\text{B.4})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \overline{P_{\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu}^T}(x) \rangle &= \frac{1}{256} \left\{ 118 + 3 \cos[2(\theta_{12} - 2\theta_{13})] - 4 \cos[2(\theta_{12} - \theta_{13})] + 8 \cos[2\theta_{13}] + \right. \\
&\quad + 18 \cos[4\theta_{13}] - 4 \cos[2(\theta_{12} + \theta_{13})] + 3 \cos[2(\theta_{12} + 2\theta_{13})] + \\
&\quad + 32 \cos[\theta_{13}]^2 (1 - 3 \cos[2\theta_{13}]) \cos[2\theta_{23}] + 48 \cos[\theta_{13}]^4 \cos[4\theta_{23}] + \\
&\quad + 2 \cos[2\theta_{12}] \left\{ 25 - 50\overline{P_C^L} + 8\overline{P_C^L} \cos[2\theta_{13}] - 6\overline{P_C^L} \cos[4\theta_{13}] + \right. \\
&\quad \left. - 16(1 - 2\overline{P_C^L}) \cos[\theta_{13}]^2 (-3 + \cos[2\theta_{13}]) \cos[2\theta_{23}] + \right. \\
&\quad \left. + 2(1 - 2\overline{P_C^L}) (-3 + \cos[2\theta_{13}])^2 \cos[4\theta_{23}] \right\} \\
&\quad - 64(1 - 2\overline{P_C^L}) \cos[\theta_{13}]^2 \text{sen}[2\theta_{12}] \text{sen}[\theta_{13}] \text{sen}[2\theta_{23}] + \\
&\quad \left. + 8(1 - 2\overline{P_C^L}) \text{sen}[2\theta_{12}] (-7 \text{sen}[\theta_{13}] + \text{sen}[3\theta_{13}]) \text{sen}[4\theta_{23}] \right\} \quad (\text{B.5})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \overline{P_{\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\tau}^T}(x) \rangle &= \frac{1}{256} \left\{ 82 + 2(3 + \cos[2\theta_{12}]) \cos[4\theta_{13}] - 80 \cos[2\theta_{13}] \text{sen}[\theta_{12}]^2 + \right. \\
&\quad - 2 \left\{ 24 \cos[\theta_{13}]^4 \cos[4\theta_{23}] + \cos[2\theta_{12}] \left\{ 13 - 26\overline{P_C^L} + 40\overline{P_C^L} \cos[2\theta_{13}] + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 2\overline{P_C^L} \cos[4\theta_{13}] + 2(1 - 2\overline{P_C^L}) (-3 + \cos[2\theta_{13}])^2 \cos[4\theta_{23}] \right\} + \right. \\
&\quad \left. - 4(1 - 2\overline{P_C^L}) \text{sen}[2\theta_{12}] \left\{ 8 \cos[\theta_{13}]^2 \text{sen}[\theta_{13}] \text{sen}[2\theta_{23}] + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + (7 \text{sen}[\theta_{13}] - \text{sen}[3\theta_{13}]) \text{sen}[4\theta_{23}] \right\} \right\} \quad (\text{B.6})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \overline{P_{\bar{\nu}_\tau \rightarrow \bar{\nu}_e}^T}(x) \rangle &= \frac{1}{8} \cos[\theta_{13}]^2 \left\{ 5 - 6 \cos[2\theta_{13}] \cos[\theta_{23}]^2 + (-1 + 2\overline{P_C^L}) \cos[2\theta_{12}] \left\{ 1 + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 2 \cos[2\theta_{13}] \cos[\theta_{23}]^2 - 3 \cos[2\theta_{23}] \right\} + \cos[2\theta_{23}] \right\} \quad (\text{B.7})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \overline{P_{\bar{\nu}_\tau \rightarrow \bar{\nu}_\mu}^T}(x) \rangle &= \frac{1}{128} \left\{ 41 + (3 + \cos[2\theta_{12}]) \cos[4\theta_{13}] - 24 \cos[\theta_{13}]^4 \cos[4\theta_{23}] + \right. \\
&\quad - \cos[2\theta_{12}] \left\{ 13 - 26 \overline{P_C^L} + 40 \overline{P_C^L} \cos[2\theta_{13}] + 2 \overline{P_C^L} \cos[4\theta_{13}] + \right. \\
&\quad \left. - 2(-1 + 2 \overline{P_C^L})(-3 + \cos[2\theta_{13}])^2 \cos[4\theta_{23}] \right\} - 40 \cos[2\theta_{13}] \text{sen}[\theta_{12}]^2 + \\
&\quad + 4(-1 + 2 \overline{P_C^L}) \text{sen}[2\theta_{12}] \left\{ 8 \cos[\theta_{13}]^2 \text{sen}[\theta_{13}] \text{sen}[2\theta_{23}] + \right. \\
&\quad \left. + (-7 \text{sen}[\theta_{13}] + \text{sen}[3\theta_{13}]) \text{sen}[4\theta_{23}] \right\} \left. \right\} \quad (\text{B.8})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \overline{P_{\bar{\nu}_\tau \rightarrow \bar{\nu}_\tau}^T}(x) \rangle &= \frac{1}{256} \left\{ 118 + 3 \cos[2(\theta_{12} - 2\theta_{13})] - 4 \cos[2(\theta_{12} - \theta_{13})] + 8 \cos[2\theta_{13}] + 18 \cos[4\theta_{13}] + \right. \\
&\quad - 4 \cos[2(\theta_{12} + \theta_{13})] + 3 \cos[2(\theta_{12} + 2\theta_{13})] + 32 \cos[\theta_{13}]^2 (-1 + 3 \cos[2\theta_{13}]) \cos[2\theta_{23}] + \\
&\quad + 48 \cos[\theta_{13}]^4 \cos[4\theta_{23}] + 2 \cos[2\theta_{12}] \left\{ 25 - 50 \overline{P_C^L} + 8 \overline{P_C^L} \cos[2\theta_{13}] - 6 \overline{P_C^L} \cos[4\theta_{13}] + \right. \\
&\quad - 16(-1 + 2 \overline{P_C^L}) \cos[\theta_{13}]^2 (-3 + \cos[2\theta_{13}]) \cos[2\theta_{23}] - 2(-1 + 2 \overline{P_C^L})(-3 + \\
&\quad + \cos[2\theta_{13}])^2 \cos[4\theta_{23}] \left. \right\} + 64(1 - 2 \overline{P_C^L}) \cos[\theta_{13}]^2 \text{sen}[2\theta_{12}] \text{sen}[\theta_{13}] \text{sen}[2\theta_{23}] + \\
&\quad \left. - 8(-1 + 2 \overline{P_C^L}) \text{sen}[2\theta_{12}] (-7 \text{sen}[\theta_{13}] + \text{sen}[3\theta_{13}]) \text{sen}[4\theta_{23}] \right\} \quad (\text{B.9})
\end{aligned}$$



