

"FORÇAS DE APRISIONAMENTO DE VÓRTICES E
CORRENTE CRÍTICA EM SUPERCONDUTORES DO TIPO II"

CRISTINA BORMIO

ORIENTADOR: DR. DALTRO GARCIA PINATTI

Tese apresentada ao Instituto de Física "Gleb Wataghin" da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos para obtenção do grau de "Mestre em Física".

Este exemplar corresponde a redação final da Tese defendida pela aluna Cristina Bormio e aprovada pela comissão julgadora

12/12/85
[Assinatura]

Dezembro, 1985

Aos meus pais, Edison (em memória) e
Temis e ao meu irmão Edison pelos in-
centivos, cuidados e amor que sempre
me dedicaram.

AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Daltro Garcia Pinatti por sua valiosa orientação profissional e grande amizade a mim dedicada durante todo decorrer do trabalho.
- Ao José Augusto Pimenta Neto, grande amigo, que muito me ajudou no trabalho experimental.
- Ao Prof. Edison Zacarias da Silva pelas proveitosas discussões e acompanhamento de todo trabalho.
- Aos grandes amigos, Márcio, César, Nelson, Márcia, Selena e Suhaila que deram a maior força nas horas mais difíceis.
- A todo pessoal do laboratório de Baixas Temperaturas pelo companheirismo.
- Ao pessoal da Fundação de Tecnologia Industrial-DMAR, na fabricação dos cabos supercondutores que tornaram possível a realização do trabalho.
- Ao pessoal da sala, Cecília, Shigue e Johnson pela dedicada amizade.
- A Fátima da FTI/DMAR, pelo trabalho de datilografia.
- A FAPESP pelo suporte financeiro.

RESUMO

No presente trabalho são estudadas as interações vórtices-centros de aprisionamento em materiais supercondutores do tipo II por meio de duas teorias: uma termodinâmica (Hampshire-Taylor) e outra microscópica (Larkin-Ovchinnikov).

O estudo foi aplicado ao NbTi na faixa de composição de 50% em peso de Ti. São cabos comerciais de 361 filamentos com diâmetro final de 0,35 mm para o fio e 9,2 μm para os filamentos. O material apresenta alta taxa de deformação em área ($\sim 10^5$ e 10^7) e consequentemente alta densidade de deslocamentos, sendo que estes defeitos são os que atuam como centros de aprisionamento. Variações nos tratamentos termomecânicos nos cabos supercondutores modificam os mecanismos de interação. Foi feita a identificação do mecanismo específico para cada tipo de tratamento. Foram feitas medidas de densidade de corrente crítica (J_c) em função do campo magnético no intervalo de 1 a 7 Tesla sendo que os parâmetros supercondutores usuais como o campo crítico superior (H_{c2}) e o parâmetro de Ginzburg-Landau (κ) são estimados a partir de dados da literatura.

As duas teorias utilizadas apresentam a mesma conclusão: à medida que o tamanho dos centros de aprisionamento diminuem, aproximando-se do parâmetro da rede de vórtices, há um aumento de J_c e consequentemente da força de aprisionamento (F_p). Esta é fraca para distribuições uniformes da densidade de deslocamentos (um único tipo de defeito), aumenta com a adição de precipitados de $\text{Ti}\alpha$ (dois tipos de defeitos e grande nitidez dos mesmos em relação a matriz) e cresce significativamente com a adição de um terceiro tipo de defeito (deslocamentos distribuídas), obtido através da deformação do material após o último tratamento térmico.

Entretanto há um máximo da corrente crítica em função da deformação normal ϵ_I após o último tratamento térmico, possibilitando a especificação quantitativa da otimização da corrente crítica para cada campo magnético de trabalho do cabo supercondutor.

A aplicação quantitativa das teorias de Hampshire-Taylor e Larkin-Ovchinnikov aos processos industriais de fabricação de cabos permitirá aumentar as correntes críticas através de otimização dos tratamentos térmicos e provavelmente com adição de dopantes na composição da liga.

ÍNDICE

	PÁGINA
CAPÍTULO I - FORÇAS DE APRISIONAMENTO EM SUPERCONDUTORES DO TIPO II	1
I - Introdução	1
II - Leis de Escalonamento	2
III - Forças de Aprisionamento	3
III.A - Natureza Supercondutora dos centros de aprisionamento	5
III.B - Natureza de Interação Vórtice-Matriz	6
III.C - Tamanho dos Centros de Aprisio <u>n</u> amento	7
III.D - Rigidez da Rede de Vórtices	8
IV - Cálculo dos Parâmetros da Equação (4) F_p	8
IV.A - ΔW - Trabalho Realizado por Unidade de Comprimento de Vórtice Aprisionado	8
IV.A.1 - Interação Magnética	9
IV.A.2 - Interação de Núcleo	10
IV.B - x - Distância de Interação	12
IV.C - L - Comprimento de Interação do Vórtice	12
IV.D - η - Fator de Eficiência	13
V - Funções de Aprisionamento Específicas	14
V.A - Interação Magnética	14
V.B - Interação de Núcleo	16
VI - Limite de Baixos Campos	18
VII - Análise dos Cálculos	21
Tabelas e Figuras	23
 CAPÍTULO II - TEORIA DE ELASTICIDADE PARA A REDE DE VÓRTICES	 27
I - Constantes Elásticas	27
II - Teoria de Larkin e Ovchinnikov	36
Tabelas e Figuras	46

CAPÍTULO III - ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS	48
I - Resultados Experimentais	48
II - Análise das Forças de Aprisionamento	49
II.A - Estimativa para $\Delta\kappa$	49
II.B - Aplicações da teoria de Hampshire e Taylor	52
III - Otimização de Cabos Supercondutores	56
IV - Constantes Elásticas	59
IV.A - Teoria de Hampshire-Taylor	59
IV.B - Teoria de Larkin-Ovchinnikov	61
Tabelas e Figuras	65
 CAPÍTULO IV - CONCLUSÕES	 78
Referências	81
APÊNDICE I - ESTRUTURA DE VÓRTICE - MODELO DE ABRIKOSOV	85
Referências	110
APÊNDICE II - TERMODINÂMICA DOS SUPERCONDUTORES	111
APÊNDICE III - PARÂMETROS SUPERCONDUTORES DAS LIGAS NbTi	116
Referências	121
APÊNDICE IV - CONSTANTE ELÁSTICA C_{66} NO LIMITE DE BAIXOS CAMPOS	123
Referências	126

INTRODUÇÃO

Um supercondutor ideal do tipo II não suporta a passagem de corrente elétrica. A força de Lorentz $\vec{J} \times \vec{B}$ atuando no vórtice provoca seu movimento com conseqüente dissipação de energia e destruição da supercondutividade. Supercondutor real do tipo II (hard superconductor) tem o movimento dos vórtices impedidos pelas deslocações, precipitados e contornos de grãos, possibilitando a aplicação de altas densidades de corrente ($10^5 \sim 10^6$ A/cm²) resultando daí as aplicações científicas e industriais da supercondutividade (magnetos, cavidades, linhas de transmissão, sensores etc).

O presente trabalho versa sobre força de aprisionamento em supercondutores reais do tipo II (pinning forces). O mesmo é parte de um conjunto de três trabalhos sendo o primeiro sobre tecnologia de fabricação de supercondutores de NbTi ⁽¹⁾, o segundo é o presente trabalho e o terceiro sobre estabilidade dos cabos e magnetos supercondutores ⁽²⁾.

Dos 74 anos de pesquisa em supercondutividade ⁽³⁾, 48 anos têm sido dedicados aos supercondutores reais do tipo II ⁽⁴⁾. Destes 48 anos, 11 deles não foram efetivamente conhecidos pelo mundo ocidental ^(5,6,7,8). Foi apenas na década de 60 que o mundo ocidental começou a alcançar entendimentos dos supercondutores reais do tipo II.

Kunzler ⁽⁹⁾ e Goodman ⁽¹⁰⁾ identificaram que os altos campos magnéticos de Nb₃Sn eram devido ao fato de serem supercondutores do tipo II. London ⁽¹¹⁾, Bean ⁽¹²⁾ e Kim et al ⁽¹³⁾ introduziram o conceito de estado crítico. Gorter ⁽¹⁴⁾ e Anderson ⁽¹⁵⁾ iniciaram a explicação microscópica em função da variação espacial da energia. Yamafuji e Irie ⁽¹⁶⁾ e Labush ⁽¹⁷⁾ introduziram a teoria de adição das interações vórtices-defeito em função das interações elásticas entre a rede de vórtices e o arranjo estatístico dos centros de aprisionamento.

Na década de 70 iniciaram-se os estudos das interações fundamentais da rede de vórtices com a microestrutura das bandas de deslocações e microprecipitados. Neal et al ⁽¹⁸⁾ verificou experimentalmente a dependência entre as forças de aprisionamento ao inverso do diâmetro das células de deslocações. Arndt et al ⁽¹⁹⁾, Willbrandt et al ⁽²⁰⁾ e Hillman et al ^(21,22,23) desen

volveram os processos de otimização da corrente crítica em função das taxas de deformações e tratamentos térmicos intermediários e finais. Hampshire et al (24,25) e Dew-Hughes (26) calcularam a interação de aprisionamento fundamental entre o vórtice e a estrutura de defeitos e daí as correntes críticas sem considerar as constantes elásticas da rede. Estes cálculos são os que melhor concordam com os resultados experimentais, porém não contém elementos suficientes para explicar detalhes específicos de cada material.

Considerável esforço foi feito nesta década referente ao cálculo da força de interação fundamental f_p e a estatística da adição destas forças. Estão detalhadas em vários trabalhos de revisão (27,28,29,30) e um deles publicado recentemente (31).

Ainda na década de 70 Larkin e Ovchinnikov (LO) (32) calcularam as forças de aprisionamento a partir de primeiros princípios (funções espaciais aleatórias da constante de interação elétron-fonon, caminho livre médio do elétron e densidade de estado da superfície de Fermi). Nestes cálculos foram obtidos tanto as formas tipo domo, bem como efeito de pico da força de aprisionamento em função do campo magnético. Estes cálculos abrem a possibilidade de se criar nos cabos supercondutores as condições do efeito pico para maximizar a corrente crítica em altos campos magnéticos.

Na década de 80 vêm sendo conduzidas duas linhas de trabalho. A primeira liderada por Larbalestier visa criar e observar experimentalmente os defeitos que maximizam as forças de aprisionamento (33,34). A grande dificuldade é a não disponibilidade de instrumentação (microscópio eletrônico, microsonda etc.) (35) capaz de analisar os defeitos com a resolução de 20 \AA necessárias para a medida dos parâmetros dos defeitos. O segundo consiste no trabalho de Brandt (36,37,38) sobre simulação em computadores do aprisionamento de vórtices em supercondutores do tipo II, sendo que estes cálculos seguem os mesmos conceitos inicialmente desenvolvidos por Larkin e Ovchinnikov. As conclusões dos trabalhos de simulação são: a) Foi confirmada a dependência $J_c \sim f_p^2$ no sistema bidimensional para os casos de aprisionamentos fracos. Para sistema tridimensional esta dependência é $J_s \sim f_p^4$ (para alguns casos estas dependências permanecem também para aprisionamentos fortes); b) Para certos ajustes das variáveis $J = J(f_p)$ existe um salto, mas nunca uma "threshold" tal como indica a teoria elástica de Labush; c) Os efeitos hereditários advêm de aprisionamentos muito fortes decorrentes de uma rede de fluxo deformada (amorfa); d) É previsto

o comportamento linear inicial da força de aprisionamento em função do deslocamento da rede de vórtice; e) Para aprisionamentos fortes é confirmado o limite $J \sim f_p$ decorrentes da adição simples das forças de aprisionamento; f) O conceito de forças de aprisionamento elementar necessita ser modificado para se ter leis simples tais como: $J \sim f_p$, $J \sim f_p^2$, $J \sim f_p^4$. Em vez de $f_p = f_{\max} = \frac{A_p}{R_p}$ (A_p = amplitude da força e R_p = distância de interação de aprisionamento), f_p deve ser associado ao valor quadrático médio da f_{\max} ; g) Dependendo do tipo de centro de aprisionamento a relaxação pode diminuir ou aumentar f_p em relação ao modelo de rede rígida; h) Curvas típicas de $J(f_p)$ são comportamentos quadráticos para aprisionamentos atrativos (aprisionamentos coletivos fracos), um salto para o início da deformação plástica da rede, um comportamento constante para ancoramento da rede de vórtice e um comportamento linear para aprisionamentos fortes.

O presente trabalho resume os cálculos de Hampshire e Dew-Hughes sobre forças de aprisionamento de vórtices, os cálculos das constantes elásticas de Labush e a conjugação dos dois fatores segundo a teoria de Larkin e Ovchinnikov. São adicionados apêndices da teoria de Abrikosov, dos potenciais termodinâmicos e dos parâmetros supercondutores usuais necessários para uma coleta auto suficiente do cálculo da corrente crítica. O detalhamento dos cálculos serão continuados no programa de doutoramento com o detalhamento da simulação por computadores e das teorias Gorkov e Larkin-Ovchinnikov.

No capítulo de resultados são quantificados os parâmetros dos cabos supercondutores de NbTi em desenvolvimento pelo programa de supercondutividade nacional, a partir dos quais são comparados as formas experimentais das curvas de forças de aprisionamento em função do campo com as formas das curvas teóricas.

Infelizmente não há instrumentação no país para medidas das microestruturas metalúrgicas, e desta forma são usados parâmetros da literatura que necessariamente podem não ser os parâmetros dos cabos em fabricação no país.

Particular atenção é dada à aplicação da teoria de LO na explicação do pico de corrente que está sendo obtido nos cabos nacionais de NbTi em função da taxa de deformação após o último tratamento térmico para um campo magnético fixo. O objetivo é verificar se o modelo de LO para explicar o efeito pico em função do campo para uma amostra (uma mesma estrutura de defeito variando a re-

de de vórtice), pode isomorficamente ser aplicado para o caso de campo fixo (rede de vórtice fixa) variando-se a estrutura de defeitos (várias amostras com diferentes taxas de deformação).

Finalmente cumpre notar que até os anos 60 as densidades de corrente para NbTi a 7T eram da ordem de $0,4 \times 10^5$ A/cm². Na década de 70 a corrente crítica foi levantada a $1,0 \times 10^5$ A/cm² através de tratamento térmico após a fabricação do cabo. No final da década de 70 e mais acentuadamente na década de 80 foram desenvolvidos os trabalhos de otimização a corrente crítica através de tratamentos termomecânicos. Apenas recentemente um fabricante (Vacuumschmelze) alcançou o valor de $1,5 \times 10^5$ A/cm². O programa nacional de desenvolvimento de cabos supercondutores no seu primeiro lote de fabricação alcançou o valor de $1,38 \times 10^5$ A/cm² e não foram feitas ainda as medidas no máximo dos picos de deformações. Caso seja estabelecido o isomorfismo da teoria de LO com o pico de corrente em função da deformação após o último tratamento térmico, ter-se-á estabelecido um avanço no processo de otimização das correntes críticas em NbTi.

Embora se esteja muito longe da corrente de quebra de pares supercondutores que a 7T para o NbTi é da ordem de 50×10^5 A/cm² ultrapassar a marca de $1,8 \times 10^5$ A/cm² significa economizar três vezes nos custos dos magnetos supercondutores atuais. Isto basta para uma explosão de aplicações industriais dos magnetos supercondutores.

REFERÊNCIAS

- (1) - PIMENTA NETO, J.A. - "Tecnologia de Fabricação de Cabos Supercondutores de NbTi", Tese de Mestrado - em andamento
- (2) - SHIGUE, C.Y. - "Estabilidade dos Cabos e Magnetos Supercondutores", Tese de Mestrado - em andamento
- (3) - ONNES, H.K. - Akad. Van Wetenschappen (Amsterdam), 14, 113, 818. (1911)
- (4) - SHUBNIKOV, L.V.; KHOTKEVICH, V.I.; SHEPELEV, Yu.D. e RIABININ, Yu.N. - Zh. Eksperim. Teor. Fiz. 7, 221 (1937)
- (5) - GINZBURG, V.L. e LANDAU, L.D. - Zh. Eksp. Teor. Fiz. 20, 1064 (1950) (English Translation in Men of Physics: L.D. Landau vol. 1, ed. by D. Ter Haar, Pergamon Press, NY 1965)

- (6) - ABRIKOSOV, A.A. - "On the Magnetic Properties of Superconductors of the Second Group", Soviet Phys. JETP, 5, 1174 (1957)
- (7) - GORKOV, L.P. - Sov. Phys. JETP, 7, 505 (1958)
- (8) - GORKOV, L.P. - Sov. Phys. JETP, 9, 1364 (1952)
- (9) - KUNZLER, J.E.; BUEHLER, E.; HSU, F.S.L. e WERNICK, J.H. - Phys. Rev. Lett., 6, 89 (1961)
- (10) - GOODMAN, B.B. - Phys. Rev. Lett., 6, 597 (1961)
- (11) - LONDON, H. - "Alternating Current Losses in Superconductors of the Second Kind", Phys. Lett., 6, 162 (1963)
- (12) - BEAN, C.P. - "Magnetization of Hard Superconductors", Phys. Rev. Lett., 8, 250 (1962)
- (13) - KIM, Y.B.; HEMPSTEAD, C.F. e STRNAD, A.R. - "Critical Persistent Currents in Hard Superconductors", Phys. Rev. Lett., 9, 306 (1962)
- (14) - GORTER, C.J. - Phys. Lett., 1, 69 e 2, 26 (1962)
- (15) - ANDERSON, P.W. - "Theory of Flux Creep in Hard Superconductors", Phys. Rev. Lett., 9, 309 (1962)
- (16) - IRIE, F. e YAMAFUJI, K. - J. of Phys. Soc. Jap. 23, 255 (1967)
- (17) - LABUSH, R. - "Calculations of the Critical Field Gradient in Type II Superconductors", Crystal Lattice Defects, 1, 1 (1969)
- (18) - NEAL, D.F.; BARBER, A.C.; WOOLCOCK, A. e GIDLEY, J.A.F. - "Structure and Superconducting Properties of 44% Ti Wire", Acta Metall., 19, 143 (1971)
- (19) - ARNDT, R. e EBELING, R. - "Influência dos Parâmetros Microestruturais sobre a Corrente Crítica nos Supercondutores de NbTi", Z. Metallkde., 65, 364 (1974)
- (20) - WILLBRANDT, J. e SCHLUMP, W. - "Influência da Densa Precipitação e Partículas Grandes sobre a Corrente Crítica em Supercondutores de NbTi", Z. Metallkde., 66, 714 (1975)
- (21) - HILLMANN, H. - "Pesquisas em 'Hard Superconductors', com exemplo do NbTi, Parte I", Metall (Berlin), 27, 797 (1973)
- (22) - HILLMANN, H. - "Precipitados e Aprisionamento de Fluxo por Supercondutores de Altos Campos", Siemens Forsch. u. Enturckl. Ber., 3, 197 (1974)

- (23) - HILLMANN, H. - "Pesquisas em Supercondutores em Altos Campos", Z. Metallkde., 66, 69 (1975)
- (24) - HAMPSHIRE, R.G. e TAYLOR, M.T. - "Critical Supercurrents and the pinning of vortices in commercial Nb-60% at Ti", J. Phys. F, 2, 89 (1972)
- (25) - HAMPSHIRE, R.G. - "The Critical Current density of Nb-60% at Ti e Nb-25% at Zr Superconductors in Small Magnetic Fields", J. Phys. D, 7, 1847 (1974)
- (26) - DEW HUGHES, D. - "Flux Pinning Mechanisms in Type II Superconductors", Phil. Mag., 30, 293 (1974)
- (27) - CAMPBELL, A.M. e EVETTS, J.E. - "Flux Vortices and Transport Currents in Type II Superconductors", Adv. Phys., 21 (1972)
- (28) - ULLMAIER, H. - "Irreversible Properties of Type II Superconductors", Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, N.Y. (1975)
- (29) - HUEBENER, R.P. - "Magnetic Flux Structures in Superconductors", Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, N.Y. (1977)
- (30) - LUHMAN, T. e DEW HUGHES, D. - "Treatise on Materials Science and Technology", 14, Metallurgy of Superconducting Materials (1979)
- (31) - COLLINGS, E.W. - "A Sourcebook of Titanium Alloy Superconductor", Plenum Press, N.Y. (1983)
- (32) - LARKIN, A.I. e OVCHINNIKOV, Yu. N. - "Pinning in Type II Superconductors", J. Low. Temp. Phys. 34, nº 3/4, 409 (1978)
- (33) - LARBALESTIER, D.C. - "Superconductor Material Science Metallurgy, Fabrication and Application", Ed. S. Foner e B.B. Schwartz, Plenum Press, N.Y. (1981)
- (34) - WEST, A.W. e LARBALESTIER, D.C. - "Microstructural Changes Produced in a Multifilamentary NbTi Composite by Cold Work and Heat Treatment", Met. Trans., 15A, 843 (1984)
- (35) - TINKHAN, M.; BEASLEY, M.R.; LARBALESTIER, D.C.; CLARK, A.F. e FINNEMORE, D.K. - "Research Opportunities in Superconductivity", Cryogenics, July, 378 (1984)
- (36) - BRANDT, E.H. - "Computer Simulation of Flux Pinning in Type II Superconductors", Phys. Rev. Lett., 50, nº 20, 1599 (1983)

- (37) - BRANDT, E.H. - "Computer Simulation in Type II Superconductor I. Two Dimensional Simulation", J. Low. Temp., 53, n^o 1/2, 41 (1983)
- (38) - BRANDT, E.H. - "Computer Simulation of Vortex Pinning in Type II Superconductors II. Randon Point Pins", J. Low. Temp. Phys., 53, n^o 1/2, 71 (1983)

CAPÍTULO I

FORÇAS DE APRISIONAMENTO EM SUPERCONDUTORES DO TIPO II

I - INTRODUÇÃO

Os materiais supercondutores tipo II, quando na presença de campo magnético aplicado apresentam um comportamento que é chamado de "estado misto". Este estado ocorre a partir de um campo crítico H_{c1} . Para $H < H_{c1}$ temos o chamado estado Meissner, onde há exclusão total de campo magnético dentro do material. O estado misto é caracterizado pela presença de vórtices de corrente, ou seja, quanta de fluxo magnético que penetram no material e se distribuem de forma periódica (rede triangular) formando assim a "rede de vórtices".

Quando passamos uma corrente elétrica por este material, esta rede de vórtices está sujeita a uma força de Lorentz dada por:

$$\vec{F}_L = \vec{J} \times \vec{B} \tag{1}$$

onde B é a indução magnética e J a densidade de corrente.

Estes vórtices tendem a se mover viscosamente pelo material, criando instabilidades térmicas, até que o material passe totalmente para o estado normal. No entanto, as microestruturas (de feitos no material) interagindo com os vórtices aprisionam-nos. No modelo do estado crítico ^(I.1), temos que a força de aprisionamento dos vórtices pelas microestruturas é balanceada à força de Lorentz. A força máxima de aprisionamento para um dado campo aplicado é limitada pela corrente. Ao atingir um valor máximo J_c (densidade de corrente crítica), a força de Lorentz excede a força de aprisionamento $F_p(B)$ e arrasta a rede de vórtices, fazendo com que o material passe ao estado normal. Este valor de J_c depende das características metalúrgicas do material.

O estado crítico é representado por:

$$\vec{F}_p(B) = - \vec{J}_c \times \vec{B} \tag{2}$$

A densidade da corrente crítica pode ser determinada como função de B ou H como é feito comumente para materiais com altos κ (parâmetro de Ginzburg-Landau, apêndice I), pois $B \approx H$ para

esta classe de materiais, para $H \gg H_{c1}$.

Neste capítulo desenvolveremos a teoria para dois limites: de altos campos ($H \sim H_{c2}$) e baixos campos ($H/H_{c2} < 0,1$), sendo que o de maior interesse para o presente trabalho é o limite de altos campos.

No item II deste capítulo são discutidas algumas leis que os supercondutores obedecem relativas às aplicações de campo magnético e do comportamento das forças de aprisionamento em função deste.

No item III apresentamos a equação base para as forças de aprisionamento sobre a qual desenvolveremos toda a teoria e também os parâmetros que envolvem esta equação.

No item IV, são calculados os parâmetros da equação base, onde os fatores geométricos são válidos para todo intervalo de campo, já que os fatores energéticos são referentes ao limite de altos campos. Já no item V são combinados estes parâmetros para formação das funções de aprisionamento específicas para este limite de campo.

No item VI retomamos a equação base discutida no item III, sendo que os parâmetros que envolvem energia são desenvolvidos e os parâmetros geométricos já detalhados no item IV são aplicados para o limite de baixos campos.

Finalmente no item VII são feitas as análises das funções de aprisionamento obtidas.

II - LEIS DE ESCALONAMENTO

Podemos observar da equação (2) que se fizermos $B = 0$ temos que $F_p(B) = 0$ e para $B = \mu_0 H_{c2}$, $J_c = 0$ e também $F_p(B) = 0$. Portanto, $F_p(B)$ passa pelo menos por um máximo entre $B = 0$ e $B = H_{c2}$.

No estudo fenomenológico das forças de aprisionamento em supercondutores tipo II, foi primeiramente identificada uma lei de escalonamento por Fietz e Webb (I.2).

Trabalhos posteriores, como o de Kramer (I.3) mostram que existe uma lei de escalonamento geral para supercondutores tipo II com altos κ 's. Em geral a lei é dada por:

$$F_p(h) = H_{c2}^n(T) f_m(h) \quad (3)$$

onde n e $f_m(h)$ são características de cada material.

Desse modo, pode-se medir F_p e portanto $f_m(h)$ a uma dada temperatura e escalonar os resultados por $Hc_2^n(T)$.

A função $f_m(h)$ depende da história metalúrgica do material, ou seja, é muito sensível a variações na estrutura do material. No trabalho de Hampshire e Taylor (I.4) para Nb - 60% at.Ti comercial, encontraram uma lei de escalonamento do tipo da equação (3) onde $n \approx 2$ e observaram grandes mudanças em $f_m(h)$ com tratamentos térmicos, mudanças estas que deslocam o pico de máximo de $F_p(h) \times h$.

Neste nosso trabalho são previstas as formas de $f_m(h)$ a partir de considerações de energia livre na região $H \gg Hc_1$, levando em conta as dimensões características de interação entre microestrutura e vórtice e mais as dimensões dos defeitos metalúrgicos. Hampshire (I.5) em seu trabalho para baixos campos chegou à conclusão que para $h > \sim 0,01$, a força F_p obedece a lei dada pela equação (3), sendo que o coeficiente n variaria com os tratamentos térmicos feito no material.

III. FORÇAS DE APRISIONAMENTO

Dew-Hughes (I.6) sugeriu que a força de aprisionamento por unidade de volume pode ter uma definição natural dada por:

$$F_p = -\eta L \frac{\Delta W}{x} \quad (4)$$

onde: η = fator de eficiência, relacionado com a rigidez da rede de vórtices, ou seja, o quanto que a rede de vórtice permite que o vórtice relaxe e ajuste a uma posição de aprisionamento máximo.

L = comprimento total da linha que está aprisionada por unidade de volume.

x = comprimento efetivo de interação.

ΔW = trabalho realizado ao mover um comprimento unitário do vórtice de uma posição aprisionada para uma posição não aprisionada.

É importante observar que na equação (4) já está feita a soma sobre as interações fundamentais f_p , entre um vórtice e um tipo de defeito, portanto $f_p \neq \Delta W/x$. Os dois modelos de soma das

forças fundamentais são o de Dew-Hughes (I.6), representado pela equação (4) e o de Labush (I.7).

No modelo de Dew-Hughes a rede de vórtices é considerada amorfa e flexível, para supercondutores do tipo II com $\kappa \gg 1$, o suficiente para se ajustar a todos os centros de aprisionamento do material. Esta é chamada soma direta:

$$F_p = \sum_i \rho(i) f_p(i) \quad (5)$$

onde (i) é o número que dá a densidade do i-ésimo tipo de defeito, com a força de interação elementar máxima $f_p(i)$. Este modelo nos dá o limite máximo para F_p pois não é possível para qualquer modelo de soma, dar um valor maior que a soma da força de interação máxima sobre todos os defeitos.

Reescrevendo a equação (5) como:

$$F_p = \rho \left[\sum_i \rho(i) f_p(i) / \rho \right] = \rho \langle f_p \rangle \quad (6)$$

onde ρ é a densidade média de defeitos $\langle \rho_i \rangle$ e comparando a equação (6) com a equação (4) temos que a interação fundamental é dada por:

$$\langle f_p \rangle = \eta L (\Delta W/x) / \rho \quad (7)$$

Já no modelo de Labush, onde se consideram os defeitos como sendo pontuais, apresenta a dependência explícita de F_p da rigidez da rede de vórtices. A força de aprisionamento é dada por:

$$F_{pL} = \left(\frac{x_0}{d^2} \right) \sum_i \rho(i) f_p(i) u(i) \quad (8)$$

onde: d = espaçamento entre os vórtices.

x_0 = distância de interação ($\approx \xi$) para defeitos pequenos.

$u(i) = f_p(i) / (4\pi C_{ef} x_0)$ é o deslocamento sofrido pela rede ao se "entortar".

C_{ef} = módulo efetivo de deformação da rede de vórtices para as forças pontuais, normal aos vórtices.

As constantes elásticas serão tratadas no capítulo II.

A equação (8) também pode ser escrita como:

$$F_{pL} = \rho C \langle f_p^2 \rangle \quad (9)$$

onde:

$$C = 1 / (4\pi d^2 C_{ef}) \quad ; \quad \langle f_p^2 \rangle = \sum_i \rho(i) f_p^2(i) / \rho$$

As grandezas definidas na equação (4) são influenciadas por:

- (a) Natureza supercondutora dos centros de aprisionamento, pois é a diferença entre a natureza supercondutora deles e da matriz que dá a interação local (ΔW).
- (b) O tamanho e espaçamento das microestruturas que funcionam como centros de aprisionamento, se comparados com λ (comprimento de penetração). Somente se estas dimensões (x) forem maiores que λ , o equilíbrio local de B pode ser conseguido.
- (c) O tamanho dos centros de aprisionamento comparados com o espaçamento dos vórtices d ($= 1,07(\phi_0/B)^{1/2}$) determina o comprimento total de interação da linha de fluxo, bem como a natureza geométrica da interação (L).
- (d) A rigidez da rede de vórtices, determina se os deslocamentos dos vórtices frente às forças locais são puramente elásticos (considera-se as constantes elásticas) (η), ou se as forças de aprisionamento são bastante fortes para romper a rede e fazer assim com que cada linha atue individualmente.

A seguir, discutiremos as influências anteriormente citadas para mais tarde inseri-las adequadamente aos casos que serão estudados.

III.A - Natureza Supercondutora dos Centros de Aprisionamento

As diferenças nas propriedades supercondutoras entre os centros de aprisionamento e matriz, causam aprisionamento dos vórtices. A intensidade da interação é função desta diferença.

As diferenças nas propriedades supercondutoras se pronunciam na temperatura crítica (T_c), campo crítico superior (H_{c2}) ou parâmetro de Ginzburg-Landau (κ) e devem ser pequenas estas flutuações. Caso contrário, os centros de aprisionamento são tratados como não-supercondutores. Nos materiais comerciais, as possíveis causas de aprisionamento são:

- 1º) Pequenas diferenças em κ , devido a mudanças na resistividade residual com respeito a:
 - flutuações na composição.
 - distribuição não uniforme de deslocação.
 - transformações martensíticas.
 - contornos de grão.

São os chamados "aprisionamento $\Delta\kappa$ ".

29) Partículas não supercondutoras como: metais normais, isolantes ou "bolhas". Essas partículas segundo Bibby (I.8), devem ter dimensões maiores que ξ (comprimento de coerência) pois partículas metálicas menores são induzidas a serem supercondutoras pelo efeito de proximidade. Este segundo caso são os chamados "aprisionamentos normais".

Os materiais comerciais, altamente deformados, apresentam uma distribuição não uniforme de deslocações. Formam-se pilhas de deslocações com alta densidades destas nas paredes da pilha, diminuindo assim o caminho livre médio dos elétrons, portanto aumentando κ .

No caso da liga NbTi (I.4) a segregação de átomos de titânio nas paredes das pilhas de deslocações durante tratamentos térmicos podem ser os precursores da precipitação do Ti- α que é uma fase não supercondutora. Portanto, segregação de Ti afeta a energia de condensação e faz com que as paredes das células se tornem normais, mesmo a temperaturas abaixo da temperatura de transição (I.9).

III.B - Natureza de Interação Vórtice - Matriz

Classificaremos a natureza da interação comparando o tamanho da microestrutura que funciona como centro de aprisionamento, com λ . A distância λ (comprimento de penetração) é a distância na qual a indução B varia sensivelmente dentro do supercondutor. Para a classe dos supercondutores tipo II com $\kappa \gg 1$, λ é da ordem de 2000 Å.

Se a é o tamanho das microestruturas e l o espaçamento entre elas, temos que:

III.B.1 - para $a > \lambda$ e $l > \lambda$, a indução magnética B ajusta-se em qualquer posição dentro do supercondutor, ao seu valor de equilíbrio. No entanto o valor de B para a matriz é diferente de B para os centros de aprisionamento. Existe portanto uma barreira contra o movimento de fluxo na interface matriz - centro de aprisionamento. Esta é chamada interação magnética (I.10).

III.B.2 - para $a < \lambda$ e $l < \lambda$, a indução B não se ajusta a um valor de equilíbrio local e assumirá um valor médio apropriado.

A energia livre dos vórtices que passam por centros de aprisionamento neste caso é diferente da energia livre dos vórti -

ces na matriz. A diferença na energia se pronuncia através da energia de condensação do vórtice, que na matriz é $(V_n \mu_0 H_C^2)/2$ onde V_n é o volume do núcleo do vórtice. Caso este atravessasse um centro de aprisionamento, terá sua energia de condensação diminuída de $(V_c \mu_0 H_C^2)/2$, onde V_c é o volume do centro de aprisionamento. Portanto devido a estas diferenças entre as energias teremos outro tipo de interação chamada de interação de núcleo (I.11).

III.C - Tamanho dos Centros de Aprisionamento

Os centros de aprisionamento podem ser classificados através da comparação entre suas dimensões e o espaçamento entre os vórtices d ($d = 1,07 (\phi_0/B)^{1/2}$).

Como podemos observar, d varia com B e ϕ_0 é uma constante igual a $2 \times 10^{-7} \text{ G.cm}^2$. Para $B = 1\text{T}$ temos que $d \approx 480 \text{ \AA}$ e para $B = 7\text{T}$ temos $d \approx 180 \text{ \AA}$.

Podemos classificar os centros de aprisionamento como:

III.C.1 - de ponto: as dimensões em qualquer direção são sempre menores que d . Um centro de aprisionamento desta classe interage com apenas um vórtice de cada vez. Como exemplo temos vacâncias e intersticiais.

III.C.2 - de linha: têm uma dimensão menor que d . Por exemplo, temos que deslocamentos e precipitados em forma de agulha estão nesta classe de centros de aprisionamento. Quando a linha de defeito é paralela a B e portanto ao vórtice, a interação é biunívoca. No entanto se a linha forma um ângulo com o vórtice tem possibilidade de interagir com diversos vórtices.

III.C.3 - de superfície: têm duas dimensões maiores que d . Exemplos para esta classe são: contornos de grão, superfícies martensíticas, falhas de empilhamento, arranjos de deslocamentos como subgrãos e precipitados em formas de placas. Esses centros interagem com muitos vórtices ao mesmo tempo.

III.C.4 - de volume: têm todas as dimensões maiores que d . Como exemplo temos grandes precipitados e estruturas de células de deslocamentos com paredes espessas (deformação a frio). Esta classe também interage com muitos vórtices.

Seria interessante notar que no seu trabalho, Labush (I.7) calcula as forças de aprisionamento para centros de aprisionamento de ponto e no limite diluído, ou seja, $l \gg d$, onde l é o espaça-

mento entre eles. Como será visto no desenvolvimento deste trabalho este tipo de aprisionamento não é significativo nos materiais supercondutores reais (NbTi , Nb_3Sn , Nb_3Ge etc.)

III.D - Rigidez da Rede de Vórtices

Trabalhos posteriores ao de Labush (I.7), como por exemplo o de Dew-Hughes (I.6), ignoram a elasticidade da rede de vórtices, considerando-a amorfa e completamente flexível e neste caso o fator η da equação (4) é $\eta = 1$.

Já para o caso onde a rigidez da rede de vórtices (I.7) é levada em conta o fator η varia de $0 < \eta < 1$.

É claro que a separação dos quatro fatores envolvidos na equação (4) não é estanque como didaticamente acabamos de descrever. Fazendo a distinção nítida entre os vários fatores é possível fazer cálculos teóricos e estabelecer os comportamentos limites. Num material real é necessário cálculo numérico computacional a partir das medidas da distribuição e dimensões dos defeitos. (Atualmente estão sendo desenvolvidos instrumentos tais como microscópio eletrônico com ESCA, que viriam no futuro possibilitar estas medidas).

Na próxima discussão relativa ao tamanho dos centros de aprisionamento, consideraremos os defeitos de linha como sendo defeitos de ponto simplesmente, pois devido à alta deformabilidade desta, em geral teremos interações somente com pontos da linha.

IV - CÁLCULO DOS PARÂMETROS DA EQUAÇÃO (4) - F_p

Neste ítem calcularemos os parâmetros da equação (4) especificamente para cada tipo de interação anteriormente já detalhada (magnética e núcleo), bem como o tamanho e a geometria dos centros de aprisionamento para cada caso.

IV.A - ΔW - Trabalho Realizado por Unidade de Comprimento de Vórtice Aprisionado

O trabalho ΔW é uma função que depende do tipo de interação que está atuando, ou seja, se a interação é magnética ou é interação de núcleo.

Como estamos interessados nas forças de aprisionamento pa

ra altos campos ($\sim H_{c2}$), utilizaremos alguns resultados encontrados por Abrikosov (apêndice I) que resolve a equação de Ginzburg-Landau neste limite.

A indução magnética é dada por:

$$\vec{B}' = \vec{H}' - \frac{(\kappa - H')}{(2\kappa^2 - 1)\beta} \quad (\text{adimensional}) \quad (10)$$

$$B = \mu_0 H - \frac{\mu_0 (H_{c2} - H)}{(2\kappa^2 - 1)\beta} \quad (\text{dimensional})$$

onde: $H' = H / \sqrt{2} H_c$

Do eletromagnetismo temos que:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} \quad (\text{MKS}), \text{ ou seja, a magnetização é dada por:}$$

$$M = - \frac{(H_{c2} - H)}{(2\kappa^2 - 1)\beta} \quad (11)$$

onde $\beta = 1,16$ para a rede de vórtice triangular e $\beta = 1,18$ para a rede de vórtice quadrada (AI4).

