



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS - UNICAMP
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação - FEEC
Departamento de Engenharia de Computação e Automação Industrial

AUTOMAÇÃO DOS PROCESSOS DE CORRESPONDÊNCIA E ORIENTAÇÃO RELATIVA EM VISÃO ESTÉREO

Autor: **Mauricio Galo**

Orientador: Prof. Dr. **Clésio Luis Tozzi**

Tese submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação - FEEC, da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, para preenchimento dos pré-requisitos parciais para a obtenção do Título de **Doutor em Engenharia Elétrica**. Área de concentração: Engenharia de Computação.

Banca examinadora:

Dr. **Clésio Luis Tozzi** – FEEC/UNICAMP

Dr. **Edson Aparecido Mitishita** – CPGCG/UFPR

Dr. **Fernando José Von Zuben** – FEEC/UNICAMP

Docteur és Science **Irineu da Silva** – STT/EESC/USP

Dr. –Ing. **Wu Shin-Ting** – FEEC/UNICAMP

Campinas, SP
Dezembro de 2003

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

G139a Galo, Mauricio
Automação dos processos de correspondência e orientação
relativa em visão estéreo / Mauricio Galo. Campinas, SP:
[s.n.], 2003.

Orientador: Clésio L. Tozzi.

Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas,
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Orientação. 2. Fotogrametria. 3. Automação. 4. Visão
por Computador. I. Tozzi, Clésio Luis. II. Universidade
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação. III. Título.

RESUMO

Um dos problemas mais pesquisados nas áreas de Visão Computacional e Fotogrametria é o da correspondência ou *matching* de imagens. Este interesse se deve à dificuldade de obtenção de uma solução robusta, uma vez que este problema é malcondicionado. Na medida que se dispõe de seqüências de imagens adquiridas em situações em que se têm convergência, rotação e diferença de escala entre as imagens, a dificuldade aumenta. Deste modo, neste trabalho é proposta uma solução automática da orientação relativa bem como da correspondência de pontos, a partir do procedimento de rotulação por relaxação, para o caso em que são utilizados pares de imagens sujeitas a estes fatores. No algoritmo de rotulação por relaxação proposto, são consideradas múltiplas métricas, tanto no caso do cálculo da similaridade quanto da compatibilidade entre os pares de candidatos à correspondência. Dentre os aspectos que contribuem para a solução pode-se considerar o uso de métricas baseadas em relações angulares numa vizinhança do espaço de primitivas e a injeção epipolar, via o volume do Paralelepípedo de *Matching* - PM. O uso desta última métrica é possível uma vez que se tem uma estimativa da orientação relativa, sendo mostrado que o volume do PM tem relação com a geometria epipolar e, deste modo, o uso desta métrica evita que sejam obtidas as equações das linhas epipolares conjugadas, bem como o cálculo da distância entre os pontos candidatos às possíveis linhas epipolares. Experimentos com imagens sintéticas e reais indicam que mesmo para situações em que se têm diferenças de escala, rotação e convergência, tanto a orientação relativa é recuperada quanto a maior parte das correspondências são encontradas.

Palavras chave: Orientação Relativa, Fotogrametria, Automação, Visão por Computador, Geometria Epipolar, Correspondência.

ABSTRACT

One of the main research subject in Computer Vision and Photogrammetry is the correspondence problem or image matching. The interest in this subject can be justified once it is considered as an ill-posed problem, and a robust solution is difficult to be found. In the case where the images are not in a normal disposition, i.e., affected by convergence, rotation and scale difference, the difficulty is even increased. So, in this work an approach based on relaxation labeling is proposed, where the relative orientation and points correspondences are automatically solved for non-normal pairs of images. In the proposed algorithm, multiple metrics are considered on both, similarity and compatibility computation. Among the metrics used, one of them is the angular relation between the neighborhood at primitive space, and epipolar constraints, via the volume of Matching Parallelepiped - MP. The volume of the MP can be computed when the relative orientation is available, and it was shown that the MP volume is related to the epipolar geometry. Therefore, it is not necessary to compute the epipolar line equations and distances between the candidates to the epipolar lines. Experiments with synthetic and real images indicate that even for situations where scale differences, rotation and convergence are presented, the relative orientation parameters are recovered and most of the correspondences are correctly found.

Keywords: Relative Orientation, Photogrammetry, Automation, Computer Vision, Epipolar Geometry, Matching.

DEDICATÓRIA

À Lú.

Ao Sr. Paulo e Dona Josefa.
(*in memoriam*)

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Dr. Clésio Luis Tozzi, pela orientação, confiança, apoio, paciência e amizade.

A minha esposa Lú pelo apoio e incentivo constantes.

Aos amigos do Laboratório de Computação e Automação (LCA): Fernando, Júlio, Márcio Leandro, Edmundo Spoto (Dino), Rosana, Guilherme, Agostinho, José (Zé), Forster, Gonzaga, Olga, Mauricio Figueiredo, Paulo, Wellington, Tatibana, Alberto e Diego; pela ajuda em diversos momentos, sugestões, discussões proveitosas e, sobretudo, pela amizade. Em especial, a Fernando M. de A. Nogueira e Júlio K. Hasegawa, interlocutores freqüentes durante boa parte do desenvolvimento deste trabalho.

Aos componentes do grupo de discussão coordenado pelo Dr. Clésio: Fernando, Júlio, José, Olga, Guilherme, Agostinho, Forster e Diego, no qual erros foram mapeados, sugestões foram apresentadas e muitas idéias surgiram.

Aos Professores Leo Pini Magalhães, Wu Shin-Ting e Clésio Tozzi pela oportunidade e confiança depositados durante o desenvolvimento do estágio de curta duração no IGD, Darmstadt - Alemanha, no qual parte deste trabalho foi desenvolvida. Agradeço também aos pesquisadores do IGD-ZGVD: Dr. Axel Hildebrand, Dr. Georgios Sakas, Dip. Inf. Bernhard Ristol e Dip. Inf. Johanes Behr, pelo apoio durante o desenvolvimento do trabalho.

Aos membros da banca examinadora: Prof. Dr. Clésio Luis Tozzi, Prof. Dr. Edson Aparecido Mitishita, Prof. Dr. Fernando José Von Zuben, Prof. Dr. Irineu da Silva e Profa. Dra. –Ing. Wu Shin-Ting, tanto pela disponibilidade quanto pelas valiosas sugestões.

Aos amigos Aylton, Márcio, Fernando, Júlio, Mitiko, Klaus, Elisa, Dino, Rosana, Raquel, Alcênio, Sérgio, Gláucia, José Roberto e Socorro, pelos diversos e agradáveis momentos de convívio em Campinas.

Aos professores, funcionários e alunos do Departamento de Engenharia de Computação e Automação Industrial - DCA da FEEC, pelos ensinamentos transmitidos, apoio e convívio agradável.

Aos colegas do Departamento de Cartografia da UNESP/FCT, Campus de Presidente Prudente, pela apoio no desenvolvimento deste trabalho bem como pelo incentivo.

À então Fundação Centro Tecnológico para Informática – CTI, atual Centro de Pesquisas Renato Archer - CenPRA, Campinas SP, pelo apoio na aquisição de algumas imagens utilizadas neste trabalho.

À CAPES/PICD pela concessão da bolsa durante a obtenção dos créditos e o desenvolvimento desta pesquisa.

SUMÁRIO

RESUMO	i
ABSTRACT	ii
DEDICATÓRIA	iii
AGRADECIMENTOS	iv
SUMÁRIO	vi
LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE TABELAS E QUADROS	xvi

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO	1
1.1 O problema de correspondência e a reconstrução da geometria 3D	4
1.2 Abordagem proposta	8
1.3 Caracterização da abordagem proposta em relação a métodos disponíveis na literatura	9
1.4 Objetivo	11
1.5 Estrutura do trabalho	11

CAPÍTULO 2

O PROBLEMA DE CORRESPONDÊNCIA E ORIENTAÇÃO RELATIVA EM VISÃO COMPUTACIONAL E FOTOGRAMETRIA	13
2.1 O problema de correspondência	13
2.2 Correspondência ou <i>Matching</i> baseado em áreas	18
2.2.1 Funções para a medida de correlação	20
2.2.2 Refinamento da correlação pelo Método dos Quadrados Mínimos	24
2.3 Correspondência baseada em atributos	28
2.4 Métodos de solução do problema de correspondência	33
2.5 Princípio do procedimento de rotulação por relaxação	45
2.5.1 Medidas de similaridade e compatibilidade	50
2.6 Orientação relativa	54
2.6.1 Automação da orientação relativa	55

CAPÍTULO 3

RECONSTRUÇÃO DA GEOMETRIA 3D A PARTIR DE IMAGENS	59
3.1 Reconstrução da geometria 3D	59
3.2 Geometria epipolar e a condição de coplanaridade	60
3.2.1 Equação de coplanaridade	62
3.2.2 Matrizes Essencial e Fundamental	69
3.3 Equações de colinearidade	71
3.3.1 Reconstrução 3D e a solução por múltiplas imagens	75
3.3.2 Princípio do Método dos Quadrados Mínimos e aplicação na reconstrução	78
3.3.3 Solução linear para múltiplas imagens	84
3.3.4 Particularização para o caso estéreo	88
3.3.5 Solução para o caso estéreo normal	90

CAPÍTULO 4

SOLUÇÃO SIMULTÂNEA DA CORRESPONDÊNCIA E ORIENTAÇÃO RELATIVA	93
4.1 Solução sequencial baseada na cooperação entre a correspondência de pontos e a orientação relativa	93
4.1.1 Influência da injunção epipolar	94
4.1.2 Princípio da solução	95
4.1.3 Vizinhaça nos espaços imagem e das primitivas	97
4.1.4 Rotulação por relaxação	99
4.2 O conceito de Paralelepípedo de <i>Matching</i>	102
4.3 Definição de algumas métricas	104
4.3.1 O volume do PM como medida de similaridade	105
4.3.2 Medidas de compatibilidade baseada em ângulos	107
4.3.3 Volume dos múltiplos paralelepípedos	114
4.4 O uso de múltiplas métricas no cálculo da similaridade	115
4.4.1 Composição das medidas de similaridade	116
4.4.2 Composição das medidas de compatibilidade	117

CAPÍTULO 5

IMPLEMENTAÇÃO DA PROPOSTA DE SOLUÇÃO DA CORRESPONDÊNCIA E ORIENTAÇÃO RELATIVA	119
5.1 Determinação dos parâmetros de orientação relativa	119
5.1.1 Orientação relativa usando as equações de colinearidade	119
5.1.2 Orientação relativa usando as equações de coplanaridade	122
5.1.3 Representação da matriz de rotação usando quatérnios	126
5.1.4 Orientação relativa baseada nas equações de coplanaridade e quatérnios	133
5.1.4.1 Solução da orientação relativa pelo MQM	135
5.1.4.2 Incorporação da estimativa robusta - <i>Danish Method</i>	137
5.2 Descrição de algumas métricas adicionais	139
5.2.1 Coeficiente de Correlação	139
5.2.2 Diferença de intensidade	140
5.2.3 Diferença de gradiente	141

5.2.4 Medidas baseadas em relações de distância	143
5.3 Critérios utilizados na obtenção da solução	145
5.3.1 O problema da simetria ou comutatividade	145
5.3.2 Fator de não ambigüidade	149
5.3.3 Qualidade da reconstrução ou triangulação	151
5.3.4 Fluxograma detalhado do processo de obtenção da solução	153

CAPÍTULO 6

EXPERIMENTOS E RESULTADOS	159
6.1 Descrição dos aplicativos desenvolvidos	159
6.2 Procedimento de obtenção das imagens, medição dos pontos e análise	161
6.2.1 Obtenção das imagens sintéticas e reais	161
6.2.1.1 Determinação dos parâmetros intrínsecos das câmaras	164
6.2.2 Medição dos pontos de interesse	166
6.2.3 Procedimento de análise	166
6.3 A influência da convergência no procedimento de rotulação	169
6.4 A influência do número de vizinhos no cálculo do suporte	179
6.5 Comportamento do algoritmo de correspondência e OR na presença de padrões ambíguos	187
6.6 Avaliação do comportamento dinâmico de alguns parâmetros na rotulação por relaxação	195
6.7 Influência da distribuição de pontos sobre o par de imagens	202
6.8 Comportamento do algoritmo na presença de rotações, convergência e diferença de escala	209

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	227
7.1 Síntese do trabalho	227
7.2 Conclusões	229
7.3 Considerações finais e recomendações	233
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	237
APÊNDICE A	
Descrição dos aplicativos desenvolvidos	247
APÊNDICE B	
Parâmetros utilizados no processamento com imagens sintéticas	253
APÊNDICE C	
Parâmetros utilizados no processamento com imagens reais obtidas em ambientes externos	255
ÍNDICE DE AUTORES	259

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Fluxograma mostrando as relações entre alguns elementos de um sistema de Visão de Máquina, adaptado de (HORN, 1986)	2
Figura 1.2 - Fluxograma simplificado mostrando o princípio do procedimento abordado neste trabalho	9
Figura 2.1 - Quatro pares de imagens: (a) imagens aéreas utilizadas em Fotogrametria; (b) dois segmentos de imagens de satélites de recursos naturais adquiridas com o sensor TM (<i>Thematic Mapper</i>); (c) pares de imagens usadas em aplicações a curta distância e (d) um par de imagens com impressões digitais	15
Figura 2.2 - Relação entre as primitivas de uma imagem e de um grafo	18
Figura 2.3 - Imagens de entrada (I_r e I_p) e as subimagens de referência (S_{I_r}) e pesquisa (S_{I_p}) utilizadas no algoritmo de correspondência baseado em áreas	19
Figura 2.4 - Esquema mostrando as possíveis combinações entre S_{I_r} e S_{I_p}	20
Figura 2.5 - (a) Exemplo no qual as subimagens de referência e a correspondente se sobrepõem e exemplo de uma situação real onde fatores radiométricos e geométricos afetam a correspondência (b)	26
Figura 2.6 - Planos π' e π'' bem como as respectivas projeções ortogonais de um ponto p; dos segmentos de reta r e r_a ; e da região (R)	30
Figura 2.7 - Exemplo de uma pirâmide de imagens com n níveis. O nível mais baixo da pirâmide contém a imagem de maior resolução, ou seja, a imagem original	36
Figura 2.8 - Fluxograma simplificado mostrando o algoritmo de relaxação, adaptado de Schalkoff (1989)	50
Figura 2.9 - Exemplos de funções para o cálculo da similaridade. Em (a) têm-se a função $1/(1+\alpha d_{ij})$ e em (b) uma função Gaussiana	51
Figura 2.10 - Comportamento das funções de similaridade, para diferentes valores da constante alfa (α). Em (a) têm-se a função $1/(1+\alpha d_{ij})$ e em (b) uma função Gaussiana	52
Figura 2.11 - Etapas do processo de orientação, composto pela orientação interior (OI) e orientação exterior (OE). Esta última, por sua vez, dividida em orientação relativa (OR) e orientação absoluta (OA)	55
Figura 2.12 - A inserção da orientação relativa na realização de alguns processos .	56
Figura 3.1 - Elementos da Geometria Epipolar	60
Figura 3.2 - Linhas epipolares conjugadas e os epipolos numa situação no qual os epipolos estão localizados sobre a imagem	61

Figura 3.3 - Linhas epipolares conjugadas para algumas situações: (a) eixos ópticos paralelos e sem rotações; (b) eixos ópticos paralelos e com rotação não nula em torno do eixo óptico e (c) situação genérica na qual os eixos ópticos não são paralelos	62
Figura 3.4 - Condição de coplanaridade entre os vetores \vec{b} , \vec{r}_e , \vec{r}_d , \vec{R}_e e \vec{R}_d	63
Figura 3.5 - Sistema de coordenadas da imagem $(i,j) = (\text{linha}, \text{coluna})$, sistema cartesiano com origem no centro da imagem (x',y') e o sistema paralelo ao sistema (x'',y'') mas com centro no ponto principal (x_0,y_0)	64
Figura 3.6 - Colinearidade entre o centro perspectivo (CP), o ponto imagem p e ponto no espaço objeto P (a). Em (b) é mostrado um detalhe dos sistemas envolvidos no espaço imagem	72
Figura 3.7 - Esquema mostrando os espaços objeto e imagem. As funções de mapeamento FM^{32} e FM^{23} representam, respectivamente, o mapeamento do espaço 3D para 2D e vice-versa	76
Figura 3.8 - Esquema mostrando o espaço objeto e o espaço imagem, bem como as m funções de mapeamento $FM_{ori_i}^{32}$, com $i \in \{1,2, \dots, m\}$. Nesta figura $p(x_m, y_m)$ representa a projeção de P na imagem m	76
Figura 3.9 - Fluxograma mostrando as principais fases do MQM pelo Método Paramétrico	81
Figura 3.10 - Padrão das matrizes A e N para o caso em que $m=4$	84
Figura 3.11 - Interseção das retas no espaço: caso ideal (à esquerda) e caso em as retas são reversas (a direita)	89
Figura 3.12 - Geometria para o caso estéreo normal no qual os eixos ópticos são paralelos entre si e perpendiculares à base (b), sendo o sistema do espaço objeto coincidente com o sistema solidário à imagem esquerda	91
Figura 4.1 - Inter-relação entre a orientação relativa (OR) e a determinação da correspondência. Os retângulos pontilhados mostram os resultados de cada uma das etapas	94
Figura 4.2 - Relação entre a localização dos pontos sobre as linhas epipolares conjugadas e a correspondência de pontos	94
Figura 4.3 - Fluxograma mostrando o princípio do procedimento adotado na solução simultânea do problema de correspondência e orientação relativa automáticas	96
Figura 4.4 - Um par de imagens reais (na parte superior), e as primitivas pontuais extraídas das imagens (na parte inferior), constituindo o espaço das primitivas ou entidades	98
Figura 4.5 - Conjuntos M e S, associados às primitivas extraídas das duas imagens	99
Figura 4.6 - Detalhamento do procedimento de rotulação por relaxação, realizado a partir do procedimento apresentado em Schalkoff (1989) e mostrado na Figura 2.8	101
Figura 4.7 - Os vetores \vec{b} , \vec{r}_e , e \vec{r}_d , linearmente dependentes, determinando o plano epipolar	103
Figura 4.8 - Vetores \vec{b} , \vec{r}_e , e \vec{r}_d , linearmente independentes, com \vec{r}_e e \vec{r}_d definidos a partir dos respectivos centros perspectivos e dos pontos imagem i e j, não homólogos	103
Figura 4.9 - Paralelepípedo formado a partir dos vetores \vec{b} , \vec{r}_e , e \vec{r}_d	104

Figura 4.10 - Primitivas extraídas de um par de imagens e circunferências de mesmo raio delimitando uma vizinhança em torno de pontos homólogos nas duas imagens	108
Figura 4.11 - Os NV pontos mais próximos a i e j, com NV=3	109
Figura 4.12 - Os NV (com NV=3) pontos mais próximos a i e j, bem como os NV ângulos formados entre o eixo x e os segmentos que conectam i(j) a cada um dos respectivos vizinhos	110
Figura 4.13 - Os NV pontos mais próximos a i e j e os ângulos entre os vizinhos consecutivos	110
Figura 4.14 - Exemplo no qual se tem NV=3 pontos mais próximos a i e j, com os respectivos ângulos entre os vizinhos consecutivos	112
Figura 5.1 - Padrões das matrizes A e N no processo de orientação relativa usando as Equações de Colinearidade, considerando que a posição e orientação da primeira câmara são constantes	122
Figura 5.2 - Razão entre o número de equações de observação para os modelos de colinearidade e coplanaridade (R_{obs}) e entre o número de parâmetros (R_{par}), para os mesmos modelos	125
Figura 5.3 - Função de atenuação dos pesos ($f(V^{(i-1)}) = \exp(-0.5(r_j^{(i-1)} / c)^4)$) como função de r e para alguns valores de c	139
Figura 5.4 - Imagens mostrando duas matrizes de similaridade, após convergência, para duas situações. Em (a) tem-se o resultado quando se usa a ordem Esquerda×Direita, no qual se tem 56 e 53 pontos de interesse, respectivamente. Em (b) tem-se o resultado quando as imagens são comutadas	148
Figura 5.5 - Fluxograma mostrando a estratégia para evitar que a solução não seja afetada pela assimetria do problema	149
Figura 5.6 - Gráfico mostrando o fator de não ambigüidade (FNA) em função da razão $r = p_i^{(2)} / p_i^{(1)}$	150
Figura 5.7 - Gráfico mostrando o fator de não ambigüidade (FNA) em função da razão $r' = p_i^{(1)} / p_i^{(2)}$	151
Figura 5.8 - Gráfico mostrando o erro tolerável na triangulação, em função da iteração, para alguns valores da constante c. Neste gráfico assumiu-se que no início do processo tem-se $\epsilon_T=10\%$	153
Figura 5.9 - Fluxograma detalhado do procedimento de rotulação por relaxação no qual não se consideram as informações de orientação relativa	154
Figura 5.10 - Fluxograma detalhado do procedimento de rotulação por relaxação e seleção dos pares correspondentes no qual se considera que uma estimativa dos parâmetros de orientação relativa seja conhecida	155
Figura 6.1 - Estrutura dos programas desenvolvidos para a determinação automática e simultânea da correspondência e OR	161
Figura 6.2 - Câmara digital Kodak DC40 (http://www.kodak.com)	163
Figura 6.3 - Imagens obtidas com um par de câmaras de vídeo digital do CenPRA (imagens ctie/ctid), no qual padrões sintéticos foram sobrepostos sobre os objetos fotografados	164
Figura 6.4 - Três das oito imagens da placa de invar utilizadas na calibração da câmara Kodak DC40	167

Figura 6.5 - Parte do conteúdo do arquivo <i>pontos_xy.dat</i> resultante do processamento de um par de imagens	167
Figura 6.6 - Dois pontos de uma mesma imagem, sendo um marcado como rotulado (por um quadrado com pontos coloridos) e outro não rotulado (quadrado preto com borda branca)	168
Figura 6.7 - Imagens do par 000e/000d com os pontos assinalados como correspondentes, e não correspondentes, sobrepostos	169
Figura 6.8 - Detalhes das imagens sintéticas 000e/000d, onde são mostrados os pontos marcados como correspondentes pelo algoritmo, bem com os pontos não selecionados como correspondentes	170
Figura 6.9 - Resultado do processamento do par de imagens 000e/000d, sem a inclusão das injunções epipolares	170
Figura 6.10 - Linhas epipolares sobrepostas ao par 000e/000d	171
Figura 6.11 - Distribuição dos pontos marcados como correspondentes para o par 125e/125d. Em (a) são mostrados os pontos selecionados como correspondentes, sem a inclusão das injunções epipolares, e em (b) usando o algoritmo completo	171
Figura 6.12 - Resultado do processamento do par 125e/125d, com pontos assinalados como correspondentes pelo algoritmo no qual são incluídas as injunções epipolares (a). Em (b) são mostrados detalhes das mesmas imagens	172
Figura 6.13 - Rotações (a) e componentes de base (delta x, y e z) (b) obtidos com o processamento do par 125e/125d	172
Figura 6.14 - Sistema Cartesiano com origem no CP da esquerda e as componentes de base b_x e b_z , para o caso de câmaras convergentes. A componente b_y não é mostrada, uma vez que é feita a vista de topo	173
Figura 6.15 - Cinco pares de linhas epipolares conjugadas sobrepostas ao par de imagens 125e/125d	175
Figura 6.16 - Resultado da rotulação sem as injunções epipolares (a) e com as injunções epipolares (b), para o par de imagens rote/rotd, no qual se tem uma convergência de 5° ($\phi=5^\circ$) e uma rotação de 50° ($\kappa=50^\circ$)	175
Figura 6.17 - Detalhes das imagens mostradas na Figura 6.16, nos quais podem ser vistos os pontos marcados automaticamente como correspondentes	176
Figura 6.18 - Linhas epipolares sobrepostas ao par de imagens rote/rotd	176
Figura 6.19 - Número de pares rotulados nos experimentos com imagens sintéticas. Os pontos ligados por segmentos de reta correspondem às imagens sem rotação do eixo óptico e se referem aos sete primeiros pares de imagens mostrados na Tabela 6.2, que estão sujeitos apenas a convergência	177
Figura 6.20 - Comportamento das variáveis: número de pontos correspondentes \times convergência, para os processamentos "sem IE" e "com IE/OR" para um conjunto de 7 pares de imagens sintéticas	177
Figura 6.21 - Número de pares rotulados em função do número de vizinhos no cálculo do suporte, usando as imagens do par ctie/ctid	180
Figura 6.22 - Resultado da aplicação do algoritmo de <i>matching</i> sem a inclusão de injunções epipolares ao par de imagens ctie/ctid, mostrando os pares rotulados (na cor preta) e os não rotulados (os demais), para 2, 4 e 6 vizinhos usados no cálculo do suporte	181
Figura 6.23 - Pares rotulados pelo aplicativo <i>MTUNIX</i> (sem injunções epipolares), para o caso em que 6 vizinhos são usados no cálculo do suporte	181

Figura 6.24 - Número de pares rotulados, para diferentes números de vizinhos usados tanto no cálculo da compatibilidade quanto no suporte, para as imagens do par ctie/ctid	182
Figura 6.25 - Distribuição dos pontos rotulados para os casos em que se utilizam 3(a), 5(b), 7(c) e 9(d) vizinhos, tanto no cálculo da compatibilidade quanto no suporte	183
Figura 6.26 - Pontos marcados como correspondentes pelo algoritmo completo, para o par de imagens ctie/ctid	184
Figura 6.27 - Detalhes ampliados das imagens mostradas em 6.26, onde podem ser vistos os pares de pontos marcados como correspondentes pelo algoritmo	185
Figura 6.28 - Gráfico mostrando o comportamento do número de pares de pontos rotulados ao longo das iterações, para o par ctie/ctid	186
Figura 6.29 - Linhas epipolares homólogas sobrepostas para o par de imagens ctie/ctie	187
Figura 6.30 - Os pontos na cor preta são os pontos automaticamente rotulados pelo procedimento sem injunções epipolares (a) e com as injunções epipolares (b), para as imagens inv_1/inv_2	188
Figura 6.31 - Duas regiões das imagens inv_1/inv_2, onde são mostrados os pontos marcados automaticamente como correspondentes	189
Figura 6.32 - Segmentos das imagens inv_1/inv_2 onde são encontrados alguns pontos erroneamente rotulados pelo algoritmo. Os pontos apontados com as setas são pontos onde não existe o correspondente na outra imagem, pelo fato dos pontos não terem sido medidos, ou por oclusão	190
Figura 6.33 - Algumas linhas epipolares conjugadas sobrepostas às imagens inv_1/inv_2 (a) e segmentos ampliados das mesmas imagens (b e c)	191
Figura 6.34 - A esquerda são mostradas a matriz fundamental obtida de modo automático e a matriz modificada. A direita pode-se notar as linhas epipolares para a matriz modificada	192
Figura 6.35 - Distribuição dos pontos rotulados como correspondentes para o par inv_2/inv_3. Em (a) tem-se o resultado do processamento sem as injunções epipolares e em (b) o processamento completo	192
Figura 6.36 - Linhas epipolares para o par de imagens inv_2/inv_3	193
Figura 6.37 - Rotações obtidas através da OR automática para os pares inv_1/inv_2 (a) e inv_2/inv_3 (b)	193
Figura 6.38 - Imagens pc_1/pc_2/pc_4 adquiridas em laboratório e usadas nos experimentos	196
Figura 6.39 - Imagens pc_2/pc_4 e o resultado do processamento sem considerar as injunções epipolares. Em (a) são mostradas as imagens com os pontos sobrepostos e em (b) apenas os pontos rotulados (em preto) e não rotulados (os demais)	196
Figura 6.40 - Imagens pc_2/pc_4 e o resultado da rotulação por relaxação, considerando as injunções epipolares. Em (b) são mostradas as imagens com cinco linhas epipolares sobrepostas	197
Figura 6.41 - Detalhes das imagens pc_2/pc_4, no qual são mostradas duas linhas epipolares conjugadas sobrepostas às imagens	197
Figura 6.42 - Detalhes das imagens pc_2/pc_4, no qual são mostradas regiões com grandes diferenças de paralaxe	198

Figura 6.43 - Gráficos mostrando o comportamento dos parâmetros de OR e do número de pontos rotulados, para o processamento do par pc_2/pc_4	198
Figura 6.44 - Imagens do par pc_1/pc_4 sendo mostrados em (a) os pontos marcados como correspondentes e em (b) algumas linhas epipolares conjugadas ...	199
Figura 6.45 - Detalhes das imagens pc_1/pc_4 mostrando algumas linhas epipolares	200
Figura 6.46 - Pontos rotulados (preto) e não rotulados (os demais), usando o algoritmo sem inclusão das injunções epipolares (a) e com as injunções epipolares (b) no processamento do par pc_1/pc_4	200
Figura 6.47 - Componentes de base, rotações e número de pares rotulados no processamento do par pc_1/pc_4	201
Figura 6.48 - Componentes de base, rotações e número de pares rotulados para as imagens pc_1/pc_4. Neste caso as variáveis α_{ge} e $\alpha_{ge'}$ foram consideradas como constantes ao longo das iterações	202
Figura 6.49 - Distribuição dos pontos rotulado (preto) e não rotulados (os demais), para o processamento do par fct2_a/fct2_b, sem a inclusão de injunções epipolares (a) e considerando a injunção epipolar (b). Par de imagens com os pontos sobrepostos (c)	203
Figura 6.50 - Imagens do par fct2_a/fct2_b com os pontos assinalados como correspondentes pelo processamento incluindo as injunções epipolares e a OR automática	204
Figura 6.51 - Comportamento das rotações e do número de pontos ao longo das iterações, para o par fct2_a/fct2_b	205
Figura 6.52 - Pontos marcados como correspondentes para o par fct2_d/fct2_b	205
Figura 6.53 - Pontos marcados como correspondentes para o par fct2_d/fct2_b, no processamento sem injunções epipolares (a) e com a inclusão das injunções epipolares (b)	205
Figura 6.54 - Comportamento dos parâmetros de OR e do número de pares rotulados durante o processamento do par fct2_d/fct2_b	206
Figura 6.55 - Comportamento de algumas linhas epipolares para o par de imagens fct2_d/fct2_b	206
Figura 6.56 - Pontos rotulados e não rotulados pelo algoritmo de <i>matching</i> , sem a inclusão das injunções epipolares, para o par fct2_c/fct2_d	207
Figura 6.57 - Distribuição dos pontos rotulados, para o par de imagem fct2_c/fct2_d	207
Figura 6.58 - Pares automaticamente marcados como correspondentes para as imagens fct1_b/fct1_a (a), bem como dois detalhes do mesmo par de imagens (b)	210
Figura 6.59 - Regiões das imagens fct1_b/fct1_a no qual pode-se ver alguns dos pares de pontos correspondentes	211
Figura 6.60 - Número de pontos rotulados, componentes de base e rotações para o par fct1_b/fct1_a, ao longo das iterações	211
Figura 6.61 - Linhas epipolares para o par fct1_b/fct1_a	212
Figura 6.62 - As imagens fct1_a/fct1_c e os pontos marcados como correspondentes pelo algoritmo proposto	212
Figura 6.63 - Pontos rotulados pelo algoritmo de <i>matching</i> sem as injunções epipolares (a) e com a inclusão das injunções epipolares e orientação relativa (b) ..	212

Figura 6.64 - Pontos rotulados pelo algoritmo de <i>matching</i> sem as injunções epipolares (a) e com a inclusão das injunções epipolares e orientação relativa (b), para o par fct1_d/fct1_a	213
Figura 6.65 - Par de imagens fct1_d/fct1_a com os pontos rotulados como correspondentes pelo algoritmo de <i>matching</i> com a inclusão das injunções epipolares e OR	213
Figura 6.66 - Comportamento dos parâmetros de orientação relativa e número de pares rotulados para o par fct1_d/fct1_a	214
Figura 6.67 - Linhas epipolares conjugadas, sobrepostas às imagens fct1_d/fct1_a	214
Figura 6.68 - Em (a) é mostrado um desenho (vista de topo) de duas imagens, com uma pequena convergência e na mesma posição relativa das imagens do par fct1_d/fct1_a. Em (b) são mostradas as posições dos epipolos das duas imagens ...	215
Figura 6.69 - Distribuição dos pontos rotulados, para o par de imagem fct3_a/fct3_d	217
Figura 6.70 - Pontos rotulados para o par de imagem fct3_a/fct3_d, pelo processamento sem as injunções epipolares (a) e com a inclusão das injunções epipolares e orientação relativa (b)	217
Figura 6.71 - Gráficos mostrando o comportamento das componentes de base, das rotações e do número de pontos rotulados, para o par de imagens fct3_a/fct3_d	218
Figura 6.72 - Linhas epipolares conjugadas sobrepostas às imagens do par fct3_a/fct3_d	218
Figura 6.73 - Distribuição dos pontos rotulados pelo algoritmo sem as injunções epipolares (a) e com as injunções epipolares via volume do Paralelepípedo de <i>Matching</i> (b), para o par de imagens fct3_a/fct3_e	219
Figura 6.74 - Pontos rotulados sobrepostos as imagens do par fct3_a/fct3_e	219
Figura 6.75 - Rotações e componentes de base para o par fct3_a/fct3_e	219
Figura 6.76 - Linhas epipolares conjugadas sobrepostas às imagens do par fct3_a/fct3_e	220
Figura 6.77 - Linhas epipolares conjugadas sobrepostas às imagens do par fct3_c/fct3_d	220
Figura 6.78 - Linhas epipolares conjugadas sobrepostas às imagens do par fct3_c/fct3_e	221
Figura 6.79 - Comportamento das rotações e componentes de base para o par de imagens fct3_c/fct3_e, além do número de pontos rotulados	221
Figura 6.80 - Distribuição dos pontos de interesse medidos na imagem fct3_a	225

LISTA DE TABELAS E QUADROS

Quadro 2.1 - Quadro mostrando as transformações planas derivadas da transformação afim geral	32
Quadro 6.1 - Descrição dos principais aplicativos desenvolvidos	160
Tabela 6.1 - Relação de imagens com as respectivas rotações e posição do centro perspectivo (CP), geradas com o aplicativo PovRay®	162
Tabela 6.2 - Tabela sintetizando os resultados da calibração da câmara Kodak DC40	165
Tabela 6.3 - Parâmetros utilizados no processamento do par ctie/ctid, cujos resultados são mostrados nas Figuras 6.26 e 6.27	186
Tabela 6.4 - Rotação e componentes de base, obtidos pelo processo de calibração e pelo algoritmo de <i>matching</i> e orientação relativa proposto	194
Tabela 6.5 - Diferenças entre as componentes de base e rotação obtidos pelo processo proposto, comparados com os valores obtidos pela calibração	195
Tabela 6.6 - Parâmetros utilizados no processamento dos pares pc_1/ pc_4 e pc_2/ pc_4	201
Tabela 6.7 - Resumo do processamento dos pares do cenário composto pelas imagens fct2_a, fct2_b, fct2_c e fct2_d	208
Tabela 6.8 - Resumo do processamento dos pares formados usando as imagens reais fct1_a, fct1_b, fct1_c e fct1_d	216
Tabela 6.9 - Resumo do processamento das imagens sujeitas a rotação, convergência e diferenças de escala	222
Tabela 6.10 - Resultados obtidos pela autocalibração das imagens do último conjunto de imagens processado, bem como os resultados fornecidos pelo algoritmo automático proposto	224
Tabela 6.11 - Discrepâncias entre as rotações e componentes de base, com base nos dados da Tabela 6.10	225
Quadro A.1 – Descrição do conteúdo dos arquivos <i>MATCHING.DAT</i> , <i>GERAL.PAR</i> e <i>MTUNIX.PAR</i>	248
Quadro A.2 – Valores atribuídos aos parâmetros de controle presentes no arquivo <i>GERAL.PAR</i>	249
Quadro A.3 – Descrição dos parâmetros que devem ser definidos nos arquivos <i>PM.PAR</i> e <i>OR.PAR</i>	250
Quadro A.4 – Descrição do conteúdo dos arquivos de saída dos programas <i>MTUNIX</i> , <i>OR</i> , <i>PM</i> e <i>GERAL</i>	251
Tabela B.1 – Parâmetros utilizados nos arquivos <i>MTUNIX.PAR</i> e <i>PM.PAR</i> para o processamento das imagens sintéticas	254

Tabela C.1 - Parâmetros utilizados no processamento de alguns pares formados usando as imagens reais fct2_a, fct2_b, fct2_c e fct2_d	256
Tabela C.2 - Parâmetros utilizados no processamento de alguns pares utilizando as imagens fct1_a, fct1_b, fct1_c e fct1_d	257
Tabela C.3 - Parâmetros utilizados no processamento dos pares compostos pelas imagens fct3_a, fct3_b, fct3_c, fct3_d e fct3_e	258

CAPÍTULO 1

Introdução

Em áreas do conhecimento como Fotogrametria e Visão Computacional, o objetivo central é a obtenção de informações de natureza qualitativa e quantitativa dos objetos, a partir da análise de imagens. Para tanto, diversas técnicas estão disponíveis e têm sido exploradas. Independente da técnica considerada, elas podem ser enquadradas no conceito apresentado por Jain et al. (1995), o qual considera a visão, no contexto de Visão de Máquina, como sendo o somatório dos aspectos geométricos, de mensuração e de interpretação a partir de imagens. Esta idéia é sintetizada por esses autores ao considerar a seguinte igualdade:

$$\text{Visão} = \text{Geometria} + \text{Mensuração} + \text{Interpretação}.$$

Nessa expressão, estão explicitadas as etapas envolvidas no processo de obtenção de informações dos objetos, a partir de imagens, englobando o conhecimento da geometria do sensor e do processo de aquisição das imagens; a etapa de extração de informações de natureza geométrica e/ou radiométrica dos objetos presentes na cena; e a interpretação dessas informações. A Figura 1.1 ilustra a relação entre estes elementos, para um sistema típico de Visão de Máquina, segundo a concepção de Horn (1986).

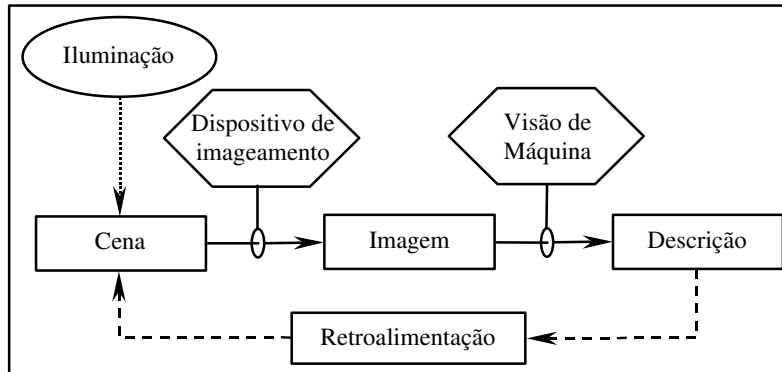


Figura 1.1 - Fluxograma mostrando as relações entre alguns elementos de um sistema de Visão de Máquina, adaptado de (HORN, 1986).

Embora a Figura 1.1 e a expressão anterior estejam inseridas no campo da Visão de Máquina, elas são bem adequadas, também, no contexto de Visão Computacional e de Fotogrametria. No caso da Visão Computacional, essa relação fica evidente ao se considerar o conceito apresentado por Haralick & Shapiro (1993), que definem a Visão Computacional como resultado da combinação de técnicas de Processamento de Imagens, Reconhecimento de Padrões e Inteligência Artificial, com o objetivo de realizar a análise de uma ou mais imagens por meio do computador.

No caso da Fotogrametria, é relevante lembrar a definição apresentada pela Sociedade Americana de Fotogrametria¹ como "Arte, ciência e tecnologia de obtenção de informação confiável sobre os objetos físicos, e do meio ambiente, através dos processos de gravação, medição e interpretação de imagens fotográficas e padrões de energia eletromagnética radiante e outras fontes". Pode-se observar, também nessa definição, os aspectos quantitativos que podem ser associados com a etapa de mensuração, e os qualitativos, relacionados à interpretação de imagens, de acordo como a expressão apresentada por Jain et al. (1995).

Apesar de algumas similaridades entre Visão Computacional e Fotogrametria, Strat (1994) ressalta as diferenças básicas entre estas duas áreas do conhecimento. Na

¹ Conceito apresentado em 1979 pela ASP - *American Society of Photogrammetry* (THOMPSON & GRUNER, 1980).

Fotogrametria a motivação principal é a necessidade da produção cartográfica, bem como a atualização dos produtos disponíveis, principalmente a partir de levantamentos aéreos. No caso da Visão Computacional o enfoque é prover o senso de visão em sistemas de Robótica. Considerando essas características, pode-se perceber que a automação de processos em Visão Computacional é evidente e até mesmo uma necessidade, principalmente no caso das aplicações em Robótica. No caso da Fotogrametria, o processo de automação não fica tão evidente, principalmente considerando-se o conceito clássico apresentado.

Para observar os aspectos de automação na Fotogrametria, é relevante lembrar o desenvolvimento por que tem passado esta área do conhecimento e observar suas diversas fases. Na fase analógica, que predominou entre 1900 até 1970, os feixes de raios eram materializados por hastes metálicas, responsáveis pela reconstrução do modelo estereoscópico nos equipamentos restituidores. Na fase analítica, predominante entre 1970 até 1990, os feixes de raios passam a ser representados por modelos matemáticos e a solução da reconstrução passa a ser analítica, embora a observação seja feita por operadores humanos. Posteriormente, a partir de 1990, inicia-se a fase digital, na qual os modelos matemáticos analíticos são aplicados às imagens na forma digital. Quando se passa a utilizar técnicas analíticas no processamento de imagens na forma digital, a automação de algumas tarefas, que era incipiente até então, passa a se desenvolver, contribuindo para agilizar algumas fases da produção cartográfica. Esse aspecto de automação na Fotogrametria fica explícito no conceito de Fotogrametria Digital apresentado por Haralick & Shapiro (1993), como sendo: "processamento computacional de imagens digitais sujeitas à projeção perspectiva, utilizando-se de técnicas Fotogramétricas analíticas, bem como outras técnicas computacionais, objetivando a interpretação automática das imagens". De fato, a possibilidade de automação de algumas tarefas é uma das principais razões do uso da Fotogrametria Digital (DOWMAN, 1996, p. 73).

Um dos elementos chave no processo de automação, tanto na Fotogrametria quanto na Visão Computacional, é a obtenção da correspondência (ou *matching*) de feições. Ao se referir a este processo, pode-se considerar tanto o estabelecimento de correspondência entre feições presentes em duas ou mais imagens; quanto a correspondência entre feições projetadas na imagem (espaço 2D) e um objeto do mundo real, ou um modelo

tridimensional do objeto. O primeiro caso é comum tanto na Fotogrametria quanto em Visão Computacional, uma vez que se trabalha, normalmente, com seqüência de imagens, e, uma vez conhecidas as feições correspondentes, e suas respectivas posições em duas ou mais imagens, além de elementos tais como a posição e orientação das câmaras, pode-se realizar a reconstrução da geometria 3D dos objetos presentes na imagem. No segundo caso, onde as feições projetadas no plano imagem são comparadas com modelos tridimensionais, têm-se reflexos importantes em Robótica e Visão de Máquina, principalmente em aplicações relacionadas ao controle de qualidade e inspeção a partir de imagens.

1.1 O problema de correspondência e a reconstrução da geometria 3D

A reconstrução da geometria dos objetos a partir de imagens pode ser realizada através de diversas técnicas, tratadas sob a designação genérica de *Shape from X*, como discutido por Aloimonos (1988), onde X se refere a uma técnica específica. Neste contexto, pode-se destacar *Shape from Shading*, *Shape from Contour*, *Shape from Texture*, *Shape from Motion*, e *Shape from Stereo*. De acordo com este autor, a solução do problema da reconstrução da geometria dos objetos, por uma destas técnicas, resulta na solução de um problema malposto (*ill-posed*). Especificamente no caso de *Shape from Stereo*, este autor destaca o importante, e também complexo, problema da correspondência estéreo (*stereo matching*). O problema de *matching*, também é qualificado como malposto (ou malcondicionado) por Heipke (1996, 1997) e essa afirmação é justificada pelo fato de que, dado um ponto numa imagem, o ponto correspondente ou homólogo na outra imagem pode: existir, não existir devido a problemas de oclusão ou ser ambíguo devido a eventuais padrões repetitivos e objetos transparentes. Adicionalmente, pode-se também considerar o problema de ruído nesse processo. Estas considerações, embora tenham sido feitas para feições pontuais, podem ser generalizadas para outros tipos de entidades tais como segmentos de reta, regiões, etc.

Assim, para que seja obtida uma solução única para o problema de correspondência, é necessária a inclusão de condições de contorno adequadas ao problema, restringindo o espaço de soluções. Tais condições de contorno variam de acordo com a técnica

considerada e, no caso de *Shape from Stereo* pode-se, por exemplo, utilizar como restrição o fato dos pontos homólogos se localizarem sobre linhas epipolares conjugadas.

Um dos problemas fundamentais, no caso de visão estéreo, é a determinação de feições correspondentes ou homólogas, para um ou mais pares de imagens, o que resumidamente consiste em fazer a associação da projeção de um objeto em uma dada imagem com a projeção do mesmo objeto sobre outra imagem, ou outras imagens. Esse problema, designado também por problema de correspondência, *matching*, ou *matching* de imagens (*image matching*), é um dos maiores desafios no processo de reconstrução, sendo considerado por alguns autores como o estágio mais importante da reconstrução (DHOND & AGGARWAL, 1989).

Em termos gerais, os algoritmos de correspondência podem ser classificados segundo critérios bem definidos (JONES, 1997; HEIPKE, 1997; MOUNT et al., 1999). Entre eles pode-se considerar:

- tipo de primitivas (feições ou entidades) utilizadas;
- modelo geométrico utilizado no mapeamento das primitivas entre as imagens;
- métrica(s) utilizada(s) para a obtenção da(s) similaridade(s) entre primitivas;
- método de otimização utilizado na solução do problema.

O tipo de primitiva, entidade ou feição considerada é um elemento importante utilizado na classificação dos algoritmos de *matching*. Na seqüência, são apresentadas algumas das abordagens adotadas na resolução deste problema, o que possibilita observar a diversidade de propostas apresentadas para a solução do problema de correspondência. Dentre as soluções, pode-se destacar: métodos baseados no uso de estruturas em árvores, nos quais as distâncias a vizinhos mais próximos são utilizadas na determinação da correspondência (LAVINE et al., 1983); relaxação baseada em medidas de posição, orientação, contraste, dentre outras (WANG et al., 1983); máximo *clique*, considerando o número máximo de triângulos de Delaunay correspondentes (OGAWA, 1986); rotulação por relaxação considerando distâncias relativas entre centros de massa de polígonos presentes em imagens orbitais (TON & JAIN, 1989); rotulação por relaxação utilizando

relações binárias e ternárias para padrões lineares e pontuais (LI, 1992); distâncias entre pontos utilizando uma métrica Gaussiana com solução baseada em autovetores (SHAPIRO & BRADY, 1992); correspondência de pontos usando um processo de acumulação baseado na forma de triângulos e na posição do centróide (SKEA et al., 1993); momentos invariantes à transformação afim (FLUSSER & SUK, 1994); correspondência baseada no conhecimento prévio da geometria dos objetos da cena (DEBEVEC et al., 1996); correspondência baseada numa estratégia hierárquica para o caso de imagens aéreas, no qual são usadas medidas de correlação (TANG & HEIPKE, 1996; TANG et al., 1996); no uso da Transformada de Hough para um espaço de parâmetros bidimensional envolvendo rotação e escala (CHANG et al., 1997) e no uso da Transformada de Hough Iterativa Modificada (HABIB & KELLEY, 2001), entre outros.

Na maioria das referências anteriores, os métodos apresentados são invariantes a translação, rotação e mudanças de escala, sendo importante realçar a diversidade de aplicações envolvidas. Embora a maioria dessas técnicas considere distorções locais, apenas algumas delas consideram explicitamente a projeção perspectiva (SKEA et al., 1993; DEBEVEC et al., 1996; TANG et al., 1996; TANG & HEIPKE, 1996; HABIB & KELLEY, 2001), sendo importante ressaltar que essa consideração não é necessária em algumas aplicações. Skea et al. (1993) considera que, no caso de conjuntos de pontos provenientes de imagens sujeitas à projeção perspectiva, alguma medida de forma, que seja invariante à projeção perspectiva é necessária. Debevec et al. (1996) utilizam imagens adquiridas com grandes bases, porém incorpora informações sobre a geometria 3D dos objetos imageados no algoritmo, o que reduz a complexidade da solução do problema de *matching*. Em Tang et al. (1996) e Tang & Heipke (1996), a projeção perspectiva também é levada em conta na solução do *matching*, sendo utilizadas imagens aéreas numa situação aproximadamente normal, ou seja, com os eixos ópticos aproximadamente paralelos e com pequenas rotações. Em Georgis et al. (1998), o problema da correspondência para base longa é resolvido, no entanto, é necessário conhecer previamente quatro pares de pontos coplanares correspondentes.

No caso de aplicações Aerofotogramétricas, nas quais as orientações das câmaras estão dentro de certos limites e o efeito da perspectiva não é tão acentuado, como em aplicações à curta distância, encontram-se trabalhos indicando a possibilidade da

automação da orientação. Tang & Heipke (1996) apresentam um procedimento para automatizar a orientação relativa e Heipke (1997) afirma que a automação das orientações interior, relativa e absoluta estão quase resolvidas. Esta afirmação não pode ser generalizada, como pode-se ver pela seguinte afirmação:

"For instance, in aerial triangulation standard overlap values are available, and rotation and scale differences usually do not exist or are at least approximately known. The same holds true for satellite imagery. Also in close-range applications rotation differences around the optical axis are not common. An image scale varying within the images, however, is a common issue in close-range applications, and complicates automatic relative orientation of these images considerably." (HEIPKE, 1997, p. 9-10).

Em Tang & Heipke (1996), feições pontuais são extraídas utilizando uma versão modificada do Operador de Moravec, sendo considerada uma estratégia hierárquica na solução do problema de correspondência. Nesse procedimento, as equações de colinearidade são usadas para encontrar a correspondência, utilizando um plano como uma aproximação inicial para a superfície. A partir dessa informação, bem como uma orientação relativa inicial, pode-se utilizar a distância entre cada ponto e a linha epipolar conjugada, juntamente com o coeficiente de correlação, como elementos para a escolha dos pares de pontos homólogos. Em Habib & Kelley (2001), a orientação relativa automática é estudada, para imagens aéreas em grande escala sobre áreas urbanas, sendo resolvida usando a Transformada de Hough Iterativa Modificada (MIHT), no qual os parâmetros de orientação relativa são recuperados.

Apesar da diversidade de métodos para a solução do problema de correspondência e da disponibilidade de Sistemas Fotogramétricos Digitais com recursos para automação da orientação relativa das imagens, como pode-se ver em Plugers (2000, 2001), ainda não existe garantia que a solução fornecida seja correta, especialmente em alguns casos apontados por Habib & Kelley (2001), sendo a dificuldade fundamental a identificação de pontos correspondentes.

Considerando os aspectos apresentados nesta seção e com base nas observações de Goshtasby & Le Moigne (1999) sobre a necessidade de pesquisas abordando aspectos

específicos desse problema; na colocação de Mohr & Wu (1998), de que a solução do problema de correspondência para bases longas, e portanto imagens convergentes, ainda é um problema em aberto; e nas dificuldades apontadas por Habib & Kelley (2001), a proposta desta pesquisa é formulada. Assim sendo, este trabalho aborda a questão da automação do processo de correspondência e orientação relativa para o caso de imagens em situações não normais, ou seja, sujeitas a uma certa convergência, rotação e eventuais diferenças de escala. Trata-se, portanto, de situações que comumente ocorrem em Visão Computacional e Fotogrametria à curta distância (*Close Range Photogrammetry*), sendo dada ênfase aos algoritmos de correspondência e determinação da orientação relativa.

1.2 Abordagem proposta

Conforme colocado no item anterior, a idéia central do presente trabalho é desenvolver e apresentar um método que visa contribuir para a solução automática do problema de correspondência, no qual a orientação não seja conhecida *a priori* e os parâmetros intrínsecos das câmaras, ou parâmetros de orientação interior (OI), sejam fornecidos a partir de um procedimento prévio de calibração. Para determinar a correspondência pretende-se utilizar, além das próprias imagens, primitivas pontuais extraídas das imagens como dados de entrada.

Partindo-se então do pressuposto de que informações de orientação do sensor não estão disponíveis *a priori* e informações referentes ao espaço objeto, tais como modelo dos objetos e profundidades, também não são utilizadas, considera-se o uso de um processo cooperativo, no qual o resultado do algoritmo de determinação dos parâmetros de orientação relativa fornece subsídios para a realização da correspondência e vice-versa. O processo é finalizado no momento em que os parâmetros de orientação são estabilizados, de acordo com um critério pré estabelecido. Uma visão simplificada da abordagem proposta é apresentada no fluxograma da Figura 1.2.

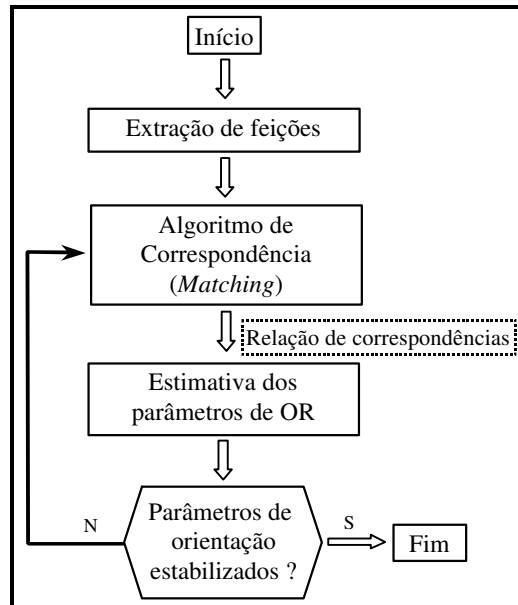


Figura 1.2 - Fluxograma simplificado mostrando o princípio do procedimento abordado neste trabalho.

Uma vez que no início do procedimento proposto não se dispõe de informações sobre a orientação relativa das câmaras e, numa segunda fase, esses parâmetros são estimados, o algoritmo de correspondência deve ser formulado de modo flexível, a ponto de permitir a incorporação de tais informações, à medida que sejam disponibilizadas. Assim, pretende-se aplicar métricas que sejam equivalentes à restrição do espaço de busca, eliminando a necessidade de obtenção das equações das linhas epipolares conjugadas. Uma vez que o uso isolado de algumas métricas não garante uma solução robusta para o problema da correspondência, a obtenção da correspondência deverá ser feita através do método de rotulação por relaxação, onde pretende-se utilizar múltiplas métricas, tanto no cálculo da similaridade quanto no cálculo da compatibilidade entre candidatos, de modo a minimizar o efeito do malcondicionamento, inerente à solução do problema de correspondência.

1.3 Caracterização da abordagem proposta em relação a métodos disponíveis na literatura

Ao comparar a abordagem proposta com a concepção apresentada em alguns trabalhos da literatura, pode-se observar pontos em comum, assim como diferenças relevantes.

Na abordagem apresentada em Hellwich et al. (1994), Tang et al. (1996), Tang & Heipke (1996), a automação da orientação relativa é tratada no contexto da Fotogrametria Digital, e portanto no desenvolvimento de Sistemas Fotogramétricos Digitais, sendo consideradas principalmente fotografias aéreas. Como pontos em comum, pode-se considerar a cooperação entre a orientação relativa e a determinação da correspondência entre pontos e o uso da correlação em pelo menos uma das etapas. As diferenças estão no contexto no qual se insere o trabalho proposto, que é o da Visão Computacional e Fotogrametria a Curta Distância, na qual se prevê a possibilidade de utilização de pares de imagens em situação não normal e, também, ao fato de não ser explorado o aspecto de hierarquia a partir do uso de pirâmide de imagens, no qual o processamento é realizado em diferentes níveis de resolução.

Comparando o trabalho de Zhang et al. (1994) e a abordagem proposta, pode-se considerar como pontos em comum: o estabelecimento de uma correspondência inicial, a determinação da estimativa da orientação e o estabelecimento da correspondência final utilizando as informações relativas à geometria epipolar. Além disso, ambas consideram o uso de uma métrica baseada em relações de distância e no uso do coeficiente de correlação para o cálculo das similaridades iniciais. Um aspecto diferente da abordagem proposta está relacionado com o uso de métricas como diferença de gradiente e de intensidade, além do coeficiente de correlação, no cálculo da similaridade inicial. Adicionalmente, são introduzidas duas métricas: uma baseada em relações angulares entre as primitivas em torno dos pontos candidatos, e outra no conceito de Paralelepípedo de *Matching* - PM, o qual permite a inclusão da informação da geometria epipolar na rotulação por relaxação, com base no volume desse paralelepípedo. Neste caso, não é necessária a obtenção das equações das linhas epipolares, nem as distâncias entre os pontos candidatos às possíveis linhas epipolares conjugadas, durante o algoritmo.

Um outro trabalho a ser destacado nessa linha que, além do uso da geometria epipolar, se preocupa em apresentar uma abordagem unificada dos problemas de *matching* de imagens, segmentação, reconhecimento de objetos e *motion*, é apresentado por Xu (1997). Neste trabalho, que também tem relação com o trabalho de Zhang et al. (1994), uma diferença básica é a preocupação com o aspecto de segmentação, além da correspondência. No trabalho de Xu (1997) é utilizada a Projeção Perspectiva Fraca (*Weak*

Perspective Projection), ao invés da projeção perspectiva, tornando a modelagem mais simples e permitindo tratar o problema na presença de múltiplos objetos sujeitos a movimentos rígidos.

1.4 Objetivo

O objetivo central deste trabalho consiste em desenvolver, implementar, aplicar e avaliar um algoritmo que permite a automação dos procedimentos de correspondência e orientação relativa para pares de imagens, admitindo-se a disponibilidade de primitivas pontuais, extraídas de modo independente e não rotuladas, para cada uma das imagens. Considerando que as métricas usadas isoladamente não são suficientes para garantir a robustez do procedimento de correspondência, propõe-se o uso de múltiplas métricas. Adicionalmente, admite-se o uso de imagens no qual se tenha a existência de rotações, convergência e eventuais diferenças de escala, ou seja, em situações críticas freqüentemente encontradas em aplicações à curta distância.

1.5 Estrutura do trabalho

O presente trabalho é dividido em sete capítulos. No primeiro capítulo o problema é exposto, sendo colocada a proposta de solução, assim como explicitado o objetivo. O segundo capítulo aborda o problema da correspondência e orientação relativa em Visão Computacional e Fotogrametria. A reconstrução da geometria 3D a partir de imagens é abordada no terceiro capítulo, enquanto no quarto capítulo apresenta-se a proposta de solução simultânea da correspondência e orientação relativa, detalhando-se os seguintes tópicos: a proposta de solução e o desenvolvimento de novas métricas. A implementação da proposta de solução, juntamente com alguns detalhes sobre a orientação relativa, métricas adicionais e critérios usados na obtenção da solução são tratados no capítulo cinco. No sexto capítulo são apresentados os aplicativos desenvolvidos, bem como os experimentos realizados com imagens sintéticas e reais, sendo feita uma análise dos resultados. Finalmente, no capítulo sete são feitas as considerações finais sobre o trabalho realizado, bem como as conclusões e recomendações baseadas nos resultados experimentais.

CAPÍTULO 2

O Problema de Correspondência e Orientação Relativa em Visão Computacional e Fotogrametria

Neste capítulo é apresentada a fundamentação teórica do problema de correspondência, sendo abordados os principais métodos de solução, bem como os fundamentos dos algoritmos de rotulação por relaxação. Além disso são apresentados alguns aspectos conceituais do procedimento de orientação relativa.

2.1 O problema de correspondência

O problema de correspondência ou *matching* em Visão Computacional e Fotogrametria pode ser definido como sendo a busca de entidades (pontos, linhas, regiões, etc) correspondentes entre duas, ou mais imagens, de um conjunto de imagens. A partir da obtenção da correspondência uma série de aplicações em Visão Computacional e Fotogrametria podem ser realizadas. Por esta razão ela é considerada uma etapa fundamental, uma vez que o sucesso deste processo é determinante para diversas aplicações.

Dentre as aplicações, a mais comum é a reconstrução da geometria 3D dos objetos por múltiplas imagens, cujo princípio básico é a triangulação dos pontos. Para isso é essencial ter a posição e orientação relativa das câmaras no instante da aquisição das

imagens, os parâmetros intrínsecos das câmaras e a posição de pontos correspondentes sobre as imagens consideradas.

Uma outra aplicação freqüentemente realizada é o registro de imagens, que consiste na sobreposição de imagens contíguas, de modo que haja uma sobreposição dos elementos comuns às imagens consideradas. Este processo normalmente é realizado em quatro fases, como descrito por Fonseca & Manjunath (1996):

- Seleção das entidades (pontos, linhas, etc.) comuns às imagens de referência e a imagem a ser registrada;
- Estabelecimento da correspondência entre as entidades;
- Obtenção dos parâmetros de uma transformação que permite o mapeamento entre as imagens envolvidas;
- Aplicação dos parâmetros obtidos na fase anterior, permitindo o registro das imagens. Nesta etapa normalmente é necessário a reamostragem de uma das imagens.

Como pode-se ver, o estabelecimento da correspondência é uma etapa essencial uma vez que a determinação dos parâmetros da transformação depende da etapa de estabelecimento da correspondência.

De acordo com Fonseca & Manjunath (1996) não se deve esperar que os métodos e os algoritmos de correspondência produzam resultados satisfatórios em todas as aplicações. Embora o princípio seja único, deve-se considerar no desenvolvimento dos métodos fatores como a diversidade dos sensores disponíveis, a geometria do processo de aquisição das imagens e a natureza e as características dos objetos presentes na cena. Deste modo estes fatores acabam por influenciar e a caracterizar as diversas soluções, como discutido por Dhond & Aggarwal (1989).

Para ilustrar a influência destes fatores são apresentados alguns exemplos na Figura 2.1.

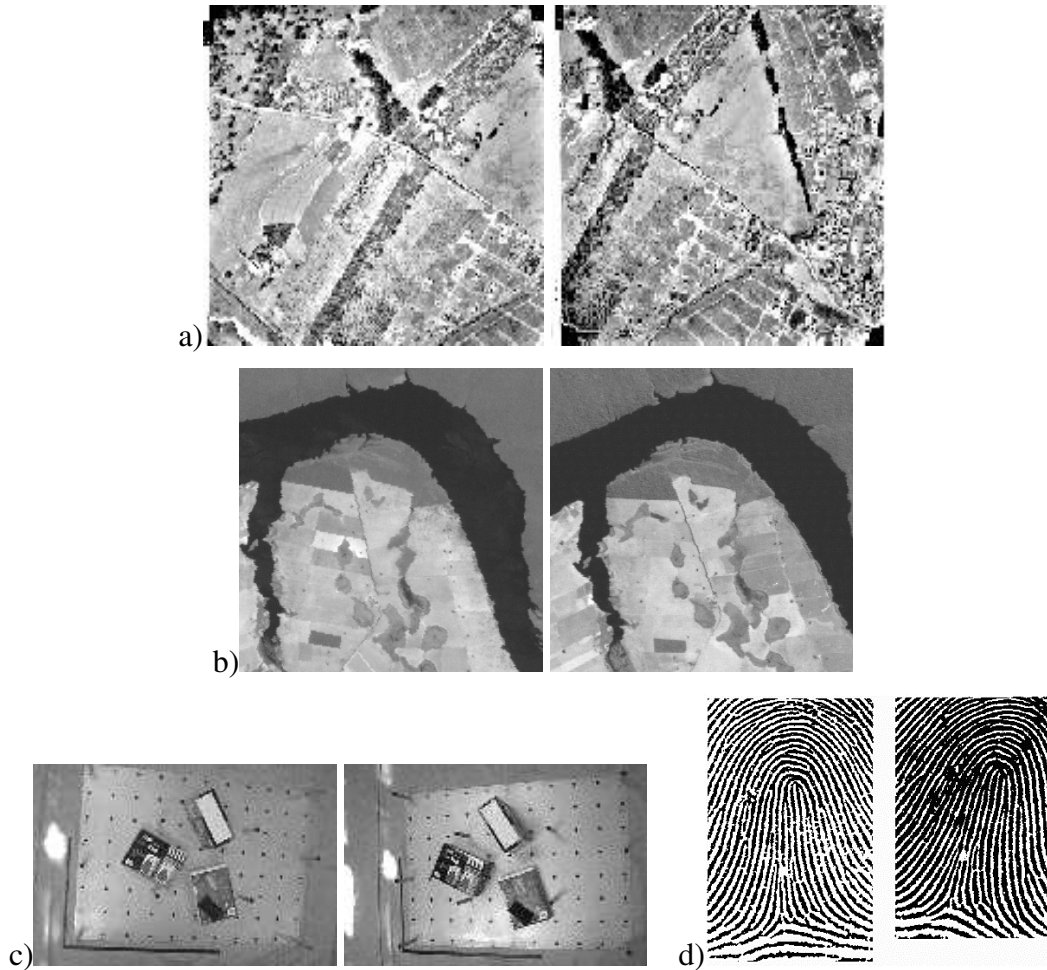


Figura 2.1 - Quatro pares de imagens: (a) imagens aéreas utilizadas em Fotogrametria; (b) dois segmentos de imagens de satélites de recursos naturais adquiridas com o sensor TM (*Thematic Mapper*); (c) pares de imagens usadas em aplicações a curta distância e (d) um par de imagens com impressões digitais.

Observando estes exemplos de imagens pode-se notar que nos pares 2.1a e 2.1b, o efeito provocado pela mudança do ponto de vista não é tão visível quanto no par 2.1c. Designando a distância sensor-objeto por d_{SO} , a altura dos objetos presentes na cena por h e a separação (ou base) entre os sensores por B , pode-se observar que para os pares 2.1a e 2.1b as razões h/d_{SO} e B/d_{SO} são pequenas, o que não acontece com o par 2.1c. Neste último, o efeito provocado pela mudança do ponto de vista e rotação é mais acentuado, podendo-se notar inclusive o problema de oclusão de algumas faces. No quarto par (2.1d) têm-se imagens na qual não ocorre oclusão provocada pela mudança do ponto de vista. No entanto, têm-se feições não rígidas, ou seja, sujeitas a deformação.

Portanto, por esses poucos exemplos, pode-se imaginar que a solução do problema de correspondência ou *matching*, para cada um dos casos, deve ser diferenciada. Assim, na solução da correspondência para o par 2.1d não seriam adequadas injunções epipolares, como nos pares 2.1a, 2.1b e 2.1c por exemplo. No caso do par 2.1c, tanto a mudança do ponto de vista quanto as rotações fazem com que o problema da perspectiva se acentue, o que dificulta a solução. É relevante notar que embora no par 2.1b não se tem diferenças provocadas pela modificação do ponto de vista, tem-se diferenças nítidas nas respostas dos alvos, provocadas por fatores temporais devido a aquisição das cenas em diferentes épocas.

Em função da diversidade de aspectos que podem ser considerados, e portanto de possíveis soluções, é importante a classificação dos métodos de correspondência. Por estas razões pode-se pensar em caracterizar os métodos levando em conta fatores tais como: tipo de primitiva utilizada; modelo geométrico utilizado no mapeamento das primitivas entre as imagens; métricas utilizadas na medida de similaridade e método de busca da solução ótima, como discutido em Heipke (1997), Jones (1997), e Mount et al. (1999).

A classificação encontrada com maior frequência leva em conta o tipo de primitiva utilizada, sendo feita a divisão em duas grandes categorias. Nesta classificação normalmente se consideram:

- valores dos níveis de cinza (ou tons de cinza) dos pixels em sub-imagens das imagens utilizadas;
- características de entidades de interesse tais como pontos (quinas, alvos, centros de massa de alvos circulares), feições retas, contornos, polígonos, etc.

Como pode ser visto em Dhond & Aggarwal (1989); Zhang et al. (1994); Heipke (1996) e Do et al. (1998), as duas categorias de primitivas dão origem a duas categorias de algoritmos de correspondência:

- Correspondência baseada em áreas (*area-based methods* ou *template matching*)

O princípio dos métodos baseados em áreas consiste na obtenção de pontos correspondentes a partir da análise da correlação entre os níveis de cinza de subimagens das imagens disponíveis. Para tanto podem ser utilizadas diversas funções de correlação no processamento. Em função deste princípio as denominações "*matching* por correlação" ou "correlação de imagens" são também empregadas.

- Correspondência baseada em características ou atributos (*feature-based² methods* ou *feature matching*)

Os métodos baseados em características ou atributos constituem uma classe mais abrangente, no qual os valores de brilho não são utilizados diretamente e sim as primitivas obtidas a partir das imagens. Uma vez extraídas as primitivas pode-se associar atributos a cada uma delas e, além disso, pode-se obter relações entre primitivas. Definidos os atributos das primitivas, bem como as relações entre os atributos, a imagem pode ser representada na forma de um grafo, no qual as seguintes associações podem ser feitas:

Primitivas da imagem \Leftrightarrow Nós

e

Relações entre primitivas \Leftrightarrow Arcos.

A Figura 2.2 ilustra a relação entre estes elementos.

² É relevante ressaltar que embora tenha-se utilizado característica ou atributo como sinônimo para o termo inglês *feature*, pode-se encontrar em algumas referências a denominação feição ou entidade, o que não prejudica o entendimento do conceito.