# Apêndice C

## Probabilidade média total para neutrinos e hierarquia inversa

$$\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^T(x) \rangle = \frac{1}{16} \left\{ 9 - 8(1 - 2P_C^L) \cos[2\theta_{12}] \cos[\theta_{13}]^4 - 4 \cos[2\theta_{13}] + 3 \cos[4\theta_{13}] \right\}. \quad (\text{C.1})$$

$$\begin{aligned} \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}^T(x) \rangle &= \frac{1}{16} \cos[\theta_{13}]^2 \left( 10 - 6 \cos[2\theta_{13}] + 3 \cos[2(\theta_{13} - \theta_{23})] - 2 \cos[2\theta_{23}] + \right. \\ &\quad \left. + 3 \cos[2(\theta_{13} + \theta_{23})] + 2(1 - 2P_C^L) \cos[2\theta_{12}] \right. \\ &\quad \left. \times \left( 1 + 3 \cos[2\theta_{23}] + 2 \cos[2\theta_{13}] \sin[\theta_{23}]^2 \right) + \right. \\ &\quad \left. - 8(1 - 2P_C^L) \sin[2\theta_{12}] \sin[\theta_{13}] \sin[2\theta_{23}] \right) \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

$$\begin{aligned} \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_\tau}^T(x) \rangle &= \frac{1}{16} \cos[\theta_{13}]^2 \left( 10 - 6 \cos[2\theta_{13}] - 3 \cos[2(\theta_{13} - \theta_{23})] + \right. \\ &\quad \left. + 2(1 - 2P_C^L) \cos[2\theta_{12}] \left( 1 + 2 \cos[2\theta_{13}] \cos[\theta_{23}]^2 - 3 \cos[2\theta_{23}] \right) + \right. \\ &\quad \left. + 2 \cos[2\theta_{23}] - 3 \cos[2(\theta_{13} + \theta_{23})] + \right. \\ &\quad \left. + 8(1 - 2P_C^L) \sin[2\theta_{12}] \sin[\theta_{13}] \sin[2\theta_{23}] \right) \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$