IV.A.1 - Interação Magnética

No caso da interação magnética, temos duas regiões separadas por um contorno, sendo que as duas regiões têm induções magnéticas diferentes. O trabalho realizado para mover uma quantidade de fluxo ϕ_0 através de um contorno que tem induções diferentes é dado por $\phi_0 \Delta M_{\text{rev}}(B)$, onde $\Delta M_{\text{rev}}(B)$ é a diferença na magnetização reversível em equilíbrio local com B em cada lado do contorno. Para regiões não supercondutoras $M(B) \approx 0$ e $\Delta M_{\text{rev}}(B)$ é dada pela equação (11).

Portanto ΔW no deslocamento do vórtice de um centro de aprisionamento para a matriz será:

$$\Delta W (\text{mag, normal}) = - \frac{\phi_0 (H_{c2} - H)}{1,16 (2\kappa^2 - 1)} \quad (12)$$

Para obter ΔW para centros de aprisionamento supercondutores mas com κ diferente do da matriz, tendo em vista que $M(\kappa) = M(\kappa_0) + \partial M / \partial \kappa |_{\kappa_0} \Delta \kappa$ e lembrando que H_{c2} é função de κ , teremos no limite $\kappa \gg 1$ a expressão:

$$\Delta W(\text{mag}, \Delta \kappa) = - \frac{\phi_0 (H_{c2} - 2H)}{2,32 \kappa^3} \Delta \kappa \quad (13)$$

IV.A.2 - Interação de Núcleo

Neste caso, são as variações na energia livre de Gibbs que dão a interação. O trabalho Δg é a mudança na função de Gibbs de um comprimento unitário do vórtice quando este se move de um centro de aprisionamento para a matriz.

Usando a relação termodinâmica (apêndice II):

$$\left(\frac{\partial G}{\partial H} \right)_T = - B \quad (14)$$

temos que:

$$\int_H^{H_{c2}} dG = - \int_H^{H_{c2}} B dH, \quad \text{a temperatura constante.}$$

Utilizando a equação (10) para B e sendo G_m a função de Gibbs no estado misto e G_n no estado normal:

$$G_m(H_{c2}, T) - G_m(H, T) = - \mu_0 \int_H^{H_{c2}} \left[H - \frac{(H_{c2} - H)}{(2\kappa^2 - 1)\beta} \right] dH$$

Fazendo a integração e lembrando que estamos no limite $H \sim H_{c2}$ e $\kappa \gg 1$, chegamos a:

$$G_m(H, T) = G_m(H_{c2}, T) + \frac{\mu_0 (H_{c2}^2 - H^2)}{2} - \frac{\mu_0 (H - H_{c2})^2}{2\beta(2\kappa^2 - 1)} \quad (15)$$

Como o estado misto e o estado normal estão em equilíbrio em H_{c2} , a energia livre de Gibbs é:

$$G_m(H_{c2}, T) = G_n(H_{c2}, T) \quad (16)$$

Mas $G_n(H, T) = G_n(H_{c2}, T) + \frac{\mu_0 (H_{c2}^2 - H^2)}{2}$, que é a energia livre de Gibbs no estado normal. E portanto

$$G_m(H, T) = G_n(H, T) - \frac{\mu_0 (H - H_{c2})^2}{2\beta(2\kappa^2 - 1)}$$

$$G_m(H,T) = G_n(H,T) - \frac{\mu_0 (H - H_{c2})^2}{2,32 (2\kappa^2 - 1)} \quad (17)$$

O comprimento total de uma linha de fluxo por unidade de volume é B/ϕ_0 e a variação da energia livre por unidade de comprimento de linha é:

$$\Delta g = - \frac{\mu_0 \phi_0 (H - H_{c2})^2}{2,32 B (2\kappa^2 - 1)} \quad (18)$$

Esta função inclui interações magnéticas entre os vórtices e a energia do núcleo do vórtice. É a energia de cada vórtice num raio $d/2$ (I.12).

A expressão (18) só é válida para grandes centros de aprisionamento, isto é, $a > d$ (volume), quando um volume de vórtices a comoda-se dentro de cada centro de aprisionamento. Neste caso temos que $\Delta g = \Delta W$ e:

$$\Delta W (\text{núcleo, volume, normal}) = - \frac{\mu_0 \phi_0 (H_{c2} - H)^2}{4,64 \kappa^2 B} \quad (19)$$

Para os mecanismos onde há diferença nas propriedades supercondutoras ($\Delta\kappa$) entre a matriz e os defeitos, a expressão para ΔW pode ser obtida derivando-se (19) com relação a κ :

$$\Delta W (\text{núcleo, volume, } \Delta\kappa) = - \frac{\phi_0 (H_{c2} - H)}{2,32 \kappa^3} \Delta\kappa \quad (20)$$

Já para o caso de centros de aprisionamentos pequenos onde $a < d$ (ponto e superfície), ΔW é dado pela variação da energia do núcleo. Uma vez que não há variação de B , uma boa aproximação para a energia do núcleo pode ser obtida multiplicando a função de Gibbs por unidade de volume, dada pela equação (17), pelo volume do núcleo de um vórtice de comprimento unitário, ou seja:

$$g_n = - \frac{\pi \frac{1}{2} \mu_0 (H_{c2} - H)^2}{2,32 (2\kappa^2 - 1)} \quad (21)$$

Para $\kappa \gg 1$, temos:

$$\Delta W (\text{núcleo, ponto, sup., normal}) = - \frac{\pi \frac{1}{2} \mu_0 (H_{c2} - H)^2}{2,32 (2\kappa^2 - 1)} \quad (22)$$

Para centros de aprisionamento com κ diferente do da matriz temos:

$$\Delta W (\text{núcleo, ponto, sup., } \Delta\kappa) = - \frac{\pi \xi^2 \mu_0 H (H_{c2} - H)}{2,32 \kappa^3} \Delta\kappa \quad (23)$$

IV.B - x - Distância de interação

O parâmetro x depende do tipo de interação que atua no processo, bem como das dimensões dos centros de aprisionamento.

No caso da interação magnética, a distância de interação é aquela na qual a indução magnética B varia, ou seja, $x = \lambda$. Neste tipo de interação como já vimos anteriormente, temos que $a > \lambda$ (a = dimensões do centro de aprisionamento) e $l > \lambda$ (l = espaçamento entre os c.a.). Em consequência, $a, l > d$ e no caso de interação magnética só temos as interações chamadas de volume.

Já no caso da interação de núcleo temos que $a < \lambda$ e $l < \lambda$.

Interações de núcleo de volume são aquelas onde os centros de aprisionamento têm $a, l > d$. O parâmetro de ordem varia dentro do material com período $2d$. A expressão correta para energia dos vórtices é aquela em que entram todos os termos de interação. É portanto razoável tomarmos x como sendo a metade do período em que o parâmetro da ordem varia, pois assim não desprezamos as interações vórtice-vórtice, as energias dos núcleos, nem a energia do vórtice num raio $d/2$, ficando assim compatível com a expressão (18) obtida para esta interação núcleo-volume. Portanto $x = d$.

Interações núcleo, ponto e superfície são aquelas onde os centros de aprisionamento têm dimensões menores que d e neste caso a energia conveniente é a energia apenas do núcleo. Portanto neste caso x pode ser escolhido como o tamanho do núcleo, ou seja, $x = \xi$.

Campbell e Evetts (I.13) postulou que para centros de aprisionamentos esféricos pequenos (de ponto), a energia varia continuamente quando o vórtice se move do centro para o fim do centro de aprisionamento e neste caso $x = a/2$, que é o valor que iremos usar para interações núcleo de ponto.

IV.C - L - Comprimento de Interação do Vórtice

O comprimento de interação do vórtice L (por unidade de volume), que está atuando na interação com o defeito, depende do tipo de defeito que estamos tratando.

Para um defeito de ponto por exemplo, onde todas suas dimensões são menores que d ($= 1,07 (\phi_0/B)^{1/2}$), teremos a interação de um vórtice com um defeito. Ainda mais, necessariamente a interação é de núcleo (dimensões do defeito menores que λ). Logo, a interação se dá por variações na energia do núcleo normal do vórtice quando este atravessa um defeito de ponto. Dependendo da flexibilidade da rede, este defeito poderá estar totalmente dentro do núcleo do vórtice (rede rígida), ou então apenas parte dele (rede flexível). A figura (I.1.a) caracteriza os dois limites e a partir do cálculo de V_f , a fração aprisionada, podemos calcular o comprimento total L (por unidade de volume) de interação.

Quando temos defeitos grandes, que têm pelo menos duas dimensões maiores que d , as interações não são mais biunívocas, mas agora envolvem muitos vórtices.

As interações se dão com as superfícies dos defeitos volumétricos (três dimensões maiores que d) ou dos defeitos superficiais (duas dimensões maiores que d). As superfícies que contribuem para a interação são aquelas perpendiculares à força de Lorentz.

Na figura (I.1.b) fazemos o cálculo da superfície de interação S_v (por unidade de volume) e a partir desta calculamos o comprimento de interação L.

Na figura (I.2) calculamos S_v para o caso particular de defeitos do tipo células de deslocações em dois casos:

- (a) material deformado até o diâmetro final ϕ_f , sem tratamento térmico intermediário.
- (b) material deformado com tratamento térmico em $2\phi_f$ seguido de deformação.

IV.D - η - Fator de Eficiência

Como já foi mencionado anteriormente, o fator está relacionado com a rigidez da rede de vórtices. Ele pode variar no intervalo $0 < \eta < 1$.

Os casos extremos, $\eta = 1$ e $\eta = 0$ estão ligados à flexibilidade total e à rigidez total da rede de vórtices, respectivamente.

No caso da flexibilidade total, os vórtices se ajustam perfeitamente aos centros de aprisionamento.

Já no caso da rede completamente rígida, a força entre os vórtices é maior que a força de aprisionamento e neste caso a somatória das forças sobre os vórtices vizinhos a um centro é muito maior que a força de aprisionamento. Os vórtices não sentem a presença dos centros de aprisionamento podendo assim se moverem livremente pelo material.

O objetivo na fabricação de cabos com supercondutores do tipo II com alto κ é criar interações centro de aprisionamento - vórtice bastante eficazes tal que a rigidez da rede de vórtices possa ser desprezada. E neste caso consideraremos $\eta = 1$.

V - FUNÇÕES DE APRISIONAMENTO ESPECÍFICAS

Definidos agora todos os termos da equação (4), partiremos para calcular as funções de aprisionamento específicas para cada tipo de interação relacionada a cada tipo de centro de aprisionamento. A fim de encontrarmos expressões para F_p somente em termos de κ , H_{c2} e $h = H/H_{c2}$, utilizaremos as seguintes relações:

$$d = 1,07 (\phi_0/B)^{1/2} \quad (28)$$

$$\lambda = \kappa \xi \quad (29)$$

$$\xi = (\phi_0 / 2\pi \mu_0 H_{c2})^{1/2} \quad (30)$$

V.A - Interação Magnética - Volume

$$F_p = - L \frac{\Delta W}{x} \quad (31)$$

Para interação de volume, vimos que L é dado pela equação (27) e $x = \lambda$, portanto:

$$F_p = - \frac{S_v}{d} \frac{\Delta W}{x} \quad (32)$$

A expressão para ΔW é dada pelas equações (12) no caso magnético normal e pela (13) no caso magnético $\Delta\kappa$, portanto substituindo ΔW em (32) e utilizando as expressões (28), (29) e (30) obtemos:

$$\begin{aligned}
 F_p &= \frac{S_v}{d} \frac{\phi_0 (H_{c2} - H)}{2,32 \kappa^2 \lambda} = \frac{S_v (\mu_0 H)^{1/2}}{1,07 \phi_0^{1/2}} \frac{\phi_0 (H_{c2} - H)}{2,32 \kappa^3 \xi} \\
 &= \frac{S_v \mu_0^{1/2} H^{1/2} \phi_0^{1/2} (H_{c2} - H)}{2,48 \kappa^3 (\phi_0 / 2\pi \mu_0 H_{c2})^{1/2}} \times \frac{H_{c2}^{3/2}}{H_{c2}^{1/2} H_{c2}} \\
 &= \frac{(2\pi)^{1/2} S_v \mu_0 H_{c2}^2}{2,48 \kappa^3} \times \frac{H^{1/2}}{H_{c2}^{1/2}} \times \frac{(H_{c2} - H)}{H_{c2}}
 \end{aligned}$$

$$F_p \text{ (mag., vol., normal)} = \frac{1,01 \mu_0 S_v H_{c2}^2 h^{1/2} (1-h)}{\kappa^3}, \text{ com} \quad (33)$$

$$h_{\max} = 0,33$$

E no caso $\Delta\kappa$:

$$\begin{aligned}
 F_p &= \frac{S_v}{d} \frac{\phi_0 (H_{c2} - 2H) \Delta\kappa}{2,32 \kappa^3 \lambda} = \frac{S_v (\mu_0 H)^{1/2}}{2,48 \kappa^3 \phi_0^{1/2}} \frac{\phi_0 (H_{c2} - 2H) \Delta\kappa}{\kappa \xi} \\
 &= \frac{S_v \mu_0^{1/2} H^{1/2} \phi_0^{1/2} (H_{c2} - 2H) \Delta\kappa}{2,48 \kappa^4 (\phi_0 / 2\pi \mu_0 H_{c2})^{1/2}} \times \frac{H_{c2}^{3/2}}{H_{c2} H_{c2}^{1/2}} \\
 &= \frac{(2\pi)^{1/2} S_v \mu_0 H_{c2}^2 \Delta\kappa}{2,48 \kappa^4} \times \frac{H^{1/2}}{H_{c2}^{1/2}} \times \frac{(H_{c2} - 2H)}{H_{c2}}
 \end{aligned}$$

$$F_p \text{ (mag., vol., } \Delta\kappa) = \frac{1,01 \mu_0 S_v H_{c2}^2 h^{1/2} (1-2h) \Delta\kappa}{\kappa^4}, \text{ com} \quad (34)$$

$$h_{\max} = 0,17 \text{ e } 1,00$$

V.B - Interação de Núcleo

V.B.1 - Volume

Novamente, $L = S_v/d$, mas agora $x = d$. Para o caso de interação normal, ΔW é dado pela equação (19) e no caso $\Delta\kappa$, pela equação (20). Portanto:

$$F_p = \frac{S_v}{d^2} \frac{\mu_0 \phi_0 (H_{c2} - H)^2}{4,64 \kappa^2 B} = \frac{S_v B}{(1,07)^2 \phi_0} \frac{\mu_0 \phi_0 (H_{c2} - H)^2}{4,64 \kappa^2 B}$$
$$= \frac{\mu_0 S_v}{5,31 \kappa^2} (H_{c2} - H)^2 \times \frac{H_{c2}^2}{H_{c2}^2}$$

$$F_p \text{ (núcleo, volume, normal)} = \frac{\mu_0 S_v H_{c2}^2 (1-h)^2}{5,31 \kappa^2}, \text{ com } (35)$$

h_{\max} não existente

E no caso $\Delta\kappa$:

$$F_p = \frac{S_v}{d^2} \frac{\phi_0 (H_{c2} - H) \Delta\kappa}{2,32 \kappa^3} = \frac{S_v \mu_0 H}{(1,07)^2 \phi_0} \frac{\phi_0 (H_{c2} - H) \Delta\kappa}{2,32 \kappa^3}$$
$$= \frac{\mu_0 S_v}{2,66 \kappa^3} \frac{H}{H_{c2}} \frac{(H_{c2} - H)}{H_{c2}} \times H_{c2}^2 \Delta\kappa$$

$$F_p \text{ (núcleo, volume, } \Delta\kappa) = \frac{\mu_0 S_v h (1-h) H_{c2}^2 \Delta\kappa}{2,66 \kappa^3}, \text{ com } (36)$$

$h_{\max} = 0,5$

V.B.2 - Superfície

Neste caso L é dado pela equação (27), mas agora $x = \xi$.

Para a interação normal a equação para a energia ΔW é a (22) e para a interação $\Delta\kappa$ é a (23).

As expressões para F_p ficam sendo:

$$F_p = \frac{S_v}{d} \frac{\pi \xi^2 \mu_0 (H_{c2} - H)^2}{2,32 (2\kappa^2 - 1) \xi} = \frac{\mu_0 S_v H_{c2}^2 (1-h)^2 \pi \xi}{4,64 \kappa^2 d}$$

$$\frac{\xi}{d} = \frac{1}{1,07} \left[\frac{\Phi_0}{2\pi \mu_0 H_{c2}} \cdot \frac{\mu_0 H}{\Phi_0} \right]^{1/2} = \frac{h^{1/2}}{2,68}$$

$$F_p = \frac{\pi \mu_0 S_v H_{c2}^2 h^{1/2} (1-h)^2}{4,64 \cdot 2,68 \kappa^2}$$

$$F_p \text{ (núcleo, superfície, normal)} = \frac{\mu_0 S_v H_{c2}^2 h^{1/2} (1-h)^2}{3,96 \kappa^2}, \text{ com (37)}$$

$h_{\max} = 0,2$

E no caso $\Delta\kappa$:

$$F_p = \frac{S_v}{d} \frac{\pi \xi^2 \mu_0 (H_{c2} - H) H \Delta\kappa}{2,32 \kappa^3 \xi}; \quad \xi/d = h^{1/2}/2,68$$

$$F_p \text{ (núcleo, superfície, } \Delta\kappa) = \frac{\mu_0 S_v H_{c2}^2 h^{3/2} (1-h) \Delta\kappa}{1,98 \kappa^3}, \text{ com (38)}$$

$h_{\max} = 0,6$

V.B.3 - Ponto

Agora L é dado pela equação (25) e usaremos $x = a/2$ onde a é o diâmetro médio dos centros de aprisionamento de ponto. As equações para ΔW normal e $\Delta\kappa$ são também (22) e (23). Ficaremos portanto com:

$$\begin{aligned} F_p &= \frac{V_f B}{\Phi_0} \frac{\pi \xi^2 \mu_0 (H_{c2} - H)^2}{2,32 (2\kappa^2 - 1) (a/2)} \\ &= \frac{V_f \mu_0 H}{\Phi_0} \frac{\pi \Phi_0 \mu_0 (H_{c2} - H)^2}{2\pi \mu_0 H_{c2} 1,16 (2\kappa^2 - 1) a} \\ &= \frac{V_f \mu_0 h (H_{c2} - H)^2}{4 \cdot 1,16 \kappa^2 a} \cdot \frac{H_{c2}^2}{H_{c2}^2} \end{aligned}$$

$$F_p \text{ (núcleo, ponto, normal)} = \frac{\mu_0 V_f H_{c2}^2 h (1-h)^2}{4,64 \kappa^2 a}, \text{ com} \quad (39)$$

$$h_{\max} = 0,33$$

E no caso $\Delta\kappa$:

$$F_p = \frac{V_f B}{\phi_0} \frac{\pi \xi^2 \mu_0 H (H_{c2} - H) \Delta\kappa}{2,32 \kappa^3 (a/2)}$$

$$= \frac{V_f \mu_0 H \pi}{\phi_0} \frac{\phi_0 \mu_0 H (H_{c2} - H) 2 \Delta\kappa}{2\pi \mu_0 H_{c2} \cdot 2,32 \kappa^3 a} \times \frac{H_{c2}^2}{H_{c2}^2}$$

$$F_p \text{ (núcleo, ponto, } \Delta\kappa) = \frac{\mu_0 V_f H_{c2}^2 h^2 (1-h) \Delta\kappa}{2,32 \kappa^3 a}, \text{ com} \quad (40)$$

$$h_{\max} = 0,67$$

Na tabela (I.1) estão relacionadas as funções de aprisionamento dos casos estudados e na figura (I.3) são plotadas as curvas $F_p/F_{p\max}$ versus h .

VI - LIMITE DE BAIXOS CAMPOS

No desenvolvimento deste ítem basear-nos-emos no trabalho de Hampshire (I.5) (1974) onde ele estuda a densidade de corrente e conseqüentemente as forças de aprisionamento de vórtices em Nb-60% at. Ti e Nb-25%at. Zr em campos magnéticos baixos, no intervalo $0,05 < B < 1T$.

Nestes experimentos o espaçamento entre os vórtices varia de 2150 \AA (a $0,05T$) até 480 \AA (a $1T$). As correntes dos vórtices decaem numa distância característica que é da ordem de 2000 \AA para estes materiais de alto κ . Portanto, mesmo neste limite de baixos campos, os vórtices ainda estão superpostos e a menos que estejamos em baixíssimos campos, devemos levar em conta as forças locais entre os vórtices no estado crítico para esta região de trabalho.

Este trabalho de Hampshire confirma a validade da equação (3) para valores de $h > 0,01$, até então confirmada apenas para $h > 0,5$, e encontrou o valor de n aproximadamente 2 para estes ma-

teriais.

Utilizaremos novamente a equação (4), a fim de calcular uma expressão para força de aprisionamento neste intervalo de campo magnético, considerando ainda que $\eta = 1$, ou seja, desprezando a rigidez da rede de vórtices.

O cálculo será específico para as células de deslocações onde $L = S_V/d$ e $S_V = 1/r_0$, lembrando que S_V é a área do centro de aprisionamento na direção da força de Lorentz, r_0 é o tamanho da célula de deslocação e d é o espaçamento entre os vórtices.

A fim de calcular ΔW , o trabalho para mover um comprimento unitário de um vórtice de um local aprisionado para um não aprisionado, utilizaremos a seguinte expressão para a energia livre:

$$G_m(H, T) = G_n(H, T) - \left\{ \frac{\mu_0 (H_{c2} - H)^2}{2\beta(2\kappa^2 - 1)} + \frac{A\mu_0 H_{c2}^2}{2\kappa^2} \exp\left[-\frac{CH}{H_{c2}}\right] \right\} \quad (41)$$

onde o primeiro termo descreve a energia livre perto de H_{c2} (Abrikosov) e o termo exponencial (Brandt (I.14)) dá uma precisão de $10^{-2}\%$ em campos menores que $0,15H_{c2}$ onde as constantes são $A = 0,036$ e $C = 7,35$ para $\kappa > 10$. Estes resultados são derivados das equações de Ginzburg-Landau e portanto válidas para $T \approx T_c$. Equações similares para a energia livre são obtidas por Parks (I.15), válidas para $T < T_c$. Assim, sem perda de generalidade, utilizaremos a equação (41) para temperaturas menores que T_c .

A fim de obtermos a diferença entre as energias livres de regiões com κ diferentes temos que calcular:

$$G_m(H, T, \kappa) = G_m(H, T, \kappa) \Big|_{\kappa_0} + \frac{\partial G_m(H, T, \kappa)}{\partial \kappa} \Big|_{\kappa_0} \Delta \kappa + \dots$$

Ou seja:

$$\Delta g = G_m(H, T, \kappa) - G_m(H, T, \kappa_0) = \frac{\partial G_m(H, T, \kappa)}{\partial \kappa} \Big|_{\kappa_0} \Delta \kappa \quad (42)$$

Lembrando que na forma adimensional $H_{c2} = \kappa$, a equação (41) pode ser escrita como:

$$G_m(H, T, \kappa) = G_n(H, T) - \frac{\mu_0}{2} \left\{ \frac{(\kappa - H)^2}{(2\kappa^2 - 1)\beta} + A \exp\left(-\frac{CH}{\kappa}\right) \right\} \quad (43)$$

$$\Delta g = - \frac{\mu_0}{2} \left[\frac{2(\kappa_0 - H)(2\kappa_0^2 - 1)\beta - 4\kappa\beta(\kappa_0 - H)^2}{(2\kappa_0^2 - 1)^2 \beta^2} + \frac{ACH}{\kappa_0^2} \exp\left(-\frac{CH}{\kappa_0}\right) \right] \Delta\kappa$$

Usando o fato que $\kappa \approx \kappa_0$:

$$\begin{aligned} \Delta g &= - \mu_0 \left[\frac{2\kappa^3 - \kappa - 2\kappa^2 H + H + 4\kappa^2 H - 2H\kappa}{(2\kappa^2 - 1)^2 \beta} + \frac{ACH}{\kappa^2} \exp\left(-\frac{CH}{\kappa}\right) \right] \Delta\kappa \\ &= - \mu_0 \left[\frac{H - \kappa}{(2\kappa^2 - 1)^2 \beta} + \frac{2\kappa H(\kappa - H)}{(2\kappa^2 - 1)^2 \beta} + \frac{ACH}{\kappa^2} \exp\left(-\frac{CH}{\kappa}\right) \right] \Delta\kappa \end{aligned}$$

Como $\kappa \gg 1$ temos que o primeiro termo da equação acima pode ser desprezado e $(2\kappa^2 - 1)^2 \approx 4\kappa^4$. Assim a energia livre por unidade de volume é:

$$\Delta g = - \mu_0 \left[\frac{\kappa H(\kappa - H)}{2\kappa^4 \beta} + \frac{ACH}{\kappa^2} \exp\left(-\frac{CH}{\kappa}\right) \right] \Delta\kappa \quad (44)$$

Portanto o trabalho ΔW por unidade de comprimento é:

$$\Delta W = \Delta g / \pi \quad ; \quad \pi = B / \phi_0 \quad (45)$$

Escrevendo Δg em unidades dimensionais e em termos do campo reduzido $h = H/Hc_2$ ficamos com:

$$\Delta W = - \frac{\mu_0 Hc_2^2}{\kappa^3} \left\{ \frac{h(1-h)}{2\beta} + ACh e^{-Ch} \right\} \frac{\phi_0}{B} \Delta\kappa \quad (46)$$

O decréscimo da energia livre nas paredes das células (κ maior) é que faz com que os vórtices sejam aprisionados. A diferença essencial entre o limite de altos campos e baixos campos está no comprimento de interação x , ou seja, a distância na qual a energia do vórtice varia de maneira significativa.

Brandt (I.14) mostra que o parâmetro de ordem varia rapidamente numa distância de 3ξ , a partir do centro do núcleo do vórtice. Assim tomaremos $x = 3\xi$. Como já vimos anteriormente, para centros de aprisionamento de superfície, $L = S_v/d$ e mais especifi

camente no caso de células de deslocções, $L = 1/r_0 d$. Logo, F_p a partir da equação (4) é dada por:

$$F_p = \frac{\mu_0 H_{c2}^2}{3\kappa^3 r_0 d \xi} \left\{ \frac{h(1-h)}{2\beta} + ACh \exp(-Ch) \right\} \frac{\phi_0}{B} \Delta\kappa \quad (47)$$

Utilizando o fato que $d = 1,07 (\phi_0/B)^{1/2}$, $\xi = (\phi_0/2\pi B_{c2})^{1/2}$ e $\frac{B}{B_{c2}} = \frac{H}{H_{c2}}$:

$$F_p = \frac{(2\pi)^{1/2}}{3,21 r_0} \frac{\mu_0 H_{c2}^2}{h^{1/2} \kappa^3} \left\{ \frac{h(1-h)}{2\beta} + ACh \exp(-Ch) \right\} \Delta\kappa \quad (48)$$

Finalmente, depois de substituir os valores de A, C e β , F_p é dada por:

$$F_p = \frac{\mu_0 H_{c2}^2}{1,28 r_0 \kappa^3} h^{1/2} \left\{ \frac{(1-h)}{2,32} + 0,26 \exp(-7,35h) \right\} \Delta\kappa \quad (49)$$

Hampshire testou a validade da expressão acima para Nb 60% at Ti (Nb \approx 44%p Ti) onde as curvas experimentais ajustavam-se razoavelmente bem para $h < 0,12$. Para a expressão acima, conseguiu valores de $\Delta\kappa \approx 0,8$ usando o valor experimental para F_p e os valores adequados para os parâmetros da equação. Testa também para o mesmo material a região de altos campos onde agora a expressão a ser utilizada é a de seu outro trabalho juntamente com Taylor (I.4) e obtém valores de $\Delta\kappa = 2,3$ que na realidade é a mesma expressão obtida no item V deste trabalho. Esta discrepância nos valores de $\Delta\kappa$ para os dois limites reflete a primitividade do modelo utilizado ou que a expressão para a energia livre (43) contém grande parte de interação magnética dos vórtices e isso não pode ser modificado por uma mudança em κ de um comprimento aproximadamente ξ .

VII - ANÁLISE DOS CÁLCULOS

Em geral as equações de (33) a (40) apresentam um máximo com relação a h , a menos da equação (34) que tem um máximo em $h = 0,17$, vai a zero em $h = 0,5$ e cresce até $h = 1$ onde vai a zero novamente. Também a equação (35) não apresenta máximo, mas sim é uma função decrescente com h e em $h = 1$ é nula.

A equação (34) representa o caso magnético - volume - $\Delta\kappa$ e a explicação para o pequeno pico em $h = 0,17$ seria, para a região $h \leq 0,5$, os vórtices estarem numa situação de menor energia na região de alto κ . Já para $h > 0,5$ a situação de menor energia estaria localizada na região de baixo κ .

Já a equação (35), que representa a função núcleo - volume - normal, não tem um máximo. Entretanto, observamos que para interações de volume $a > d$, para baixos campos $d \sim \lambda$ e como $a > \lambda$, a interação magnética é apropriada.

Os picos de máximo das funções de "aprisionamento" encontradas estão relacionadas às características metalúrgicas específicas de cada material. Assim, a princípio, conhecidas as microestruturas de cada material, poder-se-ia prever qual o comportamento que este teria relativo às funções de aprisionamento obtidas. Ou ainda, se desconhecemos a microestrutura do material, com medidas de F_p em função de h , poderíamos descobrir que tipo de microestrutura tem o material, comparando os resultados obtidos, ou seja, o pico da curva experimental com as funções de aprisionamento anteriores.

Porém, em geral não temos apenas um mecanismo de aprisionamento ocorrendo, mas sim uma mistura dos mecanismos já citados anteriormente.

TABELA I.L. - FORÇAS DE APRISIONAMENTO $F_p = -n L \frac{\Delta W}{x}$

TIPO DE INTEIRAÇÃO	GEOMETRIA DO CENTRO DE APRISIONAMENTO	COMPRIMENTO APRISIONADO/UNIDADE DE VOLUME	COMPRIMENTO DE INTEIRAÇÃO	TIPO DO CENTRO DE APRISIONAMENTO	TRABALHO REALIZADO PARA MOVER O VÓRTICE	FORÇAS DE APRISIONAMENTO	POSIÇÃO DO MÁXIMO
Magnética $a, \lambda > \lambda$	Volume $S_v = a^2 / \lambda^3$ 3 dimensões > d	$\frac{S_v}{d}$	λ	Normal	$-\frac{\phi_0(H_{c2} - H)}{2 \cdot 32 \kappa^3}$	$\frac{\mu_0 S_v H_{c2}^2 h^{1/2} (1-h)}{\kappa^3}$	$h = 0,33$
				$\Delta \kappa$	$-\frac{\phi_0(H_{c2} - 2H)\Delta \kappa}{2 \cdot 32 \kappa^3}$	$\frac{\mu_0 S_v H_{c2}^2 h^{1/2} (1-2h)\Delta \kappa}{\kappa^3}$	$h = 0,17$ e $1,00$
Núcleo $a, \lambda < \lambda$	Volume $S_v = a^2 / \lambda^3$ 3 dimensões > d	$\frac{S_v}{d}$	d	Normal	$-\frac{\mu_0 \phi_0 (H_{c2} - H)^2}{4 \cdot 64 \kappa^2 B}$	$\frac{\mu_0 S_v H_{c2}^2 (1-h)^2}{5 \cdot 34 \kappa^3}$	-
				$\Delta \kappa$	$-\frac{\phi_0 (H_{c2} - H)\Delta \kappa}{2 \cdot 32 \kappa^3}$	$\frac{\mu_0 S_v H_{c2}^2 h (1-h)\Delta \kappa}{2 \cdot 67 \kappa^3}$	$h = 0,5$
	Superfície $S_v = a^2 / \lambda^3$ 2 dimensões > d	$\frac{S_v}{d}$	ξ	Normal	$-\frac{\pi \xi^2 \mu_0 (H_{c2} - H)^2}{4 \cdot 64 \kappa^2}$	$\frac{\mu_0 S_v H_{c2}^2 h^{3/2} (1-h)^2}{4 \kappa^2}$	$h = 0,2$
				$\Delta \kappa$	$-\frac{\pi \xi^2 \mu_0 H (H_{c2} - H)\Delta \kappa}{2 \cdot 32 \kappa^3}$	$\frac{\mu_0 S_v H_{c2}^2 h^{3/2} (1-h)\Delta \kappa}{2 \kappa^3}$	$h = 0,6$
	Ponto $V_f = \frac{4/3 \pi a^3}{4/3 \pi \lambda^3}$ todas as dimensões < d	$\frac{BV_f}{\phi_0}$	$\frac{a}{2}$	Normal	$-\frac{\pi \xi^2 \mu_0 (H_{c2} - H)^2}{4 \cdot 64 \kappa^2}$	$\frac{\mu_0 V_f H_{c2}^2 h (1-h)^2}{4 \cdot 64 \pi \kappa^2}$	$h = 0,33$
				$\Delta \kappa$	$-\frac{\pi \xi^2 \mu_0 H (H_{c2} - H)\Delta \kappa}{2 \cdot 32 \kappa^3}$	$\frac{\mu_0 V_f H_{c2}^2 h^2 (1-h)\Delta \kappa}{2 \cdot 32 \pi \kappa^3}$	$h = 0,67$

a - dimensão do centro de aprisionamento

λ - distância entre os centros de aprisionamento

Figura (I.1) - Comprimento de Interação L

a) Fração de volume aprisionamento V_f

$$V_f = V_{ca}/V_s = \begin{cases} a^3/\ell^3 & \text{(rede r\u00edgida)} \\ a/\ell & \text{(rede flex\u00edvel)} \end{cases} \quad (24)$$

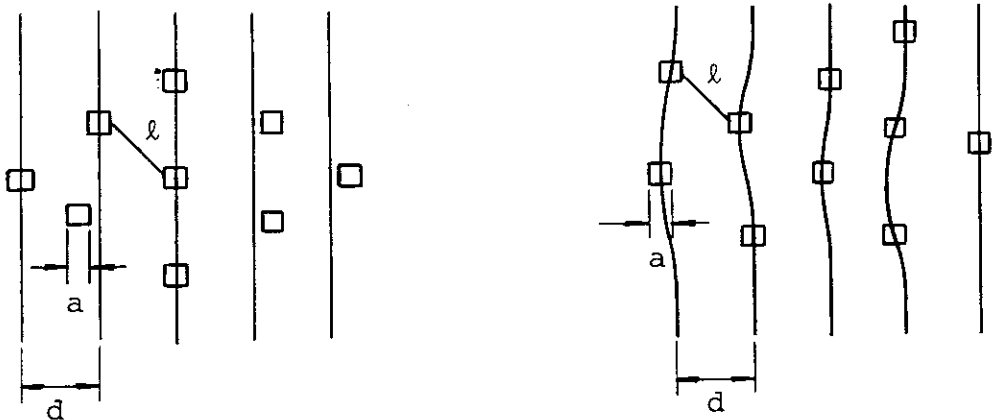
V_{ca} - volume ocupado pelos centros de aprisionamento

V_s - volume supercondutor

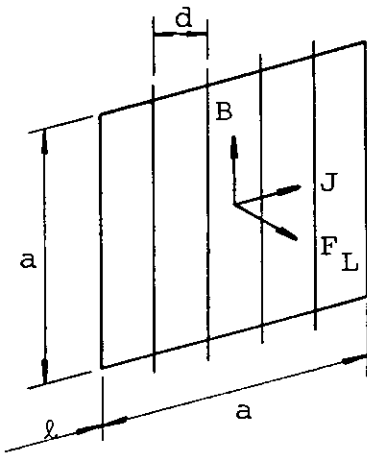
$$n = \frac{B}{\phi_0} = \text{densidade de v\u00f3rtices} \rightarrow L = n V_f = \frac{B V_f}{\phi_0} \quad (25)$$

Rede R\u00edgida

Rede Flex\u00edvel



b) \u00c1rea por unidade de volume S_v da intera\u00e7\u00e3o v\u00f3rtice-superf\u00edcie



$$\vec{F}_L = \vec{J} \times \vec{B}$$

$$S_v = \frac{a^2}{\ell^3} \quad (26)$$

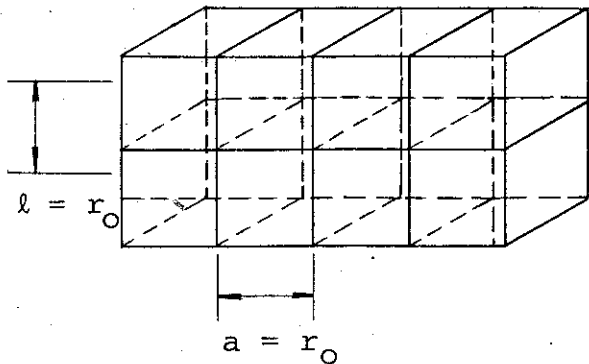
Mas $a = n_0 d$, onde n_0 \u00e9 o n\u00famero de v\u00f3rtices num comprimento a . Logo:

$$S_v = \frac{a^2}{\ell^3} = \frac{a n_0 d}{\ell^3} \quad \text{Por defini\u00e7\u00e3o: } L = \frac{n_0 a}{\ell^3}, \text{ logo:}$$

$$L = \frac{S_v}{d} \quad (27)$$

Figura (I.2)-Centros de Aprisionamento Tipo Células de Deslocações

a) Material deformado até o diâmetro final ϕ_f sem tratamento térmico.