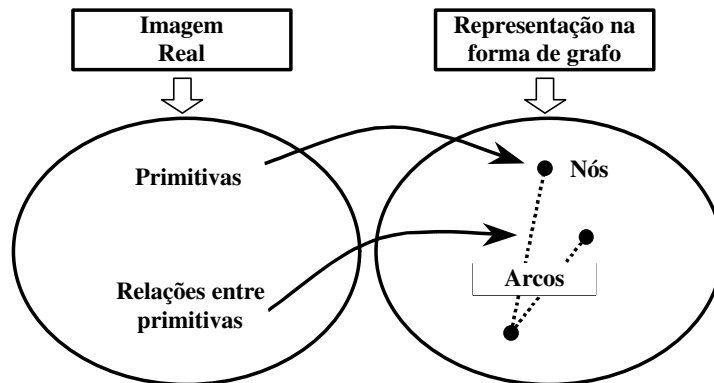


Figura 2.2 - Relação entre as primitivas de uma imagem e de um grafo.

Deste modo, para resolver este problema, técnicas como busca em árvores, relaxação, etc, são normalmente utilizadas.

Esta segunda categoria de métodos de correspondência (baseada em características ou atributos) engloba uma gama maior de métodos e, em termos gerais, pode-se dizer que a imagem passa a ser representada por uma descrição relacional. Assim, termos como correspondência estrutural (WANG, 1996), correlação estrutural (DAL POZ, 1996), ou correspondência relacional (HEIPKE, 1996; DAL POZ et al., 1996) também são utilizados.

2.2 Correspondência ou *Matching* baseado em área

Como foi mencionado anteriormente nos métodos de correspondência baseados em área, são utilizados os níveis de cinza de subimagens, sendo uma das subimagens considerada como referência e outra de pesquisa. Assim, dada uma subimagem da imagem de referência (I_r), no qual se tem um alvo de interesse, se este alvo estiver presente na imagem de pesquisa (I_p) pode-se fazer a correlação entre a janela que contém o alvo, com todas subimagens de I_p e, por comparação, obter a mais similar.

Por este conceito fica implícito que é necessário definir uma função que quantifica o nível de similaridade entre as janelas. Do modo como foi definida acima, a comparação é feita entre uma subimagem de referência (S_{I_r}), com todas as subimagens de I_p , o que torna o processamento demorado e com o grande risco de se ter ambigüidade, caso haja mais de um alvo com a mesma resposta espectral da subimagem de referência. Assim, uma alternativa é

diminuir o espaço de busca, ou de pesquisa, podendo-se considerar não toda a imagem I_p , mas uma subimagem, representada por S_{I_p} e denominada subimagem de pesquisa.

As imagens (ou subimagens) utilizadas na correlação podem ser caracterizadas como sinais bidimensionais discretos e diversas funções podem ser utilizadas na comparação destes sinais, sendo estas funções denominadas funções de correlação (YANNIRIS, 1974; STRAUCH, 1991). Dentre as funções, pode-se citar, por exemplo: função erro, função erro quadrático, função quociente, função correlação cruzada e função covariância cruzada. Independente da função utilizada deve-se comparar a subimagem S_{I_r} , de dimensão $C_r \times L_r$ (C_r colunas e L_r linhas), com todas as subimagens de S_{I_p} . A Figura 2.3 mostra as imagens I_r e I_p , bem como duas subimagens selecionadas.

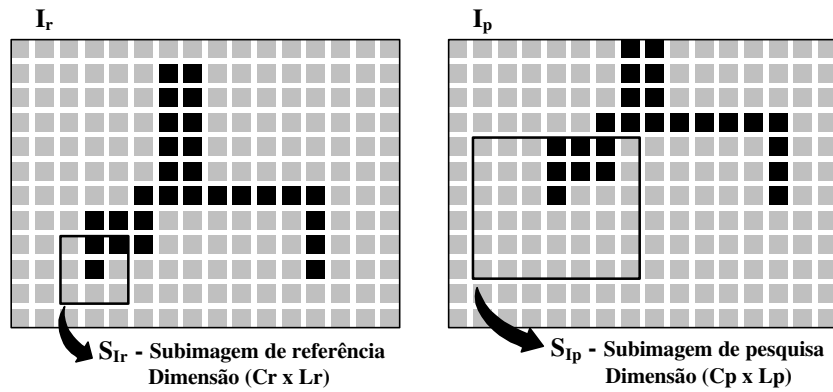


Figura 2.3 - Imagens de entrada (I_r e I_p) e as subimagens de referência (S_{I_r}) e pesquisa (S_{I_p}), utilizadas no algoritmo de correspondência baseado em áreas.

Considerando que S_{I_p} tenha dimensão $C_p \times L_p$, o número de subimagens de L_r linhas em S_{I_p} pode ser calculado por $(L_p - L_r + 1)$ e analogamente para colunas $(C_p - C_r + 1)$. Portanto, se $C_r = C_p$ e $L_r = L_p$ o número de combinações será 1. Caso $C_p > C_r$ e $L_p > L_r$ ter-se-á que procurar pela combinação mais semelhante dentre as $(C_p - C_r + 1)(L_p - L_r + 1)$ possíveis. Utilizando (α, β) como variáveis para indicar a linha e coluna de cada subimagem de S_{I_p} , deve-se ter $\alpha \in \{1, 2, \dots, L_p - L_r + 1\}$ e $\beta \in \{1, 2, \dots, C_p - C_r + 1\}$, como mostra a Figura 2.4.

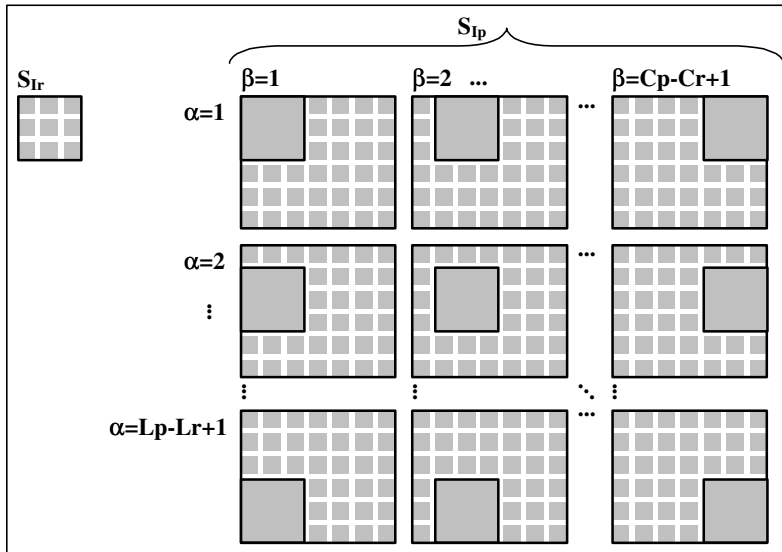


Figura 2.4 - Esquema mostrando as possíveis combinações entre S_r e S_{ip} .

2.2.1 Funções para a medida de correlação

Nesta seção são apresentadas algumas medidas de correlação, ou funções de correlação segundo Yanniris (1974), sendo mostrada a formulação, bem como os pontos relevantes de cada uma delas.

Função erro (F_{erro})

Para todo (α, β) com $\alpha \in \{1, 2, \dots, L_p - L_r + 1\}$ e $\beta \in \{1, 2, \dots, C_p - C_r + 1\}$ a função erro³ pode ser calculada por

$$F_{\text{erro}}(\alpha, \beta) = \frac{1}{L_r \cdot C_r} \sum_{i=0}^{L_r-1} \sum_{j=0}^{C_r-1} |g_r(i, j) - g_p(i + \alpha, j + \beta)|, \quad (2.1)$$

onde $g_r(i, j)$ e $g_p(i, j)$ correspondem aos valores dos tons cinza para as subimagens S_r e S_{ip} , respectivamente.

³ Manteve-se a denominação utilizada na referência (YANNIRIS, 1974), embora 'diferença absoluta' ou 'erro absoluto' sejam empregados.

A função erro é a mais simples e uma vez calculados os valores da função 2.1, para todos os possíveis valores de α e β , a posição homóloga procurada corresponderá ao par (α', β') para o qual F_{erro} seja um mínimo, ou seja:

$$(\alpha', \beta') = \{(\alpha, \beta) \mid F_{\text{erro}}(\alpha, \beta) \rightarrow \min, \forall (\alpha, \beta)\}.$$

Na realidade, quanto maior a resposta da função 2.1 menor será a similaridade, por esta razão alguns autores se referem a esta função como uma função que mede a não correspondência (*mismatch*) entre as janelas (SCHALKOFF, 1989). No caso de regiões monotônicas a função erro não falha, no entanto, se houver uma diferença de brilho entre as janelas S_{I_r} e S_{I_p} ela é afetada (YANNIRIS, 1974).

Função erro quadrático (F_{eq})

Para todo (α, β) com $\alpha \in \{1, 2, \dots, L_p - L_r + 1\}$ e $\beta \in \{1, 2, \dots, C_p - C_r + 1\}$ a função erro quadrático pode ser calculada por

$$F_{\text{eq}}(\alpha, \beta) = \frac{1}{L_r \cdot C_r} \sum \sum [g_r(i, j) - g_p(i + \alpha, j + \beta)]^2. \quad (2.2)$$

Esta função foi escrita omitindo-se os limites do somatório, devendo-se considerar os mesmos limites da Equação 2.1. A solução da correspondência utilizando esta função, é dada por:

$$(\alpha', \beta') = \{(\alpha, \beta) \mid F_{\text{eq}}(\alpha, \beta) \rightarrow \min, \forall (\alpha, \beta)\}.$$

Assim como na função 2.1, quanto maior for o resultado da função 2.2, menor será similaridade entre as janelas. Desenvolvendo o segundo membro da expressão 2.2 pode-se escrever $(L_r \cdot C_r) F_{\text{eq}}(\alpha, \beta) = \sum \sum g_r^2(i, j) - 2 \sum \sum g_r(i, j) g_p(i + \alpha, j + \beta) + \sum \sum g_p^2(i + \alpha, j + \beta)$. Uma vez fornecida a janela de referência, o termo $\sum \sum g_r^2$ será constante e o termo $\sum \sum g_p^2$ modificará conforme α e β variem. Pode-se notar que quanto maior for a parcela $\sum \sum g_r(i, j) g_p(i + \alpha, j + \beta)$, menor será a resposta da função 2.2 e portanto maior será a similaridade. A partir desta idéia surge a função correlação cruzada (YANNIRIS, 1974; JAIN et al., 1995) ou correlação não normalizada (SCHALKOFF, 1989), como uma medida de similaridade.

Função correlação cruzada (F_{CorC})

Para todo (α, β) , como definido no início desta seção, a função correlação cruzada pode ser calculada por

$$F_{CorC}(\alpha, \beta) = \frac{1}{L_r \cdot C_r} \sum \sum g_r(i, j) g_p(i + \alpha, j + \beta). \quad (2.3)$$

Diferente das funções anteriores, a solução procurada é encontrada quando 2.3 assumir o valor máximo, ou seja,

$$(\alpha', \beta') = \{(\alpha, \beta) | F_{CorC}(\alpha', \beta') \rightarrow \max, \forall (\alpha, \beta)\}.$$

Algumas funções, consideradas como variantes da Equação apresentada em 2.3, podem ser definidas pela modificação da constante $(L_r \cdot C_r)$. Em geral elas recebem a denominação função covariância cruzada normalizada (*normalized cross correlation function*). Como referências para algumas destas variantes sugere-se Schalkoff (1989), Jain et al. (1995) e Fonseca & Manjunath (1996). Independente do denominador utilizado, quando as regiões analisadas são monotônicas, estas funções não fornecem resultados adequados (YANNIRIS, 1974). Para evitar este problema deve-se, antes do produto, reduzir dos valores de $g_r(i, j)$ e $g_p(i + \alpha, j + \beta)$ os respectivos valores médios de cada janela, dando origem à função covariância cruzada.

Função covariância cruzada (F_{CovC})

Para todo (α, β) , com $\alpha \in \{1, 2, \dots, L_p - L_r + 1\}$ e $\beta \in \{1, 2, \dots, C_p - C_r + 1\}$, a função covariância cruzada pode ser calculada por

$$F_{CovC}(\alpha, \beta) = \frac{1}{L_r \cdot C_r} \sum \sum [g_r(i, j) - \bar{g}_r] [g_p(i + \alpha, j + \beta) - \bar{g}_p(\alpha, \beta)], \quad (2.4)$$

sendo \bar{g}_r e $\bar{g}_p(\alpha, \beta)$ os valores médios dos tons de cinza das subimagens, que podem ser obtidos por:

$$\bar{g}_r = \frac{1}{L_r \cdot C_r} \sum \sum g_r(i, j) \quad (2.5)$$

e

$$\bar{g}_{p(\alpha,\beta)} = \frac{1}{L_r.Cr} \sum \sum g_p(i + \alpha, j + \beta) \quad (2.6)$$

Analogamente à função correlação cruzada, a obtenção da região correspondente para a função covariância cruzada é obtida pelo máximo de 2.4, ou seja

$$(\alpha', \beta') = \{(\alpha, \beta) \mid F_{CovC}(\alpha', \beta') \rightarrow \max, \forall (\alpha, \beta)\}.$$

Esta função é largamente utilizada e não apresenta o inconveniente das anteriores. Para que a resposta fornecida pela função esteja num intervalo pré-definido pode-se fazer uma normalização da função covariância cruzada, obtendo-se o coeficiente de correlação.

Coeficiente de Correlação (ρ)

O coeficiente de correlação pode ser obtido pela normalização da função 2.4 sendo escrita por:

$$\rho(\alpha, \beta) = \frac{\sum \sum [g_r(i, j) - \bar{g}_r] [g_p(i + \alpha, j + \beta) - \bar{g}_{p(\alpha, \beta)}]}{\sqrt{\sum \sum [g_r(i, j) - \bar{g}_r]^2 \sum \sum [g_p(i + \alpha, j + \beta) - \bar{g}_{p(\alpha, \beta)}]^2}}. \quad (2.7)$$

Analogamente à função covariância cruzada, o maior valor de $\rho(\alpha, \beta)$ corresponderá à região de maior similaridade e devido à normalização, o coeficiente de correlação estará no intervalo [-1,1]. O intervalo de variação desta função pode ser intuitivamente verificado utilizando a interpretação geométrica do coeficiente de correlação apresentado por Nogueira (1998), como sendo o coseno do ângulo formado entre dois vetores. Devido ao fato do coeficiente de correlação não ser sensível à mudança de amplitude, ele é largamente empregado na prática (GONZALEZ & WOODS, 1993).

Função Quociente (F_q) e Quociente Modificada (F_{qm})

A função quociente pode ser calculada por

$$F_q(\alpha, \beta) = \frac{1}{L_r.Cr} \sum \sum \frac{g_p(i + \alpha, j + \beta)}{g_r(i, j)}, \quad (2.8)$$

com $\alpha \in \{1, 2, \dots, L_p - L_r + 1\}$, $\beta \in \{1, 2, \dots, C_p - C_r + 1\}$ e $g_r(i,j) \neq 0$ para todo i e j . Num caso ideal a posição da subimagem homóloga ocorrerá quando a função assumir o valor 1, mas numa situação real a posição homóloga será obtida considerando a seguinte condição:

$$(\alpha', \beta') = \{(\alpha, \beta) \mid |F_q(\alpha', \beta') - 1| \rightarrow \min, \forall (\alpha, \beta)\}.$$

Esta função tem as mesmas desvantagens da função correlação cruzada, por isso a função quociente modificada é introduzida:

$$F_{qm}(\alpha, \beta) = \frac{1}{L_r \cdot C_r} \sum \sum \frac{\max[g_r(i, j), g_p(i + \alpha, j + \beta)]}{\min[g_r(i, j), g_p(i + \alpha, j + \beta)]}, \quad (2.9)$$

sendo a posição de interesse obtida por

$$(\alpha', \beta') = \{(\alpha, \beta) \mid F_{qm}(\alpha', \beta') \rightarrow \min, \forall (\alpha, \beta)\}.$$

Para mais detalhes sobre funções de correlação sugere-se (YANNIRIS, 1974; WALKER, 1973; STRAUCH, 1991; e NOGUEIRA, 1998).

2.2.2 Refinamento da correlação pelo Método dos Quadrados Mínimos⁴

O resultado do procedimento de busca de subimagens correspondentes, ou homólogas, obtido por uma das medidas anteriormente descritas, não garante que as subimagens encontradas sejam idênticas, a menos que se tenha uma condição ideal, tanto em termos radiométrico quanto geométrico. Numa situação real alguns fatores contribuem para esta diferença, podendo-se destacar, de acordo com Ackermann (1984):

- A radiação proveniente de um objeto depende da iluminação e da direção espacial;

⁴ No Brasil, as denominações Método dos Quadrados Mínimos (MQM) e Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) são usuais para se referir ao *Least Square Method* (LSM). Nas referências Lugnani (1987), Gemael (1994), Andrade (1998) e Dalmolin (2002), por exemplo, é usual a denominação MMQ.

- Degradação da atmosfera (no caso de imagens aéreas) e da câmara;
- Diferenças no processamento fotográfico (no caso do uso de câmaras que utilizam uma emulsão fotográfica como superfície sensível);
- Possíveis diferenças de intensidade no caso de imagens digitalizadas por *scanners*, ou microdensitômetros;
- Diferentes orientações das câmaras e distorções inerentes à perspectiva da imagem;
- Deslocamento devido ao relevo;
- Distorções da imagem.

Como pode ser notado, os quatro primeiros fatores afetam predominantemente a radiometria, e os restantes, a geometria. Justamente devido a estes problemas é que numa situação real não se obtém necessariamente uma correspondência exata e sim a "mais semelhante". Deste modo, um refinamento com qualidade subpixel pode ser utilizado, devendo-se levar em conta no modelo, tanto parâmetros de natureza geométrica quanto radiométrica (ACKERMANN, 1984; PERLT, 1984; STRAUCH, 1991; AGOURIS & SCHENK, 1992).

Após a etapa da obtenção da subimagem de S_{Ip} mais similar à subimagem S_{Ir} , através de uma das medidas descritas na Seção 2.2.1, obtêm-se duas subimagens de dimensão CrxLr. Designando (x_r, y_r) e (x_p, y_p) como sendo a posição de um pixel na imagem de referência (S_{Ir}) e pesquisa (S_{Ip}), os respectivos tons de cinza serão representados por $g_r(x_r, y_r)$ e $g_p(x_p, y_p)$. Numa situação ideal a correspondência seria perfeita e a diferença de tom de cinza ($g_r - g_p$) seria nula para todos os Cr.Lr elementos. Num caso real pode-se associar um erro ($e(x, y)$) a cada ponto, como mostrado na Figura 2.5.

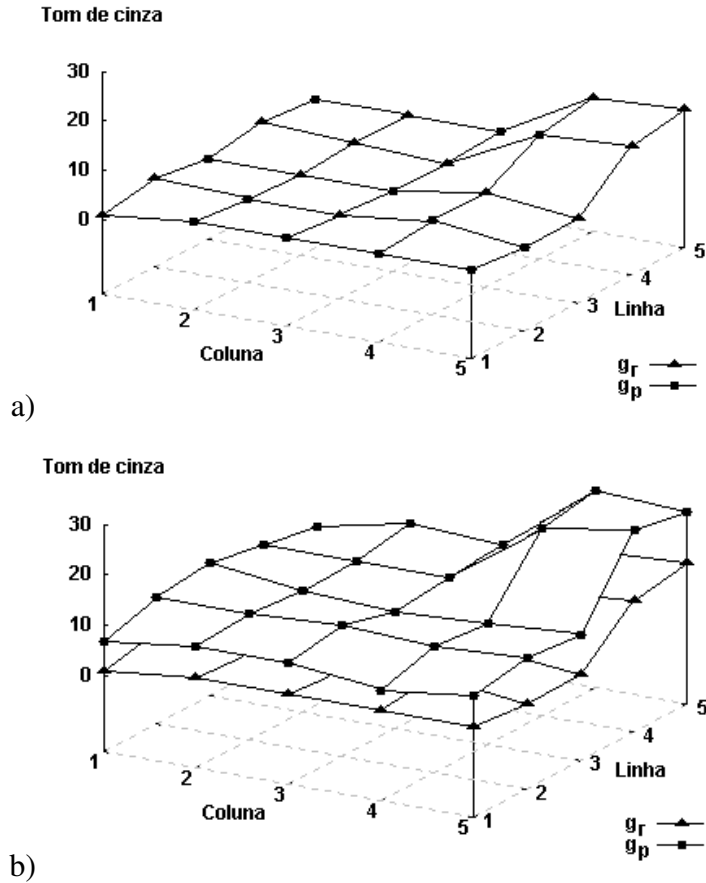


Figura 2.5 - (a) Exemplo no qual as subimagens de referência e a correspondente se sobrepõem, e exemplo de uma situação real onde fatores radiométricos e geométricos afetam a correspondência (b).

O princípio do procedimento do refinamento por mínimos quadrados consiste em minimizar a função erro, escrita por

$$g_r(x_r, y_r) - g_p(x_p, y_p) = e(x, y), \quad (2.10)$$

considerando que as coordenadas (x_r, y_r) e (x_p, y_p) se relacionam por uma transformação afim

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_4 & p_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

e onde os valores dos tons de cinza são relacionados pelo seguinte modelo

$$\bar{g}_r(x_r, y_r) = r_0 + r_1 \bar{g}_p(x_p, y_p), \quad (2.12)$$

sendo r_0 e r_1 a diferença de brilho e o contraste, respectivamente (GRÜN, 1996).

Escrevendo a Equação 2.10 na forma

$$g_r(x_r, y_r) - e(x, y) = g_p(x_p, y_p) \quad (2.13)$$

e considerando que as coordenadas (x_p, y_p) se relacionam com as coordenadas (x_r, y_r) pela transformação 2.11, pode-se linearizar o modelo 2.13 da seguinte forma:

$$g_r(x_r, y_r) - e(x, y) = g_p^0(x_p, y_p) + \frac{\partial g_p^0(x_p, y_p)}{\partial x_p} dx + \frac{\partial g_p^0(x_p, y_p)}{\partial y_p} dy. \quad (2.14)$$

A partir de 2.11 pode-se observar que o diferencial dx depende de p_0, p_1 e p_2 e o diferencial dy de p_3, p_4 e p_5 , podendo-se escrever:

$$dx = \frac{\partial x}{\partial p_0} dp_0 + \frac{\partial x}{\partial p_1} dp_1 + \frac{\partial x}{\partial p_2} dp_2 = dp_0 + x_r dp_1 + y_r dp_2 \quad (2.15)$$

e

$$dy = \frac{\partial y}{\partial p_3} dp_3 + \frac{\partial y}{\partial p_4} dp_4 + \frac{\partial y}{\partial p_5} dp_5 = dp_3 + x_r dp_4 + y_r dp_5. \quad (2.16)$$

Incluindo no modelo 2.14 os diferenciais dados por 2.15 e 2.16, bem como os parâmetros correspondentes ao brilho e contraste, pode-se escrever

$$\begin{aligned} g_r(x_r, y_r) - e(x, y) = & g_p^0(x_p, y_p) + \\ & \frac{\partial g_p^0(x_p, y_p)}{\partial x_p} (dp_0 + x_r dp_1 + y_r dp_2) + \\ & \frac{\partial g_p^0(x_p, y_p)}{\partial y_p} (dp_3 + x_r dp_4 + y_r dp_5) + \\ & r_0 + r_1 g_p^0(x_p, y_p) \end{aligned} \quad (2.17)$$

A partir deste modelo pode-se escrever os vetores \vec{X}_a , \vec{L} e \vec{L}_0 , bem como as matrizes A e N correspondentes ao Método dos Quadrados Mínimos (ou Método dos Mínimos Quadrados), como apresentado em Grün (1996), podendo-se obter os parâmetros radiométricos (r_0 e r_1) e geométricos (p_0, p_1, p_2, p_3, p_4 e p_5). Uma vez conhecidos estes

parâmetros, para obter a posição de um determinado pixel na imagem g_p , correspondente a um pixel da imagem de referência, basta aplicar o modelo dado por 2.11.

No modelo apresentado são incluídos tanto parâmetros geométricos quanto radiométricos e uma formulação alternativa é apresentada em Agouris & Schenk (1992), no qual se consideram apenas os parâmetros geométricos no ajustamento. Esta simplificação é possível devido a realização de um pré-processamento no qual é feita a equalização dos valores da média e variância dos tons de cinza das janelas utilizadas. Assim, no refinamento pelo MQM, apenas os parâmetros de natureza geométrica são incluídos. Para mais detalhes sobre o refinamento com precisão de subpixel, a partir do Método dos Quadrados Mínimos, sugere-se Ackermann (1984), Perlt (1984), Strauch (1991), Agouris & Schenk (1992) e Grün (1996).

Um fator relevante que deve ser lembrado, além da impossibilidade de obtenção de pontos correspondentes em regiões homogêneas, se refere à influência de efeitos como rotação e diferenças de escala entre as imagens. Neste casos, a determinação da correspondência por métodos baseados em áreas é afetada. Para os casos em que não se têm rotações e no qual a escala seja mantida, pode-se aplicar este procedimento de correspondência baseada em áreas para toda a região de sobreposição das imagens, obtendo uma malha com uma alta densidade de pontos correspondentes, podendo-se assim produzir uma detalhada representação da superfície, por meio de um mapa de elevação da cena, ou um Modelo Digital de Terreno⁵ (caso a superfície imageada seja uma porção da superfície terrestre).

2.3 Correspondência baseada em atributos

A classificação dos algoritmos de correspondência, apresentada na Seção 2.1, é considerada por alguns autores como aproximada ou preliminar. Esta classificação considera que as técnicas que utilizam subimagens como primitivas dão origem aos

⁵ Em algumas referências é feita a diferenciação entre Modelo Digital do Terreno (**DTM** - *Digital Terrain Model*) e Modelo Digital de Elevação (**DEM** - *Digital Elevation Model*). Este último normalmente se refere ao modelo de elevação da superfície topográfica, sem considerar os elementos naturais ou construídos pelo Homem, que estão sobre esta superfície. Referências sugeridas: ISM (1997) e Andrade (1998).

métodos de correspondência baseados em área, e os demais, aos métodos baseados em atributos. No entanto, nesta segunda categoria tem-se uma grande diversidade de soluções, de modo que a classificação e a sistematização se tornam difíceis.

Esta diversidade de solução se deve, dentre outros fatores, à diversidade de primitivas que podem ser utilizadas. Independente das primitivas utilizadas, a extração das posições destas primitivas pode ser feita usando abordagens automáticas, semi-automáticas ou manual.

Dentre as diversas primitivas, as feições retas tem sido utilizadas em algumas aplicações, tanto em Visão Computacional quanto em Fotogrametria. No caso específico de aplicações voltadas para Fotogrametria Dal Poz (1996) relaciona algumas vantagens do uso deste tipo de primitiva:

- em alguns tipos de imagem as feições retas aparecem em abundância (imagens aéreas de regiões urbanas, por exemplo);
- são perenes;
- não existe a necessidade de correspondência ponto a ponto para a obtenção de alguns parâmetros que descrevem as retas;
- podem ser detectadas por métodos manuais, semi-automáticos e automáticos;
- os parâmetros de orientação podem ser obtidos com precisão subpixel;
- as feições retas podem ser agrupadas segundo uma estrutura relacional.

Segundo Jones (1997), normalmente as feições retas são menos numerosas do que pontos e são ideais para o estabelecimento de atributos que envolvam relações tais como comprimento, largura, tons de cinza dos pixels adjacentes e contraste. De acordo com este mesmo autor, o uso de entidades mais complexas geralmente apresentam dois pontos positivos. Um deles é a frequência de ocorrência relativamente pequena, o que resulta num menor tempo de processamento. O segundo é a possibilidade de extração de um rico conjunto de atributos descritivos que faz com que o número de candidatos seja reduzido, aumentando a velocidade do algoritmo.

Considerando este ponto de vista e analisando as seis características descritas por Dal Poz (1996), pode-se notar que para alguns autores a abundância de entidades, no caso feições retas, é um fator vantajoso e para outros é um fator limitante. Este antagonismo é um indicador da dificuldade de solução do problema de correspondência e provavelmente está relacionado com o tipo de aplicação em foco, bem como as características das imagens em uso.

Além de feições retas, as feições pontuais são largamente utilizadas. Dentre algumas das características deste tipo de feição pode-se considerar: geralmente são abundantes; perenes; as posições podem ser estimadas com precisão subpixel; podem ser detectados por métodos manuais, semi-automáticos e automáticos; e podem ser obtidas relações entre pontos.

Uma característica interessante a favor do uso de feições lineares, é a não necessidade de se estabelecer correspondência ponto a ponto, que logicamente não ocorre com entidades pontuais. Por outro lado, um fator relevante e poucas vezes lembrado, é o fato de que a única entidade que não se degenera ao ser projetado é o ponto. Ou seja, dependendo da posição relativa entre uma feição linear e o plano de projeção, a feição linear poderá continuar sendo uma feição linear ou se degenerar em um ponto. No caso de regiões a situação é análoga, podendo ser projetada em uma região com a mesma forma, com forma diferente ou até num segmento de reta, como ilustra a Figura 2.6.

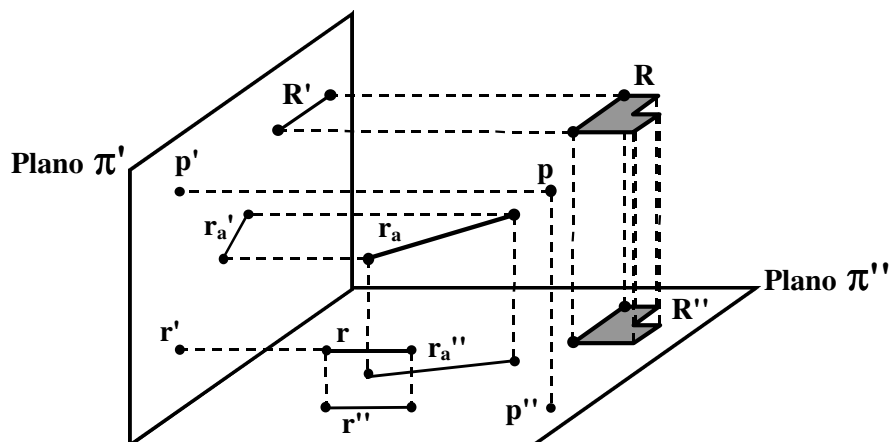


Figura 2.6 - Planos π' e π'' bem como as respectivas projeções ortogonais de um ponto p ; dos segmentos de reta r e r_a ; e da região (R) .

Como mostrado na Figura 2.6, pode-se ter diferentes situações ao fazer a projeção de segmentos de retas e regiões. Dependendo da disposição da reta em relação ao plano de projeção pode-se ter segmentos de reta (r_a' , r_a'' e r'') ou um ponto (r'). No caso de regiões têm-se três situações:

- caso a direção de projeção seja a mesma da normal à região, a projeção R'' terá a mesma forma da região original R ;
- quando a direção da normal à região R for perpendicular à direção de projeção a região projetada se degenera num segmento de reta (R');
- numa situação intermediária a região projetada apresentará deformação em relação à região original.

Deste modo, todas estas características são importantes e devem ser consideradas na seleção das primitivas.

No caso de aplicações no qual se utilizam imagens de Sensoriamento Remoto, como os objetos estão a uma distância da ordem de 705 km do sensor (no caso de imagens dos satélites da série LANDSAT⁶) ou 822 km (no caso de imagens do sistema SPOT⁷), o uso de descritores de regiões se mostra bem adequado e como exemplo do uso de regiões pode-se citar o trabalho de Flusser & Suk (1994).

Um outro fator utilizado na caracterização dos métodos de correspondência se refere ao modelo matemático utilizado no mapeamento das primitivas entre as imagens. No caso de situações em que os objetos sejam planos (ou considerados planos), onde os centros perspectivos entre as sucessivas imagens são próximos, ou ainda os alvos estão muito afastados do sensor, pode-se utilizar como modelo de mapeamento uma transformação bidimensional como a afim geral, por exemplo. Neste caso são modeladas translações em x e y (Δx , Δy), rotação (θ), fatores de escala em x e y (s_x , s_y) e o não perpendicularismo entre

⁶ LANDSAT - **Land** **Sat**ellite.

⁷ SPOT - **S**ystem **P**robatoire d'**O**bservation de la **T**erre.

os eixos (ϵ). Esta transformação plana possui seis parâmetros, podendo ser escrita na forma explícita por:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x \cos \theta & s_y \sin \theta \\ -s_x \sin(\theta + \epsilon) & s_y \cos(\theta + \epsilon) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Como esta equação é não linear em relação aos parâmetros ela pode ser simplificada fazendo-se o agrupamento de parâmetros, tomando a forma da Equação 2.11. A partir do modelo mostrado em 2.18 pode-se escrever outros modelos mais simples, que podem ser obtidos por meio de injunções ou restrições aos parâmetros, como mostra o quadro abaixo.

Quadro 2.1 - Quadro mostrando as transformações planas derivadas da transformação afim geral*.

Injunção	Modelo obtido	Denominação da Transformação
$\epsilon=0, s_x=s_y=s$	$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = s \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$	Transformação isogonal ou de similaridade
$\epsilon=0, s_x=s_y=1$	$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$	Transformação de corpo rígido ou ortogonal.

* Além destas variantes pode-se considerar também a Transformação Afim Ortogonal, no qual $\epsilon=0$ e $S_x \neq S_y$ (ANDRADE, 1998).

Como exemplos de aplicações de modelos baseados em transformações planas, no estabelecimento de correspondências, pode-se citar: transformação afim (MOUNT et al., 1999; SHEN et al., 1999; FLUSSER & SUK, 1994) e transformação isogonal (GOSHTASBY & STOCKMAN, 1985; CHANG et al., 1997).

Como citado anteriormente, as métricas utilizadas na solução do problema de correspondência também podem ser consideradas na caracterização dos métodos. Ao se quantificar a semelhança entre primitivas deve-se inicialmente definir uma métrica, métrica esta que pode envolver diversos elementos. Deste modo, as medidas de similaridade são intimamente relacionadas com o conceito de espaço métrico da álgebra, que pode ser definido, segundo Apostol (1974), da seguinte maneira.

Espaço métrico - Conjunto não vazio M de objetos (chamados de pontos) e uma função d (chamada métrica do espaço) de $M \times M$ em \mathbb{R} , que satisfaz as seguintes propriedades para todos os pontos x, y, z em M :

1. $d(x,x) = 0$
2. $d(x,y) > 0$ se $x \neq y$
3. $d(x,y) = d(y,x)$
4. $d(x,y) \leq d(x,z) + d(z,y)$ (desigualdade do triângulo)

Por esta definição tem-se que o número não negativo $d(x,y)$ é denominado métrica, sendo o espaço métrico representado por (M,d) . Em outras palavras, d representa uma distância, ou uma norma do espaço métrico definido.

Em termos práticos pode-se considerar na definição das métricas, tanto elementos de natureza radiométrica quanto geométrica. Como exemplo de elementos de natureza radiométrica pode-se citar as funções definidas na Seção 2.2.1 e como exemplos de métricas que envolvam elementos geométricos pode-se considerar a distância entre primitivas, área de uma região, perímetro de uma região, comprimento de um segmento de reta, direção de um vetor, etc.

Um outro elemento relevante na caracterização dos algoritmos consiste no método de obtenção da solução. Normalmente tem-se um conjunto de pares de candidatos e em função da similaridade e compatibilidade entre primitivas pode-se obter uma solução única sujeita a certas restrições. Dentre as técnicas usuais pode-se citar busca em árvores, rotulação por relaxação, programação dinâmica, etc.

2.4 Métodos de solução do problema de correspondência

Nesta seção são apresentados, em ordem cronológica, alguns métodos de estabelecimento da correspondência, no qual se procura mostrar os princípios usados em cada solução, tendo-se deste modo uma idéia da diversidade de abordagens.

No trabalho de Wang et al. (1983) a correspondência de pontos é realizada utilizando o método de relaxação no qual são utilizadas medidas tais como posição, orientação e contraste sobre quinas. Além destas três medidas é utilizada uma quarta grandeza

denominada '*sharpness*', baseada na taxa de variação do gradiente em torno de quinas, que na realidade mede a forma de uma quina. A partir destas medidas são obtidas figuras de mérito usando diferenças relativas de orientação, distância, contraste e de forma de quinas. O método proposto é aplicado na seleção de ferramentas e objetos industriais, sendo também testado em imagens aéreas, fornecendo boa estimativa de rotação e translação.

O problema de correspondência de pontos no plano é tratado em Lavine et al. (1983), que utilizam as distâncias entre vizinhos (distâncias interpontos) no algoritmo. A solução é baseada na busca em árvores e foi testada para um conjunto de pontos no plano, sendo um conjunto usado como referência e outro ruidoso. Este procedimento é invariante a translações e rotações, podendo ser adaptado para se tornar invariantes à mudança de escala.

Em Goshtasby & Stockman (1985) os autores trabalharam no desenvolvimento de algoritmos de correspondência de pontos no plano. A fim de diminuir o tempo de processamento, provocado pelo grande número de pontos normalmente disponíveis, foi proposto um algoritmo que utiliza inicialmente um subconjunto dos pontos, sendo este subconjunto formado pelos pontos do polígono envolvente (*convex hull*). A partir destes pontos são determinados os parâmetros de uma transformação que considera rotação, translação e escala. Obtido o conjunto de parâmetros que permite este mapeamento, estes parâmetros são então aplicados a todos os demais pontos, inclusive aqueles internos ao polígono envolvente. A escolha do grupo de parâmetros representativo do mapeamento dos conjuntos de pontos é feita pela pesquisa do conjunto de parâmetros no qual é máximo o número de pontos que satisfaz (dentro de certos limites) o mapeamento. Neste trabalho as primitivas inicialmente selecionadas são regiões, no entanto o algoritmo utiliza os centros de massa como pontos representativos destas regiões. O método foi aplicado à imagens de recursos naturais dos sensores LANDSAT TM (*Thematic Mapper*) e LANDSAT MSS (*MultiSpectral Scanner*).

No trabalho de Ogawa (1986), os pontos candidatos à correspondência são agrupados em triângulos, utilizando a triangulação de Delaunay. Para encontrar o maior número de

pares de triângulos correspondentes, a técnica denominada máximo *clique*⁸ é utilizada. O método proposto é tolerante a distorções locais e é invariante à transformação afim, sendo aplicado no *matching* de constelações.

Em Ton & Jain (1989) é apresentado um algoritmo para fazer a correspondência de pontos visando o registro de imagens de recursos naturais. Neste trabalho são segmentadas regiões como corpos d'água e áreas de proteção, sendo determinados os centros de massa de cada uma delas. A solução é obtida pelo método de relaxação no qual se considera o tipo de região e as distâncias relativas entre os centros de massa. Adicionalmente é feita uma otimização no processo de relaxação a fim de tornar o algoritmo mais rápido.

A determinação de correspondência com precisão subpixel é apresentada por Li & Schenk (1991). Neste trabalho os autores propõem a extração de curvas utilizando o operador Laplaciano do Gaussiano (LoG) para obter os pontos de "zero-crossing", sendo feita a representação das curvas na forma ψ -S. Nesta representação S é o comprimento da curva e ψ é uma função que relaciona S com α , i.e. $\alpha = \psi(S)$, sendo α o ângulo entre o eixo x e a tangente à curva em S. Obtidas estas curvas, os pontos de grande curvatura são selecionados e a partir de janelas centradas nestes pontos é aplicado um operador de interesse, seguido de um refinamento com precisão subpixel a fim de obter os pontos correspondentes, usando a matriz de correlação. O Algoritmo é aplicado a imagens aéreas e em função das dimensões das imagens é utilizado o conceito de pirâmide de imagens, ou seja, o algoritmo é aplicado numa imagem de resolução reduzida, sendo os resultados propagados para imagens de maior resolução, até chegar à resolução final (4096x4096 pixels no caso). Esta pirâmide é obtida pela geração de imagens de menor resolução, a partir da imagem disponível. Deste modo, quanto maior o nível da pirâmide, mais baixa é a resolução, como ilustra a Figura 2.7. O resultado deste processamento é utilizado na orientação relativa, na triangulação de pontos e na geração de modelos digitais de elevação.

⁸ O termo '*clique*' é utilizado para designar uma porção de um grafo que é totalmente conectado (FAUGERAS, 1993).

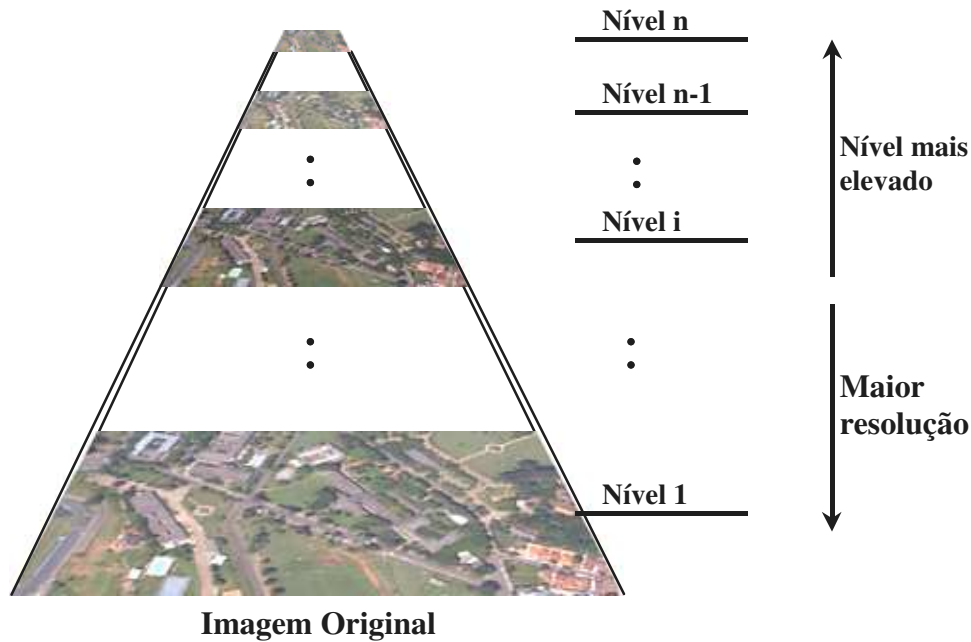


Figura 2.7 - Exemplo de uma pirâmide de imagens com n níveis. O nível mais baixo da pirâmide contém a imagem de maior resolução, ou seja, a imagem original.

Ranganath & Chipman (1992) utilizaram uma abordagem que possibilita a obtenção da correspondência mesmo quando existem falhas de segmentação. Para esta solução considera-se a combinação da relaxação nebulosa (*fuzzy relaxation*) ao grafo de associação das primitivas selecionadas (regiões), sendo feita a correspondência entre os objetos da imagem com modelos destes objetos. Dentre os atributos utilizados tem-se a intensidade, área e circularidade. Além destes elementos considera-se o ângulo entre os centros de massa de duas regiões e medidas de adjacência calculada pela relação entre a porção da borda em contato com outras regiões e o contorno.

No trabalho de Lo & Mulder (1992) a correspondência de regiões é realizada utilizando o procedimento de rotulação por relaxação, sendo as regiões segmentadas por um procedimento de crescimento de regiões, sendo os contornos descritos usando a representação ψ -S. Como atributos são utilizadas as áreas, bem como a forma da região. Considerando que os parâmetros de orientação exterior das câmaras tenham sido estimados antes do processo de correspondência, as coordenadas tridimensionais podem ser obtidas. Com as regiões correspondentes conhecidas, os pontos determinados pelas interseções destas regiões com as linhas epipolares conjugadas, são usados no processo de reconstrução.

Um procedimento para realizar a correspondência de padrões inexatos invariantes a translações arbitrárias, rotações e mudanças de escala foi apresentado por Li (1992). Este procedimento é resolvido por relaxação, e para cada par candidato, a similaridade e compatibilidade são determinadas usando relações invariantes. São utilizadas três relações binárias para a invariância de padrões lineares (envolvendo ângulos, comprimentos e distâncias) e seis relações ternárias (envolvendo ângulos e distâncias) para a invariância de padrões pontuais, sendo realizados experimentos com dados simulados.

Shapiro & Brady (1992) propõem a realização da correspondência utilizando o conceito de autovetor. Esta técnica é baseada no cálculo de distâncias intra-imagem usando uma métrica ponderada Gaussiana, montando-se deste modo uma matriz de proximidade (H) para cada uma das imagens. Calculadas estas matrizes, a técnica de decomposição em valores singulares - SVD (*Single Value Decomposition*) é aplicada. As matrizes $H_{\{1,2\}}$ podem ser decompostas na forma do produto $H=VDV^t$ onde D é uma matriz diagonal, com $d_{ij} \geq 0$, sendo d_{ij} os autovalores de H, e V uma matriz no qual cada linha v_i é um vetor de atributos da feição i. Com estes vetores dos atributos para cada feição, e para as duas imagens, a distância Euclidiana entre estes vetores pode ser obtida, gerando-se uma matriz de associação Z. A partir desta matriz, pode-se procurar as entidades correspondentes utilizando o critério de que quanto menor a distância entre os vetores de atributos, mais similares são as feições. Os resultados mostram que o método fornece bons resultados na presença de rotação, translação e escala, sendo pouco tolerável para mudanças não uniforme de escala, ou seja, o método fornece bons resultados para o caso em que o modelo de transformação isogonal ou de similaridade são considerados.

Um método de correspondência de pontos baseado no processo de acumulação é apresentado por Skea et al. (1993). Nesta técnica considera-se que, para cada par de pontos candidatos, são criados triângulos usando pontos vizinhos, sendo determinados os parâmetros de uma transformação afim. Estes parâmetros são aplicados ao centro de massa de um dos triângulos e a discrepância entre o centro de massa transformado e o centro de massa do segundo triângulo é usado como medida de similaridade. Além disso, para cada triângulo é obtida a circunferência inscrita e, após a aplicação da transformação às circunferências, a esfericidade é usada como uma segunda medida de similaridade. Deste modo, se estas duas medidas estiverem dentro de um certo limiar o elemento correspondente ao par analisado é incrementado. Esta matriz de acumulação possui

dimensão $n_1 \times n_2$, sendo n_1 e n_2 o número de pontos nas duas imagens. Uma vez montada esta matriz é aplicado um processo de busca no qual os pontos de maior acumulação determinam os pares correspondentes. Este algoritmo é aplicado na busca de pontos homólogos em imagens obtidas por sensores aquáticos do tipo SONAR e também na busca de pontos de controle para a mudança de referenciais de mapas temáticos.

No trabalho de Flusser & Suk (1994), um procedimento que utiliza descritores baseados em momentos invariantes à transformação afim - AMI (*affine moment invariants*) é apresentado para realizar a correspondência de pontos, bem como o registro de imagens. São definidos quatro descritores, sendo estes descritores calculados em função de momentos centrais⁹ até ordem três. Uma vez extraídas as regiões de interesse são calculados os quatro AMI para todas as regiões, sendo estes quatro AMI os atributos utilizados na correspondência. Como a cada região são associados estes atributos, a distância Euclidiana no espaço \mathfrak{R}^4 é utilizada como medida de similaridade. Após esta fase os três pares mais semelhantes, na vizinhança de cada ponto, são selecionados e a correspondência região a região é realizada usando a transformação afim geral. Este procedimento foi aplicado no registro de imagens multitemporal de satélites de recursos naturais.

Uma técnica para a determinação da correspondência de pontos a partir de um par de imagens obtidas por câmaras não calibradas, através da recuperação da geometria epipolar, é apresentada por Zhang et al. (1994). Neste trabalho os autores determinam uma correspondência inicial utilizando o coeficiente de correlação, sendo aplicado um procedimento de relaxação a fim de eliminar as ambigüidades. Obtida uma relação de correspondência, a matriz fundamental é determinada por um processo de otimização e com estes elementos disponíveis a correlação é repetida utilizando uma faixa de pixels em torno da linha epipolar estimada, obtendo-se assim uma relação final de correspondências. Testes realizados com imagens reais apresentam bons resultados. No entanto, sugestões para a

⁹ Os momentos centrais de ordem $(p+q)$ podem ser calculados por $\mu_{pq} = \sum \sum (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y)$, onde \bar{x} e \bar{y} são calculados por $\bar{x} = m_{10} / m_{00}$ e $\bar{y} = m_{01} / m_{00}$ sendo m_{pq} os momentos de ordem $(p+q)$ obtidos por $m_{pq} = \sum \sum x^p y^q f(x, y)$ (GONZALES & WOODS, 1993, p. 514).

melhoria dos resultados, em termos de acurácia (medidas com qualidade subpixel, correlação subpixel), estabilidade e diminuição da ambigüidade, são apresentados.

Em Hellwich et al. (1994) é apresentado um procedimento para a automação da orientação relativa de imagens utilizadas em aplicações Aerofotogramétricas. Neste procedimento utiliza-se um algoritmo hierárquico no qual o conceito de pirâmide de imagens é utilizado. O método é baseado na extração automática de feições pontuais em um par de imagens e, para todas as combinações nos quais os coeficientes de correlação estejam acima de um certo limiar, as distâncias entre as feições e a linha epipolar conjugada são obtidas. Assim, apenas alguns pares de pontos candidatos (os mais próximos às linhas epipolares), são utilizados na orientação relativa. Uma vez obtidos os parâmetros de orientação relativa para um determinado nível de resolução, passa-se para um nível inferior da pirâmide, sendo finalizado o processo quando se chega a um determinado nível, denominado nível intermediário¹⁰. Após esta fase, alguns pares de pontos homólogos são disponíveis, sendo estes pontos projetados para os níveis inferiores da pirâmide. Com estes pontos projetados para o nível mais baixo realiza-se a busca de feições sobre a vizinhança dos pontos projetados (*window tracking*) obtendo-se outros pontos de interesse bem definidos. Com estes pontos a correspondência no nível de maior resolução pode ser realizada e posteriormente a orientação relativa definitiva calculada.

Em Tang & Heipke (1996) e Tang et al. (1996) são apresentadas extensões do trabalho de Hellwich et al. (1994), no qual algumas fases são detalhadas. Nestes trabalhos são descritos algoritmos que compõem um módulo de uma estação de trabalho dedicada a aplicações Fotogramétricas - DPWS (*Digital Photogrammetric WorkStation*). Tang et al. (1996) explica que após atingir o nível intermediário da pirâmide, o procedimento de refinamento de correspondência pelo Método dos Quadrados Mínimos, com o mapeamento para o nível mais baixo, é realizado até se atingir a imagem original, determinando-se deste modo a orientação relativa definitiva. Nestes trabalhos os autores relatam problemas em

¹⁰ De acordo com (TANG & HEIPKE, 1996) o nível intermediário é aquele no qual se tem uma velocidade suficientemente grande bem como confiança na extração de pontos homólogos a partir da busca em janelas de níveis inferiores (*window tracking*), ou em imagens de maior resolução.

situações no qual se tem rotações além do permitido, diferenças de escala e uma pequena área de sobreposição, situações estas não comuns em Aerofotogrametria.

No trabalho de McReynolds & Lowe (1996) a verificação da rigidez (*rigidity checking*) de pontos sujeitos à transformação projetiva é estudada. A idéia consiste na análise de resíduos no processo ajustamento pelo Método dos Quadrados Mínimos. O autor assume que a imagem é formada por uma projeção perspectiva e a solução do problema de *Structure from Motion*¹¹ é realizada por um processo não linear no qual as estimativas iniciais são fornecidas por um algoritmo linear baseado no uso da projeção perspectiva fraca.

De acordo com Debevec et al. (1996), a determinação da correspondência em pares estéreo é difícil e, em geral, os métodos fornecem bons resultados quando as imagens são similares na aparência. Neste trabalho, um procedimento para a modelagem e *rendering* de estruturas arquitetônicas, com um número pequeno de imagens, e portanto com imagens tomadas com grandes bases, é apresentado. Os autores combinam técnicas baseadas na geometria (*geometry-based*) e em modelo (*model-based*), sendo a solução do problema de correspondência realizado utilizando modelos dos objetos presentes nas cenas.

Um algoritmo para o *matching* de pontos; sujeitos a translação, rotação, mudança de escala, distorções locais e pontos adicionais; é apresentado no trabalho de Chang et al. (1997). A idéia principal deste trabalho consiste na determinação do suporte para cada par de pontos candidatos através da Transformada de Hough, considerando o espaço de parâmetros (s, θ), onde s se refere à escala e θ à rotação. Esta técnica foi testada em imagens sintéticas e em imagens de impressões digitais, portanto em imagens de pontos coplanares.

Em Sun (1997) é apresentado um algoritmo que produz um mapa denso de disparidade, utilizando imagens adquiridas sem rotação e sem convergência (denominado

¹¹ *Structure from Motion* refere-se à capacidade de determinação da forma, posição e velocidade de objetos em movimento a partir de uma seqüência de duas ou mais imagens. Uma situação equivalente a esta é a situação no qual os objetos são estacionários e a câmara se movimenta, caso este típico em Fotogrametria (HARALICK & SHAPIRO, 1993).

modo "normal") ou então passaram por um processo prévio de retificação. O autor utiliza uma técnica de correlação no qual o cálculo dos valores médios da intensidade para cada janela, bem como a variância, são obtidos de modo recursivo, diminuindo o tempo de processamento no cálculo da correlação cruzada. Deve-se ressaltar que o cálculo da correlação é unidimensional uma vez que ela é realizada ao longo das linhas epipolares. Através da mudança do intervalo de variação da disparidade (paralaxe) é construído um cubo de correlação, cuja largura e altura têm a dimensão da própria imagem e no qual a profundidade é igual ao intervalo de variação da disparidade. Utilizando este cubo de correlação e o conceito de pirâmide de imagens, a técnica de programação dinâmica é utilizada no algoritmo, sendo realizados testes com imagens de pontos randômicos e imagens reais.

No trabalho de Chiu et al. (1997) foi feita a determinação da correspondência de bordas e vértices dos objetos, a partir de duas imagens dos objetos dispostos sobre uma placa de calibração (polígono de calibração). Esta placa de calibração é plana, tendo cinco arestas (um quadrado com um chanfro em uma das pontas). A partir da segmentação destas arestas e devido ao fato delas estarem num plano, relações invariantes obtidas a partir de ângulos medidos a partir de um dos vértices permitem obter a correspondência das arestas do polígono de calibração. De modo análogo, a correspondência das arestas visíveis da base são obtidas. Sendo conhecidas as correspondências para as arestas do polígono de calibração e para as arestas da base, as demais correspondências são obtidas por relações de vizinhança entre as faces e as arestas já correspondidas.

A correspondência de pontos em seqüência de imagens é abordada no trabalho de Sudhir et al. (1997). O problema é solucionado processando-se três imagens de uma mesma seqüência, sendo dada duas abordagens, uma utilizando técnicas de busca e outra por relaxação. Segundo o autor, não são utilizados atributos das feições pontuais e como são utilizadas imagens nos quais os pontos de vista apresentam pequenos deslocamentos entre si, o modelo de transformação afim é utilizado, ou seja, considera-se que ao longo do tempo as estruturas dos objetos podem ser modeladas por um modelo afim.

Uma abordagem unificada dos problemas de *matching* de imagem, segmentação, *motion* e reconhecimento de objetos é apresentada por Xu (1997). Nesta abordagem o autor justifica que a redução da complexidade do modelo de mapeamento da cena permite uma

maior liberdade para tratar de problemas como múltiplos movimentos rígidos e o reconhecimento de objetos. Este trabalho é inspirado em Zhang et al. (1994) e o autor não trabalha como a projeção perspectiva mas sim com a projeção perspectiva fraca (*weak perspective projection*).

O método de relaxação baseado no suporte adaptativo é proposto por Do et al. (1998). Neste método considera-se uma matriz tridimensional no qual a largura e a altura têm a dimensão da imagem e no qual a profundidade corresponde à disparidade. Deste modo, cada elemento localizado na posição (i, j, k) desta matriz armazena a grandeza $p_{ij}(k)$ que representa a probabilidade do pixel (i, j) da imagem esquerda corresponder com o pixel $(i, j+k)$ da imagem direita. A similaridade inicial em cada ponto é calculada considerando as diferenças absolutas de intensidade para janelas centradas nos pontos candidatos e a compatibilidade considera uma vizinhança nesta matriz tridimensional, ou seja, considera as disparidades entre os nós vizinhos. Este procedimento forneceu bons resultados para o caso de imagens de pontos randômicos e imagens aéreas em situação normal.

No trabalho de Gold et al. (1998) é apresentado um algoritmo para a determinação de correspondência e estimativa da posição para conjuntos de pontos 2D e 3D. O método é baseado em técnicas derivadas de Redes Neurais e da Física Estatística, sendo aplicado em imagens de pontos randômicos e no reconhecimento de caracteres escritos manualmente. Em Chai & Ma (1998) é desenvolvido um algoritmo para a estimativa da geometria epipolar, obtendo-se a matriz fundamental a partir de algoritmos Genéticos, no qual operadores para seleção, cruzamento e mutação são considerados.

O problema de correspondência de pontos não coplanares para imagens obtidas por câmaras com grande separação angular é abordado por Georgis et al. (1998). Como dados iniciais têm-se duas imagens e também uma relação de quatro pontos coplanares correspondentes, sendo três deles não colineares. Deste modo, ao invés da correspondência ser realizada entre as imagens disponíveis inicialmente, uma delas sofre uma transformação. Com os quatro pontos correspondentes conhecidos nas duas imagens pode-se determinar os parâmetros de uma transformação e obter uma imagem reamostrada, denominada 'imagem virtual'. Assim, a correspondência é estabelecida entre a imagem 'virtual' e a outra imagem do par, sendo a correspondência entre os demais pontos baseada na Transformada de Hough.

Em Mount et al. (1999) o procedimento de correspondência de pontos é abordado, sendo proposta uma solução no qual se utiliza a distância parcial de Hausdorff como medida de similaridade. Esta grandeza é normalmente utilizada para obter a distância entre conjuntos de pontos. Considerando os conjuntos $A=\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ e $B=\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$, a distância de Hausdorff pode ser definida por $H(A, B) = \max(h(A, B), h(B, A))$ onde $h(A, B) = \max_{a \in A} \min_{b \in B} \|a - b\|$ é a distância direta de Hausdorff. Como pode-se observar, a distância direta de Hausdorff é obtida utilizando a maior das menores distâncias entre A e B, podendo-se generalizar escrevendo-se $h_k(A, B) = k_{\text{éssima}} \min_{b \in B} \|a - b\|$ onde k representa a k-éssima maior distância, sendo $h_k(A, B)$ a distância parcial de Hausdorff. Assim, para $k=1$ esta distância se reduz à distância direta de Hausdorff, para $k=2$ tem-se a segunda maior das menores distâncias e assim sucessivamente, lembrando que $k \in \{1, 2, \dots, m\}$. Além deste conceito de distância para o cálculo das similaridades considera-se como modelos de transformação entre os espaços a transformação afim. Os experimentos são aplicados a imagens sintéticas e a imagens de satélites de recursos naturais.

Shao (1999) apresenta um procedimento de correspondência de pontos no qual a incorporação de múltiplas imagens é considerada. O algoritmo, denominado MIN (*Multi-Image Network*), realiza uma reconstrução inicial baseada no Método dos Quadrados Mínimos, onde é utilizado o conceito de curva epipolar. Numa fase posterior, um processo de relaxação é utilizado e os erros obtidos no processo de triangulação, bem como a consistência na vizinhança dos nós, são levados em conta. São realizados experimentos com imagens reais e como se utilizam imagens adquiridas de diferentes pontos de vista em torno dos objetos de interesse, os valores aproximados de orientação e posição das câmaras são fornecidos no início do processo.

No trabalho de Shen et al. (1999) é tratado o estabelecimento de correspondência de objetos a partir da análise dos contornos. O método proposto é invariante a transformação afim e a correspondência entre os pontos de duas feições é reduzida ao processo de busca de correspondência ótima entre os conjuntos de pontos. Para isto é utilizado um vetor de atributos obtidos a partir da área de triângulos formados pelos pontos do contorno. A partir deste vetor de atributos os objetos são comparados, utilizando-se medidas de similaridade baseadas nos erros global e local. O método é adequado para a localização de objetos, sendo robusto a ruídos e também à deformação do contorno.

A automação do processo de orientação de imagens aéreas em grandes escalas é realizada por Habib & Kelley (2001), utilizando o procedimento denominado Transformada de Hough Iterativa Modificada - MIHT (*Modified Iterated Hough Transform*). Neste procedimento os autores propõem o uso da Transformada de Hough para resolver o problema da orientação relativa automática - ARO (*Automatic Relative Orientation*). A fim de reduzir o problema de dimensão inerente ao problema da Transformada de Hough aplicada na automação da orientação relativa, a solução é feita de modo seqüencial, considerando como modelo matemático a equação de coplanaridade. Os autores consideram a determinação de um parâmetro por vez, seguindo a mesma ordem utilizada na rotina de eliminação da paralaxe em y nos pontos de Grüber, nos restituidores Fotogramétricos. Um ponto relevante neste processo se relaciona com a dimensão da célula do acumulador, que tem relação com a qualidade dos parâmetros aproximados. Além disso, a partir dos picos de acumulação podem ser obtidos os pontos correspondentes, que são utilizados no processo de ajustamento onde são estimados os parâmetros de OR. Segundo os autores, um problema que ainda merece ser estudado é o da ambigüidade ao longo das linhas epipolares.

Pode-se observar que nas referencias apresentadas, boa parte dos métodos são invariantes à translação, rotação e mudanças de escala. Embora a maioria destas técnicas considerem as distorções locais, um número menor considera, de modo explícito, os elementos da geometria epipolar na solução do problema de correspondência. Entre eles pode-se citar Zhang et al. (1994); Hellwich et al. (1994); Tang & Heipke (1996); Tang et al. (1996); McReynolds & Lowe (1996); Debevec et al. (1996); Sun (1997); Do et al. (1998); Chai & Ma (1998); Georgis et al. (1998); Shao (1999) e Habib & Kelley (2001).

Em Zhang et al. (1994) a correspondência é obtida em basicamente três fases, podendo ser resumida em: estabelecimento da correspondência usando correlação cruzada seguida de relaxação; determinação da matriz fundamental por um processo de otimização e ao final é realizada a correspondência final onde a correlação é aplicada a apenas uma pequena faixa ao longo das linhas epipolares correspondentes. Em Hellwich et al. (1994), Tang et al. (1996) e Tang & Heipke (1996) a projeção perspectiva é levada em conta no processo de correspondência e nestes trabalhos consideram-se imagens aéreas numa situação aproximadamente normal. McReynolds & Lowe (1996) trabalham, não na correspondência em si, mas no processo de análise da qualidade da correspondência.

Debevec et al. (1996) utilizam imagens adquiridas com grandes bases, no entanto informações sobre a geometria 3D dos objetos presentes na cena são utilizadas como informação inicial no algoritmo, o que facilita a solução do problema de correspondência.

No trabalho de Sun (1997) a correlação ao longo das linhas epipolares é realizada. Neste caso, e também em Do et al. (1998), admite-se que as imagens de entrada estão em posição normal ou então que foram reamostradas previamente. Em Chai & Ma (1998) a geometria epipolar é recuperada de modo robusto por meio de algoritmos genéticos. O problema de correspondência para grandes bases é explorado em Georgis et al. (1998), no entanto um conjunto de quatro pares de pontos correspondentes dever ser conhecido *a priori*. Em Shao (1999) a correspondência e reconstrução para múltiplas imagens é pesquisado e um conjunto de parâmetros aproximados de orientação das câmaras são requeridos.

Deste modo, pode-se ter, a partir desta revisão, um panorama que mostra a diversidade de soluções propostas, as hipóteses normalmente consideradas para cada uma das soluções e os pontos que podem ser explorados, podendo-se observar que em vários algoritmos o procedimento de rotulação por relaxação é aplicado.

2.5 Princípio do procedimento de rotulação por relaxação

O procedimento de rotulação por relaxação é uma das abordagens utilizadas na solução do problema de reconhecimento e localização de objetos, como pode ser visto em várias dos trabalhos apresentados na seção anterior. Segundo Faugeras (1993), dentre as dificuldades na solução destes problemas pode-se considerar:

- Dimensionalidade: relacionado com as dimensões dos objetos, podendo-se ter objetos uni, bi, ou tridimensional;
- Visibilidade parcial: relacionado com a porção visível dos objetos presentes na cena, podendo ser total ou parcial;
- Rigidez: relacionado com a rigidez dos objetos imageados, podendo-se ter objetos articulados até objetos continuamente deformáveis como é o caso de nuvens, correntes marítimas, etc;

- Diferenças de classes: relacionado com a dificuldade de diferenciação dos objetos de uma mesma classe, que está relacionado com a dificuldade de parametrização levando em conta todas as possíveis variações de um mesmo objeto;
- Ruído: relacionado com a dificuldade de se fazer medidas considerando que a presença de ruídos é inerente ao processo.

Deste modo, em função do número de imagens, da complexidade da cena, e da quantidade de primitivas utilizadas, uma série de abordagens podem ser utilizadas para solucionar este tipo de problema. Faugeras (1993) apresenta as abordagens baseadas na Transformada de Hough e em correspondência de grafos. Dentre as abordagens baseadas na correspondência de grafos as técnicas de Máximo Clique e Rotulação por Relaxação são consideradas.

Segundo Hummel & Zucker (1983) os métodos de rotulação por relaxação (*relaxation labelling*) são uma classe de métodos que foram originalmente desenvolvidos para tratar com problemas de ambigüidade e ruídos em sistemas de visão, no entanto podem ser utilizados em uma série de aplicações.

Em geral, nos problemas de rotulação por relaxação normalmente consideram-se quatro elementos:

- a) Um conjunto de objetos;
- b) Um conjunto de rótulos;
- c) Relações entre os objetos e seus vizinhos;
- d) Relações de restrições (ou injunções) sobre os rótulos para os pares (ou n-uplas) de objetos vizinhos.

A partir destes quatro elementos pode-se definir o problema de rotulação como sendo o procedimento para a atribuição de rótulos aos objetos, de modo que as relações entre os objetos e seus vizinhos (c) sejam coerentes com as restrições (d).

Considerando o conceito de grafo (SONKA et al., 1999) como sendo uma estrutura algébrica $G=\{\mathbf{V},\mathbf{E}\}$ composta por um conjunto de nós $\mathbf{V}=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ e um conjunto de

arcos $\mathbf{E}=\{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, pode-se observar que os quatro elementos descritos e considerados no processo de rotulação por relaxação, podem ser representados por um grafo. Deste modo, o problema de correspondência pode ser descrito como a atribuição de rótulos aos nós de um grafo, como ressalta Hummel & Zucker (1983). Por esta razão pode-se dizer que na solução do problema de correspondência procura-se obter isomorfismo de grafos ou sub-grafos, uma vez que nem todos os objetos necessariamente são rotulados.

Segundo Rosenfeld et al. (1976) alguns modelos de rotulação podem ser considerados. Dentre eles pode-se considerar:

- Modelo discreto;
- Modelo nebuloso (*fuzzy*);
- Modelo probabilístico linear;
- Modelo probabilístico não linear.

Seguindo a notação utilizada por Faugeras (1993), e considerando o problema de estabelecimento da correspondência para os objetos presentes em duas imagens, pode-se admitir que sejam disponíveis dois conjuntos de objetos, sendo um deles formado por m elementos e outro por n elementos, da seguinte forma:

$$\mathbf{M}=\{M_1, M_2, M_3, \dots, M_i, \dots, M_m\},$$

$$\mathbf{S}=\{S_1, S_2, S_3, \dots, S_j, \dots, S_n\}.$$

De modo genérico, estes objetos podem ser associados às primitivas extraídas de um par de imagens, e ao término do processo de rotulação por relaxação espera-se obter a correspondência entre os objetos destes dois conjuntos. Pode-se ainda admitir que um dos conjuntos seja composto por modelos dos objetos, ou padrões predefinidos, e que portanto se deseja fazer a correspondência entre os objetos extraídos de uma imagem com os modelos ou padrões do outro conjunto.

Após a finalização do processo de rotulação deve-se portanto dispor de uma relação de pares correspondentes na forma (M_i, S_j) , com $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ e $j \in \{1, 2, \dots, n\}$. Deste modo, pode-se dizer que o objeto S_j de \mathbf{S} corresponde ao objeto M_i de \mathbf{M} , ou, de outra

forma, que j é o rótulo de um objeto de S correspondente ao elemento i de M , ou ainda, que j é o rótulo do objeto i . Deve-se ainda considerar a possibilidade de que não exista a correspondência, que é equivalente a ter uma correspondência nula.

Designando por $p_i(j)$, ou simplesmente p_{ij} , uma variável que indica que o rótulo j está associado ao objeto i , ou, que j está associado ao nó i , têm-se as seguintes possibilidades:

$$p_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } j \text{ não está associado ao objeto } i \\ 1, & \text{se } j \text{ está associado ao objeto } i \end{cases}$$

Estas possibilidades são consideradas no Modelo Discreto (ROSENFELD et al., 1976) e como para cada objeto i de M têm-se apenas um objeto correspondente em S têm-se $\sum_{k=1}^n p_{ik} = 1$. Considerando um par de objetos de M ($M_i, M_{i'}$), bem como um par ($S_j, S_{j'}$) de S , onde $M_{i'}$ é um vizinho de M_i e $S_{j'}$ é um vizinho de S_j , pode-se representar a compatibilidade entre os pares (M_i, S_j) e ($M_{i'}, S_{j'}$) por $c(i, j; i', j')$. Assim, admitindo o Modelo Discreto, as seguintes opções são possíveis:

$$c(i, j; i', j') = \begin{cases} 0, & \text{se o rótulo } j' \text{ do objeto } i' \text{ não for compatível com o rótulo } j \text{ do objeto } i \\ 1, & \text{se o rótulo } j' \text{ do objeto } i' \text{ for compatível com o rótulo } j \text{ do objeto } i \end{cases},$$

sendo $c(i, j; i', j')$ uma medida de compatibilidade.