$$\begin{aligned}
\langle P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e}^T(x) \rangle &= -\frac{1}{8} \cos[\theta_{13}]^2 \left( -5 + \cos[2\theta_{23}] + 6 \cos[2\theta_{13}] \sin[\theta_{23}]^2 + \right. \\
&\quad \left. -(1 - 2P_C^L) \cos[2\theta_{12}] \left( 1 + 3 \cos[2\theta_{23}] + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 2 \cos[2\theta_{13}] \sin[\theta_{23}]^2 \right) \right) \tag{C.4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu}^T(x) \rangle &= \frac{1}{256} \left( 118 - 3 \cos[2(\theta_{12} - 2\theta_{13})] + 4 \cos[2(\theta_{12} - \theta_{13})] + 8 \cos[2\theta_{13}] + \right. \\
&\quad + 18 \cos[4\theta_{13}] + 4 \cos[2(\theta_{12} + \theta_{13})] - 3 \cos[2(\theta_{12} + 2\theta_{13})] + \\
&\quad + 32 \cos[\theta_{13}]^2 (1 - 3 \cos[2\theta_{13}]) \cos[2\theta_{23}] + 48 \cos[\theta_{13}]^4 \cos[4\theta_{23}] + \\
&\quad + 2 \cos[2\theta_{12}] \left( -25 + 50P_C^L - 8P_C^L \cos[2\theta_{13}] + 6P_C^L \cos[4\theta_{13}] + \right. \\
&\quad + 16(1 - 2P_C^L) \cos[\theta_{13}]^2 (-3 + \cos[2\theta_{13}]) \cos[2\theta_{23}] + \\
&\quad \left. - 2(1 - 2P_C^L) (-3 + \cos[2\theta_{13}])^2 \cos[4\theta_{23}] \right) + \\
&\quad + 64(1 - 2P_C^L) \cos[\theta_{13}]^2 \sin[2\theta_{12}] \sin[\theta_{13}] \sin[2\theta_{23}] + \\
&\quad \left. - 8(1 - 2P_C^L) \sin[2\theta_{12}] (-7 \sin[\theta_{13}] + \sin[3\theta_{13}]) \sin[4\theta_{23}] \right) \tag{C.5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau}^T(x) \rangle &= \frac{1}{128} \left( 41 - 40 \cos[\theta_{12}]^2 \cos[2\theta_{13}] - (-3 + \cos[2\theta_{12}]) \cos[4\theta_{13}] + \right. \\
&\quad - 24 \cos[\theta_{13}]^4 \cos[4\theta_{23}] + \cos[2\theta_{12}] \left( 13 - 26P_C^L + 40P_C^L \cos[2\theta_{13}] + \right. \\
&\quad \left. + 2P_C^L \cos[4\theta_{13}] + 2(1 - 2P_C^L) (-3 + \cos[2\theta_{13}])^2 \cos[4\theta_{23}] \right) + \\
&\quad - 4(1 - 2P_C^L) \sin[2\theta_{12}] \left( 8 \cos[\theta_{13}]^2 \sin[\theta_{13}] \sin[2\theta_{23}] + \right. \\
&\quad \left. + (7 \sin[\theta_{13}] - \sin[3\theta_{13}]) \sin[4\theta_{23}] \right) \tag{C.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle P_{\nu_\tau \rightarrow \nu_e}^T(x) \rangle &= \frac{1}{8} \cos[\theta_{13}]^2 \left( 5 - 6 \cos[2\theta_{13}] \cos[\theta_{23}]^2 + \right. \\
&\quad + (1 - 2P_C^L) \cos[2\theta_{12}] \left( 1 + 2 \cos[2\theta_{13}] \cos[\theta_{23}]^2 - 3 \cos[2\theta_{23}] \right) + \\
&\quad \left. + \cos[2\theta_{23}] \right) \tag{C.7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle P_{\nu_\tau \rightarrow \nu_\mu}^T(x) \rangle &= \frac{1}{128} \left( 41 - 40 \cos[\theta_{12}]^2 \cos[2\theta_{13}] - (-3 + \cos[2\theta_{12}]) \cos[4\theta_{13}] + \right. \\
&\quad - 24 \cos[\theta_{13}]^4 \cos[4\theta_{23}] + \cos[2\theta_{12}] \left( 13 - 26P_C^L + 40P_C^L \cos[2\theta_{13}] + \right. \\
&\quad \left. + 2P_C^L \cos[4\theta_{13}] + 2(1 - 2P_C^L)(-3 + \cos[2\theta_{13}])^2 \cos[4\theta_{23}] \right) + \\
&\quad + 4(1 - 2P_C^L) \operatorname{sen}[2\theta_{12}] \left( 8 \cos[\theta_{13}]^2 \operatorname{sen}[\theta_{13}] \operatorname{sen}[2\theta_{23}] + \right. \\
&\quad \left. - (7 \operatorname{sen}[\theta_{13}] - \operatorname{sen}[3\theta_{13}]) \operatorname{sen}[4\theta_{23}] \right) \Big) \quad (C.8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle P_{\nu_\tau \rightarrow \nu_\tau}^T(x) \rangle &= \frac{1}{256} \left( 118 - 3 \cos[2(\theta_{12} - 2\theta_{13})] + 4 \cos[2(\theta_{12} - \theta_{13})] + 8 \cos[2\theta_{13}] + \right. \\
&\quad + 18 \cos[4\theta_{13}] + 4 \cos[2(\theta_{12} + \theta_{13})] - 3 \cos[2(\theta_{12} + 2\theta_{13})] + \\
&\quad + 32 \cos[\theta_{13}]^2 (-1 + 3 \cos[2\theta_{13}]) \cos[2\theta_{23}] + 48 \cos[\theta_{13}]^4 \cos[4\theta_{23}] + \\
&\quad + 2 \cos[2\theta_{12}] \left( -25 + 50P_C^L - 8P_C^L \cos[2\theta_{13}] + 6P_C^L \cos[4\theta_{13}] + \right. \\
&\quad - 16(1 - 2P_C^L) \cos[\theta_{13}]^2 (-3 + \cos[2\theta_{13}]) \cos[2\theta_{23}] + \\
&\quad \left. - 2(1 - 2P_C^L)(-3 + \cos[2\theta_{13}])^2 \cos[4\theta_{23}] \right) + \\
&\quad - 64(1 - 2P_C^L) \cos[\theta_{13}]^2 \operatorname{sen}[2\theta_{12}] \operatorname{sen}[\theta_{13}] \operatorname{sen}[2\theta_{23}] + \\
&\quad \left. + 8(1 - 2P_C^L) \operatorname{sen}[2\theta_{12}] (7 \operatorname{sen}[\theta_{13}] - \operatorname{sen}[3\theta_{13}]) \operatorname{sen}[4\theta_{23}] \right) \quad (C.9)
\end{aligned}$$