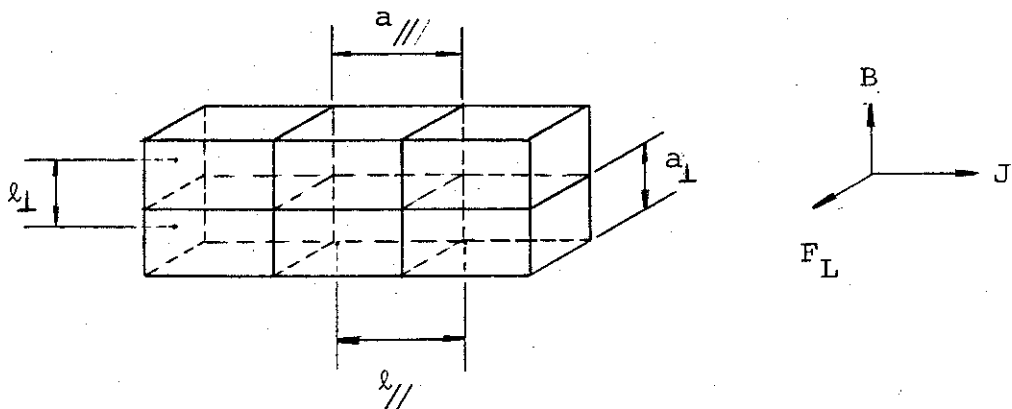


$$a = l = r_0$$

$$S_v = 1/r_0$$

$$\text{Volume} = r_0^3$$

b) Material com tratamento ($2\phi_f$), seguido de deformação (ϕ_f).



onde // (paralelo) e \perp (perpendicular) são em relação à densidade de corrente J.

A área de interação é: $a_{//} \cdot a_{\perp}$ na direção da força de Lorentz.

$$\text{Volume} = l_{//} \cdot l_{\perp}^2$$

$$S_v = \frac{a_{//} \cdot a_{\perp}}{l_{//} \cdot l_{\perp}^2}, \text{ mas } a_{//} \sim l_{//} \text{ e } a_{\perp} \sim l_{\perp} \rightarrow S_v = \frac{1}{l_{\perp}}$$

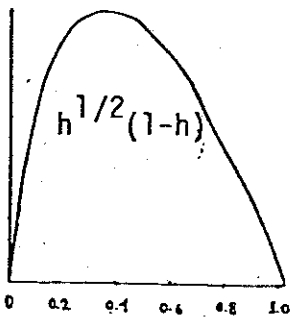
Tratamento térmico a $2\phi_f$:

$$\frac{2\phi_f}{\phi_f} = \frac{l}{l_{\perp}} \rightarrow l_{\perp} = \frac{l}{2} = \frac{r_0}{2} \text{ . Logo:}$$

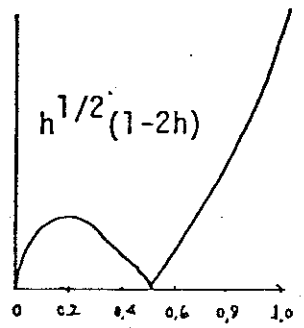
$$S_v = \frac{2}{r_0}$$

Figura I.3

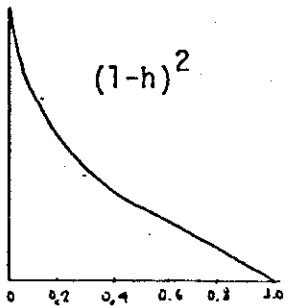
magn.vol.normal



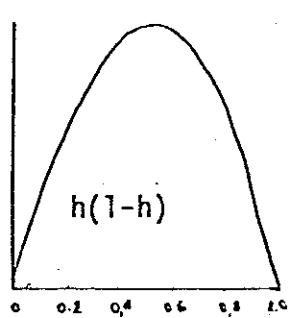
magn.vol. $\Delta\kappa$



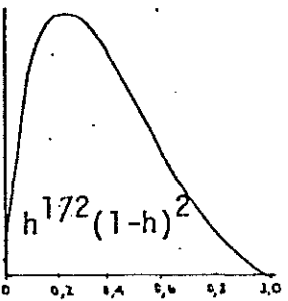
núcleo-vol.normal



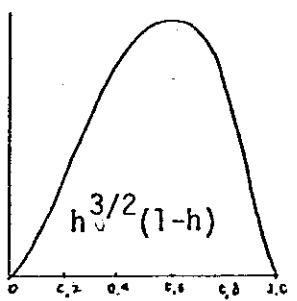
núcleo-vol. $\Delta\kappa$



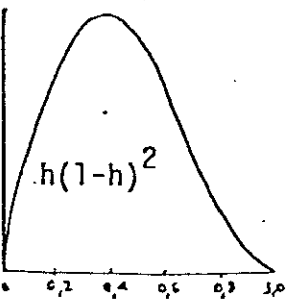
núcleo-sup.normal



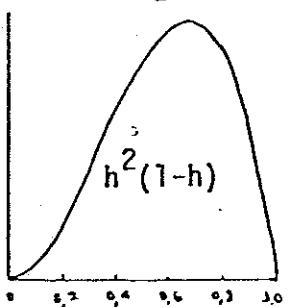
núcleo-sup. $\Delta\kappa$



núcleo-pt̄o-normal



núcleo-pt̄o- $\Delta\kappa$



CAPÍTULO II

TEORIA DE ELASTICIDADE PARA A REDE DE VÓRTICES

I - CONSTANTES ELÁSTICAS

A soma das interações locais entre os vórtices e os defeitos no material resultam na força de aprisionamento macroscópica. No entanto, se olharmos o problema do ponto de vista microscópico, ou seja, a interação local vórtice-defeito levando em conta a elasticidade da rede de vórtices, veremos que esta interação local leva a distorções desta rede.

Desde que o acoplamento entre os vórtices seja bastante forte, podemos considerar que os deslocamentos sofridos por esta rede são suficientemente pequenos de forma que possamos usar a teoria de elasticidade a fim de calcular as constantes elásticas.

A lei de Hooke generalizada pode ser escrita como sendo:

$$\sigma_i = C_{ij} \epsilon_j \quad i, j = 1, 2, \dots, 6 \quad (1)$$

onde σ_i são as componentes de tensão, ϵ_j as de deformação e C_{ij} é a matriz das constantes elásticas.

Podemos escrever as componentes σ e ϵ em dois tipos de notação: a forma tensorial e a contraída, conforme a Tabela (II.1)

Tabela (II.1)

σ		ϵ	
Tensorial	Contraída	Tensorial	Contraída
σ_{11}	σ_1	ϵ_{11}	ϵ_1
σ_{22}	σ_2	ϵ_{22}	ϵ_2
σ_{33}	σ_3	ϵ_{33}	ϵ_3
σ_{32}	σ_4	ϵ_{23}	ϵ_4
σ_{31}	σ_5	ϵ_{13}	ϵ_5
σ_{12}	σ_6	ϵ_{12}	ϵ_6

$$\begin{aligned}
 \epsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial x} & \epsilon_4 &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\
 \epsilon_2 &= \frac{\partial v}{\partial y} & \epsilon_5 &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\
 \epsilon_3 &= \frac{\partial w}{\partial z} & \epsilon_6 &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

onde u , v , w são os deslocamentos nas direções x , y e z respectivamente.

O incremento no potencial elástico, ou seja, o trabalho por unidade de volume para materiais elásticos é dado por:

$$dW = \sigma_i d\epsilon_i \tag{3}$$

quando tensões σ_i agem originando deslocamentos $d\epsilon_i$.

Utilizando a equação (1) e integrando sobre todos os deslocamentos temos que:

$$W = \frac{1}{2} C_{ij} \epsilon_i \epsilon_j \tag{4}$$

Da equação (4) podemos tirar as constantes elásticas:

$$C_{ji} = \frac{\partial^2 W}{\partial \epsilon_j \partial \epsilon_i} \tag{5}$$

Como a ordem de derivação é irrelevante, $C_{ij} = C_{ji}$ e a matriz para as constantes elásticas é simétrica, reduzindo assim de 36 para 21 o número das constantes elásticas que são independentes.

Sendo a rede de vórtices triangular, como foi discutido no apêndice I, temos simetria no plano basal. A rede de vórtices é isotrópica transversalmente e o plano de isotropia é o plano x - y . Logo, teremos $C_{11} = C_{22}$ e $C_{44} = C_{55}$. Ainda mais, a rede de vórtices é bidimensional, ou seja, os deslocamentos na direção z paralelos aos vórtices não afetam o arranjo bidimensional. As forças portanto independem dos deslocamentos ϵ_3 e a 3ª linha e 3ª coluna da matriz das constantes elásticas podem ser excluídas para

este caso particular. Logo, as relações tensão deformação têm apenas 3 constantes que são independentes.

$$\begin{vmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{vmatrix} \quad (6)$$

onde a constante C_{66} pode ser escrita como a combinação linear das constantes C_{11} e C_{12} .

Podemos escrever a energia elástica W como sendo:

$$W = \frac{1}{2} \sigma_i \epsilon_i = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} \quad (7)$$

Devido à isotropia no plano x-y, W com respeito a deformações somente neste plano é dado por:

$$W = \frac{1}{2} \left\{ \sigma_{11} \epsilon_{11} + \sigma_{12} \epsilon_{12} + \sigma_{21} \epsilon_{21} + \sigma_{22} \epsilon_{22} \right\} \quad (8)$$

Da equação (1) temos que:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} = \sigma_1 &= C_{11} \epsilon_1 + C_{12} \epsilon_2 \\ \sigma_{22} = \sigma_2 &= C_{21} \epsilon_1 + C_{22} \epsilon_2 \\ \sigma_{21} = \sigma_6 &= C_{66} \epsilon_6 \end{aligned} \quad (9)$$

Também podemos escrever W no plano x-y, em função de C_{66} considerando que o deslocamento seja puramente por cisalhamento, tomando $\epsilon_6 = \epsilon$, como:

$$W = \frac{1}{2} C_{66} \epsilon^2 = \frac{1}{2} C_{66} \epsilon^2 \quad (10)$$

Esta situação é equivalente a se tivéssemos uma compres-

são de $\epsilon/2$ no eixo x e uma expansão de $\epsilon/2$ no eixo y por exemplo. Assim teríamos que :

$$\epsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\epsilon}{2}, \quad \epsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\epsilon}{2} \quad \text{e} \quad \sigma_{21} = -\sigma_{12}$$

Assim, W dado pela equação (8) pode ser reescrita como:

$$W = \frac{1}{2} \left\{ \sigma_{11} \epsilon_{11} + \sigma_{22} \epsilon_{22} \right\} \quad (11)$$

onde foi usado o fato que $\epsilon_{12} = \epsilon_{21}$.

Substituindo a equação (9) na equação (11) ficamos com:

$$W = \frac{1}{2} \left\{ C_{11} \epsilon_1^2 + C_{12} \epsilon_1 \epsilon_2 + C_{21} \epsilon_1 \epsilon_2 + C_{22} \epsilon_2^2 \right\}$$

Levando em conta que $C_{11} = C_{22}$ e $C_{21} = C_{12}$ e substituindo os valores de ϵ_1 e ϵ_2 , ficamos com W escrito na seguinte forma:

$$W = \frac{1}{2} \left(\frac{C_{11} - C_{12}}{2} \right) \epsilon^2 \quad (12)$$

Comparando as equações (12) e (10) temos que:

$$C_{66} = \frac{C_{11} - C_{12}}{2} \quad (13)$$

Para uma completa descrição das propriedades elásticas, precisamos calcular os módulos C_{11} , C_{44} e C_{66} ou qualquer combinação linearmente independente destes.

Escolheremos por razões de clareza física:

(1) C_{44} - é o módulo que deflete o conjunto dos vórtices em relação ao eixo z, mantendo a secção transversal no plano xy constante.

2) $C_L = C_{11} - C_{66} = \frac{C_{11} + C_{12}}{2}$ - é o módulo de deformação que muda apenas o tamanho da célula e não a sua forma (módulo de compressão).

(3) C_{66} - é o módulo de cisalhamento no plano xy e que devido à simetria hexagonal é também o módulo de qualquer deformação que mantém o volume da célula da rede constante, não tendo deflexão no eixo z.

Antes de calcular as constantes elásticas podemos, a partir das equações (4) e (6), construir a energia elástica armazenada

pela rede por unidade de volume como sendo:

$$W = \frac{1}{2} C_L (\epsilon_1 + \epsilon_2)^2 + \frac{1}{2} C_{44} (\epsilon_4^2 + \epsilon_5^2) + \frac{1}{2} C_{66} \epsilon_6^2 \quad (14)$$

Calcularemos primeiramente o módulo de compressão uniforme C_L . Como as direções x e y são equivalentes, temos que $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1/2 \delta S/S$, onde S é a secção transversal do conjunto dos vórtices.

Podemos então escrever a pressão δp como sendo:

$$\delta p = \sigma_L = C_{11} \epsilon_1 + C_{12} \epsilon_2 = C_L \frac{\delta S}{S} \quad (15)$$

Ainda mais, se f é a força que atua neste conjunto de vórtices e F a energia livre, podemos escrever p em função de F da seguinte forma:

$$p = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \right)_T = \frac{\partial (FS)}{\partial S} = F + S \frac{\partial F}{\partial S} \quad (16)$$

Sabemos que B e S estão relacionados pela seguinte equação: $B = n \varnothing_0 = (N/S) \varnothing_0$, onde N é o número de vórtices para um B e S fixos, logo $B \cdot S = \text{constante}$ e $\partial/\partial S = -(B/S)(\partial/\partial B)$. A equação (16) fica portanto:

$$p = F - B \frac{dF}{dB} \quad (17)$$

Da equação (15) podemos tirar que $C_L = S(\partial p/\partial S)$

Calculando $\delta p/\delta S$ a partir da equação (17) temos que:

$$C_L = B^2 \frac{d^2 F}{dB^2} \quad (18)$$

A energia livre de Gibbs é dada por (apêndice II):

$$G = F(B) - BH \quad (19)$$

onde H é o campo aplicado. A condição $\partial G/\partial B = 0$ nos fornece a relação de equilíbrio entre H e B, logo:

$$\frac{\partial F}{\partial B} = H \quad (20)$$

Portanto, o módulo de compressão uniforme é dado por:

$$C_L = B^2 \frac{\partial H}{\partial B} \quad (21)$$

O próximo a ser calculado é o C_{44} . Seja γ o ângulo do qual o conjunto dos vórtices é defletido da direção z. Desde que γ seja pequeno temos que a componente de tensão é $\sigma_4 = C_{44} \gamma$.

A energia W armazenada pela rede ao se entortar é igual à sua energia livre $F(B)$.

Assim, o incremento δW devido à deformação γ será:

$$\delta W = \frac{\partial F(B)}{\partial \gamma} \delta \gamma \quad (22)$$

Desde que o fluxo é conservado, o produto $B \cos \gamma = \text{constante}$, ou seja $\delta B \cos \gamma = B \sin \gamma \delta \gamma$. Para γ pequeno temos que $\cos \gamma \approx 1$, $\sin \gamma \approx \gamma$ e $\partial/\partial \gamma = B \gamma \frac{\partial}{\partial B}$.

Assim, δW em termos das derivadas em relação a B será:

$$\delta W = B \gamma \frac{\partial F(B)}{\partial B} \delta \gamma \quad (23)$$

Comparando a equação (23) com (1) e (3) vemos que:

$$\sigma_4 = \gamma B \frac{\partial F(B)}{\partial B} = C_{44} \gamma$$

Portanto de acordo com (20):

$$C_{44} = HB \quad (24)$$

Pela natureza das deduções de C_L e C_{44} , nota-se que são válidas para qualquer região de campo.

Para a constante C_{66} , não existe uma forma fechada de relacioná-la ao campo magnético para toda a região de campo. Neste capítulo faremos a sua dedução para o limite de altos campos ($\sim Hc_2$), compatível com o material de estudo NbTi onde foram fei-

tas as medidas e para campos maiores que $0,1 H_{c2}$. Para a região de baixos campos, os cálculos são feitos no apêndice IV.

Na região de altos campos ($\sim H_{c2}$) e portanto altas densidades de vórtices, as variações da energia do sistema estão relacionadas às variações no parâmetro da ordem ψ .

A função ψ , que é a solução das equações de Ginzburg-Landau linearizadas nesta região, é dada por (apêndice I):

$$\psi \approx C_n e^{ikny} \exp\left[-\frac{\kappa^2}{2} \left(x - \frac{nk}{\kappa^2}\right)^2\right]$$

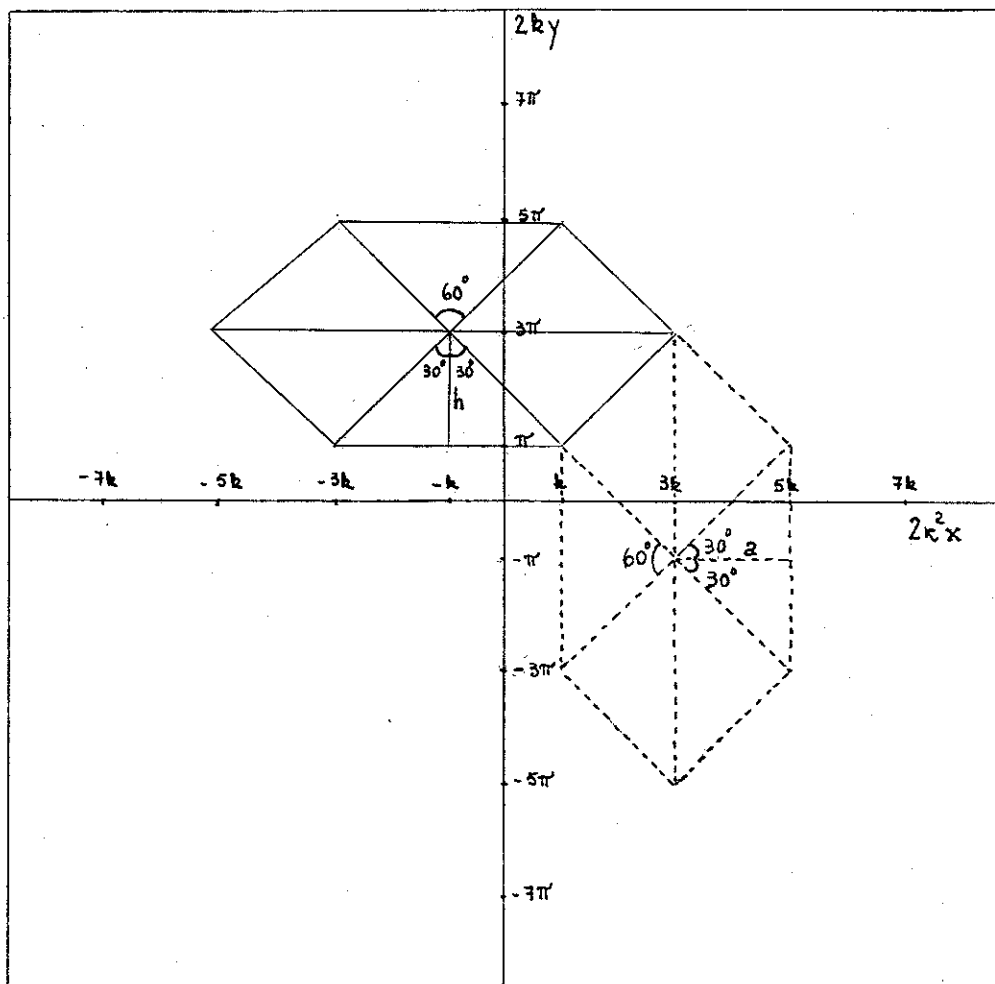
com $C_n = 1$ se n é par e $C_n = i$ se n é ímpar, para a configuração triangular da rede de vórtices. Os zeros desta função e portanto os pontos da rede de vórtices são localizados em:

$$y = \left(2\mu + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{k} \quad , \quad x = \left(2\nu + \frac{1}{2}\right) \frac{k}{\kappa^2}$$

$$y = \left(2\mu - \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{k} \quad , \quad x = \left(2\nu - \frac{1}{2}\right) \frac{k}{\kappa^2}$$

com $\mu, \nu = 0 \begin{cases} 1, 2, 3 \dots \\ -1, -2, -3 \dots \end{cases}$

Graficamente podemos representar estes pontos, conforme figura (II.1) abaixo:



Da figura (II.1) podemos observar que (linha contínua):

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{(h/k)}{\kappa^2}, \text{ onde } h = \pi/k, \text{ ou seja:}$$

$$\pi/k = \sqrt{3} k/\kappa^2$$

Ou ainda, se tomarmos a outra configuração possível (linha descontínua), teremos que:

$$\operatorname{sen} 60^\circ = a/(2\pi/k), \text{ onde } a = k/\kappa^2, \text{ ou seja:}$$

$$\pi/k = k/\sqrt{3} \kappa^2$$

Logo, os valores possíveis para $\frac{\pi}{k}$ são $\frac{\sqrt{3}k}{\kappa^2}$ e $\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{k}{\kappa^2}$

O tamanho da célula triangular é $\frac{\pi}{\kappa^2}$, independente de

k . Uma variação em k de δk introduz uma deformação de cisalhamento $\epsilon_6 = 2\delta k/k$ onde o fator 2 vem do fato que $\epsilon_{12} = \partial u/\partial y' + \partial v/\partial x'$ e cada termo tem o valor $\delta k/k$.

Assim, de acordo com a equação (14), a densidade de energia elástica devido a cisalhamento será dada por:

$$\delta W = \frac{1}{2} C'_{66} \epsilon_6^2 = 2 C'_{66} \left(\frac{\delta k}{k} \right)^2 \quad (25)$$

onde C'_{66} é a constante elástica para altos campos.

Mas temos que $W = F$, onde F é a energia livre para a rede de vórtices e pode ser dada pela seguinte equação (apêndice I):

$$F = \frac{B^2}{2\mu_0} - \frac{\mu_0 H_c^2 \kappa^2}{1 + (2\kappa^2 - 1)\beta} \left(1 - \frac{B}{B_{c2}} \right)^2$$

Nesta equação para a energia livre F , somente β é dependente de k pois β é a função ψ . Logo:

$$\delta F = \mu_0 H_c^2 \frac{\kappa^2 (2\kappa^2 - 1)}{[1 + (2\kappa^2 - 1)\beta]^2} \left(1 - \frac{B}{B_{c2}} \right)^2 \delta \beta \quad (26)$$

Fazendo a expansão em série de $\beta = \beta(k)$ e lembrando que $\delta\beta/\delta k = 0$ é a condição de mínimo para a rede triangular, ficamos com:

$$\delta\beta = \beta(k) - \beta(k_0) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \beta}{\partial k^2} \Big|_{k_0} (\delta k)^2$$

Para $k \sim k_0$ podemos escrever:

$$\delta\beta = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \beta}{\partial k^2} k^2 \left(\frac{\delta k}{k} \right)^2 \quad (27)$$

Substituindo $\delta\beta$ da equação (27) na equação (26) temos que:

$$\delta F = \mu_0 H_c^2 \frac{\kappa^2 (2\kappa^2 - 1)}{[1 + (2\kappa^2 - 1)\beta]^2} \left(1 - \frac{B}{B_{c2}} \right)^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \beta}{\partial k^2} k^2 \left(\frac{\delta k}{k} \right)^2 \quad (28)$$

Como $\delta F = \delta W$, comparando as equações (28) e (25) saímos com:

$$C'_{66} = \mu_0 H_c^2 \frac{\kappa^2 (2\kappa^2 - 1)}{[1 + (2\kappa^2 - 1)\beta]^2} \left(1 - \frac{B}{B_{c2}} \right)^2 \frac{k^2}{4} \frac{\partial^2 \beta}{\partial k^2} \quad (29)$$

O cálculo de β em função de k é feito por Kleiner et al^(II.1) e o resultado para um k geral é^(II.2):

$$\beta = \frac{k}{\kappa \sqrt{2} \pi} \left[\left(\sum_{\nu=-\infty}^{\infty} (-1)^\nu e^{-\frac{k^2 \nu^2}{\kappa^2}} \right)^2 + \left(\sum_{\nu=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{k^2 \nu(\nu+1)}{\kappa^2}} \right)^2 e^{-\frac{k^2}{2\kappa^2}} \right]$$

Utilizando o resultado anteriormente já encontrado $k^2/\kappa^2 = \sqrt{3} \pi$ e cálculo computacional^(II.2) obtém-se o conhecido resultado $\beta = 1,1596$ para a rede triangular e :

$$k^2 \frac{\partial^2 \beta}{\partial k^2} = 1,921 \quad (30)$$

Logo, C'_{66} será dado por:

$$C'_{66} = \mu_0 H_c^2 \frac{\kappa^2 (2\kappa^2 - 1)}{[1 + (2\kappa^2 - 1)\beta]^2} 0,48 \left(1 - \frac{B}{B_{c2}} \right)^2$$

Ou, em termos do campo magnético aplicado H , ao invés do campo interno B , levando em conta que $\kappa \gg 1$:

$$C'_{66} = \mu_0 H_c^2 \frac{\kappa^2}{(2\kappa^2 - 1) \beta^2} 0,48 \left(1 - \frac{H}{H_{c2}}\right)^2 \quad (31)$$

para $B \sim \mu_0 H_{c2}$.

Para materiais de alto κ e para campos próximos de H_{c2} podemos aproximar as constantes elásticas C'_{66} dada pela equação (31) e C_{44} pela equação (24) por:

$$C_{44} = \frac{B_{c2}^2 b^2}{\mu_0} \quad (32)$$

$$C'_{66} = \frac{0,13 B_{c2}^2}{\mu_0 \kappa^2} (1-b)^2 \quad b > 0,5 \quad (33)$$

Com os resultados das equações (32), (33) e (IV.15) do apêndice IV podemos plotar C_{66} , C'_{66} e C_{44} para o NbTi, na faixa de composição de 50% p Ti, utilizando os parâmetros da Tabela(A.III.1) dados pela figura (II.2).

II - TEORIA DE LARKIN E OVCHINNIKOV

Larkin e Ovchinnikov (II.3), utilizando um modelo prático, encontram explicações para efeitos de pico na corrente crítica e conseqüentemente na força de aprisionamento, para campos magnéticos perto de H_{c2} . Também prevê curvas do tipo domo e estabelece um limite de aplicação da teoria de elasticidade para a rede de vórtices descrita no item anterior deste capítulo.

Apresentaremos neste item algumas idéias do trabalho de Larkin e Ovchinnikov que serão utilizadas na interpretação dos dados por nós obtidos. O detalhamento da teoria de Larkin e Ovchinnikov, bem como as teorias BCS e Gorkov será executado no programa de tese de doutorado.

Levando em consideração as interações fundamentais entre as inhomogeneidades e a rede de vórtices o efeito pico ("peak effect") ocorre para os aprisionamentos fracos, ou seja, a força de aprisionamento B_J , onde B é a indução magnética e J a densidade de corren

te, dependem fracamente do campo magnético num intervalo grande de campo, mas perto de H_{c2} apresenta um máximo muito alto e estreito (II.4) (II.5). Já para os aprisionamentos fortes, temos dependência de BJ em todo intervalo de campo, apresentando um largo máximo em campos entre 0,3 a 0,5 H_{c2} .

Para um material supercondutor sem defeitos, teríamos em princípio uma rede de vórtices periódica perfeita. No entanto, na presença das inomogeneidades, esta ordem de longo alcance desaparece. Assim, a presença dos defeitos no material, além de aprisionar os vórtices, causa o aparecimento de regiões de ordem de curto alcance.

Sendo V_c um certo volume onde existe ordem de curto alcance, este pode ser calculado a partir de considerações de energia.

Para uma corrente menor que a corrente crítica, a força de Lorentz atua sobre cada volume V_c independentemente e a força de aprisionamento compensa a força de Lorentz já que os centros de aprisionamento estão distribuídos aleatoriamente e a rede de vórtices dentro do volume V_c é regular.

Seja N o número de centros de aprisionamento no volume V_c , $\rho = N/V_c$ sua densidade e f é a força de interação elementar de um centro com a rede de vórtices. A força máxima por unidade de volume é dada por:

$$BJ = \frac{f N^{1/2}}{V_c} = f \left(\frac{\rho}{V_c} \right)^{1/2} = \frac{f \rho}{(\rho V_c)^{1/2}} = \frac{f (\rho V_c)^{1/2}}{V_c} \quad (34)$$

onde $N^{1/2}$ expressa a estatística de interação vórtice-centro de aprisionamento. No centro do volume V_c as forças se anulam tendo em vista que as componentes positivas são iguais às negativas.

Na superfície este equilíbrio desaparece. Para um volume V_c cilíndrico de raio R_c e altura L_c temos que o número de centros de aprisionamento na superfície N_s é proporcional a πD , onde D é o diâmetro do cilindro. Já para o volume, N é proporcional a $\pi D^2/4$. Logo, BJ é proporcional a N_s ou $N^{1/2}$.

A fim de calcular V_c consideramos a energia de interação de um centro de aprisionamento com a rede igual à $f \cdot d$, onde d é o espaçamento entre os vórtices. Portanto para inomogeneidades distribuídas aleatoriamente temos que a energia de interação por unidade de volume é dada por:

$$W_i = \frac{f d N^{1/2}}{V_c} \quad (35)$$

Considerando que os deslocamentos sofridos pelo volume V_c sejam da ordem de d ($d = 1,07 \phi_0^{1/2}/B^{1/2}$) e utilizando a teoria da elasticidade teremos como resultado um aumento da energia elástica. A variação da energia total devido às inhomogeneidades por unidade de volume, usando a equação (14) é:

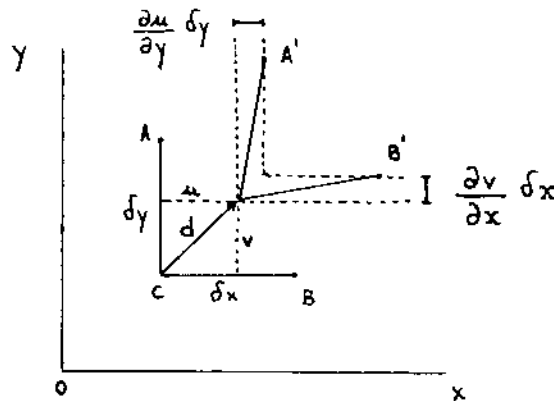
$$\delta W = C_{66} \left(\frac{d}{R_c} \right)^2 + C_{44} \left(\frac{d}{L_c} \right)^2 - \frac{f d N^{1/2}}{V_c} \quad (36)$$

onde R_c e L_c são as dimensões transversais e longitudinais de $V_c = R_c^2 L_c$.

Na equação (36) foram usados os seguintes fatos:

a) $C_{11} \gg C_{66}$, assim $C_L \sim C_{11}$ e devido ao seu alto valor, as deformações de cisalhamento são predominantes às de compressão. Logo, o termo de energia da equação (14) que leva o termo C_L foi desprezado.

b) As deformações de cisalhamento podem ser representadas pela figura abaixo:



Da equação (2) temos que:

$$\epsilon_4 = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad ; \quad \epsilon_5 = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad ; \quad \epsilon_6 = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

que são as deformações de cisalhamento.

No plano x-y, dado um deslocamento d conforme a figura lembrando que no caso da rede isotrópica $u = v$, temos de $u^2 + v^2 = d^2$ tiramos: $u = v = \sqrt{2} d/2$. Neste caso temos que:

$$\delta x = \delta y = R_c \quad ; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} \approx \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{d}{R_c}$$

$$e \quad \epsilon_6 = \sqrt{2} \frac{d}{R_c}$$

Se considerarmos agora o plano x-z, trocamos na figura y → z, v → w e agora $\delta x = R_c$ e $\delta z = L_c$. Como os deslocamentos no eixo z não alteram a rede de vórtices, consideramos w = 0 e de $u^2 + w^2 = d^2$ saímos com u = d. Assim temos que $\partial u / \partial z \approx d / L_c$.

Para o plano y-z, as conclusões são análogas ao do plano x-y, já que as direções x e y são equivalentes. Assim $\partial v / \partial z \approx d / L_c$ e tiramos que $\epsilon_4 = \epsilon_5 = d / L_c$.

Substituindo $V_c = R_c^2 L_c$ e $N = \rho V_c$ na equação (36) ficamos com:

$$\delta W = C_{66} \left(\frac{d}{R_c} \right)^2 + C_{44} \left(\frac{d}{L_c} \right)^2 - \frac{f d \rho^{1/2}}{R_c L_c^{1/2}} \quad (37)$$

Derivando-se a equação (37) com relação a R_c e L_c , encontraremos o valor mínimo desta relativo a estes parâmetros e também expressões para R_c e L_c e conseqüentemente V_c .

$$\frac{d(\delta W)}{dL_c} = \frac{1}{2} \frac{f d \rho^{1/2}}{R_c L_c^{3/2}} - \frac{2 C_{44} d^2}{L_c^3} = 0$$

$$R_c = \frac{1}{4} \frac{f \rho^{1/2} L_c^{3/2}}{C_{44} d} \quad (38)$$

$$\frac{d(\delta W)}{dR_c} = - \frac{2 C_{66} d^2}{R_c^3} + \frac{f d \rho^{1/2}}{R_c^2 L_c^{1/2}} = 0$$

$$R_c = \frac{2 C_{66} L_c^{1/2}}{f^2 \rho} \quad (39)$$

Igualando (38) a (39) temos que:

$$L_c = \frac{8 C_{66} C_{44} d^2}{f^2 \rho} \quad (40)$$

Substituindo L_c dado pela equação (40) na (39) ou (38) obtemos:

$$R_c = \frac{32^{1/2} C_{66}^{3/2} C_{44}^{1/2} d^2}{\rho f^2} \quad (41)$$

Logo, de $V_c = R_c^2 L_c$ temos que:

$$V_c = \frac{256 d^6 C_{44}^2 C_{66}^4}{\rho^3 f^6} \quad (42)$$

Substituindo V_c na equação (34) temos que:

$$BJ = \frac{\rho^2 f^4}{16 d^3 C_{44} C_{66}^2} \quad (43)$$

Para as regiões perto de H_{c2} , a constante $C_{44} = HB$ pode ser dada por:

$$C_{44} = \mu_0 H^2 - \frac{\mu_0 H (H_{c2} - H)}{(2\kappa^2 - 1) \beta} \quad (44)$$

onde foi substituído por B a expressão encontrada por Abrikosov (a pênndice I).

Para as regiões muito próximas de H_{c2} temos que $C_{44} \approx \mu_0 H_{c2}^2$, ou seja, C_{44} tende para um valor limite constante. Também da equação (31) para o módulo de cisalhamento C'_{66} , vemos que C'_{66} é proporcional a $(1-b)^2$ onde $b = B/H_{c2}$ e f na maioria dos casos é proporcional a $(1-b)^{II.6}$, resultando numa fraca dependência da densidade de corrente com o campo magnético.

Aproximando-se de H_{c2} , dois efeitos se tornam importantes, onde estes efeitos dependem do número de centros de aprisionamento, ambos resultando num máximo na corrente crítica. Estes efeitos limitam a aplicabilidade da teoria de elasticidade e consequentemente da equação (43) que é baseada nesta teoria.

Um dos efeitos ocorre quando o comprimento R_c transversal da rede se torna comparável ao comprimento efetivo de penetra-

ção do campo magnético $\lambda_{ef} = \lambda(1-b)^{-1/2}$ (II.7).

Distorções de curto alcance da rede de vórtices não podem ser descritas pela teoria de elasticidade da mesma, tendo em vista que o campo magnético não muda em distâncias menores que o comprimento de penetração λ_{ef} . A rede de vórtices nas regiões destas distorções deixa de estar sujeita às forças magnéticas, sendo que agora são as variações no parâmetro de ordem (energia cinética dos superelétrons) que predominam nas interações defeito-vórtice.

As energias magnética e cinética por unidade de volume no estado supercondutor (misto) podem ser dadas por (II.8)

$$F_{mag} = \frac{1}{8\pi} H^2 \quad (CGS) \quad (45)$$

$$F_{cin} = \frac{1}{8\pi} \lambda^2 |\text{rot } \vec{H}|^2 \quad (46)$$

onde $|\text{rot } \vec{H}| = \frac{\phi_0}{2\pi \lambda^2} \frac{1}{r} \quad \xi < r \ll \lambda \quad (47)$

Substituindo-se o valor de $|\text{rot } \vec{H}|$ para a energia cinética ficaremos com:

$$F_{cin} = \frac{1}{8\pi} \frac{\phi_0^2}{(2\pi)^2 r^2 \lambda^2} \quad (48)$$

O campo efetivo H_{ef} no qual a energia predominará sobre a magnética é dada pela condição: $F_{cin} \gg F_{mag}$

$$\frac{\phi_0^2}{(2\pi)^2 r^2 \lambda^2} \gg H^2 \quad (49)$$

O quantum de fluxo ϕ_0 em termos do campo H é dado por $\phi_0 = \pi \lambda_{ef}^2 H_{ef}$. A distância na qual temos grandes variações do parâmetro de ordem é $r \sim \xi/2$, logo a condição dada pela equação (49) em termos de H_{ef} é:

$$\frac{\lambda_{ef}^2 H_{ef}^2}{\xi^2} \gg H^2$$

Mas $\lambda_{ef} = \lambda(1-b)^{-1/2}$ e $\kappa = \lambda/\xi$ logo, o mínimo valor de H_{ef} nesta região é:

$$H_{ef} = \frac{H(1-b)^{1/2}}{\kappa} \quad (50)$$

Nesta região temos que $B_{ef} \sim H_{ef}$ e tomando-se o valor médio da equação (50), lembrando que $\langle H \rangle = B$, temos que:

$$B_{ef} = \frac{B(1-b)^{1/2}}{\kappa} \quad (51)$$

Portanto \tilde{C}_{44} é dada por:

$$\tilde{C}_{44} = B_{ef} H_{ef} = \frac{BH(1-b)}{\kappa^2} = C_{44} \frac{(1-b)}{\kappa^2} \quad (52)$$

Este resultado indica que há um amolecimento da rede de vórtices na região do centro de aprisionamento e o fenômeno é chamado dispersão da constante elástica C_{44} . Em consequência do decréscimo de C_{44} a equação (42) mostra que há um decréscimo em V_c e um acréscimo na força de aprisionamento F_p (BJ) e, conseqüentemente, aumento da corrente crítica. Este aumento é interrompido quando R_c fica da ordem do parâmetro da rede d . No passado este fato foi erradamente chamado de sincronização do tamanho dos centros de aprisionamento com o parâmetro da rede. Nota-se agora que não é um sincronismo, mas sim um comportamento contínuo.