No Modelo Discreto a variável p_{ij} pode assumir os valores 0 ou 1 e como apenas uma correspondência é admitida para cada objeto, o somatório das n similaridades relativas a um dado objeto será igual a 1. Estes valores de p_{ij} podem ser considerados como sendo pesos, ou simplesmente uma medida de similaridade, ou ainda relacionado com a possibilidade de correspondência. Fazendo uma generalização deste modelo pode-se considerar que os pesos podem assumir valores no intervalo $[0,1]$ e que para um dado objeto i o somatório $\sum_{k=1}^n p_{ik}$ pode resultar num número diferente de um (1). Neste caso tem-se o Modelo *Fuzzy* (ROSENFELD et al., 1976) e, de modo análogo, o grau de compatibilidade do rótulo j associado ao objeto i com o rótulo j' associado ao objeto i' , ou seja $c(i, j; i', j')$, também assume valores no intervalo $[0,1]$.

No Modelo Probabilístico, o princípio é o mesmo, ou seja, os pesos são valores contínuos no intervalo $[0,1]$ e a soma dos valores de p_{ij} , para um dado objeto, deve ser igual a unidade, assim pode-se escrever:

$$0 \leq p_{ij} \leq 1, \quad \forall \quad i \in \{1,2,\dots,m\}, j \in \{1,2,\dots,n\} \quad (2.19)$$

e

$$\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1, \quad \forall \quad i \in \{1,2,\dots,m\}. \quad (2.20)$$

Associando as propriedades acima com o conceito de probabilidade pode-se interpretar p_{ij} como sendo a probabilidade de j ser o rótulo do objeto i . Deste modo, para um determinado objeto i de \mathbf{M} pode-se associar um vetor de probabilidades com n elementos. Em função desta característica, este processo recebe diferentes denominações e entre elas pode-se incluir: Rotulação por Relaxação Contínua (*Continuous Relaxation Labeling*), Rotulação Estocástica (*Stochastic Labeling*), Relaxação Probabilística (*Probabilistic Relaxation*) ou, de modo mais simples, Rotulação por Relaxação, como pode ser visto em Rosenfeld et al. (1976), Hummel & Zucker (1983), Price(1985), Schalkoff (1989), Faugeras (1993), Jain et al. (1995), Wu (1995) e Sonka et al. (1999).

A diferença entre os métodos probabilístico linear e probabilístico não linear, se refere ao modo de atualização dos valores de similaridade, ou probabilidade, ao longo das iterações. Para mais detalhes sobre estes métodos sugere-se (HUMMEL & ZUCKER, 1983).

As Equações 2.19 e 2.20 têm-se algumas características inerentes às medidas de similaridade p_{ij} . Considerando os conjuntos \mathbf{M} e \mathbf{S} e que se pretende obter a correspondência entre os objetos destes conjuntos, o número total de combinações entre cada um dos elementos do conjunto \mathbf{M} , com os elementos de \mathbf{S} será $m \times n$, devendo-se calcular $m \times n$ valores de similaridade. Os maiores valores de p_{ij} correspondem à maior probabilidade de que os elementos sejam correspondentes, mas fornecem apenas uma medida pontual, uma vez que considera apenas um elemento de um conjunto com um elemento de outro conjunto. Esta similaridade será reforçada se a compatibilidade em torno de uma certa vizinhança também for alta, ou seja, o produto $c(i,j;i',j') \times p_{ij}$ é uma medida que

pode ser usada para diminuir ou aumentar as medidas de similaridade num processo iterativo. Esta medida, estendida para uma vizinhança de i e de j , é denominada suporte do rótulo j ao objeto i , como pode ser visto em Schalkoff (1989).

A Figura 2.8 mostra um fluxograma simplificado do processo de rotulação por relaxação, baseado em Schalkoff (1989) e Rosenfeld et al. (1976).

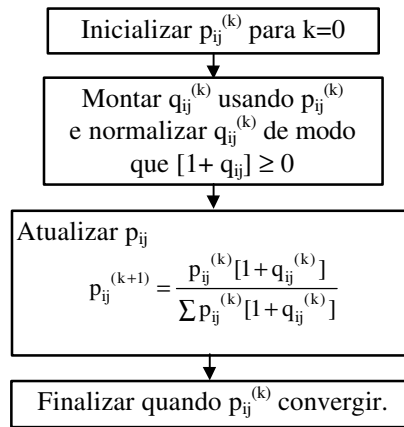


Figura 2.8 - Fluxograma simplificado mostrando o algoritmo de relaxação, adaptado de Schalkoff (1989).

No fluxograma apresentado, embora não fique explícito, após a atualização das similaridades é feita uma análise da convergência e, dependendo do resultado, o processo é repetido. Neste algoritmo simplificado o termo q_{ij} representa o suporte do rótulo j ao objeto i , que pode ser calculado por:

$$q_{ij} = \sum_{i' \in V_i; j' \in V_j} c(i, j; i', j') \cdot p_{i'j'} \quad (2.21)$$

onde V_i e V_j representam uma certa vizinhança em torno dos objetos i e j , respectivamente.

2.5.1 Medidas de similaridade e compatibilidade

Segundo Faugeras (1993) a medida de similaridade pode ser calculada de diversas maneiras. Considerando d_{ij} como uma medida de "distância" entre i e j , o valor da similaridade deve ter um comportamento tal que, se d_{ij} for pequeno p_{ij} deve ser grande e vice-versa. Como exemplos de funções que tem este comportamento pode-se considerar:

$$p_{ij} = \frac{k_i}{1 + \alpha d_{ij}} \quad (2.22)$$

e

$$p'_{ij} = g_{ij} = e^{-0.5 \left(\frac{d_{ij}}{\alpha} \right)^2} \quad (2.23)$$

Nas Equações 2.22 e 2.23 k_i e α (alfa) são constantes. Na Equação 2.22 k_i é uma constante de normalização e α , na Equação 2.23 (função Gaussiana), corresponde ao ponto de inflexão da curva. Considerando $k_i=1$ e $\alpha=1$ estas funções têm o comportamento mostrado na Figura 2.9.

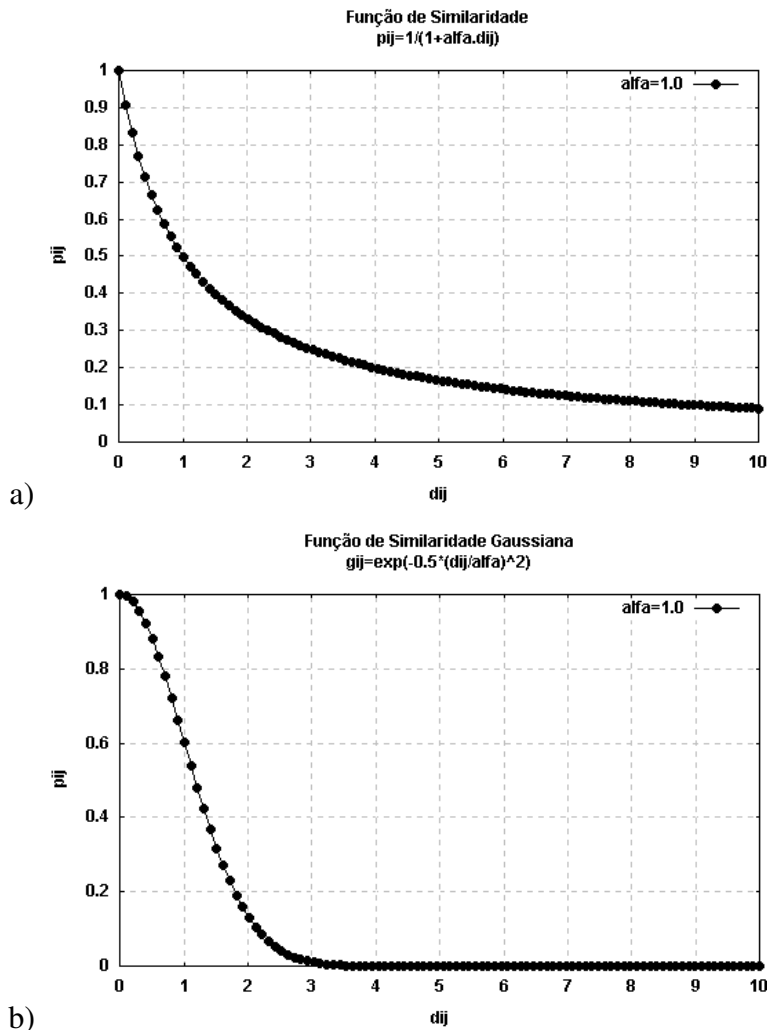


Figura 2.9 - Exemplos de funções para o cálculo da similaridade. Em (a) têm-se a função $1/(1+\alpha d_{ij})$ e em (b) uma função Gaussiana.

Como se pode perceber, a função de similaridade Gaussiana tem uma variação mais abrupta do que a função de similaridade $1/(1+\alpha d_{ij})$, para $\alpha=1$. A variação da constante α tem relação com a forma da curva e com isso o valor de α pode ser utilizado para modificar a influência da medida de distância d_{ij} , no cálculo das similaridades. Por exemplo, se for utilizada uma métrica robusta é interessante que esta curva tenha um comportamento menos suave, de modo que os valores de p_{ij} sejam elevados apenas para as situações em que d_{ij} sejam realmente pequeno. Caso contrário a curva pode ser mais suave. A Figura 2.10 mostra o comportamento das duas funções de similaridade, para diferentes valores de alfa.

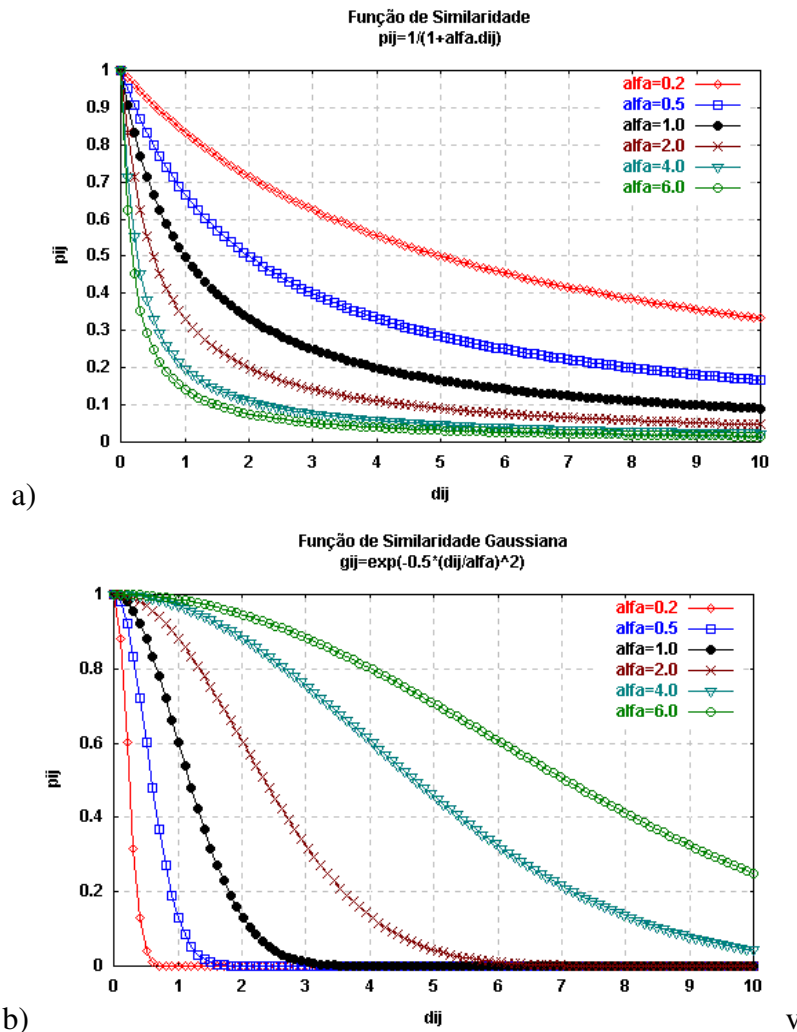


Figura 2.10 - Comportamento das funções de similaridade, para diferentes valores da constante alfa (α). Em (a) têm-se a função $1/(1+\alpha d_{ij})$ e em (b) a função Gaussiana.

Pode-se notar pelos gráficos anteriores que a variação de α modifica a forma das curvas, mas de modo inverso, ou seja, quanto maior o valor de α mais abrupta é a função de similaridade $1/(1+\alpha d_{ij})$ e mais suave é a função Gaussiana. Nas duas curvas os valores de

p_{ij} são inversamente proporcionais a d_{ij} , no entanto para valores de d_{ij} acima de um certo limiar a função Gaussiana retorna valores nulos, ou seja, para distâncias acima de certos valores a similaridade será nula, enquanto a função $1/(1+\alpha d_{ij})$ retorna valores não nulos de similaridade. Considerando esta característica a função 2.22 será discutida.

Assumindo que para um dado par (i,j) a similaridade deve estar no intervalo $0 \leq p_{ij} \leq 1$, para que o somatório de todos os n valores de p_{ij} , para um dado objeto i , resulte no valor um (1), ou seja:

$$1 = p_{i1} + p_{i2} + \dots + p_{in} = \frac{k_i}{1 + \alpha d_{i1}} + \frac{k_i}{1 + \alpha d_{i2}} + \dots + \frac{k_i}{1 + \alpha d_{in}} = k_i \sum_{j=1}^n \frac{1}{1 + \alpha d_{ij}},$$

deve-se ter

$$k_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{1 + \alpha d_{ij}}}. \quad (2.24)$$

No caso da definição da métrica a ser utilizada na compatibilidade a idéia é semelhante, ou seja, a métrica adotada para calcular $c(i,j;i',j')$ deve ser tal que se o par (i,i') do conjunto \mathbf{M} , for compatível com (j,j') do conjunto \mathbf{S} , a distância deve ser pequena e consequentemente os valores de $c(i,j;i',j')$ devem ser elevados. Deste modo, uma função que pode ser útil no cálculo da compatibilidade entre i e j pode ser escrita por:

$$c(i,j;i',j') = \frac{1}{1 + \alpha d_{(i,j;i',j')}} \quad (2.25)$$

onde α é uma constante e $d(i,j;i',j')$ é uma "distância" envolvendo o par (i,j) e os respectivos vizinhos (i',j') . Num caso mais geral onde n vizinhos de i e j são considerados, pode-se escrever a Equação 2.25 por:

$$c(i,j)_n = \frac{1}{1 + \alpha d_{(i,j;i'_1,j'_1;\dots;i'_n,j'_n)}}. \quad (2.26)$$

2.6 Orientação relativa

Para a reconstrução da posição tridimensional de pontos no espaço objeto, a partir de imagens, é necessário conhecer a posição das projeções destes pontos em pelo menos duas imagens, além da posição e orientação das câmaras envolvidas. Se as posições, bem como as orientações das câmaras forem conhecidas no referencial do espaço objeto, a posição 3D de cada um dos pontos estará referida a este mesmo referencial. No entanto, se a posição e orientação das câmaras não forem conhecidas no referencial do espaço objeto, a posição tridimensional do ponto poderá ser obtida num referencial arbitrário, que pode ser solidário a uma das câmaras. Independente da situação e do referencial adotado, a posição relativa entre as câmaras no instante da aquisição das imagens deve ser conhecida para que a reconstrução da geometria 3D possa ser realizada. Logicamente que na situação em que o referencial for escolhido de modo arbitrário, para que as posições obtidas sejam transformadas para o sistema do espaço objeto deve-se aplicar uma transformação isogonal¹² no espaço R^3 , no qual se considera um vetor de translação, três rotações e uma escala como parâmetros.

A orientação relativa é parte de um processo mais abrangente, denominado teoria das orientações, utilizado frequentemente em Fotogrametria, seja ela no domínio analógico, analítico ou digital. O esquema apresentado na Figura 2.11 mostra as etapas do processo de orientação.

¹² Esta transformação também é conhecida como Transformação de Similaridade; Transformação Conforme ou de Helmert (LUGNANI, 1987; COOPER & ROBSON, 1996).

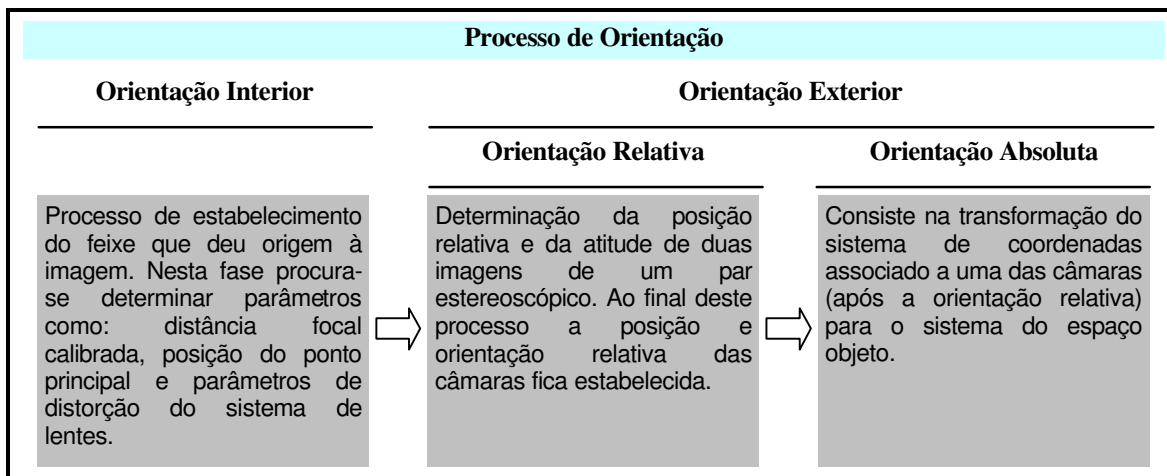


Figura 2.11 - Etapas do processo de orientação, composto pela orientação interior (OI) e orientação exterior (OE). Esta última, por sua vez, dividida em orientação relativa (OR) e orientação absoluta (OA).

A determinação dos parâmetros de orientação interior é normalmente realizada por um procedimento de calibração, ou, mais especificamente, pela calibração dos parâmetros intrínsecos e o número de parâmetros envolvidos neste processo pode variar de acordo com os parâmetros utilizados na modelagem dos erros sistemáticos do sistema ótico, que depende por sua vez da estabilidade da câmara em uso (LUGNANI, 1987). Para mais detalhes sobre este processo sugere-se: Wong (1980); Jain et al. (1995); Fryer (1996) e Andrade (1998).

O objetivo da orientação exterior é a determinação da atitude do par de câmaras, no referencial do espaço objeto, sendo este processo normalmente dividido em duas etapas, a orientação relativa e absoluta, como mostrado no esquema da Figura 2.11. Neste processo, o número total de parâmetros é igual a doze (12), sendo cinco (5) deles determinados na etapa de orientação relativa e sete (7) na orientação absoluta. Uma outra possibilidade de processamento é através da solução direta, sem a necessidade da realização de duas etapas. Para mais detalhes sobre a orientação relativa e absoluta as seguintes referências são sugeridas: Wong (1980); Lugnani (1987); Haralick & Shapiro (1993) e Andrade (1998).

2.6.1 Automação da orientação relativa

Com o desenvolvimento das técnicas em Visão Computacional e também da Fotogrametria Digital, surgiu a possibilidade da automação de algumas etapas do processo Fotogramétrico, podendo-se pensar numa cadeia de processos autônomos, como

apresentado por Schenk (1999). Nesta cadeia de processos uma etapa fundamental é justamente a orientação relativa, que depende da etapa de extração de primitivas e da correspondência. Além disso, esta etapa de correspondência fornece informações úteis para a realização de tarefas como: reconstrução 3D, geração de modelos digitais de elevação, e geração de ortoimagens, por exemplo, como ilustrado no fluxograma da Figura 2.12.

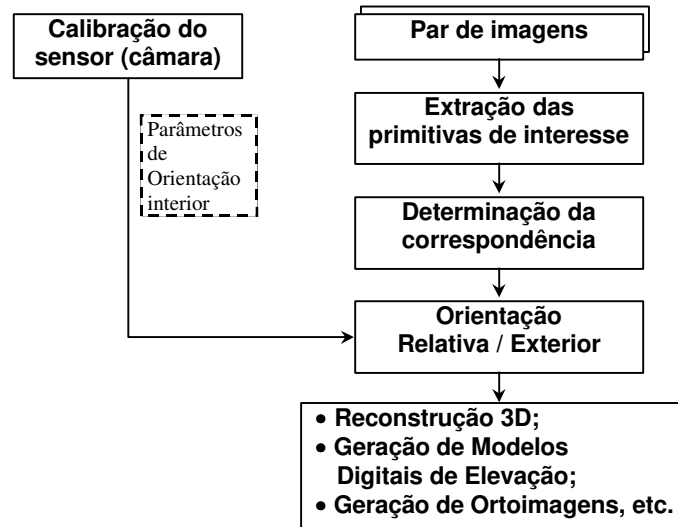


Figura 2.12 - A inserção da orientação relativa na realização de alguns processos.

Quanto se pensa na automação das tarefas mostradas na Figura 2.12, dois grandes problemas são encontrados. Um deles é a obtenção automática da correspondência de forma robusta, devido ao fato do *matching* ser um problema malcondicionado. Um outro problema é a realização da extração automática das primitivas, principalmente para o caso de imagens mais complexas. A dificuldade da realização da extração automática de primitivas pode ser vista como um processo de segmentação e, como ressaltam Gonzales & Woods (1993, p. 8), esta é uma das tarefas mais difíceis para o caso de sistemas voltados para o processamento de imagens. Deste modo, a busca de alternativas semi-automáticas de extração de entidades passam a ser relevantes.

A orientação relativa pode ser realizada utilizando diferentes modelos, como será visto nos tópicos seguintes. Normalmente a orientação relativa é realizada utilizando feições pontuais, deste modo é necessário dispor de um conjunto de pontos correspondentes nas duas imagens envolvidas. Uma outra abordagem pressupõe o uso de feições retas, sendo necessário conhecer um conjunto de feições retas correspondentes, como pode ser visto em (TOMMASELLI & DAL POZ, 1999). Neste caso, modelos apropriados para o

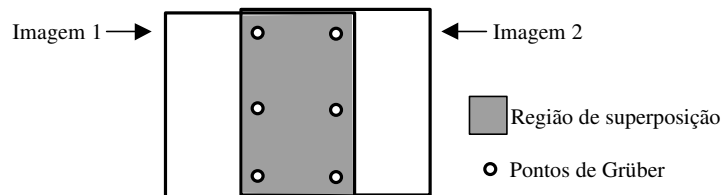
processamento usando retas devem ser utilizados, como por exemplo o modelo apresentado em (TOMMASELLI & LUGNANI, 1988).

Como foi comentado anteriormente, o procedimento de correspondência é malcondicionado e estratégias como o uso de injunções epipolares e pirâmide de imagens são utilizadas para a solução automática deste problema. No caso de aplicações voltadas para o mapeamento, algumas estações fotogramétricas digitais - DPWs (*Digital Photogrammetric Workstations*) dispõem de ferramentas que permitem realizar as orientações de modo automático, outras no modo semi-automático e algumas não dispõem destas ferramentas (PLUGERS, 2000, 2001). Embora estes sistemas sejam destinados principalmente na execução de atividades voltadas para o mapeamento, a partir de imageamento aéreo, no qual as imagens são tomadas praticamente na vertical, alguns problemas na orientação relativa automática podem ocorrer, como ressaltam Habib & Kelley (2001). Os problemas podem ocorrer devido a diversos fatores.

Segundo Lobonc Jr. & Mikhail (1994), o *matching* é usualmente realizado na região de superposição¹³ e, na maioria das vezes, as falhas se devem à falta de informação decorrente da homogeneidade de porções das imagens em uso, provocando ambigüidade na solução. Nesta situação os métodos baseados em áreas falham e a solução é o operador, ou o algoritmo, fazer a seleção de uma outra área, no qual haja objetos ou bordas bem definidas.

No caso de aplicações Fotogramétricas convencionais, como existe um planejamento cuidadoso da aquisição de imagens e uma padronização de operações, informações referentes à sobreposição das imagens, rotação e diferenças de escala (se existirem), são

¹³ Mais especificamente nas proximidades dos pontos de Grüber. Estes pontos, que recebem esta denominação devido ao trabalho de Otto von Grüber (1884-1942), são utilizados na orientação relativa e são localizados na região de superposição entre imagens adjacentes, como indicado abaixo.



aproximadamente conhecidas (HEIPKE, 1997). O mesmo é válido para o caso de imageamento por sensores orbitais. Segundo este mesmo autor a existência de rotações em torno do eixo ótico não é muito comum em aplicações à curta distância. Por outro lado, diferenças de escala e rotações nos demais eixos são freqüentes, o que dificulta o processo de correspondência.

Para as situações em que a superposição, a rotação e diferenças de escala aproximadas sejam conhecidas os parâmetros de orientação podem ser refinados considerando uma abordagem *coarse-to-fine*, como relata Heipke (1997). O mesmo princípio é abordado em Hellwich et al. (1994), Tang & Heipke (1996) e Tang et al. (1996), todos no contexto da Fotogrametria.

A orientação relativa pode ser resolvida usando diversos modelos. Entre eles a Equação de Coplanaridade e as Equações de Colinearidade, demonstradas de modo detalhado no próximo capítulo. Além destes modelos, que levam em conta a geometria epipolar e a projeção perspectiva, modelos baseados na projeção perspectiva fraca (*weak perspective projection*) também são utilizados (XU, 1997).

CAPÍTULO 3

Reconstrução da Geometria 3D a Partir de Imagens

Neste capítulo trata-se do problema da reconstrução da geometria 3D a partir de imagens, no qual são abordados o conceito de geometria epipolar, além dos modelos: Equação de Coplanaridade e Equações de Colinearidade; frequentemente utilizados na recuperação da informação da geometria 3D dos objetos, a partir de duas ou mais imagens.

3.1 Reconstrução da geometria 3D

O processo de reconstrução da geometria 3D dos objetos, a partir de imagens, pode ser realizado, de modo simplificado, por um processo de triangulação onde pelo menos dois raios que partem dos centros perspectivos de cada uma das câmaras utilizadas, passam pelos pontos homólogos nas imagens e se interceptam no espaço objeto. Como fontes de erro neste processo deve-se considerar os erros inerentes às posições e orientações das câmaras, os erros no processo de aquisição das imagens e os erros observacionais nas coordenadas dos pontos no espaço imagem. Independente de considerar ou não os efeitos sistemáticos neste processo de obtenção das coordenadas 3D, são necessárias as coordenadas dos centros perspectivos envolvidos, a orientação das câmaras e as posições dos pontos homólogos no espaço imagem, podendo-se utilizar diversos modelos na solução deste problema.

Para o desenvolvimento destes modelos, algumas condições geométricas existentes num par de fotografias, adquiridas sobre um mesmo cenário, podem ser estabelecidas,

sendo estas condições conhecidas por Geometria Epipolar. Embora as considerações feitas nas seções seguintes se refiram a um par de imagens, pode-se fazer a generalização para os sucessivos pares de uma seqüência de imagens.

3.2 Geometria epipolar e a condição de coplanaridade

Considerando um ponto genérico $P(X,Y,Z)$ do espaço objeto e duas imagens adquiridas por duas câmaras, ou por uma mesma câmara em instantes distintos, no qual os centros perspectivos, representados por CP_e e CP_d (centro perspectivo esquerdo e direito, respectivamente), são localizados em $[X_{CP_e} \ Y_{CP_e} \ Z_{CP_e}]^t$ e $[X_{CP_d} \ Y_{CP_d} \ Z_{CP_d}]^t$, alguns elementos geométricos podem ser estabelecidos. Designando as imagens esquerda e direita por I_e e I_d , respectivamente, as projeções do ponto objeto P sobre I_e e I_d são representadas por p_e e p_d . O segmento que liga os centros perspectivos é denominado linha de base, e fazendo a interseção da reta que passa pelos CPs com os planos imagens I_e e I_d , os pontos e_e e e_d , denominados epipolos, são obtidos, como pode ser visto na Figura 3.1.

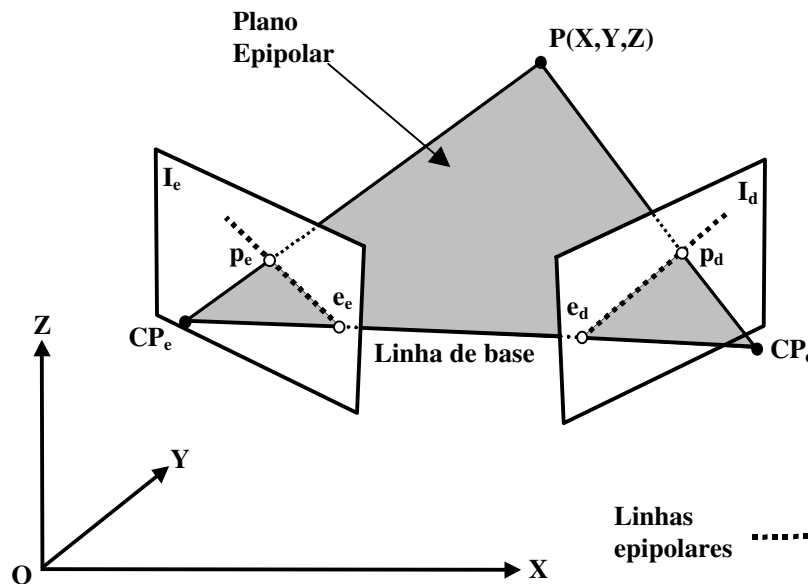


Figura 3.1 - Elementos da Geometria Epipolar

Na Figura 3.1 pode-se notar que os epipolos e_e e e_d estão localizados sobre as imagens, o que não ocorre em todas as situações, uma vez que a localização dos epipolos depende da posição e orientação relativa das duas câmaras, no instante da aquisição das imagens. Como pode ser observado por esta figura, os centros perspectivos CP_e e CP_d , e cada um dos pontos do espaço objeto determinam um plano, denominado plano epipolar. Além destes três pontos, os dois epipolos (e_e e e_d), bem como as projeções p_e e p_d também

pertencem a este plano. Analisando a Figura 3.1 e a geometria estabelecida, pode-se notar que na interseção do plano epipolar com os planos I_e e I_d , têm-se duas linhas passantes pelo respectivo ponto imagem e epipolo, linhas estas denominadas linhas epipolares conjugadas ou homólogas. Conhecidas as posições dos centros perspectivos, bem como as orientações das câmaras, as posições dos epipolos e_e e e_d podem ser determinadas, sendo mantidas fixas, para um dado par de imagens. Assim, cada ponto do espaço objeto será responsável por um par de linhas epipolares concorrentes nos epipolos, como mostra a Figura 3.2.

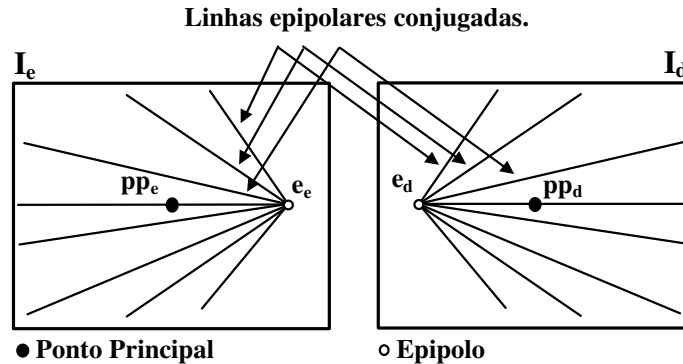


Figura 3.2 - Linhas epipolares conjugadas e os epipolos numa situação no qual os epipolos estão localizados sobre a imagem.

Na figura anterior, além dos epipolos e das linhas epipolares concorrentes nos epipolos, pode-se observar os pontos principais (pp_e e pp_d), para cada uma das imagens. O ponto principal pode ser definido como sendo a projeção do centro perspectivo no plano da imagem. Para outras definições de ponto principal sugere-se Andrade (1998).

Numa situação em que os eixos ópticos são paralelos e não rotacionados, os epipolos estarão no infinito e as linhas epipolares serão paralelas, como mostra a Figura 3.3(a), sendo esta condição denominada como 'normal' em Fotogrametria Terrestre (KARARA, 1980). No caso mostrado em 3.3(b) os eixos ópticos são paralelos e existe uma certa rotação em torno do eixo óptico de uma das câmaras, o que modifica a disposição das linhas epipolares em uma das imagens. Em 3.3(c) mostra-se uma situação genérica no qual os eixos ópticos não são paralelos, sendo os epipolos localizados fora da imagem. Nesta última situação pode-se perceber que as linhas epipolares deixam de ser paralelas.

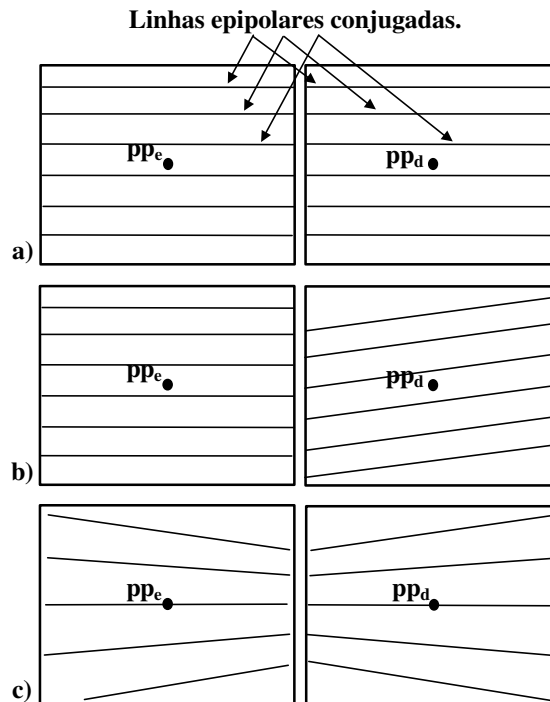


Figura 3.3 - Linhas epipolares conjugadas para algumas situações: (a) eixos ópticos paralelos e sem rotações; (b) eixos ópticos paralelos e com rotação não nula em torno do eixo óptico e (c) situação genérica no qual os eixos ópticos apresentam uma certa convergência.

Uma observação relevante se refere ao fato de que uma vez conhecidas as posições e a orientação relativa das câmaras e, dado um ponto numa das imagens, o ponto homólogo na outra imagem, se existir, estará localizado sobre a linha epipolar conjugada, daí a importância destes elementos, e portanto da "geometria epipolar", na solução do problema de correspondência. Deste modo, estabelecida esta geometria pode-se desenvolver modelos que relacionam os diversos elementos envolvidos. Dentre estes modelos funcionais¹⁴ tem-se, por exemplo, a Equação de Coplanaridade e as Equações de Colinearidade.

3.2.1 Equação de coplanaridade

A Figura 3.4 mostra os diversos elementos utilizados na definição do conceito de geometria epipolar. Para tanto foram incluídos os sistemas de referência associados ao

¹⁴ A denominação Modelo Funcional é utilizada no contexto de ajustamento de observações (ou otimização), na qual o modelo matemático é composto de duas partes: modelo funcional e modelo estocástico. O modelo funcional descreve as propriedades determinísticas e o modelo estocástico descreve as propriedades não determinísticas ou estocásticas (probabilísticas) das variáveis envolvidas (MIKHAIL & ACKERMAN, 1976).

espaço imagem, bem como alguns vetores, entre eles os que definem a posição das projeções (p_e e p_d) nas imagens consideradas.

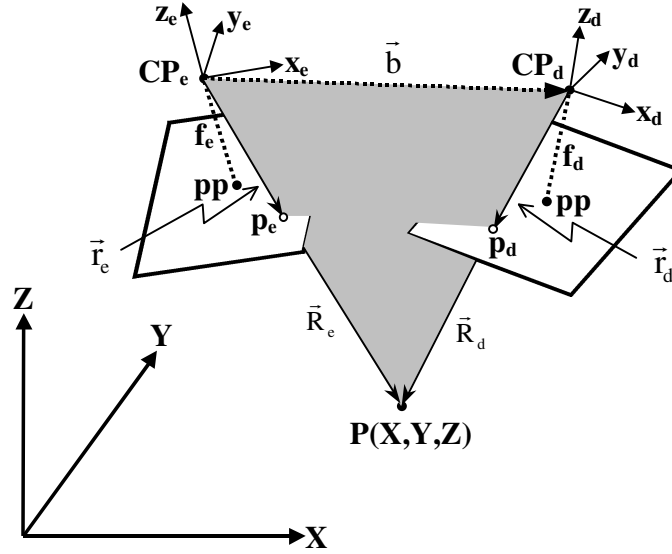


Figura 3.4 - Condição de coplanaridade entre os vetores \vec{b} , \vec{r}_e , \vec{r}_d , \vec{R}_e e \vec{R}_d .

Uma vez definidos os pontos $P(X, Y, Z)$, CP_e , CP_d , p_e e p_d (conforme descrito na Seção 3.2), os seguintes vetores podem ser estabelecidos: \vec{b} , \vec{r}_e , \vec{r}_d , \vec{R}_e e \vec{R}_d . O vetor \vec{b} é o vetor base, sendo suas componentes expressas em função das coordenadas dos centros perspectivos esquerdo e direito, podendo ser escrito por:

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{CPd} - X_{CPe} \\ Y_{CPd} - Y_{CPe} \\ Z_{CPd} - Z_{CPe} \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

Os vetores \vec{r}_e e \vec{r}_d são vetores com origem nos dois CPs e com extremidade nos pontos imagem p_e e p_d , respectivamente. Considerando que as distâncias focais das câmaras envolvidas sejam f_e e f_d e que as coordenadas do ponto principal (pp na Figura 3.4) sejam respectivamente (x_{0e}, y_{0e}) e (x_{0d}, y_{0d}) , pode-se escrever \vec{r}_e e \vec{r}_d como:

$$\vec{r}_e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_e - x_{0e} \\ y'_e - y_{0e} \\ -f_e \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \vec{r}_d = \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ z_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_d - x_{0d} \\ y'_d - y_{0d} \\ -f_d \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

onde as coordenadas $(x'_{\{e,d\}}, y'_{\{e,d\}})$ são medidas num sistema solidário¹⁵ à matriz de sensores, sendo sua origem situada no centro da imagem, como mostrado na Figura 3.5. As coordenadas dos dois pp também são referidos a este sistema.

As coordenadas dos pontos no plano imagem podem ser medidas em diversos sistemas. O mais comum é obter a posição da linha e coluna em relação ao canto superior esquerdo da imagem. No entanto, como o ponto principal se localiza perto do centro da imagem, é conveniente escolher a origem deste sistema no centro da imagem, como acontece no caso de câmaras métricas, onde o centro fiducial (localizado próximo do centro do quadro) é obtido pelo cruzamento das marcas fiduciais opostas. Admitindo que a imagem possua W colunas e H linhas, ou $W \times H$ pixels, e o centro da imagem seja situado no ponto $(c_x, c_y) = ((W-1)/2, (H-1)/2)$, as coordenadas (x', y') poderão ser calculadas em função da linha (i) e coluna (j) por:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j - c_x \\ -(i - c_y) \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

como pode ser visto na Figura (3.5).

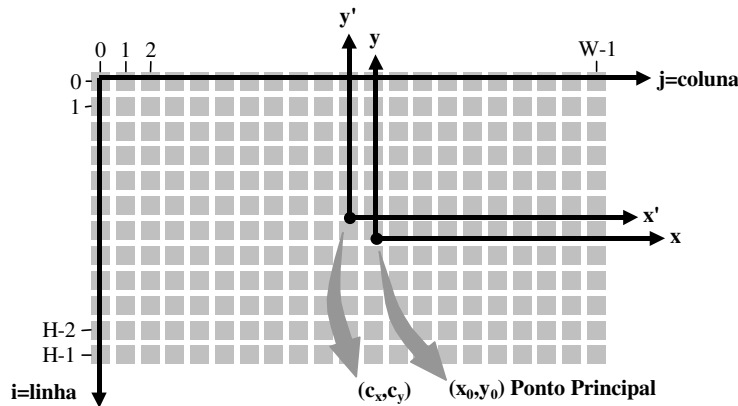


Figura 3.5 - Sistema de coordenadas da imagem $(i, j) = (\text{linha}, \text{coluna})$, sistema cartesiano com origem no centro da imagem (x', y') e o sistema paralelo ao sistema (x', y') mas com centro no ponto principal (x_0, y_0) .

¹⁵ Este sistema de coordenadas é equivalente ao sistema fiducial de coordenadas, definido em Fotogrametria para o caso de câmaras métricas. Assim como o sistema fiducial é solidário ao quadro fotográfico para as câmaras métricas, o sistema (x', y') é solidário à matriz de elementos sensores para o caso de imagens adquiridas com câmaras digitais.

Na equação anterior as coordenadas (i,j) são expressas na unidade pixel. Representando por s_x e s_y as dimensões dos pixels nas direções x e y respectivamente, a Equação 3.3 pode ser reescrita por:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & -s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j - c_x \\ i - c_y \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

e a equação inversa por:

$$\begin{bmatrix} j \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x^{-1} & 0 \\ 0 & -s_y^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Deste modo, uma vez medidas as coordenadas (i,j), conhecidas as dimensões dos pixel (s_x, s_y) e a distância focal (f), bem como a posição do ponto principal, os vetores expressos na Equação 3.2 podem ser calculados.

Retornando à Figura 3.4, pode-se observar a existência de três sistemas de referência: sistema do espaço objeto (OXYZ) e os sistemas do espaço imagem (CPxyz)_{e,d}. Qualquer um dos vetores presentes nesta figura pode ser expresso em um destes sistemas, e, numa situação real, os sistemas do espaço imagem não são necessariamente paralelos ao sistema do espaço objeto. Além disso, embora os pares de vetores \vec{R}_e e \vec{r}_e (\vec{R}_d e \vec{r}_d) sejam colineares, existe um fator de escala entre eles. Deste modo, para a transformação das componentes em x , y e z dos vetores \vec{R}_e e \vec{R}_d , expressos por:

$$\vec{R}_{\{e,d\}} = \begin{bmatrix} X_{\{e,d\}} \\ Y_{\{e,d\}} \\ Z_{\{e,d\}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_{cp\{e,d\}} \\ Y_{cp\{e,d\}} \\ Z_{cp\{e,d\}} \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

para as componentes dos vetores (\vec{r}_e e \vec{r}_d) no espaço imagem, deve-se considerar tanto a multiplicação por uma matriz de rotação quanto o fator de escala mencionado, sendo um fator de escala e uma matriz de rotação para cada imagem. Os fatores de escala poderão ser obtidos por $k_{\{e,d\}} = \frac{\|\vec{r}_{\{e,d\}}\|}{\|\vec{R}_{\{e,d\}}\|}$, sendo k_e e k_d relativos às fotos da esquerda e direita,

respectivamente. Representando as matrizes de rotação, relativas às câmaras esquerda e direita por M_e e M_d , as componentes dos vetores \vec{r}_e e \vec{r}_d (Equações 3.2) podem ser calculadas por:

$$\vec{r}_{\{e,d\}} = k_{\{e,d\}} M_{\{e,d\}} \vec{R}_{\{e,d\}}, \quad (3.7)$$

e a transformação inversa à 3.7 ($\vec{r}_{\{e,d\}} \rightarrow \vec{R}_{\{e,d\}}$) pode ser escrita por

$$\vec{R}_{\{e,d\}} = k_{\{e,d\}}^{-1} M_{\{e,d\}}^t \vec{r}_{\{e,d\}}. \quad (3.8)$$

Uma vez definidos todos os vetores presentes na Figura 3.4 a condição de coplanaridade pode ser estabelecida. Considerando que os centros perspectivos sejam conhecidos, o vetor \vec{b} fica automaticamente determinado e, dado um ponto objeto P, a coplanaridade entre os vetores \vec{b} , \vec{R}_e e \vec{R}_d pode ser estabelecida por meio do produto triplo de vetores ou, produto misto de vetores. Esta situação de coplanaridade, equivalente à dependência linear dos vetores, pode ser expressa¹⁶ por:

$$\vec{b} \cdot (\vec{R}_e \times \vec{R}_d) = (\vec{b} \times \vec{R}_e) \cdot \vec{R}_d = 0 \quad (3.9)$$

Portanto, quando a coplanaridade destes três vetores, ou a dependência linear dos mesmos for atendida, a seguinte igualdade será verdadeira:

$$\vec{b} \cdot (\vec{R}_e \times \vec{R}_d) = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_e & Y_e & Z_e \\ X_d & Y_d & Z_d \end{vmatrix} = 0. \quad (3.10)$$

Esta equação representa a condição de coplanaridade de uma forma compacta e não mostra de forma explícita os parâmetros intrínsecos (ou de orientação interior), os

¹⁶ A condição de coplanaridade pode também ser escrita por $\vec{R}_e \cdot (\vec{b} \times \vec{R}_d) = (\vec{R}_e \times \vec{b}) \cdot \vec{R}_d = 0$ ou $\vec{R}_e \cdot (\vec{R}_d \times \vec{b}) = (\vec{R}_e \times \vec{R}_d) \cdot \vec{b} = 0$.

parâmetros de orientação exterior, e as coordenadas medidas no espaço imagem. Deste modo, desenvolvendo o determinante acima se obtém:

$$\begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_e & Y_e & Z_e \\ X_d & Y_d & Z_d \end{vmatrix} = b_x Y_e Z_d + b_y Z_e X_d + b_z X_e Y_d - b_z Y_e X_d - b_x Z_e Y_d - b_y X_e Z_d = 0. \quad (3.11)$$

Rescrevendo a equação acima na forma de um produto matricial no qual o vetor $\vec{R}_d = [X_d \ Y_d \ Z_d]^t$ aparece de forma explícita tem-se:

$$\begin{bmatrix} Z_e b_y - Y_e b_z & X_e b_z - Z_e b_x & Y_e b_x - X_e b_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \\ Z_d \end{bmatrix} = 0. \quad (3.12)$$

A matriz de dimensão 1x3 presente na Equação 3.12 pode ser rescrita como o produto do vetor $\vec{R}_e^t = [X_e \ Y_e \ Z_e]$ por uma matriz 3x3, no qual os elementos são os componentes do vetor base \vec{b} . Assim, a Equação 3.12 pode ser representada pelo seguinte produto matricial:

$$\begin{bmatrix} X_e & Y_e & Z_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & b_z & -b_y \\ -b_z & 0 & b_x \\ b_y & -b_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \\ Z_d \end{bmatrix} = 0. \quad (3.13)$$

Substituindo na Equação 3.13 os vetores \vec{R}_e e \vec{R}_d , a partir do desenvolvimento da Equação 3.8 e das Equações 3.2, e lembrando que as matrizes de rotação M_e e M_d são ortogonais tem-se:

$$k_e^{-1} \cdot k_d^{-1} \cdot [x'_e - x_{0e} \quad y'_e - y_{0e} \quad -f_e] M_e \begin{bmatrix} 0 & b_z & -b_y \\ -b_z & 0 & b_x \\ b_y & -b_x & 0 \end{bmatrix} M_d^t \begin{bmatrix} x'_d - x_{0d} \\ y'_d - y_{0d} \\ -f_d \end{bmatrix} = 0. \quad (3.14)$$

O vetor \vec{r}_d , da maneira como está escrito na Equação 3.2 e como aparece na 3.14, é calculado em função das coordenadas no sistema cartesiano com origem no centro da imagem (x' , y'), como mostrado na Figura 3.5, e pelos seguintes parâmetros intrínsecos da câmara (x_{0d} , y_{0d} , f_d). Este vetor pode ser rescrito de modo que os parâmetros intrínsecos

sejam agrupados em uma matriz 3x3 e as coordenadas observadas apareçam em um vetor, da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} x'_d - x_{0d} \\ y'_d - y_{0d} \\ -f_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_{0d} \\ 0 & 1 & -y_{0d} \\ 0 & 0 & -f_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'_d \\ y'_d \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I}_d \begin{bmatrix} x'_d \\ y'_d \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

onde \mathbf{I}_d é uma matriz formada pelos parâmetros intrínsecos associados à câmara da direita. De modo análogo ter-se-á uma matriz \mathbf{I}_e para a câmara da esquerda. Pode-se notar na Equação 3.15 que o vetor $[x'_d \ y'_d \ 1]^t$ representa as coordenadas do ponto (x'_d, y'_d) no espaço \mathbb{R}^2 , expressas em coordenadas homogêneas.

Substituindo as Equações 3.15 na Equação 3.14 tem-se:

$$\mathbf{k}_e^{-1} \cdot \mathbf{k}_d^{-1} \cdot [x'_e \ y'_e \ 1] \mathbf{I}_e^t \mathbf{M}_e \begin{bmatrix} 0 & b_z & -b_y \\ -b_z & 0 & b_x \\ b_y & -b_x & 0 \end{bmatrix} \mathbf{M}_d^t \mathbf{I}_d \begin{bmatrix} x'_d \\ y'_d \\ 1 \end{bmatrix} = 0. \quad (3.16)$$

O resultado desta equação é um escalar e considerando que as constantes k_e^{-1} e k_d^{-1} , numa situação real, não assumem o valor nulo¹⁷, pode-se, sem perda de generalidade, considerar que a condição de coplanaridade seja aceita se:

$$[x'_e \ y'_e \ 1] \mathbf{I}_e^t \mathbf{M}_e \begin{bmatrix} 0 & b_z & -b_y \\ -b_z & 0 & b_x \\ b_y & -b_x & 0 \end{bmatrix} \mathbf{M}_d^t \mathbf{I}_d \begin{bmatrix} x'_d \\ y'_d \\ 1 \end{bmatrix} = 0. \quad (3.17)$$

Utilizando a notação \mathbf{B} para se referir à matriz 3x3 formada pelos componentes do vetor $\vec{\mathbf{b}}$, e $\vec{\mathbf{x}}_e$ e $\vec{\mathbf{x}}_d$ para representar os vetores $[x'_{\{e,d\}} \ y'_{\{e,d\}} \ 1]^t$, pode-se escrever a condição de coplanaridade de modo mais compacto por:

¹⁷ Pelas Equações 3.7 ou 3.8 pode-se notar que os valores de $k_{\{e,d\}}^{-1}$ seriam nulos quando $\|\vec{\mathbf{R}}_{\{e,d\}}\| = 0$ ou quando $\|\vec{\mathbf{r}}_{\{e,d\}}\| \rightarrow \infty$. Estas condições corresponderiam a ter o ponto objeto sobre o CP ou o ponto imagem no infinito, ou seja, em situações que não ocorrem na prática.

$$\bar{x}_e^t I_e^t M_e B M_d^t I_d \bar{x}_d = 0. \quad (3.18)$$

Nesta equação, a matriz B é anti-simétrica (*skew-symmetric*), tendo a propriedade de que a transposta da matriz é igual ao negativo da própria matriz, ou seja, $B^t = -B$ (BRINKMANN & KLOTZ, 1971). Para a obtenção da Equação 3.18 partiu-se da Equação 3.9, no entanto, se o desenvolvimento fosse feito partindo-se da equação $\bar{R}_e \cdot (\bar{b} \times \bar{R}_d) = 0$, o resultado seria semelhante e apenas o sinal dos elementos da matriz B seriam diferentes, como pode ser visto em Tan et al. (1994), Shan (1996, 1997) e Galo & Tozzi (1997).

A expressão anterior relaciona uma série de variáveis: as coordenadas homogêneas no espaço imagem (\bar{x}_e e \bar{x}_d); os parâmetros intrínsecos, ou de orientação interior (nas matrizes I_d e I_e); e os parâmetros de orientação exterior das câmaras (nas matrizes M_e , M_d , e B), podendo ser utilizado em um processo de otimização ou ajustamento de observações, no qual o objetivo seja a obtenção dos parâmetros de orientação interior e exterior, por exemplo.

3.2.2 Matrizes Essencial e Fundamental

A condição de coplanaridade, como mostrada pela Equação 3.18, é obtida pelo produto de algumas matrizes e vetores. A fim de que haja uma simplificação da representação desta equação, algumas matrizes deste produto são normalmente agrupadas. Pode-se observar que as três matrizes centrais da Equação 3.18, ou seja: M_e , B e M_d , contém apenas os parâmetros de orientação exterior e podem ser agrupadas em uma matriz 3x3, formando a denominada matriz essencial, representada por E, ou seja:

$$E = M_e B M_d^t. \quad (3.19)$$

Fazendo a pré-multiplicação e a pós-multiplicação da matriz essencial pelas matrizes I_e^t e I_d , respectivamente, tem-se a denominada matriz fundamental (F):

$$F = I_e^t M_e B M_d^t I_d, \quad (3.20)$$

que depende tanto dos parâmetros de orientação exterior quanto interior.

Usando esta notação, a condição de coplanaridade pode ser escrita por

$$\bar{x}_e^t I_e^t E I_d \bar{x}_d = \bar{r}_e^t E \bar{r}_d = 0 \quad (3.21)$$

ou

$$\bar{x}_e^t F \bar{x}_d = 0, \quad (3.22)$$

como pode ser visto em Barakat et al. (1994) e Galo & Tozzi (1997).

Estas equações podem ser utilizadas na recuperação das matrizes E e F, desde que sejam fornecidas as coordenadas, no sistema de imagem, de algum pares de pontos correspondentes ou homólogos. Assim, para cada par de pontos homólogos pode-se escrever uma equação do tipo 3.21 ou 3.22. Se as coordenadas dos pontos forem corrigidas dos parâmetros intrínsecos, ou seja, se os parâmetros intrínsecos das câmaras são disponíveis, pode-se obter a matriz essencial E diretamente e, caso contrário, pode-se obter a matriz F. Por esta razão alguns autores consideram que a matriz fundamental pode ser utilizada para recuperar os parâmetros de orientação para o caso de câmaras não calibradas (BARAKAT et al., 1994; ZHANG et al., 1994; e HARTLEY, 1997).

Como a matriz fundamental F possui dimensão 3×3 , ela pode ser representada por um vetor f de nove elementos $f = [f_{11} \ f_{12} \ f_{13} \ f_{21} \ f_{22} \ f_{23} \ f_{31} \ f_{32} \ f_{33}]^t$. Assumindo que se dispõe de n pares de pontos correspondentes e que são nove os elementos do vetor f, pode-se, a princípio, ter uma solução única para f, com $n=9$. No entanto, pode-se fazer injunções como por exemplo $f_{33}=1$ ou $\|f\|=1$, onde f é o vetor solução (HARTLEY, 1997). Esta injunção tem a finalidade de fixar uma escala, e, deste modo, com oito pares de pontos pode-se ter uma solução única. No entanto, outras injunções devem ser consideradas uma vez que a matriz F é singular. Esta característica pode ser mostrada utilizando a propriedade do determinante do produto de matrizes. Assim,

$$\det(F) = \det(I_e^t M_e B M_d^t I_d) = \det(I_e^t) \det(M_e) \det(B) \det(M_d^t) \det(I_d) \quad (3.23)$$

Como os determinantes das matrizes I_e^t e I_d são não nulos (iguais a $-f_e$ e $-f_d$, respectivamente), os determinantes das matrizes de rotação (M_e e M_d^t) podem assumir os valores ± 1 e o determinante de B é nulo, tem-se portanto que $\det(F)=0$.

Deste modo, com oito pares de pontos homólogos e as considerações anteriores, pode-se aplicar um algoritmo linear denominado "algoritmo dos oito pontos" (HARTLEY, 1997; LONGUET-HIGGINS, 1981). Por esta razão a equação de coplanaridade, escrita nas formas das Equações 3.21 ou 3.22, são denominadas por alguns autores por "Equações de LONGUET-HIGGINS" ou "THOMPSON e LONGUET-HIGGINS", devido principalmente aos trabalhos de Thompson (1968)¹⁸ *apud* Shan (1996) e Longuet-Higgins (1981).

3.3 Equações de colinearidade

No processo de formação da imagem por uma câmara de distância focal f , todos os pontos do espaço objeto que estão no campo de visão são projetados no plano imagem, passando pelo centro perspectivo do sistema de lentes da câmara. Considerando a imagem representada na Figura 3.6, bem como os referenciais do espaço objeto e imagem, se forem desconsiderados os erros sistemáticos inerentes ao processo de aquisição, o ponto no espaço objeto (P), o ponto no espaço imagem (p) e o centro perspectivo (CP) serão colineares.

¹⁸ THOMPSON, E. H. "The projective theory of relative orientation", *Photogrammetria*, 23, p. 67-75, 1968.

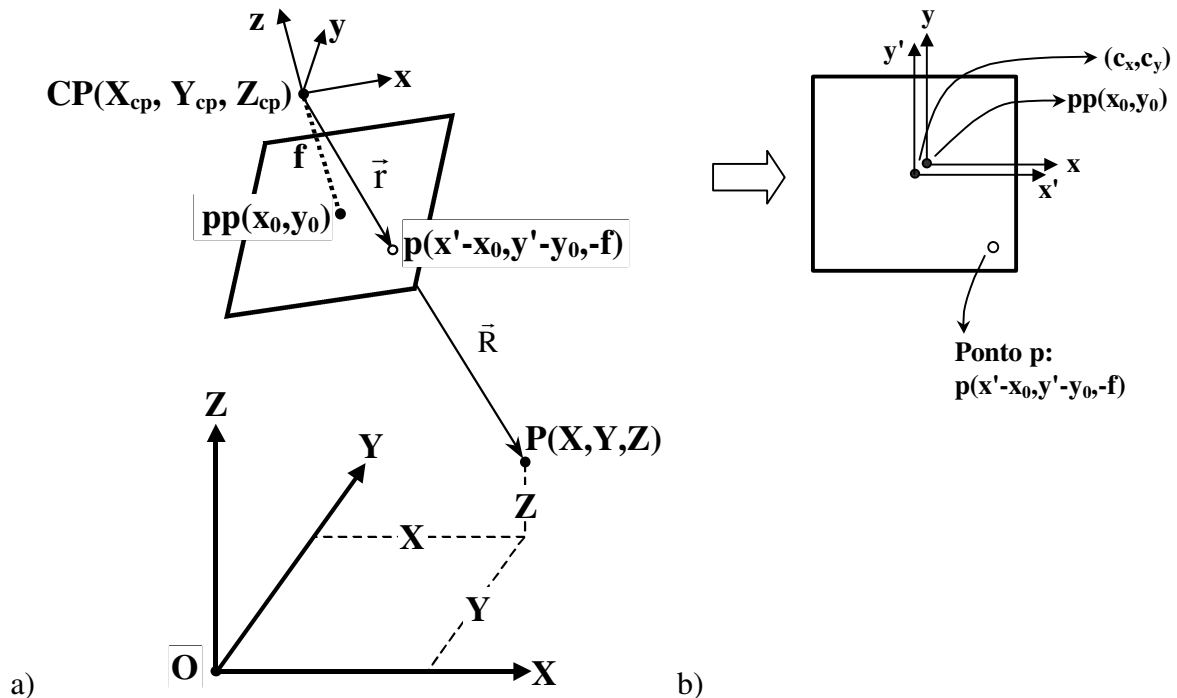


Figura 3.6 - Colinearidade entre o centro perspectivo (CP), o ponto imagem p e ponto no espaço objeto P (a). Em (b) é mostrado um detalhe dos sistemas envolvidos no espaço imagem.

Tomando como referência o sistema cartesiano CPxyz (com origem no centro perspectivo), a posição de um ponto genérico P pode ser obtida pela equação paramétrica da reta no espaço R^3 . Assumindo t como a variável independente e as coordenadas da origem do sistema (0,0,0), a posição do ponto P, neste sistema, pode ser dada por:

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} x'-x_0 \\ y'-y_0 \\ -f \end{bmatrix}. \tag{3.24}$$

Como o valor de f é inerente à câmara e constante para todos os pontos imagem, pode-se obter o valor de t utilizando a terceira componente da Equação 3.24. Isolando t desta equação obtêm-se $t = z_p / -f$, com $f \neq 0$. Substituindo o valor de t nas duas outras componentes tem-se:

$$\begin{aligned} x'-x_0 &= -f \frac{x_p}{z_p} \\ y'-y_0 &= -f \frac{y_p}{z_p}, \end{aligned} \tag{3.25}$$

com $z_P \neq 0$.

A Equação 3.25 faz o mapeamento do espaço 3D para 2D, no entanto as coordenadas (x_P, y_P, z_P) , nesta equação, se referem a um ponto do espaço objeto, mas expressas no sistema de coordenadas do espaço imagem. Em termos práticos é interessante representar este ponto no sistema de referência do espaço objeto e o relacionamento do vetor acima, com o correspondente no espaço objeto $(X-X_{cp}, Y-Y_{cp}, Z-Z_{cp})$, pode ser feito por aplicações sucessivas das matrizes de rotação em torno dos eixos x , y e z . Designando os ângulos de EULER por ω (*omega*), ϕ (*phi*), e κ (*kappa*), correspondentes às rotações em torno de x , y e z , respectivamente, pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix} = R_z(\kappa)R_y(\phi)R_x(\omega) \begin{bmatrix} X - X_{cp} \\ Y - Y_{cp} \\ Z - Z_{cp} \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} X - X_{cp} \\ Y - Y_{cp} \\ Z - Z_{cp} \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Desenvolvendo a Equação 3.26 e fazendo a substituição na Equação 3.25, e considerando que os elementos da matriz M sejam expressos genericamente por m_{ij} , com $i, j \in \{1, 2, 3\}$, tem-se:

$$\begin{aligned} x' - x_0 &= -f \frac{m_{11}(X - X_{cp}) + m_{12}(Y - Y_{cp}) + m_{13}(Z - Z_{cp})}{m_{31}(X - X_{cp}) + m_{32}(Y - Y_{cp}) + m_{33}(Z - Z_{cp})} \\ y' - y_0 &= -f \frac{m_{21}(X - X_{cp}) + m_{22}(Y - Y_{cp}) + m_{23}(Z - Z_{cp})}{m_{31}(X - X_{cp}) + m_{32}(Y - Y_{cp}) + m_{33}(Z - Z_{cp})}, \end{aligned} \quad (3.27)$$

sendo

$$M = \begin{bmatrix} \cos \phi \cdot \cos \kappa & \sin \omega \cdot \sin \phi \cdot \cos \kappa + \cos \omega \cdot \sin \kappa & -\cos \omega \cdot \sin \phi \cdot \cos \kappa + \sin \omega \cdot \sin \kappa \\ -\cos \phi \cdot \sin \kappa & -\sin \omega \cdot \sin \phi \cdot \sin \kappa + \cos \omega \cdot \cos \kappa & \cos \omega \cdot \sin \phi \cdot \sin \kappa + \sin \omega \cdot \cos \kappa \\ \sin \phi & -\sin \omega \cdot \cos \phi & \cos \omega \cdot \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Deste modo, tem-se o modelo que é responsável pelo mapeamento 3D→2D, e que pode ser utilizado na determinação da posição 3D dos pontos no espaço objeto, se os pontos forem observados em duas ou mais imagens.

Na Equação 3.27 o primeiro membro é formado pelas coordenadas transladadas para o ponto principal, cuja posição é (x_0, y_0) . Designando as coordenadas corrigidas do deslocamento do ponto principal por (x, y) , pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}. \quad (3.29)$$

Até esta altura não foram feitas referências aos erros sistemáticos inerentes ao sistema de lentes da câmara utilizada. Designando por $(\Delta x, \Delta y)$ as componentes do modelo de erro, as coordenadas observadas corrigidas dos efeitos sistemáticos podem ser expressas por:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

onde $(\Delta x, \Delta y)$ são funções que levam em conta a distorção radial simétrica e a distorção descentrada. Além destes erros, pode-se também incorporar os parâmetros de afinidade que permitem parametrizar diferenciais de escala em x e y , bem como a não ortogonalidade dos eixos. Deste modo, o modelo de erro, formado por estes três componentes, pode ser escrito da seguinte maneira

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta r_x \\ \delta r_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta d_x \\ \delta d_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta a_x \\ \delta a_y \end{bmatrix}, \quad (3.31)$$

onde a distorção radial simétrica pode ser modelada por

$$\begin{bmatrix} \delta r_x \\ \delta r_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x' - x_0)(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \\ (y' - y_0)(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \end{bmatrix}, \quad (3.32)$$

e a distorção descentrada por

$$\begin{bmatrix} \delta d_x \\ \delta d_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1[r^2 + 2(x' - x_0)^2] + 2P_2(x' - x_0)(y' - y_0) \\ P_2[r^2 + 2(y' - y_0)^2] + 2P_1(x' - x_0)(y' - y_0) \end{bmatrix}, \quad (3.33)$$

sendo r o valor da distância entre o ponto observado e o ponto principal (x_0, y_0) , ou seja

$$r = \sqrt{(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2}.$$

O modelo de afinidade, definido originalmente por Moniwa (1972), para o caso de câmaras não métricas, considera que o diferencial de escala em x é unitário e um diferencial de escala em y e a não ortogonalidade dos eixos são modelados. Deste modo, os componentes em x e y deste modelo podem ser escritos por $(\delta a_x, \delta a_y) = (A(y' - y_0), B(y' - y_0))$. Considerando o caso do uso deste modelo para câmaras digitais, como discutido por Tommaselli & Tozzi (1990), e adaptado para a obtenção do diferencial de escala em x , ou seja, considerando que o diferencial de escala em y é unitário, pode ser escrever

$$\begin{bmatrix} \delta a_x \\ \delta a_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(x' - x_0) \\ B(x' - x_0) \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

Considerando o modelo de erro dado pelas Equações 3.31 a 3.34, as Equações de Colinearidade, ou Equações Projetivas (ANDRADE, 1998), podem ser escritas por:

$$\begin{aligned} x = x' - x_0 - \Delta x &= -f \frac{m_{11}(X - X_{cp}) + m_{12}(Y - Y_{cp}) + m_{13}(Z - Z_{cp})}{m_{31}(X - X_{cp}) + m_{32}(Y - Y_{cp}) + m_{33}(Z - Z_{cp})} \\ y = y' - y_0 - \Delta y &= -f \frac{m_{21}(X - X_{cp}) + m_{22}(Y - Y_{cp}) + m_{23}(Z - Z_{cp})}{m_{31}(X - X_{cp}) + m_{32}(Y - Y_{cp}) + m_{33}(Z - Z_{cp})}. \end{aligned} \quad (3.35)$$

O modelo de erro mostrado acima, dado pela Equação 3.31, é composto por uma série de parâmetros. Os parâmetros k_1 , k_2 e k_3 referem-se à distorção radial simétrica e o número de parâmetros utilizado depende da câmara em uso. Normalmente o uso do parâmetro k_1 é suficiente para o caso de câmaras do tipo CCD. Os parâmetros P_1 e P_2 referem-se à distorção descentrada, que é responsável pelas componentes radial assimétrica e descentrada. Como referências adicionais sugere-se: Moniwa (1972), Livingston (1980), Andrade & Olivas (1981) e Lugnani (1987), Tommaselli & Tozzi (1990), Galo (1993) e Fryer (1996).

3.3.1 Reconstrução 3D e a solução por múltiplas imagens

As Equações 3.35 expressam as coordenadas de um ponto imagem em função de um conjunto de variáveis $[f \kappa \phi \omega X_{cp} Y_{cp} Z_{cp}]$ e da posição do ponto $P(X, Y, Z)$ no espaço objeto, e representa uma das formas de mapeamento do espaço 3D para o espaço 2D. Pode-se considerar que as coordenadas do espaço imagem sejam pré-corrigidas dos erros sistemáticos e, independente do modelo de erro adotado, o desenvolvimento apresentado

nesta seção é válido. A Figura 3.7 mostra, de uma forma esquemática e genérica, os mapeamentos entre os espaços 2D e 3D.

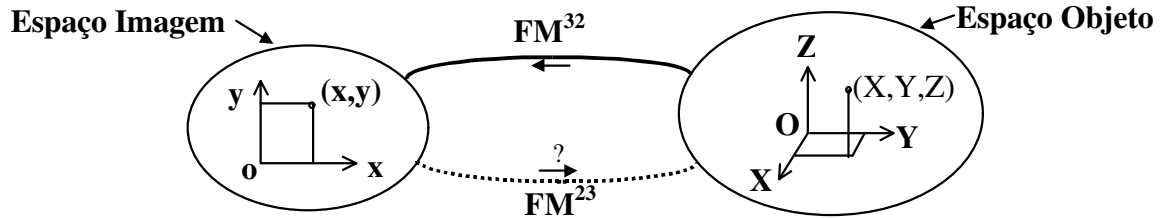


Figura 3.7 - Esquema mostrando os espaços objeto e imagem. As funções de mapeamento FM^{32} e FM^{23} representam, respectivamente, o mapeamento do espaço 3D para 2D e vice-versa.

De um modo genérico o mapeamento do espaço 3D para 2D pode ser expresso pela seguinte equação:

$$(x, y)^t = FM_{[\kappa \phi \omega X_{cp} Y_{cp} Z_{cp}]}^{32}(X, Y, Z) = FM_{ori}^{32}(X, Y, Z) \quad (3.36)$$

onde FM^{32} é a função de mapeamento e $ori = [\kappa \phi \omega X_{cp} Y_{cp} Z_{cp}]$ representa o conjunto de parâmetros de orientação exterior, necessário para aplicar a função de mapeamento. Neste caso admite-se que os parâmetros intrínsecos, a posição do centro perspectivo e a orientação da câmara sejam disponíveis para o instante da tomada das imagens.