# Apêndice D

## Probabilidade média total para antineutrinos e hierarquia inversa

$$\begin{aligned} \langle \overline{P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e}^T}(x) \rangle &= \frac{1}{4} \left\{ 2 - \overline{P_C^H} \left[ 1 - 4 \left( \frac{1}{2} + \overline{P_C^L} \right) \cos 2\theta_{12} \cos^2 \theta_{13} \right] + \right. \\ &\quad \left. - (2 - 3\overline{P_C^H}) \cos 2\theta_{13} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{D.1})$$

$$\begin{aligned} \langle \overline{P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu}^T}(x) \rangle &= \frac{1}{8} \left\{ 2 + \overline{P_C^H} + (-2 + 3\overline{P_C^H}) \cos[2\theta_{23}] + 2(2 - 3\overline{P_C^H}) \cos[2\theta_{13}] \text{sen}[\theta_{23}]^2 + \right. \\ &\quad \left. - \overline{P_C^H} (1 + 2\overline{P_C^L}) \cos[2\theta_{12}] \left\{ 1 + 3 \cos[2\theta_{23}] + 2 \cos[2\theta_{13}] \text{sen}[\theta_{23}]^2 \right\} + \right. \\ &\quad \left. + 4\overline{P_C^H} (1 + 2\overline{P_C^L}) \text{sen}[2\theta_{12}] \text{sen}[\theta_{13}] \text{sen}[2\theta_{23}] \right\} \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

$$\begin{aligned} \langle \overline{P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau}^T}(x) \rangle &= \frac{1}{8} \left\{ 2 + \overline{P_C^H} - \overline{P_C^H} (1 + 2\overline{P_C^L}) \cos[2(\theta_{12} - \theta_{13})] \cos[\theta_{23}]^2 + \right. \\ &\quad \left. + 2(2 - 3\overline{P_C^H}) \cos[2\theta_{13}] \cos[\theta_{23}]^2 + \right. \\ &\quad \left. - \overline{P_C^H} (1 + 2\overline{P_C^L}) \cos[2(\theta_{12} + \theta_{13})] \cos[\theta_{23}]^2 + \right. \\ &\quad \left. + (2 - 3\overline{P_C^H}) \cos[2\theta_{23}] + \overline{P_C^H} (1 + 2\overline{P_C^L}) \cos[2\theta_{12}] (-1 + 3 \cos[2\theta_{23}]) + \right. \\ &\quad \left. - 4\overline{P_C^H} (1 + 2\overline{P_C^L}) \text{sen}[2\theta_{12}] \text{sen}[\theta_{13}] \text{sen}[2\theta_{23}] \right\} \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