Até a limitação de R_c por d , a força de aprisionamento é dada por:

$$BJ = \frac{\rho^2 f^4}{16 d^3 \tilde{C}_{44} C_{66}^2} \quad (53)$$

Quando R_c fica da ordem de d , a dimensão longitudinal L_c ainda é grande e pode ser encontrada minimizando a energia livre (36), com $R_c = d$ e C_{44} substituída por seu valor efetivo \tilde{C}_{44} . Assim temos que a energia δW será:

$$\delta W = C_{66} + \tilde{C}_{44} \left(\frac{d}{L_c} \right)^2 - \frac{f \rho^{1/2}}{L_c^{1/2}} \quad (54)$$

Minimizando δW com respeito a L_c :

$$\frac{d(\delta W)}{dL_c} = - 2 \tilde{C}_{44} \frac{d^2}{L_c^3} + \frac{1}{2} \frac{f \rho^{1/2}}{L_c^{3/2}} = 0$$

Assim:

$$L_c = \left(\frac{4 \tilde{C}_{44} d^2}{f \rho^{1/2}} \right)^{2/3} \quad e$$

$$V_c = d^2 L_c = d^2 \left(\frac{4 \tilde{C}_{44} d^2}{f \rho^{1/2}} \right)^{2/3} \quad (55)$$

Assim, no trecho onde $R_c = d$ a força de aprisionamento $BJ(F_p)$ é dada por:

$$BJ = \left(\frac{\rho^2 f^4}{4 \tilde{C}_{44} d^5} \right)^{1/3} \quad (56)$$

Na equação (55) temos que \tilde{C}_{44} e f são proporcionais a (1-b) (força de aprisionamento fraca), logo, V_c depende fracamente do campo magnético, logo a força de aprisionamento BJ dada pela equação (34) vai a zero linearmente. Assim, se temos um número de defeitos $N = \rho V_c \gg 1$, temos uma explicação para o efeito pico. No caso de ρV_c pequeno, verifica-se pela equação (34) que o efeito descrito pode não gerar o efeito pico.

No entanto, para o caso ρV_c pequeno o efeito pico pode ser gerado por dois outros motivos. Ao aproximarmos de H_{c2} vemos que C'_{66} (equação 31) e \tilde{C}_{44} decrescem e as deformações na rede de vórtices tornam-se da ordem do parâmetro da rede d . Assim, em altos campos, cada centro de aprisionamento deforma a rede plasticamente aprisionando o vórtice completamente, alcançando-se o máximo de f . Neste caso a força de aprisionamento independe das constantes elásticas e é proporcional à concentração de defeitos:

$$BJ = f \rho \quad (57)$$

Para o campo magnético H onde aparece a deformação plástica, a força de aprisionamento determinada pela equação (57) é maior que a obtida da equação (43) mesmo em campos bem fracos.

A fim de obter a deformação u causada por um centro de

aprisionamento, escreveremos a energia $\delta W'$ por centro de aprisionamento para a rede de vórtices, considerando $R_c = d$ e que o volume deformado seja $u^2 L$, como:

$$\delta W' = \delta W u^2 L = \left(\frac{C_{66}}{d^2} + \frac{\tilde{C}_{44}}{L^2} \right) u^2 L d^2 - f u \quad (58)$$

onde $f \cdot u$ é o trabalho que o centro de aprisionamento executou sobre a rede de vórtices. Minimizando $\delta W'$ com relação ao comprimento longitudinal L e à deformação u :

$$\frac{d(\delta W')}{dL} = C_{66} u^2 - \frac{\tilde{C}_{44} d^2 u^2}{L^2} = 0$$

$$L = d \left(\frac{\tilde{C}_{44}}{C_{66}} \right)^{1/2} \quad (59)$$

$$\frac{d(\delta W')}{du} = 2 \left(\frac{C_{66}}{d^2} + \frac{\tilde{C}_{44}}{L^2} \right) u d^2 L - f = 0$$

$$u = f/2 \left(C_{66} L + \frac{\tilde{C}_{44} d^2}{L} \right), \text{ que substituído o valor de } L \text{ da-}$$

do pela equação (59) resulta em:

$$u = \frac{f}{4d (\tilde{C}_{44} C_{66})^{1/2}} \quad (60)$$

Deformação plástica e o efeito pico ocorrem quando $u \sim d$. Da equação (60) sai que para $u < d$ teremos:

$$f < 4 d^2 (\tilde{C}_{44} C_{66})^{1/2} \quad (61)$$

cuja deformações menores que d não geram efeito pico por este mecanismo.

Se $f > 4 d^2 (\tilde{C}_{44} C_{66})^{1/2}$ temos que as deformações u são maiores que d e haverá o efeito pico dado pela equação (57).

Sobre a teoria de Larkin e Ovchinnikov podemos tirar as seguintes conclusões:

(a) As três causas que levam às três equações para a força de aprisionamento (equações 43, 53 e 57) aparecem simultaneamente em qualquer supercondutor e em toda região de b . Dependendo da intensidade da força elementar de interação f entre vórtice-centro de aprisionamento e da rigidez da rede (C_{66} e C_{44}), pode haver predominância de uma das três causas.

(b) Para ρV_C pequeno (materiais com pouca deformação, granulometria grossa etc.):

b.1) Se a condição (61) for satisfeita, não haverá efeito pico e terá lugar a força de aprisionamento tipo domo dada pela equação (43). Este é o caso clássico dos materiais estudados até a década de 60.

b.2) Se a condição (61) não é satisfeita haverá o efeito pico, observado em vários materiais, quando as forças de aprisionamento são fracas. Há um número significativo de exemplos destes casos na literatura.

(c) Para o caso ρV_C grande (materiais altamente deformados com grande número de precipitados ou com granulometria muito fina). Neste caso há um amolecimento da rede de vórtices através de \tilde{C}_{44} (dispersão de C_{44}). Em consequência V_C diminui e B_J (F_p) aumenta à medida que b aumenta. Quando R_C fica da ordem de d , V_C passa a depender fracamente do campo e a força de aprisionamento decresce linearmente com o campo, conforme a equação (34). Esta situação foi observada apenas em filme supercondutor amorfo de Nb_3Ge por Kes e Tsuei (II.9) no caso de materiais de granulometria fina. Em ligas altamente deformadas não foi ainda observado.

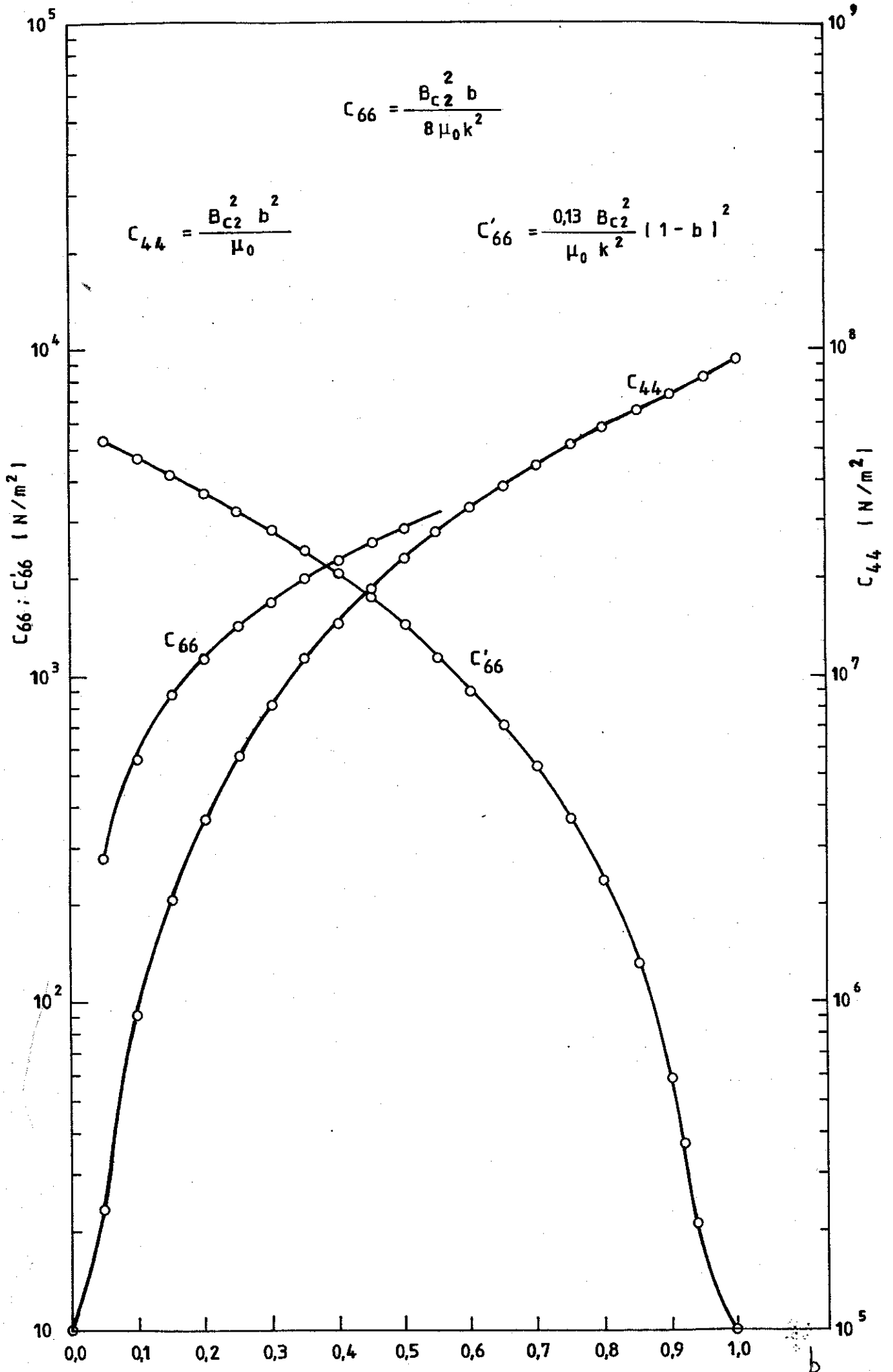
Esta condição (c) abre a possibilidade de o efeito pico ser criado não apenas para materiais com força de aprisionamento fraca (caso b), mas também para materiais com força de aprisionamento forte. Thuneberg et al (II.10) fundamentalizaram esta possibilidade do ponto de vista microscópico e Brandt (II.11) (II.12) (II.13) desenvolveu uma série de cálculos por simulação em computadores, baseados na teoria de Larkin e Ovchinnikov, reproduzindo vários comportamentos observados em supercondutores práticos. O objetivo final, a médio e longo prazo do presente trabalho, é verificar se através destes conceitos é possível criar as condições para se ter o efeito pico em cabos supercondutores de $NbTi$, Nb_3Sn e Nb_3Ge em desenvolvimento pelo Projeto Nióbio Nacional.

Tabela (II.2) - Constantes Elásticas para NbTi

$\kappa = 45$; $\mu_0 H c_2 = 10,7T$; $T = 4,2K$; C_{44} , C_{66} , C_{66}' em N/m^2

b	C_{44}	C_{66}	C_{66}'
0,05	$2,28 \times 10^5$	$2,81 \times 10^2$	$5,28 \times 10^3$
0,10	$9,11 \times 10^5$	$5,62 \times 10^2$	$4,74 \times 10^3$
0,15	$2,05 \times 10^6$	$8,44 \times 10^2$	$4,23 \times 10^3$
0,20	$3,64 \times 10^6$	$1,12 \times 10^3$	$3,74 \times 10^3$
0,25	$5,69 \times 10^6$	$1,41 \times 10^3$	$3,29 \times 10^3$
0,30	$8,20 \times 10^6$	$1,69 \times 10^3$	$2,87 \times 10^3$
0,35	$1,12 \times 10^7$	$1,97 \times 10^3$	$2,47 \times 10^3$
0,40	$1,46 \times 10^7$	$2,25 \times 10^3$	$2,11 \times 10^3$
0,45	$1,84 \times 10^7$	$2,53 \times 10^3$	$1,77 \times 10^3$
0,50	$2,28 \times 10^7$	$2,81 \times 10^3$	$1,46 \times 10^3$
0,55	$2,76 \times 10^7$	-	$1,18 \times 10^3$
0,60	$3,28 \times 10^7$	-	$9,36 \times 10^2$
0,65	$3,85 \times 10^7$	-	$7,16 \times 10^2$
0,70	$4,46 \times 10^7$	-	$5,26 \times 10^2$
0,75	$5,12 \times 10^7$	-	$3,66 \times 10^2$
0,80	$5,83 \times 10^7$	-	$2,34 \times 10^2$
0,85	$6,58 \times 10^7$	-	$1,32 \times 10^2$
0,90	$7,38 \times 10^7$	-	$5,85 \times 10^1$
0,95	$8,22 \times 10^7$	-	$1,46 \times 10^1$
1,00	$9,11 \times 10^7$	-	0

FIG. II.2 - CONSTANTES ELÁSTICAS PARA NbTi



CAPÍTULO III

ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

I - RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Do programa de fabricação e otimização de cabos supercondutores do Projeto Nióbio (UNICAMP/IFGW - FTI/DMAR) tomaremos alguns dados típicos sobre os quais serão aplicados os conceitos e teorias de aprisionamento de vórtices detalhados nos capítulos anteriores. Toda a tecnologia de fabricação da liga e dos cabos supercondutores é objeto de outro trabalho conduzido paralelamente ao presente estudo de aprisionamento de vórtice em cabos supercondutores (III.1). As medidas de $J_c \times \mu_0 H$ constituem o elo de ligação entre os dois trabalhos e foram feitas conjuntamente pelos dois pesquisadores.

A Tabela (III.1) dá a sequência do tratamento termomecânico de otimização realizado sobre os cabos, cujos símbolos têm os seguintes significados: O primeiro número indica o tipo de liga, S significa deformação sem tratamento térmico e T significa tratamento térmico; os números 1, 2, 4 ou 6 que antecedem a letra S ou T significa o número de vezes antes do diâmetro final que foi feito o tratamento térmico. Exemplificando, 1S significa que as medidas de $J_c \times \mu_0 H$ foram feitas nos fios trefilados desde o diâmetro inicial de 40 mm até o diâmetro final de $\varnothing = 0,35$ mm onde o filamento supercondutor tem $9,2 \mu\text{m}$ sem qualquer tratamento térmico; 1T significa que a amostra recebeu tratamento térmico apenas no diâmetro final; 2 TS significa que a amostra recebeu tratamento térmico duas vezes o diâmetro final (0,73 mm) e posteriormente trefilada até o diâmetro final; 2 TT significa que a amostra sofreu tratamento térmico duas vezes, tanto a $2\varnothing$ quanto no diâmetro final. As outras denominações seguem os mesmos conceitos acima expostos.

Os fios supercondutores possuíam 361 filamentos, relação cobre/supercondutor $A_{\text{Cu}}/A_{\text{SC}} = 3$ e foram estudadas três ligas:

- liga 1 - composição Nb-53,5% peso Ti
- liga 2 - composição Nb-48% peso Ti
- liga 3 - composição Nb-44% peso Ti

As ligas 1 e 3 foram produzidas pelo Projeto Nióbio enquanto que a liga 2 foi produzida pela Wah Chang dos EUA.

Nas ligas nacionais foram conseguidas taxas de deformação em área de $1,9 \times 10^7$ tendo em vista que o diâmetro inicial foi

de 40 mm. Já a liga importada tem taxa de deformação de $1,06 \times 10^5$ tendo em vista que o diâmetro inicial da mesma era de 3 mm onde sofreu tratamento térmico de recristalização. A altíssima taxa de deformação alcançada na liga nacional deve-se ao fato de a mesma ter sido produzida por tecnologia de feixe eletrônico que gera produtos de alto grau de pureza (III.2).

O vastíssimo volume de dados produzidos pela referência (III.1) tem os dados J_c versus $\mu_0 H$ resumidos nas Tabelas (III.2.a) (III.2.b) e (III.2.c) e os dados da força de aprisionamento $F_p = \mu_0 H J_c$ versus $\mu_0 H$ resumidos nas Tabelas (III.3.a), (III.3.b) e (III.3.c) obtidos a partir da Tabela (III.2).

Há um comportamento similar em todos os dados onde se notam três fatores:

a) Os fios S têm as menores correntes críticas e os mesmos representam a tecnologia de fabricação dos fios supercondutores da década de 60.

b) Os fios T têm valores de corrente crítica alta a baixo campo e baixa a alto campo e representam a tecnologia de fabricação de cabos supercondutores da década de 70.

c) Os fios TS têm as maiores correntes críticas em todo intervalo de campo e representam a tecnologia atual de fabricação de cabos supercondutores. O programa nacional de fabricação de cabos supercondutores já alcançou nivelamento técnico em corrente crítica com os fabricantes mundiais tradicionais.

II - ANÁLISE DAS FORÇAS DE APRISIONAMENTO

Escolhemos para nosso estudo o conjunto de fios 11 S, 11 T(8) e 12 T(8)S, onde o número 8 no parênteses após a letra T significa 8 horas de tratamento térmico a 385°C . Sobre estes conjuntos podem ser aplicadas as teorias de aprisionamento de vórtices e a partir dos mesmos entender a complexidade dos demais fios.

II.A - Estimativa para $\Delta\kappa$

Da relação de Goodman (III.3) para o parâmetro κ teremos (em unidades CGS)

$$\kappa \sim 7,5 \cdot 10^3 \gamma^{1/2} \rho_n \quad (1)$$

onde ρ_n é a resistividade no estado normal.

A deformação plástica dos metais geralmente causa acréscimos de $\Delta\rho_n$ na resistividade. No caso do material NbTi em estu

do, $\Delta\rho_n$ é devido principalmente às pilhas de deslocações. Isso causa uma variação do parâmetro κ dada por:

$$\Delta\kappa \sim 7,5 \times 10^3 \gamma^{1/2} \Delta\rho_n \quad (2)$$

Basinski et al (III.4) apresentam uma equação para $\Delta\rho_n$ em função de τ , a tensão de cisalhamento, como:

$$\Delta\rho_n = 9 \times 10^{-11} \tau^2 \quad (3)$$

E τ por sua vez está relacionada com a densidade de deslocações N' , com o módulo de cisalhamento G e o vetor de Burger b pela relação:

$$\tau \simeq (1/2) G b \sqrt{N'} \quad (4)$$

Logo $\Delta\rho_n$ em função de G , N' e b pode ser dado por:

$$\Delta\rho_n = 2,25 \times 10^{-11} G^2 b^2 N' \quad (5)$$

Substituindo a equação (5) na (2) chegamos a uma expressão para $\Delta\kappa$ como :

$$\Delta\kappa \simeq 1,69 \times 10^{-7} \gamma^{1/2} G^2 b^2 N' \quad (6)$$

com γ dado em ($\text{erg cm}^{-3} \text{K}^2$), G em (N/mm^2), b em (cm) e N' (cm^{-2})

As constantes elásticas para o NbTi de uma liga de composição Nb 43,5% p Ti foram medidas a temperatura ambiente por Reid et al (III.5) e são: $C_{11} = 156,5$ GPa, $C_{12} = 111,16$ GPa, $C' = \frac{C_{11} - C_{12}}{2}$

$= 22,47$ GPa e $C_{44} = 39,63$ GPa. A partir destes dados calculamos o módulo de cisalhamento G que é dado por $G = 3C_{44}C' / (2C_{44} + C') = 26,26$ GPa.

As figuras (III.1) e (III.2) são as curvas de tensão \times de formação para o filamento de NbTi e o compósito Cu/NbTi nas temperaturas de 4,2 K e ambiente respectivamente.

Devemos fazer uma correção nas constantes elásticas e consequentemente em G , já que as medidas do presente trabalho foram feitas a 4,2 K. Nesta temperatura a situação é bem diferente conforme podemos observar pela figura (III.2). Neste caso os fila

mentos de NbTi apresentam uma aparente alongação maior que a do compósito. Entretanto, parte desta alongação não é deformação plástica permanente mas sim resultado de um comportamento reversível chamado de efeito pseudoelástico (III.6), advindo da transição da fase β (bcc) para a fase martensítica.

Comparando as curvas dadas pelas figuras (III.1) e (III.2) para o filamento de Cu/NbTi, podemos observar que os valores medidos a 4,2 K são de 12 a 15% maiores que os medidos à temperatura ambiente (III.7). Com isso, fazendo a correção de 15% sobre as constantes elásticas e conseqüentemente para G obtemos $G(4,2K-NbTi) = 30,20$ GPa.

Precisamos ainda fazer mais uma correção sobre o valor de G. Estes dados sobre as constantes elásticas estão relacionados à tangente da curva para o filamento de NbTi, na região elástica da figura (III.1), sobre a qual foi feita a correção de 15%, levando-nos à figura (III.2).

No entanto, estamos interessados no compósito na região plástica de deformação. Da figura (III.2) podemos observar que a tangente da curva para o compósito na região plástica é da ordem de três vezes menor que para o filamento na região elástica. Com isso o módulo de cisalhamento G para o compósito a 4,2 K passa a ser três vezes menor que para o filamento, ou seja, $G = 10,10$ GPa, que é o valor a ser utilizado em nossos cálculos.

A figura (III.3) dá as estimativas para os valores do tamanho das células de deslocações e da densidade de deslocações N' em função da taxa de deformação $R' = (A_i - A_f)/A_f$, onde A_i e A_f são a secção inicial da barra e secção final do filamento respectivamente.

Utilizando os dados para N' desta figura teremos os seguintes valores para $\Delta\kappa$:

R'	$\Delta\kappa$
10^2	4,55 ($N' = 2,4 \times 10^{12}/\text{cm}^2$)
10^3	9,11 ($N' = 4,8 \times 10^{12}/\text{cm}^2$)
10^5	13,28 ($N' = 7,0 \times 10^{12}/\text{cm}^2$)
10^7	18,80 ($N' = 10^{13}/\text{cm}^2$)

A Tabela (A.III.1) do apêndice III lista os principais parâmetros da liga supercondutora Nb 50% p Ti.

II.B - Aplicações da teoria de Hampshire e Taylor (Dew-Hughes)

As figuras (III.4a)-(III.4b), (III.5a)-(III.5b) e (III.6a)-(III.6b) dão as correntes críticas e forças de aprisionamento experimentais, respectivamente, para as ligas (1), (2) e (3).

Devido à similaridade dos resultados e não disponibilidade de parâmetros precisos para cada liga, a análise será feita simultaneamente para as três ligas.

II.B.1) Cabos 11 S e 31 S - Neste caso o material se encontra extremamente deformado ($R \sim 10^7$) com as células de deslocações bem definidas; os aprisionamentos neste caso são do tipo $\Delta\kappa$. Ainda mais, os máximos de F_p estão localizados para $h > 0,5$.

As duas funções de aprisionamento que satisfazem as condições acima são:

- núcleo-superfície- $\Delta\kappa$; $h(F_{pmax}) = 0,6$
- núcleo-ponto $\Delta\kappa$; $h(F_{pmax}) = 0,67$

Analisando primeiramente a interação núcleo-superfície- $\Delta\kappa$ teremos que utilizar a equação

$$F_p = \frac{S_v B_{c2}^2 h^{3/2} (1-h) \Delta\kappa}{2 \mu_0 \kappa^3} \quad h(F_{pmax}) = 0,6$$

Temos que: $S_v = 1/\tau_0 = 1/400 \cdot 10^{-10} \text{ m}^{-1} = 2,5 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \quad ; \quad B_{c2} = 10,7 \text{ T} \quad ; \quad \kappa = 45 \quad ; \quad \Delta\kappa = 18,8$$

$$F_p = 43,7 \times 10^9 \text{ N/m}^3$$

O valor calculado tanto para $h(F_{pmax})$ como para o valor em $F_p(7T)$ é muito alto comparado ao valor experimental, conclui-se que é pouco provável a atuação deste mecanismo de interação.

Tomando agora a interação núcleo-ponto- $\Delta\kappa$, a equação a ser utilizada é:

$$F_p = \frac{V_f}{a} \frac{B_{c2}^2 h^2 (1-h) \Delta\kappa}{\mu_0 2,32 \kappa^3} \quad h(F_{pmax}) = 0,67$$

Sabemos que V_f varia de:

$$\frac{a^3}{l^3} < V_f < \frac{a}{l}$$

$$\frac{a^2}{l^2} \frac{1}{l} < \frac{V_f}{a} < \frac{1}{l}$$

Para as células de deslocações $l = r_0$ e a é a espessura das paredes das células. Neste caso temos que $a \sim 40 \text{ \AA}$ (apêndice III) e $r_0 \sim 400 \text{ \AA}$.

Assim V_f/a estará entre: $0,01 \frac{1}{r_0} < \frac{V_f}{a} < \frac{1}{r_0}$

Isto corresponde a um intervalo para F_p entre:

$$(0,30 < F_p < 30,0) \cdot 10^9 \text{ N/m}^3$$

O limite inferior corresponde à rede rígida e o superior é para a rede flexível. Verifica-se que a rede rígida não é fisicamente plausível, pois acarretaria em $\eta > 1$, bem como não concorda com os dados experimentais. A rede flexível além de ser fisicamente correta pode vir a ter concordância com os dados experimentais através da elasticidade da rede.

Um dos propósitos deste trabalho é fundamentalizar do ponto de vista teórico uma sistemática auto-consistente de otimização de cabos supercondutores. A conclusão acima oferece como ponto de partida o fato de que o material S tem um mecanismo de aprisionamento do tipo núcleo-ponto- $\Delta\kappa$, com a rede de vórtice flexível que faz todos os centros de aprisionamento atuarem com o máximo da força elementar.

Desta forma calcularemos a partir dos dados experimentais o valor do produto $\eta\Delta\kappa$ onde η é o fator de eficiência devido à elasticidade da rede. Tomando para V_f/a o valor de $1/r_0$ e o valor experimental de $F_p = 2 \times 10^9 \text{ N/m}^3$, temos:

$$F_p = \frac{V_f B_{c2}^2 h^2 (1-h) (\eta \Delta\kappa)}{2 \mu_0 2,32 \kappa^3} \quad h(F_{p\text{máx}}) = 0,67$$

$$(\eta \Delta\kappa) = 1,253$$

O valor de η pode ser determinado a partir das constantes elásticas e daí ter-se-á o valor de $\Delta\kappa$. Porém, veremos a seguir que é possível uma análise consistente dos dados, trabalhando

com o produto $(\eta\Delta\kappa)$.

II.B.2) Cabos 11 T(8) e 31 T(8) - Devido ao tratamento térmico, os aprisionamentos são feitos pelos precipitados de $Ti\alpha$ nas paredes das células de deslocamentos. Desta forma temos aprisionamento do tipo núcleo-superfície-normal, o que é confirmada pela posição do máximo de F_p , portanto:

$$F_p = \frac{S_v B_{c2}^2 h^{1/2} (1-h)^2}{4 \mu_0 \kappa^2} \quad h(F_{p\text{máx}}) = 0,2$$

Neste caso não se tem uma estimativa para S_v , já que as paredes das células não são totalmente cobertas por precipitados $Ti\alpha$. Tomando $S_v = 1/r_0$, isto é, considerando que as paredes das células são totalmente cobertas por precipitados teremos:

$$F_p = 80,5 \times 10^9 \text{ N/m}^3$$

O filme de precipitados de $Ti\alpha$ nas paredes das células com espessura de 30 a 60 Å foi observado com microscópio eletrônico por A.W West e D.C. Larbalestier (III.8). Três fatores contribuem para que o resultado experimental seja uma ordem de grandeza inferior ao cálculo teórico:

1º) Soma estatística dos vórtices ($\eta < 1$) que é o fator mais significativo e será considerado através do efeito das constantes elásticas da rede de vórtices.

2º) Tunelamento de superelétrons sobre o filme de $Ti\alpha$ não supercondutor, alterando o comportamento da interação vórtice-centro de aprisionamento de núcleo-superfície-normal para núcleo-superfície- $\Delta\kappa$. Porém, o fato de o máximo de força de aprisionamento estar próximo de $h = 0,2$ e não a $h = 0,6$ indica que este tunelamento é pequeno.

3º) Não cobertura completa das paredes da célula pelo filme de $Ti\alpha$ cujas consequências são as mesmas indicadas no parágrafo anterior.

Faremos o ajuste experimental através da equação

$$F_p = \frac{S_v B_{c2}^2 h^{1/2} (1-h)^2 (\eta p)}{4 \mu_0 \kappa^2} \quad h(F_{p\text{máx}}) = 0,2$$

onde p é o fator de cobertura dos precipitados $Ti\alpha$ nas paredes da célula. Utilizando o valor experimental para $F_p = 8 \times 10^9 \text{ N/m}^3$:

$$\eta_p = 0,1$$

O baixo número de η_p é consistente tendo em vista que $\eta < 1$ e $p < 1$.

II.B.3) Cabos 12 T(8)S e 32 T(8)S - Com a trefilação após o tratamento térmico, os precipitados e as regiões não precipitadas se alongam transformando-se em elipsóides (III.8). Com isso há um aumento das dimensões e separação entre os precipitados (também regiões não precipitadas) na direção da densidade de corrente (perpendicular à força de aprisionamento). Teremos neste caso aprisionamentos do tipo $\Delta\kappa$ e como estes cabos apresentam a força de aprisionamento máxima para $h \sim 0,5$ a função de aprisionamento conveniente é a núcleo-volume- $\Delta\kappa$ dada por:

$$F_p = \frac{S_v B_{c2}^2 h(1-h) \Delta\kappa}{2,66 \mu_0 \kappa^3} \quad h(F_{p\text{máx}}) = 0,5$$

A figura (I.2.b) do capítulo I, corresponde a esta situação de alongamento dos defeitos do material e neste caso teremos $S_v = 2/r_0$.

Logo, o máximo para F_p é dado por:

$$F_p = 88,3 \times 10^9 \text{ N/m}^3$$

Fazendo o ajuste experimental através do produto $\eta\Delta\kappa$ teremos:

$$F_p = \frac{S_v B_{c2}^2 h(1-h) (\eta \Delta\kappa)}{2,66 \mu_0 \kappa^3} \quad h(F_{p\text{máx}}) = 0,5$$

O valor experimental para F_p (5T) = $13,4 \times 10^9 \text{ N/m}^3$, logo

$$\eta \Delta\kappa = 2,85$$

O resultado obtido para $\eta\Delta\kappa$ neste caso é maior que o valor obtido para os fios S. Isto é, consistente com o fato de que a densidade de deslocações nos fios TS é maior tendo em vista os seguintes fatores:

1º) A precipitação de $Ti\alpha$ não reduz significativamente a densidade de deslocações tendo em vista que o tratamento térmico é feito a baixa temperatura (385°C).

29) A deformação após o tratamento térmico aumenta a densidade de deslocamentos tendo em vista que os precipitados atuam como multiplicadores de deslocamentos.

III - OTIMIZAÇÃO DE CABOS SUPERCONDUTORES

Aumentar o produto $\eta\Delta k$ para altos campos e η_p para baixos campos através de tratamento termomecânico (e outros meios tais como adição de contaminantes, radiação, controle de granulometria, congelamento de fases martensíticas etc.) constitui a atividade de otimização dos cabos supercondutores. Este trabalho tem se desenvolvido prioritariamente através de técnicas experimentais, já que há uma insuficiência instrumental (III.9) para as medidas quantitativas precisas dos tipos, tamanhos e distribuição dos centros de aprisionamento.

Na figura (III.7) estão marcadas as correntes críticas de J_c em função da deformação normal $\epsilon_I = \ln A_i/A_f$ para campos fixos (7 T e 5 T), onde A_i é a secção inicial e A_f é a secção final do filamento supercondutor.

O ponto na origem é do fio T, tomando-se como $R=A_i/A_f = 1$ a redução em área após o último tratamento térmico (fios da década de 70). Os três pontos seguintes são TS, TSS e TSSS (fios da década de 80). O último ponto é o fio S (fios da década de 60) que na verdade significa TS...S, tendo em vista que seu último tratamento térmico foi por exemplo na recristalização a $\varnothing 10,8$ mm ou fusão a $\varnothing 40$ mm. Sobre o gráfico em questão tem-se os seguintes comentários:

19) A corrente crítica apresenta um máximo em torno de uma certa taxa de deformação, após o último tratamento térmico. Este máximo é mais acentuado para as ligas nacionais 1 e 3 tendo em vista sua maior taxa de deformação inicial, desde o diâmetro inicial de 40 mm até o final de 9,2 μ m.

29) A posição do máximo é função da liga e do campo magnético e é aproximadamente dado pela tabela abaixo. Os dados mostram que é possível otimizar tanto a liga Nb53,5% p Ti como a liga Nb44% p Ti isto é, a corrente crítica não tem como fator limitante a composição da liga como é comercialmente praticado. Esta conclusão está de acordo com os dados fundamentais de que H_{c2} e T_c para NbTi nesta faixa de composição não dependem criticamente da composição (III.10) não havendo portanto, justificativa para exigências

críticas de composição. Comercialmente se está debitando à composição da liga uma criticabilidade que é inerente à taxa de deformação.

CAMPO LIGA	5 T			7 T		
	ϵ_I	R	$\frac{\phi_i}{\phi_f}$	ϵ_I	R	$\frac{\phi_i}{\phi_f}$
FTI Nb 53,5% p Ti	1,4	4,05	2,01	1,8	6,04	2,46
Wah Chang Nb 48% p Ti	~ 0	-	-	1,4	4,05	2,01
FTI Nb 44% p Ti	1,8	6,04	2,46	2,2	9,02	3,00

3º) A altura do máximo, entretanto, depende da história metalúrgica da liga, como é o caso da liga 2 (Wah Chang) que tendo sido fundida a arco, forjada e recristalizada várias vezes, tem o máximo com menor destaque e a 5T praticamente não aparece.

4º) O presente trabalho estabelece pela primeira vez de modo quantitativo a importância de se ter uma estrutura mais definida possível tal como a que foi obtida com a fusão da liga por feixe eletrônico e deformação em altas taxas durante a fabricação do fio. Este fato associado à não dependência crítica da composição assegura a base científica da viabilidade da produção comercial da liga NbTi por feixe eletrônico, técnica não utilizada até o momento em larga escala sob alegação de que não é possível alcançar a precisão na composição de $46,5 \pm 3\%$ exigida atualmente. Mostramos aqui que não há fundamentalização científica para tal exigência.

5º) Foram obtidas correntes críticas de $1,4 \times 10^5$ A/cm² a 7 T e $2,7 \times 10^5$ A/cm² a 5 T já na primeira programação de fabricação de cabos supercondutores, equiparando-se ao nível que laboratórios e indústrias mundiais estão alcançando agora após várias décadas de pesquisas em otimização de cabos supercondutores de NbTi. Além do mais, provamos que estas correntes máximas são obtidas sem necessidade de múltiplos tratamentos térmicos. Apenas um tratamento térmico seguido de uma deformação disciplinada permite chegar à mesma corrente crítica máxima que se obtém por um esquema de múltiplos tratamentos indisciplinados.

6º) Esta disciplina é suportada pelos trabalhos de simulação de Brandt^(III.11) onde foi mostrado que é mais efetivo ter barreiras contínuas de aprisionamento do que fortes barreiras com interrupções (buracos).

79) Existe a possibilidade de se estabelecer um isomorfismo entre o pico de corrente de $J_c \times \mu_0 H$ (previstos pela teoria de Larkin e Ovchinnikov) e $J_c \times \epsilon_I$ em otimização de cabos de NbTi de alta corrente.

No caso $J_c \times \mu_0 H$ (Larkin e Ovchinnikov) há um amolecimento da rede de vórtices através da dispersão da constante elástica C_{44} com conseqüente diminuição de V_c e aumento na densidade de corrente. Já no caso $J_c \times \epsilon_I$ para um campo fixo há também um decréscimo de V_c através da deformação R.

No processo de variação de campo ($J_c \times \mu_0 H$) temos a distribuição de defeitos fixos e estamos variando a rede de vórtices (variando d).

Já no caso de $J_c \times \epsilon_I$, mantemos a rede de vórtices fixa (d fixo) e variamos o tamanho dos defeitos através de R.

Assim, identicamente ao caso $J_c \times \mu_0 H$ onde há um limite quando $R_c = d$, no caso de $J_c \times \epsilon_I$ o limite seria quando alguma dimensão característica da estrutura de defeito alcançaria a dimensão característica da rede de vórtices. É curioso notar que o pico da corrente acontece quando o tratamento térmico é feito da ordem de 2,5 vezes o diâmetro final.

O diâmetro da célula após deformação seria portanto $400/2,5 \sim 160 \text{ \AA}$. Isto compara-se a $d = 180 \text{ \AA}$ a 7 T.

Desta conclusão decorrem dois conceitos para otimizar as correntes supercondutoras num certo campo (por exemplo 7 T):

- Criar altas taxas de deformação para que o diâmetro inicial da banda seja tal que a deformação após o tratamento térmico seja igual a d naquele campo (NbTi - 7 T).
- Adotar o menor número de etapas possíveis (fusão da liga, fabricação do fio, tratamento térmico, deformação de $\epsilon_I \sim 12$) de tal modo a se obter uma estrutura mais disciplinada possível de centros de aprisionamento. Centros que não estão dentro da disciplina com a dimensão correta são duplamente negativos (verdadeiros buracos numa represa): - São frações de material supercondutor perdidas, não participando do processo de condução. - São vazamentos de fluxo magnético e geradores de calor que aquecem as regiões disciplinadas vizinhas, baixando H_{c2} e conseqüentemente a corrente crítica.

Com isto, concluímos que a disciplina nos centros de aprisionamento é uma questão importante na otimização dos cabos supercondutores.

89) A parte da curva $J_c \times \epsilon_I$ que corresponde à região que vai dos cabos S até o pico, usando o isomorfismo proposto à teoria de Larkin e Ovchinnikov, corresponderia à região onde $R_c < d$. Quando vamos nos aproximando do pico, $R_c \sim d$. No entanto, na região da curva que vai dos cabos T até o pico existe possibilidade de otimização da corrente nestes pontos e conseqüentemente no pico através de ajustes finos no tempo e temperatura de tratamento térmico, bem como na composição dos intersticiais, ajustes estes que poderão prever correntes da ordem de $2,0 \times 10^5$ A/cm² a 7T e $3,5 \times 10^5$ A/cm² a 5T de maneira reprodutiva e sistemática na produção comercial. Em conseqüência os cabos serão mais econômicos.