No caso em que múltiplas imagens são utilizadas, deve-se ter estes parâmetros para cada uma das imagens. A Figura 3.8 ilustra esta situação.

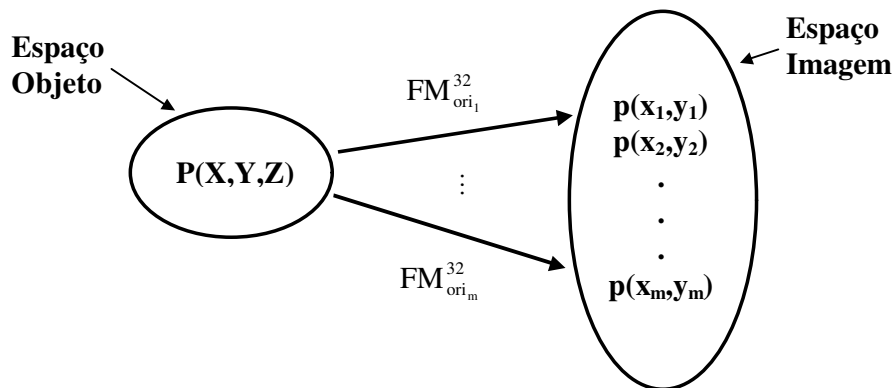


Figura 3.8 - Esquema mostrando o espaço objeto e o espaço imagem, bem como as m funções de mapeamento $FM_{ori_i}^{32}$, com $i \in \{1, 2, \dots, m\}$. Nesta figura $p(x_m, y_m)$ representa a projeção de P na imagem m .

Os esquemas das Figuras 3.7 e 3.8, bem como as Equações 3.35 e 3.36, representam a geometria do processo de aquisição e formação da imagem, e quando se fala em reconstrução 3D procura-se recuperar informações da geometria 3D dos objetos imageados, a partir de observações realizadas num espaço de menor dimensão, 2D no caso, utilizando para isso duas ou mais imagens.

Admitindo-se primeiramente que n imagens de uma certa área são disponíveis, e que por um procedimento de calibração os seguintes conjuntos de parâmetros são conhecidos

$$\begin{aligned} \text{ori}_1 &= [\kappa \ \phi \ \omega \ X_{cp} \ Y_{cp} \ Z_{cp}]_1 \\ &\vdots \\ \text{ori}_i &= [\kappa \ \phi \ \omega \ X_{cp} \ Y_{cp} \ Z_{cp}]_i, \\ &\vdots \\ \text{ori}_n &= [\kappa \ \phi \ \omega \ X_{cp} \ Y_{cp} \ Z_{cp}]_n \end{aligned}$$

com $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ e que um ponto genérico $P(X, Y, Z)$ do espaço objeto apareça em m imagens, com $m \leq n$, pode-se montar um sistema de equações do tipo 3.35, que permite resolver o problema da reconstrução 3D. Assim, as 2m equações podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} x_1 &= -f_1 \frac{m_{11_1}(X - X_{cp_1}) + m_{12_1}(Y - Y_{cp_1}) + m_{13_1}(Z - Z_{cp_1})}{m_{31_1}(X - X_{cp_1}) + m_{32_1}(Y - Y_{cp_1}) + m_{33_1}(Z - Z_{cp_1})} \\ y_1 &= -f_1 \frac{m_{21_1}(X - X_{cp_1}) + m_{22_1}(Y - Y_{cp_1}) + m_{23_1}(Z - Z_{cp_1})}{m_{31_1}(X - X_{cp_1}) + m_{32_1}(Y - Y_{cp_1}) + m_{33_1}(Z - Z_{cp_1})} \\ &\vdots \\ x_j &= -f_j \frac{m_{11_j}(X - X_{cp_j}) + m_{12_j}(Y - Y_{cp_j}) + m_{13_j}(Z - Z_{cp_j})}{m_{31_j}(X - X_{cp_j}) + m_{32_j}(Y - Y_{cp_j}) + m_{33_j}(Z - Z_{cp_j})} \\ y_j &= -f_j \frac{m_{21_j}(X - X_{cp_j}) + m_{22_j}(Y - Y_{cp_j}) + m_{23_j}(Z - Z_{cp_j})}{m_{31_j}(X - X_{cp_j}) + m_{32_j}(Y - Y_{cp_j}) + m_{33_j}(Z - Z_{cp_j})} \end{aligned}, \quad (3.37)$$

com $j \in \{1, 2, \dots, m\}$.

Uma vez que os parâmetros que caracterizam a geometria de cada uma das câmaras são conhecidos, o conjunto de 2m equações escritas em 3.37, a três incógnitas (X, Y, Z) , pode ser resolvido pelo Método dos Quadrados Mínimos (MQM), onde o número de graus de liberdade será dado por $gl=2m-3$. Deste modo, o menor valor inteiro de m que torna

$gl=2m-3>0$ é dois, ou seja, com duas imagens (dois pares de equações) pode-se resolver o problema pelo MQM, tendo-se nesta situação um grau de liberdade.

3.3.2 Princípio do Método dos Quadrados Mínimos¹⁹ e aplicação na reconstrução

Seja na estimativa de parâmetros a partir de um sistema de equações não linear ou na estimativa de uma grandeza medida a partir de um conjunto superabundante de observações, é necessário adotar um critério para obter uma solução única e representativa do(s) parâmetro(s) de interesse. Considerando um conjunto de equações e um vetor V no qual cada linha deste vetor representa o resíduo de uma observação, o critério da soma mínima dos quadrados dos resíduos, proposto por GAUSS e LEGENDRE, pode ser escrito por:

$$\|V\|^2 \rightarrow \min. \quad (3.38)$$

Este critério norteia o desenvolvimento do Método dos Quadrados Mínimos (MQM) ou Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), introduzido a aproximadamente dois séculos por C. F. GAUSS e A. M. LEGENDRE (GEMAEL, 1994; MIKHAIL & ACKERMANN, 1976).

Admitindo que as observações são de diferente qualidade, pode-se fazer uma ponderação na Equação 3.38, associando um peso a cada um dos elementos do vetor V . Designando a variância da unidade de peso a priori por σ_0^2 e a matriz variância-covariância (MVC) das observações por Σ_{Lb} , a matriz dos pesos pode ser calculada por

$$P = \sigma_0^2 \Sigma_{Lb}^{-1}. \quad (3.39)$$

Deste modo o critério dos quadrados mínimos pode ser rescrito por:

$$V^T P V \rightarrow \min. \quad (3.40)$$

¹⁹ Ver nota de rodapé da página 24.

Segundo Gemael (1994), são basicamente três os métodos de solução do MQM: o método paramétrico (ou das observações indiretas), o método dos correlatos (ou das equações de condição) e o método combinado. No método paramétrico as observações podem ser escritas em função dos parâmetros, na forma explícita. No método dos correlatos as observações são relacionadas funcionalmente, e no método combinado as observações e os parâmetros são relacionados por um modelo implícito. Na seqüência é feito o desenvolvimento do Método Paramétrico, mostrando como pode ser obtido o vetor das correções aos parâmetros, a partir do critério da minimização dos quadrados dos resíduos.

Seguindo a notação adotada por Gemael (1994) no Método Paramétrico, ou Método dos Parâmetros ou das Observações Indiretas, o modelo funcional básico pode ser escrito como:

$$L_a = F(X_a), \quad (3.41)$$

onde L_a é o vetor das observações ajustadas e X_a é o vetor dos parâmetros ajustados.

Fazendo,

$$L_a = L_b + V, \quad (3.42)$$

sendo L_b o vetor das observações, e escrevendo o vetor dos parâmetros ajustados como sendo composto pela soma do vetor dos parâmetros aproximados (X_0) com o vetor das correções aos parâmetros (X), ou seja:

$$X_a = X_0 + X, \quad (3.43)$$

pode-se reescrever a Equação 3.41 da seguinte forma

$$L_b + V = F(X_0 + X). \quad (3.44)$$

Expandindo o termo $F(X_0 + X)$ pela fórmula de TAYLOR em torno de X_0 , e desprezando os termos de ordem ≥ 2 tem-se:

$$L_b + V \cong F(X_0) + \left. \frac{\partial F}{\partial X_a} \right|_{X_a=X_0} X. \quad (3.45)$$

A partir desta equação, fazendo $A = \partial F / \partial X_a |_{X_a = X_0}$ e isolando o vetor V , tem-se o modelo linearizado do método dos parâmetros, ou seja:

$$V \cong F(X_0) + AX - L_b = AX + L, \quad (3.46)$$

com $L = L_0 - L_b$, sendo $L_0 = F(X_0)$.

Considerando o valor de V dado pela Equação 3.46 pode-se escrever a função $\phi(X) = V^t P V$ e aplicar uma condição que garanta o atendimento do critério 3.40, ou dos Quadrados Mínimos. Para tanto, os pontos críticos da função $\phi(X)$ podem ser obtidos fazendo-se $\frac{\partial \phi}{\partial X} = 0$, ou seja

$$\frac{\partial \phi}{\partial X} = \frac{\partial (V^t P V)}{\partial X} = \frac{\partial ((AX + L)^t P (AX + L))}{\partial X} = 0. \quad (3.47)$$

Desenvolvendo a derivada parcial acima e igualando a zero chega-se a uma equação no qual se tem apenas uma incógnita (X), sendo a solução dada por

$$\frac{\partial \phi}{\partial X} = 2A^t P A X + 2A^t P L = 0 \Rightarrow X = -(A^t P A)^{-1} A^t P L. \quad (3.48)$$

A partir do resultado acima se tem o valor das correções aos parâmetros aproximados X_0 . No desenvolvimento em série de TAYLOR, os termos de ordem maior ou igual a 2 foram desprezados, sendo portanto necessário um processo iterativo no qual o vetor dos parâmetros aproximados seja atualizado a cada iteração, até que as correções se aproximem de zero, ou de um limiar (ϵ) preestabelecido. No momento em que todas as correções são menores que este limiar a solução é encontrada. Deste modo, a cada iteração o vetor dos parâmetros ajustados é recalculado e considerando uma iteração genérica i (com $i \geq 1$) pode-se escrever:

$$X_{a_i} = X_{a_{i-1}} - N_{i-1}^{-1} U_{i-1}, \quad (3.49)$$

sendo $X_{a_0} = X_0$, $N = A^t P A$ e $U = A^t P L$.

Uma vez obtido o vetor solução (X_a), a MVC dos parâmetros ajustados Σ_{X_a} pode ser calculada por

$$\Sigma_{X_a} = \hat{\sigma}_0^2 N^{-1}, \quad (3.50)$$

onde $\hat{\sigma}_0^2$ é a variância da unidade de peso a *posteriori*, que pode ser calculada em função dos resíduos, da matriz peso, e do número de graus de liberdade por

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^1 PV}{n_o - n_p}, \quad (3.51)$$

sendo n_o o número de observações e n_p o número de parâmetros.

A Figura 3.9 apresenta, na forma de um fluxograma, o algoritmo do MQM, sendo mostradas as etapas de todo o procedimento, desde a leitura das observações, até o cálculo da Matriz Variância-Covariância - MVC dos parâmetros ajustados.

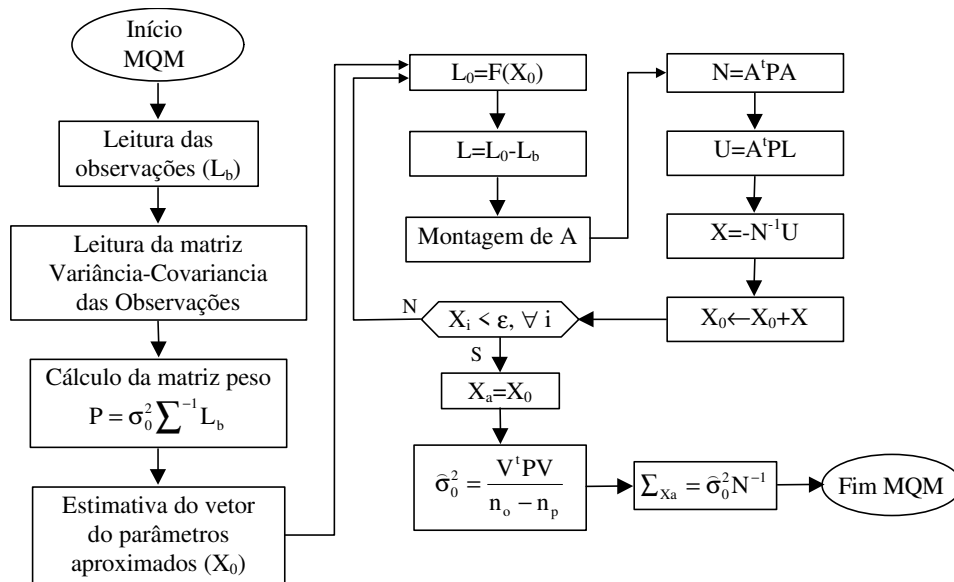


Figura 3.9 - Fluxograma mostrando as principais fases do MQM pelo Método Paramétrico.

No desenvolvimento acima não foram consideradas as injunções. Para tanto, pode ser considerado que se dispõe de relações envolvendo parâmetros e que estas relações podem ser representadas por uma função análoga à 3.41, sendo expressa aqui com o sobrescrito I, de injunção, ou seja

$$L_a^I = F^I(X_a). \quad (3.52)$$

Por analogia ao MQM sem injunções ter-se-á os elementos L^I , V^I , P^I , N^I e U^I . Admitindo que não haja correlação entre as observações L e L^I , o sistema formado pelas equações

$$\begin{cases} L_a = F(X_a) \\ L_a^I = F^I(X_a) \end{cases}$$

terá a seguinte solução:

$$X = -(A^tPA + A^{It}P^IA^I)^{-1}(A^tPL + A^{It}P^IL^I) = -(N + N^I)^{-1}(U + U^I) \quad (3.53)$$

sendo a matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados dada por

$$\Sigma_{Xa} = \hat{\sigma}_0^2(N + N^I)^{-1} \quad (3.54)$$

e a variância da unidade de peso a *posteriori* igual a

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^tPV + V^{It}P^IV^I}{n_o + n_I - n_p}, \quad (3.55)$$

como pode ser visto em Lugnani (1987) e Gemael (1994).

Na solução do sistema não linear composto pelas Equações 3.37 tem-se como parâmetros, a princípio, as coordenadas (X, Y, Z) . Pode-se admitir que os parâmetros intrínsecos e os parâmetros de orientação e posição do centro perspectivo sejam conhecidos por um procedimento prévio de calibração e que estes elementos tenham uma MVC conhecida. Neste caso, pode-se considerar que estes elementos também sejam considerados como parâmetros, nos quais se pode aplicar injunções, levando-se em conta, deste modo, a variabilidade de cada um dos parâmetros de orientação exterior. Assim, o vetor das observações (L_b) será composto por:

$$L_b = [x_1 \ y_1 \ \cdots \ x_i \ y_i \ \cdots \ x_m \ y_m]^t \quad (3.56)$$

e o vetor dos parâmetros ajustados por

$$X_a = [ori_1 \quad \dots \quad ori_i \quad \dots \quad ori_m \quad X \quad Y \quad Z]^t \quad (3.57)$$

onde ori_i representam os parâmetros relativos à câmara que adquiriu a imagem i (não incluindo os parâmetros que modelam as distorções do sistema óptico).

Descritas as principais fases do MQM e definidos os vetores das observações e dos parâmetros (Equações 3.56 e 3.57) pode-se aplicar o procedimento descrito no início desta seção para a determinação dos parâmetros ajustados. Considerando que se tenha um ponto observado em m imagens e assumindo que o vetor ori_i possui 6 elementos, a matriz das derivadas parciais A terá $2m$ linhas e $6m+3$ colunas. Na verdade as $6m$ colunas correspondem às derivadas parciais das equações 3.37 em relação aos parâmetros $ori_i = [\kappa \ \varphi \ \omega \ X_{cp} \ Y_{cp} \ Z_{cp}]$ de cada imagem, que são por hipótese conhecidos. Neste caso, pode-se escrever equações adicionais de injunção, que levam em conta a informação conhecida *a priori* sobre os $6m$ parâmetros de orientação.

Para uma determinada câmara i , as injunções nos parâmetros de orientação exterior podem ser escritas por:

$$\begin{bmatrix} \kappa_i \\ \varphi_i \\ \omega_i \\ X_{cp} \\ Y_{cp} \\ Z_{cp} \end{bmatrix}_b = \begin{bmatrix} \kappa_i \\ \varphi_i \\ \omega_i \\ X_{cp} \\ Y_{cp} \\ Z_{cp} \end{bmatrix}_a,$$

onde os subíndices \underline{b} se referem aos valores observados e \underline{a} aos ajustados.

Com estas considerações em mente pode-se montar a matriz A das derivadas parciais das equações de observação em relação aos parâmetros. Como as equações de observação são compostas por equações em x (f_x) e y (f_y), a matriz A pode ser escrita por:

$${}_{2m}A_{6m+3} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial \kappa_1} & \frac{\partial f_x}{\partial \phi_1} & \frac{\partial f_x}{\partial \omega_1} & \frac{\partial f_x}{\partial X_{cp_1}} & \frac{\partial f_x}{\partial Y_{cp_1}} & \frac{\partial f_x}{\partial Z_{cp_1}} & \dots & 0 & \frac{\partial f_x}{\partial X} & \frac{\partial f_x}{\partial Y} & \frac{\partial f_x}{\partial Z} \\ \frac{\partial f_y}{\partial \kappa_1} & \frac{\partial f_y}{\partial \phi_1} & \frac{\partial f_y}{\partial \omega_1} & \frac{\partial f_y}{\partial X_{cp_1}} & \frac{\partial f_y}{\partial Y_{cp_1}} & \frac{\partial f_y}{\partial Z_{cp_1}} & \dots & 0 & \frac{\partial f_y}{\partial X} & \frac{\partial f_y}{\partial Y} & \frac{\partial f_y}{\partial Z} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial f_x}{\partial Z_{cp_m}} & \frac{\partial f_x}{\partial X} & \frac{\partial f_x}{\partial Y} & \frac{\partial f_x}{\partial Z} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial f_y}{\partial Z_{cp_m}} & \frac{\partial f_y}{\partial X} & \frac{\partial f_y}{\partial Y} & \frac{\partial f_y}{\partial Z} \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

Para o caso em que $m=4$, as matrizes A e N ($N=A^T P A$) terão os seguintes padrões.

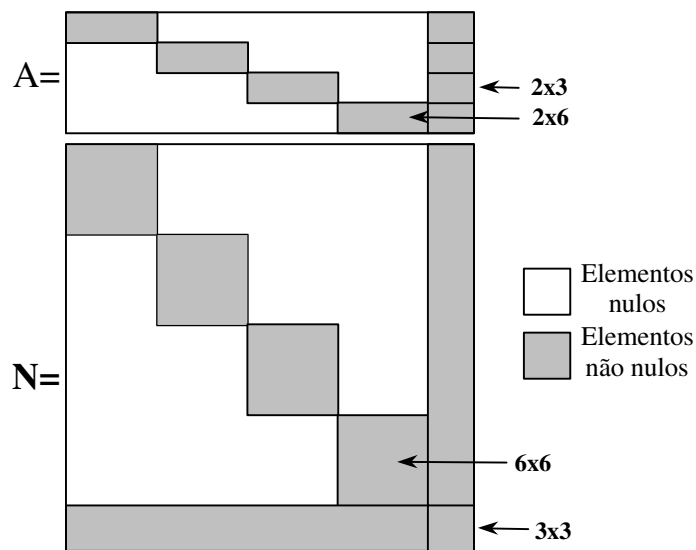


Figura 3.10 - Padrão das matrizes A e N para o caso em que $m=4$.

Ao término deste processo as coordenadas $P(X,Y,Z)$, bem como sua estimativa de precisão, são obtidas se duas ou mais projeções de P forem medidas, em suas respectivas imagens.

3.3.3 Solução linear para múltiplas imagens

O modelo utilizado na seção anterior é não linear e permite levar em conta informações estatísticas dos parâmetros de orientação exterior. Como uma solução alternativa pode-se considerar o uso de modelos não rigorosos do ponto de vista do ajustamento de observações, mas de resposta mais rápida, uma vez que não necessitam de iterações.

Partindo das Equações 3.24 e 3.26, pode-se escrever as coordenadas 3D como função das coordenadas no espaço imagem por:

$$\begin{bmatrix} X - X_{cp} \\ Y - Y_{cp} \\ Z - Z_{cp} \end{bmatrix} = tM^{-1} \begin{bmatrix} x' - x_0 \\ y' - y_0 \\ -f \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{cp} \\ Y_{cp} \\ Z_{cp} \end{bmatrix} + tM^{-1} \begin{bmatrix} x' - x_0 \\ y' - y_0 \\ -f \end{bmatrix}. \quad (3.59)$$

Deste modo, conhecidas as coordenadas de um ponto no espaço imagem (x',y') , os parâmetros intrínsecos (x_0, y_0, f) , os parâmetros de orientação da câmara (implícitos na matriz M) e a posição do CP (X_{cp}, Y_{cp}, Z_{cp}) , as coordenadas no espaço objeto serão determinadas se o valor da constante t , que varia ponto a ponto, for conhecida. Caso contrário a posição do ponto no espaço objeto será indeterminada e utilizando apenas uma imagem não se poder recuperar as coordenadas (X,Y,Z) no espaço objeto.

Para resolver este problema pode-se utilizar mais de uma imagem, ou utilizar alguma informação externa, como por exemplo uma das três coordenadas do ponto. Admitindo por hipótese que o valor de Z seja conhecido, o valor de t pode ser obtido pela terceira componente da Equação 3.59 por

$$t = \frac{Z - Z_{cp}}{m_{13}(x' - x_0) + m_{23}(y' - y_0) - m_{33}f}. \quad (3.60)$$

Substituindo o valor de t da equação anterior nas duas primeiras componentes do vetor da Equação 3.59, as coordenadas (X,Y) podem ser calculadas pelo seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned} X &= X_{cp} + (Z - Z_{cp}) \frac{m_{11}x + m_{21}y - m_{31}f}{m_{13}x + m_{23}y - m_{33}f} \\ Y &= Y_{cp} + (Z - Z_{cp}) \frac{m_{12}x + m_{22}y - m_{32}f}{m_{13}x + m_{23}y - m_{33}f} \end{aligned} \quad (3.61)$$

Para simplificar a expressão acima pode-se escrever

$$\begin{aligned} IC_x(x, y) &= \frac{m_{11}x + m_{21}y - m_{31}f}{m_{13}x + m_{23}y - m_{33}f} \\ IC_y(x, y) &= \frac{m_{12}x + m_{22}y - m_{32}f}{m_{13}x + m_{23}y - m_{33}f} \end{aligned} \quad (3.62)$$

e a Equação 3.61 toma a seguinte forma

$$\begin{aligned} X &= X_{cp} + (Z - Z_{cp})IC_x(x, y) \\ Y &= Y_{cp} + (Z - Z_{cp})IC_y(x, y) \end{aligned} \quad (3.63)$$

Admitindo Z como variável independente, as Equações 3.63 representam duas retas na forma paramétrica. Uma vez observado um ponto imagem e conhecidos os elementos $[f \ x_0 \ x_0 \ \kappa \ \varphi \ \omega \ X_{cp} \ Y_{cp} \ Z_{cp}]$ para a câmara correspondente, além do valor de Z , as coordenadas (X, Y) podem ser calculadas por:

$$\begin{aligned} X &= a'Z + a \\ Y &= b'Z + b \end{aligned} \quad (3.64)$$

sendo os coeficientes angulares (a' e b') e lineares (a e b), destas duas retas, obtidos por:

$$\begin{aligned} a' &= IC_x(x, y) \\ a &= X_{cp} - Z_{cp}IC_x(x, y) \\ b' &= IC_y(x, y) \\ b &= Y_{cp} - Z_{cp}IC_y(x, y) \end{aligned} \quad (3.65)$$

Considerando a situação em que um ponto P do espaço objeto seja projetado em m imagens (Figura 3.8), e assumindo que os parâmetros $[f \ x_0 \ x_0 \ \kappa \ \varphi \ \omega \ X_{cp} \ Y_{cp} \ Z_{cp}]$ sejam conhecidos para todas as m imagens, e que portanto os coeficientes a_i , a'_i , b_i e b'_i , com $i \in \{1, \dots, m\}$, possam ser calculados pelas Equações 3.65, o seguinte sistema de $2m$ equações a 3 incógnitas pode ser montado:

$$\begin{aligned}
 X &= a'_1 Z + a_1 \\
 Y &= b'_1 Z + b_1 \\
 &\vdots \\
 X &= a'_i Z + a_i \\
 Y &= b'_i Z + b_i \\
 &\vdots \\
 X &= a'_m Z + a_m \\
 Y &= b'_m Z + b_m
 \end{aligned} \tag{3.66}$$

Escrevendo este sistema de equações na forma matricial e admitindo como incógnitas as coordenadas (X,Y,Z) obtém-se:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -a'_1 \\ 0 & 1 & -b'_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & -a'_m \\ 0 & 1 & -b'_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ \vdots \\ a_m \\ b_m \end{bmatrix}. \tag{3.67}$$

O sistema linear acima pode ser escrito de uma forma compacta por $AX=B$. Como A tem dimensão $2m \times 3$, sendo portanto retangular, pode-se pré multiplicar os dois membros por A^t , obtendo-se o seguinte sistema de equações $(A^tA)X=A^tB$. Se o produto A^tA , que se reduz a uma matriz quadrada, admitir inversa, a solução do sistema 3.67 poderá ser calculada por $(A^tA)^{-1}A^tB$ e o vetor X toma a seguinte forma²⁰:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 & -\sum a'_i \\ 0 & m & -\sum b'_i \\ -\sum a'_i & -\sum b'_i & \sum(a'^2_i + b'^2_i) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum a_i \\ \sum b_i \\ -\sum(a'_i a_i + b'_i b_i) \end{bmatrix}. \tag{3.68}$$

$$\Sigma \equiv \sum_{i=1}^m$$

²⁰ O termo $(A^tA)^{-1}A^t$ pode ser representado por A^+ , sendo esta matriz denominada pseudo-inversa de A, como pode ser visto em Ballard & Brown(1982, p. 486) e Gemael(1994, p. 250).

Deste modo, a equação acima pode ser vista como uma função de mapeamento (FM^{23}), do espaço de dimensão 2D para 3D, para o caso em que múltiplas imagens são utilizadas, podendo ser escrita de forma compacta por:

$$(X, Y, Z)^t = FM_{(ori_1, \dots, ori_m)}^{23}(x_1, y_1, \dots, x_m, y_m). \quad (3.69)$$

Como pode-se observar, independente do número de imagens utilizadas, a função de mapeamento dada por 3.68 depende da inversão da matriz A^tA , de dimensão 3×3 . Assim, é interessante saber em que condições a inversa da matriz (A^tA) deixa de existir, o que pode ser feito pela análise do seguinte determinante:

$$\det(A^tA) = \begin{vmatrix} m & 0 & -\sum a'_i \\ 0 & m & -\sum b'_i \\ -\sum a'_i & -\sum b'_i & \sum(a_i'^2 + b_i'^2) \end{vmatrix} = m^2 \sum(a_i'^2 + b_i'^2) - m[(\sum a'_i)^2 + (\sum b'_i)^2], \quad (3.70)$$

ou pela análise da matriz A^tA . Igualando a Equação 3.70 a zero, obtém-se a condição para que a matriz A^tA seja singular, ou seja:

$$m = \left[\left(\sum_{i=1}^m a'_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^m b'_i \right)^2 \right] / \sum_{i=1}^m (a_i'^2 + b_i'^2). \quad (3.71)$$

Independente dos valores de a'_i e b'_i , a Equação 3.71 será válida, e portanto o determinante será nulo, para $m=1$. Para todos os demais valores de m , com $m \geq 2$, nos quais a Equação 3.71 não seja válida, e onde as colunas (e linhas) da matriz A^tA sejam linearmente independentes (l.i.), a reconstrução da geometria 3D poderá ser realizada.

3.3.4 Particularização para o caso estéreo

A partir do modelo linear apresentado na seção anterior e para o caso em que se têm duas imagens (caso estéreo), a posição 3D pode ser obtida diretamente por

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -a'_e - a'_d \\ 0 & 2 & -b'_e - b'_d \\ -a'_e - a'_d & -b'_e - b'_d & a_e'^2 + b_e'^2 + a_d'^2 + b_d'^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_e + a_d \\ b_e + b_d \\ -(a'_e a_e + b'_e b_e + a'_d a_d + b'_d b_d) \end{bmatrix}, \quad (3.72)$$

sendo os termos do segundo membro calculados a partir das seguintes equações:

$$\left. \begin{aligned} a'_i &= IC_x(x, y)_i \\ b'_i &= IC_y(x, y)_i \\ a_i &= X_{cp_i} - Z_{cp_i} a'_i \\ b_i &= Y_{cp_i} - Z_{cp_i} b'_i \end{aligned} \right\}_{i \in \{e, d\}} \quad (3.73)$$

Considerando o sistema de Equações 3.66 e o modelo estocástico simplificado no qual todas as grandezas $(a_1, b_1, \dots, a_m, b_m)$ são consideradas como observações de mesma qualidade (mesmo peso) e os termos $(a'_1, b'_1, \dots, a'_m, b'_m)$ são livres de erro, a solução obtida por 3.68, e também a 3.72, são equivalentes à aplicação do MQM ao sistema 3.66, com as devidas simplificações do modelo estocástico.

Numa situação ideal, as retas passantes pelos pontos imagem e pelos CPs devem se interceptar exatamente num ponto. Em um caso real, os erros presentes nas observações, os erros sistemáticos e os erros nas estimativas dos parâmetros de orientação e posição do CP, etc, podem fazer com que as retas não se interceptem num ponto e portanto sejam reversas. Portanto, o ponto estimado pela Equação 3.72 pode estar numa posição intermediária entre as duas retas, como ilustra a Figura 3.11.

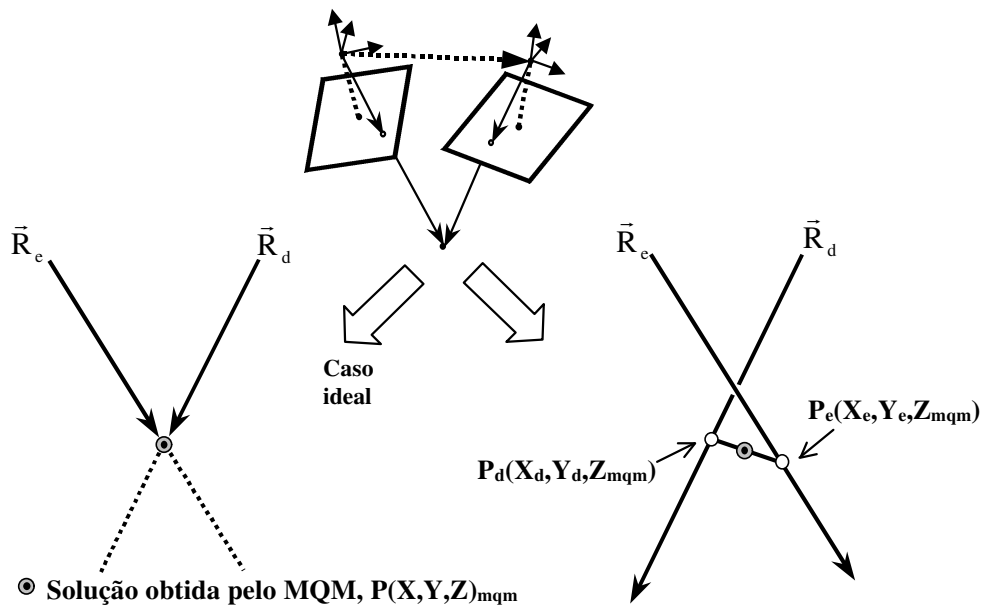


Figura 3.11 - Interseção das retas no espaço: caso ideal (à esquerda) e caso em as retas são reversas (à direita).

Pela Figura 3.11 pode-se notar que no caso de retas reversas, a separação entre o ponto obtido pelo MQM, dado pela Equação 3.72 e representado por $P(X, Y, Z)_{mqm}$, e cada um dos vetores, podem ser utilizados como uma medida da qualidade da posição estimada

do ponto no espaço 3D. Uma outra medida pode ser a separação entre os pontos P_e e P_d , pertencentes aos vetores \vec{R}_e e \vec{R}_d . Os pontos P_e e P_d podem ser determinados fazendo a interseção de um plano com $Z=Z_{mqm}$, sendo Z_{mqm} o valor da coordenada Z obtida pelo MQM, com os vetores \vec{R}_e e \vec{R}_d . Assim, a partir do valor obtido de Z_{mqm} e da Equação 3.64, pode-se ter uma medida de qualidade da reconstrução tridimensional (Q_{3D}), a partir da distância Euclidiana entre os pontos P_e e P_d , e portanto entre os vetores \vec{R}_e e \vec{R}_d , por:

$$Q_{3D} = \sqrt{[Z_{mqm}(a'_d - a'_e) + (a_d - a_e)]^2 + [Z_{mqm}(b'_d - b'_e) + (b_d - b_e)]^2}, \quad (3.74)$$

sendo $a'_{\{e,d\}}$, $b'_{\{e,d\}}$, $a_{\{e,d\}}$ e $b_{\{e,d\}}$ calculados pelas Equações 3.73. Deste modo, embora tenha sido utilizado um modelo estocástico simplificado na solução, pode-se utilizar o valor de Q_{3D} como uma medida da qualidade da reconstrução.

Pode-se portanto, adotar um erro máximo aceitável na reconstrução 3D, representado por ϵ_{3D} , e descartar todos pares de pontos no qual Q_{3D} seja maior que ϵ_{3D} ($Q_{3D} > \epsilon_{3D}$).

É relevante salientar que os componentes x e y do segmento $\overline{P_e P_d}$ podem ser associados às paralaxes em x e y , respectivamente. Como o componente em x é absorvido pelo valor de Z da interseção, ele não afeta a orientação relativa. Deste modo, o valor de Q_{3D} será influenciado apenas pela existência de paralaxe significativa em y .

3.3.5 Solução para o caso estéreo normal

As soluções apresentadas nas Seções 3.3. a 3.3.4, com as devidas particularidades, podem ser aplicadas em situações reais sem restrições com relação a rotações, ou seja, admite-se rotações não nulas e eixos ópticos não paralelos. Seguindo a designação usada em Fotogrametria Terrestre (KARARA, 1980, p. 827), ou seja "caso normal", como sendo a geometria na qual se tem um par de imagens com eixos ópticos paralelos entre si e perpendiculares em relação à linha de base (b) (Figura 3.12), o modelo dado pela Equação 3.35 pode ser simplificado.

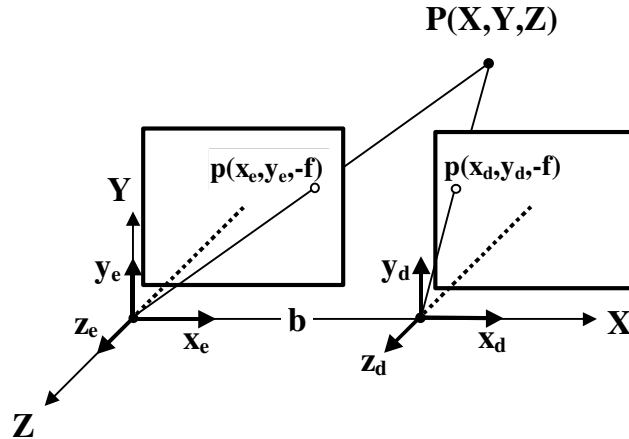


Figura 3.12 - Geometria para o caso estéreo normal no qual os eixos ópticos são paralelos entre si e perpendiculares à base (b), sendo o sistema do espaço objeto coincidente com o sistema solidário à imagem esquerda.

Considerando a situação mostrada na Figura 3.12, as coordenadas dos CPs esquerdo e direito serão $(0,0,0)$ e $(b,0,0)$, respectivamente, e as matrizes de rotação serão iguais à matriz identidade pois as rotações entre os sistemas são nulas. Uma vez conhecida a distância focal (f) e as coordenadas imagem (x_e, y_e) e (x_d, y_d) de um ponto genérico $P(X, Y, Z)$ do espaço objeto, pode-se escrever, a partir das Equações 3.35, o seguinte sistema:

$$\begin{aligned}
 x_e &= -f \frac{X}{Z} \\
 y_e &= -f \frac{Y}{Z} \\
 x_d &= -f \frac{X - b}{Z} \\
 y_d &= -f \frac{Y}{Z}
 \end{aligned}
 \tag{3.75}$$

Pelas equações segunda e quarta do sistema 3.75 pode-se notar que $y_e = y_d$, portanto tem-se na realidade um sistema com três equações linearmente independentes, a três incógnitas. Resolvendo este sistema de equações, as coordenadas (X, Y, Z) de P podem ser obtidas diretamente por:

$$\begin{aligned} X &= b \frac{x_e}{x_e - x_d} \\ Y &= b \frac{y_e}{x_e - x_d} \\ Z &= b \frac{-f}{x_e - x_d} \end{aligned} \quad (3.76)$$

Em todas as três componentes da Equação 3.76 o denominador é formado pela diferença das coordenadas em x . Considerando f e b como constantes, para uma dada geometria, a coordenada Z será função apenas desta diferença de coordenadas em x . Em função de sua importância na reconstrução 3D esta diferença em x ($x_e - x_d$) recebe as denominações disparidade (d) ou paralaxe²¹ em x (p_x). A denominação disparidade é utilizada principalmente na literatura de Visão Computacional (JAIN et al. 1995; DHOND & AGGARWAL, 1989; NOGUEIRA, 1998; NOGUEIRA & TOZZI, 1998) e o termo paralaxe em x é tradicional em Fotogrametria (KARARA, 1980; LAPRADE, 1980; KRAUS, 1993; ANDRADE, 1998). Portanto, sempre que a disparidade (ou paralaxe em x) for $d=p_x > 0$, a solução para o caso normal, dada por 3.76, poderá ser utilizada, sendo mais um modelo que pode ser escrito na forma da Equação 3.69. Se $d=p_x=0$ o ponto no espaço objeto estará no infinito e se $d=p_x < 0$ os pontos, na imagem esquerda e direita, não serão correspondentes pois estarão fora da região de sobreposição.

²¹ Paralaxe: deslocamento aparente de um corpo, em relação a um ponto ou sistema de referência, causado pela mudança do ponto de observação (WOLF, 1980).

CAPÍTULO 4

Solução Simultânea da Correspondência e Orientação Relativa

Este capítulo tem a finalidade de apresentar a proposta de solução simultânea para o problema de correspondência e orientação relativa. A solução proposta considera o uso da técnica de rotulação por relaxação, no qual são utilizadas múltiplas métricas, sendo introduzida a medida de compatibilidade usando relações angulares entre vizinhos e medidas de similaridade e compatibilidade equivalentes a injunção epipolar, considerando o conceito de Paralelepípedo de *Matching*.

4.1 Solução seqüencial baseada na cooperação entre a correspondência de pontos e a orientação relativa

Uma vez que o problema de correspondência é um problema malcondicionado, o uso de algumas estratégias contribui para que a solução seja mais robusta. Uma destas estratégias é o uso de injunções epipolares, que pode ser utilizada apenas se os parâmetros de orientação relativa, ou uma estimativa deles, for conhecida para o conjunto de imagens utilizadas. Por outro lado, para que a orientação relativa seja realizada é necessário o conhecimento de um conjunto de pares de pontos homólogos, ou seja, é necessário que se conheça o resultado do processo de correspondência. Esta inter-relação entre os procedimentos de orientação relativa (OR) com a determinação da correspondência é ilustrada na Figura 4.1.

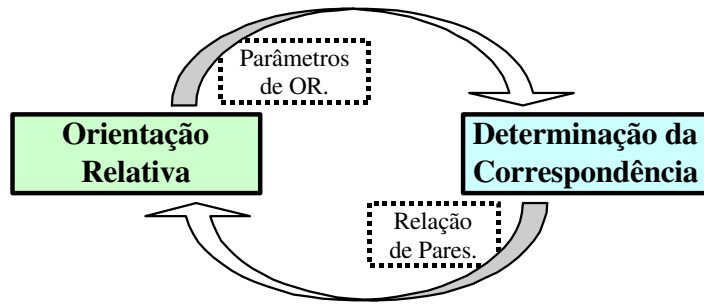


Figura 4.1 - Inter-relação entre a orientação relativa (OR) e a determinação da correspondência. Os retângulos pontilhados mostram os resultados de cada uma das etapas.

Pode-se observar por esta figura que a Orientação Relativa depende de uma relação de pares de feições correspondentes. Por outro lado a determinação da correspondência é realizada de modo mais robusto se os parâmetros de orientação relativa forem conhecidos.

4.1.1 Influência da injunção epipolar

Lembrando da condição geométrica estabelecida ao considerar um par de imagens obtidas por duas câmaras, conhecida como Geometria Epipolar (Seção 3.2), pode-se obter a linha epipolar conjugada à linha passante por um dado ponto (em uma das imagens) e verificar se o ponto da outra imagem passa por esta linha. Deste modo, se esta condição for atendida, ou seja, se ambos os pontos pertencerem às linhas epipolares conjugadas, eles poderão ser correspondentes. Na verdade esta condição, isoladamente, não é suficiente para garantir a correspondência, como ilustra a Figura 4.2.

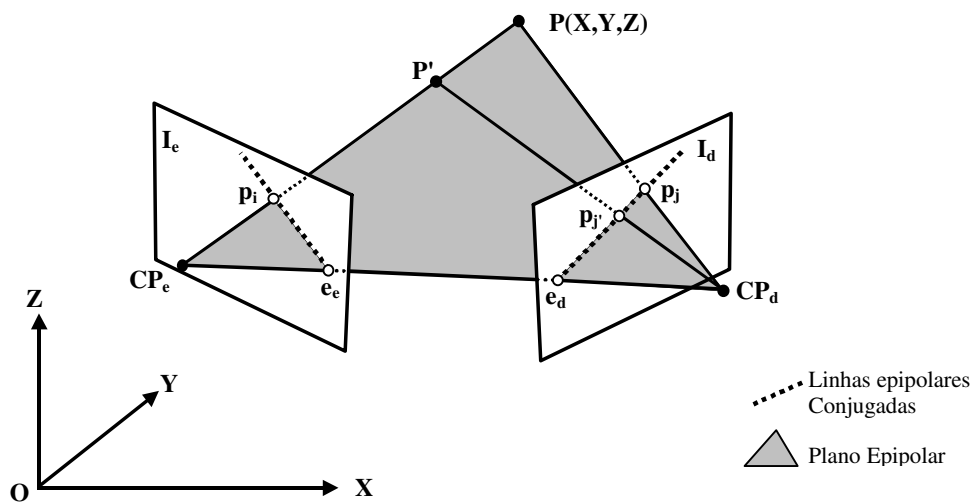
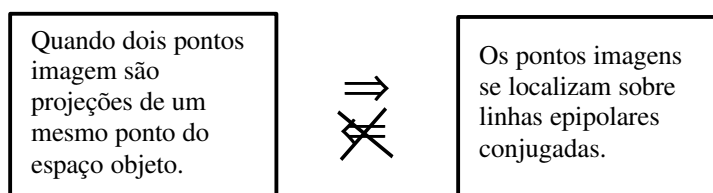


Figura 4.2 - Relação entre a localização dos pontos sobre as linhas epipolares conjugadas e a correspondência de pontos.

Pela Figura 4.2 pode-se observar que o ponto $P(X,Y,Z)$ do espaço objeto é projetado na imagem esquerda e direita em p_i e p_j , respectivamente. Além disso, pode-se notar que os pontos p_i e p_j pertencem às linhas epipolares conjugadas. No entanto, o ponto p_j , que também pertence à linha epipolar passante por p_i , não é imagem de P , e sim de P' . Portanto, quando dois pontos imagem são projeções de um mesmo ponto do espaço objeto, estes pontos necessariamente pertencem às linhas epipolares conjugadas. No entanto, o fato de dois pontos pertencerem às linhas epipolares conjugadas, não implica que os mesmos sejam imagem de um mesmo ponto do espaço objeto, ou seja, não implica que eles sejam correspondentes, ou homólogos, como resumido no diagrama abaixo.



Um ponto relevante nesta análise se refere ao fato da injunção epipolar ser uma forte restrição de natureza geométrica. No entanto, o seu uso isolado não garante que as correspondências corretas sejam encontradas. Por esta razão o uso de múltiplas métricas é justificado.

4.1.2 Princípio da solução

Quando se pensa na solução simultânea destes dois problemas, de correspondência e orientação relativa, a situação mais geral é a que considera as seguintes hipóteses:

- que não se tem nenhuma relação preliminar de correspondência;
- que os parâmetros de orientação relativa não sejam conhecidos.

Deste modo, a idéia inicial para solucionar estes dois problemas, de modo simultâneo, é tentar buscar um conjunto mínimo de correspondências, suficientes para que o modelo usado para realizar a orientação relativa possa ser utilizado para estimar os parâmetros. Com uma estimativa inicial dos parâmetros de orientação relativa, a correspondência pode ser refeita, sendo incorporadas as novas informações provenientes da orientação relativa, o que pode tornar o algoritmo mais robusto, uma vez que a injunção epipolar restringe a área de busca.

A Figura 4.3 sintetiza o princípio da solução proposta.

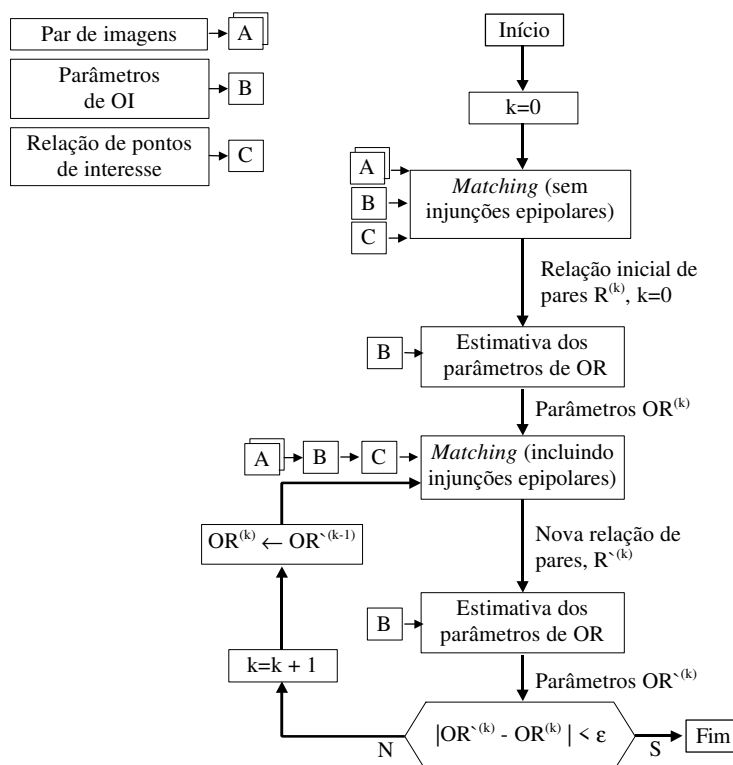


Figura 4.3 - Fluxograma mostrando o princípio do procedimento adotado na solução simultânea do problema de correspondência e orientação relativa automáticas.

Pode-se observar que este fluxograma é um detalhamento do fluxograma apresentado na Figura 1.2. Percebe-se também a existência de dois procedimentos de correspondência, o primeiro no qual não se inclui as injunções epipolares e o segundo, na qual é feita a inclusão das injunções epipolares, através da incorporação de informações de orientação relativa. Estas injunções, ou restrições, só poderão ser aplicadas uma vez que a orientação relativa seja conhecida, que por sua vez depende da disponibilidade de pares de objetos correspondentes. Deste modo, a partir da solução resultante do primeiro algoritmo de correspondência, se pelo menos cinco pares de pontos correspondentes estiverem disponíveis, a orientação relativa poderá ser realizada e o segundo algoritmo repetido, sendo incluída nesta etapa as injunções epipolares.

Como dados de entrada neste processo, considera-se um par de imagens, os conjuntos dos parâmetros de orientação interior (distância focal, posição do ponto principal, dimensão do pixel, etc) e uma relação de pontos de interesse, não rotulados, extraídos de modo independente, para cada uma das imagens.

Com relação à extração de pontos é importante observar que, neste trabalho, não existe uma preocupação com o método de extração, podendo ele ser manual, automático ou semi-automático. Independente do método de extração utilizado, as seguintes hipóteses são consideradas nesta etapa:

- a extração de pontos deve ser realizada de modo independente para cada uma das imagens;
- o método de extração deve propiciar nuvens de pontos de densidade semelhante para regiões homólogas;
- o número de pontos não precisa ser o mesmo nas duas imagens, uma vez que pode ocorrer oclusão devido à mudança do ponto de vista;
- a seqüência de pontos não precisa ser seguida nas duas imagens, o que equivale a ter pontos não ordenados ou não rotulados.

A primeira hipótese considera que a extração seja independente para cada uma das imagens. Pela segunda hipótese pressupõe-se que o algoritmo de extração seja robusto, de modo que para imagens adquiridas de diferentes pontos de vista, as regiões homólogas apresentam uma densidade de pontos equivalente. Como são utilizadas seqüências de imagens, e portanto os pontos de vista de imagem para imagem normalmente são diferentes, as condições de iluminação também podem ser modificadas. Por esta razão, pressupõe-se que o método de extração de pontos não seja sensível às mudanças nas condições de iluminação. De acordo com a terceira e quarta hipóteses admite-se que o número de pontos seja diferente e que os pontos extraídos não sejam necessariamente rotulados.

4.1.3 Vizinhança nos espaços imagem e das primitivas

Segundo a concepção de Hummel & Zucker (1983), apresentada no Capítulo 2, os métodos de rotulação por relaxação definem uma classe de métodos desenvolvidos para tratar com ambigüidade e ruído em sistemas de visão. Os quatro elementos envolvidos neste processo são: um conjunto de objetos; um conjunto de rótulos; as relações entre os objetos e seus vizinhos; e as restrições, ou injunções.

No caso específico deste trabalho, os conjuntos compostos pelos objetos e pelos rótulos são as primitivas extraídas das imagens envolvidas no processamento. Deste modo, é relevante diferenciar o espaço imagem, composto pelas imagens originais, do espaço das primitivas, composto pelos conjuntos de primitivas pontuais extraídas de cada uma das imagens, como mostrado na Figura 4.4.

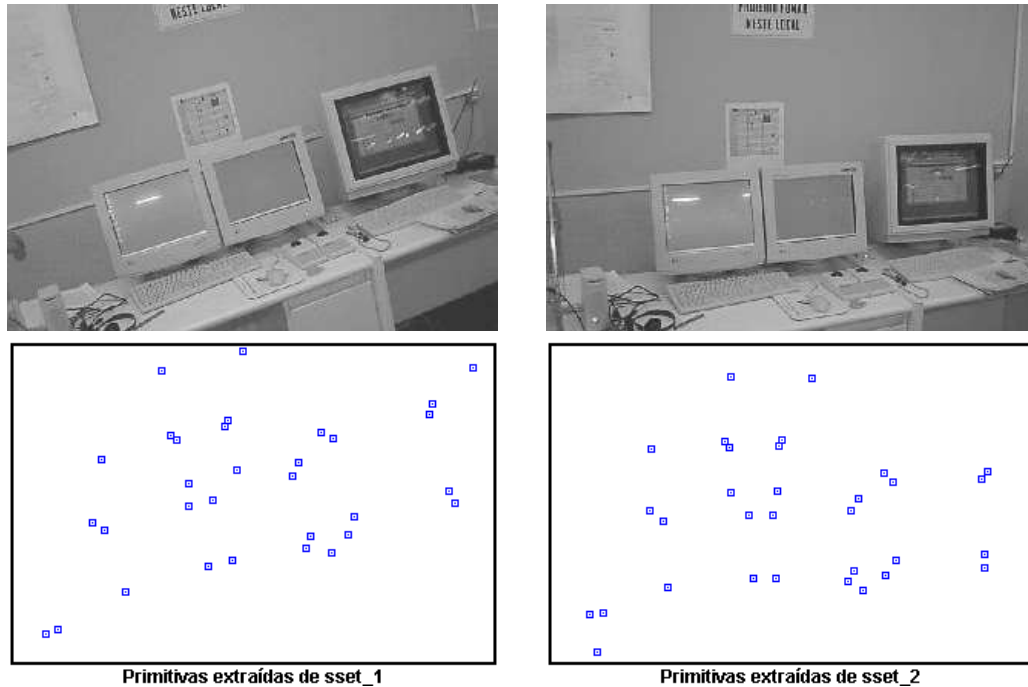


Figura 4.4 - Um par de imagens reais (na parte superior), e as primitivas pontuais extraídas das imagens (na parte inferior), constituindo o espaço das primitivas ou entidades.

A partir da extração das primitivas, ou entidades, de cada uma das imagens, pode-se definir o espaço das primitivas, por meio de um conjunto associado a cada uma das imagens. Seguindo a notação utilizada por Faugeras (1993), apresentada na Seção 2.5, pode-se associar às primitivas extraídas das imagens esquerda e direita, aos conjuntos denominados \mathbf{M} e \mathbf{S} , respectivamente, como mostra a Figura 4.5.

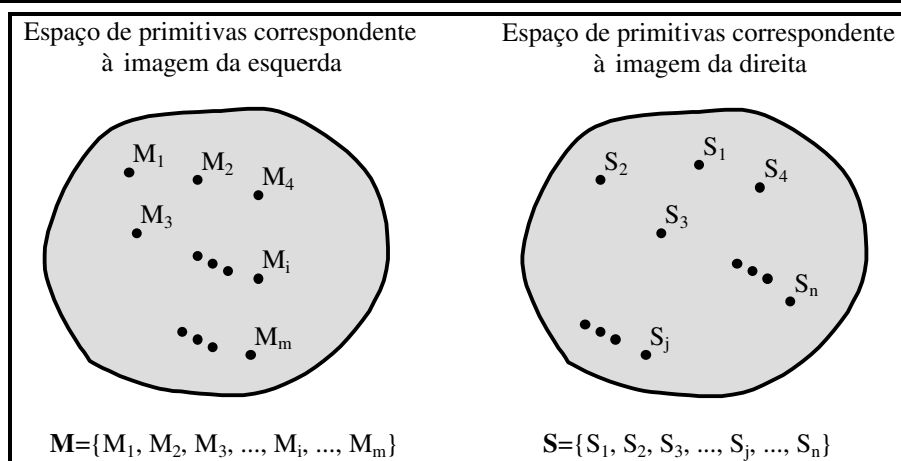


Figura 4.5 - Conjuntos \mathbf{M} e \mathbf{S} , associados às primitivas extraídas das duas imagens.

A notação utilizada e as denominações, espaço imagem e espaço das primitivas, são utilizadas de modo a diferenciar o conceito de vizinhança nestes dois espaços. Para ilustrar esta diferença entre as vizinhanças, considere que seja dada a posição de uma primitiva pontual P , extraída de uma das imagens, a da esquerda por exemplo. Supondo que as coordenadas deste ponto sejam (c_p, l_p) , onde c_p, l_p se referem, respectivamente, à coluna e linha deste ponto no espaço imagem, um vizinho imediato de P na imagem, pode ser qualquer um dos oito pontos do conjunto $\{(c_p-1, l_p-1), (c_p, l_p-1), (c_p+1, l_p-1), (c_p-1, l_p), (c_p+1, l_p), (c_p-1, l_p+1), (c_p, l_p+1), (c_p+1, l_p+1)\}$, considerando uma vizinhança do tipo 8-conectada. No entanto, o vizinho mais próximo de P , no espaço das primitivas, é um ponto $P' \in \mathbf{M}$ que pode estar situado a dezenas de pixels de (c_p, l_p) e que não é, necessariamente, um pixel adjacente a P na imagem.

Quanto ao quarto elemento presente na concepção de Hummel & Zucker (1983), as restrições, ou injunções, podem ser as mais variadas, podendo uma delas ser a injunção epipolar.

4.1.4 Rotulação por relaxação

Definidos os conceitos de vizinhança, nos dois espaços, pode-se associar a cada possível par de candidatos à correspondência (M_i, S_j) , com $M_i \in \mathbf{M}$ e $S_j \in \mathbf{S}$, uma medida de similaridade p_{ij} , com $0 \leq p_{ij} \leq 1$. Esta grandeza é calculada em função de uma medida de distância, definida por uma métrica preestabelecida, que mede o nível de semelhança entre os objetos M_i e S_j considerados.

Da maneira como definida, uma medida de similaridade não leva em conta as relações entre vizinhos, no espaço de primitivas, independente da métrica utilizada. Justamente em função da similaridade ser uma medida que envolve apenas os objetos M_i e S_j é que surge o conceito de compatibilidade, onde vizinhos dos objetos M_i e S_j também são considerados. Deste modo é relevante, antes de considerar as compatibilidades, definir os seguintes conjuntos:

$V_M(i)$ - Conjunto de vizinhos do objeto i , no espaço das primitivas M .

$V_S(j)$ - Conjunto de vizinhos do objeto j , no espaço das primitivas S .

Definidos estes conjuntos e dado ponto genérico $i \in M$, pode-se representar um vizinho de i por i' , com $i' \in V_M(i)$. Analogamente pode-se considerar j' como sendo um vizinho de j , com $j' \in V_S(j)$. Seguindo esta notação pode-se definir compatibilidade, como sendo uma função $c(i,j;i',j')$, que mede a compatibilidade entre o pares (M_i, S_j) e $(M_{i'}, S_{j'})$, ou, de modo mais simples, entre o par de candidatos (i,j) com o par (i',j') .

A compatibilidade é uma medida que leva em conta uma certa vizinhança no espaço de primitivas e um alto valor de compatibilidade, associado a um elevado valor de similaridade, reforça a possibilidade de correspondência entre dois elementos e pode, num processo iterativo, modificar as similaridades no processo de relaxação. Deste princípio surge o conceito de suporte do rótulo j ao objeto i (como discutido na Seção 2.5), que pode ser calculado pela Equação 2.21.

O princípio da relaxação, usando estes elementos, é apresentado no fluxograma simplificado da Figura 2.8, sendo apresentado na Figura 4.6 uma nova versão, no qual é feito o detalhamento de algumas funções relativas à rotulação por relaxação.

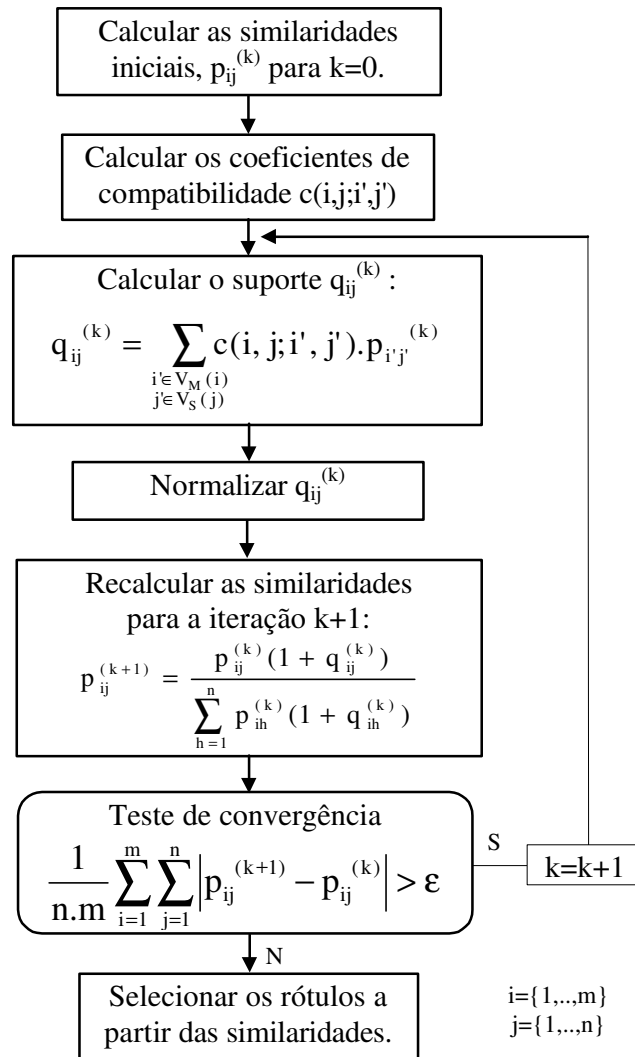


Figura 4.6 - Detalhamento do procedimento de rotulação por relaxação, realizado a partir do procedimento apresentado em Schalkoff (1989) e mostrado na Figura 2.8.

No fluxograma da Figura 4.6 é apresentado o princípio do algoritmo de rotulação por relaxação utilizado neste trabalho. Na realidade este princípio é genérico e o que muda, de aplicação para aplicação, são principalmente as funções utilizadas. Retomando o fluxograma da Figura 4.3, no qual é apresentado o princípio da solução adotada, o procedimento mostrado na Figura 4.6 pode ser empregado tanto na opção "*Matching* (Sem injunções epipolares)", denominado *matching* preliminar, quanto na opção "*Matching* (Com injunções epipolares)", que pode ser visto como um refinamento da correspondência. A diferença entre estas duas etapas se refere principalmente às funções usadas no cálculo da similaridade e compatibilidade. No *matching* preliminar não podem ser incluídas as injunções epipolares, uma vez que estas informações não são disponíveis no início do processamento. Uma vez finalizada a primeira etapa do *matching* tem-se uma relação

preliminar de correspondência, podendo ser estimada a orientação relativa entre as imagens utilizadas.

Com a disponibilidade de uma estimativa dos parâmetros de orientação relativa, o refinamento do *matching* pode ser realizado pelo mesmo algoritmo, desde que funções para o cálculo da similaridade e compatibilidade, que considerem as injunções epipolares, sejam disponíveis, como discutido em Galo & Tozzi (1997, 1999).

4.2 O conceito de Paralelepípedo de *Matching*

Uma maneira de verificar se dois pontos quaisquer (i,j) , com $i \in \mathbf{M}$ e $j \in \mathbf{S}$ pertencem às linhas epipolares homólogas é obter a distância entre um destes pontos até a linha epipolar conjugada, definida a partir do outro ponto. Neste caso, é necessário primeiramente determinar a equação de uma linha epipolar e posteriormente determinar a distância entre o ponto que está sendo verificado até a linha epipolar encontrada.

Um outro conceito proposto para esta verificação baseia-se no próprio princípio utilizado na determinação da condição de coplanaridade, que é o da dependência linear dos vetores \vec{b} , \vec{R}_e e \vec{R}_d , como mostrado na Seção 3.2.1. A partir desta condição chega-se ao modelo dado pela Equação 3.22, $\vec{x}_e^t F \vec{x}_d = 0$, com $\vec{x}_{\{e,d\}} = [x'_{\{e,d\}} \ y'_{\{e,d\}} \ 1]^t$, sendo $(x'_{\{e,d\}}, y'_{\{e,d\}})$ as coordenadas referidas ao centro da imagem e F a matriz Fundamental. Este modelo pode ser deduzido a partir da coplanaridade entre os vetores \vec{b} , \vec{R}_e e \vec{R}_d , mas pode também ser escrito em função da coplanaridade dos vetores \vec{b} , \vec{r}_e e \vec{r}_d , como mostrados na Figura 4.7. Considerando os vetores \vec{b} , \vec{r}_e , e \vec{r}_d , pode-se notar que os pontos das extremidades dos vetores \vec{r}_e e \vec{r}_d são imagem do ponto P e que os três vetores são linearmente dependentes, determinando assim o plano epipolar.

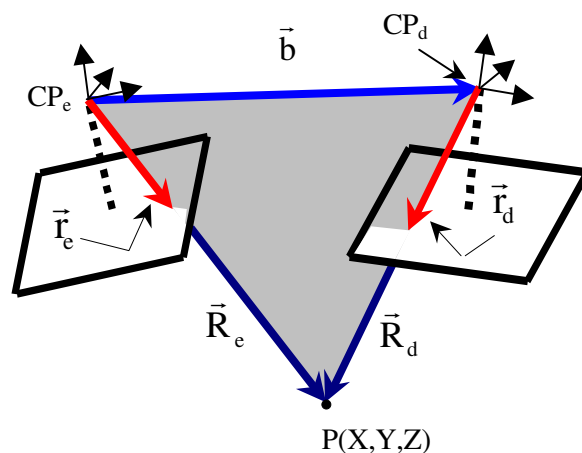


Figura 4.7 - Os vetores \vec{b} , \vec{r}_e , e \vec{r}_d , linearmente dependentes, determinando o plano epipolar.

Numa situação mais geral, no qual o objetivo seja avaliar se dois pontos quaisquer (i,j) são correspondentes, ou pelo menos, pertençam às linhas epipolares conjugadas, pode-se imaginar a situação mostrada na Figura 4.8. Nesta figura os pontos i e j não são imagem de um mesmo ponto do espaço objeto, e portanto o plano epipolar não é formado como na Figura 4.7.

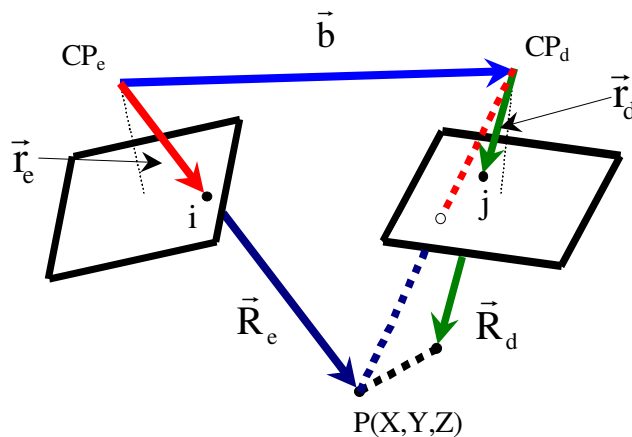


Figura 4.8 - Vetores \vec{b} , \vec{r}_e e \vec{r}_d , linearmente independentes, com \vec{r}_e e \vec{r}_d definidos a partir dos respectivos centros perspectivos e dos pontos imagem i e j, não homólogos.

A partir da situação mostrada na Figura 4.8, e retomando a interpretação geométrica do produto misto de vetores, ou seja, que o escalar resultante é, em valor absoluto, igual ao volume do paralelepípedo definido pelos vetores envolvidos, pode-se construir o paralelepípedo definido a partir dos vetores \vec{b} , \vec{r}_e e \vec{r}_d . Como a origem do vetor \vec{r}_d não é coincidente com a origem dos vetores \vec{b} e \vec{r}_e , ele é transladado de modo que os três vetores

tenham a mesma origem, formando assim as três arestas que possibilitam formar o paralelepípedo, como mostrados na Figura 4.9.

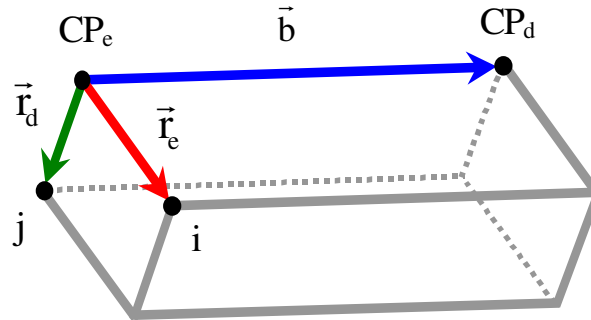


Figura 4.9 - Paralelepípedo formado a partir dos vetores \vec{b} , \vec{r}_e , e \vec{r}_d .

Deste modo, dados dois pontos quaisquer (i,j), bem como os parâmetros de orientação relativa das imagens, o paralelepípedo descrito poderá ser construído. Se os pontos do par (i,j) forem homólogos ou pertencerem às linhas epipolares conjugadas, o que é equivalente à dependência linear do terno \vec{b} , \vec{r}_e e \vec{r}_d , o paralelepípedo se degenera em um plano e o volume deste paralelepípedo se anula. Assim, o volume do paralelepípedo pode ser utilizado como um indicador da pertinência (ou proximidade) de um dos pontos do par (i,j) à linha epipolar conjugada passante pelo outro ponto. Por esta razão o paralelepípedo determinado a partir dos pontos (i,j) e dos parâmetros de orientação relativa, passa a ser denominado Paralelepípedo de *Matching* (PM). Como consequência, quanto maior for o volume do PM, maior será a possibilidade dos pontos envolvidos não pertencerem às linhas epipolares homólogas e não serem correspondentes.

4.3 Definição de algumas métricas

Nesta seção são apresentadas algumas métricas, que podem ser utilizadas no cálculo da similaridade e compatibilidade, e que portanto podem ser incluídas no processo de rotulação por relaxação. Uma destas métricas é introduzida a fim de incorporar no processo de rotulação por relaxação, o atendimento ou não da geometria epipolar, sem que sejam necessários tanto a determinação das equações das linhas epipolares conjugadas quanto o cálculo das distâncias dos pontos candidatos às potenciais linhas epipolares conjugadas. Adicionalmente considera-se uma nova métrica, resultante da análise da vizinhança em torno dos pares de pontos candidatos.

Dentre as métricas apresentadas tem-se o volume do Paralelepípedo de *Matching* - PM, que incorpora de modo indireto a geometria epipolar. Além disso, é apresentada uma medida de compatibilidade que leva em conta a distribuição espacial dos pontos vizinhos aos pares de pontos candidatos, a partir de relações angulares.