$$\begin{aligned}
\langle \overline{P_{\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e}^T}(x) \rangle &= \frac{1}{8} \left\{ 2 + \overline{P_C^H} - \overline{P_C^H} \cos[2\theta_{23}] + 2 \cos[2\theta_{12}] \cos[\theta_{13}]^2 (-\overline{P_C^H} (1 + 2\overline{P_C^L})) \right. \\
&\quad \left. + (-2 + \overline{P_C^H} + 2(2 + \overline{P_C^H})\overline{P_C^L}) \cos[2\theta_{23}] \right\} + \\
&\quad \cos[2\theta_{13}] \left\{ 2 - 6\overline{P_C^H} \sin[\theta_{23}]^2 \right\} \quad (D.4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \overline{P_{\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu}^T}(x) \rangle &= \frac{1}{32} \left\{ 12 + \overline{P_C^H} - 4(-1 + \overline{P_C^H}) \cos[2\theta_{23}] + 3\overline{P_C^H} \cos[4\theta_{23}] \right. \\
&\quad \left. - 8 \cos[2\theta_{13}] \sin[\theta_{23}]^2 - 2 \cos[2\theta_{12}] (-\overline{P_C^H} (1 + 2\overline{P_C^L})) \right. \\
&\quad \left. - (2 - \overline{P_C^H} - 2(2 + \overline{P_C^H})\overline{P_C^L}) \cos[2\theta_{23}] \right\} \left\{ 1 + 3 \cos[2\theta_{23}] + \right. \\
&\quad \left. + 2 \cos[2\theta_{13}] \sin[\theta_{23}]^2 \right\} + 4 \left\{ 6\overline{P_C^H} \cos[2\theta_{13}] \sin[\theta_{23}]^4 + \right. \\
&\quad \left. + \sin[2\theta_{12}] \sin[\theta_{13}] (-2\overline{P_C^H} (1 + 2\overline{P_C^L})) \sin[2\theta_{23}] + \right. \\
&\quad \left. + (-2 + \overline{P_C^H} + 2(2 + \overline{P_C^H})\overline{P_C^L}) \sin[4\theta_{23}] \right\} \quad (D.5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \overline{P_{\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\tau}^T}(x) \rangle &= \frac{1}{32} \left\{ 12 - 5\overline{P_C^H} + \cos[2\theta_{13}] \left\{ 3\overline{P_C^H} - 8 \cos[\theta_{23}]^2 \right\} - 4 \cos[2\theta_{23}] + \right. \\
&\quad \left. - 2 \cos[2\theta_{12}] (-\overline{P_C^H} (1 + 2\overline{P_C^L})) + (-2 + \overline{P_C^H} + 2(2 + \overline{P_C^H})\overline{P_C^L}) \cos[2\theta_{23}] \right\} \times \\
&\quad \times \left\{ 2 \cos[\theta_{13}]^2 + (-3 + \cos[2\theta_{13}]) \cos[2\theta_{23}] \right\} + 2 \left\{ 4\overline{P_C^H} \cos[2\theta_{23}] + \right. \\
&\quad \left. - 3\overline{P_C^H} \cos[\theta_{13}]^2 \cos[4\theta_{23}] + 4(\overline{P_C^H} + 2\overline{P_C^H}\overline{P_C^L}) - (-2 + \overline{P_C^H} + \right. \\
&\quad \left. 2(2 + \overline{P_C^H})\overline{P_C^L}) \cos[2\theta_{23}] \right\} \sin[2\theta_{12}] \sin[\theta_{13}] \sin[2\theta_{23}] \quad (D.6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \overline{P_{\bar{\nu}_\tau \rightarrow \bar{\nu}_e}^T}(x) \rangle &= \frac{1}{8} \left\{ 2 + \overline{P_C^H} + \cos[2\theta_{13}] \left\{ 2 - 6\overline{P_C^H} \cos[\theta_{23}]^2 \right\} + \overline{P_C^H} \cos[2\theta_{23}] + \right. \\
&\quad \left. - 2 \cos[2\theta_{12}] \cos[\theta_{13}]^2 (\overline{P_C^H} + 2\overline{P_C^H}\overline{P_C^L}) \right. \\
&\quad \left. + (-2 + \overline{P_C^H} + 2(2 + \overline{P_C^H})\overline{P_C^L}) \cos[2\theta_{23}] \right\} \quad (D.7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \overline{P_{\bar{\nu}_\tau \rightarrow \bar{\nu}_\mu}^T}(x) \rangle &= \frac{1}{32} \left\{ 12 - 5\overline{P_C^H} + 4 \cos[2\theta_{23}] - 8\overline{P_C^H} \cos[2\theta_{23}] - 6\overline{P_C^H} \cos[\theta_{13}]^2 \cos[4\theta_{23}] + \right. \\
&+ \cos[2\theta_{13}] \left\{ 3\overline{P_C^H} - 8 \sin[\theta_{23}]^2 \right\} + 2 \cos[2\theta_{12}] (\overline{P_C^H} + 2\overline{P_C^H} \overline{P_C^L}) + (-2 + \\
&+ \overline{P_C^H} + 2(2 + \overline{P_C^H}) \overline{P_C^L}) \cos[2\theta_{23}] \left. \right\} \left\{ 1 + 3 \cos[2\theta_{23}] + 2 \cos[2\theta_{13}] \sin[\theta_{23}]^2 \right\} \\
&- 8(\overline{P_C^H} + 2\overline{P_C^H} \overline{P_C^L}) + (-2 + \\
&+ \overline{P_C^H} + 2(2 + \overline{P_C^H}) \overline{P_C^L}) \cos[2\theta_{23}] \left. \right\} \sin[2\theta_{12}] \sin[\theta_{13}] \sin[2\theta_{23}] \quad (D.8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \overline{P_{\bar{\nu}_\tau \rightarrow \bar{\nu}_\tau}^T}(x) \rangle &= \frac{1}{32} \left\{ 12 + \overline{P_C^H} - 4 \cos[2\theta_{23}] + \right. \\
&+ 4\overline{P_C^H} \cos[2\theta_{23}] + 4 \cos[2\theta_{13}] \cos[\theta_{23}]^2 (-2 + 3\overline{P_C^H} + 3\overline{P_C^H} \cos[2\theta_{23}]) \\
&+ 2 \cos[2\theta_{12}] \left\{ 1 + 2 \cos[2\theta_{13}] \cos[\theta_{23}]^2 - 3 \cos[2\theta_{23}] \right\} \times \\
&\times (\overline{P_C^H} + 2\overline{P_C^H} \overline{P_C^L}) + (-2 + \overline{P_C^H} + 2(2 + \overline{P_C^H}) \overline{P_C^L}) \cos[2\theta_{23}] + \\
&+ 3\overline{P_C^H} \cos[4\theta_{23}] + 8 \left( \overline{P_C^H} + 2\overline{P_C^H} \overline{P_C^L} - \left( 2 - \overline{P_C^H} + \right. \right. \\
&\left. \left. - 2(2 + \overline{P_C^H}) \overline{P_C^L} \right) \cos[2\theta_{23}] \right) \left. \right\} \sin[2\theta_{12}] \sin[\theta_{13}] \sin[2\theta_{23}] \quad (D.9)
\end{aligned}$$