IV - CONSTANTES ELÁSTICAS

IV.A - Teoria de Hampshire-Taylor (HT)

Nesta teoria a utilização correta de $\Delta\kappa$ advinda da densidade de deslocações N' (figura III.3) leva a um valor muito alto das forças de aprisionamento. A introdução do fator de eficiência η devido à elasticidade permite ajustar o valor teórico ao valor experimental do seguinte modo.

a) S - interação núcleo-ponto- $\Delta\kappa$

$$F_p = \frac{B_{c2}^2 h^2 (1-h) \Delta\kappa}{2,32 \mu_0 \kappa^3 \frac{r_0}{\eta}} \quad h(F_{p\text{máx}}) = 0,67$$

onde $V_F/a = 1/r_0$. Chamando $r_0/\eta = R_c$

$$R_c = \frac{r_0}{\eta} = \frac{B_{c2}^2 h^2 (1-h) \Delta\kappa}{2,32 \mu_0 \kappa^3 F_p}$$

Usando o valor experimental para $F_p = 2 \times 10^9$ N/m³ chegamos a:

$$R_c = \frac{r_0}{\eta} = 6001 \text{ \AA} \quad V_c = 2,16 \times 10^{-19} \text{ m}^3$$

onde foi usado o fato que $V_c = R_c^3$.

$$\eta = \frac{r_0}{R_c} = 0,067 = 6,7\%$$

A célula de deslocação de 400 \AA de diâmetro comporta-se como um defeito de 6001 \AA devido ao comportamento elástico da rede
 b) T - interação núcleo-superfície-normal

$$F_p = \frac{B_{c2}^2 h^{1/2} (1-h)^2}{4\mu_0 \kappa^2 \frac{r_0}{\eta p}} \quad h(F_{p\text{máx}}) = 0,2$$

onde foi usado o fato que $S_v = 1/r_0$. Chamando $R_c = r_0/\eta p$:

$$R_c = \frac{r_0}{\eta p} = \frac{B_{c2}^2 h^{1/2} (1-h)^2}{4\mu_0 \kappa^2 F_p}$$

Usando o valor experimental para $F_p = 8 \times 10^9 \text{ N/m}^3$

$$R_c = \frac{r_0}{\eta p} = 4.024 \text{ \AA} \quad V_c = 1,27 \times 10^{-19} \text{ m}^3$$

$$\eta p = \frac{r_0}{R_c} = 0,099 = 9,9\%$$

O valor menor de R_c comparativamente ao fio S deve-se à maior definição dos precipitados e conseqüentemente menor deformação da rede de vórtices.

c) TS - interação núcleo-volume- $\Delta\kappa$

$$F_p = \frac{2B_{c2}^2 h(1-h) \Delta\kappa}{2,66\mu_0 \kappa^3 \frac{r_0}{\eta}} \quad h(F_{p\text{máx}}) = 0,5$$

onde foi substituído neste caso $S_v = 2/r_0$. Logo R_c será dado por:

$$R_c = \frac{r_0}{\eta} = \frac{2B_{c2}^2 h(1-h) \Delta\kappa}{2,66\mu_0 \kappa^3 F_p}$$

Usando o valor experimental para $F_p = 13,4 \times 10^9 \text{ N/m}^3$

$$R_c = \frac{r_0}{\eta} = 2637 \text{ \AA} \quad V_c = 1,83 \times 10^{-20} \text{ m}^3$$

$$\eta = \frac{r_0}{R_c} = 0,152 = 15,2\%$$

O aumento de η e a diminuição do diâmetro de interação $R_c = r_o/\eta$ significam um maior aprisionamento do vórtice.

Nota-se que há um significativo campo para a implementação da otimização até que η alcance o valor unitário.

IV.B - Teoria de Larkin e Ovchinnikov - (LO)

Tendo em vista que as dimensões esperadas para o tamanho de interação R_c são maiores que o parâmetro da rede e também que curvas obtidas de $F_p \times \mu_o H$ são do tipo domo, usaremos para as forças de aprisionamento $B_J = F_p$ a equação (43) do capítulo II:

$$F_p = \frac{\rho^2 f^4}{16 d^3 C_{44} C_{66}^2}$$

Para alto κ as constantes elásticas C_{44} e C_{66} ($b > 0,5$) são dadas pelas equações (32) e (33) do capítulo II e C'_{66} ($b < 0,5$) pela equação (IV.15) do apêndice IV:

$$C_{44} = \frac{B_{c2}^2 b^2}{\mu_o}$$

$$C'_{66} = \frac{0,13 B_{c2}^2}{\mu_o \kappa^2} (1-b)^2 \quad b > 0,5$$

$$C_{66} = \frac{B_{c2}^2 b}{8 \mu_o \kappa^2} \quad b < 0,5$$

Utilizaremos a equação da teoria de LO para F_p a fim de calcular ρ_f^2 para depois substituir nas equações (40) e (41) do capítulo II que dão respectivamente L_c e R_c e assim teremos estimado os tamanhos de interação para esta teoria para os três casos já estudados.

$$R_c = \frac{32^{1/2} C_{66}^{3/2} C_{44}^{1/2} d^2}{\rho f^2}$$

$$L_c = \frac{8 C_{66} C_{44} d^2}{\rho f^2}$$

a) S - interação núcleo-ponto- $\Delta\kappa$

$$h(F_{p\text{máx}}) = 0,67 \quad F_p(\text{exp}) = 2 \times 10^9 \text{ N/m}^3$$

$$C_{44} = \frac{B_{c2}^2 b^2}{\mu_0} = 4,09 \times 10^7 \text{ N/m}^2$$

$$C'_{66} = \frac{0,13 B_{c2}^2 (1-b)^2}{\mu_0 \kappa^2} = 6,37 \times 10^2 \text{ N/m}^2$$

$$d(h=0,67) = 1,07 (\phi_0/B)^{1/2} = 1,787 \times 10^{-8} \text{ m}$$

$$P_f^2 = \left(F_p(\text{exp}) 16 d^3 C_{44} C_{66}^2 \right)^{1/2} = 1,74 \text{ N}^2/\text{m}^3$$

$$R_c = 1,067 \times 10^{-7} \text{ m} = 1067 \text{ \AA} ; L_c = 3,825 \times 10^{-5} \text{ m} = 38,25 \mu\text{m}$$

$$V_c = R_c^2 L_c = 4,35 \times 10^{-19} \text{ m}^3$$

Notar que L_c é maior que o diâmetro do filamento (sistema bidimensional). Também, que R_c é maior que o diâmetro das células de deslocações confirmando o aumento da região de espalhamento dos elétrons pelas células de deslocações. Este efeito é aquele que na teoria HT é termodinamicamente tratado através do fator de elasticidade da rede η . Tal como no caso da teoria HT é necessário um dado extra (N' ou $\Delta\kappa$) para se determinar a força elementar, também na teoria LO é necessário o conhecimento de ρ como dado extra para determinação da força elementar (ambos dependem da disponibilidade de microscópio eletrônico).

b) T - interação núcleo-superfície-normal

$$h(F_{p\text{máx}}) = 0,2 \quad F_p(\text{exp}) = 8 \cdot 10^9 \text{ N/m}^3$$

$$C_{44} = \frac{B_{c2}^2 b^2}{\mu_0} = 3,64 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$C_{66} = \frac{B_{c2}^2 b}{8\mu_0 \kappa^2} = 1,12 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$$

$$d(h=0,2) = 1,07 \left(\phi_0 / B \right)^{1/2} = 3,27 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

$$\rho_f^2 = \left(F_p(\text{exp}) 16 d^3 C_{44} C_{66}^2 \right)^{1/2} = 4,55 \text{ N}^2/\text{m}^3$$

$$R_c = 9,59 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 959 \text{ \AA} ; L_c = 7,72 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 7,72 \text{ \mu m}$$

$$V_c = R_c^2 L_c = 7,10 \cdot 10^{-20} \text{ m}^3$$

Notar que o aumento da força de aprisionamento é acompanhado de uma diminuição de R_c e L_c e conseqüentemente V_c . Isto significa um menor efeito coletivo e portanto uma maior ação individual dos centros de aprisionamento.

c) TS - interação núcleo-volume- $\Delta\kappa$

$$h(F_{p\text{máx}}) = 0,5 \quad F_p(\text{exp}) = 13,4 \cdot 10^9 \text{ N/m}^3$$

$$C_{44} = \frac{B_{c2}^2 b^2}{\mu_0} = 2,28 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$$

$$C_{66} = \frac{0,13 B_{ce}^2 (1-b)^2}{\mu_0 \kappa^2} = 1,46 \times 10^3 \text{ N/m}^3$$

$$d(h=0,5) = 1,07 (\Phi_c/B)^{1/2} = 2,07 \times 10^{-8} \text{ m}$$

$$\rho_f^2 = \left(F_p(\text{exp}) 16 d^3 C_{44} C_{66}^2 \right)^{1/2} = 9,61 \text{ N}^2/\text{m}^3$$

$$R_c = 6,72 \times 10^{-8} \text{ m} = 672 \text{ \AA} ; L_c = 1,187 \times 10^{-5} \text{ m} = 11,87 \text{ \mu m}$$

$$V_c = R_c^2 L_c = 5,36 \times 10^{-20} \text{ m}^3$$

Neste caso houve em relação a T uma diminuição de R_c e aumento de L_c . Notar que R_c ainda é maior que d , mantendo ainda a força de aprisionamento tipo domo, provavelmente distante de gerar um efeito pico. A não disponibilidade de campos magnéticos acima de 7 T nos impede de acompanhar o possível aparecimento do efeito pico.

$$\text{Notar que } R_c^2 = \frac{2 C_{66} d}{F_p} \text{ e } L_c^2 = \frac{4 C_{44} d}{F_p}$$

significando que C_{66} é o fator determinante de R_c e C_{44} o de L_c .

Tabela III.1 - Sequência Termomecânica

ϕ (mm)	6 x ϕ final	4 x ϕ final	2 x ϕ final	ϕ final
0,35				# 1S
				# 1T
0,73			T	# 2TS
				# 2TT
1,34		T	S	# 4TSS
				# 4TST
			T	# 4TTS
				# 4TTT
2,04	T	S	S	# 6TSSS
				# 6TSST
			T	# 6TSTS
				# 6TSTT
		T	S	# 6TTSS
				# 6TTST
			T	# 6TTTS
				# 6TTTT

= 1 para FTI Nb53,5Ti

= 2 para Wah Chang Nb48,0Ti

= 3 para FTI Nb44,0Ti

T = Tratamento Térmico

S = Deformação sem tratamento térmico

Tabela III.2.a - $J_c \times \mu_0 H$ para FTI Nb53,5Ti

Tratamento Térmico	$J_c \times 10^4 \text{ A/cm}^2$						
	$\mu_0 H \text{ (T)}$						
	1	2	3	4	5	6	7
11S	6,8	-	4,1	3,6	3,3	2,8	2,4
11T(4)	55,7	34,0	24,1	17,6	13,1	9,1	5,9
11T(4)	-	29,6	21,1	15,6	11,8	8,6	6,0
11T(8)	-	37,6	26,2	18,6	13,1	9,1	6,0
12T(4)S	-	-	31,6	25,9	20,9	16,0	11,0
12T(6)S	-	47,1	36,9	30,1	23,8	17,9	12,8
12T(8)S	-	46,5	37,3	30,0	26,8	17,9	12,5
12T(16)S	-	54,2	42,6	34,1	26,8	19,2	13,5
14T(4)SS	-	27,6	22,2	20,6	18,2	8,6	7,4
14T(8)SS	-	31,3	26,8	23,4	19,8	16,3	12,0
14T(4)T(2)S	-	-	35,5	28,6	22,0	16,5	12,0
14T(4)T(4)S	-	-	-	27,6	21,5	16,0	10,8
14T(4)T(8)S	-	51,8	38,4	29,2	22,5	16,7	11,8
14T(8)T(2)S	-	48,6	36,4	28,3	21,8	16,4	11,4
14T(8)T(4)S	-	49,8	36,7	28,3	21,6	16,4	11,5
14T(8)T(8)S	-	50,6	36,7	28,2	21,1	15,8	11,4
16T(4)SSS	-	15,3	14,0	12,7	11,1	9,4	7,2
16T(8)SSS	-	-	-	18,2	16,1	13,3	9,9
16T(4)S T(4)S	-	-	33,1	23,8	17,6	12,8	11,8
16T(4) T(4)SS	-	-	-	25,6	22,0	16,7	11,8
16T(4) T(4) T(4)S	-	-	-	27,7	20,4	14,7	10,0

Características do cabo - $\phi = 0,35$; 361 filamentos; $\phi_{\text{fil}} = 9,2 \mu\text{m}$

$$A_{\text{Cu}}/A_{\text{SC}} = 3,0$$

$$J_c \text{ critério } \rho < 10^{-14} \Omega\text{-m}$$

Número entre parênteses é o tempo em horas do tratamento térmico.

Tabela III.2.b - $J_c \times \mu_0 H$ para Wah Chang Nb48,0Ti

Tratamento Térmico	$J_c \times 10^4 \text{ A/cm}^2$						
	$\mu_0 H \text{ (T)}$						
	1	2	3	4	5	6	7
21S	-	6,1	5,2	4,7	-	-	4,0
	-	-	-	-	-	-	-
21T(4)	-	-	-	-	15,1	10,2	7,7
	-	-	-	-	-	-	-
22T(4)S	-	25,5	20,2	16,8	14,6	12,2	10,2
	-	-	-	-	-	-	-
24T(4)SS	-	16,6	13,8	12,2	11,1	9,8	8,4
	-	-	-	-	-	-	-
24T(4) T(4)S	-	27,3	22,3	18,0	15,5	13,0	11,0
	-	-	-	-	-	-	-
26T(4)SSS	-	13,8	12,2	11,0	10,0	8,8	7,8
	-	-	-	-	-	-	-
26T(4)S T(4)S	-	29,1	22,7	19,2	16,5	14,1	11,6
	-	-	-	-	-	-	-
26T(4) T(4)SS	-	-	-	-	12,7	11,8	10,0
	-	-	-	-	-	-	-
26T(4) T(4) T(4)S	-	28,0	21,7	17,5	14,4	12,0	9,8
	-	-	-	-	-	-	-

Características do cabo - $\phi = 0,35 \text{ mm}$; 361 filamentos; $\phi_{\text{fil}} = 9,2 \mu\text{m}$

$$A_{\text{Cu}}/A_{\text{SC}} = 3,0$$

$$J_c \text{ critério } \rho < 10^{-14} \Omega\text{-m}$$

Número entre parênteses é o tempo em horas do tratamento térmico

Tabela III.2.c - $J_c \times \mu_0 H$ para FTI Nb44,0Ti

Tratamento Térmico	$J_c \times 10^4 \text{ A/cm}^2$						
	$\mu_0 H \text{ (T)}$						
	1	2	3	4	5	6	7
31S	8,1	-	4,5	4,0	3,5	3,1	2,8
31T(4)	49,3	30,4	21,4	15,9	11,9	8,6	6,1
31T(8)	-	34,2	23,4	17,0	12,4	8,8	6,1
32T(4)S	-	-	28,5	23,5	18,0	14,3	10,8
32T(6)S	-	42,6	31,7	27,7	23,5	18,5	14,1
32T(8)S	-	41,6	32,4	25,9	20,8	16,2	12,1
32T(12)S	-	49,4	37,3	29,4	22,8	17,4	13,1
34T(4)SS	-	26,5	22,2	19,1	16,5	14,0	11,5
34T(8)SS	-	32,7	27,3	23,4	20,2	16,8	13,3
34T(8)SS	-	30,2	25,6	22,2	19,0	16,0	12,4
34T(4) T(2)S	-	42,5	32,3	25,3	19,6	15,4	11,5
34T(8) T(2)S	-	44,1	33,3	26,3	20,9	16,2	11,9
34T(4) T(3)S	-	46,2	32,2	26,3	20,3	15,6	11,5
34T(8) T(4)S	-	46,5	35,4	27,4	21,9	16,8	12,7
36T(4)SSS	-	20,9	17,3	16,0	13,9	12,1	9,8
36T(8)SSS	-	-	-	19,0	16,5	14,2	11,4
36T(24)SSS	-	29,3	24,9	21,9	19,1	16,2	12,7
36T(4)S T(4)S	-	-	-	26,8	21,0	16,4	12,3
36T(12)S T(2)S	-	41,9	31,8	26,0	20,8	16,2	12,3
36T(12)S T(4)S	-	46,8	30,8	26,3	20,8	16,0	12,5
36T(12)S T(12)S	-	49,2	33,9	27,9	21,4	16,6	12,5
36T(4) T(4)SS	-	36,3	30,6	26,3	22,0	17,4	13,6
36T(4) T(4) T(4)S	-	38,8	29,4	22,0	16,8	13,4	9,8

Características do cabo $\phi = 0,35 \text{ mm}$; 361 filamentos; $\phi_{\text{fil}} = 9,2 \text{ }\mu\text{m}$

$$A_{\text{Cu}}/A_{\text{SC}} = 3,0$$

$$J_c \text{ critério } \rho < 10^{-14} \Omega\text{-m}$$

Número entre parênteses é o tempo em horas de tratamento térmico.

Tabela III.3.a - $\mu_0 H J_c \times \mu_0 H$ para FTI Nb53,0Ti

Tratamento Térmico	$\mu_0 J_c H \times 10^8 \text{ N/m}^3$						
	$\mu_0 H \text{ (T)}$						
	1	2	3	4	5	6	7
11S	6,8	-	12,3	14,4	16,5	16,8	16,8
11T (4)	55,7	68,0	72,3	70,4	65,5	54,6	41,3
11T (4)	-	59,2	63,3	62,4	59,0	51,6	42,0
11T (8)	-	75,2	78,6	74,4	65,5	54,5	42,0
12T (4) S	-	-	94,8	103,6	104,5	96,0	77,0
12T (6) S	-	94,2	110,9	120,4	119,0	107,4	89,6
12T (8) S	-	93,0	111,9	120,0	134,0	107,4	87,5
12T (16) S	-	108,2	127,6	136,4	134,0	115,2	94,5
14T (4) SS	-	55,2	66,6	82,4	91,0	51,6	51,8
14T (8) SS	-	62,6	80,4	93,6	99,0	97,8	84,0
14T (4) T (2) S	-	-	106,5	114,4	110,0	99,0	34,0
14T (4) T (4) S	-	-	-	110,4	107,5	96,0	75,6
14T (4) T (8) S	-	103,6	115,2	116,8	112,5	100,2	82,6
14T (8) T (2) S	-	97,2	109,2	113,2	109,0	98,4	79,8
14T (8) T (4) S	-	99,6	110,1	113,2	108,0	98,4	80,5
14T (8) T (8) S	-	101,2	110,1	112,8	105,5	94,8	79,8
16T (4) SSS	-	30,6	42,0	50,8	55,5	56,4	50,4
16T (8) SSS	-	-	-	72,8	80,5	79,8	69,3
16T (4) S T (4) S	-	-	99,3	95,2	88,0	76,8	82,6
16T (4) T (4) SS	-	-	-	102,4	110,0	100,2	82,6
16T (4) T (4) S	-	-	-	110,8	102,0	88,2	70,0

Características do cabo - $\phi = 0,35 \text{ mm}$; 361 filamentos; $\phi_{\text{fil}} = 9,2 \text{ }\mu\text{m}$

$$A_{\text{Cu}}/A_{\text{SC}} = 3,0$$

$$J_c \text{ critério } \rho < 10^{-14} \text{ }\Omega\text{-m}$$

Número entre parêntese é o tempo em horas de tratamento térmico

Tabela III.3.b - $\mu_0 H J_c \times \mu_0 H$ para Wah Chang Nb48,0Ti

Tratamento Térmico	$\mu_0 H (T)$						
	1	2	3	4	5	6	7
21S	-	12,2	15,6	18,8	-	-	28,0
21T (4)	-	-	-	-	75,5	61,2	53,9
22T (4) S	-	51,0	60,6	67,2	73,0	73,2	71,4
24T (4) SS	-	33,2	41,4	48,8	55,5	58,8	58,8
24T (4) T (4) S	-	54,6	66,9	72,0	77,5	78,0	77,0
26T (4) SSS	-	27,6	36,6	44,0	50,0	52,8	54,6
26T (4) S T (4) S	-	56,2	68,1	76,8	82,5	84,6	81,2
26T (4) T (4) SS	-	-	-	-	63,5	70,8	70,0
26T (4) T (4) T (4) S	-	56,0	65,1	70,0	72,0	72,0	68,6

Características do cabo - $\phi = 0,35$ mm; 361 filamentos; $\phi_{fil} = 9,2$ μ m

$$A_{Cu}/A_{SC} = 3,0$$

$$J_c \text{ critério } \rho < 10^{-14} \Omega\text{-m}$$

Número entre parênteses é o tempo em horas de tratamento térmico.

Tabela III.3.c - $\mu_0 J_c H \times \mu_0 H$ para FTI Nb44,0Ti

Tratamento Térmico	$\mu_0 H (T)$						
	1	2	3	4	5	6	7
31S	8,1	-	13,5	16,0	17,0	18,6	19,6
31T(4)	49,3	60,8	64,2	63,6	59,5	51,6	42,7
31T(8)	-	68,4	70,2	68,0	62,0	52,8	42,7
32T(4)S	-	-	85,5	94,0	90,0	85,8	75,6
32T(6)S	-	85,2	95,1	110,8	117,5	111,0	98,7
32T(8)S	-	83,2	97,2	103,6	104,0	97,2	84,7
32T(12)S	-	98,8	111,9	117,6	114,0	104,4	91,7
34T(4)SS	-	53,0	66,6	76,4	82,5	84,0	80,5
34T(8)SS	-	65,4	81,9	93,6	101,0	100,8	93,1
34T(8)SS	-	60,4	76,6	88,8	95,0	96,0	86,8
34T(4) T(2)S	-	85,0	96,6	101,2	98,0	92,4	80,5
34T(8) T(2)S	-	83,2	99,9	105,2	104,5	97,2	83,3
34T(4) T(8)S	-	92,4	102,6	105,2	101,5	93,6	80,5
34T(8) T(4)S	-	93,0	106,2	109,6	109,5	100,8	83,9
36T(4)SSS	-	41,9	51,9	64,0	69,5	72,5	68,6
36T(8)SSS	-	-	-	76,0	82,5	85,2	79,8
36T(24)SSS	-	58,6	74,7	87,6	95,0	97,2	88,9
36T(4)S T(4)S	-	-	-	107,2	105,0	98,4	86,1
36T(12)S T(2)S	-	83,8	95,4	104,0	104,0	97,2	86,1
36T(12)S T(4)S	-	93,6	92,4	105,2	104,0	96,0	87,5
36T(12)S T(12)S	-	98,6	101,7	111,6	107,0	99,6	87,5
36T(4) T(4)SS	-	72,6	91,8	105,2	110,0	104,4	95,2
36T(4) T(4) T(4)S	-	77,6	88,2	88,0	84,0	80,4	68,6

Características do cabo - $\phi = 0,35$ mm; 361 filamentos; $\phi_{fil} = 9,2$ μ m

$$A_{Cu}/A_{SC} = 3,0$$

$$J_c \text{ critério } \rho < 10^{-14} \Omega\text{-m}$$

Números entre parênteses é o tempo em horas de tratamento térmico

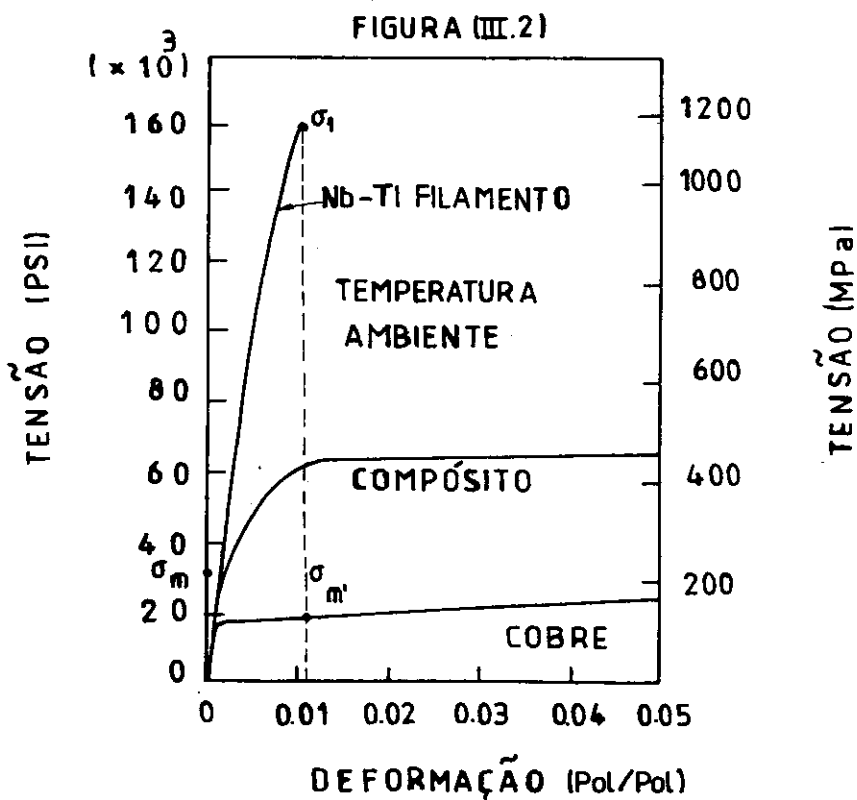
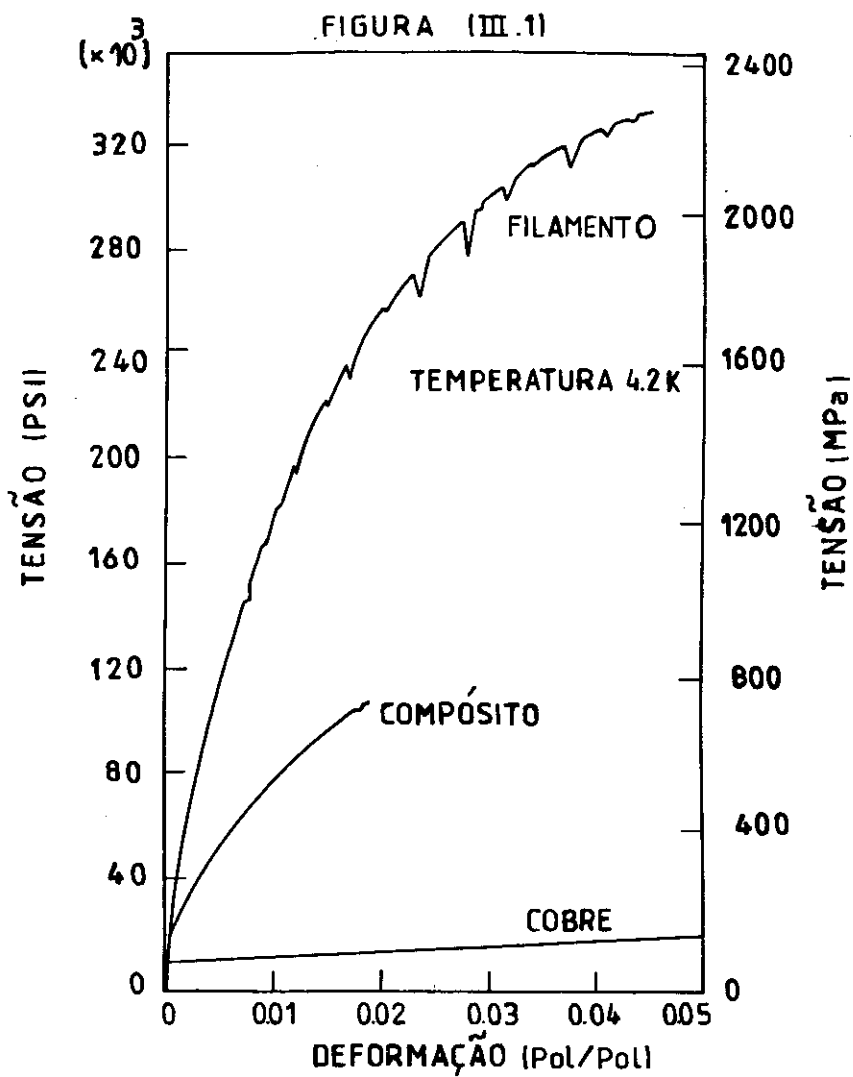


FIG. III.3- DENS. DESLOCAÇÃO N' E DIAMETRO DA CÉLULA r₀ VERSUS R = A_i/A_f

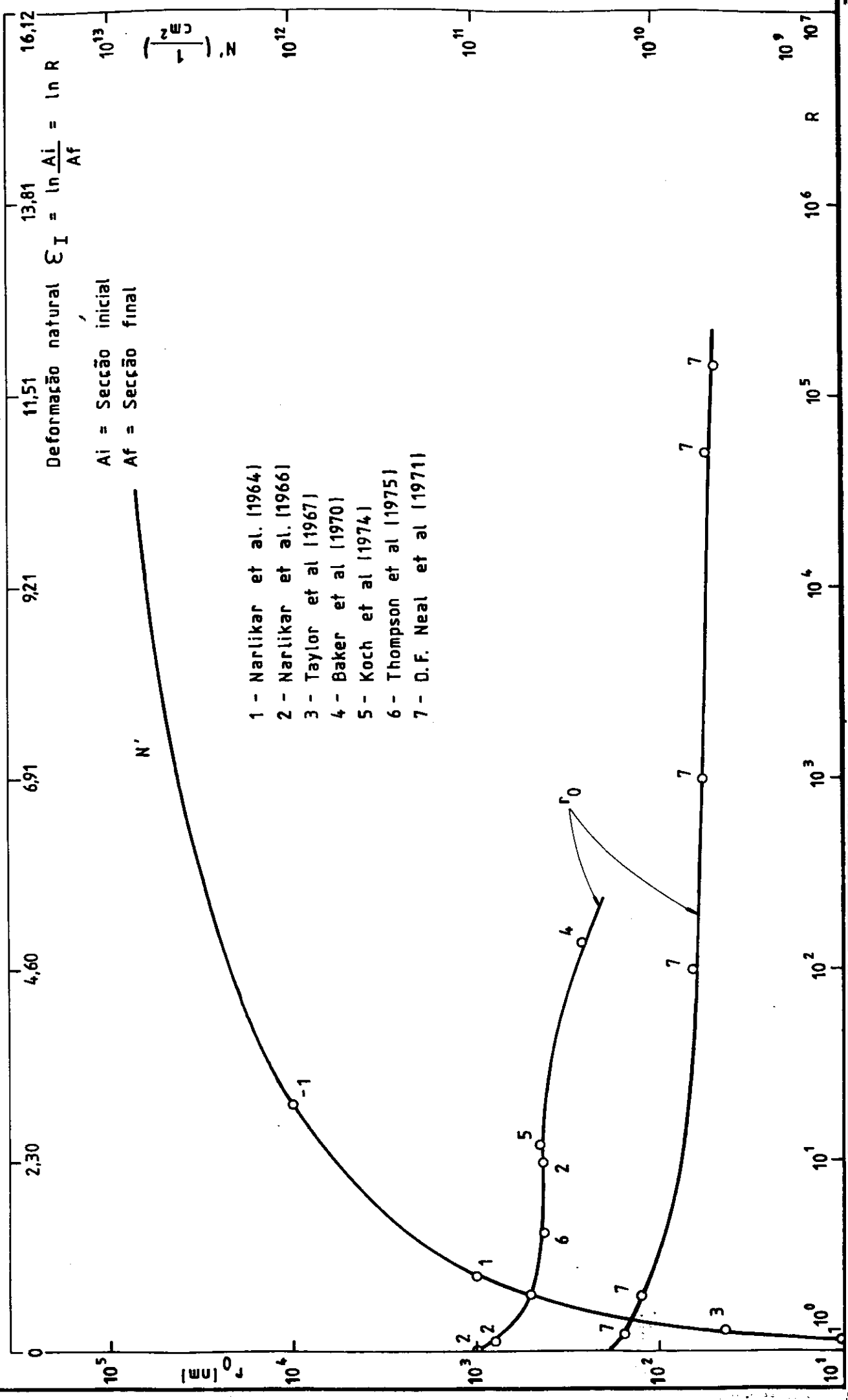


FIG. III - $J_c \times H$
4.a (FTI Nb 53,5 Ti)

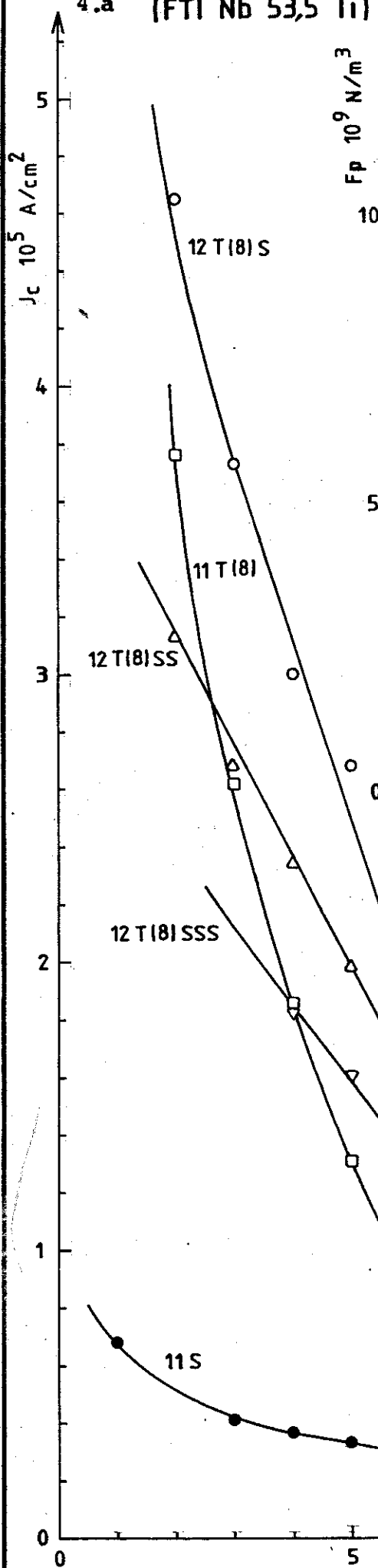
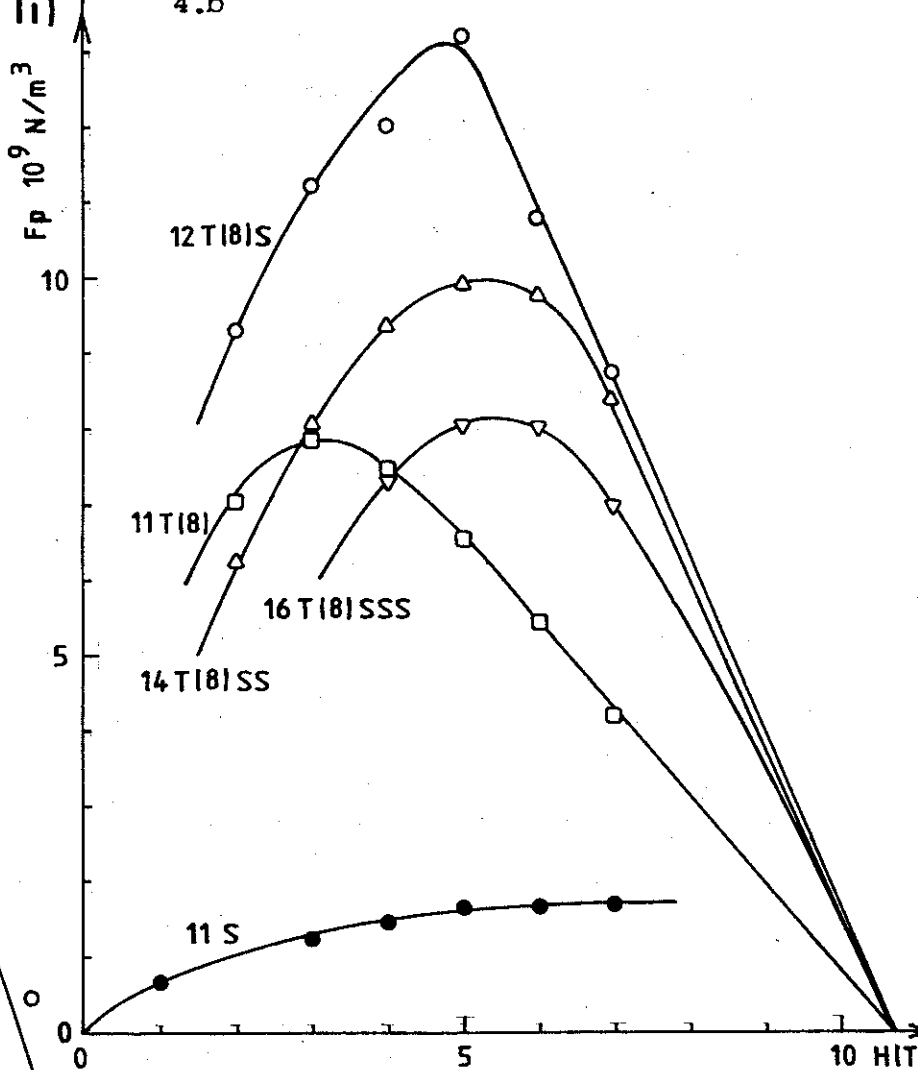


FIG. III - $F_p = J_c \cdot H \times H$ (FTI Nb 53,5 Ti)
4.b



Fio	H(Fmax)	h(Fmax)
11S	> 7	> 0,66
11T(8)	3	0,28
12T(8)S	4,8	0,45
14T(8)SS	5,2	0,49
16T(8)SSS	5,5	0,52