4.3.1 O volume do PM como medida de similaridade

Na Seção 4.2 pôde-se verificar que dada a posição de dois pontos, que formam um par de candidatos à correspondência, bem como os parâmetros de orientação relativa das respectivas imagens, o Paralelepípedo de *Matching* (PM) pode ser formado.

Uma vez conhecida uma estimativa dos parâmetros de orientação relativa, o vetor \vec{b} fica determinado e os vetores restantes do PM só podem ser definidos se os pontos (i,j) forem fornecidos. Assim, a matriz fundamental (\widehat{F}), dada pela Equação 3.20 e estimada a partir dos parâmetros de orientação relativa, pode ser calculada, e o volume do PM (V_{PMij}) pode ser obtido por:

$$V_{PMij} = \left| \vec{x}_i^t \widehat{F} \vec{x}_j \right|. \quad (4.1)$$

O resultado do produto misto dos vetores \vec{b} , \vec{R}_e e \vec{R}_d pode ser tanto positivo quanto negativo. Esta diferença no sinal ocorre em função da ordem adotada no produto misto, que tem relação com o fato dos vetores formarem uma base do espaço de vetores do R^3 , de natureza dextrogira ou levogira, resultando em $\vec{x}_i^t \widehat{F} \vec{x}_j$ positivo, ou negativo. Por isso o uso do valor absoluto na Equação 4.1.

Usando a notação funcional para representar V_{PMij} , ou seja:

$$V_{PMij} = V(\widehat{F}, i, j) = \left| \vec{x}_i^t \widehat{F} \vec{x}_j \right|, \quad (4.2)$$

e lembrando da Equação 2.22, que relaciona uma medida de distância (d_{ij}) com a medida de similaridade entre i e j (p_{ij}), pode-se associar a função $V(\widehat{F}, i, j)$ com a distância d_{ij} . Rescrevendo a função 2.22 de modo compacto tem-se:

$$p_{ij} = f_s(\alpha, d_{ij}) = \frac{1}{1 + \alpha d_{ij}}, \quad (4.3)$$

onde $f_s(\alpha, d_{ij})$ representa uma função de similaridade genérica, cuja métrica é representada por d_{ij} .

Adotando esta notação e admitindo que se deseja calcular a similaridade entre os pontos genéricos (i, j) , considerando a Geometria Epipolar (p_{ij}^{ge}), a seguinte função pode ser definida:

$$p_{ij}^{ge} = f_s(\alpha_{ge}, V(\hat{F}, i, j)). \quad (4.4)$$

No cálculo da similaridade pela Equação 4.4 é relevante verificar se a métrica utilizada tem o comportamento esperado, como descrito por Faugeras (1993), ou seja, se para pequenos valores de d_{ij} correspondem às maiores similaridades. Uma vez que para pequenos volumes do PM é maior a probabilidade de que os pontos envolvidos sejam homólogos, ou pelo menos pertençam às linhas epipolares conjugadas, pode-se portanto concluir que a métrica acima atende à condição descrita por Faugeras (1993) e pode ser utilizada.

Na Equação 4.4 a similaridade é função das posições dos pontos candidatos (i, j) , da constante (α_{ge}) e de uma estimativa da Matriz Fundamental, que por sua vez depende dos parâmetros de orientação relativa. Como esta medida de similaridade é utilizada num processo iterativo de relaxação, combinado com a orientação relativa, é aceitável admitir que no início do processo os parâmetros de orientação tenham uma qualidade inferior. Deste modo, pode-se considerar que é coerente que a variável α_{ge} da função f_s tenha um comportamento dinâmico ao longo das iterações.

Vários indicadores podem ser considerados na avaliação deste comportamento dinâmico. Um exemplo de indicador pode ser o traço da matriz MVC dos parâmetros de OR. Se o traço desta matriz diminuir é uma indicação de que as variâncias dos parâmetros de OR estão diminuindo e que portanto a "constante" (α_{ge}) pode ser maior para a iteração seguinte. Um outro fator que pode ser considerado é a relação entre o número de pares de pontos correspondentes, em relação ao número de pares obtidos sem as injunções

epipolares. O aumento desta razão é um indicador de que a injeção epipolar está contribuindo para o aumento do número de pares rotulados e para a qualidade da OR, mesmo com a possibilidade de se ter pontos rotulados errados. Deste modo, o valor de α_{ge} pode ser modificado dinamicamente. Designando o número de pontos após o término de uma iteração i por $N_{PT}^{(i)}$, o valor de α_{ge} para a iteração seguinte à iteração i poderá ser obtido por uma função do tipo:

$$\alpha_{ge}^{(i+1)} = \alpha_{ge} \frac{N_{PT}^{(i)}}{N_{PT}^{(0)}}, \quad (4.5)$$

onde $N_{PT}^{(0)}$ representa o número de pares obtidos pelo *matching* sem a inclusão das injeções epipolares. Deste modo, se houver uma diminuição no número de pares rotulados, ao longo do processo, a influência da injeção epipolar é naturalmente diminuída, indicando que provavelmente esta métrica não está contribuindo para o aumento do número de pares de pontos correspondentes.

É relevante observar que o volume obtido pelo produto $\vec{b} \cdot (\vec{R}_e \times \vec{R}_d)$ (Equação 3.9) é, em valor absoluto, igual ao volume determinado pelo paralelepípedo definido pelos vetores \vec{b} , \vec{R}_e e \vec{R}_d , que é diferente do volume obtido pela Equação 4.1. Pode-se ver que o segundo membro da Equação 4.1 é derivado das Equações 3.9 e 3.16, dentre outras da Seção 3.2.1. Ao analisar com mais cuidado a Equação 3.16 pode-se notar a presença das constantes k_e e k_d , que não aparecem na Equação 3.17 uma vez que ao desconsiderar estas constantes a igualdade 3.16 não é alterada. Deste modo, o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores \vec{b} , \vec{R}_e e \vec{R}_d será proporcional ao valor obtido pela Equação 4.1, sendo a constante de proporcionalidade igual a $(k_e k_d)^{-1}$.

4.3.2 Medidas de compatibilidade baseada em ângulos

O cálculo da compatibilidade entre as primitivas é importante na convergência do processo, pois se os vizinhos (i',j') do par (i,j) apresentam uma grande similaridade, a similaridade do par (i,j) é reforçada. Uma maneira de obter quantitativamente uma medida de compatibilidade é através da análise da distribuição espacial dos vizinhos dos pontos i e

j. Deste modo, se houver uma semelhança nesta distribuição espacial, em termos angulares, pode-se admitir que a correspondência é reforçada.

Na verdade, como foi citado no parágrafo anterior, uma semelhança na distribuição espacial implica que a correspondência deve ser reforçada e não necessariamente confirmada, pois, a rigor, num caso geral, os ângulos não são invariantes. Dentre os fatores que levam a esta não invariância das relações angulares pode-se considerar, principalmente:

- erros decorrentes da segmentação e medição dos pontos na imagem;
- posição relativa dos pontos no espaço objeto;
- deslocamentos, no plano imagem, provocados pela mudança do ponto de vista.

Com estes fatores em mente, o princípio do uso de relações angulares é atribuir às configurações angulares similares, um grau maior de compatibilidade.

Como visto anteriormente, no cálculo das similaridades não foram considerados os vizinhos dos pontos (i,j) , no espaço das primitivas, ou seja, nos conjuntos \mathbf{M} e \mathbf{S} . Portanto, as similaridades fornecem um grau de semelhança, considerando apenas a vizinhança no espaço imagem. Na Seção 4.1.4 os conjuntos dos vizinhos de i e j foram representados por $\mathbf{V}_M(i)$ e $\mathbf{V}_S(j)$, respectivamente.

Os conjuntos $\mathbf{V}_M(i)$ e $\mathbf{V}_S(j)$ podem ser obtidos de diversas maneiras. Uma delas seria definir um determinado raio em torno de cada um dos pontos e considerar como vizinhos dos pontos i e j , todas as primitivas situadas na região delimitada por estas circunferências, como mostra a Figura 4.10, para o caso de dois pontos homólogos.

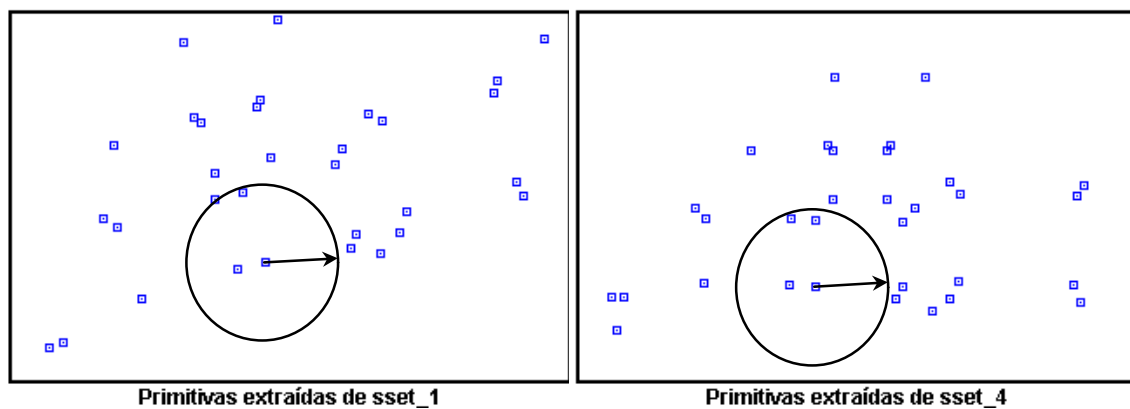


Figura 4.10 - Primitivas extraídas de um par de imagens e circunferências de mesmo raio, delimitando uma vizinhança em torno de pontos homólogos nas duas imagens.

Observando o exemplo da Figura 4.10 pode-se notar que apesar do raio da circunferência ser o mesmo, o número de vizinhos dentro das regiões limitadas pelas circunferências é diferente. Isto ocorre principalmente devido a diferenças de escala e à mudança do ponto de vista. Uma alternativa para a obtenção dos conjuntos $V_M(i)$ e $V_S(j)$ seria a seleção de um mesmo número de vizinhos para todos os pontos, usando o critério da menor distância Euclidiana. Assim, todos os pontos teriam o mesmo número de vizinhos. Designando o número de vizinhos por NV, os NV pontos mais próximos a i e j formariam os conjuntos $V_M(i)$ e $V_S(j)$, com $i \in \{1, \dots, m\}$ e $j \in \{1, \dots, n\}$.

Baseados nestes $m+n$ conjuntos de NV vizinhos, podem ser obtidas relações que permitem obter a compatibilidade entre os pares de candidatos (i,j) , levando em conta as respectivas vizinhanças $V_M(i)$ e $V_S(j)$ de cada ponto. Em cada um destes $m+n$ conjuntos, com NV vizinhos cada um, o primeiro vizinho é o ponto mais próximo, o segundo é o segundo mais próximo, e assim sucessivamente. Deste modo, os vizinhos em torno de dois pontos genéricos i e j podem ser numerados considerando esta ordem crescente de distância, como ilustra a Figura 4.11, onde o elemento k do vetor $d_i[k]$ armazena o k -ésimo ponto mais próximo ao ponto i . Analogamente tem-se o vetor $d_j[k]$, com $k \in \{1, \dots, NV\}$

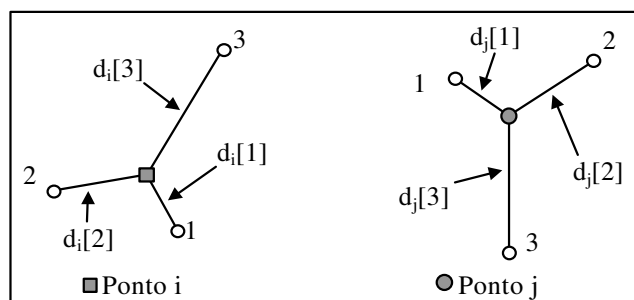


Figura 4.11 - Os NV pontos mais próximos a i e j , com $NV=3$.

Pode-se notar pela Figura 4.11 que os vizinhos de i e de j são numerados de acordo com a distância a i e j , respectivamente. Como a intenção é obter uma grandeza relacionada com a semelhança entre as distribuições dos pontos em torno de i e j , os ângulos entre os vizinhos consecutivos são calculados. Passando por i e por j um eixo x definido pela direção horizontal (ao longo das linhas), os NV ângulos contados no sentido anti-horário, entre este eixo e cada um dos vizinhos, podem ser determinados, como mostra a Figura 4.12. Observe que os pontos mostrados nesta figura são reordenados (em relação à Figura

4.11) à medida que eles são encontrados pela "varredura" no sentido anti-horário, a partir do eixo x, sendo os ângulos armazenados nos vetores $A_i[k]$ e $A_j[k]$, respectivamente.

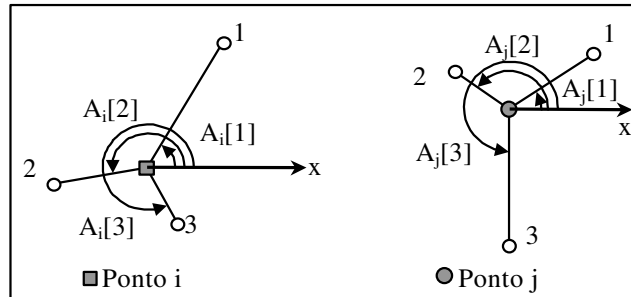


Figura 4.12 - Os NV (com NV=3) pontos mais próximos a i e j, bem como os NV ângulos formados entre o eixo x e os segmentos que conectam i(j) a cada um dos respectivos vizinhos.

Uma vez realizada esta ordenação dos pontos, os ângulos entre os vizinhos consecutivos podem ser obtidos. Assim, a diferença $A_i[2]-A_i[1]$ corresponderá ao ângulo entre os segmentos $\bar{i}1$ e $\bar{i}2$; $A_i[3]-A_i[2]$ ao ângulo entre $\bar{i}2$ e $\bar{i}3$; e de modo análogo para os demais. Como o ângulo entre os vizinhos devem ser sempre positivos e entre $[0^\circ, 360^\circ]$, deve-se tomar os devidos cuidados quanto ao sinal obtido, uma vez que estas grandezas são estimadas a partir da diferença de dois valores. Estes ângulos entre vizinhos podem ser então armazenados nos mesmos vetores ($A_i[.]$, $A_j[.]$), como ilustra a Figura 4.13.

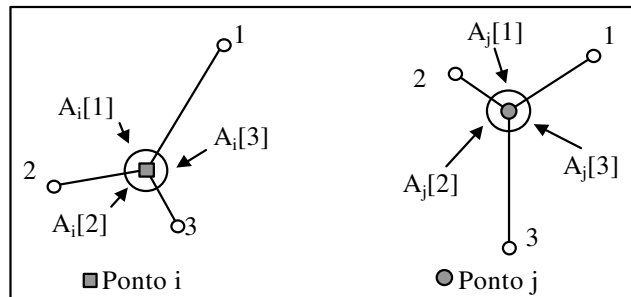


Figura 4.13 - Os NV pontos mais próximos a i e j e os ângulos entre os vizinhos consecutivos.

A partir dos valores armazenados nos vetores $A_i[.]$ e $A_j[.]$, pode-se tentar obter uma relação que expresse a compatibilidade entre estas duas distribuições espaciais de pontos. A princípio, poderia se pensar numa comparação direta entre os respectivos ângulos. No entanto, nada garante que $A_i[k]$ e $A_j[k]$, com $k \in \{1, \dots, NV\}$, sejam um a um, correspondentes. Pelo exemplo da Figura 4.13 observa-se que realmente não são, uma vez que os ângulos $A_i[1]$ e $A_j[1]$ não envolvem pontos correspondentes.

Deste modo, é proposto neste trabalho, o uso das razões entre os ângulos das duas "estruturas" em torno de i e de j , no cálculo da compatibilidade entre i e j . Como não se conhece a correspondência sugere-se fazer a mutação cíclica de uma das seqüências de ângulos, a fim de explorar todas as possibilidades. Deste modo a seguinte função é proposta:

$$d_{ij}^{\text{ang}}[\Delta] = \left| NV - \sum_{k=1}^{NV} \frac{A_j[k + \Delta]}{A_i[k]} \right|, \quad (4.6)^{22}$$

onde a variável Δ , com $\Delta \in \{0, \dots, NV-1\}$, é responsável pela mutação cíclica dos ângulos em torno do ponto j . Assim, se para algum dos valores de Δ os ângulos correspondentes forem iguais, as NV razões $A_j[k + \Delta]/A_i[k]$ serão iguais a 1 e o valor da "distância angular" $d_{ij}^{\text{ang}}[\Delta]$ será nula, o que corresponde a uma situação ideal onde a compatibilidade é total. Como na prática esta situação não é comum, ao invés de procurar pelo valor nulo de $d_{ij}^{\text{ang}}[\Delta]$ é coerente trabalhar com o menor valor da distância $d_{ij}^{\text{ang}}[\Delta]$. Levando em conta esta observação, a distância considerando as relações angulares, representada por D_{ij}^{ang} , pode ser obtida por:

$$D_{ij}^{\text{ang}} = \min_{\Delta \in \{0, \dots, NV-1\}} (d_{ij}^{\text{ang}}[\Delta]). \quad (4.7)$$

Para evitar problemas com indeterminação na Equação 4.6 deve-se verificar se algum dos valores de $A_i[k]$ são eventualmente nulos. Nos casos em que este evento aconteça pode-se atribuir um valor infinitesimal ε (*epsilon*) ao respectivo denominador, correspondendo a uma pequena perturbação local, apenas para que a respectiva razão seja calculada e $d_{ij}^{\text{ang}}[\Delta]$ seja estimado.

Para se ter uma idéia do resultado da aplicação desta métrica, é apresentada a Figura 4.14, onde se tem dois pontos candidatos à correspondência, com $NV=3$ vizinhos cada um.

²² Para os casos em que $(k+\Delta) > NV \Rightarrow (k+\Delta) \leftarrow (k+\Delta - NV)$.

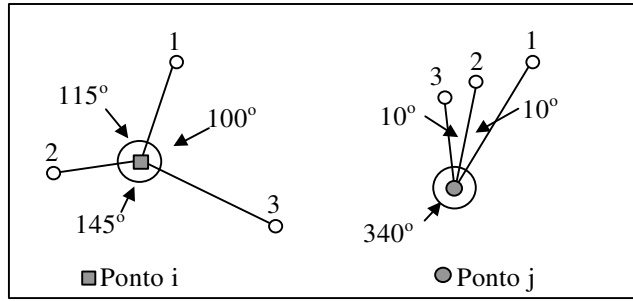


Figura 4.14 - Exemplo no qual se tem $NV=3$ pontos mais próximos a i e j , com os respectivos ângulos entre os vizinhos consecutivos.

Usando a Equação 4.6 e os ângulos mostrados na Figura 4.14, são obtidos os seguintes valores para $d_{ij}^{ang}[\Delta]$:

$$\begin{aligned}
 d_{ij}^{ang}[0] &= \left| 3 - \left(\frac{10}{115} + \frac{10}{145} + \frac{340}{100} \right) \right| \cong 0,556 \\
 d_{ij}^{ang}[1] &= \left| 3 - \left(\frac{10}{115} + \frac{340}{145} + \frac{10}{100} \right) \right| \cong 0,468 \\
 d_{ij}^{ang}[2] &= \left| 3 - \left(\frac{340}{115} + \frac{10}{145} + \frac{10}{100} \right) \right| \cong 0,125
 \end{aligned}
 \Rightarrow D_{ij}^{ang} = \min(0,556; 0,468; 0,125) = 0,125 .$$

Pode-se observar que apesar de visivelmente se perceber que as estruturas mostradas neste exemplo não são compatíveis, o valor da distância obtida pela Equação 4.6 resulta em um valor relativamente pequeno. Este resultado mostra uma contradição, sendo na verdade um exemplo de falso mínimo. Pode-se portanto dizer que, dependendo dos valores dos ângulos ($A_i[k]$ e $A_j[k]$), falsos mínimos podem ser obtidos ao se utilizar a Equação 4.6.

Por esta razão a seguinte equação é sugerida e incorporada no cálculo da distância D_{ij}^{ang} :

$$d_{ij}^{ang}[\Delta]^* = \left| NV - \sum_{k=1}^{NV} \frac{A_i[k]}{A_j[k+\Delta]} \right| \tag{4.8}$$

Pode-se notar que, nesta equação, as razões que compõem o somatório são as inversas das que aparecem na Equação 4.6. Deste modo, uma vez encontrado o valor de Δ que resulta no mínimo de $d_{ij}^{ang}[\Delta]^*$, deve-se fazer a comparação com o valor mínimo da Equação 4.6. Assim, ao tomar a maior destas duas estimativas, evita-se configurações de

falsos mínimos, como a mostrada anteriormente. Portanto, sugere-se que o valor de D_{ij}^{ang} seja obtido por:

$$D_{ij}^{ang} = \max \left(\min_{\Delta \in \{0, \dots, NV-1\}} (d_{ij}^{ang}[\Delta]) , \min_{\Delta \in \{0, \dots, NV-1\}} (d_{ij}^{ang}[\Delta]^*) \right). \quad (4.9)$$

Para o exemplo mostrado na Figura 4.14, o cálculo de $d_{ij}^{ang}[\Delta]^*$, seguido da obtenção de D_{ij}^{ang} pela Equação 4.9 resulta em:

$$\begin{aligned} d_{ij}^{ang}[0]^* &= \left| 3 - \left(\frac{115}{10} + \frac{145}{10} + \frac{100}{340} \right) \right| \cong 23,294 \\ d_{ij}^{ang}[1]^* &= \left| 3 - \left(\frac{115}{10} + \frac{145}{340} + \frac{100}{10} \right) \right| \cong 18,926 \quad \Rightarrow \quad D_{ij}^{ang} = \max(0,125, 18,926) = 18,926. \\ d_{ij}^{ang}[2]^* &= \left| 3 - \left(\frac{115}{340} + \frac{145}{10} + \frac{100}{10} \right) \right| \cong 21,838 \end{aligned}$$

Pode-se perceber, através deste exemplo numérico, que o uso da métrica definida pela Equação 4.9 evita a ocorrência de falso mínimo. Assim, obtida a distância D_{ij}^{ang} , que leva em conta a distribuição dos pontos na vizinhança dos pontos i e j , no espaço de primitivas, tem-se, adicionalmente, uma relação de vizinhos potencialmente correspondentes. Esta relação de NV vizinhos potencialmente homólogos é obtida a partir da combinação que corresponde ao valor de Δ que é solução da Equação 4.9.

Assim, de modo análogo ao cálculo da similaridade pela Equação 4.3, e de acordo com a Equação 2.26, o valor de D_{ij}^{ang} pode se utilizada como uma métrica. Considerando α_{ang} como sendo a constante relacionada à influência da compatibilidade angular (c_{ij}^{ang}) pode-se escrever:

$$c_{ij}^{ang} = f_c(\alpha_{ang}, D_{ij}^{ang}) = \frac{1}{1 + \alpha_{ang} D_{ij}^{ang}}. \quad (4.10)$$

Embora as Equações 4.10 e 4.3 sejam semelhantes, uma diferença fundamental é que na Equação 4.3 é considerado apenas um ponto do conjunto \mathbf{M} e um do conjunto \mathbf{S} , ou seja, apenas os pontos do par (i,j) . No entanto, na Equação 4.10 são utilizados, além destes pontos, mais NV vizinhos em torno de i e de j .

4.3.3 Volume dos múltiplos paralelepípedos

Na seção anterior apresentou-se uma métrica que considera as relações angulares entre as estruturas em torno dos pontos constituintes de cada par de candidatos. Esta métrica, embora leve em conta a distribuição das primitivas em torno dos candidatos, não leva em conta a geometria epipolar, uma vez que os parâmetros de orientação relativa das câmaras não são envolvidos.

Na Seção 4.2 mostrou-se como é construído o PM - Paralelepípedo de *Matching*, a partir das informações dos parâmetros de orientação relativa e da posição dos pontos do par de candidatos (i,j) . Além disso, mostrou-se como o volume do PM (V_{PMij}) pode ser associado com a correspondência entre os pontos candidatos (i,j) . Como para cada um dos pontos do par de candidatos ao *matching* tem-se um conjunto de NV vizinhos, esta idéia pode ser estendida para o cálculo da compatibilidade envolvendo as informações relativas à geometria epipolar para os NV vizinhos potencialmente correspondentes.

Considerando portanto os mesmos NV pares de vizinhos usados nas Equações 4.10, obtidos a partir do valor de Δ que resulta na solução da Equação 4.9, pode-se utilizar como uma outra métrica a soma dos volumes dos NV paralelepípedos. Assim, se o somatório dos volumes de todos os NV paralelepípedos da vizinhança de (i,j) for nula, ou pequena, é um forte indicador que a correspondência do par (i,j) deve ser reforçada. Deste modo, a função abaixo pode ser utilizada no cálculo da compatibilidade, considerando as informações de orientação relativa, e portanto a geometria epipolar:

$$c_{ij}^{ge} = f_c(\alpha_{ge'}, \sum_{\substack{i_k \in V_M(i) \\ j_k \in V_S(j)}} V(\widehat{F}, i_k, j_k)) = \frac{1}{1 + \alpha_{ge'} \sum_{\substack{i_k \in V_M(i) \\ j_k \in V_S(j)}} V(\widehat{F}, i_k, j_k)}, \quad (4.11)$$

onde $\alpha_{ge'}$ é uma constante relacionada à influência da geometria epipolar no cálculo da compatibilidade. Nesta equação utilizou-se a constante $\alpha_{ge'}$ para diferenciar da constante usada na Equação 4.4, no qual se calcula a similaridade. Pode-se observar que neste caso pode ser também considerado o comportamento dinâmico de $\alpha_{ge'}$, de modo análogo ao visto na Seção 4.3.1 para o caso de α_{ge} .

4.4 O uso de múltiplas métricas no cálculo da similaridade

O uso da medida de similaridade calculado pela Equação 4.4 depende do conhecimento da orientação relativa, e altas similaridades correspondem a paralelepípedos de volumes pequenos ou nulos. Apesar da injunção epipolar ser uma restrição geométrica extremamente importante, ela não é suficiente para garantir que haja correspondência. Para se ter a garantia da correspondência são necessárias informações adicionais, como por exemplo a profundidade dos objetos, que na maioria das situações reais não são disponíveis.

No caso em que informações de natureza geométrica adicionais não sejam disponíveis, ou seja, numa situação mais geral, outras alternativas devem ser consideradas. Entre elas podem-se considerar medidas relacionadas com a radiometria, tais como diferença entre os tons de cinza médio, a diferença de gradiente e também medidas de correlação espacial.

Como as medidas de similaridade, isoladamente, não garantem que as correspondências obtidas sejam corretas, uma possibilidade é considerar a ocorrência conjunta de alguns eventos, como por exemplo:

- volume mínimo do PM;
- elevado coeficiente de correlação;
- baixa diferença de intensidade; e
- baixa diferença de gradiente.

Admitindo que a ocorrência de um dos eventos acima não implique na ocorrência de outro, pode-se assumir que eles sejam independentes. Neste caso, a probabilidade de ocorrência simultânea pode ser obtida pela Regra da Multiplicação (KREYSZIG, 1993, p. 1158), no qual a probabilidade de ocorrência conjunta de n eventos E_1, E_2, \dots, E_n , pode ser obtida por

$$P(E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_n) = P(E_1)P(E_2)\dots P(E_n). \quad (4.12)$$

Deste modo, interpretando as medidas de similaridade como probabilidade, esta regra pode ser usada no cálculo das similaridades iniciais, sendo a medida de similaridade dada pela Equação 4.4 apenas uma das parcelas.

4.4.1 Composição das medidas de similaridade

A Equação 4.4 permite calcular a similaridade usando as informações de orientação relativa. Outras medidas podem ser consideradas, como citado no início da Seção 4.4. Como cada elemento considerado corresponde a uma métrica, a regra da multiplicação pode ser utilizada no cálculo das similaridades iniciais. Neste cálculo, duas situações podem ser consideradas: uma situação no qual não se tem nenhum dos parâmetros de orientação relativa e outra no qual se tem pelo menos uma estimativa destes parâmetros.

Na primeira situação pode-se considerar que as similaridade iniciais, $p_{ij}^{(0)}$, são funções apenas das componentes: coeficiente de correlação, diferença de intensidade e diferença de gradiente. Deste modo, pode-se obter a similaridade inicial para um par genérico (i,j) por:

$$p_{ij}^{(0)} = p_{ij}^{cc} p_{ij}^{int} p_{ij}^{\nabla g}, \quad (4.13)$$

onde:

- p_{ij}^{cc} - representa a similaridade calculada a partir do coeficiente de correlação;
- p_{ij}^{int} - representa a similaridade calculada a partir da diferença de intensidade;
- $p_{ij}^{\nabla g}$ - representa a similaridade calculada a partir da diferença de gradiente.

Embora as equações que permitam o cálculo da similaridade inicial, para cada par de pontos (componentes da Equação 4.13), não tenham sido apresentadas (ver Capítulo 5), pode-se perceber que este cálculo independe dos parâmetros de orientação relativa, e podem ser utilizados no primeiro algoritmo de *matching* apresentado no fluxograma da Figura 4.3.

Numa situação em que alguma estimativa dos parâmetros de orientação relativa seja disponível, via matriz fundamental \hat{F} , pode-se incluir na Equação 4.13 mais um termo, que é justamente a similaridade calculada em função da geometria epipolar. Após esta consideração, a Equação 4.13 passa a ser escrita por:

$$p_{ij}^{(0)} = p_{ij}^{cc} p_{ij}^{int} p_{ij}^{\nabla g} p_{ij}^{ge}. \quad (4.14)$$

Deste modo, tanto na Equação 4.13 quanto 4.14, a similaridade obtida será elevada se todas as parcelas apresentarem uma alta similaridade, o que é coerente, pois em maior ou menor grau, todas as métricas contribuem para o cálculo das similaridades. Para o caso do *matching* sem inclusão das injunções epipolares, a Equação 4.13 pode ser utilizada e para o caso em que uma estimativa da orientação relativa seja utilizada, o termo p_{ij}^{ge} poderá ser incluído, passando-se a considerar a Equação 4.14. Deste modo, observa-se que a influência da Geometria Epipolar é naturalmente incorporada ao processo de rotulação por relaxação, sem a necessidade de calcular as equação das linhas epipolares conjugadas seguido do cálculo das distâncias às possíveis linhas epipolares.

4.4.2 Composição das medidas de compatibilidade

De modo análogo à composição das métricas no cálculo da similaridade, pode-se utilizar diversas medidas no cálculo da compatibilidade. Retomando o fluxograma da Figura 4.3, têm-se dois procedimentos de *matching*, um sem as injunções epipolares e outro incluindo as informações referentes à geometria epipolar.

Portanto, no primeiro procedimento de *matching* pode-se considerar medidas de compatibilidade que não considerem as injunções epipolares, como por exemplo a obtida pela Equação 4.10. Pode-se ainda considerar outra métrica, como a baseada em relações de distância c_{ij}^{dist} (ver Capítulo 5). Deste modo, considerando estas duas componentes, a compatibilidade para o par (i,j) pode ser obtida por

$$c_{ij} = c_{ij}^{ang} c_{ij}^{dist}. \quad (4.15)$$

No caso em que uma estimativa dos parâmetros de orientação relativa seja disponível, pode-se ter, além das relações citadas, a influência dos volumes dos NV paralelepípedos, possibilitando o uso da seguinte equação:

$$c_{ij} = c_{ij}^{\text{ang}} c_{ij}^{\text{dist}} c_{ij}^{\text{ge}}. \quad (4.16)$$

De modo análogo ao que ocorre no cálculo das similaridades, a correspondência do par (i,j) será reforçada se todas as parcelas das Equações 4.15 ou 4.16 forem elevadas. Assim, independente da situação, em que se tenha ou não as informações de OR, o suporte do rótulo j ao objeto i poderá ser calculado, usando tanto os valores de compatibilidade (Equações 4.15 ou 4.16) quanto os valores de similaridade.

CAPÍTULO 5

Implementação da Proposta de Solução da Correspondência e Orientação Relativa

Neste capítulo são abordados alguns aspectos relacionados com a implementação da solução proposta. Entre os pontos discutidos tem-se a solução utilizada na orientação relativa e o detalhamento de algumas métricas utilizadas no processo de rotulação por relaxação. Além disso são apresentados os critérios e os procedimentos utilizados na seleção da solução do processo de rotulação por relaxação.

5.1 Determinação dos parâmetros de orientação relativa

Na Seção 2.3 foram apresentados os fundamentos do processo de orientação relativa (OR) e no Capítulo 3 alguns modelos matemáticos foram apresentados. Na seqüência é feita a comparação entre os modelos matemáticos baseados nas equações de colinearidade e equação de coplanaridade para a solução da orientação relativa, além de ser feito um detalhamento da solução adotada neste trabalho.

5.1.1 Orientação relativa usando as equações de colinearidade

As equações de colinearidade são expressões utilizadas em uma série de procedimentos, tais como: resseção espacial, orientação relativa, calibração dos parâmetros intrínsecos, fototriangulação, ortoretificação, etc. No caso da orientação relativa de um par

de câmaras o objetivo principal é obter os parâmetros extrínsecos das câmaras, de modo relativo, ou seja, de uma câmara em relação a outra, sendo adicionalmente obtidas as coordenadas 3D dos pontos observados.

Considerando-se que se dispõe de um par de imagens (1 e 2) e uma relação de pontos homólogos, ou correspondentes, para cada par de pontos homólogos pode-se escrever quatro Equações do tipo 3.35, sendo um par para cada uma das imagens. Considerando que se têm n pontos no espaço objeto, o número total de parâmetros neste processo será $12+3n$, onde 12 corresponde aos parâmetros de atitude das duas câmaras e $3n$ às coordenadas (X,Y,Z) dos pontos no espaço objeto. Usando a notação usual de ajustamento pelos Quadrados Mínimos, o vetor dos parâmetros ajustados pode ser escrito por:

$$X_a = [\kappa_1 \quad \varphi_1 \quad \omega_1 \quad X_{cp1} \quad Y_{cp1} \quad Z_{cp1} \quad \kappa_2 \quad \varphi_2 \quad \omega_2 \quad X_{cp2} \quad Y_{cp2} \quad Z_{cp2} \quad X_1 \quad Y_1 \quad Z_1 \quad \dots \quad \dots]^t. \quad (5.1)$$

Os sub-índices 1 e 2 nos primeiros 12 parâmetros se referem aos parâmetros de atitude das imagens 1 e 2 de um par estereoscópico. Como se têm $12+3n$ parâmetros e $4n$ equações de observação, o número de graus de liberdade pode ser calculado por $gl=4n-(12+3n)=n-12$. Portanto, com $n>12$ pares de pontos pode-se obter os parâmetros de orientação relativa pelo MQM. Como o objetivo é determinar os parâmetros de modo relativo, uma solução alternativa é arbitrar os parâmetros da câmara 1 como constantes e determinar os parâmetros da câmara da direita em relação à primeira câmara. Deste modo o número de pares de pontos necessários para a solução passa a ser menor e o número de parâmetros passa a ser $6+3n$. Como a primeira câmara será usada como referência, pode-se arbitrar, por exemplo: $\kappa_1=\varphi_1=\omega_1=0^\circ$ e $X_{cp1}=Y_{cp1}=Z_{cp1}=0$, sem prejuízo da generalização. Após estas considerações, o vetor dos parâmetros ajustados pode ser escrito por:

$$X_a = [\kappa_2 \quad \varphi_2 \quad \omega_2 \quad X_{cp2} \quad Y_{cp2} \quad Z_{cp2} \quad X_1 \quad Y_1 \quad Z_1 \quad \dots \quad X_n \quad Y_n \quad Z_n]^t. \quad (5.2)$$

Por esta solução, apenas a origem e a orientação do referencial foram definidos e o sistema de equações gerado pelo MQM será indeterminado em função de não se ter fixado uma escala. Para evitar este problema, uma alternativa é fixar o comprimento da base ($\sqrt{X_{cp2}^2 + Y_{cp2}^2 + Z_{cp2}^2}$) ou uma das coordenadas do centro perspectivo da câmara da direita.

Assim, considerando que a componente em X do centro perspectivo da imagem 2 seja não nula, pode-se escrever uma equação de injunção da seguinte forma:

$$X_{cp2}^a = k, \quad (5.3)$$

sendo k uma constante que satisfaz a condição $k \neq 0$.

Feitas estas considerações o número de graus de liberdade passa a ser dado por $gl=(4n+1)-(6+3n)=n-5$, onde o termo 1 em $(4n+1)$ corresponde à injunção dada pela Equação 5.3. Nesta situação o número mínimo de pares de pontos necessários para aplicar o MQM passa a ser $n>5$. Usando a mesma notação da Seção 3.3.2, a matriz das derivadas parciais (A) das $4n+1$ equações poderá ser escrita genericamente por:

$${}_{4n+1}A_{6+3n} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_{x1}}{\partial X_1} & \frac{\partial f_{x1}}{\partial Y_1} & \frac{\partial f_{x1}}{\partial Z_1} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_{y1}}{\partial X_1} & \frac{\partial f_{y1}}{\partial Y_1} & \frac{\partial f_{y1}}{\partial Z_1} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial f_{xn}}{\partial X_n} & \frac{\partial f_{xn}}{\partial Y_n} & \frac{\partial f_{xn}}{\partial Z_n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial f_{yn}}{\partial X_n} & \frac{\partial f_{yn}}{\partial Y_n} & \frac{\partial f_{yn}}{\partial Z_n} \\ \frac{\partial f_{x'1}}{\partial \kappa_2} & \frac{\partial f_{x'1}}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial f_{x'1}}{\partial \omega_2} & \frac{\partial f_{x'1}}{\partial X_{cp2}} & \frac{\partial f_{x'1}}{\partial Y_{cp2}} & \frac{\partial f_{x'1}}{\partial Z_{cp2}} & \frac{\partial f_{x'1}}{\partial X_1} & \frac{\partial f_{x'1}}{\partial Y_1} & \frac{\partial f_{x'1}}{\partial Z_1} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial f_{y'1}}{\partial \kappa_2} & \frac{\partial f_{y'1}}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial f_{y'1}}{\partial \omega_2} & \frac{\partial f_{y'1}}{\partial X_{cp2}} & \frac{\partial f_{y'1}}{\partial Y_{cp2}} & \frac{\partial f_{y'1}}{\partial Z_{cp2}} & \frac{\partial f_{y'1}}{\partial X_1} & \frac{\partial f_{y'1}}{\partial Y_1} & \frac{\partial f_{y'1}}{\partial Z_1} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{x'n}}{\partial \kappa_2} & \frac{\partial f_{x'n}}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial f_{x'n}}{\partial \omega_2} & \frac{\partial f_{x'n}}{\partial X_{cp2}} & \frac{\partial f_{x'n}}{\partial Y_{cp2}} & \frac{\partial f_{x'n}}{\partial Z_{cp2}} & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial f_{x'n}}{\partial X_n} & \frac{\partial f_{x'n}}{\partial Y_n} & \frac{\partial f_{x'n}}{\partial Z_n} \\ \frac{\partial f_{y'n}}{\partial \kappa_2} & \frac{\partial f_{y'n}}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial f_{y'n}}{\partial \omega_2} & \frac{\partial f_{y'n}}{\partial X_{cp2}} & \frac{\partial f_{y'n}}{\partial Y_{cp2}} & \frac{\partial f_{y'n}}{\partial Z_{cp2}} & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial f_{y'n}}{\partial X_n} & \frac{\partial f_{y'n}}{\partial Y_n} & \frac{\partial f_{y'n}}{\partial Z_n} \\ \frac{\partial \kappa_2}{0} & \frac{\partial \varphi_2}{0} & \frac{\partial \omega_2}{0} & \frac{\partial X_{cp2}}{1} & \frac{\partial Y_{cp2}}{0} & \frac{\partial Z_{cp2}}{0} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.4)$$

onde f_{xi} e f_{yi} correspondem às equações de colinearidade em x e y, respectivamente, para a imagem 1; e $f_{x'i}$ e $f_{y'i}$ às equações para a imagem 2, com $i \in \{1,2,\dots,n\}$. Considerando a estrutura da matriz 5.4, pode-se obter os padrões das matrizes A e N, como mostra a figura abaixo.

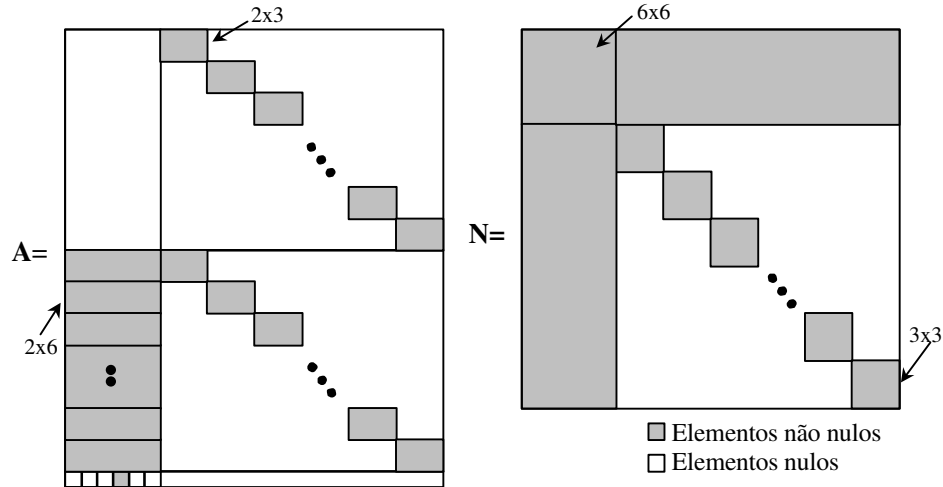


Figura 5.1 - Padrões das matrizes A e N no processo de orientação relativa usando as Equações de Colinearidade, considerando que a posição e orientação da primeira câmara são constantes.

Nesta abordagem, como as coordenadas dos pontos no espaço objeto são parâmetros do ajustamento, deve-se também obter os valores aproximados destes parâmetros. Nos casos em que não existem rotações acentuadas entre as câmaras, esta determinação aproximada pode ser simplificada, através do uso de transformações planas.

5.1.2 Orientação relativa usando as equações de coplanaridade

Um outro modelo que pode ser utilizado é a Equação de Coplanaridade, deduzida na Seção 3.2.1. Na forma compacta esta equação pode ser escrita por $\bar{x}_e^t I_e^t M_e B M_d I_d \bar{x}_d = 0$ (Equação 3.18). Nesta equação as coordenadas no espaço imagem são representadas pelos vetores \bar{x}_e e \bar{x}_d , os parâmetros intrínsecos estão presentes nas matrizes I_e e I_d e os parâmetros de orientação exterior nas matrizes M_e , B e M_d . As matrizes M_e e M_d são as matrizes que contém as rotações de cada uma das câmaras, sendo cada uma delas obtida pela Equação 3.28. A matriz B, escrita em função das coordenadas dos dois CP's, pode ser escrita por:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & Z_{cpd} - Z_{cpe} & -(Y_{cpd} - Y_{cpe}) \\ -(Z_{cpd} - Z_{cpe}) & 0 & X_{cpd} - X_{cpe} \\ Y_{cpd} - Y_{cpe} & -(X_{cpd} - X_{cpe}) & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Seguindo esta notação pode-se escrever a Equação de Coplanaridade por:

$$\begin{bmatrix} x_{ei} & y_{ei} & -f_e \end{bmatrix} M_e \begin{bmatrix} 0 & Z_{cpd} - Z_{cpe} & -(Y_{cpd} - Y_{cpe}) \\ -(Z_{cpd} - Z_{cpe}) & 0 & X_{cpd} - X_{cpe} \\ Y_{cpd} - Y_{cpe} & -(X_{cpd} - X_{cpe}) & 0 \end{bmatrix} M_d^t \begin{bmatrix} x_{di} \\ y_{di} \\ -f_d \end{bmatrix} = 0. \quad (5.6)$$

Para cada par de pontos homólogos, imagens de um ponto i do espaço objeto, pode-se escrever um sistema de equações, usando como base a Equação 5.6, no qual os parâmetros são:

$$X_a = [\kappa_e \quad \varphi_e \quad \omega_e \quad X_{cpe} \quad Y_{cpe} \quad Z_{cpe} \quad \kappa_d \quad \varphi_d \quad \omega_d \quad X_{cpd} \quad Y_{cpd} \quad Z_{cpd}]^t. \quad (5.7)$$

Comparando o vetor dos parâmetros dado pela Equação 5.2 com o vetor dado por 5.7, pode-se observar que neste último tem-se $3n$ parâmetros a menos, uma vez que as coordenadas (X,Y,Z) dos n pontos do espaço objeto não aparecem explicitamente na Equação 5.6, o que é interessante pois o número de parâmetros é menor e não é necessário o cálculo das coordenadas aproximadas dos pontos do espaço objeto.

Assim como foi feito no modelo usando as Equações de Colinearidade, pode-se fixar a posição e a orientação da câmara da esquerda e determinar apenas os parâmetros da câmara da direita. Deste modo, a matriz de rotação relativa à câmara da esquerda se reduz à matriz identidade ($I_{3 \times 3}$) e o vetor dos parâmetros passa a ser:

$$X_a = [\kappa_d \quad \varphi_d \quad \omega_d \quad X_{cpd} \quad Y_{cpd} \quad Z_{cpd}]^t. \quad (5.8)$$

Como foram estabelecidas apenas a posição e orientação do referencial, é necessário que seja fixada uma escala. Esta escala pode ser aplicada de modo análogo ao feito no caso das Equações de Colinearidade, no qual uma equação adicional como a 5.3 é utilizada. Considerando que se tem n pares de pontos homólogos tem-se $n+1$ equações do tipo 5.6 e 6 incógnitas, tendo-se portanto $n-5$ graus de liberdade. Observando o número de graus de liberdade dos modelos usados na orientação relativa, pelos dois modelos, pode-se notar que eles são exatamente iguais.

Considerando o modelo matemático dado pela Equação 5.6, no qual as observações e os parâmetros são relacionados por uma função da forma não explícita, a solução rigorosa pelo MQM pode ser escrita pelo modelo $F(L_a, X_a) = 0$ (GEMAEL, 1994). O vetor X_a pode

ser escrito por 5.8 e o vetor das observações ajustadas (L_a) é composto pelas coordenadas no espaço imagem, possuindo a dimensão $4n \times 1$ e sendo escrito por:

$$L_a = [x_{1e} \quad y_{1e} \quad \cdots \quad x_{ne} \quad y_{ne} \quad x_{1d} \quad y_{1d} \quad \cdots \quad x_{nd} \quad y_{nd}]^t. \quad (5.9)$$

Admitindo que as coordenadas medidas no espaço imagem são livres de erro, uma solução alternativa, e simplificada, pode ser utilizada. Rescrevendo a Equação 5.6 fixando a origem do referencial no CP da esquerda e fazendo $\kappa_e = \varphi_e = \omega_e = 0^0$, tem-se as equações da seguinte forma:

$$O_i = [x_{ei} \quad y_{ei} \quad -f_e] \begin{bmatrix} 0 & Z_{cpd} & -Y_{cpd} \\ -Z_{cpd} & 0 & X_{cpd} \\ Y_{cpd} & -X_{cpd} & 0 \end{bmatrix} M_{[\kappa\varphi\omega]d}^t \begin{bmatrix} x_{di} \\ y_{di} \\ -f_d \end{bmatrix}. \quad (5.10)$$

Considerando o vetor dos parâmetros como sendo 5.8, pode-se admitir que os elementos do primeiro membro da Equação 5.10 sejam associados às observações. Como se espera que estes valores sejam mantidos, a fim de que a coplanaridade seja preservada, pode-se associar a cada uma destas "pseudo-observações", pesos tais que as equações de observações sejam atendidas e que portanto a coplanaridade seja válida. Deste modo, tem-se um conjunto com n equações de observação, ou pseudo-observações, na forma 5.10, mais uma equação adicional que estabelece a escala, dada pela Equação 5.3. Assim, o modelo funcional na forma explícita $L_a = F(X_a)$ pode ser utilizado.

Admitindo que o número de observações e parâmetros sejam representados por O_{col} e P_{col} , respectivamente, e o uso das Equações de Colinearidade, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} O_{col} &= 4n + 1 \\ P_{col} &= 3n + 6 \end{aligned}, \quad (5.11)$$

e que o número de observações e parâmetros, para o modelo de Coplanaridade sejam:

$$\begin{aligned} O_{cop} &= n + 1 \\ P_{cop} &= 6 \end{aligned}, \quad (5.12)$$

pode-se calcular a razão entre o número de observações (R_{obs}) e o número de parâmetros (R_{par}) para os dois modelos. Usando as Equações 5.11 e 5.12 as razões acima podem ser calculadas por:

$$R_{obs} = \frac{O_{col}}{O_{cop}} = \frac{4n+1}{n+1} \quad (5.13)$$

e

$$R_{par} = \frac{P_{col}}{P_{cop}} = 0,5n + 1. \quad (5.14)$$

Observando as equações acima pode-se notar que a razão entre o número de parâmetros é crescente e R_{obs} , no limite, atinge o valor 4, como pode ser visto pelas curvas mostradas na Figura 5.2.

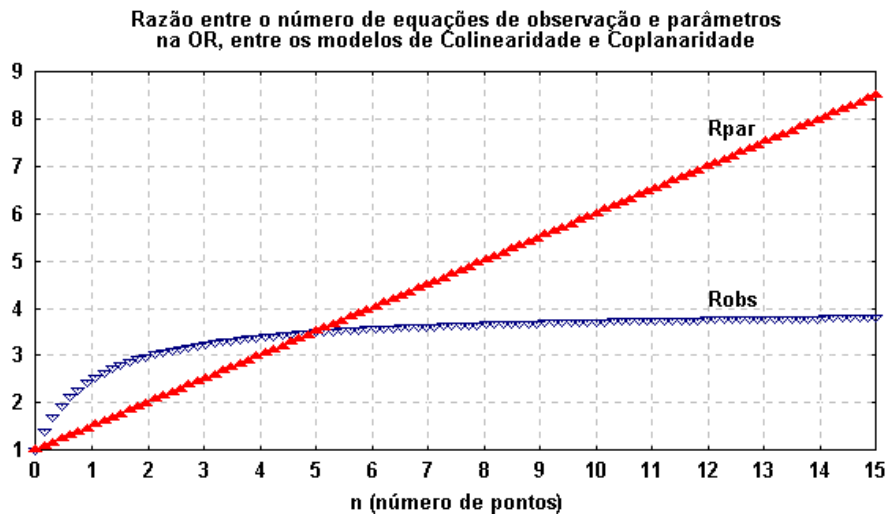


Figura 5.2 - Razão entre o número de equações de observação para os modelos de colinearidade e coplanaridade (R_{obs}) e entre o número de parâmetros (R_{par}), para os mesmos modelos.

Esta análise mostra que, em termos computacionais, o uso do modelo de coplanaridade na orientação relativa é vantajoso, apesar do número de graus de liberdade ser igual. Como a dimensão da matriz normal é função do número de parâmetros, o ganho de tempo de processamento é relevante, devido à necessidade de inversão desta matriz a cada iteração, principalmente para o caso em que o número de pares de pontos for elevado. Por exemplo, para 60 pares de pontos a razão entre o número de parâmetros (R_{par}) é igual a

31, ou seja, usando a Equação de Colinearidade a matriz a ser invertida possui dimensão 186×186 e usando a Equação de Coplanaridade a dimensão é 6×6 . Um fator adicional é o fato de não ser necessário determinar a posição aproximada dos pontos do espaço objeto ao utilizar a Equação de Coplanaridade.

5.1.3 Representação da matriz de rotação usando quatérnios

A matriz de rotação é utilizada para representar matematicamente a operação de rotação de objetos ou de referenciais, sendo várias as maneiras de se representar estas matrizes, como pode-se ver em Horn (1987), Faugeras (1993) e Shih (1990). Dentre algumas representações pode-se citar por exemplo:

- ângulos (α, t, s) ;
- ângulos de Euler: $\kappa(kappa)$, $\varphi(phi)$ e $\omega(omega)$;
- matriz de Rodrigues²³; e
- quatérnios.

Na representação das matrizes de rotação usando os ângulos α (azimute), t (*tilt*) e s (*swing*), como pode ser visto em Wong (1980, p. 53), o ângulo entre o eixo ótico e a vertical passando pelo CP é representado por t . A direção de t em relação ao eixo y do sistema fotográfico define o ângulo s e o ângulo entre o plano determinado pelo ângulo t no plano OXY, com o eixo Y do sistema de coordenadas do espaço objeto determina o azimute (α). Em algumas situações, como por exemplo quando as fotos são verticais, o ângulo t assume o valor nulo ($t=0^\circ$) e os ângulos α e s passam a ser indeterminados e por esta razão esta representação não é muito utilizada. Para mais detalhes sobre esta representação, e sobre as condições críticas sugere-se Wong (1980) e Shih (1990).

²³ Também denominada fórmula de Cayley ou fórmula de Cayley-Klein, segundo Shih (1990).

A representação das rotações usando a matriz de Rodrigues é outra alternativa. Esta matriz é obtida a partir de matrizes anti-simétricas e graças a algumas propriedades da álgebra de matrizes a ortogonalidade é garantida, como pode ser visto em Brinkmann & Klotz (1971). De um modo geral a matriz de Rodrigues pode ser escrita por

$$R = (I - S)(I + S)^{-1}, \quad (5.15)$$

onde I é a matriz identidade e S é uma matriz anti-simétrica. Dependendo de como a matriz anti-simétrica S é escrita, pode-se ter algumas variantes da matriz de Rodrigues. Para a matriz S escrita como

$$S = \begin{bmatrix} 0 & -c/2 & b/2 \\ c/2 & 0 & -a/2 \\ -b/2 & a/2 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.16)$$

a matriz de Rodrigues correspondente é

$$R = \frac{1}{1 + \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4}} \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{4}(a^2 - b^2 - c^2) & -c + \frac{ab}{2} & b + \frac{ac}{2} \\ c + \frac{ab}{2} & 1 + \frac{1}{4}(-a^2 + b^2 - c^2) & -a + \frac{bc}{2} \\ -b + \frac{ac}{2} & a + \frac{bc}{2} & 1 + \frac{1}{4}(-a^2 - b^2 + c^2) \end{bmatrix}, \quad (5.17)$$

e para

$$S = \begin{bmatrix} 0 & -c & b \\ c & 0 & -a \\ -b & a & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.18)$$

a matriz de Rodrigues terá a seguinte forma:

$$R = \frac{1}{1 + a^2 + b^2 + c^2} \begin{bmatrix} 1 + a^2 - b^2 - c^2 & 2(ab - c) & 2(ac + b) \\ 2(ab + c) & 1 - a^2 + b^2 - c^2 & 2(bc - a) \\ 2(ac + b) & 2(bc + a) & 1 - a^2 - b^2 + c^2 \end{bmatrix}, \quad (5.19)$$

como pode ser visto em Lugnani (1987), Brinkmann & Klotz (1971) e Shih (1990). Para os casos em que as rotações são pequenas, os ângulos de Euler podem ser associados aos elementos da matriz anti-simétrica S (SLAMA, 1980; LUGNANI, 1987).

A matriz de Rodrigues, cujo nome foi dado em homenagem ao matemático Benjamim Olinde Rodrigues (1794-1851), foi bastante utilizada em alguns programas destinados à triangulação de blocos, como descrito em Ackermann et al. (1973). Em alguns trabalhos mais recentes, pode-se observar o uso desta representação, como por exemplo em Zhang et al. (1993) no qual a Equação 5.17 é utilizada para a autocalibração e reconstrução estéreo. Em Trautwein et al. (1999), o mesmo modelo é utilizado para a estimativa dos parâmetros de orientação envolvendo três câmaras. Zhang et al. (1993) justificam a escolha deste modelo devido ao fato das derivadas serem relativamente simples e devido ao fato de não serem necessárias injunções nos parâmetros para que a ortogonalidade seja mantida.

A representação de matrizes de rotação usando os ângulos Euler é uma das mais utilizadas. Nesta representação, a cada um dos eixos X, Y e Z de um sistema Cartesiano associa-se um dos ângulos de Euler: ω (*omega*), φ (*phi*) e κ (*kappa*). Como exemplo que utiliza esta representação tem-se a matriz mostrada na Equação 3.28, obtida pelo produto de três matrizes de rotação, sendo cada uma delas relativa à rotação de um dos eixos do sistema Cartesiano. Estas matrizes podem ser representadas por:

$$R_x(\omega) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & \sin \omega \\ 0 & -\sin \omega & \cos \omega \end{bmatrix} \quad R_y(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad R_z(\kappa) = \begin{bmatrix} \cos \kappa & \sin \kappa & 0 \\ -\sin \kappa & \cos \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.20)$$

As matrizes acima são ortogonais e o produto seqüencial permite obter a matriz de rotação. Na obtenção da matriz 3.28 (Seção 3.3), por exemplo, a seguinte operação é considerada $M=R_z(\kappa)R_y(\varphi)R_x(\omega)$ e, independente da ordem adotada na obtenção da matriz M, ela será ortogonal e portanto é válida a propriedade $M^{-1}=M^t$. A matriz M possui dimensão 3x3 e pode ser escrita na forma $M = [\bar{m}_1 \quad \bar{m}_2 \quad \bar{m}_3]$, onde \bar{m}_i (com $i \in \{1,2,3\}$), correspondem aos vetores coluna. Considerando estes vetores e a propriedade de ortogonalidade, as seguintes relações podem ser escritas:

$$\vec{m}_i \cdot \vec{m}_j = \begin{cases} 1, & \text{para } i = j \text{ com } i, j \in \{1,2,3\} \\ 0, & \text{para } i \neq j \end{cases}, \quad (5.21)$$

ou seja, os vetores coluna têm norma unitária e as colunas são compostas por vetores ortogonais, sendo as mesmas propriedades válidas para os vetores linhas.

As matrizes $R_z(\kappa)$, $R_y(\varphi)$ e $R_x(\omega)$ (em 5.20) são obtidas considerando que as entidades são mantidas fixas e o sistema é transformado, por esta razão estas transformações são denominadas passivas (LUGNANI, 1987). Uma outra possibilidade de transformação é aquela no qual o sistema é mantido fixo e os objetos são transformados - transformação ativa. Independente da escolha da natureza da transformação, ativa ou passiva, se as convenções de sinais forem coerentes com a opção feita, os resultados finais serão os mesmos.

Uma outra forma de representação das matrizes de rotação é através do uso de quatérnios. Os quatérnios foram idealizados por Willian R. Hamilton (1805-1865) por volta de 1843, sendo definidos no espaço \mathbf{R}^4 e algumas vezes simbolizados por \mathbf{H} , em homenagem ao seu idealizador. Os quatérnios podem ser interpretados como um vetor de dimensão quatro ou um número complexo com três unidades imaginárias. Considerando o escalar 1 e os versores \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} como base do espaço de quatérnios, pode-se representar um quatérnio genérico das seguintes maneiras:

$$\dot{q} = q_0 + q_1\vec{i} + q_2\vec{j} + q_3\vec{k} = q_0 + \vec{q} = (q_0, \vec{q}) = (q_0, q_1, q_2, q_3), \quad (5.22)$$

onde q_0 , q_1 , q_2 e q_3 são escalares reais e q_1 , q_2 e q_3 são componentes do vetor \vec{q} . Como pode-se ver na Equação 5.22, são usados quatro modos para representar os quatérnios²⁴ e como não existe uma padronização na representação, adotou-se a representação usada por Horn (1986, 1987). Uma característica interessante dos quatérnios refere-se ao fato dele poder ser utilizado tanto para representar um escalar quanto um vetor do \mathbf{R}^3 , ou seja,

²⁴ Para ver outras representações consulte Hart et al. (1994)

fazendo $q_0=0$ tem-se um vetor, chamado também de quatérnio puro (GOMES & VELHO, 1998), e fazendo $q_1=q_2=q_3=0$ tem-se um escalar.

Assim como no caso de números complexos na forma $z=a+bi$ pode-se escrever $i^2=-1$, o mesmo vale para os três componentes imaginários dos quatérnios, denominados imaginários principais (HART et al., 1994). Além desta propriedade, os produtos dois a dois, de \vec{i} , \vec{j} e \vec{k} , seguem a mesma regra do produto vetorial.

Dado o quatérnio da Equação 5.22, são apresentadas na seqüência algumas características e propriedades básicas dos quatérnios:

- parte escalar de \dot{q} : q_0
- parte vetorial de \dot{q} : $\vec{q} = q_1\vec{i} + q_2\vec{j} + q_3\vec{k}$
- conjugado de \dot{q} : $\dot{q}^* = q_0 - q_1\vec{i} - q_2\vec{j} - q_3\vec{k} = q_0 - \vec{q} = (q_0, -\vec{q}) = (q_0, -q_1, -q_2, -q_3)$ (5.23)

- norma de \dot{q} : $|\dot{q}| = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}$ (5.24)

- quatérnio unitário: $|\dot{q}| = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} = 1$ (5.25)

Dados dois quatérnios, $\dot{q}_A = (q_{0A}, \vec{q}_A)$ e $\dot{q}_B = (q_{0B}, \vec{q}_B)$, a soma e o produto destes quatérnios podem ser obtidos por:

$$\dot{q}_A + \dot{q}_B = (q_{0A}, \vec{q}_A) + (q_{0B}, \vec{q}_B) = (q_{0A} + q_{0B}, \vec{q}_A + \vec{q}_B), \quad (5.26)$$

e

$$\dot{q}_A \dot{q}_B = (q_{0A}, \vec{q}_A)(q_{0B}, \vec{q}_B) = (q_{0A}q_{0B} - \vec{q}_A \cdot \vec{q}_B, q_{0A}\vec{q}_B + q_{0B}\vec{q}_A + \vec{q}_A \times \vec{q}_B). \quad (5.27)$$

A Equação 5.27 pode ser obtida a partir do produto dos quatérnios \dot{q}_A e \dot{q}_B , devendo-se lembrar das operações envolvendo vetores (produto escalar e vetorial).

Embora o conceito de quatérnio a princípio pareça ser abstrato, eles têm sido extensivamente utilizados em áreas como por exemplo Computação Gráfica e Robótica.

Este interesse se deve principalmente devido ao fato de apresentar algumas vantagens numéricas e ter um menor custo computacional em operações como rotações, como pode ser visto em Fu et al. (1987), além de simplificar a representação de rotações.

Como visto anteriormente, a rotação de um vetor no espaço pode ser representada matematicamente através de uma matriz que é obtida pelo produto de sucessivas matrizes de rotação, matrizes estas escritas para rotações em torno dos eixos coordenados (X, Y e Z). Caso se deseje realizar a rotação em torno de um eixo genérico, por um ângulo qualquer, deve-se primeiramente fazer uma decomposição para obter as rotações em cada um dos eixos X, Y e Z. Com o uso de quatérnios esta operação se torna mais simples. Considerando uma rotação de um ângulo θ em torno de um vetor unitário \vec{v} , pode-se provar que o quatérnio escrito por:

$$\dot{q} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)\vec{v} = \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)\vec{v} \right), \quad (5.28)$$

representa esta rotação, como pode-se ver em Brinkmann & Klotz (1971).

Considerando esta característica e representando um ponto P do espaço 3D por meio do quatérnio $\dot{p} = (0, \vec{P})$, a rotação deste ponto P por um ângulo θ , em torno do vetor \vec{v} , pode ser escrita pela seguinte transformação:

$$P_r = \dot{q}\dot{p}\dot{q}^*, \quad (5.29)$$

onde P_r representa o ponto rotacionado. A demonstração desta interessante propriedade pode ser vista nas referências Brinkmann & Klotz (1971) e Gomes & Velho (1998) e a partir desta propriedade pode-se obter a matriz de rotação usando quatérnios. Assim, considerando o quatérnio $\dot{q} = q_0 + q_1\vec{i} + q_2\vec{j} + q_3\vec{k}$, com $|\dot{q}| = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} = 1$, a seguinte matriz de rotação pode ser obtida:

$$M_q = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(-q_0q_3 + q_1q_2) & 2(q_0q_2 + q_1q_3) \\ 2(q_0q_3 + q_1q_2) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(-q_0q_1 + q_2q_3) \\ 2(-q_0q_2 + q_1q_3) & 2(q_0q_1 + q_2q_3) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}, \quad (5.30)$$

como pode-se ver em detalhes em Faugeras (1993) e Galo & Tozzi (2001).

A matriz M_q tem a mesma propriedade de ortogonalidade que a matriz de rotação obtida com os ângulos de Euler, ou a matriz de Rodrigues, e embora os nove elementos sejam calculados em função de 4 valores (q_0, q_1, q_2, q_3), apenas três deles são linearmente independentes. Uma outra observação quanto a esta representação, se refere ao fato das derivadas parciais em relação a cada um dos parâmetros serem relativamente simples, quando se faz a comparação com as derivadas em relação aos parâmetros (κ, ϕ, ω) , para o caso da matriz de rotação usando os ângulos de Euler; e em relação aos parâmetros (α, t, s) e aos parâmetros (a, b, c) , na representação pela matriz de Rodrigues, como pode-se ver nas Equações 5.31 e 5.32:

$$\frac{\partial M_q}{\partial q_0} = 2 \begin{bmatrix} q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix} \quad \frac{\partial M_q}{\partial q_1} = 2 \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ q_2 & -q_1 & -q_0 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \end{bmatrix}, \quad (5.31)$$

$$\frac{\partial M_q}{\partial q_2} = 2 \begin{bmatrix} -q_2 & q_1 & q_0 \\ q_1 & q_2 & q_3 \\ -q_0 & q_3 & -q_2 \end{bmatrix} \quad \frac{\partial M_q}{\partial q_3} = 2 \begin{bmatrix} -q_3 & -q_0 & q_1 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_1 & q_2 & q_3 \end{bmatrix}. \quad (5.32)$$

Segundo Jain et al. (1995, p. 317) a solução da matriz de rotação usando ângulos de Euler conduz a algoritmos numericamente não bem condicionados. Horn (1987) ressalta que existe uma série de vantagens a favor da representação usando quatérnios e uma delas se deve ao fato de ser mais simples a injunção que torna a matriz ortogonal. Fu et al. (1987), no contexto de robótica, utilizam os quatérnios para representar trajetórias de robôs a fim de diminuir a complexidade computacional e simplificar a representação. Shih (1990) faz uma comparação entre algumas representações das matrizes de rotação: usando ângulos de Euler, matriz de Rodrigues, ângulos (α, s, t) e quatérnios, onde são avaliados tanto a dualidade de soluções quanto as condições críticas, sendo a representação usando quatérnios a única que não apresenta condição crítica.

Deste modo, a partir desta análise a representação usando quatérnios passa a ser considerada neste trabalho, mais especificamente na solução da orientação relativa. Para mais informações sobre quatérnios sugere-se: Brinkmann & Klotz (1971), Fu et al. (1987),

Horn (1987, 1991), Shih (1990), Faugeras (1993), Jain et al. (1995), Gomes & Velho (1998), Downs (2000) e Galo & Tozzi (2001).

5.1.4 Orientação relativa baseada nas equações de coplanaridade e quatérnios

O modelo matemático da equação de coplanaridade, usando a matriz de rotação representada na forma de quatérnios, pode ser escrito para um ponto genérico i do espaço objeto por:

$$0_i = \begin{bmatrix} x_{ei} \\ y_{ei} \\ z_{ei} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & b_z & -b_y \\ -b_z & 0 & b_x \\ b_y & -b_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_0 & Q_1 & Q_2 \\ Q_3 & Q_4 & Q_5 \\ Q_6 & Q_7 & Q_8 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x_{di} \\ y_{di} \\ z_{di} \end{bmatrix}, \quad (5.33)$$

onde:

- (x_{ei}, y_{ei}, z_{ei}) e (x_{di}, y_{di}, z_{di}) são as coordenadas do ponto i , projetado na foto da esquerda e direita, nos respectivos referenciais Fotogramétricos (obtidos pelas Equações 3.2);
- (b_x, b_y, b_z) são as componentes do vetor base (Equação 3.1); e
- Q_j , com $j \in \{0, 1, \dots, 8\}$, são as componentes da matriz de rotação.

Considerando a representação da matriz de rotação dada por 5.30 pode-se obter os valores de Q_j da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} Q_0 & Q_1 & Q_2 \\ Q_3 & Q_4 & Q_5 \\ Q_6 & Q_7 & Q_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(-q_0q_3 + q_1q_2) & 2(q_0q_2 + q_1q_3) \\ 2(q_0q_3 + q_1q_2) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(-q_0q_1 + q_2q_3) \\ 2(-q_0q_2 + q_1q_3) & 2(q_0q_1 + q_2q_3) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}. \quad (5.34)$$

O modelo matemático dado pela Equação 5.33 possui sete parâmetros, que podem ser escritos por:

$$X_a = [b_x \quad b_y \quad b_z \quad q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T, \quad (5.35)$$

sendo os elementos (q_0, q_1, q_2, q_3) os componentes do quatérnio \dot{q} , que são utilizados na representação da matriz de rotação. A condição para que a ortogonalidade seja mantida é que este quatérnio seja unitário e portanto a seguinte injunção, ou restrição, deve ser utilizada:

$$\|\dot{q}\| = 1 = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}. \quad (5.36)$$

Considerando esta injunção, o número de elementos linearmente independentes na matriz de rotação se reduz a três.