# Referências Bibliográficas

- [1] B. T. Cleveland et al. Measurement of the solar electron neutrino flux with the Homestake chlorine detector. *Astrophys. J.*, 496:505–526, 1998.
- [2] J. N. Abdurashitov et al. Measurement of the solar neutrino capture rate by the Russian-American gallium solar neutrino experiment during one half of the 22-year cycle of solar activity. *J. Exp. Theor. Phys.*, 95:181–193, 2002.
- [3] W. Hampel et al. GALLEX solar neutrino observations: Results for GALLEX IV. *Phys. Lett.*, B447:127–133, 1999.
- [4] M. Altmann et al. Complete results for five years of GNO solar neutrino observations. *Phys. Lett.*, B616:174–190, 2005.
- [5] S. Fukuda et al. Solar B-8 and he p neutrino measurements from 1258 days of Super-Kamiokande data. *Phys. Rev. Lett.*, 86:5651–5655, 2001.
- [6] S. Fukuda et al. Constraints on neutrino oscillations using 1258 days of Super-Kamiokande solar neutrino data. *Phys. Rev. Lett.*, 86:5656–5660, 2001.
- [7] S. Fukuda et al. Determination of solar neutrino oscillation parameters using 1496 days of Super-Kamiokande-I data. *Phys. Lett.*, B539:179–187, 2002.
- [8] M. B. Smy et al. Precise measurement of the solar neutrino day/night and seasonal variation in Super-Kamiokande-I. *Phys. Rev.*, D69:011104, 2004.
- [9] Q. R. Ahmad et al. Measurement of the charged current interactions produced by B-8 solar neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory. *Phys. Rev. Lett.*, 87:071301, 2001.