FIG. III - $J_c \times H$
 5.a Wah chang
 Nb 48 Ti

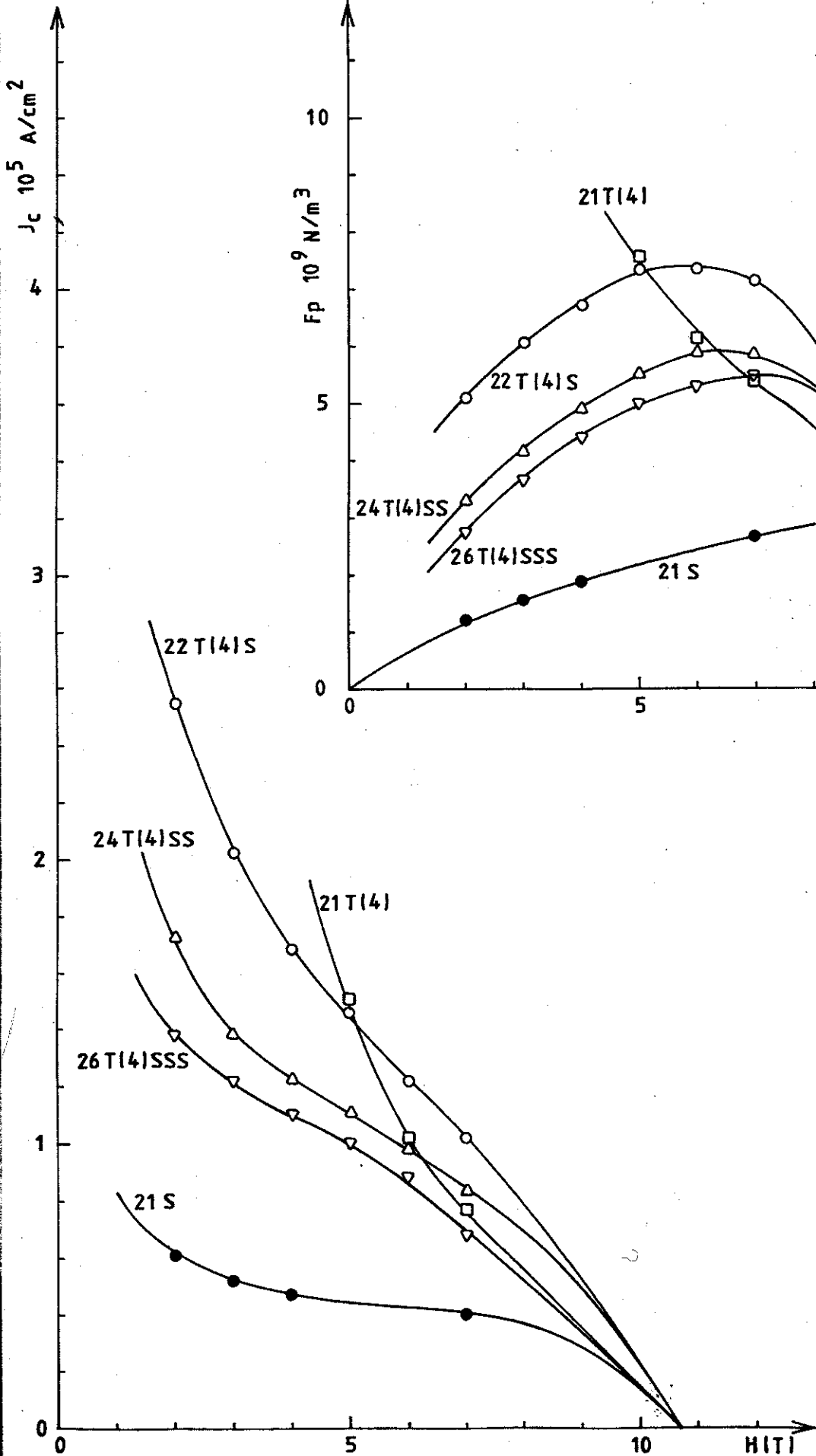


FIG. III - $F_p = J_c \cdot H \times H$ Wah chang
 5.b Nb 48 Ti

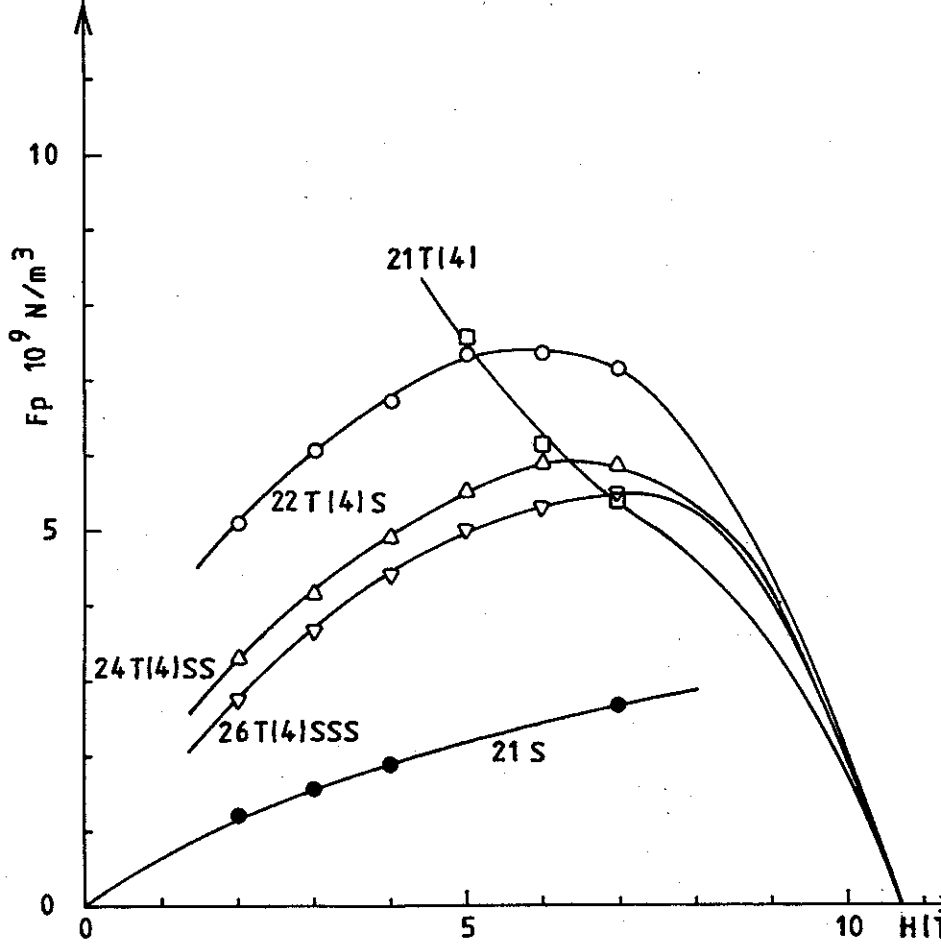


FIG. III- $J_c \times H$

6.a

(FTI Nb 44 Ti)

FIG. III- $J_c \cdot H \times H$ (FTI Nb 44 Ti)

6.b

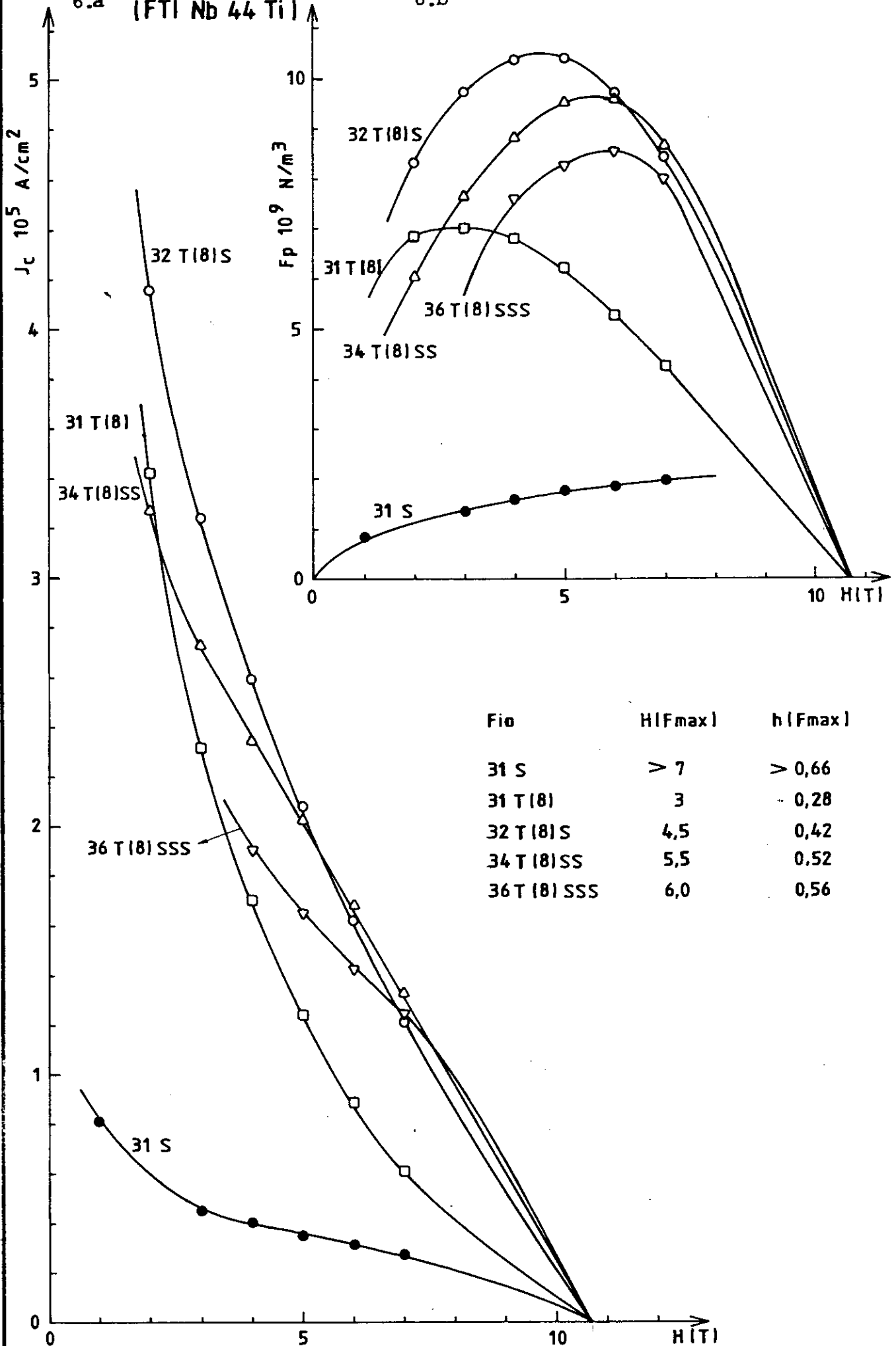
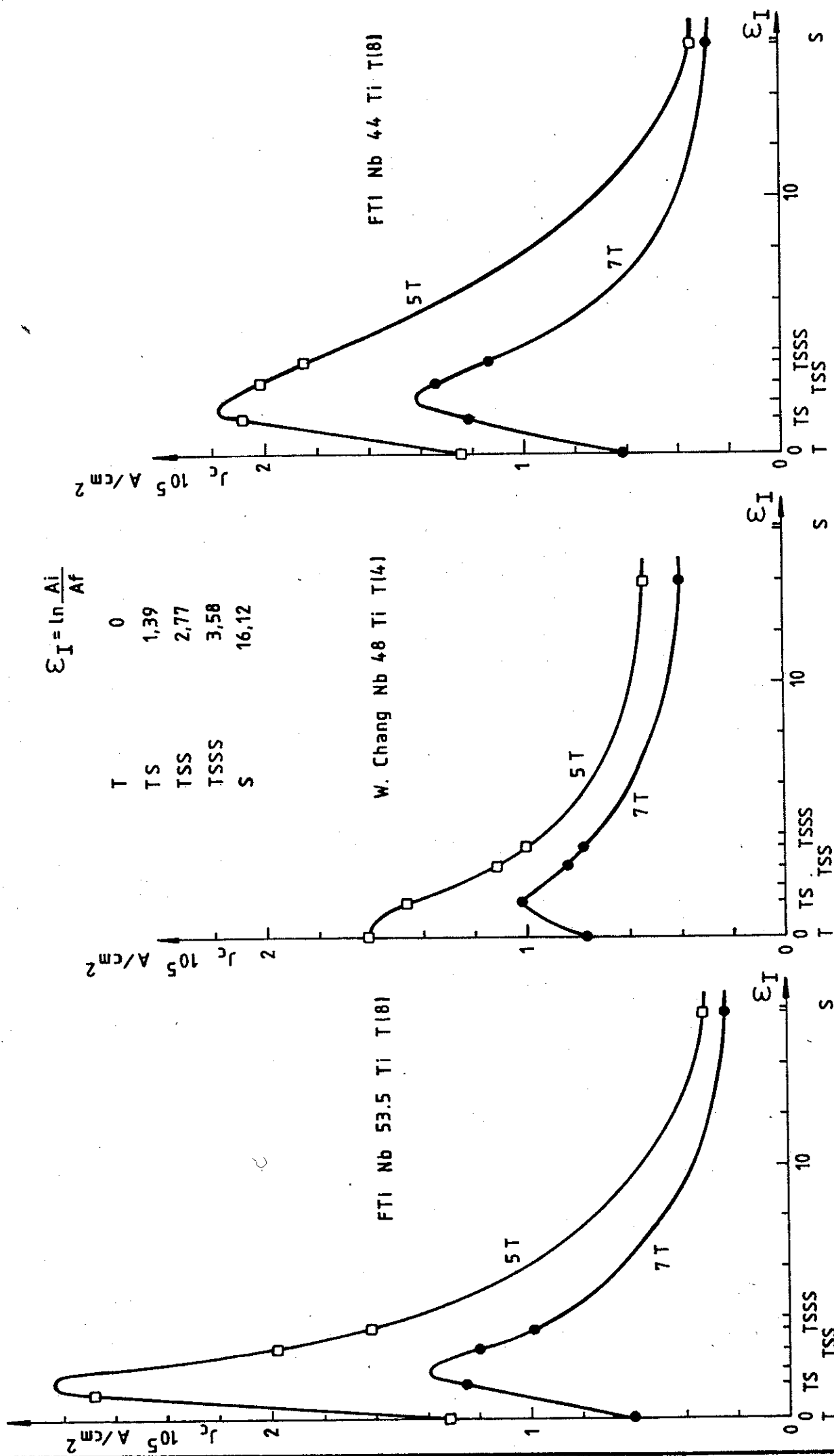


FIG. III.7 - CORRENTE CRÍTICA x DEFORMAÇÃO NORMAL $J_c \times \epsilon_I$



CAPÍTULO IV

CONCLUSÕES

- 1 - Detalhamento da teoria termodinâmica de Hampshire-Taylor e da teoria microscópica de Larkin-Ovchinnikov sobre as forças de aprisionamento dos vórtices nos supercondutores pela estrutura de defeitos (deslocações e precipitados) da matriz supercondutora.
- 2 - No trabalho experimental de otimização dos cabos supercondutores foram alcançadas correntes críticas de $1,4 \times 10^5$ A/cm² a 7T e $2,7 \times 10^5$ A/cm² a 5T, podendo ser ampliados com ajustes finos na temperatura e no tempo de tratamento térmico. A corrente crítica é altamente sensível à deformação normal ϵ_I após o último tratamento térmico, possibilitando assim termos definições precisas e seguras do tratamento termomecânico na obtenção de grandes quantidades de cabos supercondutores com grande homogeneidade.
- 3 - A grande similaridade entre os dados de corrente crítica das ligas 1 e 3 leva-nos a concluir que esta não depende sensivelmente da composição de Ti na liga NbTi e esta conclusão colide frontalmente com a prática comercial de processamento de cabos supercondutores. Este trabalho mostra que as grandes diferenças na corrente crítica são inerentes à história metalúrgica e não à composição da liga como foi observado ao compararmos as ligas 1 e 3 fundidas por feixe eletrônico com a liga 2 da Wah Chang fundida a arco. Esta conclusão é coerente com as teorias e dados fundamentais onde T_c e H_{c2} são aproximadamente constantes na faixa de composição comercial.
- 4 - É fundamental a aplicação de altas taxas de deformação ($R > 10^7$) para que se crie uma estrutura inicial da rede de deslocações com diâmetro da célula inferior a 400 Å e desta forma se possam alcançar condições de otimização dos cabos.
O conhecimento preciso da distribuição bem como da densidade dos defeitos (deslocações) em altas taxas de deformação em função das impurezas intersticiais da liga é muito pequeno atualmente e esta linha de pesquisa se impõe como a mais fundamental no desenvolvimento de cabos supercondutores de NbTi.

- 5 - A aplicação consistente da teoria termodinâmica de Hampshire - Taylor aos resultados experimentais mostra que há mudança dos mecanismos de interação vórtice-defeito de núcleo-ponto- $\Delta\kappa$ da liga S (somente deformada) para núcleo-superfície-normal da liga T (somente termicamente tratada) e para núcleo-volume- $\Delta\kappa$ para a liga TS (otimizada). A última ainda apresenta um fator de eficiência η muito baixo, da ordem de 12,7%. Ainda há significativo campo para a otimização da corrente crítica, podendo-se superar a marca de $2,0 \times 10^5$ A/cm² a 7T através de ajustes finos no tratamento termomecânico.
- 6 - A aplicação da teoria de Larkin-Ovchinnikov leva às mesmas conclusões da teoria de Hampshire-Taylor. O tamanho efetivo de interação do defeito, ou seja, o diâmetro transversal do grão magnético R_c decresce com a mudança dos mecanismos de interação. Para o fio S (núcleo-ponto- $\Delta\kappa$): 1067 Å, para o fio T (núcleo-superfície-normal): 875 Å e para o fio TS (núcleo-volume- $\Delta\kappa$): 672 Å. O efeito pico (aumento de corrente crítica) é obtido quando R_c fica da ordem do parâmetro da rede de vórtices (amolecimento da rede) e mesmo para a liga TS otimizada o diâmetro transversal do grão magnético R_c é maior que o parâmetro da rede (200 Å a 7T). O conceito de grão magnético vem da analogia feita entre a rede de vórtices e a rede cristalina. Estes formam-se dentro do material (no estado misto) sendo que dentro dos grãos a rede de vórtices é regular. A denominação de grão magnético da rede de vórtices foi introduzida por este trabalho.
- 7 - Dificilmente se podem esperar grandes alterações em B_{c2} e κ e conseqüentemente nas propriedades supercondutoras do material. Logo, acréscimos na corrente crítica podem ser conseguidos através dos tratamentos termomecânicos e da adição de dopantes que provocam alterações na força fundamental ρ_f^2 . Nesta linha é portanto fundamental o detalhamento teórico microscópico de f da teoria de Larkin-Ovchinnikov e utilizar as técnicas de simulação desenvolvidas por Brandt, pois somente desta maneira será possível reproduzir teoricamente os resultados experimentais do material real. Também a disponibilidade de microscopia eletrônica para medida de densidade, distribuição e tamanhos dos defeitos é fundamental para o completo entendimento quantitativo da corrente crítica em supercondutores.

- 8 - Alcançou-se com o presente trabalho um entendimento quantitativo dos supercondutores reais (materiais como se encontram nos cabos supercondutores) que permite a especificação quantitativa dos processos de fabricação e respectiva otimização da corrente crítica, bem como a definição de uma sistemática de desenvolvimento futuro dos cabos supercondutores de NbTi através do novas taxas de deformação e adição de elementos de liga.
- 9 - As conclusões do presente trabalho são extensivas aos cabos de Nb₃Sn e Nb₃Ge onde as técnicas de otimização são através de variação do tamanho do grão e segregações nos contornos de grão.

REFERÊNCIAS

CAPÍTULO I

- (I.1) - BEAN, C.P. - "Magnetization of Hard Superconductors",
Phys. Rev. Lett. 8, 250 (1962)
- (I.2) - FIETZ, W.A. e WEBB, W.W. - "Hysteresis in Superconducting
Alloys - Temperature and Field dependence of Dislocation
Pinning in Niobium Alloys", Phys. Rev. 178, 657 (1969)
- (I.3) - KRAMER, E.J. - "Scaling laws for flux pinning in hard
superconductors", J. Appl. Phys. 44, 1360 (1973)
- (I.4) - HAMPSHIRE, R.G. e TAYLOR, M.T. - "Critical supercurrents
and the pinning of vortices in commercial Nb-60 at%Ti",
J. Phys. F, 2, 89 (1972)
- (I.5) - HAMPSHIRE, R.G. - "The critical current-density of
Nb-60 at%Ti and Nb-25 at%Zr superconductors in small
magnetic fields", J. Phys. D, 7, 1847 (1974)
- (I.6) - DEW-HUGHES, D. - "Flux pinning mechanisms in type II
superconductors", Phil. Mag. 30, 293 (1974)
- (I.7) - LABUSH, R. - "Elastic constants of the fluxoid lattice
near the upper critical field", Phys. Stat. Sol. 32,
439 (1969)
- (I.8) - BIBBY, G.W. - Ph.D Thesis Cambridge (1970)
- (I.9) - VOZILKIN, V.A.; PREKUL, A.F.; RAKIN, V.G.; VOLKENSHTEYN,
N.V. e BUYNOV, N.N. - "Structure dependence of the
superconductive properties of the alloy of Titanium with
47 wt% Niobium" - Phys. of Met. Metall. 26, 77 (1968)
- (I.10) - BEAN, C.P. e LIVINGSTON, J.D. - "Surface Barrier in
type II superconductors", Phys. Rev. Lett. 12, 14 (1964)
- (I.11) - ULLMAIER, H. - "Irreversible Properties of type II
superconductors", Springer-Verlag - Berlin Heidelberg
NY (1975)
- (I.12) - BORMIO, C. - "Modelo de London para a rede de vórtices"
Nota Técnica - EMJA 85/03 - FTI-DMAR (1983)

- (I.13) - CAMPBELL, A.M. e EVETTS, J.E. - "Flux vortices and transport currents in type II superconductors", Adv. Phys. 21 (1972)
- (I.14) - BRANDT, E.H. - "Ginzburg-Landau theory of the vortex lattice in type II superconductors for all values of κ and B", Phys. Stat. Sol. (b), 51, 345 (1972)
- (I.15) - PARKS, R.D. - "Superconductivity", M. Dekker, Inc. NY (Capítulo 14) (1969)

CAPÍTULO II

- (II.1) - KLEINER, W.M.; ROTH, L.M.; AUTLER, S.H. - "Bulk solution of Ginzburg-Landau Equations for type II superconductors: Upper critical field region", Phys. Rev. 133A, 1226 (1964)
- (II.2) - LABUSH, R. - "Elastic constants of the fluxoid lattice near the upper critical field", Phys. Stat. Sol. 32, 439 (1969)
- (II.3) - LARKIN, A.I. e OVCHINNIKOV, Yu.N. - "Pinning in type II superconductors", J. Low Temp. Phys. 34, nº 3/4, 409 (1973)
- (II.4) - AGRAWAL, D.C.; KRAMER, E.J. e LOOMIS, A.B. - "Flux pinning by radiation damage in oxygen - doped niobium", Philos. Mag., 33, nº 2, 343 (1975)
- (II.5) - STEINGART, M.; PUTZ, A.G. e KRAMER, E.J. - "Effect of flux line lattice history on the critical current in Niobium", J. Appl. Phys. 44, nº 12, 5580 (1973)
- (II.6) - ULLMAIER, H. - "Irreversible Propertier in type II Superconductors", Springer Tracts in Modern Physics 76 (1973)
- (II.7) - BRANDT, E.H. - "Elastic energy of the vortex state in type II superconductors I. High Inductions", J. Low Temp. Phys., 26, nº 5/6, 709 (1977)
- (II.8) - BORMIO, C. - "Modelo de London para a rede de vórtices" Nota Técnica - EMJA - 85/03 - FTI-DMAR (1983)
- (II.9) - KES, P.H.; TSUEI, C.C. - "Collective flux pinning phenomena in amorphus superconductors". Phys. Rev. Lett., 47, nº 26, 1930 (1981)

- (II.10) - THUNEBERG, E.V.; KURKIJARVI, K. e RAINER, D. - "Pinning of a vortex line to a small defect superconductor", Phys. Rev. Lett., 48, nº 26, 1853 (1982)
- (II.11) - BRANDT, E.H. - "Computer simulation of flux pinning in type II superconductors", Phys. Rev. Lett. 50, nº 20, 1599 (1983)
- (II.12) - BRANDT, E.H. - "Computer simulation of flux pinning in type II superconductor I. Two dimensional simulation", J. Low Temp., 53, nº 1/2, 41 (1983)
- (II.13) - BRANDT, E.H. - "Computer simulation of vortex pinning in type II superconductors II. Randon Point Pins", J. Low Temp. Phys., 53, nº 1/2, 71 (1983)

CAPÍTULO III

- (III.1) - PIMENTA NETO, J.A. - "Fabricação e otimização de cabos supercondutores do tipo II". A ser apresentado.
- (III.2) - CONTI, R.A. - "Interações Metal-Gás no Refino de Nióbio" Tese de Mestrado - UNICAMP-IFGW (1984)
- (III.3) - GOODMAN, B.B. - "The magnetic behaviour of superconductor of negative surface energy", IBM J. Res. Div. 6, 63 (1962)
- (III.4) - BASINSKI, Z.S.; DUGDALE, J.S. e HOWIE, A - "The electrical resistivity of dislocations", Phyl. Mag. 8, 1989 (1963)
- (III.5) - REID, C.N.; ROUTBORT, J.L. e MAYNARD, R.A. - "Elastic constants of Ti 40 at% Nb at 293K", J. Appl. Phys., 44, nº 3, 1398 (1973)
- (III.6) - KOCH, C.C. e EASTON, D.S. - "A review of mechanical behaviour and stress effects in hard Superconductors", Cryogenics, July, 991 (1977)
- (III.7) - REED, R.P.; MIKESELL, R.P. e CLARK, A.F. - "Low temperature tensile behaviour of Cooper-stabilized Niobium-Titanium superconducting wire", Ad. Cryog. Eng., 22, 463 (1977)
- (III.8) - WEST, A.W. e LARBALESTIER, D.C. - "Microstructural Changes produced in a multifilamentary NbTi composite by cold work and heat treatment", Met. Trans. 15A, 843 (1984)

- (III.9) - TINKHAM, M., BEASLEY, M.R.; LARBALESTIER, D.C.; CLARK, A.F. e FINNEMORE, D.K. - "Research opportunities in superconductivity", Cryogenics, July, 378 (1984)
- (III.10) - COLLINGS, E.W. - "A sourcebook of Titanium alloy superconductivity", Plenum Press, NY (1983)
- (III.11) - BRANDT, E.H. - "Computer simulation of flux pinning in type II superconductors", 50, n° 20, 1599 (1983)

APÊNDICE I

ESTRUTURA DE VÓRTICE - MODELO DE ABRIKOSOV

Abrikosov (A.I.1) considerou a solução das equações de Ginzburg-Landau (G-L) no regime onde o parâmetro de G-L κ era maior que $1/\sqrt{2}$. Obteve uma solução analítica para κ arbitrário perto de H_{c2} e uma solução numérica para κ grande perto de H_{c1} . Apesar da restrição da solução a estes limites, foi possível se ter um quadro muito bom do comportamento geral de supercondutores do tipo II, com conceito de linhas de fluxo facilmente assimilado.

I.A - Equações Fenomenológicas de Ginzburg-Landau

Ginzburg-Landau (1950) propuseram um conjunto de equações fenomenológicas permitindo variações espaciais na supercondutividade devido à presença de campo magnético.

Introduziram o argumento que existiria uma quantidade para caracterizar o grau de supercondutividade nos vários pontos do material, quantidade esta chamada de "parâmetro de ordem", denotado por $\psi(\vec{r})$. O parâmetro de ordem é definido como sendo zero para as regiões normais e a unidade para as regiões completamente supercondutoras, à temperatura zero.

$\psi(\vec{r})$ é tomada como uma função complexa e é a função de onda para a supercondutividade. Então seu valor quadrático absoluto pode ser identificado com a densidade do superfluido:

$$n_s(\vec{r}) = |\psi(\vec{r})|^2 \quad (I.1)$$

É importante notar que $\psi(\vec{r})$ não é um sistema de funções de onda para os elétrons no material. pois para $T > T_c$ temos que $\psi(\vec{r}) = 0$. Já para $T < T_c$, $\psi(\vec{r})$ cresce suavemente à medida que T é reduzida abaixo de T_c em campo zero.

Como $\psi(\vec{r})$ é pequeno perto de T_c , podemos expandir a energia livre na fase supercondutora, a campo zero, em termos de $\psi(\vec{r})$:

$$F_s^0 = F_n^0 + \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4 + \dots \quad (I.2)$$

F_n^0 é a energia livre do estado normal, α e β são funções de temperatura e de acordo com a teoria geral de transição fase de Landau-Lifshitz (A.I.2), só aparecem os termos $|\psi|^2$ na expansão da ener-

gia livre, pois a inclusão dos termos ímpares em ψ resultaria na possibilidade de não se ter um mínimo para F . Minimizando a energia livre da equação (I.2) com respeito a $|\psi|^2$, temos que:

$$|\psi|^2 = -\alpha/\beta \quad (I.3)$$

onde ψ é o valor de equilíbrio do parâmetro de ordem a campo zero. Portanto podemos escrever F_s^0 de acordo com (I.3) como sendo:

$$F_s^0 = F_n^0 - \alpha^2/2\beta \quad (I.4)$$

Se tomarmos $\alpha(T) = d\alpha/dT|_{T_c} (T_c - T)$ e $\beta(T) = \beta(T_c)$ na equação (I.4) e do fato que: $F_n^0 - F_s^0 = H_c^2/8\pi$, temos que:
 $H_c^2 = 4\pi (T_c - T)^2 (d\alpha/dT)^2|_{T_c}$ que é um valor que concorda com dados experimentais.

Quando temos campo magnético aplicado, podemos escrever a energia livre como sendo:

$$F = F_s^0 + \frac{1}{2m} \left| \left(-i\hbar\vec{\nabla} - \frac{2e\vec{A}}{c} \right) \psi \right|^2 + \frac{H^2}{8\pi} \quad (I.5)$$

A escolha do fator "2e" ao invés de "e" (carga de elétron) no termo da equação (I.5) não é arbitrária, mas expressa a existência dos pares de Cooper (teoria microscópica BCS). Temos que $H(\vec{r})$ é o campo magnético microscópico.

Podemos portanto escrever a equação (I.5) usando a equação (I.2) como sendo:

$$F = F_n^0 + \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4 + \frac{1}{2m} \left| \left(-i\hbar\vec{\nabla} - \frac{2e\vec{A}}{c} \right) \psi \right|^2 + \frac{H^2}{8\pi} \quad (I.6)$$

onde: $i\hbar\vec{\nabla}$ - está ligado à densidade de energia cinética
 $2e\vec{A}/c$ - interação campo magnético e correntes
 $H^2/8\pi$ - energia associada ao campo magnético

Devemos minimizar a energia livre da equação (I.6) com respeito ao parâmetro de ordem ψ e à distribuição de campo magnético, lembrando que $\text{rot}\vec{A} = \vec{H}$.

A energia livre total de todo volume do espécime é dado por:

$$\mathcal{F} = \int_V F d^3r \quad (I.7)$$

Se variarmos $\psi(\vec{r})$ de $\delta\psi$ e \vec{A} de $\delta\vec{A}$, obteremos a variação da energia livre total. Usando as equações (I.6) e (I.7) temos que:

$$\mathcal{F} = \int_V \left\{ F_n^0 + \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4 + \frac{1}{2m} \left| \left(-i\hbar \vec{\nabla} - \frac{2e\vec{A}}{c} \right) \psi \right|^2 + \frac{(\text{rot } \vec{A})^2}{8\pi} \right\} d^3r \quad (\text{I.8})$$

Do cálculo variacional:

$$\delta\mathcal{F} = \int_V d^3r \left\{ \alpha \psi \delta\psi^* + \beta |\psi|^2 \psi \delta\psi^* + \frac{1}{2m} \left(i\hbar \vec{\nabla} - \frac{2e\vec{A}}{c} \right) \psi \delta\psi^* \right. \\ \left. \left(-i\hbar \vec{\nabla} - \frac{2e\vec{A}}{c} \right) \psi + \text{cc} \right\} + \int_V d^3r \left\{ \frac{\text{rot } \vec{A}}{8\pi} \text{rot } \delta\vec{A} - \frac{2e}{2mc} \psi^* \delta\vec{A} \left(-i\hbar \vec{\nabla} - \frac{2e\vec{A}}{c} \right) \psi + \text{cc} \right\}$$

onde cc significa o complexo conjugado da quantidade que o antecede.

Integrando $\int d^3r \text{rot } \vec{A} \text{rot } \delta\vec{A} / 8\pi$ por partes:

$$\iiint d^3r \text{rot } \vec{A} \text{rot } \delta\vec{A} = \iint dS \text{rot } \vec{A} \delta\vec{A} + \iiint d^3r \text{rot } \text{rot } \vec{A} \delta\vec{A}$$

onde S é a interface supercondutora. Mas, $\delta\vec{A} = (\mu_0 4\pi \vec{j}_s / r) dV$, onde \vec{j}_s é a densidade de corrente e V o volume. A corrente na direção normal à interface deve ser nula, portanto $\vec{j}_s = 0$ e $\delta\vec{A} = 0$ na integral de dS.

Assim F será:

$$\delta\mathcal{F} = \int_V d^3r \left\{ \delta\psi^* \left[\alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi + \frac{1}{2m} \left(-i\hbar \vec{\nabla} - \frac{2e\vec{A}}{c} \right) \psi \right] + \text{c.c.} \right\} \\ + \int_V d^3r \left\{ \delta\vec{A} \left[\frac{\text{rot } \vec{H}}{8\pi} - \frac{e}{mc} \psi^* \left(-i\hbar \vec{\nabla} - \frac{2e\vec{A}}{c} \right) \psi + \text{cc} \right] \right\} \quad (\text{I.10})$$

A fim de termos \mathcal{F} mínimo, temos que $\delta F = 0$ e portanto:

$$\alpha \Psi + \beta |\Psi|^2 \Psi + \frac{1}{2m} \left(-i\hbar \vec{\nabla} - \frac{2e\vec{A}}{c} \right)^2 \Psi = 0 \quad (\text{I.11})$$

E também:

$$\frac{\text{rot } \vec{h}}{8\pi} - \frac{e}{mc} \Psi^* \left(-i\hbar \vec{\nabla} - \frac{2e\vec{A}}{c} \right) \Psi + cc = 0$$

$$\frac{2\text{rot } \vec{h}}{8\pi} + \frac{e}{mc} \Psi^* \left(i\hbar \vec{\nabla} + \frac{2e\vec{A}}{c} \right) \Psi + \frac{e}{mc} \Psi \left(-i\hbar \vec{\nabla} + \frac{2e\vec{A}}{c} \right) \Psi^* = 0$$

$$\frac{\text{rot } \vec{h}}{4\pi} + \frac{e}{mc} \Psi^* \left(i\hbar \vec{\nabla} \Psi + \frac{2e}{c} \vec{A} \Psi \right) - \frac{e}{mc} \Psi \left(i\hbar \vec{\nabla} \Psi^* - \frac{2e}{c} \vec{A} \Psi^* \right) = 0$$

$$\frac{\text{rot } \vec{h}}{4\pi} + i \frac{e\hbar}{mc} \Psi^* \vec{\nabla} \Psi + \frac{2e^2}{mc^2} \vec{A} |\Psi|^2 - i \frac{e\hbar}{mc} \Psi \vec{\nabla} \Psi^* + \frac{2e^2}{mc^2} \vec{A} |\Psi|^2 = 0$$

$$(c/4\pi) \text{rot } \vec{h} = - \frac{i e \hbar}{m} \left(\Psi^* \vec{\nabla} \Psi - \Psi \vec{\nabla} \Psi^* \right) - \frac{4e^2}{mc} \vec{A} |\Psi|^2$$

$$(c/4\pi) \text{rot } \vec{h} = \frac{e\hbar}{im} \left(\Psi^* \vec{\nabla} \Psi - \Psi \vec{\nabla} \Psi^* \right) - \frac{4e^2}{mc} \vec{A} |\Psi|^2$$

Mas da equação de Maxwell, $\vec{j} = (c/4\pi) \text{rot } \vec{h}$, onde \vec{j} é a densidade de supercorrente. Portanto:

$$\vec{j} = \frac{e\hbar}{im} \left(\Psi^* \vec{\nabla} \Psi - \Psi \vec{\nabla} \Psi^* \right) - \frac{4e^2}{mc} \vec{A} |\Psi|^2 \quad (\text{I.12})$$

As equações (I.11) e (I.12) são chamadas equações fundamentais de Ginzburg-Landau.

Voltemos agora à equação (I.3), onde $|\psi_0|^2$ é o valor do parâmetro de ordem a campo zero que minimiza a energia livre (equação I.2). Se fizermos a segunda derivada da energia livre em rela

ção a $|\psi|^2$, teremos que:

$$\frac{\partial^2 F_s^0}{\partial (|\psi|^2)^2} = \beta \quad (\text{I.13})$$

Para que F_s^0 seja mínimo para $|\psi|^2$ temos que β deve ser positivo. Como $|\psi|^2$ só assume valores entre zero e um, temos que α deve ser negativo.

Para campos magnéticos aplicados bem fracos, podemos tomar o parâmetro de ordem como sendo o valor de equilíbrio $|\psi|^2$ e os termos da equação (I.12) que aparecem como gradientes são nulos. Ficamos então com:

$$\vec{j} = - \frac{4e^2}{mc} \vec{A} |\psi_0|^2 \quad (\text{I.14})$$

Tomando-se o rotacional de cada lado da equação (I.14) temos que:

$$\vec{H} = - \frac{mc}{4e^2 |\psi_0|^2} \text{rot } \vec{j} \quad (\text{I.15})$$

Esta é exatamente uma das equações encontradas por London e podemos identificar:

$$\lambda^2(T) = \frac{mc^2}{4\pi (2e)^2 |\psi_0|^2} \quad (\text{I.16})$$

onde $\lambda(T)$ é o chamado comprimento de penetração de London. Comparando a equação (I.16) com aquela obtida por London, confirmamos a interpretação de $|\psi_0|^2$ como sendo a densidade de portadores supercondutores n_s .

Considerando agora o caso onde não haja nem campo magnético nem correntes aplicados ao material, ficamos com a primeira equação de Ginzburg-Landau na seguinte forma:

$$- \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi = 0 \quad (\text{I.17})$$

Uma solução óbvia desta equação diferencial não linear, além da solução trivial, é:

$$\psi_0 = \sqrt{-\frac{\alpha}{\beta}} = \sqrt{\frac{|\alpha|}{\beta}} \quad (\text{I.18})$$

corresponde a um grande número de ligas supercondutoras cujas propriedades magnéticas não eram até então bem compreendidas.

I.B.1.1 - Transição para o estado normal

A energia de superfície de uma interface normal-supercondutor pode ser dada aproximadamente por:

$$\alpha_{ns} \approx \frac{H_c^2}{2} (\xi - \lambda) \quad (I.24)$$

A energia é positiva para $\xi > \lambda$ (tipo I) e negativa se $\lambda > \xi$ (tipo II). Sendo a energia de superfície negativa para os supercondutores tipo II, para campos magnéticos aplicados maiores que H_{c1} (campo crítico inferior), a supercondutividade é mantida até que $H = H_{c2}$ (campo crítico superior); $\psi = 0$ é um estado instável e portanto estados com $\psi \neq 0$ devem existir. Assim para $H_{c1} < H < H_{c2}$ temos a coexistência de regiões normais e supercondutoras. Ao atingir o campo H_{c2} ocorre uma transição para o estado normal por uma transição de fase de segunda ordem.