Além destes três parâmetros linearmente independentes têm-se as três componentes do vetor base como parâmetros. Como no modelo dado pela Equação 5.33 considera-se que a origem do sistema de coordenadas esteja na foto da esquerda, para que a solução não seja indeterminada deve-se definir uma escala. Assim, assumindo que a componente b_x seja não nula, pode-se considerar uma equação que estabeleça a escala fazendo

$$b_x = k_{base}, \quad (5.37)$$

onde $k_{base} \neq 0$.

Considerando portanto que n_p pares de pontos correspondentes sejam fornecidos pelo procedimento de rotulação (ou qualquer outro procedimento), pode-se escrever um sistema com n_p equações na forma da Equação 5.33 e mais as equações de injunção dadas por 5.36 e 5.37. Chamando de n_e o número de equações, gl o número de graus de liberdade e p o número de parâmetros tem-se:

$$\left. \begin{array}{l} n_e = n_p + 1 + 1 \\ p = 7 \end{array} \right\} gl = n_p - 5. \quad (5.38)$$

Para que se possa aplicar o critério dos Quadrados Mínimos deve-se ter $gl > 0$, o que é equivalente a $n_p > 5$, ou seja, deve-se ter pelo menos seis pares de pontos correspondentes. Se apenas cinco pares de pontos forem conhecidos a solução será única e o MQM não poderá ser aplicado.

5.1.4.1 Solução da orientação relativa pelo MQM

O sistema formado pelas Equações 5.33, 5.36 e 5.37, no qual n_p pares de pontos são conhecidos, ou seja, onde se tem $n_e = n_p + 2$ equações, pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 F_{(1)} = 0_{(1)} &= (-y_{e1}b_z - f_e b_y)Q_0x_{d1} + (x_{e1}b_z + f_e b_x)Q_1x_{d1} + (-x_{e1}b_y + y_{e1}b_x)Q_2x_{d1} + \\
 &\quad (-y_{e1}b_z - f_e b_y)Q_3y_{d1} + (x_{e1}b_z + f_e b_x)Q_4y_{d1} + (-x_{e1}b_y + y_{e1}b_x)Q_5y_{d1} - \\
 &\quad (-y_{e1}b_z - f_e b_y)Q_6f_d - (x_{e1}b_z + f_e b_x)Q_7f_d - (-x_{e1}b_y + y_{e1}b_x)Q_8f_d \\
 F_{(2)} = 0_{(2)} &= (-y_{e2}b_z - f_e b_y)Q_0x_{d2} + (x_{e2}b_z + f_e b_x)Q_1x_{d2} + (-x_{e2}b_y + y_{e2}b_x)Q_2x_{d2} + \\
 &\quad (-y_{e2}b_z - f_e b_y)Q_3y_{d2} + (x_{e2}b_z + f_e b_x)Q_4y_{d2} + (-x_{e2}b_y + y_{e2}b_x)Q_5y_{d2} - \\
 &\quad (-y_{e2}b_z - f_e b_y)Q_6f_d - (x_{e2}b_z + f_e b_x)Q_7f_d - (-x_{e2}b_y + y_{e2}b_x)Q_8f_d \\
 &\quad \vdots \\
 F_{(i)} = 0_{(i)} &= (-y_{ei}b_z - f_e b_y)Q_0x_{di} + (x_{ei}b_z + f_e b_x)Q_1x_{di} + (-x_{ei}b_y + y_{ei}b_x)Q_2x_{di} + \\
 &\quad (-y_{ei}b_z - f_e b_y)Q_3y_{di} + (x_{ei}b_z + f_e b_x)Q_4y_{di} + (-x_{ei}b_y + y_{ei}b_x)Q_5y_{di} - \\
 &\quad (-y_{ei}b_z - f_e b_y)Q_6f_d - (x_{ei}b_z + f_e b_x)Q_7f_d - (-x_{ei}b_y + y_{ei}b_x)Q_8f_d \\
 &\quad \vdots \\
 F_{(n_p+1)}(q_j) &= 1 = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 \\
 F_{(n_p+2)}(b_x) &= k_{base} = b_x
 \end{aligned} \tag{5.39}$$

com $i \in \{1, \dots, n_p\}$ e $j \in \{0, \dots, 8\}$, sendo cada um dos 9 valores de Q , função dos componentes do quatérnio $\dot{q} = (q_0, q_1, q_2, q_3)$.

O modelo funcional dado pela Equação 5.39 é composto por constantes, valores observados e parâmetros incógnitos, sendo o vetor dos parâmetros dado por 5.35. Os parâmetros intrínsecos podem ser considerados como constantes, embora a matriz variância-covariância seja disponível no caso de admitir que tenha sido feito um procedimento de calibração destes parâmetros. Entre estes parâmetros têm-se as distâncias focais das duas câmaras e os elementos utilizados nas Equações 3.2 (Seção 3.2.1).

Pode-se ainda admitir que as coordenadas (x_{ei}, y_{ei}, z_{ei}) e (x_{di}, y_{di}, z_{di}) estão corrigidas de erros sistemáticos, e como na prática normalmente não se determina a estimativa de qualidade para cada uma das observações, uma opção é considerá-las como constantes. Deste modo, os parâmetros incógnitos absorverão esta influência. Admitindo como válidas estas hipóteses, o que simplifica o modelo estocástico, pode-se admitir como sendo observações, ou melhor, como pseudo-observações, todos os elementos do primeiro

membro das n_e equações. Assim, o modelo paramétrico de ajustamento poderá ser utilizado, ou seja,

$$L_a = F(X_a), \text{ com } \begin{cases} L_a = L_b + V \\ X_a = X_0 + X \end{cases}, \quad (5.40)$$

onde o vetor a ser minimizado é o vetor dos resíduos V . Definindo P como sendo a matriz peso das observações, o critério da minimização dos quadrados dos resíduos impõe que a condição $V^T P V \rightarrow \text{mínimo}$ seja atendida. Deste modo, o vetor das correções aos parâmetros (X), para uma dada iteração i , com $i \geq 1$, pode ser obtido por:

$$X_a^{(i)} = X_a^{(i-1)} - (N^{(i-1)})^{-1} U^{(i-1)}, \quad (5.41)$$

onde $X_a^{(0)} = X^0$,

$$N^{(i)} = (A^{(i)})^T P A^{(i)}, \quad (5.42)$$

e

$$U^{(i)} = (A^{(i)})^T P (F(X_0) - L_b). \quad (5.43)$$

Na Equações 5.42 e 5.43, a matriz A representa a matriz das derivadas parciais das n_p+2 equações de observação (5.39) em relação aos parâmetros, e pode ser representada por $A^{(i)} = \partial F / \partial X_a |_{X_a = X_a^{(i)}}$, tendo dimensão $(n_p+2) \times 7$. A matriz dos pesos (P) tem dimensão $n_e \times n_e$ e pode ser escrita por $P = \sigma_0^2 \Sigma_{L_b}^{-1}$, onde Σ_{L_b} é a matriz variância covariância das observações. Considerando que as observações são independentes entre si, e que portanto as covariâncias entre as observações sejam nulas, a matriz variância covariância é simplificada, e portanto a matriz P se reduz a um vetor de dimensão $n_e \times 1$. Uma vez que o modelo matemático é não linear e uma linearização por série de Taylor é realizada, a solução deve ser iterativa, como ilustra o fluxograma da Figura 3.9 (Seção 3.3.2).

5.1.4.2 Incorporação da estimativa robusta - *Danish Method*

Nas Equações 5.42 e 5.43 a matriz P não tem o índice (i) uma vez que ela não é modificada à medida que o processamento é realizado. Como a orientação relativa é realizada a partir de uma relação de pares correspondentes, obtidos de modo automático, como mostra proposta apresentada na Figura 4.3, é possível e perfeitamente esperado que pares assumidos como correspondentes não o sejam. Deste modo, a análise dos resíduos das equações de observação pode ser um indicador de que algumas das correspondências não sejam verdadeiras, e que portanto a influência de algumas das observações, no processo iterativo de ajustamento, devem ser modificadas.

Uma possibilidade para modificar a influência de uma observação, a partir dos resíduos, é por meio do *Danish method*, no qual os pesos das observações são modificados à medida que as iterações ocorrem. Deste modo, o peso de uma observação genérica j , numa dada iteração (i) , vai depender do peso da mesma observação na iteração anterior $(i-1)$, e de uma função $f(\cdot)$ dos resíduos da iteração anterior, como representa a equação

$$P_j^{(i)} = P_j^{(i-1)} f(V^{(i-1)}). \quad (5.44)$$

Se o contra-domínio da função $f(\cdot)$ for constante e igual a 1, para todo o seu domínio, o vetor dos pesos será constante durante o ajustamento. No caso da presente aplicação pode-se supor que as observações tenham inicialmente o mesmo peso e à medida que as iterações se sucedem, os pesos sejam modificados de modo inversamente proporcional aos resíduos, ou seja, quanto maior o resíduo de uma dada observação, menor deve ser o seu peso na iteração seguinte, o que equivale a uma atenuação maior. Assim, a função $f(\cdot)$ deve ter um comportamento tal que $f(\cdot) \leq 1$, para todo o seu domínio, e por esta razão ela é designada, neste trabalho, como função de atenuação dos pesos (FAP). Assim, para os valores de $f(\cdot)=1$ os pesos são preservados (atenuação nula) e para pequenos valores de $f(\cdot)$ a atenuação será mais intensa, atingindo o máximo para $f(\cdot)=0$.

Diversas podem ser as funções de atenuação que podem ser utilizadas, como pode-se ver em Kubik et al. (1987, 1988), Krarup et al. (1980), Jørgensen et al. (1984), Mitishita (1986) e Hasegawa (1990). Do modo como está escrito na Equação 5.44 a FAP é função do vetor dos resíduos. Inicialmente pode-se pensar que para o cálculo de $P_j^{(i)}$ seja necessário

apenas o valor do resíduo da observação j na iteração anterior ($v_j^{(i-1)}$) e neste caso a Equação 5.44 se reduziria a $P_j^{(i)} = P_j^{(i-1)}f(v_j^{(i-1)})$. A princípio esta idéia é coerente mas no entanto é relevante levar em conta tanto a magnitude do resíduo quanto a dispersão dos resíduos, como feito no método *Data Snooping*, no qual são calculados os resíduos padronizados (BAARDA (1968)²⁵ *apud* TEUNISSEN (1998), FÖRSTNER (1985) e GRÜN (1982)).

Designando por v_j o valor do resíduo da observação j , por \bar{v} o resíduo médio, e σ_v o desvio padrão dos resíduos, a seguinte razão pode ser calculada:

$$r_j^{(i-1)} = \frac{|v_j^{(i-1)} - \bar{v}^{(i-1)}|}{\sigma_{v^{(i-1)}}}. \quad (5.45)$$

Assim, pode-se usar uma função da seguinte forma para o cálculo de FAP, ou seja:

$$f(v_j^{(i-1)}) = e^{-0.5 \left(\frac{r_j^{(i-1)}}{c} \right)^4}, \quad (5.46)$$

onde c é uma constante que pode ser usada para controlar a forma da curva de atenuação. A Figura 5.3 mostra a função de atenuação dos pesos para alguns valores de c .

Como pode ser notado na Figura 5.3, para diferentes valores da constante c a função de atenuação dos pesos tem a forma modificada. Na presença de erros grosseiros, ou *outliers*, os correspondentes valores de r serão grandes e nesta situação é desejável que a influência da observação seja reduzida, o que é feito pela diminuição dos pesos. Assim, pode-se pensar que nas primeiras iterações tem-se uma atenuação mais intensa e a medida que as iterações se sucedem os resíduos são ajustados de modo mais natural. Isto é equivalente a usar valores crescentes de c ao longo das iterações.

²⁵ BAARDA, W. A testing procedure for use in geodetic networks. **Neth. Geod. Comm.**, v. 2, n. 5, Delft, 1968.

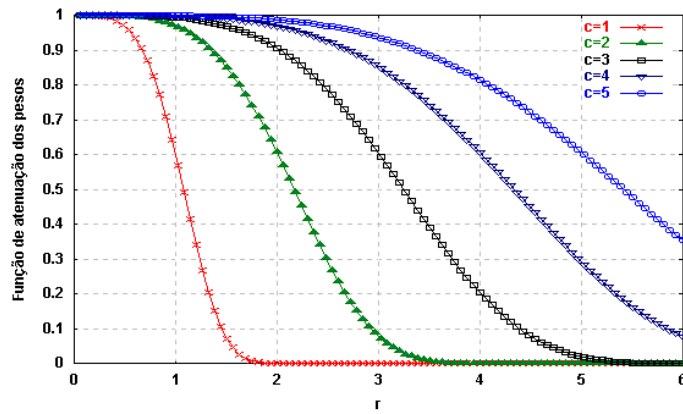


Figura 5.3 - Função de atenuação dos pesos ($f(V^{(i-1)}) = \exp(-0.5(r_j^{(i-1)} / c)^4$) como função de r e para alguns valores de c .

A escolha da função 5.46 foi baseada em outras funções (KRARUP et al., 1980; KUBIK et al., 1987), no qual procurou-se manter o expoente e modificar apenas a constante c , diferente de outras formulações no qual se utilizam diferentes expoentes e mais de uma constante.

5.2 Descrição de algumas métricas adicionais

No Capítulo 4 foi apresentada a proposta para a solução simultânea da correspondência e orientação relativa, sendo utilizada a rotulação por relaxação no qual múltiplas métricas são incorporadas. Nas Seções 4.3.1 e 4.3.2 foram introduzidas e detalhadas as métricas baseadas no volume do PM - Paralelepípedo de *Matching* e nas relações angulares entre vizinhos. Na presente seção são apresentadas algumas métricas convencionais, que junto com as demais, podem ser compostas e utilizadas no procedimento da rotulação por relaxação (Seção 4.4).

5.2.1 Coeficiente de Correlação

Das funções de correlação apresentadas na Seção 2.2.1, uma das mais utilizadas é o coeficiente de correlação (ρ), dado pela Equação 2.7. Este coeficiente é derivado da função variância cruzada e devido a uma normalização seu o intervalo de variação é $[-1,1]$. Considerando que uma janela de dimensão $W \times W$ pode ser definida em torno de cada um dos m pontos do conjunto \mathbf{M} , e dos n pontos do conjunto \mathbf{S} , pode-se determinar para cada uma das $m \times n$ combinações o valor do coeficiente de correlação. Para elevados valores dos

coeficientes de correlação pode-se admitir que a similaridade seja elevada, podendo este coeficiente de correlação ser diretamente utilizado no cálculo das similaridades, não necessitando utilizar uma função na forma da Equação 4.3 (Seção 4.3.1). Assim, o valor da similaridade para um par de pontos (i,j) , considerando o coeficiente de correlação, pode ser determinado por:

$$p_{ij}^{cc} = \rho_{ij} = \frac{\sum \sum (I_{M_i} - I_{\overline{M_i}})(I_{S_j} - I_{\overline{S_j}})}{\sqrt{\sum \sum (I_{M_i} - I_{\overline{M_i}})^2 \sum \sum (I_{S_j} - I_{\overline{S_j}})^2}}, \quad (5.47)$$

onde $I_{\overline{M_i}}$ e $I_{\overline{S_j}}$ se referem aos valores médios das intensidades e I_{M_i} e I_{S_j} aos valores da intensidade em cada um dos $W \times W$ pontos das janelas em torno e M_i e S_j , respectivamente. Ao observar as propriedades da função de similaridade (Equação 2.19, Seção 2.5) nota-se que os valores de p_{ij} devem ser não negativos e no entanto a Equação 5.47 fornece valores no intervalo $[-1,1]$. Para evitar a ocorrência de valores negativos pode-se, por exemplo, considerar apenas os valores acima de um certo limiar ou fazer uma normalização no intervalo $[0,1]$.

O coeficiente de correlação mostrado na Equação 5.47 é utilizado em uma série de aplicações, no entanto esta grandeza é afetada por diferenças de escala e rotação, devendo portanto ser utilizado com certas restrições, como pode ser visto em Yanniris (1974) e Strauch (1991).

5.2.2 Diferença de intensidade

Uma outra medida de similaridade que pode ser considerada é a diferença entre os valores das intensidades médias dos pixels presentes nas janelas centradas nos pontos do par (M_i, S_j) . Admitindo que a dimensão da janela seja $W \times W$, a diferença de intensidade média entre as janelas pode ser obtida por:

$$d_{ij}^{int} = \left| \frac{1}{W^2} \sum_{W \times W} I_{M_j} - \frac{1}{W^2} \sum_{W \times W} I_{S_i} \right| = |I_{\overline{M_j}} - I_{\overline{S_i}}|, \quad (5.48)$$

onde $I_{\overline{M_j}}$ e $I_{\overline{S_i}}$ representam as intensidades médias para as janelas de dimensão $W \times W$ em torno dos pontos j e i , respectivamente.

Pela equação acima pode-se notar que a medida de distância d_{ij}^{int} depende de informações em torno dos pontos i e j . No entanto, se houver uma diferença de brilho entre as duas imagens, mesmo que os pontos i e j sejam correspondentes, haverá um erro provocado por esta diferença de brilho entre as imagens. Por esta razão é conveniente fazer uma modificação na Equação 5.48, de modo a incluir as intensidades médias das duas imagens, representadas por \bar{I}_M e \bar{I}_S . Levando em conta estas informações pode-se rescrever 5.48 como:

$$d_{ij}^{int} = \left| \left(\frac{1}{W^2} \sum_{w \times w} I_{Mj} - \frac{1}{W^2} \sum_{w \times w} I_{Si} \right) - (\bar{I}_M - \bar{I}_S) \right| = |I_{Mj} - I_{Si} - (\bar{I}_M - \bar{I}_S)|. \quad (5.49)$$

Usando a medida de distância acima (d_{ij}^{int}) como mais uma métrica, pode-se obter a similaridade entre os pontos (i,j) , considerando a diferença de intensidade média, por:

$$p_{ij}^{int} = f_s(\alpha_{int}, d_{ij}^{int}) = f_s(\alpha_{int}, |I_{Mj} - I_{Si} - (\bar{I}_M - \bar{I}_S)|), \quad (5.50)$$

sendo α_{int} uma constante que corresponde à influência da métrica d_{ij}^{int} .

5.2.3 Diferença de gradiente

Na Seção 5.5.1 fez-se a observação de que o coeficiente de correlação apresenta o inconveniente de ser variante a rotações. Uma outra medida de distância entre os pontos do par de candidatos (i,j) é a diferença da magnitude do gradiente, que é pouco influenciada pela rotação. A rigor não se pode afirmar que a influência da rotação seja inexistente nesta medida, uma vez que a própria quantização radiométrica e geométrica são afetadas pela rotação.

A magnitude do gradiente num determinado ponto da imagem pode ser calculada em função dos gradientes nas direções x e y , obtidos em função da ponderação utilizando máscaras que realçam as variações nestas direções. Assim, admitindo que numa dada janela de dimensão 3×3 , extraída de uma imagem genérica I , se têm os valores de brilho

$$G = \begin{array}{|c|c|c|} \hline g_1 & g_2 & g_3 \\ \hline g_4 & g_5 & g_6 \\ \hline g_7 & g_8 & g_9 \\ \hline \end{array} ,$$

o valor de saída para o pixel central poderá ser obtido pela convolução da matriz G por uma máscara P, composta por pesos e escrita genericamente por

$$P = \begin{array}{|c|c|c|} \hline p_1 & p_2 & p_3 \\ \hline p_4 & p_5 & p_6 \\ \hline p_7 & p_8 & p_9 \\ \hline \end{array} .$$

O valor de saída do pixel central poderá então ser obtido pela operação

$$S = \sum_{i=1}^9 g_i p_i . \quad (5.51)$$

A partir desta idéia pode-se determinar a magnitude do gradiente para o ponto central da matriz G por:

$$|\nabla g| = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2} , \quad (5.52)$$

onde $\frac{\partial g}{\partial x}$ e $\frac{\partial g}{\partial y}$ são os gradientes em x e y obtidos por $\frac{\partial g}{\partial x} = \sum_{i=1}^9 g_i p_{xi}$ e $\frac{\partial g}{\partial y} = \sum_{i=1}^9 g_i p_{yi}$,

respectivamente, sendo p_x e p_y os pesos dados pelas seguintes máscaras:

$$P_x = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -2 & 0 & 2 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \quad e \quad P_y = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & -2 & -1 \\ \hline \end{array} ,$$

conhecidas como máscaras de SOBEL (GONZALES & WOODS, 1993; JAIN et al., 1995).

O operador dado pela Equação 5.52, considerando as máscaras representadas por P_x e P_y , é conhecido como Operador de Sobel, sendo um dos operadores mais utilizados na

detecção de bordas em imagens digitais. Este operador tem como característica o fato de considerar um peso maior para os pixels mais próximos do centro, nas respectivas direções consideradas. Para outros operadores sugere-se Ballard & Brown (1982), Gonzales & Woods (1993) e Jain et al. (1995).

Designando a magnitude do gradiente em torno de cada um dos pontos do par de candidatos (i,j) por $|\nabla g_i|$ e $|\nabla g_j|$, respectivamente, a medida de "distância" entre estes pontos, considerando a diferença de gradiente pode ser obtida por:

$$d_{ij}^{\nabla g} = \left| |\nabla g_j| - |\nabla g_i| \right|. \quad (5.53)$$

Neste caso, a correspondente medida de similaridade pode ser obtida por:

$$p_{ij}^{\nabla g} = f_s(\alpha_{\nabla g}, d_{ij}^{\nabla g}), \quad (5.54)$$

sendo $\alpha_{\nabla g}$ a constante relacionada à métrica $d_{ij}^{\nabla g}$.

5.2.4 Medidas baseadas em relações de distância

No Capítulo 4, Seção 4.3.2, foi apresentado o desenvolvimento da função utilizada no cálculo da compatibilidade utilizando relações angulares entre vizinhos. Uma outra possibilidade para o cálculo da compatibilidade é o uso de medidas feitas a partir de relações entre distâncias. Devido à mudança do ponto de vista da câmara durante a aquisição das imagens, as posições dos pontos projetados no plano imagem são modificadas e como conseqüência as razões entre os comprimentos de segmentos correspondentes não são preservadas, e uma idéia é atribuir uma compatibilidade maior às estruturas nos quais estas razões são preservadas, ou "mais" preservadas.

Para a definição da função que permite o cálculo da compatibilidade considerando relação de distâncias, baseou-se na formulação apresentada por Zhang et. al. (1994). Representando por $d(i,i_k)$ a distância Euclidiana entre o par de pontos i e i_k , da imagem esquerda, e $d(j,j_k)$, para os pontos na imagem direita, com $i_k \in \mathbf{V}_M(i)$ e $j_k \in \mathbf{V}_S(j)$, a distância média envolvendo os pares (i,i_k) e (j,j_k) pode ser obtida por:

$$\text{dist}(i, j; i_k, j_k) = \frac{d(i, i_k) + d(j, j_k)}{2}. \quad (5.55)$$

Esta distância média é usada no cálculo do valor de r que pode ser interpretado como uma diferença de distância relativa, expressa por:

$$r = \frac{|d(i, i_k) - d(j, j_k)|}{\text{dist}(i, j; i_k, j_k)}. \quad (5.56)$$

Assim, nos casos em que (i, j) e (i_k, j_k) sejam pontos correspondentes e no qual as distâncias são preservadas, o valor de r obtido pela Equação 5.56 será nulo.

Considerando os NV vizinhos de i e de j e as funções acima, a compatibilidade usando relações de distância pode ser obtida por:

$$c_{ij}^{\text{dist}} = \sum_{k=1}^{\text{NV}} \frac{\delta(i, j; i_k, j_k)}{1 + \text{dist}(i, j; i_k, j_k)}, \quad (5.57)$$

onde

$$\delta(i, j; i_k, j_k) = \begin{cases} e^{-r/\epsilon_r}, & \text{se } r < \epsilon_r \\ 0, & \text{se } r \geq \epsilon_r \end{cases}. \quad (5.58)$$

Na formulação apresentada, ϵ_r é um limiar no erro relativo, sendo o valor adotado por Zhang et. al. (1994) igual a 0,3. Assim, para os pares nos quais os valores de r são maiores ou iguais a ϵ_r a Equação 5.58 assume o valor nulo e este par não tem nenhuma influência na Equação 5.57. Uma observação relevante ao analisar esta formulação se refere ao uso da distância média, $\text{dist}(i, j; i_k, j_k)$, no denominador, que considera que os pontos mais afastados exercem uma contribuição menor no somatório da Equação 5.57.

Pode-se observar que a Equação 5.57 é um pouco diferente das usadas anteriormente no cálculo da similaridade e compatibilidade, uma vez que ela se baseia em uma função Gaussiana. Como discutido na Seção 2.5, o importante é que se tenha uma resposta maior, quando maior for a similaridade ou compatibilidade.

5.3 Critérios utilizados na obtenção da solução

No Capítulo 4 é descrita a solução do problema de correspondência usando a técnica da rotulação por relaxação, bem como o uso do volume do PM - Paralelepípedo de *Matching* para fazer a inclusão da injunção epipolar. A Figura 4.1 (Seção 4.1) mostra o princípio da solução proposta e na Figura 4.6 (Seção 4.1.4) é feito um detalhamento do procedimento de rotulação por relaxação. Nesta última figura pode-se observar que após ser atingida a convergência do processo de rotulação por relaxação a etapa seguinte é a seleção dos pares de pontos correspondentes, a partir das similaridades obtidas.

Portanto, nesta etapa deve-se selecionar quais são os pares correspondentes e um dos critérios que deve ser utilizado é o valor da similaridade, ou seja, pode-se considerar como potenciais pares correspondentes aqueles nos quais a similaridade esteja acima de um limiar preestabelecido. Este limiar pode ser denominado limiar de similaridade e representado por ϵ_{SIM} . Além da similaridade, outros fatores devem ser considerados nesta seleção. Entre os fatores relevantes, que são discutidos nas seções seguintes têm-se: a simetria ou comutatividade do problema, a ambigüidade e a qualidade da reconstrução.

5.3.1 O problema da simetria ou comutatividade

Quando se discute o problema da simetria está sendo considerado o efeito da troca ou comutação das imagens utilizadas. Logicamente que neste ponto não está sendo feito referência aos parâmetros de orientação relativa, que certamente se modificam ao se comutar as imagens uma vez que a primeira imagem é usada como definidora do referencial. Faz-se portanto apenas referência à relação de pares de pontos correspondentes obtidos ao serem comutadas as imagens.

Para avaliar este problema é importante analisar a matriz de similaridade P_{ij} . Considerando o par de imagens, I_e e I_d , e os conjuntos de primitivas \mathbf{M} e \mathbf{S} , respectivamente com m e n elementos, o resultado da relaxação será uma matriz (P_{ij}) de $m \times n$ elementos, ou seja:

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & P_{2n} \\ P_{31} & P_{32} & \cdots & P_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{i1} & P_{i2} & \cdots & P_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m1} & P_{m2} & \cdots & P_{mn} \end{bmatrix}. \quad (5.59)$$

A cada posição (i,j) desta matriz, com $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ e $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, tem-se o valor p_{ij} associado ao par de candidatos (M_i, S_j) . Uma vez disponível esta matriz pode-se obter, para um dado valor de i , o valor de j que tem a maior similaridade e este valor teoricamente correspondente ao rótulo do objeto i .

De modo análogo pode-se obter a matriz com as similaridades finais quando se consideram as imagens na seguinte ordem $I_d \times I_e$ onde se têm, respectivamente, os conjuntos \mathbf{S} e \mathbf{M} . Neste caso é obtida uma matriz de similaridade com $n \times m$ elementos, sendo que a cada posição (j,i) , com $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ e $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, corresponde um valor p'_{ji} associado ao par (S_j, M_i) , ou seja:

$$P'_{ji} = \begin{bmatrix} P'_{11} & P'_{12} & P'_{13} & \cdots & P'_{1m} \\ P'_{21} & P'_{22} & P'_{23} & \cdots & P'_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P'_{j1} & P'_{j2} & P'_{j3} & \cdots & P'_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P'_{n1} & P'_{n2} & P'_{n3} & \cdots & P'_{nm} \end{bmatrix}. \quad (5.60)$$

A princípio o valor da similaridade para um par genérico (M_i, S_j) , com $M_i \in \mathbf{M}$ e $S_j \in \mathbf{S}$, obtido a partir da matriz 5.59, deve ser igual ao valor da similaridade para o par (S_j, M_i) , obtido pela matriz 5.60. Em outras palavras, a comutação das imagens não deve afetar o resultado.

No entanto é relevante fazer uma análise de como a similaridade inicial e a compatibilidade são calculadas para cada par de candidatos. As métricas utilizadas no cálculo da similaridade e compatibilidade não são afetadas pela comutatividade, no entanto

deve-se lembrar que na montagem da matriz de similaridades iniciais, calcula-se para cada valor de i a distância d_{ij} , e posteriormente as similaridades, para cada uma das n combinações (n colunas da matriz P_{ij}). Assim, devido às propriedades dadas pelas Equações 2.19 e 2.20 (Seção 2.5), de que deve-se ter $0 \leq p_{ij} \leq 1$ e além disso, que para cada um dos valores de i deve-se ter $\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1$, cada uma das linhas de P_{ij} e P_{ji} sofre uma normalização a fim de atender estas propriedades. Após estas operações pode-se notar que um dado valor de p_{ij} recebe a influência de n elementos. De modo análogo, um dado elemento da linha j da matriz P_{ji} recebe a influência de m elementos (m colunas da matriz P_{ji}).

As matrizes P_{ij} e P_{ji} mostradas anteriormente representam as matrizes finais do processo de relaxação. Considerando a matriz $P^{(b)}$ como sendo a matriz de similaridade²⁶ "bruta", ou seja, sem as operações descritas no parágrafo anterior, pode-se notar que no cálculo da similaridade para o par (1,2) os elementos da matriz 5.61, envolvidos pelo retângulo, são utilizados.

$$P_{ij}^{(b)} = \begin{bmatrix} p_{11}^{(b)} & p_{12}^{(b)} & \cdots & p_{1n}^{(b)} \\ p_{21}^{(b)} & p_{22}^{(b)} & \cdots & p_{2n}^{(b)} \\ p_{31}^{(b)} & p_{32}^{(b)} & \cdots & p_{3n}^{(b)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{i1}^{(b)} & p_{i2}^{(b)} & \cdots & p_{in}^{(b)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1}^{(b)} & p_{m2}^{(b)} & \cdots & p_{mn}^{(b)} \end{bmatrix} \quad (5.61)$$

Se as imagens forem comutadas, os elementos considerados no cálculo da similaridade, para o par (2,1), serão os realçados na matriz 5.62.

²⁶ Para uma determinada métrica.

$$P_{ij}^{(b)} = \begin{bmatrix} p_{11}^{(b)} & p_{12}^{(b)} & \cdots & p_{1n}^{(b)} \\ p_{21}^{(b)} & p_{22}^{(b)} & \cdots & p_{2n}^{(b)} \\ p_{31}^{(b)} & p_{32}^{(b)} & \cdots & p_{3n}^{(b)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{i1}^{(b)} & p_{i2}^{(b)} & \cdots & p_{in}^{(b)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1}^{(b)} & p_{m2}^{(b)} & \cdots & p_{mn}^{(b)} \end{bmatrix}. \quad (5.62)$$

Desta maneira, pode-se notar que no cálculo dos valores das similaridades p_{12} (para $I_e \times I_d$) e p_{21} (para $I_d \times I_e$), apenas uma das similaridades é comum. Pode-se portanto afirmar que, não necessariamente a matriz $P_{ji}^{(b)}$ será a transposta de $P_{ij}^{(b)}$, o que é equivalente a afirmar que a solução da correspondência, do modo como proposto, é não comutativa e portanto assimétrica.

Para verificar na prática o resultado da análise anterior, de que o algoritmo é não simétrico, são mostradas, na forma de duas imagens, as matrizes de similaridade para duas imagens reais que possuem respectivamente 56 e 53 primitivas pontuais extraídas.

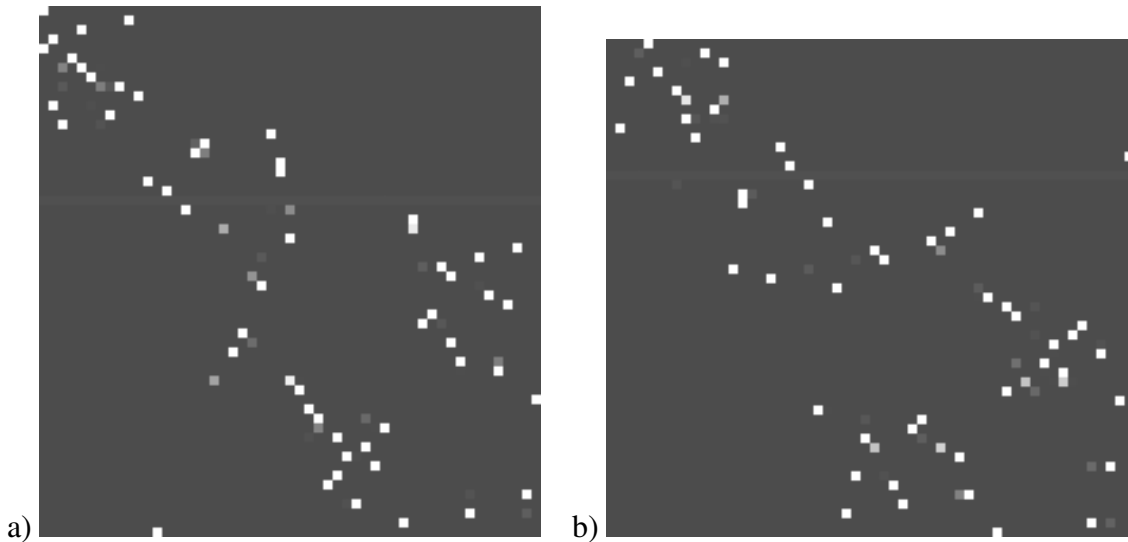


Figura 5.4 - Imagens mostrando duas matrizes de similaridade, após convergência, para duas situações. Em (a) tem-se o resultado quando se usa a ordem Esquerda×Direita, no qual se tem 56 e 53 pontos de interesse, respectivamente. Em (b) tem-se o resultado quando as imagens são comutadas.

Por estas imagens pode-se notar que as matrizes de similaridades não são exatamente transpostas, confirmando que o resultado é afetado pela comutação das imagens, ou em

outras palavras, o problema não é simétrico. Deste modo, é necessário que estratégias sejam incorporadas ao algoritmo de modo a evitar que a solução dependa da ordem em que as matrizes são utilizadas. O fluxograma da Figura 5.5 mostra a alternativa adotada na solução deste problema.

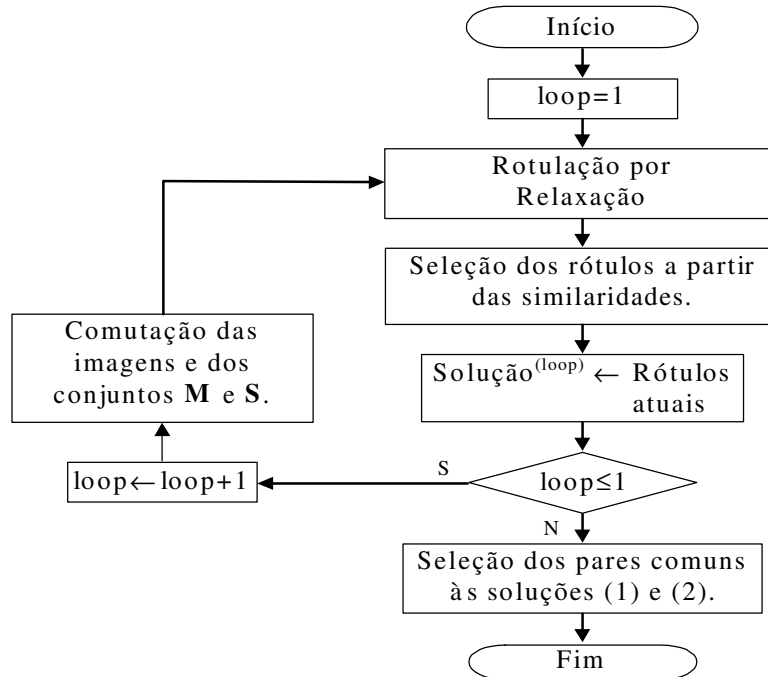


Figura 5.5 - Fluxograma mostrando a estratégia para evitar que a solução não seja afetada pela assimetria do problema.

Pode-se observar no algoritmo apresentado no fluxograma da Figura 5.5, que duas soluções são disponíveis e que a partir da análise das duas soluções, uma única deve ser obtida. Deste modo, é coerente considerar a escolha dos pares que pertençam às duas soluções.

5.3.2 Fator de não ambigüidade

Um segundo aspecto relevante na seleção dos rótulos é a questão da ambigüidade. Para uma dada matriz de similaridade, P_{ij} por exemplo, o rótulo associado a um objeto i qualquer pode ser obtido ao encontrar o valor de j , que atende a seguinte condição:

$$(i, j_{\max}) \quad \text{onde} \quad j_{\max} = \{j \in \{1, \dots, n\} \mid p_{ij_{\max}} = \max(p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in})\}, \quad (5.63)$$

ou seja, aquele correspondente ao maior valor de similaridade, dentre os n possíveis valores.

Este é um critério coerente, uma vez que quanto maior a similaridade maior é a probabilidade de que (i,j) sejam correspondentes. Numa situação ideal, dos n valores de similaridade, associados a um determinado objeto i , apenas um deles assumiria o valor 1 e todos os demais seriam nulos. Neste caso, não se tem ambigüidade na solução ou, em outras palavras, a ambigüidade é nula.

Numa situação não ideal, o que ocorre na grande maioria das vezes, tem-se mais de um valor de similaridade não nulo para cada um dos objetos. Assim, é importante que se considere não só o maior dos valores de similaridade, mas também o segundo maior. Se estes dois valores forem bem próximos significa que a escolha do maior terá um grande grau de ambigüidade. Assim, representando por $p^{(1)}$ o maior valor de similaridade associado a i e $p^{(2)}$ o segundo maior valor de similaridade, o seguinte fator pode ser obtido:

$$FNA_i = 1 - \frac{p_i^{(2)}}{p_i^{(1)}}, \quad (5.64)$$

onde FNA_i representa o **Fator de Não Ambigüidade** associado ao objeto i , como definido no trabalho de Zhang et al. (1994). Para $FNA_i=1$ tem-se uma situação de não ambigüidade uma vez deve-se ter $p_i^{(2)}=0$. Para que $FNA_i=0$ tem-se uma situação de máxima ambigüidade, uma vez que esta situação ocorre se e só se $p_i^{(2)}=p_i^{(1)}$, como ilustra o gráfico da Figura 5.6.

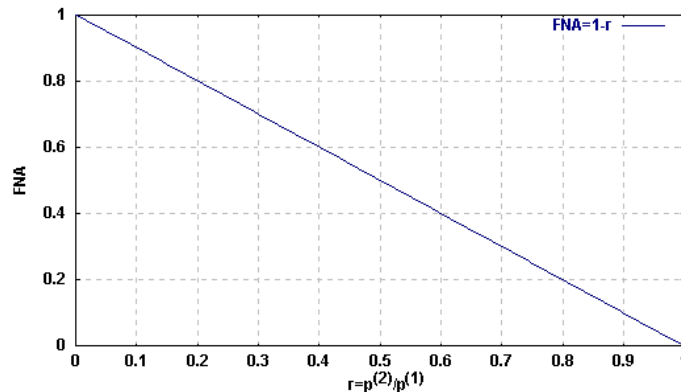


Figura 5.6 - Gráfico mostrando o fator de não ambigüidade (FNA) em função da razão $r = p_i^{(2)} / p_i^{(1)}$.

O FNA_i pode também ser calculado em função da razão $r'=p^{(1)}/p^{(2)}$, usando a função $FNA_i = 1 - r'^{-1} = 1 - (p^{(1)}/p^{(2)})^{-1}$. Deste modo tem-se o gráfico mostrado na Figura 5.7.

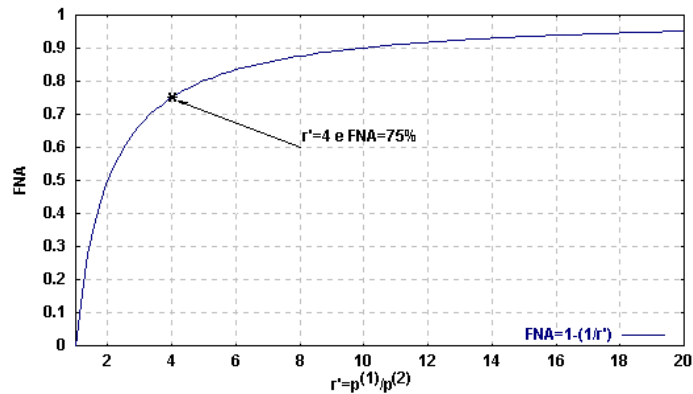


Figura 5.7 - Gráfico mostrando o fator de não ambigüidade (FNA) em função da razão $r' = p_i^{(1)} / p_i^{(2)}$.

Por este gráfico pode-se observar que ao adotar como limiar, por exemplo, um FNA maior ou igual a 75% equivale a aceitar os pares no qual a razão entre a maior similaridade e a segunda maior, sejam pelo menos igual a 4, como indica a seta na Figura 5.7.

Deste modo, pode-se considerar o fator de não ambigüidade como mais um elemento que pode ser utilizado na escolha da solução, sendo o limiar para o FNA representado por ϵ_{FNA} .

5.3.3 Qualidade da reconstrução ou triangulação

Além de fatores tais como: similaridade, simetria (ou comutatividade) e ambigüidade, um outro elemento a ser considerado é a qualidade da reconstrução.

Após a realização do procedimento de *matching*, sem a inclusão da injunção epipolar, é realizada a orientação relativa, no qual uma estimativa dos parâmetros de orientação relativa é obtida (ver Figura 4.1). Após esta etapa o *matching* é realizado novamente, incluindo nesta fase a injunção epipolar via volume do Paralelepípedo de *Matching* (PM). Assim, disponível uma relação de pares de pontos correspondentes, obtidos levando-se em conta a similaridade e os elementos citados nas Seções 5.3.1 e 5.3.2, pode-se fazer a determinação da interseção das retas que passam pelos pontos (i,j) e pelos correspondentes centros perspectivos.

Se estas retas se interceptam exatamente num ponto pode-se admitir que a correspondência esteja correta e, caso contrário, pode-se rejeitar este par (i,j). Uma maneira de se determinar esta qualidade é obter a distância Q_{3D} (Equação 3.74), como sugerido na Seção 3.3.4 para o caso estéreo, no qual é utilizado um modelo linear. A grandeza obtida por esta equação depende da qualidade dos parâmetros de orientação relativa, da qualidade das coordenadas dos pontos imagem, e do fato dos pontos envolvidos serem ou não correspondentes.

De modo análogo ao considerado nos demais fatores, é necessário definir um limiar para esta grandeza. Como a grandeza Q_{3D} é uma distância Euclidiana, deve-se estabelecer a unidade que será utilizada, que pode ser mm, pixel, etc. Neste trabalho, uma vez que a escala foi estabelecida por meio de uma injunção dada no processo de ajustamento das observações pelo MQM (Seção 5.1.4), o limiar pode ser estabelecido a partir da razão entre o erro na interseção e a base (distância entre os CP's). Assim, pode-se admitir um limiar para o erro de reconstrução (ou triangulação) como sendo um percentual da base, sendo este limiar representado por ϵ_T , onde o sub-índice T se refere a triangulação.

Ao considerar um limiar ϵ_T para o erro de reconstrução, pode-se admitir que um par de pontos candidatos a correspondentes será descartado se a razão Q_{3D}/base for maior que o valor tolerável. Por exemplo, ao assumir que $\epsilon_T=0,02$, se Q_{3D} for maior que 2% da base o par será descartado da solução e todos aqueles no qual a razão for menor que ϵ_T serão mantidos. Este tipo de controle é adequado. No entanto, como o processo é iterativo, pode-se admitir que o algoritmo seja robusto se tanto a qualidade dos parâmetros de orientação relativa, quanto o número de pares correspondentes corretos, aumentarem com o passar das iterações. Neste caso, pode-se admitir uma tolerância maior no início do processo e a medida que se passam as iterações a tolerância na reconstrução seja restringida, tendo-se portanto um limiar dinâmico.

Com esta idéia em mente pode-se adotar uma tolerância inicial na reconstrução (ϵ_T) e uma função que modifica este limiar ao longo das iterações. Assim, pode-se imaginar uma função na forma

$$\epsilon_{Ti} = \epsilon_T e^{-ci}, \quad (5.65)$$

onde i se refere à iteração e c a uma constante relacionada com a forma da curva, que permite controlar a redução do limiar na triangulação ou reconstrução. Deste modo, no início do processo a tolerância assume o valor ϵ_T e com o passar das iterações a tolerância passa a ser dada pela Equação 5.65. O gráfico da Figura 5.8 mostra o comportamento desta equação para alguns valores de c .

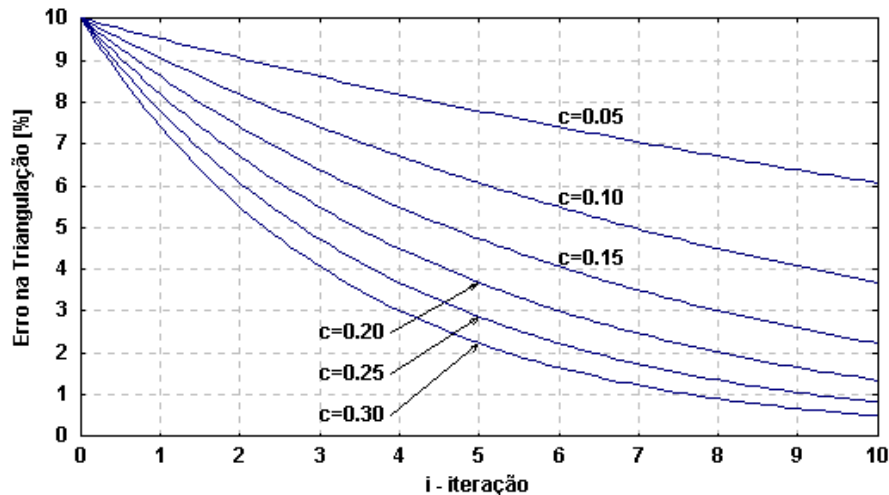


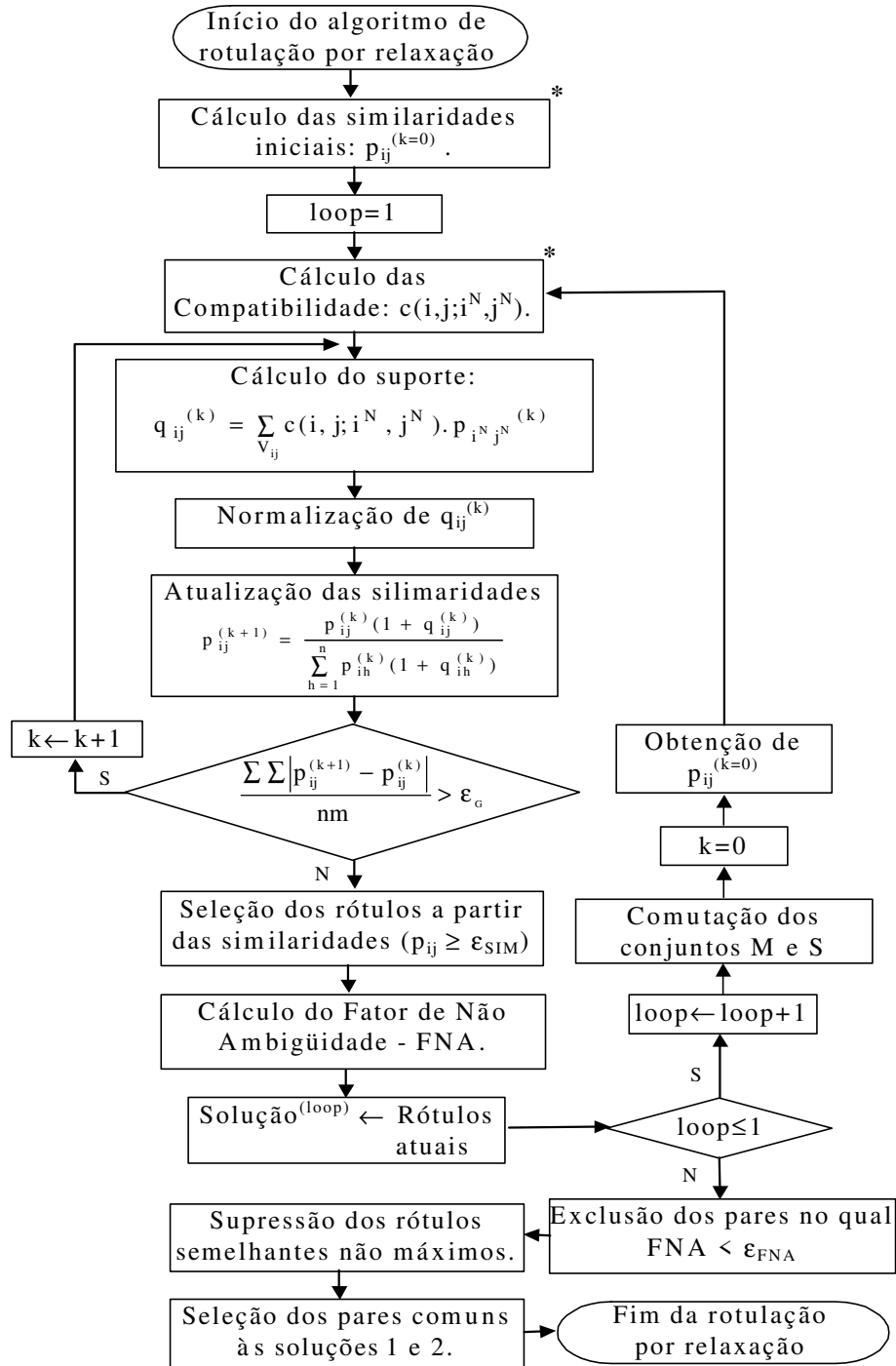
Figura 5.8 - Gráfico mostrando o erro tolerável na triangulação, em função da iteração, para alguns valores da constante c . Neste gráfico assumiu-se que no início do processo tem-se $\epsilon_T=10\%$.

Pode-se notar pelo gráfico da Figura 5.8 que, para uma dada iteração, quanto maior o valor de c menor será o erro tolerado na triangulação.

5.3.4 Fluxograma detalhado do processo de obtenção da solução

Nas três subseções anteriores foram discutidos e apresentados alguns aspectos que são relevantes para a seleção da solução, no processo de rotulação por relaxação. Todos os aspectos abordados são utilizados com a intenção de selecionar os pares de pontos correspondentes, ou pelo menos, com um grande potencial de serem correspondentes.

Deste modo, os fluxogramas das Figuras 5.9 e 5.10 mostram, de forma mais detalhada, o procedimento de rotulação por relaxação, incorporados os aspectos discutidos nas seções anteriores, tanto no processo de *matching* sem a inclusão de injunções epipolares, bem como no procedimento com a inclusão das injunções epipolares, respectivamente.



* Não são utilizadas informações de OR.

Figura 5.9 - Fluxograma detalhado do procedimento de rotulação por relaxação no qual não se consideram as informações de orientação relativa.

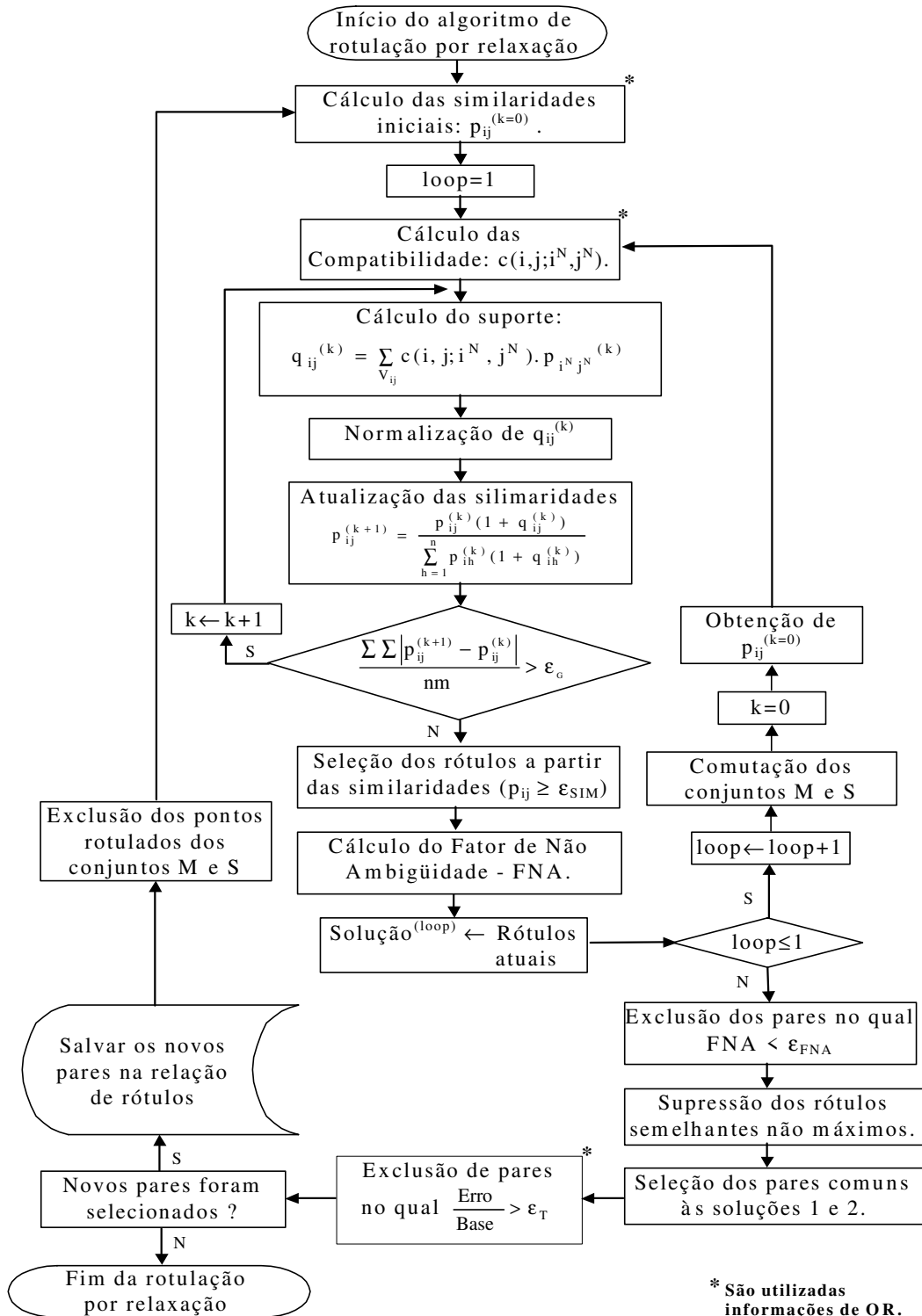


Figura 5.10 - Fluxograma detalhado do procedimento de rotulação por relaxação e seleção dos pares correspondentes, no qual se considera que uma estimativa dos parâmetros de orientação relativa seja conhecida.

Nos dois fluxogramas apresentados pode-se perceber que são incorporadas algumas etapas que levam em conta os seguintes aspectos:

- a exclusão dos pares no qual a similaridade máxima, para um dado ponto i ($i \in \{1, \dots, m\}$), ou seja $j_{\max} = \{j_{\max} \in \{1, \dots, n\} \mid p_{ij_{\max}} = \max(p_{ij}) \text{ com } j \in \{1, \dots, n\}\}$, seja inferior a um certo limiar (ϵ_{SIM});
- a exclusão dos pares no qual o FNA - Fator de Não Ambigüidade seja inferior a um dado limiar (ϵ_{FNA});
- a exclusão dos rótulos semelhantes e de similaridade não máxima. Ou seja, para cada um dos i pontos, é verificada a existência de algum outro ponto no qual o rótulo seja o mesmo que o do ponto i . Caso isto ocorra, apenas o de maior similaridade é preservado para as etapas seguintes. Este processo realizado separadamente para cada uma das soluções;
- a exclusão dos pares onde existe ambigüidade entre as soluções. Assim, o par ij fará parte da solução se e somente se os seguintes eventos ocorrerem simultaneamente:

- o par $(M_i, S_j) \subset \{\text{Solução 1}\}$ e

- o par $(S_j, M_i) \subset \{\text{Solução 2}\}$.

No caso específico da situação em que são incluídas as injunções epipolares (Figura 5.10), além das etapas descritas anteriormente tem-se:

- dos pares resultantes, os selecionados são aqueles no qual o erro de triangulação seja menor que um certo limiar (ϵ_T).

A partir destas etapas os pares não rotulados são novamente utilizados no processo, até que nenhum novo par seja obtido. Deste modo, têm-se uma relação de pontos correspondentes, que são utilizados na determinação dos parâmetros de orientação relativa, como descrito na Seção 5.1. É importante observar que o processo iterativo da relaxação é repetido até que o valor médio das diferenças das similaridades, entre as sucessivas

iterações, seja inferior a um limiar global (ϵ_G). Portanto, a seleção dos pares de pontos só é iniciada após esta etapa.

Analisando os fluxogramas das Figuras 4.1, 5.9 e 5.10 pode-se perceber que processos iterativos ocorrem em diferentes etapas. Entre estas etapas tem-se o processo de rotulação por relaxação, o ajustamento pelo MQM utilizado na determinação dos parâmetros de orientação relativa, e uma iteração global, que considera as diferenças entre os parâmetros de orientação relativa obtidos com os sucessivos conjuntos de pares de pontos correspondentes, como ilustra o fluxograma da Figura 4.1. Deste modo, pode-se observar que, apenas quando houver uma estabilidade entre os sucessivos parâmetros de orientação relativa, o processo é finalizado. Esta comparação é feita verificando-se as diferenças angulares e as componentes da base isoladamente. Se houver uma estabilidade, em um número pré-definido de iterações, o processo é finalizado e, caso contrário, são consideradas as diferenças médias para os seis parâmetros, entre as sucessivas iterações globais.

CAPÍTULO 6

Experimentos e Resultados

Neste capítulo, são descritos os experimentos realizados, bem como os resultados obtidos na determinação automática e simultânea da correspondência e orientação relativa (OR). Os experimentos foram efetuados utilizando aplicativos desenvolvidos com base nos modelos apresentados no Capítulo 4 e na proposta de implementação discutida no Capítulo 5.

6.1 Descrição dos aplicativos desenvolvidos

Baseados nos modelos e aspectos de implementação discutidos, respectivamente, nos Capítulos 4 e 5, foi feita a implementação de alguns programas computacionais, escritos na linguagem C ANSI. Parte destes programas foram desenvolvidos para o ambiente UNIX em 1996 (GALO, 1996), sendo posteriormente adaptados para o sistema operacional Linux. Posteriormente o programa sofreu alterações de modo a incorporar a possibilidade de realizar a injunção epipolar, como mostrado em Galo & Tozzi (1997). Nesta etapa admitiu-se que os parâmetros de OR eram conhecidos e estas informações foram usadas como dados de entrada no processamento, sendo mostrado que a incorporação desta informação, juntamente com as demais métricas, permitem o aumento no número de pares rotulados. Posteriormente, a determinação dos parâmetros de OR foi incorporada, sendo mostrados alguns resultados preliminares, com imagens sintéticas, em Galo & Tozzi (1999).

Finalmente foi incorporada a possibilidade de considerar a influência de algumas métricas e critérios para seleção de pares de pontos, de modo dinâmico.

Dentre os programas criados, os principais são: *MTUNIX*, *OR* e *PM*. Estes programas estão estruturados de maneira modular, onde a comunicação é feita por meio de arquivos ASCII, sendo o gerenciamento da execução realizado por um quarto programa, chamado *GERAL*. Na seqüência, é apresentada a Quadro 6.1, no qual se encontra uma descrição de cada um destes programas.

Quadro 6.1 - Descrição dos principais aplicativos desenvolvidos.

Programa	Descrição
<i>MTUNIX</i>	Programa destinado à realização do <i>matching</i> sem a inclusão de injunções epipolares. No cálculo das similaridades são considerados o coeficiente de correlação, o gradiente e a intensidade média. No cálculo das compatibilidades são consideradas as relações angulares e as distâncias relativas.
<i>OR</i>	Programa destinado à realização da orientação relativa. O modelo matemático utilizado se baseia nas equações de coplanaridade, sendo a matriz de rotação escrita usando a representação baseada em quatérnios. Adicionalmente é incorporado o estimador robusto - <i>Danish Method</i> .
<i>PM</i>	Programa destinado à realização do <i>matching</i> de pontos com a inclusão de injunções epipolares. Neste módulo são utilizadas as mesmas funções implementadas no programa <i>MTUNIX</i> , acrescidas de: medida de similaridade baseada no volume do paralelepípedo de <i>matching</i> ; medida de compatibilidade baseada nos múltiplos paralelepípedos; e uso do erro na triangulação como critério para exclusão de pares. Ressalta-se que o uso do fator de não ambigüidade (FNA) foi incorporado tanto neste aplicativo quanto no programa <i>MTUNIX</i> .
<i>GERAL</i>	Este programa é destinado a gerenciar a execução dos três módulos anteriores. Além disso ele é responsável pela verificação da convergência, por meio da comparação das orientações entre as sucessivas iterações globais. Adicionalmente são montados os arquivos destinados à visualização de alguns gráficos.

Uma vez apresentado o propósito de cada módulo (Quadro 6.1), o modo como os arquivos intermediários se comunicam é apresentado na Figura 6.1.

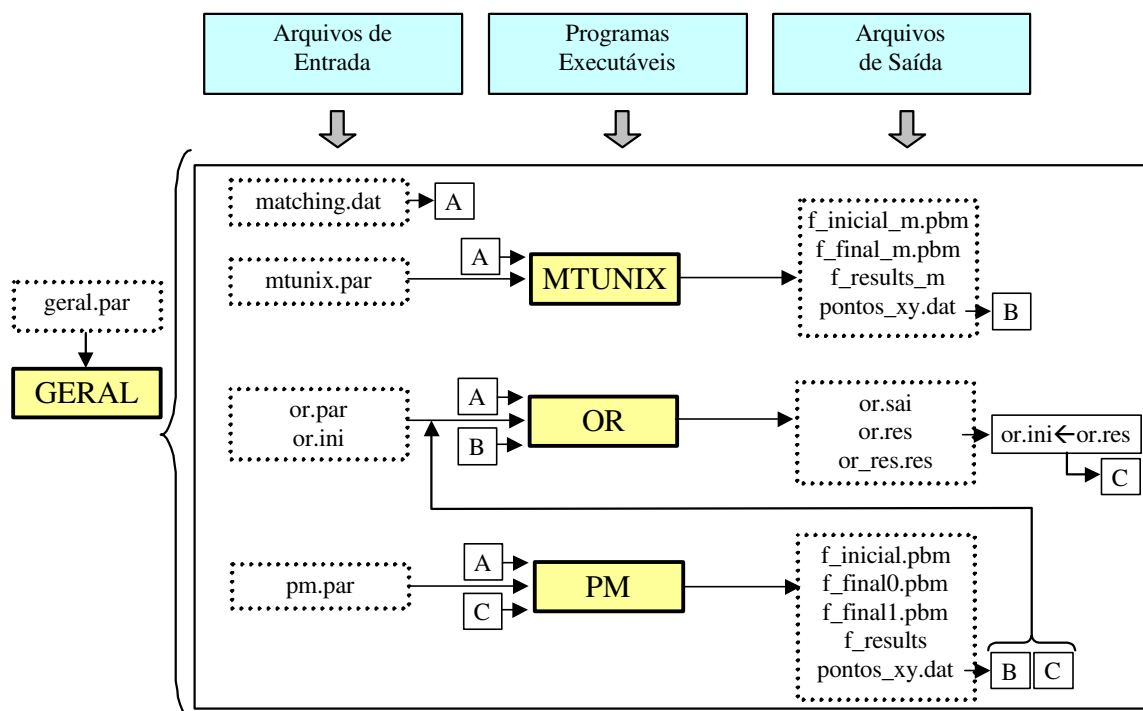


Figura 6.1 - Estrutura dos programas desenvolvidos para a determinação automática e simultânea da correspondência e OR.

Por meio desta figura, pode-se observar os arquivos de entrada e saída de cada módulo e observar ainda que os arquivos B e C são compartilhados por alguns módulos. Estes arquivos, B e C, armazenam o resultado da rotulação dos pontos e os parâmetros de OR, respectivamente. Detalhes adicionais sobre os dados de entrada de cada um dos programas mostrados no Quadro 6.1 e na Figura 6.1, bem como do conteúdo dos arquivos de saída, podem ser obtidos no Apêndice A.

6.2 Procedimento de obtenção das imagens, medição dos pontos e análise

Nas três seções seguintes são descritos os procedimentos para a obtenção das imagens utilizadas nos experimentos, além dos procedimentos de medição e análise dos resultados.

6.2.1 Obtenção das imagens sintéticas e reais

Nos experimentos realizados foram utilizadas tanto imagens sintéticas quanto reais. A geração das imagens sintéticas foi feita utilizando o aplicativo PovRay® - *Persistence Of Vision Ray-Tracer* (YOUNG et. al., 1996). Em função da versatilidade deste aplicativo,

pôde-se gerar alguns pares de imagens, no qual tanto a posição das câmaras quanto a OR foram modificadas, como mostra a Tabela 6.1.

Tabela 6.1 - Relação de imagens com as respectivas rotações e posição do centro perspectivo (CP), geradas com o aplicativo PovRay®.

Imagem	Rotações da Câmara: $\kappa^\circ \varphi^\circ \omega^\circ$			Posição (X,Y,Z) dos CP's
000e.pbm	0°	0°	0°	4. 4. 12.
000d.pbm	0°	0°	0°	6. 4. 12.
025e.pbm	0°	-2.5°	0°	4. 4. 12.
025d.pbm	0°	2.5°	0°	6. 4. 12.
050e.pbm	0°	-5°	0°	3. 4. 12.
050d.pbm	0°	5°	0°	7. 4. 12.
075e.pbm	0°	-7.5°	0°	3. 4. 12.
075d.pbm	0°	7.5°	0°	7. 4. 12.
100e.pbm	0°	-10.°	0°	3. 4. 12.
100d.pbm	0°	10.5°	0°	7. 4. 12.
125e.pbm	0°	-12.5°	0°	1. 4. 12.
125d.pbm	0°	12.5°	0°	9. 4. 12.
150e.pbm	0°	-15.°	0°	1. 4. 12.
150d.pbm	0°	15.°	0°	9. 4. 12.
Rote.pbm	0°	0°	0°	4. 4. 15.
Rotd.pbm	50°	5°	0°	6.5 4. 15.

Como alvos utilizados na geração das imagens sintéticas, foram considerados alguns objetos planos, além de cubos e paralelepípedos. Como pode-se notar, ao utilizar os parâmetros de OR apresentados na Tabela 6.1 têm-se pares de imagens estereocópicas com diferentes características, como por exemplo:

- eixos ópticos paralelos (par 000e/000d);
- eixos ópticos convergentes, com ângulos de 5°, 10°, 15°, 20°, 25° e 30° (pares 025e/025d, ..., 150e/150d);
- pares de imagem com pequena convergência mas com acentuada rotação em torno do eixo óptico (par rote/rot d).

Como o objetivo principal deste conjunto de imagens é de avaliar a capacidade de obtenção de pares de pontos correspondentes, para diferentes convergências e rotação do eixo óptico, e não especificamente a qualidade da OR, as imagens foram geradas com baixa resolução, ou seja, com 320x240 pixels.

Além dessas imagens foram utilizadas imagens reais adquiridas a partir de câmaras digitais. Uma das câmaras utilizadas foi a câmara digital Kodak DC40, mostrada na Figura 6.2.



Figura 6.2 - Câmara digital Kodak DC40 (<http://www.kodak.com>).

A câmara digital Kodak DC40 é uma câmara de amador, considerada de baixa resolução (*still camera*) para as atividades Fotogramétricas, como pode-se ver em Shortis & Beyer (1996) e Tommaselli et al. (2000). Esta câmara possui as seguintes características técnicas:

- Resolução: $756 (h) \times 504 (v)$ pixels
- Distância focal nominal (f): 9,2 mm
- Dimensão do pixel: $\cong 9 \mu\text{m}$
- Dimensão do pixel: $\cong 50 \mu\text{m}$, considerando um quadro padrão
35 mm (36x25)
- Distância focal equivalente²⁷ (f_{35}): 46 mm

Além desta câmara, alguns testes foram realizados com imagens obtidas por um par de câmaras de vídeo CCD do Laboratório de Visão Computacional do então CTI - Centro Tecnológico para a Informática, atual CenPRA - Centro de Pesquisas Renato Archer, em Campinas - SP. Este par de câmaras foi disposto de modo a haver uma pequena convergência, sendo utilizados como alvos alguns objetos simples, no qual foi sobreposta

²⁷ Distância focal equivalente a um quadro padrão de 35mm.

uma textura. Esta textura foi colocada de modo a avaliar o comportamento do algoritmo proposto na presença de padrões repetitivos. Na Figura 6.3 são mostradas as imagens, de resolução 640 x 480 pixels, obtidas com este par de câmaras.