- [10] Q. R. Ahmad et al. Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory. *Phys. Rev. Lett.*, 89:011301, 2002.
- [11] Q. R. Ahmad et al. Measurement of day and night neutrino energy spectra at SNO and constraints on neutrino mixing parameters. *Phys. Rev. Lett.*, 89:011302, 2002.
- [12] S. N. Ahmed et al. Measurement of the total active B-8 solar neutrino flux at the Sudbury Neutrino Observatory with enhanced neutral current sensitivity. *Phys. Rev. Lett.*, 92:181301, 2004.
- [13] B. Aharmim et al. Electron energy spectra, fluxes, and day-night asymmetries of B-8 solar neutrinos from the 391-day salt phase SNO data set. *Phys. Rev.*, C72:055502, 2005.
- [14] Takaaki Kajita and Yoji Totsuka. Observation of atmospheric neutrinos. *Rev. Mod. Phys.*, 73:85–118, 2001.
- [15] Y. Fukuda et al. Atmospheric muon-neutrino / electron-neutrino ratio in the multiGeV energy range. *Phys. Lett.*, B335:237–245, 1994.
- [16] S. Hatakeyama et al. Measurement of the flux and zenith angle distribution of upward through-going muons in Kamiokande II + III. *Phys. Rev. Lett.*, 81:2016–2019, 1998.
- [17] Y. Fukuda et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, 81:1562–1567, 1998.
- [18] Y. Ashie et al. Evidence for an oscillatory signature in atmospheric neutrino oscillation. *Phys. Rev. Lett.*, 93:101801, 2004.
- [19] Y. Ashie et al. A measurement of atmospheric neutrino oscillation parameters by Super-Kamiokande I. *Phys. Rev.*, D71:112005, 2005.
- [20] M. Ambrosio et al. Atmospheric neutrino oscillations from upward throughgoing muon multiple scattering in MACRO. *Phys. Lett.*, B566:35–44, 2003.
- [21] M. Ambrosio et al. Measurements of atmospheric muon neutrino oscillations, global analysis of the data collected with MACRO detector. *Eur. Phys. J.*, C36:323–339, 2004.

- [22] Mayly C. Sanchez et al. Observation of atmospheric neutrino oscillations in Soudan 2. *Phys. Rev.*, D68:113004, 2003.
- [23] Amol S. Dighe and Alexei Yu. Smirnov. Identifying the neutrino mass spectrum from the neutrino burst from a supernova. *Phys. Rev.*, D62:033007, 2000.
- [24] Richard C. Schirato, George M. Fuller, ((1) UCSD (2) LANL), UCSD, and LANL). Connection between supernova shocks, flavor transformation, and the neutrino signal. 2002.
- [25] G. L. Fogli, E. Lisi, D. Montanino, and A. Mirizzi. Analysis of energy- and time-dependence of supernova shock effects on neutrino crossing probabilities. *Phys. Rev.*, D68:033005, 2003.
- [26] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Mirizzi, and D. Montanino. Probing supernova shock waves and neutrino flavor transitions in next-generation water-Cherenkov detectors. *JCAP*, 0504:002, 2005.
- [27] R. Tomas et al. Neutrino signatures of supernova shock and reverse shock propagation. *JCAP*, 0409:015, 2004.
- [28] Gianluigi L. Fogli, Eligio Lisi, Alessandro Mirizzi, and Daniele Montanino. Damping of supernova neutrino transitions in stochastic shock-wave density profiles. *JCAP*, 0606:012, 2006.
- [29] Huaiyu Duan, George M. Fuller, J. Carlson, and Yong-Zhong Qian. Coherent Development of Neutrino Flavor in the Supernova Environment. *Phys. Rev. Lett.*, 97:241101, 2006.
- [30] Huaiyu Duan, George M. Fuller, J. Carlson, and Yong-Qian Zhong. Neutrino Mass Hierarchy and Stepwise Spectral Swapping of Supernova Neutrino Flavors. *Phys. Rev. Lett.*, 99:241802, 2007.
- [31] Huaiyu Duan, George M. Fuller, J. Carlson, and Yong-Zhong Qian. Flavor Evolution of the Neutronization Neutrino Burst from an O-Ne-Mg Core-Collapse Supernova. *Phys. Rev. Lett.*, 100:021101, 2008.