Estudaremos agora as propriedades do supercondutor nas vizinhanças do ponto de transição, ou seja, $\sim H_{c2}$. Podemos escrever as equações de G-L na forma adimensional. Definindo:

$$(a) \quad \tilde{\psi}(r) = \frac{\psi(r)}{\psi_0}$$

$$(b) \quad \tilde{r} = \frac{r}{\lambda(T)}$$

$$(c) \quad \tilde{H}(\tilde{r}) = \frac{H(\tilde{r})}{\sqrt{2} H_c}$$

$$(d) \quad \tilde{A}(\tilde{r}) = \frac{A(\tilde{r})}{\sqrt{2} H_c \lambda(T)}$$

(I.25)

O operador nabla ($\tilde{\nabla}$) no espaço \tilde{r} , pode ser escrito da seguinte forma:

$$\tilde{\nabla} = \lambda(T) \nabla \quad (I.26)$$

Ao substituir as equações (I.25) e (I.26) nas equações de G-L, temos escritas na forma adimensional. Fazendo isto ficamos com:

$$\alpha \tilde{\psi}_0 \psi_0 + \beta \psi_0^3 |\tilde{\psi}_0|^2 \tilde{\psi}_0 + \frac{1}{2m} \left(-\frac{i\hbar \vec{\nabla}}{\lambda(T)} - \frac{2e}{c} \sqrt{2} H_c \lambda(T) \vec{A}(\vec{r}) \right)^2 \tilde{\psi}_0 \psi_0 = 0$$

Dividindo a equação acima por $-\alpha \psi_0$ e lembrando que $|\psi_0|^2 = -\alpha/\beta$:

$$-\tilde{\psi}_0 + |\tilde{\psi}_0|^2 \tilde{\psi}_0 + \left(-\frac{i\vec{\nabla}\hbar}{\sqrt{2m|\alpha|}\lambda(T)} - \frac{2e\sqrt{2}H_c\lambda(T)\vec{A}(\vec{r})}{c\sqrt{2m|\alpha|}} \right)^2 \tilde{\psi}_0 = 0$$

Chamando: $\frac{1}{\kappa^2} = \frac{\hbar^2}{2m|\alpha|\lambda^2(T)}$ (I.27)

ficamos com:

$$-\tilde{\psi}_0 + |\tilde{\psi}_0|^2 \tilde{\psi}_0 + \left(-\frac{i\vec{\nabla}}{\kappa} - \frac{2e\sqrt{2}H_c\lambda(T)\vec{A}(\vec{r})}{c\sqrt{2m|\alpha|}} \right)^2 \tilde{\psi}_0 = 0$$

Se utilizarmos a equação (I.21), ficamos com:

$$\kappa = \frac{\lambda(T)}{\xi(T)} \quad (I.28)$$

que é um resultado natural obtido do rearranjo da equação de Ginzburg-Landau e κ é um parâmetro característico para cada diferente material supercondutor. Para $\lambda > \xi$ temos $\kappa > 1$ (tipo II) e $\lambda < \xi$, $\kappa < 1$ (tipo I). Mais precisamente, o valor de κ onde se passa de materiais tipo (I) para tipo (II) é $\kappa = 1/\sqrt{2}$ (Equação I.46).

Substituindo $\lambda(T)$ dado pela equação (I.16), ψ_0 dada por (I.18) e H_c por (I.23) ficamos com:

$$-\tilde{\psi}_0 + |\tilde{\psi}_0|^2 \tilde{\psi}_0 + \left(\frac{i\vec{\nabla}}{\kappa} + \vec{A} \right)^2 \tilde{\psi}_0 = 0 \quad (I.29)$$

Podemos escrever também a equação (I.12) de Ginzburg-Landau na forma adimensional utilizando as equações (I.25) e (I.26) e também o fato de que $\vec{j} = c/4\pi \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A}$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{c}{4\pi} \right) \frac{\sqrt{2} H_c}{\lambda(T)} \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} &= \frac{e\hbar |\psi_0|^2}{im\lambda(T)} \left(\tilde{\psi}_0^* \vec{\nabla} \tilde{\psi}_0 - \tilde{\psi}_0 \vec{\nabla} \tilde{\psi}_0^* \right) \\ &- \frac{4e^2 \sqrt{2} H_c \lambda(T) |\tilde{\psi}_0|^2 \vec{A} |\psi_0|^2}{mc} \end{aligned}$$

Multiplicando toda equação por $\frac{4\pi \lambda(T)}{\sqrt{2} H_c c}$:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{4\pi e \hbar |\psi_0|^2}{i m c \sqrt{2} H_c} \left(\tilde{\psi}^* \vec{\nabla} \tilde{\psi} - \tilde{\psi} \vec{\nabla} \tilde{\psi}^* \right) - \frac{4\pi 4 e^2 |\psi_0|^2 \lambda(T) |\tilde{\psi}|^2 \vec{A}}{m c^2}$$

Lembrando que:

$$\lambda^2(T) = \frac{m c^2}{4\pi (2e)^2 |\psi_0|^2}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{4\pi |\psi_0|^2 \hbar}{2i \sqrt{2m} H_c \lambda(T)} \left(\tilde{\psi}^* \vec{\nabla} \tilde{\psi} - \tilde{\psi} \vec{\nabla} \tilde{\psi}^* \right) - |\tilde{\psi}|^2 \vec{A}$$

Usando o fato de que $|\psi_0| = \sqrt{|\alpha|/\beta}$, $H_c = \frac{4\pi |\alpha|}{|\beta|}$ e

$$\xi^2(T) = \hbar^2 / 2m |\alpha| :$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{\xi(T)}{i \lambda(T)} \left(\tilde{\psi}^* \vec{\nabla} \tilde{\psi} - \tilde{\psi} \vec{\nabla} \tilde{\psi}^* \right) - |\tilde{\psi}|^2 \vec{A}$$

Finalmente:

$$-\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{i}{2\kappa} \left(\tilde{\psi}^* \vec{\nabla} \tilde{\psi} - \tilde{\psi} \vec{\nabla} \tilde{\psi}^* \right) + |\tilde{\psi}|^2 \vec{A} \quad (I.30)$$

Abandonaremos agora a notação que representa nossa variável adimensional e escreveremos estes termos na forma usual mas sempre tendo em mente que não deixam de ser adimensionais.

Portanto as equações adimensionais de G-L são:

$$\left(\frac{i \vec{\nabla}}{\kappa} + \vec{A} \right)^2 \psi = \psi - \psi |\psi|^2 \quad (I.31)$$

$$-\text{rot rot } \vec{A} = |\psi|^2 \vec{A} + \frac{i}{2\kappa} \left(\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^* \right) \quad (I.32)$$

Agora assumamos que o supercondutor ocupe a região do espaço $0 \leq x < \infty$ e $-\infty < z < \infty$. O campo externo aplicado H_0 é diretamente ao longo do eixo z . Tomemos também o potencial \vec{A} ao longo do eixo y .

Temos portanto que:

$$\vec{A} = A \vec{j} \quad (I.33)$$

$$\vec{H} = H \vec{k} \quad (I.34)$$

Da relação $\vec{H} = \text{rot } \vec{A}$ e usando as equações (I.33) e (I.34) temos que:

$$H_0 \vec{k} = \frac{\partial A}{\partial x} \vec{k} - \frac{\partial A}{\partial z} \vec{i} \quad (I.35)$$

A fim de que a igualdade seja satisfeita temos que $\partial A / \partial z = 0$ e $\partial A / \partial x = H_0$.

Perto da região de transição temos $|\psi|^2 \ll 1$ e ψ não influencia muito, em primeira aproximação, no campo magnético. O campo será aproximadamente constante e podemos escrever:

$$A_0 = H_0 x \quad (I.36)$$

A equação (I.31) fica portanto linearizada na seguinte forma:

$$-\frac{\nabla^2 \psi}{\kappa^2} + i \frac{\vec{\nabla} \vec{A} \psi}{\kappa} + i \frac{2 \vec{A} \vec{\nabla} \psi}{\kappa} + A^2 \psi = \psi \quad (I.37)$$

Como $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \partial A / \partial y$ e da equação (I.36) $A = A(x)$, o segundo termo da equação (I.37) é zero.

Uma das condições de contorno que devem ser respeitadas, é que a corrente que flui através da superfície da amostra deve ser nula. Ginzburg-Landau (A.I.3) mostraram em seu trabalho original que isso seria equivalente à:

$$\left(i \hbar \vec{\nabla} + \frac{2e\vec{A}}{c} \right)_{\parallel} \psi = 0 \quad (I.38)$$

onde \parallel indica a componente paralela à normal da superfície do supercondutor, ou seja, a componente x . Como o vetor potencial na direção x foi tomado como sendo zero ficamos com a condição que $d\psi/dx = 0$. Portanto se tomarmos que ψ seja somente função de x em primeira aproximação, obteremos a partir da equação (I.37) uma equação da do tipo do oscilador:

$$-\frac{d^2\psi^0}{dx^2} + \kappa^2 x^2 H_0 \psi^0 = \kappa^2 \psi^0 \quad (\text{I.39})$$

onde foi substituído A_0 por $H_0 x$.

A equação (I.39) é formalmente igual à equação de Schrödinger não relativística, do oscilador harmônico:

$$-\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{m k x^2}{\hbar^2} u = \frac{2m E}{\hbar^2} u \quad (\text{I.40})$$

Identificando os termos, temos que:

$$\kappa^2 = \frac{2m E}{\hbar^2} ; \quad \frac{m k}{\hbar^2} = \kappa^2 H_0^2 \quad (\text{I.41})$$

A solução para a equação de Schrödinger é dada por:

$$E = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c \quad (\text{I.42})$$

onde:

$$\omega_c = \sqrt{k/m}$$

Então:

$$\kappa^2 = \frac{(2n+1) m \omega_c}{\hbar} \quad (\text{I.43})$$

e

$$\omega_c = \frac{\hbar \kappa H_0}{m} \quad (\text{I.44})$$

Substituindo (I.44) em (I.43):

$$H_0 = \kappa / (2n+1) \quad (\text{I.45})$$

A condição (I.45) tem de ser satisfeita a fim de que a equação de Ginzburg-Landau tenha solução, ou seja, a supercondutividade existe até um valor máximo de $H_{0\text{máx.}} = \kappa$, para $n = 0$.

Este valor máximo de H_0 corresponde ao campo crítico superior H_{c2} . Portanto:

$$\begin{aligned} H_{c2} &= \kappa && \text{(adimensional)} \\ H_{c2} &= \sqrt{2} \kappa H_c && \text{(dimensional)} \end{aligned} \quad (\text{I.46})$$

Além do mais se observarmos, para $\kappa = 1/\sqrt{2}$, $H_{c2} = H_c$ e $\kappa < 1/\sqrt{2}$, $H_{c2} < H_c$ e portanto o valor $\kappa = 1/\sqrt{2}$ corresponde ao limite de onde se passa da classe de supercondutores do tipo I para os supercondutores do tipo II.

Os autovalores da equação (I.39) são fortemente degenerados, isto é, existem muitas soluções independentes que descrevem a nucleação de regiões normais em alguma parte da amostra, preferencialmente na superfície.

Por exemplo, no caso em que tomamos $A = H_0 x$, podemos ter soluções do tipo:

$$\exp \left[iky - \frac{\kappa^2}{2} \left(x - \frac{k}{\kappa^2} \right)^2 \right] \quad (I.47)$$

onde κ é um parâmetro arbitrário.

De fato, já era esperado encontrar uma solução oscilatória para ψ , pois já era previsto anteriormente por London que os vórtices se ajustariam numa estrutura periódica no plano $x - y$.

Uma escolha natural para ψ seria a superposição das soluções (I.47), ou seja:

$$\psi(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{ikny} \psi_n(x) \quad (I.48)$$

onde

$$\psi_n(x) = \exp \left[-\frac{\kappa^2}{2} \left(x - \frac{nk}{\kappa^2} \right)^2 \right]$$

Esta forma de ψ é uma solução da equação linear e se refere a $H_0 = \kappa$. Levaremos em conta os termos não lineares nas equações de G-L.

A partir da equação (I.48) e lembrando que $A_0 = \kappa x$ podemos obter uma relação bastante útil:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = i \left(\kappa A_0 \psi + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (I.49)$$

Lembrando que $\vec{A} = A_0 \vec{j}$ e também que $A(z) = 0$ teremos que:

$$-\text{rot rot } \vec{A} = -\frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y} \vec{i} + \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \vec{j} \quad (I.50)$$

Escreveremos a equação (I.30) separando as componentes

vetoriais:

$$\begin{aligned}
 -\text{rot rot } \vec{A} &= \left[|\psi|^2 A_x + \frac{i}{2\kappa} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right) \right] \vec{i} + \\
 &+ \left[|\psi|^2 A_y + \frac{i}{2\kappa} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial y} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial y} \right) \right] \vec{j} \quad (I.51)
 \end{aligned}$$

onde foi usado o fato que $\vec{\nabla} \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \vec{j}$

Podemos portanto, confrontando as equações (I.50) e (I.51), identificar:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} = |\psi|^2 A_y + \frac{i}{2\kappa} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial y} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial y} \right) \quad (I.52)$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y} = -\frac{i}{2\kappa} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right) \quad (I.53)$$

onde $A_x = 0$ pois $A = A_y \vec{j}$.

Substituindo a equação (I.49) na (I.52) ficamos com:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} = -\frac{1}{2\kappa} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} + \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right) \quad (I.54)$$

Mas $\frac{\partial}{\partial x} |\psi|^2 = \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} + \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right)$ e,

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} = -\frac{1}{2\kappa} \frac{\partial}{\partial x} |\psi|^2 \quad (I.55)$$

Também temos que $H = \partial A / \partial x$ e:

$$H = H_0 - \frac{1}{2\kappa} |\psi|^2 \quad (I.55)'$$

Assim:

$$A = H_0 x - \frac{1}{2\kappa} \int^x |\psi|^2 dx \quad (I.56)$$

A equação (I.56) nos dará a correção de primeira ordem procurada para \vec{A} .

Agora acrescentaremos a $C_n \psi_n$ da equação (I.48) termos pequenos $\psi_n^{(1)}$:

$$\Psi = \Psi^{(0)} + \Psi^{(1)} = \sum_n e^{ikny} \left(C_n \psi_n + \psi_n^{(1)} \right) \quad (I.57)$$

Substituímos Ψ da equação (I.57) e A da equação (I.56) na equação não linear de G-L (I.31):

$$\begin{aligned} & \left(\frac{i\vec{\nabla}}{\kappa} + \vec{A} \right)^2 \Psi^{(0)} + \left(\frac{i\vec{\nabla}}{\kappa} + \vec{A} \right)^2 \Psi^{(1)} = \Psi^{(0)} - \Psi^{(0)} |\Psi^{(0)}|^2 \\ & - \Psi^{(0)} |\Psi^{(0)}|^2 - \Psi^{(1)} |\Psi^{(0)}|^2 - \Psi^{(0)} \Psi^{(0)} \Psi^{(1)} + \Psi^{(1)} \\ & - \Psi^{(1)} |\Psi^{(0)}|^2 - \Psi^{(1)} |\Psi^{(1)}|^2 - \Psi^{(0)} |\Psi^{(1)}|^2 - \Psi^{(1)} \Psi^{(0)} \Psi^{(1)} \end{aligned} \quad (I.58)$$

Da equação linear para $\Psi^{(0)}$ temos que:

$$\left(\frac{i\vec{\nabla}}{\kappa} + \vec{A}_0 \right)^2 \Psi^{(0)} = \Psi^{(0)} \quad (I.59)$$

Mantendo somente os termos de primeira ordem para pequenas quantidades, substituindo (I.59) em (I.58) obtemos:

$$\begin{aligned} & \left\{ \left[\frac{i\vec{\nabla}}{\kappa} + \vec{A}_0 \right]^2 - 1 \right\} \Psi^{(1)} = \left\{ \left[\frac{i\vec{\nabla}}{\kappa} + \vec{A}_0 \right]^2 \right. \\ & \left. - \left[\frac{i\vec{\nabla}}{\kappa} + \vec{A} \right]^2 - |\Psi^{(0)}|^2 \right\} \Psi^{(0)} \end{aligned} \quad (I.60)$$

Substituindo em (I.60) $\Psi^{(1)}$ por $\Psi^{(1)} = \sum_n e^{ikny} \psi_n^{(1)}$:

$$\begin{aligned} \sum_n \left\{ \left(\frac{i\vec{\nabla}}{\kappa} + \vec{A}_0 \right) - 1 \right\} e^{ikny} \psi_n^{(1)} = \\ \left\{ \left(\frac{i\vec{\nabla}}{\kappa} + \vec{A}_0 \right)^2 - \left(\frac{i\vec{\nabla}}{\kappa} + \vec{A} \right)^2 - |\Psi^{(0)}|^2 \right\} \Psi^{(0)} \end{aligned}$$

Multiplicando a equação anterior por \bar{e}^{-ikny} , e integrando em y desde que a somatória e a integral sejam absolutamente convergentes, obtemos uma equação não homogênea para $\psi_n^{(1)}$:

$$\sum_n \int dy \left[\left(\frac{i\vec{\nabla}}{\kappa} + \vec{A}_0 \right)^2 - 1 \right] \psi_n^{(1)} = \int dy \left\{ e^{-ikny} \left[\left(\frac{i\vec{\nabla}}{\kappa} + \vec{A}_0 \right)^2 - \left(\frac{i\vec{\nabla}}{\kappa} + \vec{A} \right)^2 - |\psi^{(0)}|^2 \psi^{(0)} \right] \right\} \quad (I.61)$$

Para que uma solução $\psi_n^{(1)}$ exista, a parte não-homogênea deve ser ortogonal à solução da correspondente equação homogênea. Esta solução da equação homogênea é simplesmente $\psi_n(x)$ dada pela equação (I.48). Portanto se multiplicamos a parte não-homogênea por $\psi_n(x)$ e integrarmos em x , o resultado terá que ser zero.

$$\iint dx dy e^{-ikny} \psi_n(x) \left[\left(\frac{i\vec{\nabla}}{\kappa} + \vec{A}_0 \right)^2 - \left(\frac{i\vec{\nabla}}{\kappa} + \vec{A} \right)^2 - |\psi|^2 \right] \psi = 0 \quad (I.62)$$

onde a partir de agora abandonaremos o supra-índice.

Desenvolvendo os termos da equação (I.62) e fazendo $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$.

$$\iint dx dy e^{-ikny} \psi_n(x) \left\{ \frac{2i}{\kappa} (\vec{A}_0 - \vec{A}) \vec{\nabla} \psi + (A_0^2 - A^2) \psi - |\psi|^2 \psi \right\} = 0$$

Como $\vec{A} = A_y \vec{j}$ temos que $\vec{\nabla} \psi = d\psi/dy \vec{j}$. Usando também a identidade (I.49) ficamos com:

$$\iint dx dy e^{ikny} \psi_n \left\{ -2(A_0 - A) A_0 \psi - \frac{2(A_0 - A)}{\kappa} \frac{d\psi}{dx} + (A_0 + A)(A - A_0) \psi - |\psi|^2 \psi \right\} = 0$$

Fazendo $A_0 + A \sim 2A_0$ ficamos com:

$$\iint dx dy e^{-ikny} \psi_n(x) \left\{ -\frac{2}{\kappa} (A_0 - A) \frac{d\psi}{dx} - |\psi|^2 \psi \right\} = 0 \quad (I.63)$$

Multiplicamos agora (I.63) por C_n^* e fazemos a soma de $-\infty \leq n \leq \infty$:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \iint dx dy C_n^* e^{-ikny} \Psi_n(x) \left\{ -\frac{2}{\kappa} (A_0 - A) \frac{\partial \Psi}{\partial x} - |\Psi|^2 \Psi \right\} = 0$$

Desde que a integral e a soma sejam absolutamente convergentes, podemos trocar uma pela outra:

$$\iint dx dy \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n^* e^{-ikny} \Psi_n(x) \left\{ -\frac{2}{\kappa} (A_0 - A) \frac{\partial \Psi}{\partial x} - |\Psi|^2 \Psi \right\} = 0$$

$$\frac{2}{\kappa} \iint dx dy \Psi^* (A_0 - A) \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \iint dx dy |\Psi|^4 = 0 \quad (\text{I.63})'$$

Integrando por partes o 1º termo da equação (I.63)', teremos que:

$$\begin{aligned} \frac{2}{\kappa} \iint dx dy \Psi^* (A_0 - A) \frac{\partial \Psi}{\partial x} &= \frac{2}{\kappa} \int dy |\Psi|^2 (A_0 - A) \Big|_{x=0}^{x=\infty} \\ &- \frac{2}{\kappa} \iint dx dy |\Psi|^2 \frac{\partial (A_0 - A)}{\partial x} - \frac{2}{\kappa} \iint dx dy \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial x} (A_0 - A) \end{aligned}$$

Como $A_0(x=0) = A(x=0)$ e $\Psi(x \rightarrow \infty) = 0$ resulta em:

$$\int dy |\Psi|^2 (A_0 - A) \Big|_{x=0}^{x=\infty} = 0$$

Podemos observar que $\Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial x} = \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial x}$, logo, a integração

por partes resulta em:

$$\frac{2}{\kappa} \iint dx dy \Psi^* (A_0 - A) \frac{\partial \Psi}{\partial x} = -\frac{1}{\kappa} \iint dx dy |\Psi|^2 \frac{\partial (A_0 - A)}{\partial x}$$

Assim a equação (I.63)' pode ser reescrita como:

$$-\frac{1}{\kappa} \iint dx dy |\Psi|^2 \frac{\partial (A_0 - A)}{\partial x} + \iint dx dy |\Psi|^4 = 0 \quad (\text{I.64})$$

Lembrando que $A_0 = \kappa x$ e A é dado pela equação (I.56), temos que substituindo as derivadas em (I.64), ficamos com:

$$\iint dx dy |\psi|^2 \left[|\psi|^2 - \frac{1}{\kappa} \left(\kappa - H_0 + \frac{|\psi|^2}{2\kappa} \right) \right] = 0$$

$$\iint dx dy \left\{ \frac{\kappa - H_0}{\kappa} |\psi|^2 + \left(\frac{1}{2\kappa^2} - 1 \right) |\psi|^4 \right\} = 0 \quad (\text{I.65})$$

Portanto, em termos de valores médios, chegamos à relação encontrada por Abrikosov:

$$\frac{\kappa - H_0}{\kappa} \langle |\psi|^2 \rangle + \left(\frac{1}{2\kappa^2} - 1 \right) \langle |\psi|^4 \rangle = 0 \quad (\text{I.66})$$

Onde o símbolo $\langle \rangle$ denota o valor médio da quantidade que ele contém.

De acordo com a equação (I.55)' podemos escrever a indução magnética B como:

$$B = \langle H \rangle = H_0 - \frac{1}{2\kappa} \langle |\psi|^2 \rangle \quad (\text{I.67})$$

Se dividirmos a equação (I.66) por $\langle |\psi|^2 \rangle$ e definirmos

$$\beta = \langle |\psi|^4 \rangle / \langle |\psi|^2 \rangle^2 \quad (\text{I.68})$$

onde β é independente de H_0 , ficaremos portanto com a equação (I.67) na seguinte forma:

$$B = H_0 - \frac{(\kappa - H_0)}{(2\kappa^2 - 1)\beta} \quad (\text{I.69})$$

Calcularemos agora a energia livre. As equações (I.2) e (I.5) nos dão a energia livre por unidade de volume. Podemos escrevê-la em termos dos parâmetros reduzidos dados pelas equações (I.25) e integrar no volume, a fim de obtermos a energia livre total:

$$\frac{F - F_3^0}{H_c^2 / 4\pi} = \int dV \left\{ \frac{1}{2} - |\psi|^2 + \frac{|\psi|^4}{2} + H^2 + \left| \left(-\frac{i\nabla}{\kappa} - \bar{A} \right) \psi^0 \right|^2 \right\} \quad (I.70)$$

Utilizando a equação (I.31) e multiplicando ambos os lados desta equação por ψ^* , ficamos com a equação (I.70) na forma:

$$\frac{F - F_3^0}{H_c^2 / 4\pi} = \int dV \left(H^2 - \frac{|\psi|^4}{2} + \frac{1}{2} \right) \quad (I.71)$$

A energia livre por unidade de volume é proporcional à média do integrando da equação (I.71). Chamando esta média de F_1 , temos que:

$$F_1 = \langle H^2 \rangle - \frac{\langle |\psi|^4 \rangle}{2} + \frac{1}{2} \quad (I.72)$$

Da equação (I.67) verificamos que $\langle H^2 \rangle = B^2$ e da (I.68) temos que:

$$\langle |\psi|^4 \rangle = \beta \langle |\psi|^2 \rangle^2 \quad (I.73)$$

Tiramos $\langle |\psi|^2 \rangle$ da equação (I.55) como sendo:

$$\langle |\psi|^2 \rangle = 2\kappa (H_0 - B) \quad (I.74)$$

O valor de H_0 é isolado na equação (I.69) ficando com:

$$H_0 = \frac{(2\kappa^2 - 1)\beta B + \kappa}{1 + (2\kappa^2 - 1)\beta} \quad (I.75)$$

Substituindo-se (I.75) em (I.74) e (I.74) em (I.73) ficamos com:

$$\langle |\psi|^4 \rangle = \frac{4\kappa^2\beta(\kappa - B)^2}{[1 + (2\kappa^2 - 1)\beta]^2} \quad (I.76)$$

Finalmente, substituindo $\langle |\psi|^4 \rangle$ e usando a aproximação $1 + (2\kappa^2 - 1)\beta \approx 2\kappa^2\beta$ para $\kappa \gg 1$, ficamos com a energia livre F_1 dada pela equação (I.72) na forma:

$$F_1 = \frac{1}{2} + B^2 - \frac{(\kappa - B)^2}{1 + (2\kappa^2 - 1)\beta} \quad (\text{I.77})$$

Podemos observar que para um dado B , a energia livre F_1 será mínima quanto menor for β . Este é um fator puramente geométrico, independente de κ (H_0). O valor de β mínimo é 1,1596; foi calculado por Kleiner (A.I.4) (1964) e corresponde à estrutura periódica triangular. No seu trabalho original, Abrikosov (A.I.1) previu a estrutura periódica quadrada com $\beta = 1,18$ como sendo a estrutura de equilíbrio. No entanto ele analisou um ponto de sela e não um mínimo absoluto de F_1 com relação a β (A.I.5).

Da relação da eletrodinâmica $\vec{B} = \vec{H} + 4\pi \vec{M}$ podemos tirar da equação (I.69) que:

$$-4\pi M = \frac{(H_{c2} - H_0)}{(2\kappa^2 - 1)\beta} \quad (\text{I.78})$$

em unidades convencionais.

A equação (I.78) nos dá a caracterização do comportamento macroscópico de uma amostra num campo magnético aplicado, perto de H_{c2} .

I.B.2 - Limite de baixo campo ($H \sim H_{c1}$)

No ítem (I.B.1) foi desenvolvida a solução das equações de G-L para campos magnéticos externos perto da transição para o estado normal ($H \sim H_{c2}$), estamos interessados agora no comportamento de baixos campos $H \sim H_{c1}$, perto da transição para o estado de "supercondutividade completa" (efeito Meissner).

Na região $H < H_{c1}$, onde ocorre o efeito Meissner para supercondutores do tipo II, os quanta de fluxo magnético deixam de penetrar no material e deixa assim de existir o chamado "estado misto".

Trataremos aqui supercondutores com parâmetro de G-L $\kappa \gg 1$ e neste caso a transição estado Meissner - estado misto é uma transição de fase de segunda ordem.

É natural pensarmos que a estrutura formada quando inicia o processo de penetração de fluxo magnético seja também periódica, como no outro limite ($H \sim H_{c2}$) já estudado anteriormente, no

entanto neste caso com período muito maior.

Nos pontos da rede (de vórtices), o campo tem seu valor máximo e vai a zero entre eles, portanto apresenta uma configuração de vórtices bem espaçados.

A fase da função ψ chamamos de θ , onde θ é um ângulo polar e sua variação de 2π implica numa volta completa em torno de um ponto da rede.

Estando os vórtices suficientemente separados, podem ser considerados independentes e cada filamento pode ser tratado separadamente. Temos neste caso simetria cilíndrica.

Introduziremos o módulo f e a fase ϕ da função ψ da seguinte forma:

$$\psi = f(r) e^{i\phi(\theta)} \quad (\text{I.79})$$

Consideraremos o vetor potencial \vec{A} perpendicular ao raio vetor \vec{r} , na direção $\hat{\theta}_1$:

$$\vec{A} = A_\theta(r) \hat{\theta}_1 \quad (\text{I.80})$$

Lembrando que as equações de G-L são:

$$-\frac{\nabla^2 \psi}{\kappa^2} + \frac{2i}{\kappa} \vec{A} \cdot \vec{\nabla} \psi + \frac{i}{\kappa} \psi \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + A^2 \psi = \psi - \psi |\psi|^3 \quad (\text{I.31})$$

$$-\vec{\nabla}_x \vec{\nabla}_x \vec{A} = \frac{i}{2\kappa} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*) + |\psi|^2 \vec{A} \quad (\text{I.32})$$

Calculando separadamente:

$$\vec{\nabla} \psi = \vec{\nabla} f e^{i\phi} + i f \vec{\nabla} \phi e^{i\phi}$$

$$\nabla^2 \psi = e^{i\phi} \nabla^2 f + i \vec{\nabla} f \cdot \vec{\nabla} \phi e^{i\phi} + i e^{i\phi} \vec{\nabla} (f \cdot \vec{\nabla} \phi) - f (\nabla \phi)^2 e^{i\phi}$$

$$\nabla^2 \psi = e^{i\phi} \left(\nabla^2 f + 2i \vec{\nabla} f \cdot \vec{\nabla} \phi + i f \nabla^2 \phi - f (\nabla \phi)^2 \right)$$

Substituindo as expressões encontradas para $\vec{\nabla}\psi$ e $\nabla^2\psi$ na equação (I.31) temos que:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\nabla^2 f}{\kappa^2} - \frac{2i\vec{\nabla}f\vec{\nabla}\psi}{\kappa^2} - \frac{if\nabla^2\psi}{\kappa^2} + \frac{f(\nabla\psi)^2}{\kappa^2} + \frac{2i\vec{A}\vec{\nabla}f}{\kappa} \\
 & - \frac{2\vec{A}\vec{\nabla}\psi f}{\kappa} + \frac{if\vec{\nabla}\cdot\vec{A}}{\kappa} + A^2 f = f - f^3 \quad (I.81)
 \end{aligned}$$

Em coordenadas cilíndricas temos que:

$$\begin{aligned}
 \vec{\nabla}f &= \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r}_1 + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta}_1 + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}_1 \\
 \vec{\nabla}\cdot\vec{A} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (I.82) \\
 \nabla^2 f &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}
 \end{aligned}$$

Da maneira como foi escolhido o vetor potencial \vec{A} (equação I.80) vemos pelas equações (I.82) que $\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = 0$. Além disso ainda temos que $\vec{\nabla}f = \frac{df}{dr} \hat{r}_1$, $\vec{\nabla}\psi = \frac{1}{r} \frac{d\psi}{d\theta} \hat{\theta}_1$, logo $\vec{\nabla}f\vec{\nabla}\psi = 0$ e $\vec{A}\vec{\nabla}f = 0$. Assim a equação (I.81) pode ser reescrita como:

$$-\frac{1}{\kappa^2 r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{df}{dr} \right) - if \frac{\nabla^2 \psi}{\kappa^2} + \left(\vec{A} - \frac{\vec{\nabla}\psi}{\kappa} \right)^2 f = f - f^3 \quad (I.83)$$

Introduziremos a quantidade escalar Q , que é o valor absoluto do vetor $\vec{A} - \frac{\vec{\nabla}\psi}{\kappa}$. A equação (I.83) fica como:

$$\frac{1}{\kappa^2 r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{df}{dr} \right) + Q^2 f - if \frac{\nabla^2 \psi}{\kappa^2} = f - f^3 \quad (I.84)$$

Uma das condições iniciais do problema é que estamos estudando o problema na região em que $f \rightarrow 1$ e neste caso $H \rightarrow 0$ e $Q \rightarrow 0$ para a região $r \rightarrow \infty$. Aplicando estas condições à equação (I.84) chegamos a $\nabla^2\psi = 0$, e assim:

$$-\frac{1}{\kappa^2 r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{df}{dr} \right) + Q^2 f = f - f^3 \quad (I.85)$$

Dentro da solução proposta $\psi = f(r) e^{i\psi(\theta)}$, teremos:

$$\Psi^* \vec{\nabla} \Psi = f \vec{\nabla} f + i f^2 \vec{\nabla} \Psi$$

$$\Psi \vec{\nabla} \Psi^* = f \vec{\nabla} f - i f^2 \vec{\nabla} \Psi$$

A equação (I.32) de G-L reduz-se a:

$$-\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = f^2 \left(\vec{A} - \frac{\vec{\nabla} \Psi}{\kappa} \right) \quad (\text{I.86})$$

Em coordenadas cilíndricas temos que:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{A} &= \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rA) \hat{z}, \\ \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} &= -\frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rA) \right) \hat{\theta}, \end{aligned} \quad (\text{I.87})$$

Na direção $\hat{\theta}$ temos que o módulo do vetor potencial \vec{A} pode ser expresso em termos da quantidade escalar Q como:

$$A = Q + \frac{1}{\kappa r} \frac{d\psi}{d\theta}$$

A equação (I.87) depois de substituído o módulo de A fica como:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = -\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(rQ + \frac{1}{\kappa} \frac{d\psi}{d\theta} \right) \right] = -\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rQ) \right]$$

Portanto a equação (I.86) em termos de Q fica como:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rQ) \right] = Q f^2 \quad (\text{I.88})$$

E o campo H é dado por:

$$H = -\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rQ) \quad (\text{I.89})$$

Estamos trabalhando com o valor escalar de Q . Como veremos adiante o sinal negativo na equação (I.89) visa a se obter o módulo de H .

Em geral as soluções das equações (I.85) e (I.88) podem ser obtidas somente por integração numérica e isto deve ser feito separadamente para cada valor de κ .

Quando $\kappa \gg 1$, a solução é consideravelmente simples. Neste caso, vemos que Q terá grandes variações para $r \approx 1$ (ou em unidades dimensionais $r \sim \lambda$). Já para f , as variações maiores acontecem para distâncias $r \sim \frac{1}{\kappa}$ (ou $r \sim \xi$). Assim, para a região de grandes variações de Q , podemos considerar $f = 1$ e a equação (I.88) será:

$$\tau^2 \frac{d^2 Q}{d\tau^2} + \tau \frac{dQ}{d\tau} - (\tau^2 + 1) Q = 0$$

Esta equação diferencial é uma equação de Bessel modificada cuja solução envolve funções de Hankel, $K_1(r)$, de argumento imaginário e a solução completa é:

$$Q = \frac{K_1(\tau)}{\kappa} \quad (\text{I.90})$$

Para a região $r \ll 1$ ($r \ll \lambda$) sabemos que $Q = 1/\kappa r$ e neste caso as variações de f são grandes. Assim, substituindo este valor de Q na equação (I.85):

$$\frac{1}{\kappa^2} \left[\frac{1}{\tau} \frac{d}{d\tau} \left(\tau \frac{df}{d\tau} \right) - \frac{1}{\tau^2} f \right] = f^3 - f \quad (\text{I.91})$$

Para regiões de $r \gg 1/\kappa$ ($r \gg \xi$), onde temos $f \approx 1$, uma solução para esta equação é:

$$f^2 = 1 - \frac{1}{\kappa^2 r^2} \quad (\text{I.92})$$

Já para a região $r \ll 1/\kappa$ ($r \ll \xi$) onde temos grandes variações para f , a solução será:

$$f = C \tau \quad (\text{I.93})$$

onde a constante C pode ser obtida resolvendo-se numericamente a equação (I.91).

Calcularemos agora a energia livre por unidade de comprimento do vórtice. A equação (I.72) nos dá a energia livre por unidade de volume:

$$F = \langle H^2 \rangle - \frac{\langle |\Psi|^4 \rangle}{2} + \frac{1}{2} \quad (\text{I.72})$$

Logo, a energia livre por unidade de comprimento \mathcal{E} é dada por:

$$\mathcal{E} = \int_0^\infty \left[H^2 + \frac{1-f^4}{2} \right] dA' = 2\pi \int_0^\infty \left[H^2 + \frac{1-f^4}{2} \right] r dr \quad (\text{I.94})$$

onde A' é a área.

No limite de $r \gg 1$ ($r \gg \lambda$) temos que Q dada pela solução (I.90) decai exponencialmente $\sim e^{-r/r^{1/2}}$. Logo $H \rightarrow 0$ e $f \rightarrow 1$, e o integrando de (I.94) vai a zero.

No limite $r \sim 1/\kappa$ ($r \sim \xi$), como κ é muito grande e ξ é pequeno, a contribuição do núcleo do vórtice para a energia livre também é desprezível. Logo, a região de maior interesse abrange o intervalo $1/\kappa \ll r < 1$ ($\xi < r \ll \lambda$).

Nesta região a solução para f mais adequada é a dada pela equação (I.92). Assim ficamos com \mathcal{E} na seguinte forma:

$$\mathcal{E} = \pi \left[\int_{1/\kappa}^1 \left(2/\kappa^2 r^2 - 1/\kappa^4 r^4 \right) r dr + \int_{1/\kappa}^1 \frac{1}{r} \left[\frac{d}{dr} (rQ) \right]^2 dr \right]$$

Na região $r < 1$ sabemos que $Q \sim 1/\kappa r$ logo:

$$\mathcal{E} = \pi \int_{1/\kappa}^1 \left(2/\kappa^2 r - 1/\kappa^4 r^3 \right) dr$$

$$\mathcal{E} = \pi \left\{ \frac{2}{\kappa^2} \ln r \Big|_{1/\kappa}^1 + \frac{1}{2\kappa^4 r^2} \Big|_{1/\kappa}^1 \right\}$$

$$\mathcal{E} = \frac{2\pi}{\kappa^2} \ln \kappa \quad (\text{I.95})$$

onde foi usado que $\kappa \gg 1$ e $\ln \kappa > 1$.

Integração numérica feita por Abrikosov ^(A.I.1) (1957) mostra que no limite de alto κ , \mathcal{E} é dado por:

$$\mathcal{E} = \frac{2\pi}{\kappa^2} (\ln \kappa + 0,08) \quad (\text{I.96})$$

A fim de que a formação dos filamentos seja energeticamente favorável temos que a energia do sistema F-HB tem que ser menor que a energia de formação dos vórtices (HB), ou seja, $F - 2HB < 0$.