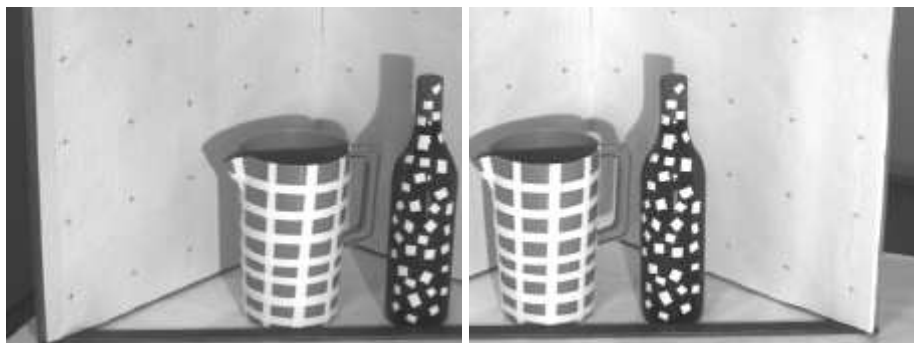


Figura 6.3 - Imagens obtidas com um par de câmaras de vídeo digital do CenPRA (imagens ctie/ctid), no qual padrões sintéticos foram sobrepostos sobre os objetos fotografados.

6.2.1.1 Determinação dos parâmetros intrínsecos das câmaras

Para a utilização de imagens em aplicações da Visão Computacional e Fotogrametria Digital, no qual se tem como objetivo a extração de grandezas métricas, é importante conhecer os parâmetros intrínsecos da câmara em uso e para isto é necessário realizar a calibração da câmara.

Para o caso da câmara digital Kodak DC40 foi adquirido um conjunto de oito imagens, tomadas no Laboratório de Fotogrametria da UNESP - FCT, sendo utilizados como alvos os pontos dispostos sobre uma placa de invar, como mostra a Figura 6.4, onde três imagens são mostradas.

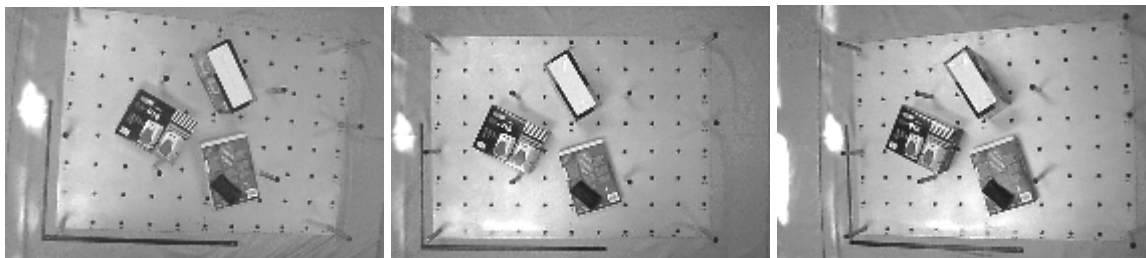


Figura 6.4 - Três das oito imagens da placa de invar utilizadas na calibração da câmara Kodak DC40.

Sobre esta placa são disponíveis 88 alvos circulares, formando uma matriz de 11x8 pontos, no qual o espaçamento entre as colunas e linhas é fixo e conhecido. Como estes

pontos estão sobre um plano e o uso de pontos com desníveis é importante no processo de calibração, uma vez que contribuem para a quebra de correlação entre alguns parâmetros, como pode ser visto em Andrade & Olivas(1981), algumas hastes de alumínio, de altura conhecida, foram dispostas sobre a placa de invar.

Os pontos do espaço imagem foram observados e rotulados manualmente, sendo o processamento realizado com o aplicativo CC - Calibração de Câmaras (GALO, 1993, 2000). A fim de facilitar a depuração de eventuais erros grosseiros nas fotocoordenadas, fez-se inicialmente o processamento de cada imagem isoladamente. Com o resultado do processamento de cada imagem isoladamente, e portanto com os parâmetros de orientação aproximados, todas as imagens foram processadas simultaneamente. Para o processamento de todas as imagens foram considerados os seguintes parâmetros de calibração $[f \ x_0 \ y_0 \ k_1]^t$, sendo os resultados da calibração sintetizados na Tabela 6.2.

Tabela 6.2 - Tabela sintetizando os resultados da calibração da câmara Kodak DC40.

Resumo dos resultados da calibração Utilizando o aplicativo CC	
Câmara	Kodak DC40
Resolução(pixels)	756 (h) x 504 (v)
f(mm)	46,562 ± 0,062
x₀(mm)	-0,048 ± 0,028
y₀(mm)	-0,182 ± 0,047
k₁(mm⁻²)	-0,000059 ± 0,0000013
Informações adicionais	Variância da fotocoordenadas (pixel): 0,5 Tamanho do pixel (mm): 0,050 Número de imagens: 8 Número total de observações: 1038 Número de pontos imagem: 519 Graus de liberdade: 989 Iterações: 11

No caso do par de câmaras de vídeo CCD, o mesmo aplicativo foi utilizado no processo de calibração, sendo os processos de medição e rotulação também realizados de modo manual. Uma vez que foram consideradas duas câmaras de vídeo e o processamento foi simultâneo, considerou-se neste caso a opção foto-variante, ou seja, admitiu-se um conjunto de parâmetros de calibração $[f \ x_0 \ y_0 \ k_1]^t$, para cada câmara. Como pontos

de controle foram utilizados os pontos situados nos planos dispostos atrás dos objetos, como pode-se ver na Figura 6.3.

6.2.2 Medição dos pontos de interesse

Os dados de entrada utilizados na determinação da correspondência e na OR, como descrito no Capítulo 4, são um par de imagens, um conjunto de pontos de interesse associado a cada uma das imagens e os parâmetros de orientação interior. Em todos os processamentos destinados à determinação da correspondência e OR, os pontos de interesse utilizados como dados de entrada foram medidos de modo independente e aleatório, para cada uma das imagens, sendo os pontos não rotulados.

Como o objetivo central dos experimentos é avaliar os processos de correspondência e OR, optou-se em não considerar os métodos automáticos na extração dos pontos de interesse, apesar da diversidade de procedimentos para a extração de pontos, como pode-se ver em Moravec (1977), Giraudon & Deriche (1991), Smith & Brady (1995), Trajkovic & Hedley (1998) e Galo & Tozzi (2002). Deste modo, os pontos de interesse foram medidos através de pontaria manual, com o auxílio de um aplicativo desenvolvido usando o Matlab 5.0[®].

6.2.3 Procedimento de análise

Usando as imagens sintéticas e as imagens reais, adquiridas em diversos ambientes e situações, alguns processamentos foram realizados. Dentre as diversas possibilidades de processamento e análise, os seguintes aspectos foram considerados:

- a influência da convergência das imagens;
- a influência do número de vizinhos no cálculo do suporte;
- o desempenho do algoritmo na presença de padrões repetitivos;
- a influência do uso de parâmetros com comportamento dinâmico;
- a influência da distribuição irregular de pontos sobre o par de imagens;

- o desempenho do algoritmo na presença de imagens com convergência, rotação e diferenças de escala.

Em todos os processamentos realizados é obtida uma relação de correspondências bem como os parâmetros de OR. Os parâmetros de OR são apresentados na forma da matriz Fundamental e também em função dos ângulos de Euler, juntamente com os componentes de base. Na Figura 6.5 é mostrado um trecho do arquivo de saída *pontos_xy.dat*, para um determinado par de imagens, no qual são mostradas, entre outras informações, as coordenadas dos pontos rotulados como homólogos.

40	← Número de pares rotulados
257.000 214.000 209.000 214.000	
242.000 180.000 201.000 180.000	Coordenadas dos pontos
...	assinados como
87.000 191.000 38.000 191.000	correspondentes.
138.000 206.000 159.000 206.000	
1 22	
2 21	Posições dos pontos
...	correspondentes (posições
...	nos respectivos arquivos).
24 7	
26 18	
<i>Imagens consideradas neste processamento:</i>	
- /home/galo/img/000e.pbm, 320(h)x240(v) e 52 PI.	Informações
- /home/galo/img/000d.pbm, 320(h)x240(v) e 49 PI.	complementares:
<i>Prim. Coluna: rotulo na primeira imagem</i>	diretórios, imagens,
<i>Seg. coluna: rotulo na segunda imagem</i>	dimensão das imagens e
<i>Coluna[e] Linha[e] Coluna[d] Linha[d]</i>	número de pontos medidos.
...	
<i>Resultado da orientacao relativa</i>	
<i>Kappa : -0.0028120</i>	Resultado da
<i>Phi : 0.0074750</i>	orientação
<i>Omega : 0.0000480</i>	relativa.
<i>Xcp : 1.0000000</i>	
<i>Ycp : -0.0000000</i>	
<i>Zcp : -0.0000000</i>	
<i>'par' de GERAL.EXE</i>	
<i>Tolerancia_Angular : 0.016667</i>	Parâmetros
<i>Tolerancia_Translacao : 0.010000</i>	usados no
<i>Tolerancia_Erro_Total : 0.100000</i>	processamento
<i>LIMITE_ITERACOES_TESTAR_P_OR : 5</i>	
<i>0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000</i>	
<i>0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 ...</i>	
...	

Figura 6.5 - Parte do conteúdo do arquivo *pontos_xy.dat* resultante do processamento de um par de imagens.

Deve-se lembrar que na implementação da OR foi utilizada a representação baseada nos quatérnios, embora os ângulos sejam apresentados na forma dos ângulos de Euler. A escolha da apresentação dos ângulos na forma dos ângulos de Euler se deve ao fato de ser mais fácil e intuitiva a interpretação das rotações usando este tipo de representação.

Como pode-se ver no arquivo *pontos_xy.dat* apresentado, o resultado da correspondência é uma lista de pontos. Para ajudar na verificação das correspondências obtidas, para cada um dos pares de pontos rotulados, foi criado um padrão que é sobreposto às imagens originais, permitindo a verificação visual da correspondência obtida. O procedimento usado para gerar este padrão segue os seguintes passos:

- 1) De modo aleatório determina-se a posição de um pixel numa janela 3x3;
- 2) Para este pixel atribui-se uma cor, no qual cada componente (R,G,B) é obtida de modo aleatório, sendo cada componente no intervalo [0:255];
- 3) Os passos (1) e (2) são repetidos para mais dois pixels da mesma janela;
- 4) O padrão gerado, após a etapa (3), é sobreposto a cada um dos pontos que compõem um par da solução;
- 5) O procedimento é repetido para os demais pares de pontos que pertencem à solução.

Para diferenciar os pontos marcados como correspondentes, no qual foi usado o procedimento descrito, dos pontos não rotulados, considerou-se um padrão mais simples, formado por um quadrado escuro com bordas claras, como mostrado na Figura 6.6.

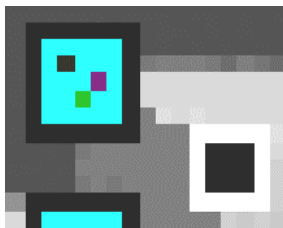


Figura 6.6 - Dois pontos de uma mesma imagem, sendo um marcado como rotulado (por um quadrado com pontos coloridos) e outro não rotulado (quadrado preto com borda branca).

Para os experimentos nos quais foram avaliadas a qualidade dos parâmetros de OR, os valores obtidos pelo processamento realizado com o aplicativo destinado à Calibração das Câmaras foram usados como referência. É importante ressaltar que os dados de entrada utilizados neste aplicativo são coordenadas medidas também de modo manual, sendo os pontos de interesse previamente rotulados.

6.3 A influência da convergência no procedimento de rotulação

Nesta seção é avaliada a influência da convergência das imagens no processo proposto para a determinação das correspondências. Para isso são apresentados os resultados obtidos com o processamento das imagens mostradas na Tabela 6.1, composto por pares com diferentes convergências.

Ao observar os dados usados na geração das imagens sintéticas, e apresentados na Tabela 6.1, pode-se notar que para os sete primeiros pares de imagens os ângulos ϕ (phi) são, em valor absoluto, crescentes, o que corresponde a ter convergências também crescentes. Deste modo, é possível avaliar o comportamento do algoritmo para diferentes situações. Considerou-se a convergência máxima da ordem de 30° , uma vez que para valores maiores o número de auto-ocluções, ou seja, a oclusão de partes de objetos da cena por objetos da própria cena, é maior.

A Figura 6.7 mostra o resultado do processamento do primeiro par (000e/000d), onde os eixos ópticos são paralelos, e portanto não convergentes. Como descrito anteriormente, para facilitar a verificação visual são sobrepostos sobre as imagens utilizadas os pontos marcados como correspondentes pelo algoritmo (■), além dos pontos não rotulados (■).

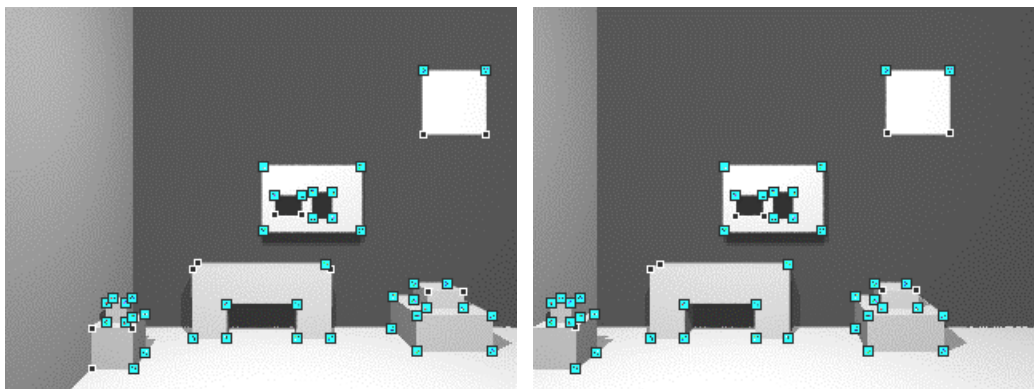


Figura 6.7 - Imagens do par 000e/000d com os pontos assinalados como correspondentes, e não correspondentes, sobrepostos.

Apesar da convergência ser nula neste par de imagens, pode-se perceber a influência da mudança do ponto de vista. Por exemplo, os dois pontos mais à esquerda, presentes na imagem da esquerda, não aparecem na imagem da direita. Este fato se deve ao enquadramento da imagem da direita. Além disso pode-se observar nesta imagem, e nos detalhes ampliados da Figura 6.8, que apesar da convergência ser nula, as relações base /

profundidade e base / dimensão dos objetos são suficientes para que a perspectiva seja modificada, o que afeta a distribuição dos pontos projetados nos planos imagem.

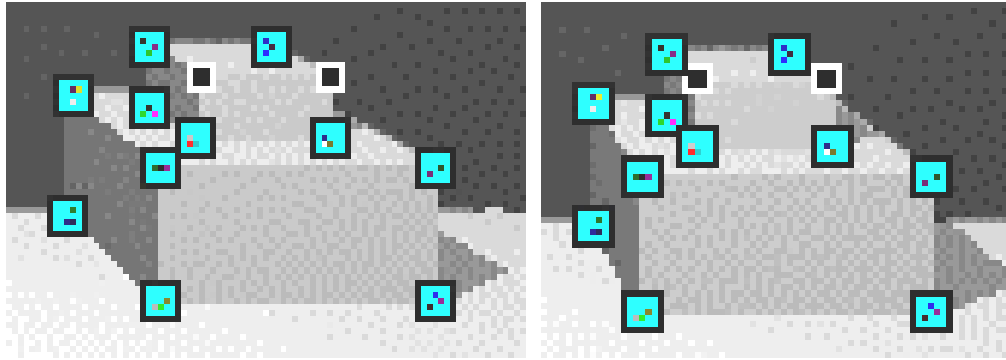


Figura 6.8 - Detalhes das imagens sintéticas 000e/000d, onde são mostrados os pontos marcados como correspondentes pelo algoritmo, bem com os pontos não selecionados como correspondentes.

Ao observar a Figura 6.8 pode-se notar que dos pontos mostrados, dois pares de pontos não foram rotulados e onze pares foram corretamente rotulados. Este resultado corresponde ao processamento usando o algoritmo proposto, sintetizado no fluxograma da Figura 4.3, no qual se obtém simultaneamente a OR e uma relação de pares de pontos correspondentes. Para as imagens 000e/000d o número total de pares rotulados foi 40. A quantidade de pontos rotulados pela etapa de *matching* sem as injunções epipolares foi de 28 pares, como pode-se ver na Figura 6.9.

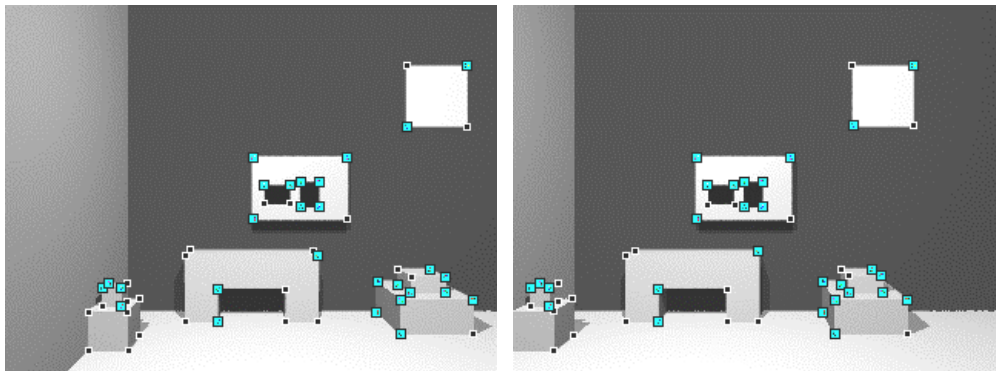


Figura 6.9 - Resultado do processamento do par de imagens 000e/000d, sem a inclusão das injunções epipolares.

Este resultado indica que a inclusão da injunção epipolar via o volume do PM, junto com as demais métricas, proporcionou um aumento da ordem de 42,8% no número de pontos rotulados, para este par de imagens. Um outro resultado do processamento é a matriz Fundamental, que pode ser usada, por exemplo, para obter as linhas epipolares

conjugadas. Na Figura 6.10 são mostradas cinco linhas epipolares conjugadas para o par de imagens 000e/000d.

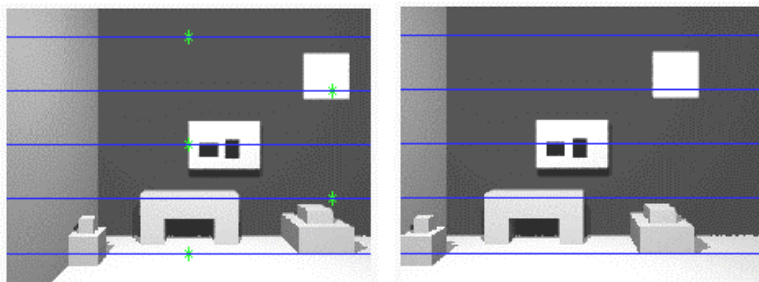


Figura 6.10 - Linhas epipolares sobrepostas ao par 000e/000d.

Pode-se observar pelo par de imagens da Figura 6.10 que as linhas epipolares são paralelas entre si e horizontais, como é de se esperar no caso em que não se tem rotação e nem convergência.

Da mesma maneira que este par de imagens foi processado, todos os demais pares de imagens citados na Tabela 6.1 também foram, sendo realizada uma análise semelhante. Na seqüência desta seção são apresentados os resultados obtidos para apenas dois outros pares desta mesma série, sendo no final feita uma síntese dos resultados obtidos considerando todas as imagens sintéticas utilizadas.

No próximo par de imagens apresentado, 125e/125d, a convergência é da ordem de 25° . Na Figura 6.11 são apresentadas imagens no qual pode-se ver a distribuição de todos os pontos: os selecionados como correspondentes pelo algoritmo (pontos pretos) e os não selecionados (os demais).

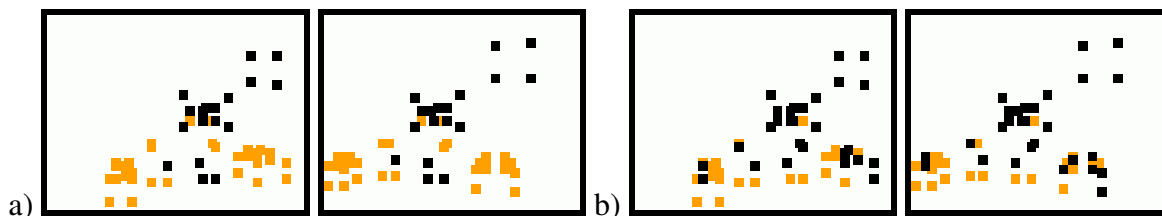


Figura 6.11 - Distribuição dos pontos marcados como correspondentes para o par 125e/125d. Em (a) são mostrados os pontos selecionados como correspondentes, sem a inclusão das injunções epipolares, e em (b) usando o algoritmo completo.

Ao comparar os pontos selecionados como correspondentes, a partir das Figuras 6.11a e 6.11b, pode-se notar o aumento do número de pares rotulados ao considerar o

algoritmo completo. Para este par o aumento no número de pontos rotulados foi de aproximadamente 55,5%. A próxima figura mostra as imagens deste par, com os pontos sobrepostos, bem como alguns detalhes ampliados das mesmas imagens.

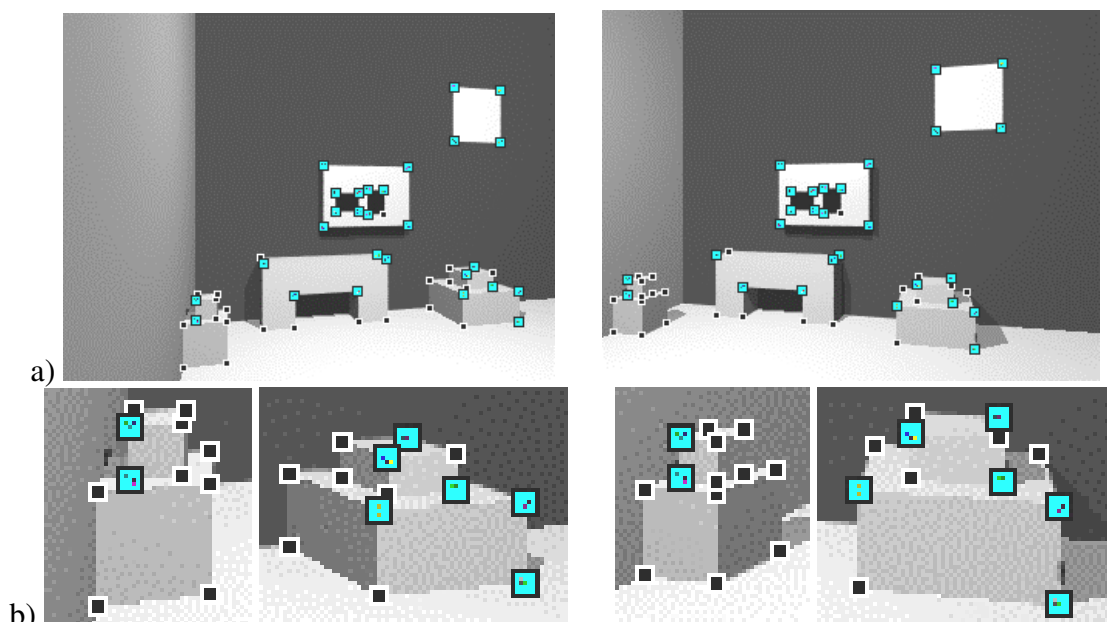


Figura 6.12 - Resultado do processamento do par 125e/125d, com pontos assinalados como correspondentes pelo algoritmo no qual são incluídas as injunções epipolares (a). Em (b) são mostrados detalhes das mesmas imagens.

Na figura anterior pode-se notar os efeitos da mudança do ponto de vista e da convergência dos eixos ópticos, que provocam a oclusão de partes de alguns objetos da cena e conseqüentemente a oclusão de alguns pontos, o que dificulta a determinação da correspondência de modo automático. Independente destes fatos, 28 pares de pontos foram selecionados como correspondentes pelo algoritmo. Os parâmetros de OR foram recuperados, como mostram os gráficos da Figura 6.13.

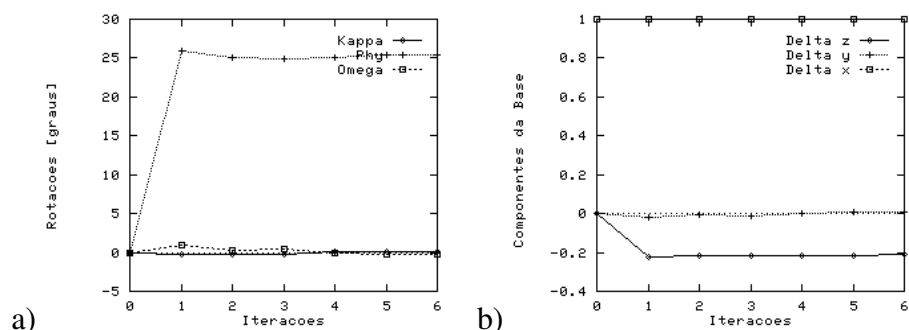


Figura 6.13 - Rotações (a) e componentes da base (delta x, y e z) (b), obtidos com o processamento do par 125e/125d.

Como mencionado anteriormente, apesar do processamento da OR ser feito usando quatérnios, os ângulos mostrados no gráfico (Figura 6.13a) são, por conveniência, expressos usando a representação na forma de ângulos de EULER. Pode-se ver a partir do primeiro gráfico que o ângulo ϕ entre as imagens é de aproximadamente 25° , como esperado. Ao observar as componentes da base (em 6.13b), pode-se verificar que a componente b_x (delta x) assume o valor 1, conforme a injunção aplicada. A componente b_y assume o valor próximo a zero e b_z um valor negativo. Ao observar os valores da Tabela 6.1 verifica-se que não existe correspondência entre os componentes de base desta tabela com os mostrados na Figura 6.13. Isto se deve ao fato de que os referenciais não são os mesmos, uma vez que o resultado da OR é obtido no referencial associado à primeira imagem, que é a imagem da esquerda, enquanto que os valores da Tabela 6.1 estão no referencial do espaço objeto.

A Figura 6.14 apresenta, de forma esquemática, duas câmaras numa situação análoga à mostrada na Figura 6.12, sendo mostrados os componentes do vetor base no referencial da imagem da esquerda.

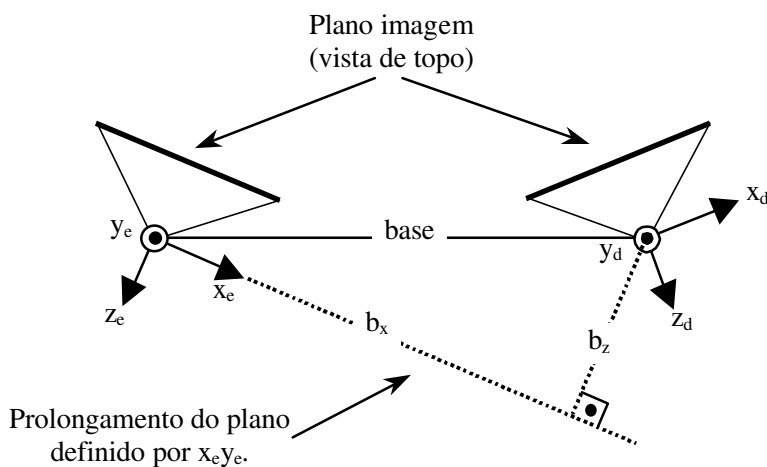


Figura 6.14 - Sistema Cartesiano com origem no CP da esquerda e as componentes de base b_x e b_z , para o caso de câmaras convergentes. A componente b_y não é mostrada, uma vez que é feita a vista de topo.

A partir da figura anterior pode-se constatar que a componente b_z deve ser negativa, devido ao sentido de contagem adotado para o eixo z_e . Deste modo, o sinal da componente z obtido pelo processamento, está coerente com o esperado. A verificação da magnitude

pode ser feita de modo analítico ($b_z = b_x \tan \varphi_e$), considerando o ângulo φ_e obtido da Tabela 6.1, para o par 125e/125d, e o valor de b_x .

Um outro resultado da OR automática é a matriz Fundamental, útil na obtenção das linhas epipolares conjugadas, como pode-se ver na Figura 6.15 para o caso deste par.

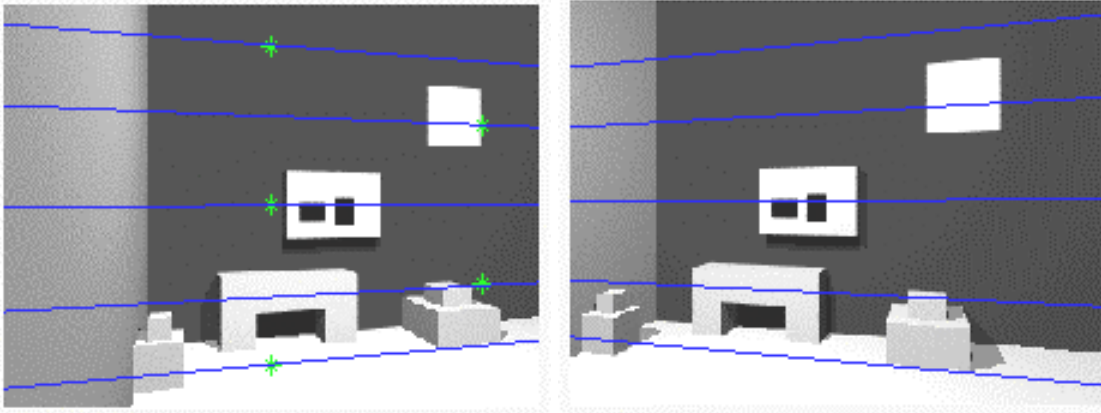


Figura 6.15 - Cinco pares de linhas epipolares conjugadas sobrepostas ao par de imagens 125e/125d.

Apesar do efeito de *aliasing* presente nas imagens, da convergência entre os eixos ópticos e da oclusão de algumas faces, as linhas epipolares homólogas, calculadas em função da matriz fundamental, estão coerentes com a disposição e orientação das câmaras, passando por pontos homólogos.

O próximo par de imagens mostrado (rote/rottd), apresenta uma convergência de 5° , e além disso, o eixo z da câmara da direita apresenta uma rotação de 50° . A Figura 6.16 mostra o resultado do processamento deste par, sem considerar as injunções epipolares e considerando o processamento completo, no qual são incluídas as injunções epipolares e a simultânea determinação da OR.

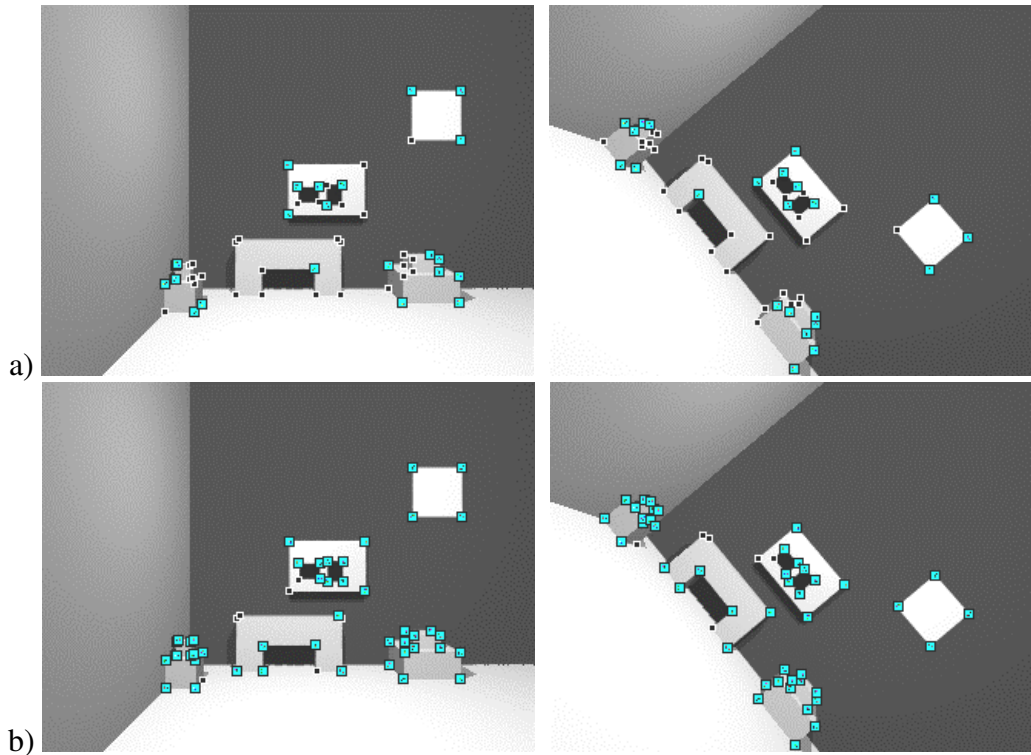


Figura 6.16 - Resultado da rotulação sem as injeções epipolares (a) e com as injeções epipolares (b), para o par de imagens rote/rotd, no qual se tem uma convergência de 5° ($\phi=5^\circ$) e uma rotação de 50° ($\kappa=50^\circ$).

Apesar da acentuada rotação em torno do eixo óptico, o algoritmo encontrou vários pares de pontos correspondentes. Para estas duas imagens, o número de pares rotulados obtidos ao aplicar o algoritmo sem incluir as injeções epipolares foi de 23, e o número de pares rotulados considerando o algoritmo completo, foi de 45, que corresponde a um aumento de 95,6% no número de pares rotulados.

Na Figura 6.17 são mostradas duas regiões ampliadas, destes mesmo par, no qual podem ser verificados os pares de pontos correspondentes, obtidos de modo automático.

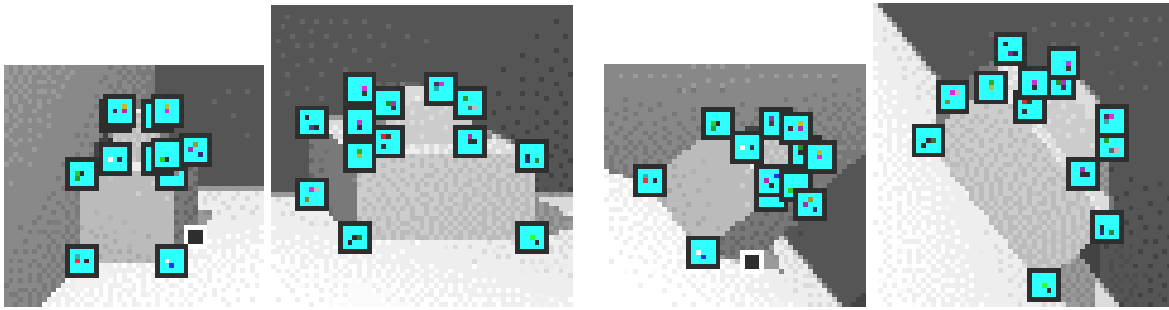


Figura 6.17 - Detalhes das imagens mostradas na Figura 6.16, nos quais podem ser vistos os pontos marcados automaticamente como correspondentes.

Pela Figura 6.17 pode-se observar que todos os pontos selecionados como correspondentes pelo algoritmo estão corretos. Na Figura 6.18 são mostradas as linhas epipolares conjugadas obtidas a partir da matriz Fundamental, determinada de modo automático.

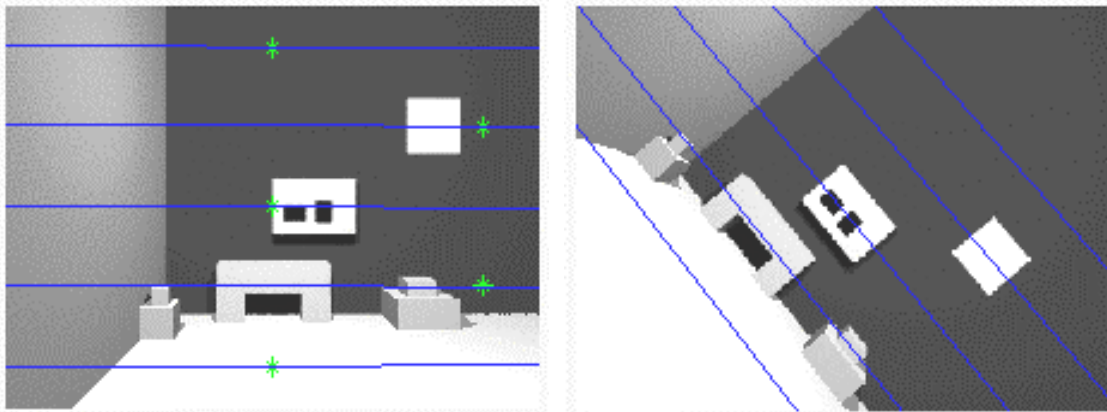


Figura 6.18 - Linhas epipolares sobrepostas ao par de imagens rote/rotd.

A partir dos processamentos realizados com os oito pares de imagens sintéticas, foi possível avaliar o comportamento do algoritmo para diferentes situações. O número de pares rotulados, obtidos tanto pelo algoritmo de *matching* sem injeções epipolares (sem IE), quanto pelo algoritmo considerando as injeções epipolares e a determinação da OR (com IE/OR), permitiu a construção do gráfico mostrado na Figura 6.19.

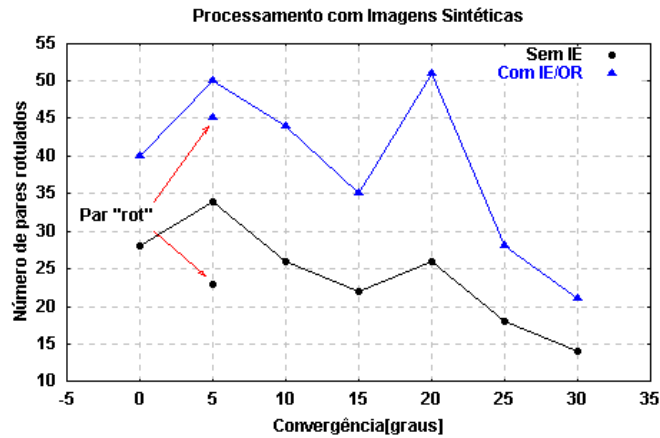


Figura 6.19 - Número de pares rotulados nos experimentos com imagens sintéticas. Os pontos ligados por segmentos de reta correspondem às imagens sem rotação do eixo óptico e se referem aos sete primeiros pares de imagens mostrados na Tabela 6.1, que estão sujeitos apenas a convergência.

Pode-se ver que o número de pares correspondentes é maior quando se consideram as injunções epipolares, e as demais métricas, com a simultânea obtenção da correspondência. Embora não se tenha um comportamento linear na relação convergência \times número de pontos rotulados, pode-se observar que, para a maior parte dos casos, o número de pontos correspondentes diminui com o aumento da convergência. Para evidenciar este fato, ajustou-se uma função linear aos pontos mostrados na Figura 6.19 (menos aqueles que se referem ao par rote/rotd) obtendo-se o resultado mostrado na Figura 6.20.

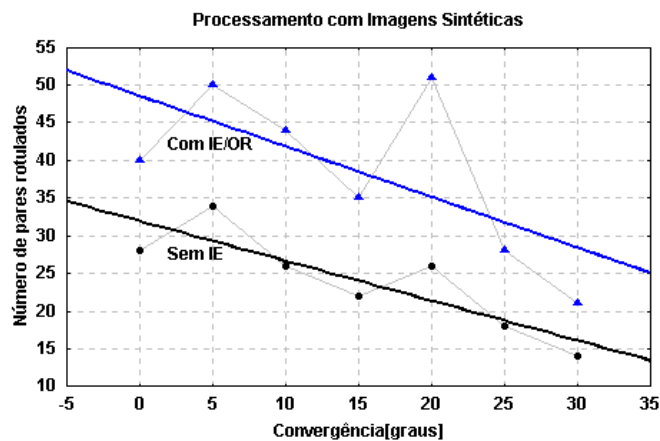


Figura 6.20 - Comportamento das variáveis: número de pontos correspondentes \times convergência, para os processamentos "sem IE" e "com IE/OR" para um conjunto de 7 pares de imagens sintéticas.

A partir das inclinações das retas na Figura 6.20 pode-se notar, de modo mais evidente, a observação anterior, de que o número de pontos selecionados como correspondentes diminui com o aumento da convergência.

Através da análise dos resultados obtidos nesta seção pode-se notar que os valores dos parâmetros de OR são coerentes com o mostrado na Tabela 6.1, excluídos os problemas causados pelo uso de diferentes referenciais e das diferenças de escala. Na maioria das vezes os resultados dos parâmetros de OR não são exatamente os mesmos, e dentre as prováveis razões pode-se considerar:

- a resolução geométrica das imagens geradas, na resolução 320x240, no qual pode-se observar nitidamente o efeito de *aliasing*;
- a não utilização de métodos de extração com acurácia da ordem de sub pixel;
- a dificuldade de selecionar os pontos de interesse nas imagens digitais;
- as simplificações no modelo estocástico utilizado na OR (ver Seção 5.1.4.1).

É importante ressaltar que nos processamentos realizados com as imagens sintéticas, os parâmetros iniciais definidos no arquivo *MTUNIX.PAR* foram os mesmos em todos os experimentos apresentados desta seção. Para a descrição dos parâmetros definidos no arquivo *MTUNIX.PAR* deve-se consultar o Quadro A.1. Quanto aos parâmetros necessários ao processamento onde são consideradas as injunções epipolares, definidos em *PM.PAR*, alguns sofreram modificações, como apresentado na Tabela B.1 do Apêndice B.

De acordo com alguns autores, o problema de correspondência é malcondicionado, como discutido na revisão bibliográfica. Ao realizar o processamento das imagens, com os mesmos parâmetros, pôde-se observar e constatar o aspecto de malcondicionamento, uma vez que em algumas situações os parâmetros que propiciam um bom resultado para um determinado par de imagens não fornece bons resultados para outro par, considerando que "bom resultado" se refere ao número de pares corretamente rotulados. Neste caso, pode-se supor a adoção de parâmetros diferenciados para classes de imagens

Um outro aspecto que pode ser considerado se refere ao tempo de processamento, que é proporcional às dimensões das matrizes utilizadas nos processos de rotulação por

relaxação e OR. Por sua vez, a dimensão das matrizes de similaridade e compatibilidade, é função do número de pontos extraídos em cada uma das imagens, ou seja, dependem das dimensões dos conjuntos M e N . Apenas para que se tenha uma referência, o tempo de processamento do par composto pelas imagens 150e/150d é da ordem de 34 segundos, considerando um computador pessoal IBM PC com processador Pentium-S de 133Mhz e 32Mbytes de memória RAM. Deste modo, pode-se portanto admitir que o tempo de processamento não é um fator limitante. Por outro lado, a falta de robustez devido ao fato deste problema ser malcondicionado, é um fator que merece cuidados, como destacado em outros trabalhos, como por exemplo em Nogueira & Tozzi (2002).

6.4 A influência do número de vizinhos no cálculo do suporte

Nesta seção são realizados alguns experimentos com imagens reais adquiridas a partir de um par de câmaras de vídeo CCD do CenPRA, como descrito na Seção 6.2.1. Usando estas imagens, designadas por ctie/ctid, foi feita uma análise do procedimento de correspondência ao modificar o número de vizinhos no cálculo do suporte.

Retomando o conceito de suporte (Seção 2.5), pode-se observar a sua importância na atualização das similaridades no processo iterativo de rotulação por relaxação. Observando a Equação 2.21 pode-se interpretar o suporte como uma soma ponderada das similaridade de alguns pontos, na vizinhança de um par de candidatos (i,j) , onde os pesos são as compatibilidades. Deste modo, ao usar poucos vizinhos, maior é a chance de encontrar regiões semelhantes, o que a princípio, aumenta a chance de ter ambigüidade. Por outro lado, ao ampliar o número de vizinhos no cálculo do suporte, a possibilidade de obter falsas correspondência diminui. Assim sendo, é relevante avaliar a influência do número de vizinhos neste processo.

Nos processamentos realizados nesta seção considerou-se como alvos alguns pontos extraídos de imagens contendo objetos com texturas regulares e irregulares, de modo a avaliar o comportamento do algoritmo para imagens com padrões repetitivos, e portanto susceptíveis a ambigüidade.

Lembrando do algoritmo proposto para a determinação da correspondência e OR automáticas (Figura 4.3), são considerados dois procedimentos distintos, um no qual se

realiza a correspondência sem a inclusão de injunções epipolares (usando o aplicativo *MTUNIX*) e outro incluindo as injunções epipolares via o volume do PM. Considerando a aplicação do aplicativo *MTUNIX*, alguns parâmetros devem ser definidos, como pode-se ver na Tabela A1 (Apêndice A). Além dos limiares de similaridade e fator de não ambigüidade, tem-se também o número de elementos usados no cálculo da compatibilidade e no cálculo do suporte. Na seqüência são apresentados os parâmetros usados neste experimento:

0,001		0	1,0	3,0		2,0	1		13	<u>6</u>	<u>1</u>	0,90	0,90
-------	--	---	-----	-----	--	-----	---	--	----	----------	----------	------	------

Os dois parâmetros sublinhados (6 e 1) representam, respectivamente, o número de vizinhos utilizados no cálculo das compatibilidades e o número de vizinhos usado no cálculo do suporte. A fim de avaliar a influência do número de vizinhos considerados no cálculo do suporte, no processo de correspondência, foram realizados alguns processamentos mantendo fixo o número de vizinhos no cálculo da compatibilidade. A Figura 6.21 mostra o número de pares obtidos pelo aplicativo *MTUNIX*, ao variar o número de vizinhos no cálculo do suporte, mantendo o número de vizinhos no cálculo da compatibilidade igual a seis.

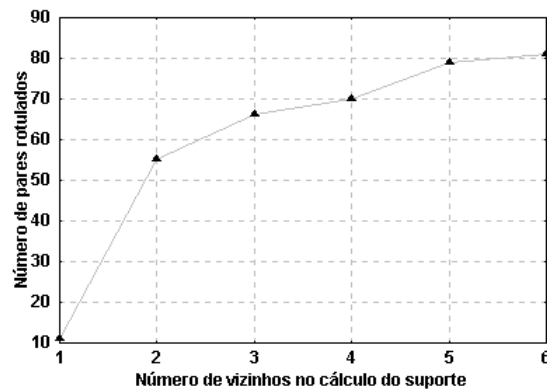


Figura 6.21 - Número de pares rotulados em função do número de vizinhos no cálculo do suporte, usando as imagens do par ctie/ctid.

A partir deste gráfico pode-se notar que, à medida que o número de pontos considerado no cálculo do suporte aumenta, o número de pares rotulados tende a aumentar, para um dado número de vizinhos usado no cálculo da compatibilidade. A Figura 6.22 mostra a distribuição dos pares rotulados e não rotulados, para as imagens ctie/ctid, em três das seis situações mostradas no gráfico da Figura 6.21.

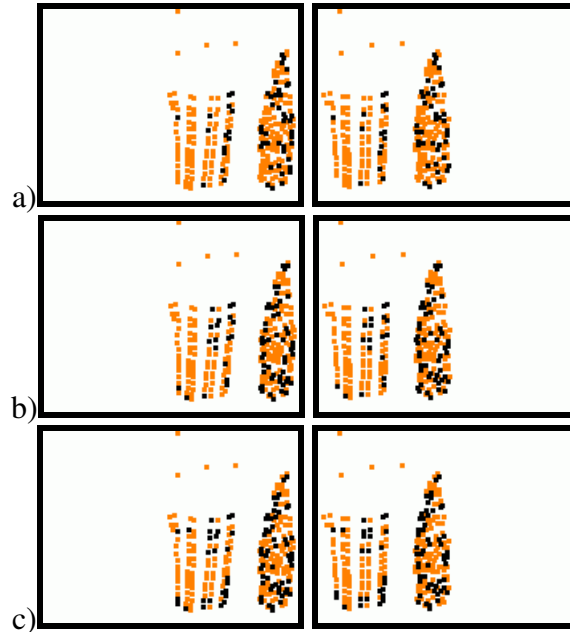


Figura 6.22 - Resultado da aplicação do algoritmo de *matching* sem a inclusão de injunções epipolares ao par de imagens *ctie/ctid*, mostrando os pares rotulados (na cor preta) e os não rotulados (os demais), para 2, 4 e 6 vizinhos usados no cálculo do suporte.

Pode-se notar, tanto pelo gráfico da Figura 6.21, quanto pelas imagens em 6.22, a influência no número de pares rotulados em função da mudança no número de vizinhos usado no suporte. Na Figura 6.23 pode-se ver dois trechos das imagens onde se têm os pontos selecionados como correspondentes, quando 6 vizinhos são usados no cálculo do suporte.

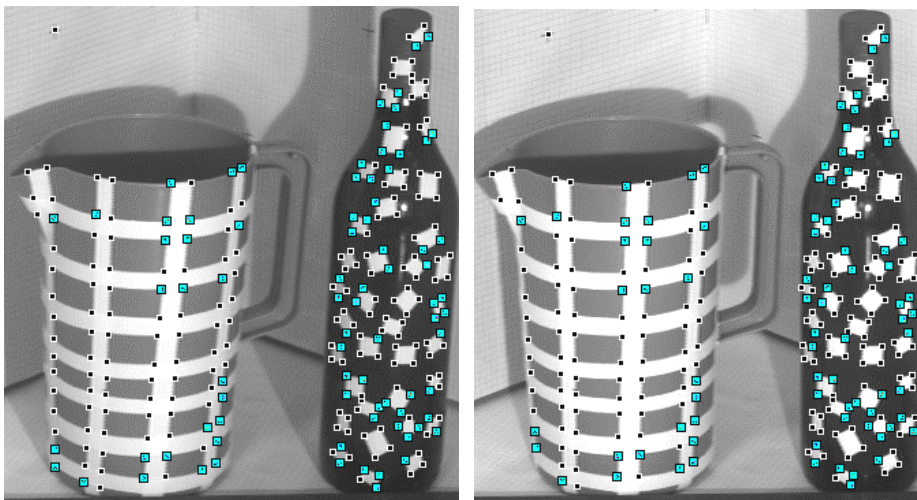


Figura 6.23 - Pares rotulados pelo aplicativo *MTUNIX* (sem injunções epipolares), para o caso em que 6 vizinhos são usados no cálculo do suporte.

A partir das imagens da Figura 6.23 observa-se que a região com menor densidade de pontos assinalados como correspondentes é aquela no qual se têm padrões mais regulares, diferente do que ocorre com a região da garrafa, onde se têm padrões de diferentes tamanhos e distribuídos de modo não regular.

Com este experimento pôde-se verificar o comportamento do algoritmo, quando o número de vizinhos no cálculo da compatibilidade é fixo e quando o número de elementos no cálculo do suporte varia. Como consequência, pôde-se observar que com o aumento do número de elementos no suporte, mantido o número de elementos usado na compatibilidade, a tendência é que se tenha um maior número de pontos correspondentes.

Uma outra análise pode ser feita modificando o número de vizinhos tanto no cálculo da compatibilidade quanto no cálculo do suporte. O gráfico da Figura 6.24 mostra o número de pares de pontos obtidos neste experimento, no qual foram considerados de dois (2) a nove (9) vizinhos.

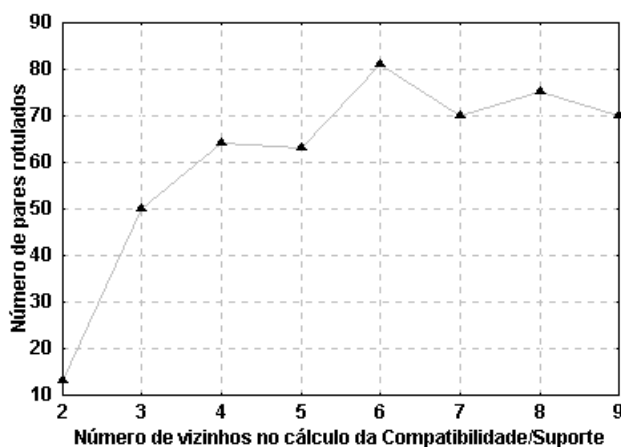


Figura 6.24 - Número de pares rotulados, para diferentes números de vizinhos usados tanto no cálculo da compatibilidade quanto suporte, para as imagens do par ctie/ctid.

Considerando este par de imagens e os parâmetros utilizados pode-se constatar, pelo gráfico da Figura 6.24, que a tendência é que se tenha um maior número de pontos rotulados à medida que se trabalha com um número maior de vizinhos. Para pequenos números de vizinhos (2 e 3) o número de pares rotulados é menor. A Figura 6.25 mostra a distribuição dos pares rotulados para quatro das oito situações mostradas na Figura 6.24.

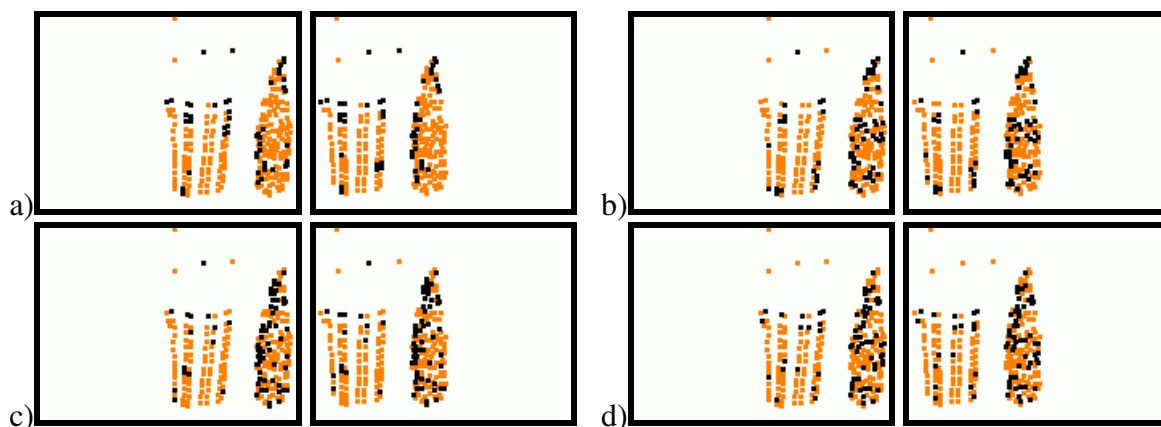


Figura 6.25 - Distribuição dos pontos rotulados para os casos em que se utilizam 3(a), 5(b), 7(c) e 9(d) vizinhos, tanto no cálculo da compatibilidade quanto no suporte.

Em todos os casos mostrados na Figura 6.25 é possível observar, principalmente nas regiões onde a simetria é maior, a ocorrência de algumas correspondências erradas. Além disso, quando o número de vizinhos considerados é menor (3 por exemplo) pode-se constatar a presença de correspondências erradas também em regiões onde não se tem muita simetria (garrafa). Este resultado é coerente uma vez que quanto menor o número de vizinhos considerados, maior é a chance de encontrar uma estrutura semelhante. Pelas imagens mostradas em 6.25 pode-se notar também que a menor densidade de pontos correspondentes, selecionados pelo algoritmo, ocorrem nas regiões com padrões semelhantes, principalmente nos casos em que consideram mais vizinhos (5, 7 e 9).

Deste modo, pôde-se ver a importância do número de vizinhos, tanto no cálculo do suporte quanto no cálculo da compatibilidade, no qual são usadas relações angulares e de distância. Estas análises foram realizadas considerando a aplicação do algoritmo sem as injunções epipolares. Após a escolha de um número de vizinhos que fornece um maior número de pontos correspondentes nesta etapa, a estimativa da OR pode ser realizada e o algoritmo completo pode ser aplicado.

Na seqüência é mostrado o resultado do processamento do par de imagens ctie/ctid, no qual são incluídas as injunções epipolares, junto com as demais métricas, ou seja, usando o processamento completo. Neste experimento foram considerados, tanto no cálculo das compatibilidades quanto no cálculo do suporte, seis vizinhos.

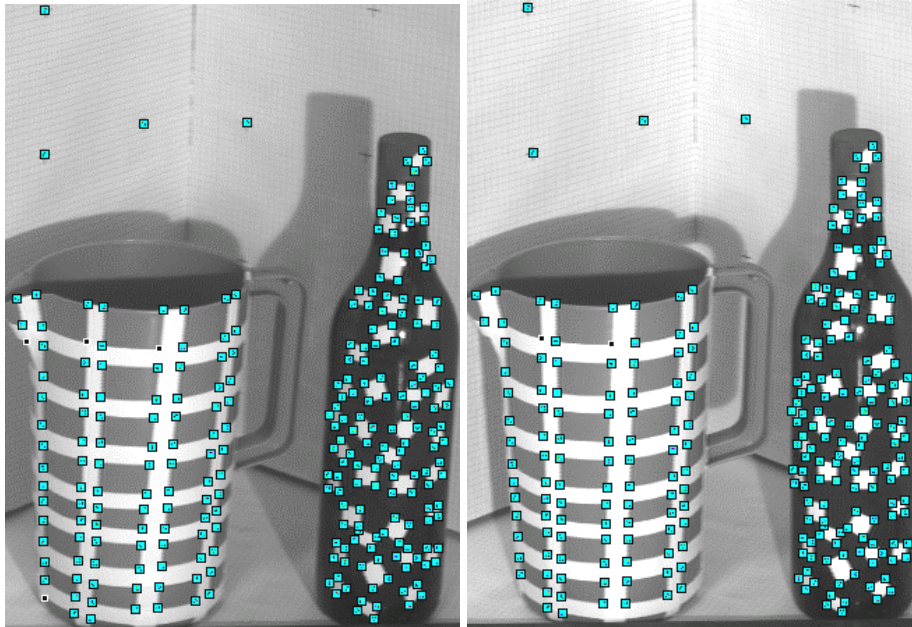


Figura 6.26 - Pontos marcados como correspondentes pelo algoritmo completo, para o par de imagens ctie/ctid.

Para este par de imagens o *matching* sem as injunções epipolares resultou em 81 pares de pontos correspondentes (ver Figura 6.24) e o *matching* incluindo as injunções epipolares em 252 pares de pontos, o que corresponde a um aumento da ordem de 311,1% ($252/81$) no número de pontos rotulados. Na Figura 6.27 são mostrados alguns detalhes destas imagens, de modo que podem ser vistos os pares de pontos marcados automaticamente como correspondentes pelo algoritmo.

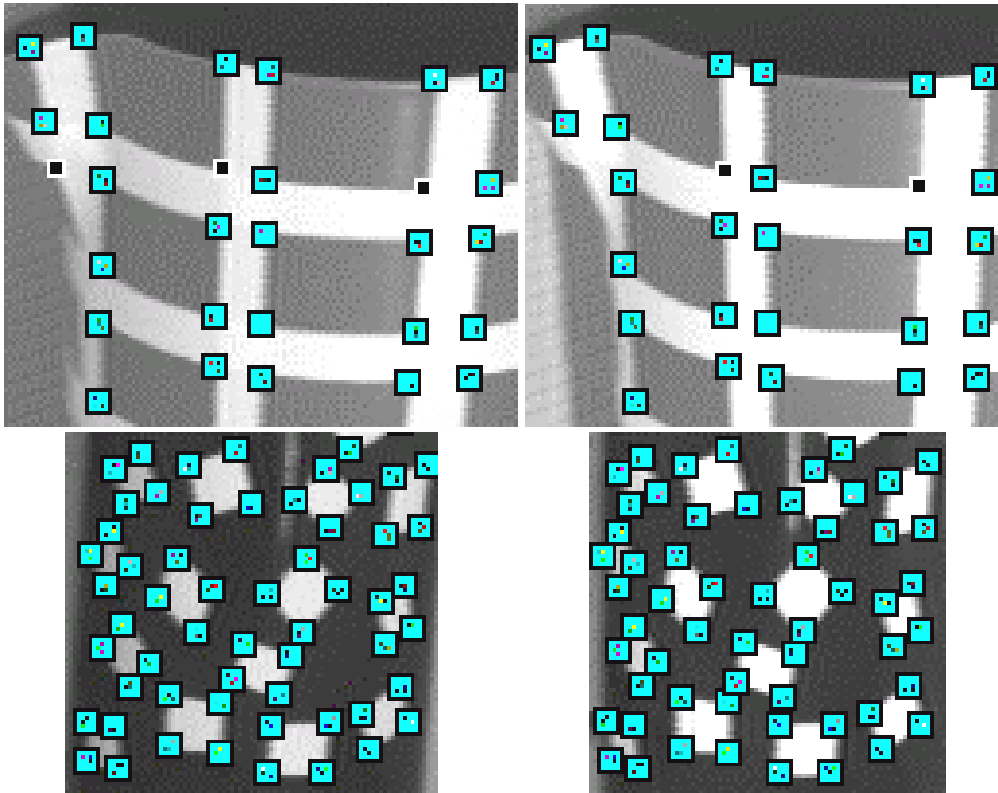


Figura 6.27 - Detalhes ampliados das imagens mostradas em 6.26, onde podem ser vistos os pares de pontos marcados como correspondentes pelo algoritmo.

Observando a Figura 6.27 pode-se notar que, apesar da grande repetibilidade dos padrões presentes neste par de imagens, as correspondências encontradas automaticamente pelo algoritmo, com a inclusão das injunções epipolares bem como as demais métricas, são corretas. A partir destes resultados, onde obteve-se um acentuado aumento no número de correspondências, pode-se admitir²⁸ que após o término da convergência seja considerada uma análise topológica adicional em torno dos pontos não rotulados, com o objetivo de encontrar mais correspondências.

A Tabela 6.3 mostra o conjunto de parâmetros utilizados no processamento deste par de imagens, onde foram considerados 6 vizinhos, tanto no cálculo da compatibilidade quanto no cálculo do suporte.

²⁸ Para estudos futuros.

Tabela 6.3 - Parâmetros utilizados no processamento do par ctie/ctid, cujos resultados são mostrados nas Figuras 6.26 e 6.27.

Arquivo	Parâmetros*
GERAL.PAR	0,016667 0,010000 0,100000 5 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 1,0 0,0 0,0
OR.PAR	500 1000000,0 1000000000000000,0 0,100000 0,000145 2,0 3,0 4,0 5,0
MTUNIX.PAR	0,001 0 1,0 3,0 2,0 1 13 6 6 0,90 0,90
PM.PAR	0,001 1 1,0 3,0 (0,0 4,0) 2,0 1 (0,0 1,0) 13 6 6 0,98 0,98 (0,05 0,30)

* Ver Apêndice A para descrição dos diversos elementos.

Na Figura 6.28 é mostrado o gráfico mostrando o número de pontos rotulados após cada iteração.

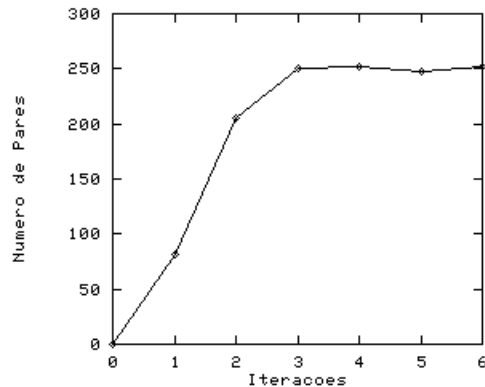


Figura 6.28 - Gráfico mostrando o comportamento do número de pares de pontos rotulados ao longo das iterações, para o par ctie/ctid.

Na Figura 6.29 são mostradas algumas linhas epipolares homólogas, para o par de imagens acima.

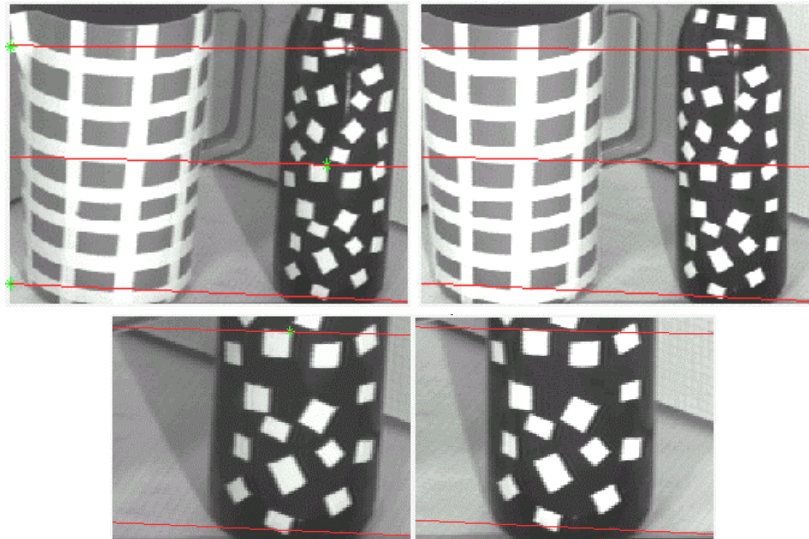


Figura 6.29 - Linhas epipolares homólogas, sobrepostas ao par de imagens *ctie/ctie*.

Através das imagens mostradas na Figura 6.29 pode-se notar que as linhas epipolares homólogas, calculadas a partir da matriz Fundamental obtida pelo algoritmo, passam por pontos homólogos, o que mostra a coerência dos parâmetros de OR obtidos de modo automático.

6.5 Comportamento do algoritmo de correspondência e OR na presença de padrões ambíguos

Neste tópico são apresentados os resultados obtidos com o processamento de algumas imagens reais, adquiridas com a câmara digital Kodak DC40. As imagens utilizadas neste experimento são três das oito imagens utilizadas no procedimento de calibração da câmara. Como alvos foram consideradas marcas circulares dispostas sobre uma placa de invar. Para minimizar o problema de correlação entre alguns parâmetros no processo de calibração, foram colocadas hastes sobre alguns pontos da placa, sendo os pontos localizados sobre as hastes também utilizados no processo automático de OR e determinação da correspondência proposto.

Deste modo, foi feita uma análise da aplicação do algoritmo proposto para dois pares de imagens, denominadas *inv_1/inv_2* e *inv_2/inv_3*. Neste experimento foi avaliado o comportamento do algoritmo, considerando a presença de padrões repetitivos e a oclusão de pontos, além da qualidade dos parâmetros de OR.

Inicialmente o par de imagens *inv_1/inv_2* foi processado pelo algoritmo de *matching* sem a inclusão de injunções epipolares e depois pelo algoritmo completo. O resultado do processamento sem considerar as injunções epipolares é um resultado intermediário no algoritmo proposto, no entanto ele é apresentado uma vez que é a partir da relação de correspondências obtidas nesta etapa que uma primeira estimativa dos parâmetros de OR é realizada, como mostra o fluxograma da Figura 4.3. Na Figura 6.30 pode ser vista a distribuição dos pontos marcados como correspondentes pelo algoritmo (em preto) e os não rotulados (os demais).

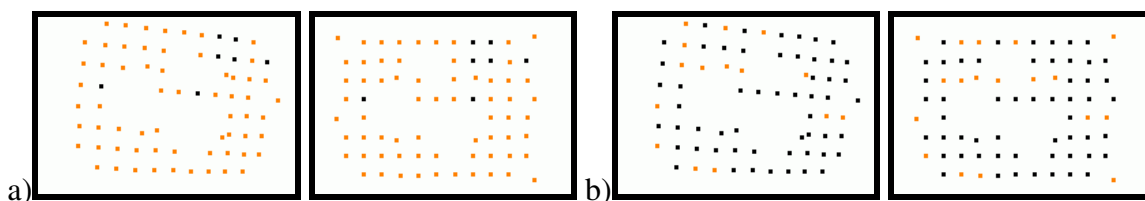


Figura 6.30 - Os pontos na cor preta são os pontos automaticamente rotulados pelo procedimento sem injunções epipolares (a) e com as injunções epipolares (b), para as imagens *inv_1/inv_2*.

Pode-se notar que o padrão de distribuição dos pontos é bem regular, o que dificulta o algoritmo de *matching*, devido à maior possibilidade de ambigüidade. Comparando o número de pontos rotulados mostrados na Figura 6.30a, com o mostrado em 6.30b, observa-se nitidamente que o número de pontos rotulados na primeira etapa foi bem inferior ao obtido na segunda etapa. Mesmo sem analisar as imagens originais, mas observando as posições dos pontos rotulados a partir da Figura 6.30, pode-se verificar a presença de algumas correspondências erradas.

Nestas imagens, a maior parte dos pontos estão situados no plano da placa de invar. Como os pontos situados no topo das hastes estão numa elevação diferente dos pontos situados sobre a placa, a diferença de paralaxe é perceptível, como se pode ser visto nas imagens ampliadas da Figura 6.31, onde têm-se também os pontos assinalados como correspondentes.