- [32] Gianluigi L. Fogli, Eligio Lisi, Antonio Marrone, and Alessandro Mirizzi. Collective neutrino flavor transitions in supernovae and the role of trajectory averaging. *JCAP*, 0712:010, 2007.
- [33] M. Apollonio et al. Limits on neutrino oscillations from the CHOOZ experiment. *Phys. Lett.*, B466:415–430, 1999.
- [34] Kurt Weiler (Editor). Supernovae and gamma-ray bursters. *Lecture Notes in Physics*, 598, 2003.
- [35] Hans-Thomas Janka, K. Langanke, A. Marek, G. Martinez-Pinedo, and B. Mueller. Theory of core-collapse supernovae. *Phys. Rept.*, 442:38–74, 2007. astro-ph/0612072.
- [36] S. E. Woosley and T. A. Weaver. The evolution and explosion of massive stars. 2. explosive hydrodynamics and nucleosynthesis. *Astrophys. J. Suppl.*, 101:181–235, 1995.
- [37] H. Suzuki. Supernova neutrinos. *Physics and Astrophysics of Neutrinos*. Springer-Verlag, pages 763–847, 1994.
- [38] H. A. Bethe. *Supernova mechanisms*. *Rev. Mod. Phys.*, 62:801–866, 1990.
- [39] E. Baron and J. Cooperstein. *The effect of iron core structure on supernovae*. *Astrophys. J.*, 353:597–611, 1990.
- [40] Ernesto. Kemp. Caracterização da emissão de neutrinos de colapsos estelares com o experimento LVD. *UNICAMP, Tese de Mestrado*, 1995.
- [41] Kei Kotake, Katsuhiko Sato, and Keitaro Takahashi. *Explosion Mechanism, Neutrino Burst, and Gravitational Wave in Core-Collapse Supernovae*. *Rept. Prog. Phys.*, 69:971–1144, 2006.
- [42] Carlo Giunti e Chung W. Kim. *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. Oxford University Press, 2007.
- [43] M. Liebendoerfer et al. *A finite difference representation of neutrino radiation hydrodynamics for spherically symmetric general relativistic supernova simulations*. *Astrophys. J. Suppl.*, 150:263–316, 2004. astro-ph/0207036.

- [44] *J. R. Wilson. Numerical astrophysics. 1985. editado por J. Centrella, J. Leblanc, e R. Bowers.*
- [45] *Xin-Heng Guo, Ming-Yang Huang, and Bing-Lin Young. Realistic Earth matter effects and a method to measure small  $\theta_{13}$  in the detection of supernova neutrinos. arXiv:hep-ph/0806.2720, 2008.*
- [46] *K. Hirata et al. Observation of a Neutrino Burst from the Supernova SN 1987a. Phys. Rev. Lett., 58:1490–1493, 1987.*
- [47] *R. M. Bionta et al. Observation of a Neutrino Burst in Coincidence with Supernova SN 1987a in the Large Magellanic Cloud. Phys. Rev. Lett., 58:1494, 1987.*
- [48] *E. N. Alexeyev et al. Detection of the neutrino signal from SN 1987A in the LMC using the INR Baksan underground scintillation telescope. Phys. Lett. B, 205:209, 1988.*
- [49] *W.-M. Yao and et al. Review of Particle Physics. Journal of Physics G, 33:1+, 2006.*
- [50] *L. Wolfenstein. Neutrino oscillations in matter. Phys. Rev., D17:2369, 1978.*
- [51] *F. J. Botella, C. S. Lim, and W. J. Marciano. RADIATIVE CORRECTIONS TO NEUTRINO INDICES OF REFRACTION. Phys. Rev., D35:896, 1987.*
- [52] *T. Araki et al. Measurement of neutrino oscillation with KamLAND: Evidence of spectral distortion. Phys. Rev. Lett., 94:081801, 2005.*
- [53] *E. Aliu et al. Evidence for muon neutrino oscillation in an accelerator- based experiment. Phys. Rev. Lett., 94:081802, 2005.*
- [54] *S. P. Mikheev and A. Yu. Smirnov. Resonance enhancement of oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy. Sov. J. Nucl. Phys., 42:913–917, 1985.*
- [55] *S. P. Mikheev and A. Yu. Smirnov. Resonant amplification of neutrino oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy. Nuovo Cim., C9:17–26, 1986.*
- [56] *Cecilia Lunardini and Alexei Yu. Smirnov. Probing the neutrino mass hierarchy and the 13-mixing with supernovae. JCAP, 0306:009, 2003.*

- [57] *Chung W. Kim e Aihud Pevsner. Neutrinos in Physics and Astrophysics, volume Vol. 8. of Contemporary Concepts in Physics. Harwood Academic Press, 1993.*
- [58] *Tzee-Ke Kuo and James T. Pantaleone. Nonadiabatic Neutrino Oscillations in Matter. Phys. Rev., D39:1930, 1989.*
- [59] *Tzee-Ke Kuo and James T. Pantaleone. SUPERNOVA NEUTRINOS AND THEIR OSCILLATIONS. Phys. Rev., D37:298, 1988.*
- [60] *S. P. Mikheyev and A. Yu. Smirnov. Resonant neutrino oscillations in matter. Prog. Part. Nucl. Phys., 23:41–136, 1989.*
- [61] *M. Ikeda et al. Search for Supernova Neutrino Bursts at Super- Kamiokande. Astrophys. J., 669:519–524, 2007.*
- [62] *Alessandro Strumia and Francesco Vissani. Precise quasielastic neutrino nucleon cross section. Phys. Lett., B564:42–54, 2003.*
- [63] *V. Barger, D. Marfatia, and K. Whisnant. Progress in the physics of massive neutrinos. Int. J. Mod. Phys., E12:569–647, 2003.*