Se a densidade de filamentos é n , temos que:

$$F = n \mathcal{E} \quad (\text{I.97})$$

Podemos calcular B da seguinte forma:

$$B = \langle H \rangle = n \int_S H dS = n \oint_C \vec{A} d\vec{l} \quad (\text{I.98})$$

Pelo fato de que o contorno de integração estende-se para $r = \infty$ e neste limite $Q = 0$ temos que $|\vec{A}| = |\vec{\nabla} \psi|/\kappa = 1/\kappa r$ para $\psi = \theta$. Portanto:

$$B = \frac{2\pi n}{\kappa} \quad (\text{I.99})$$

Os vórtices começam a ser nucleados quando $F \leq 2HB$ ou $H' \geq F_1/2B$. Desta maneira, encontramos o valor mínimo de campo $H' = H_{c1} = F/2B$ onde se dá início ao chamado estado misto.

$$H_{c1} = \frac{1}{2\kappa} (\ln \kappa + 0,08) \quad (\text{adimensional}) \quad (\text{I.100})$$

$$H_{c1} = \frac{H_{c2}}{2\kappa^2} (\ln \kappa + 0,08) \quad (\text{dimensional})$$

Da equação $H_{c1} = \epsilon\kappa/4\pi$ vemos que H_{c1} independe de n e assim um número arbitrário de vórtices pode se formar nesta aproximação para $H' > H_{c1}$.

Para a região onde os vórtices começam a interagir, $r \sim 1$ ($r \sim \lambda$), podemos utilizar a equação $H_{c1} = \kappa\epsilon/4\pi$ para encontrar H_{c1} . Para isso, devemos resolver as equações (I.85) e (I.88) numericamente.

mente e depois calcular ξ da equação (I.94).

Por outro lado, a fim de calcular a curva $B(H')$, também nos deparamos com um problema que envolve cálculo numérico de alto grau de complexidade. Deixaremos de apresentá-lo tendo em vista que as aplicações supercondutoras estão em região de campo consideravelmente superiores a H_{c1} .

REFERÊNCIAS

- (A.I.1) - ABRIKOSOV, A.A. - "On the Magnetic Properties of Superconductors of the Second Group", Soviet Phys. JETP, 5, 1174 (1957)
- (A.I.2) - LANDAU, L.D. e LIFSHITZ, E.M. - "Statistical Physics", 434, London, Pergamon Press (1958)
- (A.I.3) - LANDAU, L.D. - "Collected papers of Landau", capítulo 73, Gordon e Breach Science Publishers, Inc. (1967)
- (A.I.4) - KLEINER, W.M.; ROTH, L.M. e AUTLER, S.H. - "Bulk Solution of Ginzburg-Landau Equations for Type II Superconductors: Upper Critical Field Region", Phys. Rev. 133A, 1226 (1964)
- (A.I.5) - JAMES, S.; THOMAS, E.J. e SARMA, G. - "Type II Superconductors", capítulo 3, Pergamon Press (1969)

APÊNDICE II

TERMODINÂMICA DOS SUPERCONDUTORES

II.A - Terminologia

- 1ª Lei da Termodinâmica

$$dU = dQ + dW \quad (II.1)$$

- Trabalho Mecânico

$$dW = -pdV \quad (II.2)$$

- Trabalho "Químico"

$$dW_q = \sum_i \mu_i dN_i \quad (II.3)$$

- Trabalho Magnético

$$dW_m = \mu_0 Hd(VM) \text{ - dado pela amostra} \quad (II.4)$$

$$dW'_m = Hd(VB) \text{ - dado pelo sistema (amostra+campo magnético)} \quad (II.5)$$

$$\text{Como } B = \mu_0 (H + M) \quad (II.6)$$

$$\begin{aligned} dW'_m &= Hd[V\mu_0 (H + M)] \\ dW'_m &= d\left(\frac{V\mu_0 H^2}{2}\right) + \mu_0 Hd(VM) \end{aligned} \quad (II.7)$$

= trabalho + trabalho
sobre o sobre a
campo amostra

Se a magnetização por unidade de volume M e a indução B são homogêneas (não necessariamente constante) V pode ser tirado do diferencial.

Embora $dW_m \neq dW'_m$ há consistência tanto no uso de uma ou outra expressão do trabalho magnético desde que haja coerência no seu uso. As conclusões finais são únicas e decorrentes da definição diferencial da energia interna.

II.B - Trabalho dado pela amostra

II.B.1 - Variáveis termodinâmicas H e M

- 1ª Lei da Termodinâmica

$$dU = Tds + \sum_i \mu_i dN_i - pdV + H\mu_0 d(VM) \quad (II.8)$$

- Potenciais Termodinâmicos não Magnéticos

$$H = U + pV \quad \text{entalpia} \quad (\text{II.9})$$

$$F = U - TS \quad \text{energia livre de Helmholtz} \quad (\text{II.10})$$

$$G = U - TS + pV \quad \text{energia Livre de Gibbs} \quad (\text{II.11})$$

- Potenciais Termodinâmicos Magnéticos

$$H^m = U + pV - \mu_0 HVM \quad (\text{II.12})$$

$$F^m = U - TS - \mu_0 HVM \quad (\text{II.13})$$

$$G^m = U - TS + pV - \mu_0 HVM \quad (\text{II.14})$$

$$G^m = G - \mu_0 HVM \quad (\text{II.15})$$

- Diferenciais dF , dG , dF^m , dG^m

$$dF = - SdT + \sum_i \mu_i dN_i - pdV + H\mu_0 d(VM) \quad (\text{II.16})$$

$$dG = - SdT + \sum_i \mu_i dN_i + Vdp + H\mu_0 d(VM) \quad (\text{II.17})$$

$$dF^m = - SdT + \sum_i \mu_i dN_i - pdV - \mu_0 VMdH \quad (\text{II.18})$$

$$dG^m = - SdT + \sum_i \mu_i dN_i + Vdp - \mu_0 VMdH \quad (\text{II.19})$$

Notar que dF e dG (definidos como não magnéticos) acaba tendo um termo magnético vindo de dU . dF^m e dG^m (definidos como magnéticos) tem o termo magnético vindo de F^m e G^m bem como de U .

Combinando (II.16) com (II.17), (II.18) com (II.19), (II.19) com (II.16) e (II.19) com (II.17) teremos:

$$dG = dF + pdV + Vdp = dF + d(pV) \quad (\text{II.20})$$

$$dG^m = dF^m + pdV + Vdp = dF^m + d(pV) \quad (\text{II.21})$$

$$dG^m = dF + pdV - H\mu_0 d(VM) + Vdp - \mu_0 VMdH = dF + d(pV) - \mu_0 d(HVM) \quad (\text{II.22})$$

$$dG^m = dG - H\mu_0 d(VM) - \mu_0 VMdH = dG - \mu_0 d(HVM) \quad (\text{II.23})$$

II.B.2 - Variáveis termodinâmicas H e B

- Potenciais Termodinâmicos

$$H^m = U + pV - HVB \quad (\text{II.24})$$

$$F^m = U - TS - HVB \quad (\text{II.25})$$

$$G^m = U - TS + pV - HVB \quad (\text{II.26})$$

$$G^m = G - HVB \quad (\text{II.27})$$

- 1ª Lei da Termodinâmica

$$dU = TdS + \sum_i \mu_i dN_i - pdV + Hd(VB) - d\left(V\frac{1}{2}\mu_0 H^2\right) \quad (\text{II.28})$$

- Diferenciais dF , dF^m , dG , dG^m

$$dF = - SdT + \sum_i \mu_i dN_i - pdV + Hd(VB) - d\left(\frac{1}{2} \mu_0 H^2\right) \quad (\text{II.29})$$

$$dG = - SdT + \sum_i \mu_i dN_i + Vdp + Hd(VB) - d\left(\frac{1}{2} \mu_0 H^2\right) \quad (\text{II.30})$$

$$dF^m = - SdT + \sum_i \mu_i dN_i - pdV - VBdH - d\left(\frac{1}{2} \mu_0 H^2\right) \quad (\text{II.31})$$

$$dG^m = - SdT + \sum_i \mu_i dN_i + Vdp - VBdH - d\left(\frac{1}{2} \mu_0 H^2\right) \quad (\text{II.32})$$

Combinando (II.30) com (II.29), (II.31) com (II.32), (II.32) com (II.29) e (II.32) com (II.30) teremos:

$$dG = dF + pdV + Vdp = dF + d(PV) \quad (\text{II.33})$$

$$dG^m = dF^m + pdV + Vdp = dF^m + d(PV) \quad (\text{II.34})$$

$$\begin{aligned} dG^m &= dF + pdV - Hd(VB) + Vdp - VB(dH) \\ &= dF + d(PV) - d(HVB) + d(V\mu_0 H^2) \end{aligned} \quad (\text{II.35})$$

$$dG^m = dG - Hd(VB) - VBdH = dG - d(HVB) \quad (\text{II.36})$$

II.C - Trabalho dado pelo sistema (amostra + campo magnético)

II.C.1 - Variáveis termodinâmicas H e M

- 1ª Lei da Termodinâmica

$$dU = Tds + \sum_i \mu_i dN_i - pdV + Hd(VB) \quad (\text{II.37})$$

$$dU = Tds + \sum_i \mu_i dN_i - pdV + \mu_0 Hd(VM) + d\left(\frac{V\mu_0 H^2}{2}\right) \quad (\text{II.38})$$

- Diferenciais dF , dG , dF^m , dG^m

$$dF = - SdT + \sum_i \mu_i dN_i - pdV + \mu_0 Hd(VM) + d\left(\frac{1}{2} V \mu_0 H^2\right) \quad (\text{II.39})$$

$$dG = - SdT + \sum_i \mu_i dN_i + Vdp + \mu_0 Hd(VM) + d\left(\frac{1}{2} V \mu_0 H^2\right) \quad (\text{II.40})$$

$$dF^m = - SdT + \sum_i \mu_i dN_i - pdV - \mu_0 VMdH + d\left(\frac{1}{2} V \mu_0 H^2\right) \quad (\text{II.41})$$

$$dG^m = - SdT + \sum_i \mu_i dN_i + Vdp - \mu_0 VMdH + d\left(\frac{1}{2} V \mu_0 H^2\right) \quad (\text{II.42})$$

Combinando (II.39) com (II.40), (II.41) com (II.42), (II.42) com (II.39) e (II.42) com (II.40) teremos:

$$dG = dF + pdV + Vdp = dF + d(PV) \quad (\text{II.43})$$

$$dG^m = dF^m + pdV + Vdp = dF^m + d(PV) \quad (\text{II.44})$$

$$dG^m = dF + pdV + Vdp - \mu_0 H d(VM) - \mu_0 VM dH = dF + d(PV) - \mu_0 d(HVM) \quad (\text{II.45})$$

$$dG^m = dG - \mu_0 H d(VM) - \mu_0 VM dH = dG - \mu_0 d(HVM) \quad (\text{II.46})$$

II.C.2 - Variáveis termodinâmicas H e B

- 1ª Lei da Termodinâmica

$$dU = TdS + \sum_i \mu_i dN_i - pdV + Hd(VB) \quad (\text{II.37})$$

- Diferenciais dF, dG, dF^m, dG^m

$$dF = - SdT + \sum_i \mu_i dN_i - pdV + Hd(VB) \quad (\text{II.47})$$

$$dG = - SdT + \sum_i \mu_i dN_i + Vdp + Hd(VB) \quad (\text{II.48})$$

$$dF^m = - SdT + \sum_i \mu_i dN_i - pdV - VBdH \quad (\text{II.49})$$

$$dG^m = - SdT + \sum_i \mu_i dN_i + Vdp - VBdH \quad (\text{II.50})$$

Combinando (II.48) com (II.47), (II.50) com (II.49), (II.50) com (II.47) e (II.50) com (II.48) teremos:

$$dG = dF + pdV + Vdp = dF + d(PV) \quad (\text{II.51})$$

$$dG^m = dF^m + pdV + Vdp = dF^m + d(PV) \quad (\text{II.52})$$

$$dG^m = dF + pdV + Vdp - Hd(VB) - VBdH = dF + d(PV) - d(HVB) \quad (\text{II.53})$$

$$dG^m = dG - Hd(VB) - VBdH = dG - d(HVB) \quad (\text{II.54})$$

Na literatura há significativa confusão tendo em vista as várias definições usadas para F, G, F^m e G^m (A.M. Campbell and J. E. Evetts - Flux Vortices and Transport Currents in Type II Superconductor - Advances in Physics Vol. 21, nr. 90, March 1972, 192).

O quadro fica esclarecido através dos seguintes conceitos:

a) As variáveis para o estado misto superconductor são H e B, sendo $B = \mu_0 \bar{h}$ onde \bar{h} é o campo interno.

b) O campo externo H realiza trabalho sobre o sistema, isto é, amostra mais campo (1ª lei da termodinâmica dada pela eq. (II.37)).

c) O ponto de partida é a energia livre de Helmholtz (eq. (II.37) através da qual se calcula H.

$$\frac{1}{V} \cdot \left. \frac{dF}{dB} \right|_{T, V, N} = \frac{\partial f}{\partial B} = H$$

onde o sistema é considerado homogêneo e, portanto, V pode sair do diferencial.

d) Quando não se está tratando de sistema com variações de volume e pressão ($dV = 0$, $dp = 0$) as equações (II.47) e (II.48) mostram que é indistinto trabalhar tanto com a energia de Helmholtz F ou energia de Gibbs G . Isto explica porque a energia de Gibbs é algumas vezes denominada F tal como no apêndice sobre Teoria de Abrikosov do estado misto.

e) Da equação (II.50) têm-se:

$$\frac{1}{V} \cdot \frac{\partial G^m}{\partial H} \Big| = \frac{\partial g}{\partial H} = -B$$

f) O potencial $G^m = G - HVB$ é a única função de estado. A simbologia por unidade de volume encontrada na literatura para a equação acima é :

$$g = f - HB$$

APÊNDICE III

PARÂMETROS SUPERCONDUTORES DA LIGAS NbTi

(A.III.1)

III.A - Temperatura de Transição (T_C) x % peso de Ti

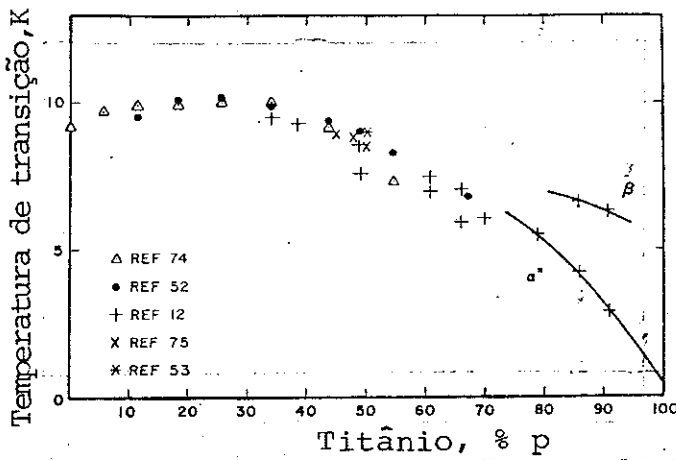


Figura (III.1)

Para a liga Nb 50% peso Ti : $T_C \approx 9$ K

(A.III.2)

III.B - Campo crítico ($\mu_0 H_{c2}$) x % peso de Ti

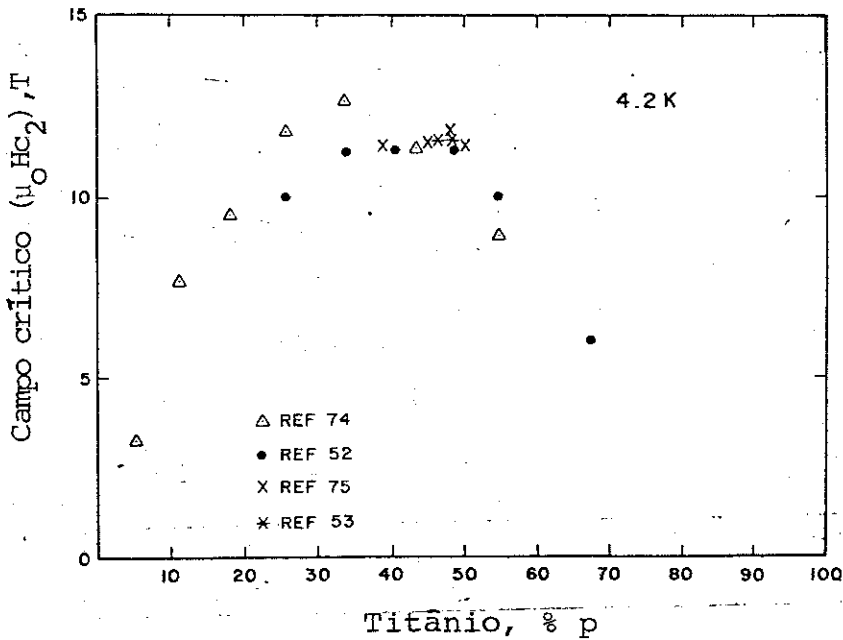


Figura (III.2)

Existe um problema quanto à definição de $\mu_0 H_{c2}$ (4,2 K) com respeito aos dados plotados na figura (III.2) que na região de interesse ($\sim 50\%$ peso Ti) apresentam $\mu_0 H_{c2} \sim 11,5$ T.

No entanto a esses dados estão relacionadas às medidas resistivas de $\mu_0 H_{c2}$ e as transições para NbTi neste caso não são abruptas. Mesmo para valores muito pequenos de J_C (1 a 10^2 A/cm²),

a transição depende de J_c e a largura é tipicamente de 0,5 a 1 T (A.III.3).

As razões para isso podem advir de inhomogeneidades na composição mas o resíduo de supercondutividade provavelmente vem do alto valor de κ nas paredes das células de deslocações e consequentemente em $\mu_0 H_{c2}$.

Uma estimativa razoável para $\mu_0 H_{c2}$ pode ser conseguida da extrapolação da curva $F_p \times \mu_0 H$ a zero. Larbalestier (A.III.1) encontrou com esse método, para quatro materiais com composições variando de 46,5 a 52,7% p Ti, o valor $\mu_0 H_{c2} = 10,7$ T.

O valor "correto" de $\mu_0 H_{c2}$ depende da aplicação na qual será utilizado.

No nosso caso, trabalhando na região próxima a $\mu_0 H_{c2}$, onde F_p apresenta uma dependência linear com H, faremos uso do valor $\mu_0 H_{c2} = 10,7$ T.

III.C - Resistividade Normal (ρ_n) x % at Nb Calor específico eletrônico (γ)

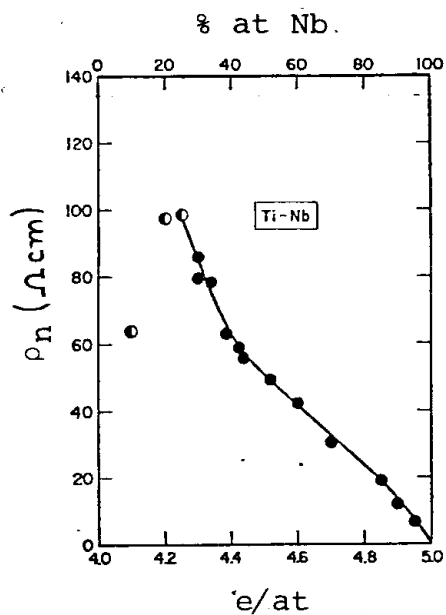


Figura (III.3)

Resistividade normal ρ_n (A.III.2) para ligas de NbTi a 1,2 K.

A faixa de interesse Nb (44-53,5% p)Ti corresponde a \approx Nb (60-70% at)Ti e a resistividade normal ρ_n varia de \approx [60 - 80] 10^{-6} $\Omega \cdot \text{cm}$.

Para a liga Nb 50% p Ti utilizamos $\rho_n = 78 \times 10^{-6}$ $\Omega \cdot \text{cm}$ e o calor específico eletrônico, que é função da razão elétron/átomo, é $\gamma = 10,4 \times 10^4$ $\text{erg cm}^{-3} \text{K}^{-2}$ (A.III.3).

III.D - Campo crítico termodinâmico (H_c)

O campo crítico termodinâmico em função da temperatura é dado por:

$$H_c \approx H_c(0) \left[1 - \left(T/T_c \right)^2 \right] \quad (\text{III.1})$$

onde $H_c(0)$ é o campo crítico termodinâmico em $T = 0\text{K}$, T_c é a temperatura crítica e γ o calor específico eletrônico por unidade de volume (proporcional à densidade de estados no nível de Fermi $N(0)$).

Da teoria BCS (A.III.3) (A.III.4) temos a relação $\gamma T_c^2 / H_c^2(0) \approx 0,17$ e assim a equação (III.1) fica:

$$H_c \approx 2,43 \gamma^{1/2} T_c \left[1 - \left(T/T_c \right)^2 \right] \quad (\text{III.2})$$

Utilizando os valores de γ e T_c já discutidos anteriormente encontramos para NbTi que: $H_c(4,2\text{K}) \approx 1745\text{Oe}$

III.E - Parâmetro crítico de Ginzburg-Landau (κ)

Campo crítico H_{c1}

Uma expressão geral para κ (aplicável para metais puros e ligas) foi obtida por Goodmann (A.III.5) em termos de parâmetros mensuráveis ou como a soma dos dois casos limites obtida por Gorkov (A.III.6):

$$\kappa = \kappa_0 + \kappa_l \quad (\text{III.3})$$

O termo κ_0 está relacionado somente à estrutura eletrônica do material, independente dos espalhamentos eletrônicos e é dado por Gorkov (A.III.6) por:

$$\kappa_0 = 2a' \pi \left\{ 6 / [7 \xi(3)] \right\}^{1/2} \lambda_L(0) / \xi_0 = 0,96 \lambda_L(0) / \xi_0 \quad (\text{III.4})$$

onde $a' = 0,18$ e $\xi(3) = 1,202$. $\lambda_L(0)$ - comprimento de penetração de London e ξ_0 - comprimento de coerência de BCS podem ser estimados pelas expressões (A.III.7):

$$\lambda_L(0) = \left(3h^3 \gamma^{1/2} \right) / \left(4\pi^{3/2} e k S \right) \quad (\text{III.5})$$

$$\kappa_0 = \left(a' \pi k_B S \right) / \left(3 h^2 T_c \gamma \right) \quad (\text{III.6})$$

onde S é a área livre da superfície de Fermi (no espaço de momentos), h é a constante de Planck, k_B é a constante de Boltzmann e e a carga do elétron no sistema e.m.u. Em termos dos parâmetros mensuráveis κ_0 pode ser reescrito mais convenientemente como:

$$\kappa_0 = 1,61 \cdot 10^{24} \left(T_c \gamma^{3/2} / n_e^{4/3} \right) \left(S_f / S \right)^2 \quad (\text{III.7})$$

onde n_e é o número médio de elétrons de valência por unidade de volume e S_f é a área da superfície de Fermi para o gás de elétrons livres de densidade n_e .

O segundo termo que contribui para κ é κ_l ; envolve o caminho livre médio e portanto a resistividade e é dado por Gorkov (A.III.6) como:

$$\kappa_l = \left[21 \zeta(3) / 2\pi \right]^{1/2} \left(e \rho_n \gamma^{1/2} / \pi^3 k_B \right) \quad (\text{III.8})$$

$$\kappa_l = 7,5 \cdot 10^3 \rho_n \gamma^{1/2} \quad (\text{III.9})$$

com γ dado em $\text{erg.cm}^{-3} \cdot \text{K}^{-2}$ e ρ_n em $\Omega \cdot \text{cm}$.

Para as ligas de NbTi, Hake (A.III.9) (1967) calculou $S/S_f = 0,6$. Calculando n_e para o NbTi na faixa de 50% p de Ti temos $n_e \sim 2,45 \times 10^{23} / \text{cm}^3$.

Assim uma estimativa para κ_0 a partir da equação (III.7) é $\kappa_0 \sim 1,6$.

Utilizando também os dados de ρ_n da figura (III.3), encontramos que κ_l varia de 46 a 61 calculado a partir da equação (III.9) na faixa de composição de interesse. Portanto $\kappa \sim \kappa_l$.

Existe uma outra maneira de se calcular o parâmetro κ , via o resultado obtido por Abrikosov (apêndice I):

$$H_{c2} = \sqrt{2} \kappa H_c$$

Usando para $H_{c2}(4,2\text{K}) = 1,07 \times 10^5$ Oe e $H_c(4,2\text{K}) = 1,74 \times 10^3$ Oe obtemos $\kappa = 43$.

Valores de $\kappa > 46$ estão relacionados com a supercondutividade residual já citada anteriormente e fogem portanto da região linear de interesse para o trabalho. São associados também à curva de magnetização irreversível e portanto a valores superestima-

dos para H_c .

Assim, acreditamos que ao escolhermos $\kappa = 45$ estamos sendo auto consistentes com a escolha de $\mu_0 H_{c2} \approx 10,7$ T.

Podemos também estimar o campo crítico inferior H_{c1} onde ocorre a passagem do estado Meissner para o estado misto em supercondutores do tipo II. Abrikosov (apêndice I) obteve uma expressão para H_{c1} no limite $\kappa \gg 1$ dada por:

$$H_{c1} = \frac{H_{c2}}{2\kappa^2} \ln \kappa$$

Assim utilizando $H_{c2} = 1,07 \times 10^5$ Oe e $\kappa = 45$ obtemos $H_{c1} = 101$ Oe

III.F - Microestruturas em NbTi altamente deformados

Os processos de fabricação comercial de supercondutores de NbTi resultam em altas taxas de deformação $> 10^5$ (redução em área). Estes materiais apresentam altas densidades de deslocações formando assim uma estrutura peculiar a estes materiais, deslocações arranjadas em forma de sub-bandas (células).

Conforme a figura (III.4) podemos observar que há diminuição no tamanho destas células com o aumento da taxa de deformação, sendo que para $R > 10^5$, r_0 , o diâmetro das células de deslocações tende a um valor constante em torno de 400 Å. Ainda na mesma figura podemos observar que com o aumento de R há um aumento da densidade de deslocações mesmo que r_0 permaneça constante.

Tratamentos térmicos intermediários ($T = 385^\circ\text{C}$) próximos ao diâmetro final (A.III.8) causam movimento das deslocações do centro para as paredes das células, bem como iniciam o processo de precipitação da fase Ti- α não supercondutora. Estas precipitações ocorrem nas paredes das células de deslocações formando assim um filme não supercondutor. Ocorrem também precipitações dentro das células com morfologias variadas.

West e Larbalestier (A.III.8) observaram que as paredes das células tinham espessuras que variavam de 30 a 60 Å com ou sem tratamento térmico, independente do tempo de tratamento.

Subsequentes deformações após estes tratamentos térmicos causam um refinamento bastante rápido das estruturas de deslocações, com dimensões bem próximas daqueles materiais nos quais não foi feito tratamento térmico, sendo que os precipitados de Ti- α atuariam como multiplicadores de deslocações.

Baseados nas conclusões de West e Larbalestier, já que

r_0 e portanto a espessura das paredes das células a é pouco sensível a deformações na região $R > 10^5$ e no nosso caso estamos em $R \sim 10^7$, utilizaremos os valores numéricos $r_0 \sim 400 \text{ \AA}$ e $a \sim 0,1 r_0$ que está dentro da faixa de 30 a 60 \AA por eles identificados via medidas de TEM (microscópio eletrônico de transmissão).

REFERÊNCIAS

- (A.III.1) → LARBALESTIER, D.C. - "NbTi alloy superconductors - present status and potential improvement", Adv. Cryog. Eng. 26, 10 (1980)
- (A.III.2) - BERLINCOURT, T.G. e HAKE, R.R. - "Superconductivity at High Magnetic Fields", Phys. Rev., 31, 140 (1963)
- (A.III.3) - COLLINGS, E.W. - "A Sourcebook of Titanium Alloy Superconductivity", Plenum Press, N.Y. (1983)
- (A.III.4) - BARDEEN, J.; COOPER, L.N. e SCHRIEFFER, J.R. - "Theory of Superconductivity", Phys. Rev. 108, 1175 (1975)
- (A.III.5) - GOODMAN, B.B. - "The magnetic behaviour of superconductor of negative surface energy", IBM J. Res. Div. 6, 63 (1962)
- (A.III.6) - GORKOV, L.P. - "Theory of Superconductivity Alloys in a Strong Magnetic Field near the Critical Temperature", Soviet Phys. - JETP 10, 998 (1960)
- (A.III.7) - GOODMAN, B.B. - Phys. Lett., 9, 309 (1962)
- (A.III.8) - WEST, A.W. e LARBALESTIER, D.C. - "Microstructural Changes Produced in a Multifilamentary NbTi Composite by Cold Work and Heat Treatment", Met. Trans. A, 15, 843 (1984)
- (A.III.9) - HAKE, R.R. - "Paramagnetic Superconductivity in Extreme Type II Superconductors", Phys. Rev., 158, 356 (1967)

Tabela A.III.1 - Parâmetros Supercondutores da Liga Nb 50 % p Ti

1. Temperatura crítica T_c		9,3 K
2. Campo crítico H_{c2}		10,7T
3. Campo crítico H_{c1}		0,01T
4. Campo crítico H_c		0,18T
5. Fator κ de Ginzburg-Landau		45
6. Comprimento de penetração λ		2400 Å
7. Comprimento de coerência ξ		55 Å
8. Parâmetro da rede d		
$d = 1,07 (\phi_o/B)^{1/2}$: a 2T		338 Å
$\phi_o = 2 \cdot 10^{-15} \text{ T.m}^2$ 5T		214 Å
7T		180 Å
9. Diâmetro da sub-banda r_o		
$R' = \frac{A_i - A_f}{A_f} \therefore R' = 0,1$		1500 Å
$R = \frac{A_i}{A_f} \quad R' = 10^2$		600 Å
$R' \rightarrow R \quad R' > 10^5$		400 Å
10. Diâmetro das paredes de deslocações		0,1 r_o
11. Resistividade elétrica ρ_n		$78 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$
12. Calor específico eletrônico γ		$1,04 \times 10^4 \text{ erg.cm}^{-3} \cdot \text{K}^{-2}$
13. Vetor de Burger		$3,285 \text{ Å}$

APÊNDICE IV

CONSTANTE ELÁSTICA C_{66} NO LIMITE DE BAIXOS CAMPOS

No limite de baixos campos as energias magnéticas de interação entre os vórtices são mais importantes que as energias relacionadas a variações do parâmetro de ordem (energias de condensação do estado supercondutor) como no limite de altos campos.

Labush (A.IV.1) em seu trabalho, calcula o tensor das constantes elásticas a partir do potencial de interação $V(r^2)$ entre os vórtices. $V(0)$ é definido como sendo a dupla energia própria de um vórtice, de maneira que a energia total será $\frac{1}{2} n \sum_{\nu} V(r_{\nu}^2)$, onde $n = B/\phi_0$ é a densidade de vórtices na direção z e r_{ν} percorre todos os pontos de intersecção no plano $x-y$.

Para a rede hexagonal, Labush (A.IV.1) calcula a constante C_{66} em função de $V(r_{\nu}^2)$ como:

$$C_{66} = n \sum_{\nu} \left[\frac{1}{4} r_{\nu}^4 V''(r_{\nu}^2) + \frac{1}{2} r_{\nu}^2 V'(r_{\nu}^2) \right] \quad (IV.1)$$

onde $V'(r_{\nu}^2) = \partial V(r_{\nu}^2) / \partial (r_{\nu}^2)$

A energia livre do sistema é dada por:

$$G = -HB + \frac{n}{2} \sum_{\nu} V(r_{\nu}^2) \quad (IV.2)$$

onde $-HB$ é a energia associada ao campo magnético externo e $\frac{n}{2} \sum_{\nu} V(r_{\nu}^2)$ é a energia de interação entre os vórtices.

No equilíbrio temos que $\partial G / \partial B = 0$. Lembrando que $n = B/\phi_0 = N/r_{\nu}^2$ onde N é o número de vórtices para um B fixo, teremos que:

$$\frac{\partial}{\partial B} = - \frac{r_{\nu}^2}{n\phi_0} \frac{\partial}{\partial (r_{\nu}^2)}$$

Assim:

$$\frac{\partial G}{\partial B} = -H + \left[\frac{\partial (n)}{\partial B} \right] \frac{1}{2} \sum_{\nu} V(r_{\nu}^2) + \frac{n}{2} \frac{\partial}{\partial B} \sum_{\nu} V(r_{\nu}^2) = 0$$

$$\frac{\partial G}{\partial B} = -H + \frac{1}{2\phi_0} \sum_{\nu} V(r_{\nu}^2) - \frac{n}{2} \frac{1}{n\phi_0} \sum_{\nu} r_{\nu}^2 V'(r_{\nu}^2) = 0$$

Portanto no equilíbrio:

$$H(B) = \frac{1}{2\phi_0} \sum_v \left[V(\tau_v^2) - \tau_v^2 V'(\tau_v^2) \right] \quad (\text{IV.3})$$

que é o campo externo H em equilíbrio com a indução B.

Integrando-se a equação (IV.3), levando em conta que para $B = 0$ as constantes de integração devem ser nulas em ambos os lados da equação, teremos que:

$$\frac{\eta}{2} \sum_v V(\tau_v^2) = \int_0^B H(\xi) d\xi \quad (\text{IV.4})$$

Derivando-se a equação (IV.3) com relação a B temos que:

$$\frac{\partial H}{\partial B} = \frac{1}{2\phi_0} \sum_v \left\{ \frac{\partial V(\tau_v^2)}{\partial B} - \frac{\partial}{\partial B} \left(\tau_v^2 V'(\tau_v^2) \right) \right\}$$

ou ainda:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial B} &= \frac{1}{2\phi_0^2 \eta} \sum_v \left\{ -\tau_v^2 V'(\tau_v^2) + \tau_v^2 \frac{\partial}{\partial \tau_v^2} \left[\tau_v^2 V'(\tau_v^2) \right] \right\} \\ &= \frac{1}{2\phi_0^2 \eta} \sum_v \left\{ -\tau_v^2 V'(\tau_v^2) + \tau_v^4 V''(\tau_v^2) + \tau_v^2 V'(\tau_v^2) \right\} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial H}{\partial B} = \frac{1}{2\phi_0 B} \sum_v \tau_v^4 V''(\tau_v^2) \quad (\text{IV.5})$$

Se integrarmos a equação (IV.4) por partes:

$$\frac{\eta}{2} \sum_v V(\tau_v^2) = \int_0^B H(\xi) d\xi = BH(B) - \int_0^B \xi H'(\xi) d\xi$$

Integrando novamente por partes:

$$\begin{aligned} \frac{\eta}{2} \sum_v V(\tau_v^2) &= \int_0^B H(\xi) d\xi = \\ &= BH(B) - \frac{B^2}{2} \frac{\partial H(B)}{\partial B} + \frac{1}{2} \int_0^B \xi^2 H''(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (\text{IV.6})$$

Agora, se multiplicarmos a equação (IV.3) por B, ficamos com:

$$BH(B) = \frac{n}{2} \sum_v \left\{ V(\tau_v^2) - \tau_v^2 V'(\tau_v^2) \right\} \quad (\text{IV.7})$$

Substituindo a equação (IV.6) na (IV.7) ficamos com:

$$\frac{n}{2} \sum_v \tau_v^2 V'(\tau_v^2) = -\frac{1}{2} B^2 \frac{\partial H(B)}{\partial B} + \frac{1}{2} \int_0^B \xi^2 H''(\xi) d\xi \quad (\text{IV.8})$$

Finalmente se introduzirmos $\partial H(B)/\partial B$ dado pela equação (IV.5) na equação (IV.8) teremos que:

$$n \sum_v \tau_v^2 V'(\tau_v^2) + \tau_v^4 V''(\tau_v^2) = \frac{1}{2} \int_0^B \xi^2 H''(\xi) d\xi \quad (\text{IV.9})$$

Comparando as equações (IV.1) e (IV.9) vemos que C_{66} é dada em função de H como:

$$C_{66} = \frac{1}{2} \int_0^B \xi^2 H''(\xi) d\xi \quad (\text{IV.10})$$

A forma como foi definida a energia de interação entre os vórtices, ou seja, só foi considerada a interação entre os dois vizinhos mais próximos, é que limita a validade da equação (IV.10) para a região de baixos campos (baixa densidade de vórtices).

Para a região de baixa densidade de vórtices, H(B) é dado pela teoria de London (A.IV.2) por:

$$H(B) = \frac{B}{\mu_0} + \frac{H_{c1}}{\ln \kappa} \ln \frac{0,23 d}{\xi} \quad \xi \ll d < \lambda \quad (\text{IV.11})$$

Lembrando que $d = 1,07 \cdot (\phi_0/B)^{1/2}$ podemos escrever H(B) como sendo:

$$H(B) = \frac{H_{c1}}{\ln \kappa} \ln \frac{0,23 \phi_0^{1/2}}{\xi} + \frac{B}{\mu_0} - \frac{H_{c1}}{2 \ln \kappa} \ln B \quad (\text{IV.12})$$

para $0,04 T < B \ll \mu_0 H_{c2}$

Logo,

$$\frac{\partial H}{\partial B} = \frac{1}{\mu_0} - \frac{H_{c1}}{2 \ln \kappa B} \quad e,$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial B^2} = \frac{H_{c1}}{2 B^2 \ln \kappa} \quad ,$$

substituindo na equação (IV.10) $\partial^2 H / \partial \xi^2 = H_{c1} / 2 \ln \kappa \xi^2$ e resolvendo a integral ficamos com:

$$C_{66} = \frac{H_{c1}}{4 \ln \kappa} B \quad (IV.13)$$

para $0,04 T < B \ll \mu_0 H_{c2}$.

Do apêndice I temos que $H_{c1} = \frac{H_{c2}}{2 \kappa^2} \ln \kappa$. Logo, podemos reescrever a equação (IV.13) em termos dos parâmetros supercondutores usuais H_{c2} e κ :

$$C_{66} = \frac{H_{c2}}{8 \kappa^2} B \quad (IV.14)$$

Ou, em termos do campo reduzido $b = \frac{B}{B_{c2}}$:

$$C_{66} = \frac{B_{c2}^2 b}{8 \mu_0 \kappa^2} \quad (IV.15)$$

REFERÊNCIAS

- (A.IV.1) - LABUSH, R. - "Constantes Elásticas da Rede de Linhas de Fluxo em Supercondutores do Tipo II", Phys. Stat. Sol. , 19, 715 (1967)
- (A.IV.2) - BORMIO, C. - "Modelo de London para a Rede de Vórtices", Nota Técnica - EMJA - 85/03 - FTI/DMAR (1983)