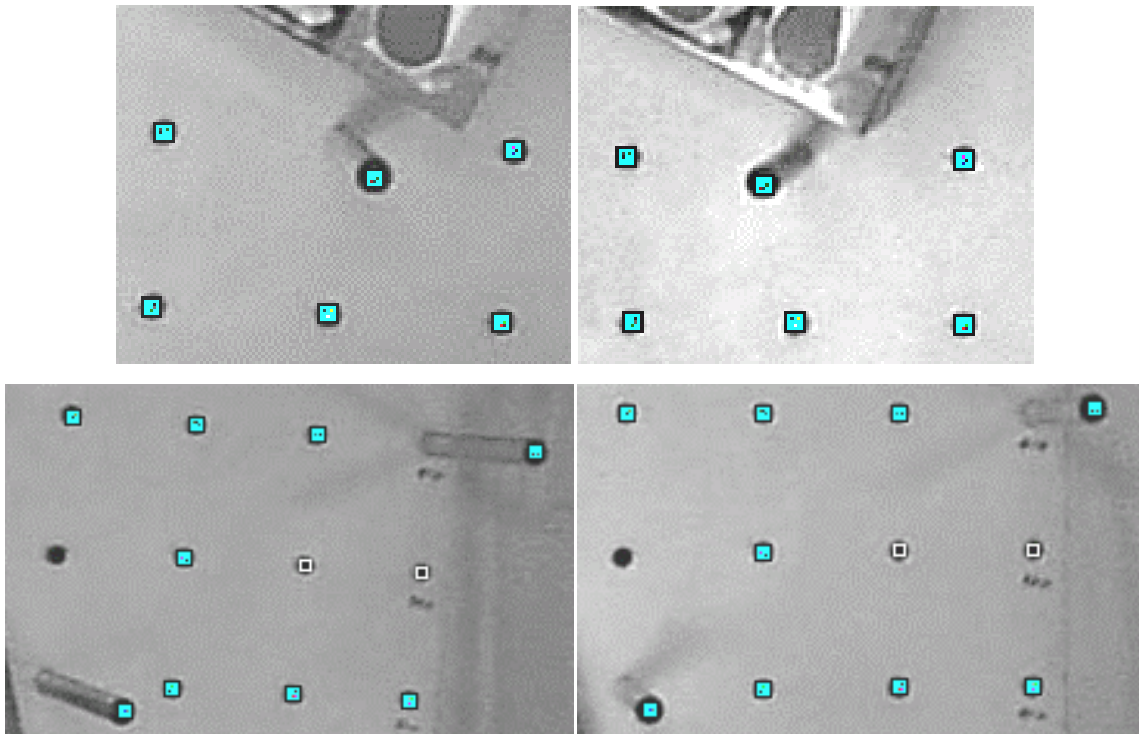


Figura 6.31 - Duas regiões das imagens *inv_1/inv_2*, onde são mostrados os pontos marcados automaticamente como correspondentes.

Na Figura 6.31 pode-se notar a grande diferença de paralaxe entre as hastes e os pontos situados no plano da placa. Além disto, percebe-se que nas duas regiões mostradas na Figura 6.31, todas as correspondências encontradas automaticamente são corretas. Através do par de imagens mostrado na Figura 6.30b pode-se perceber que o quadrante superior esquerdo das duas imagens é o que apresenta o maior número de pontos não rotulados, bem como o com maior número de pontos rotulados errados, como se pode verificar também na Figura 6.32.

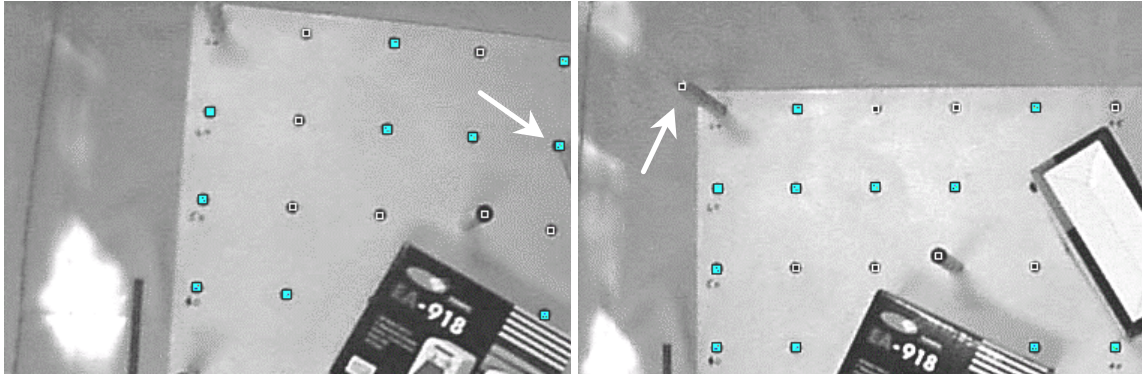


Figura 6.32 - Segmentos das imagens *inv_1/inv_2* onde são encontrados alguns pontos erroneamente rotulados pelo algoritmo. Os pontos apontados com as setas são pontos onde não existe o correspondente na outra imagem, pelo fato dos pontos não terem sido medidos, ou por oclusão.

Um dos elementos levados em conta no cálculo da compatibilidade, no processo de rotulação por relaxação, é a relação angular entre as primitivas, numa certa vizinhança em torno dos pares de pontos candidatos. No caso deste par de imagens, ou de modo mais geral, para imagens no qual a distribuição dos pontos tem um padrão repetitivo e a ambigüidade é maior, a solução do *matching* se torna mais difícil. Uma alternativa para evitar a ambigüidade é aumentar o número de vizinhos no cálculo da compatibilidade. Adicionalmente, quando se têm pontos (primitivas) que aparecem em apenas uma das imagens, devido ao problema da oclusão por exemplo, a medida de compatibilidade acaba sendo afetada. É exatamente o que ocorreu com as imagens da Figura 6.32, ou seja, o problema da oclusão provocou o aparecimento de algumas correspondências erradas. Os pontos indicados por uma seta, nesta figura, não tem o correspondente na outra imagem e, justamente nas vizinhança destes pontos as correspondências são afetadas. Isto mostra que o algoritmo proposto para a solução do problema de *matching* é afetado quando se tem ausência de primitivas devido a fatores tais como:

- oclusão por objetos presentes na própria cena;
- oclusão provocada pelo incorreto enquadramento dos objetos/alvos de interesse;
- falhas na etapa de seleção de primitivas, seja no caso manual, automático ou semi-automático.

Apesar da presença de rótulos errados no resultado do processamento do par inv_1/inv_2 , pode-se observar que os pares erroneamente rotulados estão nas proximidades das linhas epipolares conjugadas, devido às injunções epipolares. Na Figura 6.33 pode-se ver as linhas epipolares conjugadas, obtidas a partir da matriz fundamental resultante do procedimento proposto.

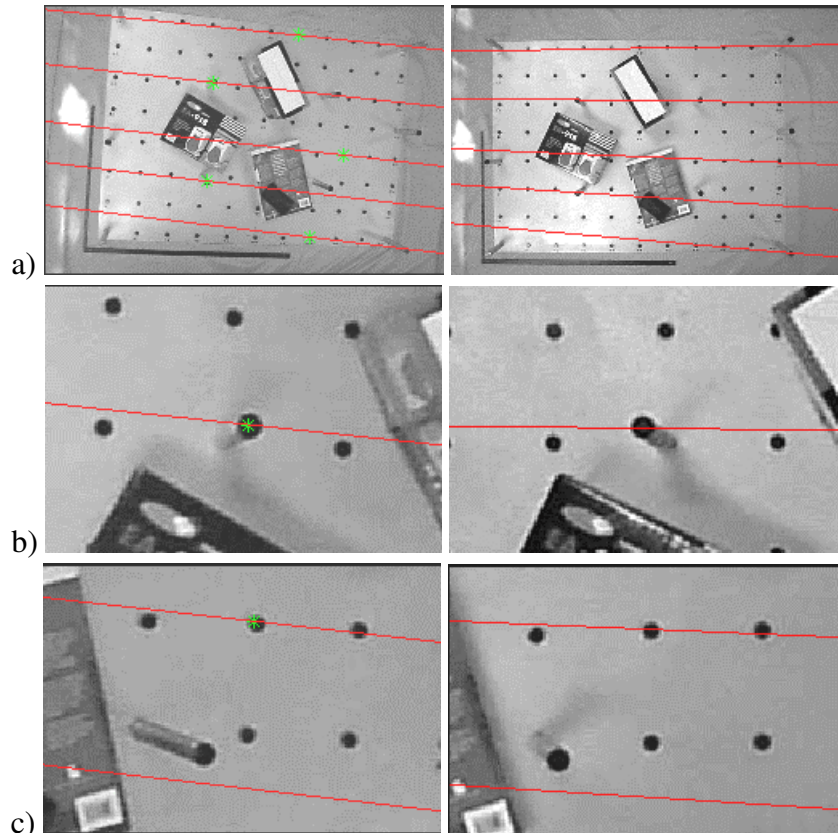


Figura 6.33 - Algumas linhas epipolares conjugadas sobrepostas às imagens inv_1/inv_2 (a) e segmentos ampliados das mesmas imagens (b e c).

Como pode ser observado no último par apresentado, apesar da presença de algumas correspondências erradas, visualmente pode-se notar que a OR está coerente, uma vez que as linhas epipolares passam por regiões homólogas (ver Figura 6.33b e c). Na Figura 6.34 é mostrado um exemplo, para o mesmo par de imagens, no qual pode-se ver o efeito da mudança da matriz fundamental sobre as linhas epipolares. Do lado esquerdo são mostradas duas matrizes, a matriz fundamental obtida pelo processamento proposto e uma matriz modificada (propositadamente). A direita têm-se as imagens com as linhas epipolares sobrepostas, para esta segunda matriz.

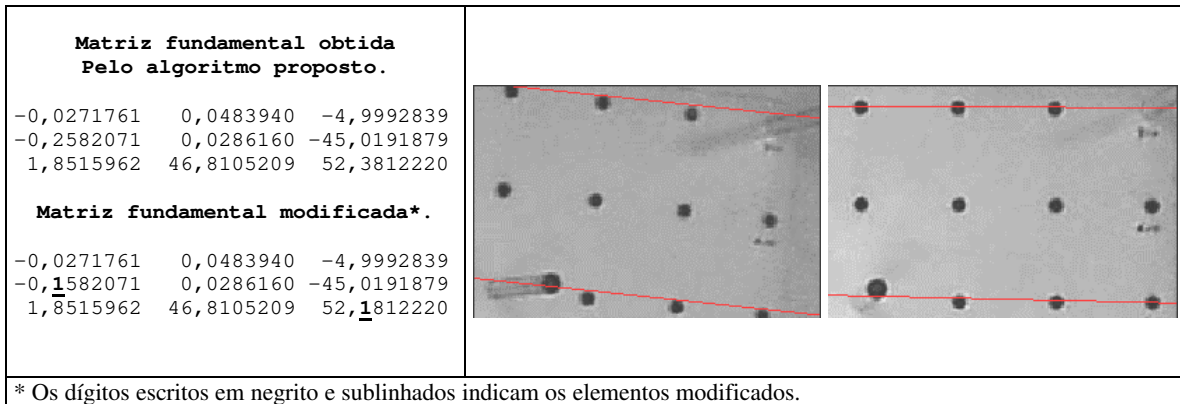


Figura 6.34 - A esquerda são mostradas a matriz fundamental obtida de modo automático e a matriz modificada. A direita pode-se notar as linhas epipolares para a matriz modificada.

Observando com atenção as imagens da Figura 6.34 pode-se visualmente notar que a modificação proposital feita na matriz fundamental fez com que as linhas epipolares não passassem mais sobre regiões homólogas, como era de se esperar.

Na seqüência são apresentados os resultados do processamento do par *inv_2/inv_3*, seguida da análise da OR. Através das imagens da Figura 6.35 pode-se ver a distribuição dos pontos rotulados como correspondentes (em preto), no processamento do par de imagens *inv_2/inv_3*.

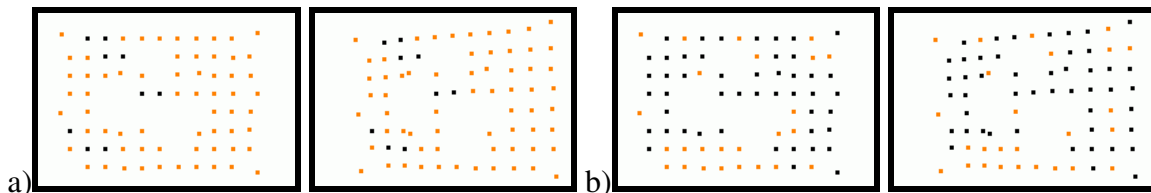


Figura 6.35 - Distribuição dos pontos rotulados como correspondentes para o par *inv_2/inv_3*. Em (a) tem-se o resultado do processamento sem as injunções epipolares e em (b) o processamento completo.

Apesar do pequeno número de pares rotulados na etapa de *matching* sem as injunções epipolares, o algoritmo com a inclusão das injunções apresentou um número bem maior de pontos rotulados. No entanto, tem-se em (b) a presença de alguns (dois) pares rotulados errados. Na Figura 6.36 são mostradas as linhas epipolares conjugadas para este par de imagens.

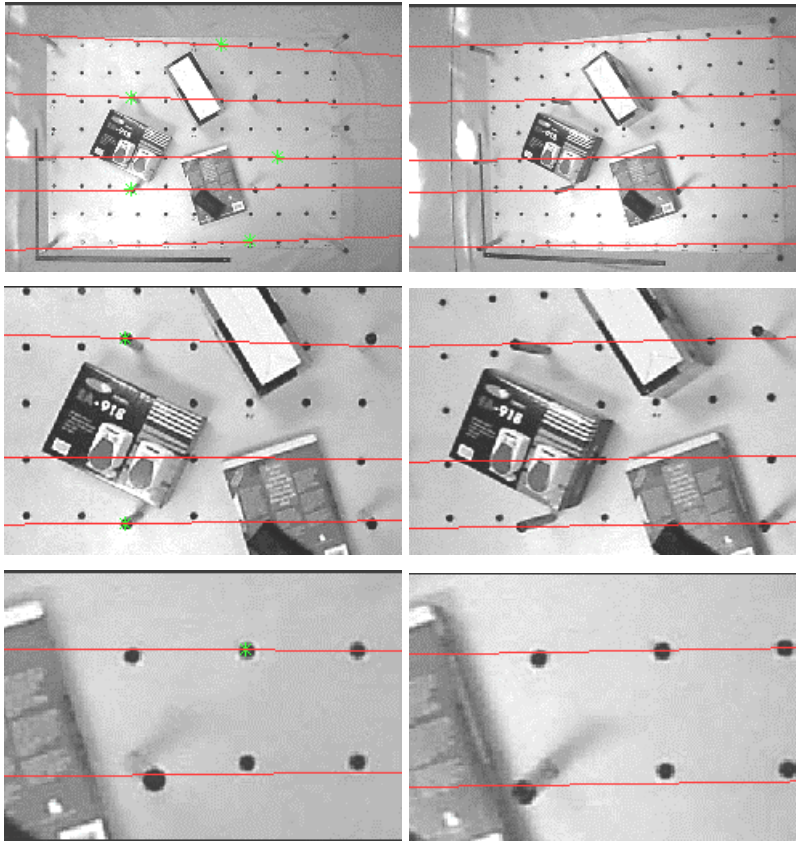


Figura 6.36 - Linhas epipolares para o par de imagens inv_2/inv_3.

Observando as imagens da Figura 6.36 pode-se notar que as linhas epipolares conjugadas passam por regiões correspondentes, o que indica que os parâmetros de OR estão coerentes. Os gráficos da Figura 6.37 mostram as rotações obtidas pelo processo de OR automático, para os dois pares processados nesta seção.

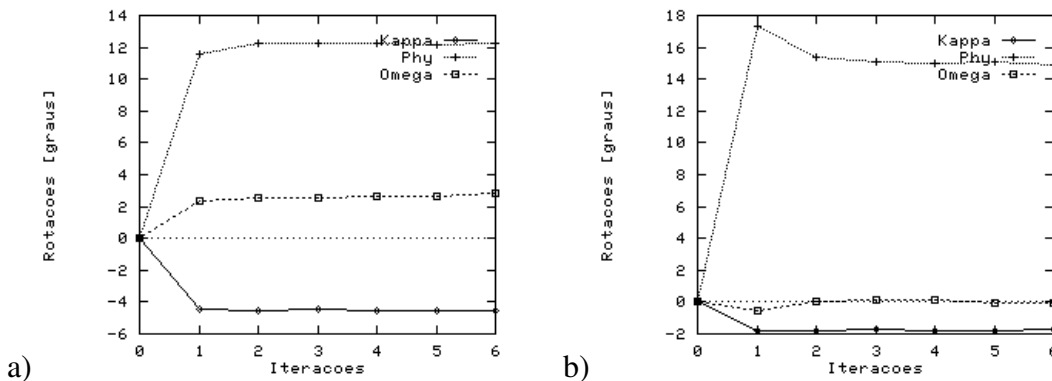


Figura 6.37 - Rotações obtidas através da OR automática para os pares inv_1/inv_2 (a) e inv_2/inv_3 (b).

Pode-se observar que existe uma convergência da ordem de 12° e 15° para os dois pares, além de ângulos ω e ϕ diferentes de zero. Uma maneira de avaliar a qualidade dos

parâmetros de OR é através da comparação com os valores obtidos por outro processo. Para isto podem ser utilizados os resultados obtidos a partir do processo de calibração de câmaras, no qual se fez um ajustamento simultâneo utilizando oito pares de imagens, sendo obtidos os parâmetros intrínsecos e extrínsecos. Um dos problemas desta comparação é que os parâmetros de orientação e posição do CP, obtidos no processo de calibração, estão referidos ao sistema do espaço objeto, definido a partir das injunções aplicadas aos pontos de referência na placa. Além desta característica tem-se o problema da diferença de escala, uma vez que os resultados obtidos pelo algoritmo automático são obtidos em um referencial onde a origem está no CP da primeira foto e a componente x da base (b_x) possui comprimento unitário, fixado a partir de uma injunção.

Portanto, para realizar a comparação deve-se fazer algumas transformações, podendo-se fazer a transformação do referencial do espaço objeto para o referencial da primeira foto, ou vice-versa. Optou-se por fazer a transformação do espaço objeto para o referencial obtido no processamento automático e a Tabela 6.4 sintetiza os resultados das transformações.

Tabela 6.4 - Rotação e componentes de base, obtidos pelo processo de calibração e pelo algoritmo de *matching* e orientação relativa proposto.

Par de imagens	Parâmetros obtidos pelo Processo de calibração*			Valores obtidos pelo processo de <i>matching</i> /orientação relativa		
	Rotações			Rotações		
	$\Delta\kappa_c^\circ$	$\Delta\phi_c^\circ$	$\Delta\omega_c^\circ$	$\Delta\kappa_m^\circ$	$\Delta\phi_m^\circ$	$\Delta\omega_m^\circ$
1-2	-4.016910	11.586330	2.350490	-4.535450	12.207880	2.805426
2-3	-1.746680	15.964250	-0.406520	-1.751191	14.909340	-0.013825
	Translações (valores normalizados)			Translações		
	ΔX_n	ΔY_n	ΔZ_n	ΔX_m	ΔY_m	ΔZ_m
	1-2	1.000000	-0.146000	0.059000	1.000000	-0.112352
2-3	1.000000	0.021000	-0.226000	1.000000	-0.012388	-0.223989

* Estes valores foram obtidos com o processamento simultâneo de 8 imagens.

Como foi dito anteriormente, a Tabela 6.4 mostra o resultado obtido pelo processo de calibração, no qual foram consideradas simultaneamente oito imagens. Os valores das rotações mostradas na coluna da esquerda foram calculados pela diferença entre as rotações da câmara direita e esquerda. As translações entre os CP's passaram por uma rotação e uma normalização pela componente x e só então as discrepâncias foram calculadas, sendo apresentadas na Tabela 6.5.

Tabela 6.5 - Diferenças entre as componentes de base e rotação obtidos pelo processo proposto, comparados com os valores obtidos pela calibração.

Par de imagens	Diferenças angulares (em graus)			Diferenças nas Componente de base		
	$\kappa_m - \kappa_c$	$\varphi_m - \varphi_c$	$\omega_m - \omega_c$	$b_{x_m} - b_{x_c}$	$b_{y_m} - b_{y_c}$	$b_{z_m} - b_{z_c}$
1-2	-0,518540	0,621550	0,454936	-	0,033648	-0,014054
2-3	-0,004511	-1,054910	0,392695	-	0,033388	0,002011

O sub índice **m** se refere a valores obtidos pelo processo de *matching* e **c** ao processo de calibração.

A partir dos resultados mostrados na Tabela 6.5 pode-se ver que a máxima discrepância angular é da ordem de 1° em φ e $0,5^\circ$ em κ e ω . A máxima discrepância nas componentes de base é da ordem de 3% da componente b_x . Considerando os valores médios, a discrepância angular média, baseada nos dados da Tabela 6.5, é de $-0,0181^\circ \pm 0,6523^\circ$ e a média das discrepâncias dos componentes de base b_y e b_z é $1,37 \pm 2,38$ % da componente b_x .

É importante ressaltar que, nos resultados obtidos pelo método proposto, não foram consideradas as distorções provocadas pelo sistema óptico da câmara, uma vez que na matriz fundamental e nas matrizes $I_{\{e,d\}}$ (Seção 3.2.1) são incorporados apenas o deslocamento do ponto principal e as distâncias focais, indicando que os resultados podem ser melhorados. Deve-se também realçar que a comparação foi feita usando como referencia o processamento realizado com oito imagens simultaneamente, que fornece uma rigidez geométrica muito maior do que quando se utilizam apenas pares de imagem.

6.6 Avaliação do comportamento dinâmico de alguns parâmetros na rotulação por relaxação

Um dos elementos considerados no processo de rotulação por relaxação é a possibilidade de uso do limiar adaptativo, ou dinâmico, ao incluir as informações da geometria epipolar, via volume do PM, como descrito na Seção 4.3.1. A justificativa de uso deste comportamento se deve ao fato de que se o número de pontos rotulados aumenta ao considerar as informações de OR, é provável que o uso da injeção epipolar contribui para o processo de correspondência, e por isso a influência da injeção epipolar pode ser aumentada na iteração seguinte.

Com o objetivo de avaliar a influência do uso dinâmico de alguns parâmetros é realizado um experimento com um conjunto de imagens reais, onde se tem pontos imagem com grande disparidade (ou paralaxe). Além das imagens terem pontos com grande diferença de disparidade, as imagens apresentam uma certa convergência, além de rotação. As imagens utilizadas nesta seção (Figura 6.38), denominadas $pc_1/pc_2/pc_4$, foram adquiridas com a mesma câmara digital da seção anterior, no entanto não são disponíveis pontos de apoio, como no caso do cenário anteriormente utilizado.



Figura 6.38 - Imagens $pc_1/pc_2/pc_4$ adquiridas em laboratório e usadas nos experimentos.

Na seqüência são apresentados os resultados dos processamentos dos pares pc_2/pc_4 e pc_1/pc_2 , no qual pode-se observar as rotações e a convergência entre as imagens. A Figura 6.39 mostra o resultado do processamento do par pc_2/pc_4 , no qual não considerou-se o algoritmo completo.

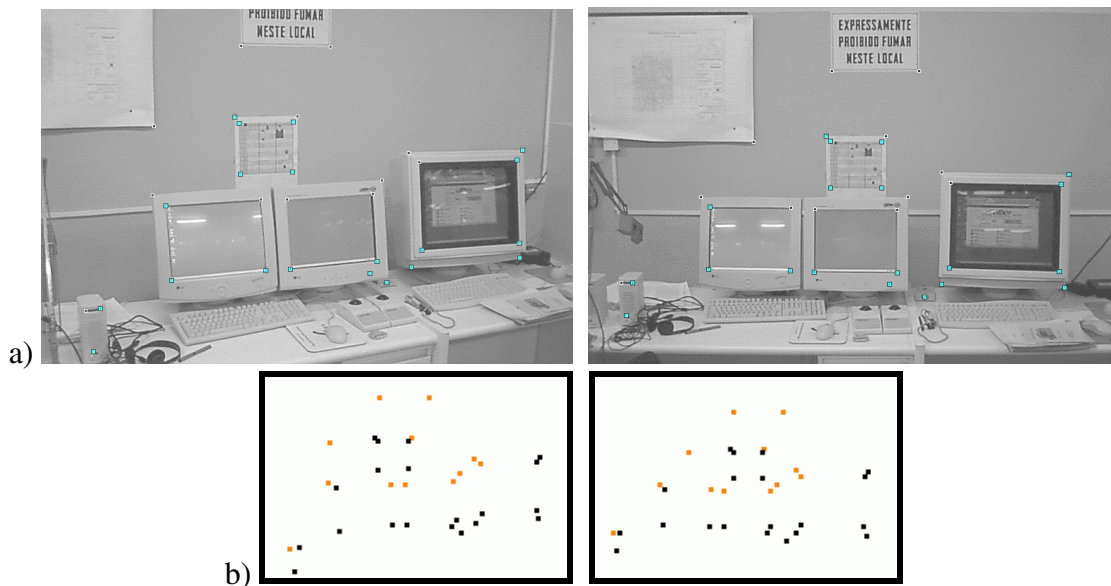


Figura 6.39 - Imagens pc_2/pc_4 e o resultado do processamento sem considerar as injunções epipolares. Em (a) são mostradas as imagens com os pontos sobrepostos e em (b) apenas os pontos rotulados (em preto) e não rotulados (os demais).

A Figura 6.40 traz o resultado do processamento do mesmo par, mas considerando o algoritmo com as injunções epipolares, sendo mostradas cinco linhas epipolares obtidas a partir da matriz fundamental resultante.

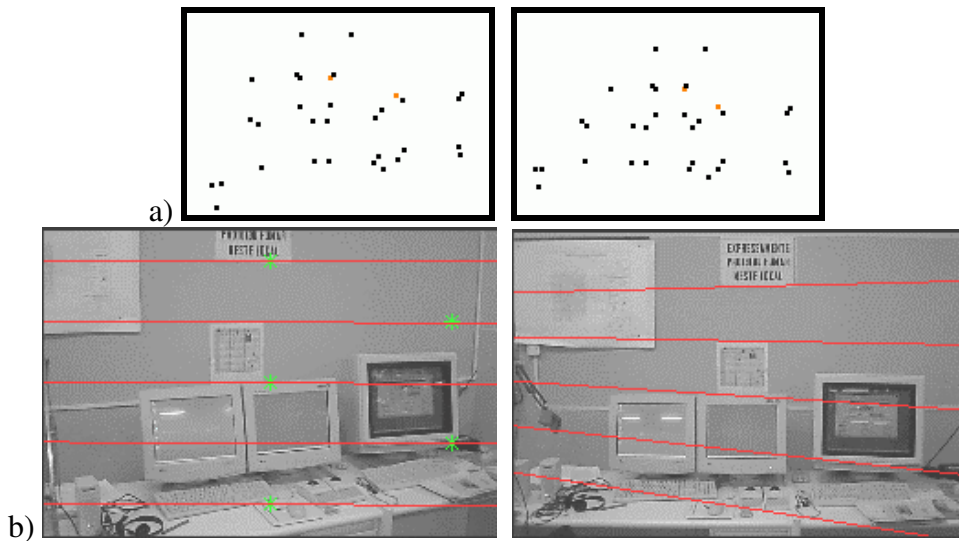


Figura 6.40 - Imagens pc_2/pc_4 e o resultado da rotulação por relaxação, considerando as injunções epipolares. Em (b) são mostradas as imagens com cinco linhas epipolares sobrepostas.

Através das imagens mostradas na Figura 6.40a pode-se notar o aumento significativo do número de pontos rotulados. Na Figura 6.40b, e mais detalhadamente na Figura 6.41, pode-se perceber que a OR obtida, e portanto a matriz fundamental, estão coerentes.

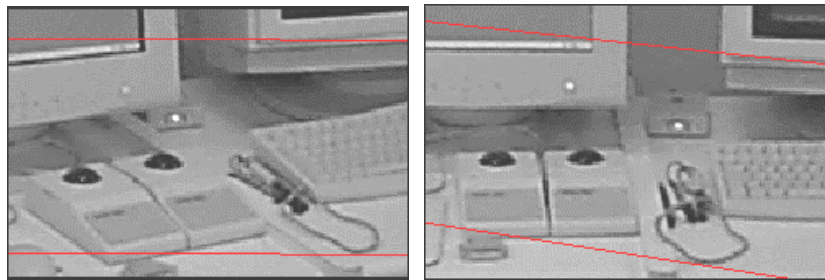


Figura 6.41 - Detalhes das imagens pc_2/pc_4, no qual são mostradas duas linhas epipolares conjugadas sobrepostas às imagens.

Nas imagens utilizadas nesta seção pode-se notar que alguns pontos estão situados em regiões planas e como exemplo pode-se citar os pontos situados na parede de fundo, bem como os pontos situados nos dois monitores. No entanto, como a componente z destes "planos", bem como de alguns outros pontos selecionados são bem diferentes, a paralaxe

(ou disparidade) entre pontos relativamente próximos no plano imagem é grande, como mostram as imagens na Figura 6.42.

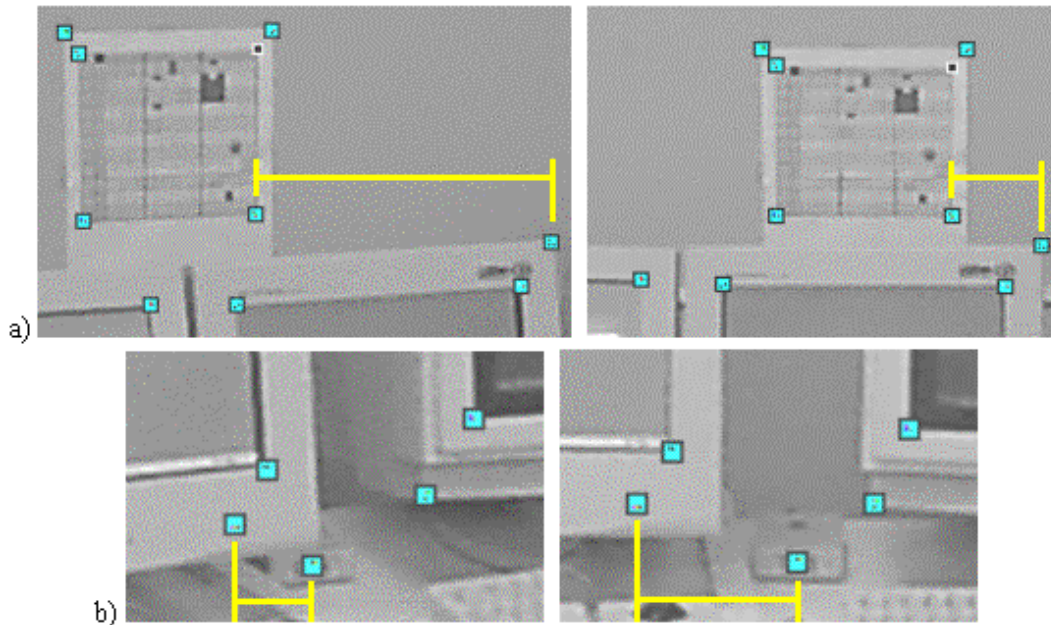


Figura 6.42 - Detalhes das imagens pc_2/pc_4, no qual são mostradas regiões com grandes diferenças de paralaxe.

Nas imagens mostradas na Figura 6.42a pode-se ver o deslocamento de dois pontos situados sobre as telas dos computadores, em relação a outros que estão na parede de fundo. Apesar deste efeito pode-se ver notar que as correspondências estão corretas. No detalhe mostrado em (b) a situação é análoga.

Na sequência são apresentados alguns gráficos que mostram o comportamento de alguns dos parâmetros, ao longo das iterações, para este par.

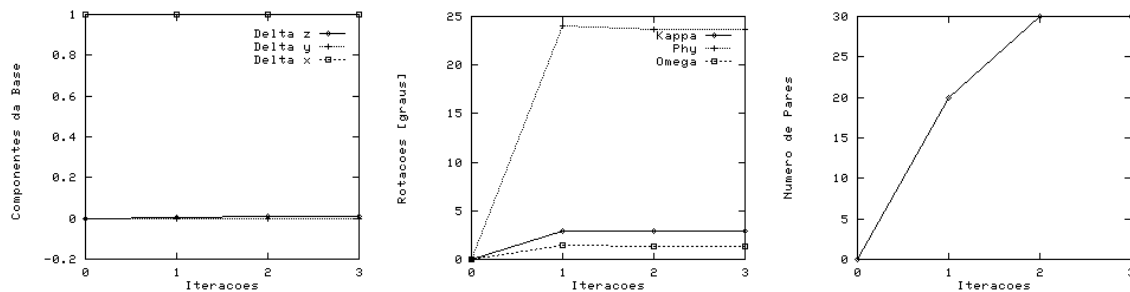


Figura 6.43 - Gráficos mostrando o comportamento dos parâmetros de OR e do número de pontos rotulados, para o processamento do par pc_2/pc_4.

A partir do gráfico mostrando o número de pontos rotulados pode-se ver que com uso das injunções epipolares, via volume do Paralelepípedo de *Matching*, o aumento do número

de pontos rotulados, em relação ao algoritmo sem as injunções epipolares foi de 50% (30/20).

A Figura 6.44 mostra o resultado do processo da rotulação por relaxação com a simultânea obtenção da OR automática, para o par de imagens pc_1/pc_4 , sendo apresentadas cinco linhas epipolares conjugadas sobrepostas a este par de imagens.

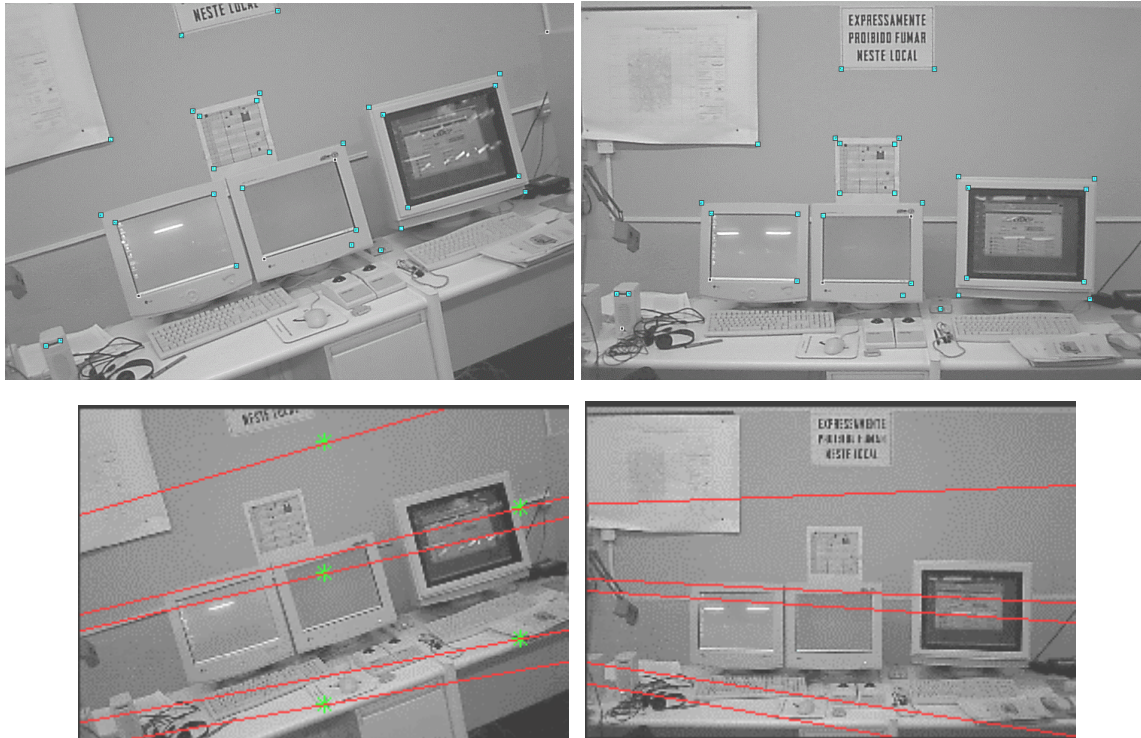


Figura 6.44 - Imagens do par pc_1/pc_4 sendo mostrados em (a) os pontos marcados como correspondentes e em (b) algumas linhas epipolares conjugadas.

Observando as linhas epipolares obtidas para o par pc_1/pc_4 e as obtidas para o par pc_2/pc_4 (Figura 6.40), pode-se notar que elas são diferentes uma vez que a OR é diferente nos dois casos. Para o par mostrado na Figura 6.44 tem-se, além da convergência entre as câmaras, uma rotação adicional em torno do eixo óptico de uma das câmaras. As imagens apresentadas na seqüência mostram ampliações no qual pode-se ver as linhas epipolares com maiores detalhes, para o par da Figura 6.44.

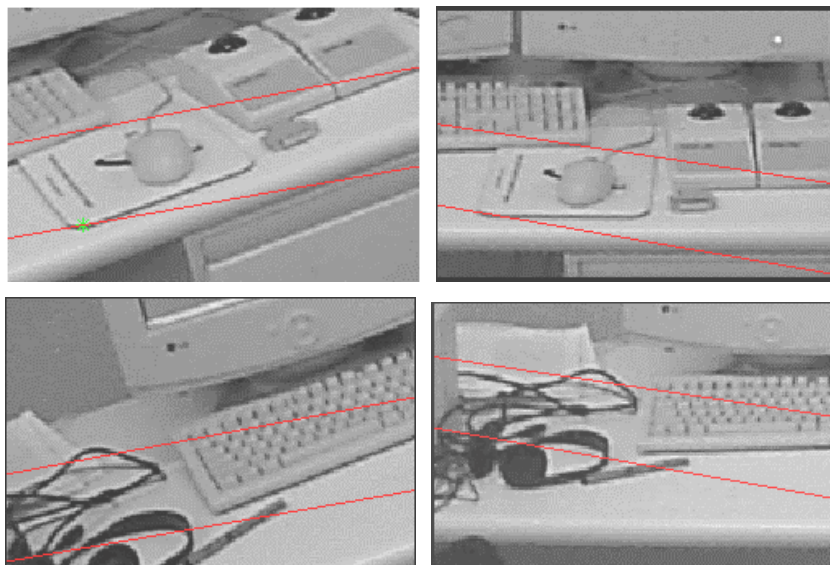


Figura 6.45 - Detalhes das imagens pc_1/pc_4 mostrando algumas linhas epipolares.

No resultado mostrado na Figura 6.45 as injunções epipolares fora, incluídas. Para ver o incremento no número de pontos rotulados, considerando os procedimentos sem e com as injunções epipolares, a Figura 6.46 é mostrada.

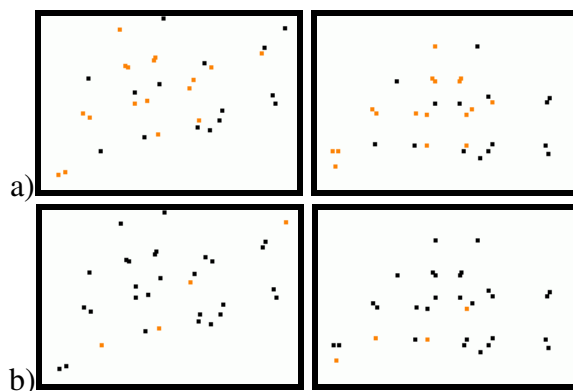


Figura 6.46 - Pontos rotulados (preto) e não rotulados (os demais), usando o algoritmo sem inclusão das injunções epipolares (a) e com as injunções epipolares (b) no processamento do par pc_1/pc_4.

A partir deste experimento pode-se ver que o incremento no número de pares rotulados é da ordem de 86,67% (28/15). Na Figura 6.47 são apresentados os valores das translações e das rotações, para o par de imagens pc_1/pc_4, além da evolução do número de pares rotulados com as iterações.

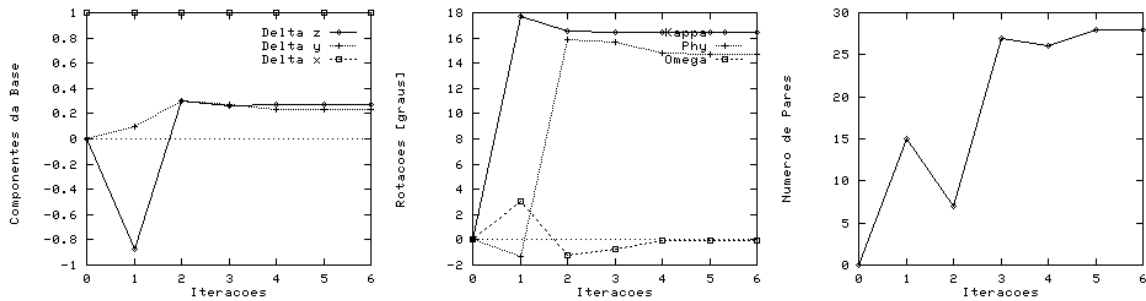


Figura 6.47 - Componentes de base, rotações e número de pares rotulados no processamento do par pc_1/pc_4.

A partir dos gráficos anteriores pode-se ver que as rotações são recuperadas, apesar do comportamento da solução. Este comportamento pode ser atribuído à existência de correspondências erradas, que afetam a estimativa da OR. No entanto, com o passar das iterações tanto os parâmetros de OR quanto o número de pares rotulados se estabilizam. A Tabela 6.6 mostra os parâmetros utilizados no processamento das imagens utilizadas nesta seção.

Tabela 6.6 - Parâmetros utilizados no processamento dos pares pc_1/ pc_4 e pc_2/ pc_4.

Arquivo	Parâmetros
GERAL.PAR	São usados os mesmos parâmetros mostrados na Tabela 6.3.
OR.PAR	
MTUNIX.PAR	0,001 1 2,0 3,0 2,0 0 11 5 5 0,90 0,90
PM.PAR	0,005 1 1,0 2,0 (1,0 2,0) 2,0 0 (1,0 2,0) 11 6 6 0,95 0,98 (0,05 0,10)

Como pode-se ver na Tabela 6.6 considerou-se que as variáveis α_{ge} e $\alpha_{ge'}$ (ver Quadro A.3, no Apêndice A) tem um comportamento dinâmico, de acordo com a razão entre o número de pontos obtidos na interação anterior e o número de pontos obtidos sem a inclusão das linhas epipolares, como descrito na Seção 4.3.1.

O mesmo par de imagens foi reprocessado, mas considerando os valores de α_{ge} e $\alpha_{ge'}$ sem o comportamento dinâmico. Em termos de número de pontos rotulados o resultado foi o mesmo. Os gráficos mostrados na Figura 6.48 mostram o comportamento das componentes de base, rotações e número de pontos rotulados ao longo das iterações, para esta situação.

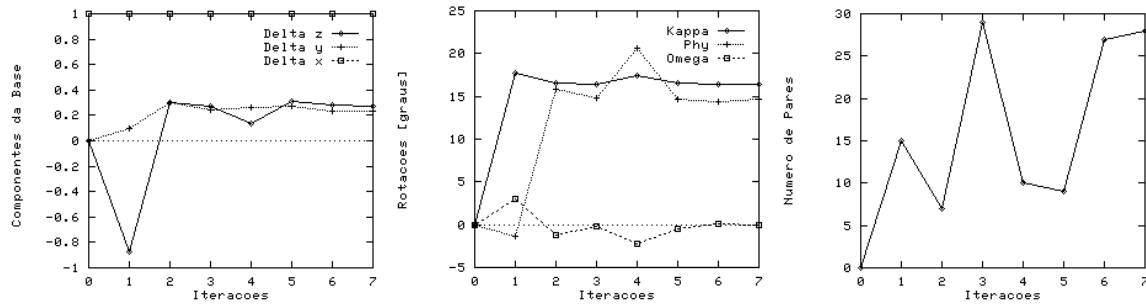


Figura 6.48 - Componentes de base, rotações e número de pares rotulados para as imagens pc_1/pc_4. Neste caso as variáveis α_{ge} e $\alpha_{ge'}$ foram consideradas como constantes ao longo das iterações.

Comparando os valores mostrados nos gráficos da Figura 6.48 com os mostrados na Figura 6.47 pode-se notar que o número de iterações é maior no segundo caso (comportamento não dinâmico). Além disso, pode-se observar nitidamente que os parâmetros mostrados na Figura 6.48 apresentam um comportamento mais instável, quando comparados com aqueles mostrados na Figura 6.47. A partir deste experimento pode-se admitir, como intuitivamente se espera, que o uso das variáveis α_{ge} e $\alpha_{ge'}$ com comportamento dinâmico é vantajoso, uma vez que contribui para uma maior estabilidade da solução simultânea da correspondência e OR.

6.7 Influência da distribuição de pontos sobre o par de imagens

Nesta seção, e na próxima, são apresentados experimentos com imagens reais em ambientes externos, adquiridas com a câmara digital KODAK DC40, usando diferentes cenários. As imagens utilizadas nesta seção são quatro, sendo denominadas fct2_a, fct2_b, fct2_c e fct2_d. Uma série de pontos bem definidos e não rotulados foram medidos de modo independente sobre as imagens, como nos experimentos anteriores. Os parâmetros usados nos processamentos descritos nesta seção são apresentados na Tabela C.1 do Apêndice C.

A Figura 6.49 mostra o resultado do processamento do par fct2_a/fct2_b, com os pontos assinalados como correspondentes pelo algoritmo, além da distribuição dos pontos rotulados e não rotulados para o processamento sem considerar, e também considerando, as injunções epipolares.

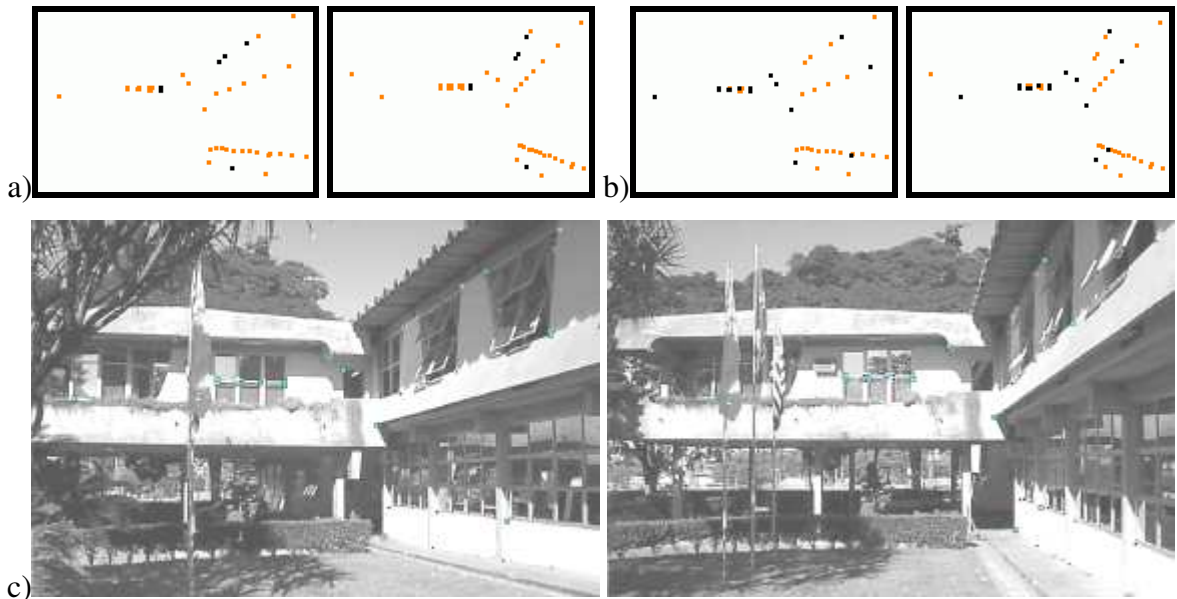


Figura 6.49 - Distribuição dos pontos rotulado (preto) e não rotulados (os demais), para o processamento do par $fct2_a/fct2_b$, sem a inclusão de injunções epipolares (a) e considerando a injunção epipolar (b). Par de imagens com os pontos sobrepostos (c).

Como pode ser observado na Figura 6.49 a e b, o número de pontos obtidos ao aplicar os dois algoritmos é relativamente pequeno (6 e 15). É relevante observar também a distribuição dos pontos sobre as imagens, podendo-se notar que algumas regiões das imagens não apresentam nenhum ponto de interesse. Esta distribuição heterogênea de pontos tem reflexos indesejáveis na OR, uma vez que erros nas fotocoordenadas de pontos situados em regiões críticas afetam a qualidade de alguns parâmetros. Por exemplo, em caso de erros nas componentes x nos pontos situados mais a esquerda na Figura 6.49 vão afetar fortemente a rotação em ϕ . Por outro lado, um erro na componente y nos pontos mais próximos da borda inferior terá uma grande influência no ângulo ω . Assim, se mais pontos forem disponíveis sobre toda a área de sobreposição das imagens, eventuais erros nas fotocoordenadas poderão ter o seu efeito minimizado durante o processo de OR.

Em função da dimensão da imagem fica difícil a verificação visual da correspondência através da Figura 6.49c. Por esta razão é apresentada a Figura 6.50, no qual são mostradas algumas regiões ampliadas, do mesmo par de imagens.

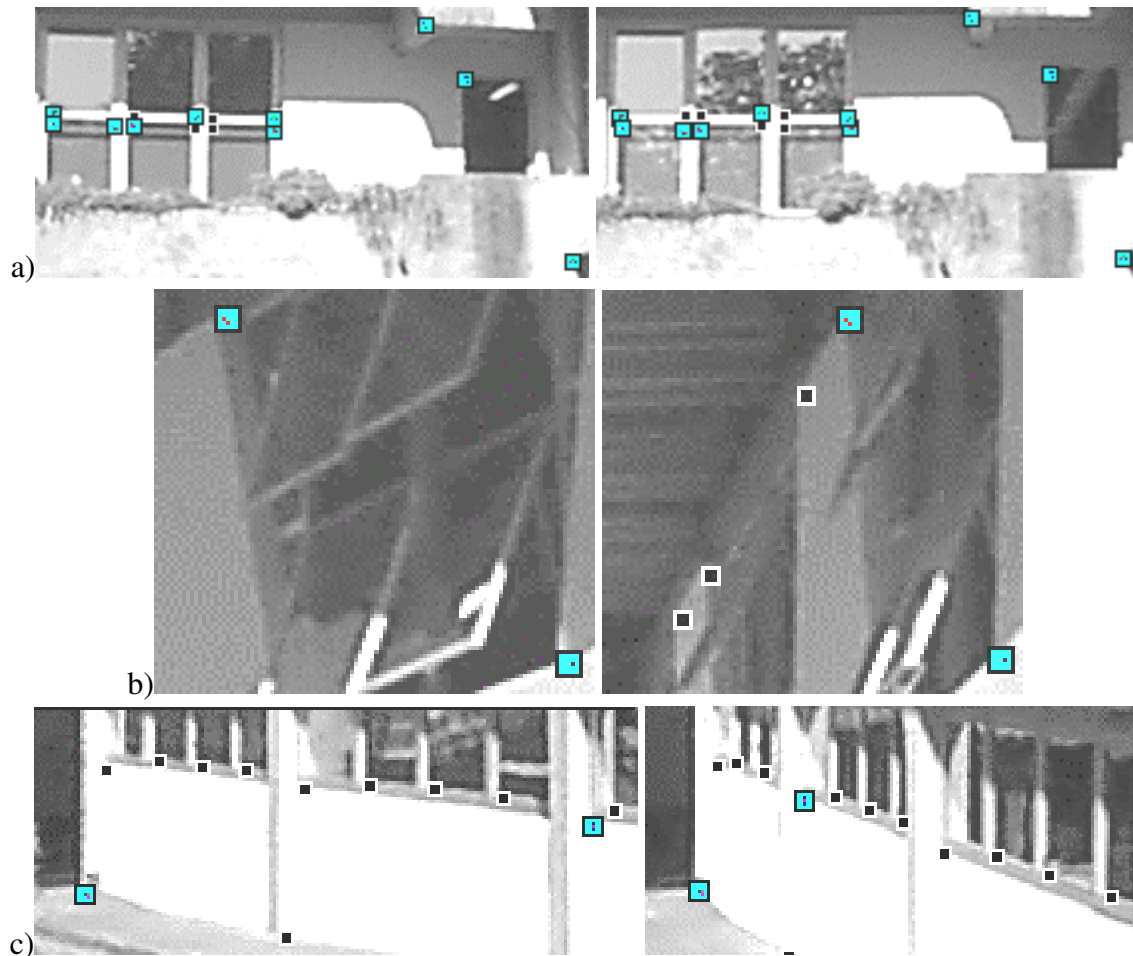


Figura 6.50 - Imagens do par $fct2_a/fct2_b$ com os pontos assinalados como correspondentes pelo processamento incluindo as injunções epipolares e a OR automática.

A partir da Figura 6.50 pode-se ver que a maioria das correspondências são corretas, e que a única errada aparece em (c), no ponto situado no canto da janela. Em função do problema de geometria, provocado pela má distribuição dos pontos, a OR fica prejudicada e como consequência a solução automática das correspondências também, uma vez que a matriz fundamental é usada no cálculo do volume do PM. Uma maneira indireta de "visualizar" esta influência é através dos gráficos que mostram o comportamento das rotações e do número de pontos rotulados para este par de imagens (Figura 6.51) ao longo das iterações. Pode-se notar claramente que não existe uma estabilidade da solução.

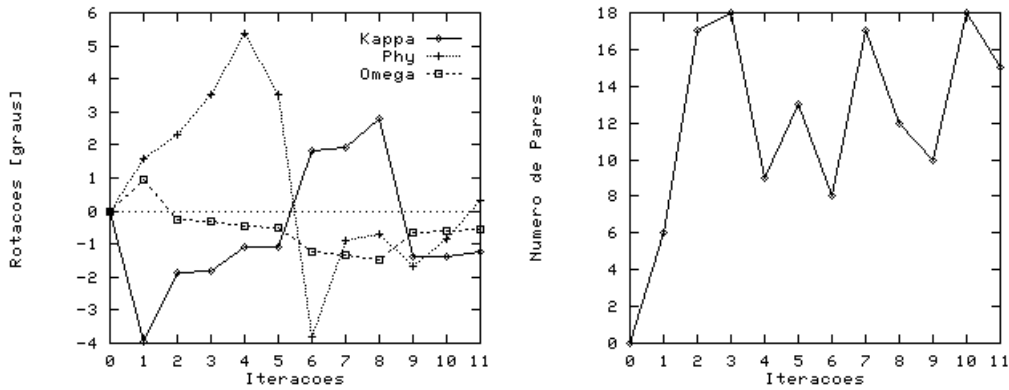


Figura 6.51 - Comportamento das rotações e do número de pontos ao longo das iterações, para o par fct2_a/fct2_b.

O próximo par processado é composto pelas imagens fct2_d/fct2_b, sendo o resultado da correspondência mostrado na Figura 6.52.



Figura 6.52 - Pontos marcados como correspondentes para o par fct2_d/fct2_b.

Apesar do número de pares rotulados neste par de imagens ser maior do que no par anterior, pode-se observar algumas correspondências erradas, como mostram também as imagens da Figura 6.53. Nesta figura pode-se ver a distribuição dos pontos correspondentes obtidos pelo *matching* sem injeções epipolares e incluindo as injeções epipolares.

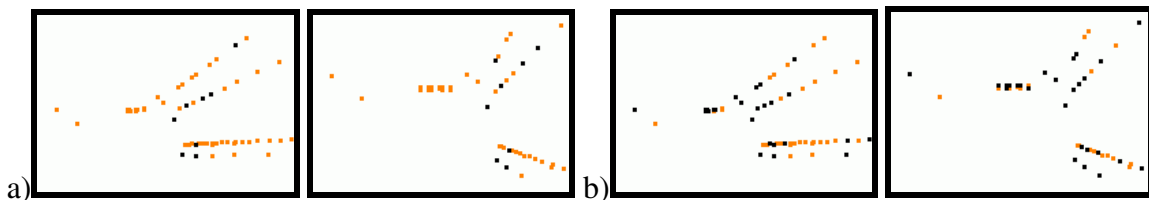


Figura 6.53 - Pontos marcados como correspondentes para o par fct2_d/fct2_b, no processamento sem injeções epipolares (a) e com a inclusão das injeções epipolares (b).

Pode-se ver a partir da Figura 6.53a que o número de pares rotulados obtidos foi igual a 8, sendo 2 deles erroneamente rotulados. Na Figura 6.53b pode-se ver que uma

quantidade maior de pontos é obtida (26). Os gráficos da Figura 6.54 mostram o comportamento de alguns parâmetros no processamento deste par.

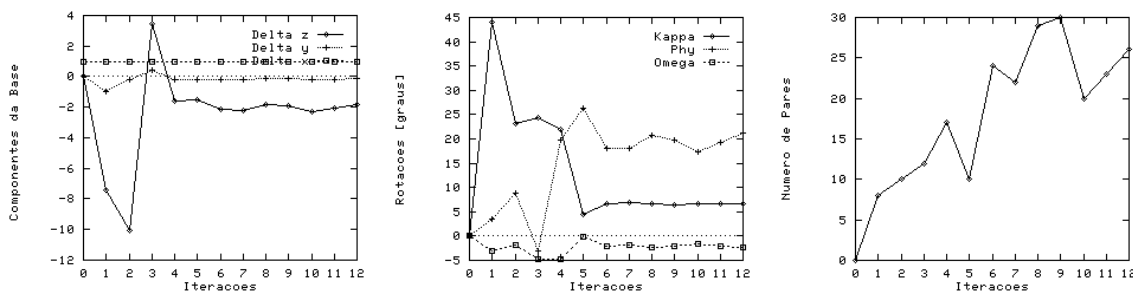


Figura 6.54 - Comportamento dos parâmetros de OR e do número de pares rotulados durante o processamento do par fct2_d/fct2_b.

Pode-se observar por meio destes gráficos a instabilidade da solução e a variação do número de pares rotulados, com o passar das iterações. Na Figura 6.55 são apresentadas algumas linhas epipolares conjugadas para este par de imagens, a partir da matriz fundamental obtida automaticamente.

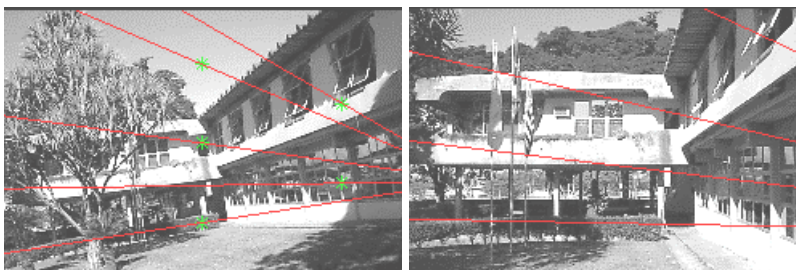


Figura 6.55 - Comportamento de algumas linhas epipolares para o par de imagens fct2_d/fct2_b.

A partir da observação das linhas epipolares mostradas na Figura 6.55 pode-se notar que a qualidade da OR, e portanto da matriz fundamental, foi prejudicada.

O próximo par de imagens apresentado é composto pelas cenas fct2_c/fct2_d. Como estas imagens foram adquiridas a partir de pontos de vista bem próximos, a geometria para a determinação da OR não é adequada. Por esta razão apenas a rotulação por relaxação, sem a inclusão das injunções epipolares, e sem OR, foi realizada. As imagens da Figura 6.56 apresentam os pontos rotulados (em preto) e não rotulados (os demais) para este par.

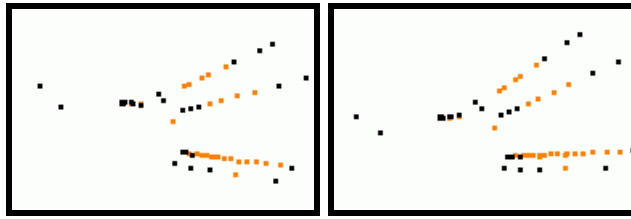


Figura 6.56 - Pontos rotulados e não rotulados pelo algoritmo de *matching*, sem a inclusão das injunções epipolares, para o par fct2_c/fct2_d.

Neste par de imagens foram rotulados 27 pares de pontos, como mostrado na Figura 6.57.



Figura 6.57 - Distribuição dos pontos rotulados, para o par de imagem fct2_c/fct2_d.

Como pode-se ver, o número de pontos rotulados é maior do que nos demais pares deste cenário, no entanto algumas correspondências erradas são observadas, como sintetizado na Tabela 6.7.

Tabela 6.7 - Resumo do processamento dos pares do cenário composto pelas imagens fct2_a, fct2_b, fct2_c e fct2_d.

Par De Imagens	Observações Relativas às imagens	Número De PI de cada imagem	Processamento sem IE/OR		Processamento com IE/OR	
			Núm. de pares da solução	Pares Errados, Corretos, e Não Rotulados (NR)	Núm. de pares da solução	Pares Errados, Corretos, e Não Rotulados (NR)
FCT2_A FCT2_B	Imagens externas no qual não se têm pontos de interesse bem distribuídos por toda a área de superposição. Além disso tem-se uma certa convergência.	41 45	6	4 C [9,7% 2 E [4,9% 35 NR [85,4% 41 [100,0%	15	14 C [34,2% 1 E [2,4% 26 NR [63,4% 41 [100,0%
FCT2_D FCT2_B	Imagens externas com características semelhantes às do par fct2_a/fct2_b.	57 45	8	6 C [13,3% 2 E [4,5% 37 NR [82,2% 45 [100,0%	26	17 C [37,8% 9 E [20,0% 19 NR [42,2% 45 [100,0%
FCT2_C FCT2_D	Imagens externas no qual não se têm pontos de interesse bem distribuídos por toda a área de superposição e no qual a base é de pequena dimensão. Por esta razão não foi realizada a OR.	55 57	27	26 C [47,3% 1 E [1,8% 28 NR [50,9% 55 [100,0%	--	--

PI: Pontos de Interesse IE: Injunção Epipolar OR: Orientação Relativa NR: Pontos Não Rotulados

A partir dos resultados mostrados na Tabela 6.7 pode-se observar que apesar do aumento do número de pares rotulados, quando se consideram as injunções epipolares, o número médio de pares corretamente rotulados é pequeno ($\cong 36\%$).

Ao observar os pontos de interesse selecionados verifica-se que eles não são distribuídos de modo homogêneo sobre a área de sobreposição das imagens. Esta distribuição não é consequência da seleção inadequada de pontos, mas sim da dificuldade de encontrar pontos bem definidos por toda a imagem, o que ocorre em algumas situações reais. Como resultado desta má distribuição a OR torna-se mais sensível a alguns tipos de erros nas fotocoordenadas. Além disso, pode-se observar que principalmente do lado direito das imagens utilizadas neste cenário, tem-se uma variação acentuada da profundidade devido à posição da câmara em relação aos objetos da cena. Adicionalmente observa-se também alguns pontos presentes em apenas uma das imagens, o que dificulta ainda mais a solução da correspondência.

Como consequência da distribuição dos pontos de interesse observa-se nitidamente uma instabilidade na solução, como pode ser visto nos gráficos das Figuras 6.51 e 6.54, e um baixo percentual de pares corretamente rotulados. Deste modo, um cuidado básico deve ser tomado durante o processo de aquisição das imagens, ou seja:

- que se evite a tomada de imagens no qual não se podem obter pontos de interesse bem distribuídos por toda a região de sobreposição.

Caso esta condição não seja atendida, tanto a OR quanto os algoritmos de rotulação por relaxação, serão prejudicados. A rotulação por relaxação é prejudicada uma vez que os erros da OR são propagados para a matriz fundamental, e conseqüentemente para o volume do Paralelepípedo de *Matching*.

Esta recomendação é igualmente válida quando se trabalham com métodos tradicionais, no qual se faz a medição e a orientação de modo manual, para imagens com pequenas rotações, sem convergência e nem diferenças de escala acentuadas, sendo apenas reforçada no caso de procedimentos automáticos de determinação de correspondência e OR, como por exemplo o sugerido neste trabalho.

6.8 Comportamento do algoritmo na presença de rotações, convergência e diferença de escala

Nesta seção são apresentados os experimentos realizados utilizando imagens reais, adquiridas em ambiente externo. Foram fotografados dois cenários distintos, sendo escolhidas algumas imagens para serem processadas. Na seqüência são apresentados os experimentos e os resultados realizados com cada um dos cenários escolhidos, sendo os parâmetros utilizados nos processamentos descritos nas Tabelas C2 e C3 do Apêndice C.

O primeiro par processado é composto pelas imagens fct1_b/fct1_a, onde foram medidos respectivamente, 54 e 64 pontos de interesse. O processamento deste par de imagens, sem considerar as injunções epipolares, resultou em 9 pares rotulados e o procedimento completo em 33 pares de pontos rotulados. Para este par de imagens, houve um aumento no número de pares rotulados da ordem de 3,67 ($\cong 33/9$) ao ser incluída a injunção epipolar. Considerando estes valores, o percentual de pares rotulados é da ordem

de 61,1% ($\cong 33/54$). Na verdade, deste total de 54 possíveis correspondências (menor valor entre 54 e 64) podem existir correspondências nulas, o que faz com que este percentual seja subestimado. Na Figura 6.58 são apresentados os pontos sobrepostos às imagens deste par, após o processamento completo.



Figura 6.58 - Pares automaticamente marcados como correspondentes para as imagens `fct1_b/fct1_a` (a), bem como dois detalhes do mesmo par de imagens (b).

Embora a maioria dos pontos deste par estejam localizados numa superfície aproximadamente plana, pode-se observar alguns pontos no qual a diferença de paralaxe é relativamente grande, como por exemplo os pontos situados na parte inferior das imagens na Figura 6.58b.

A Figura 6.59 mostra, de modo ampliado, regiões das imagens `fct1_b/fct1_a` no qual pode-se verificar visualmente se as correspondências obtidas estão corretas ou não.

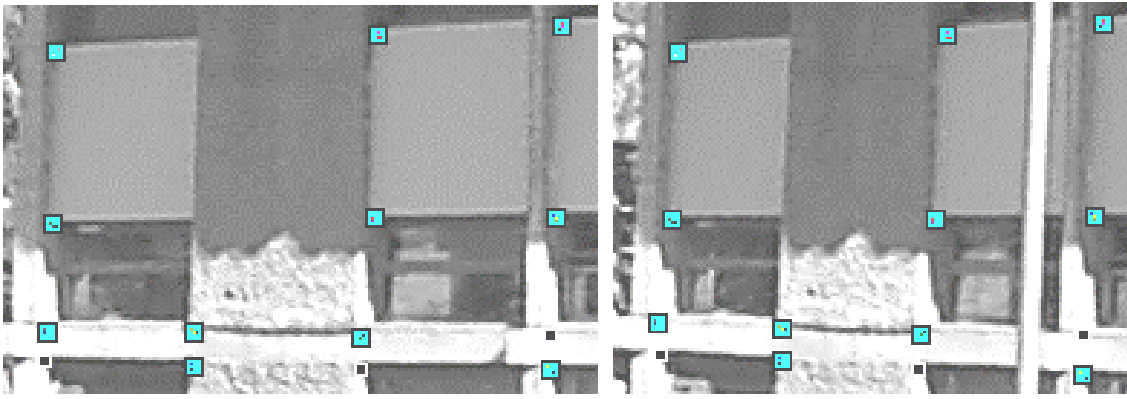


Figura 6.59 - Regiões das imagens fct1_b/fct1_a no qual pode-se ver alguns dos pares de pontos correspondentes.

Pode-se observar que na região mostrada na Figura 6.59, todas as correspondências são corretas. A Figura 6.60 mostra a evolução do número de pares de pontos correspondentes durante o processamento, além do comportamento das componentes de base e das rotações para este par.

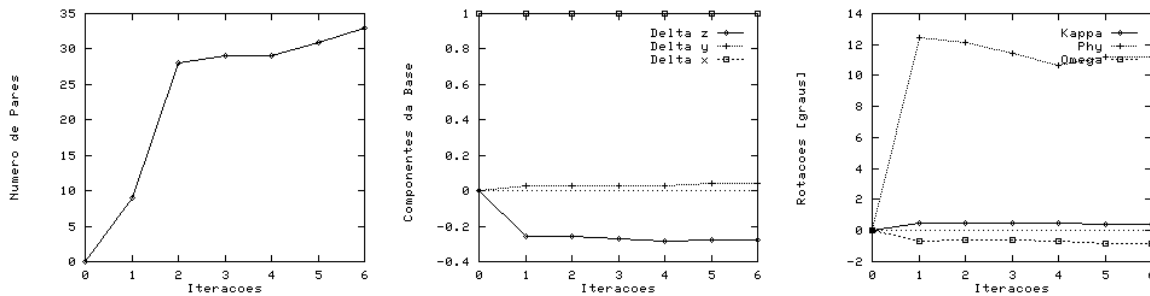


Figura 6.60 - Número de pontos rotulados, componentes de base e rotações para o par fct1_b/fct1_a, ao longo das iterações.

Ao comparar os gráficos da Figura 6.60 com os gráficos das Figuras 6.51 e 6.54, pode-se notar claramente a diferença no comportamento das soluções, indicando que na solução do par fct1_b/fct1_a a estabilidade é maior do que a dos pares da seção anterior.

Apesar de não ser evidente através das imagens, existe uma convergência da ordem de 11° entre as imagens, como pode-se perceber pelo terceiro gráfico da Figura 6.60. Esta convergência pode ser verificada ao ver as linhas epipolares conjugadas sobrepostas às imagens na Figura 6.61.

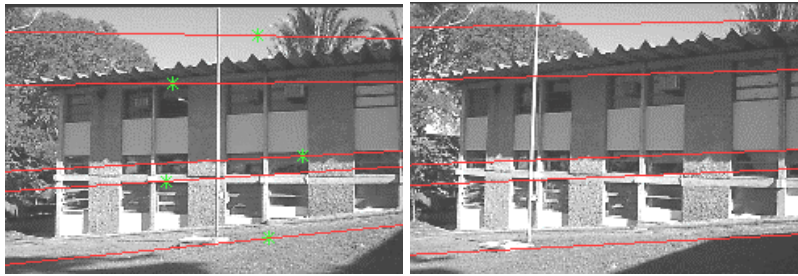


Figura 6.61 - Linhas epipolares para o par fct1_b/fct1_a.

A próxima figura traz o par de imagens fct1_a/fct1_c, onde se tem uma acentuada rotação em uma das imagens. Nesta figura são mostrados os pontos marcados como correspondentes, pelo algoritmo de rotulação por relaxação com injeções epipolares, obtido via volume do Paralelepípedo de *Matching*.

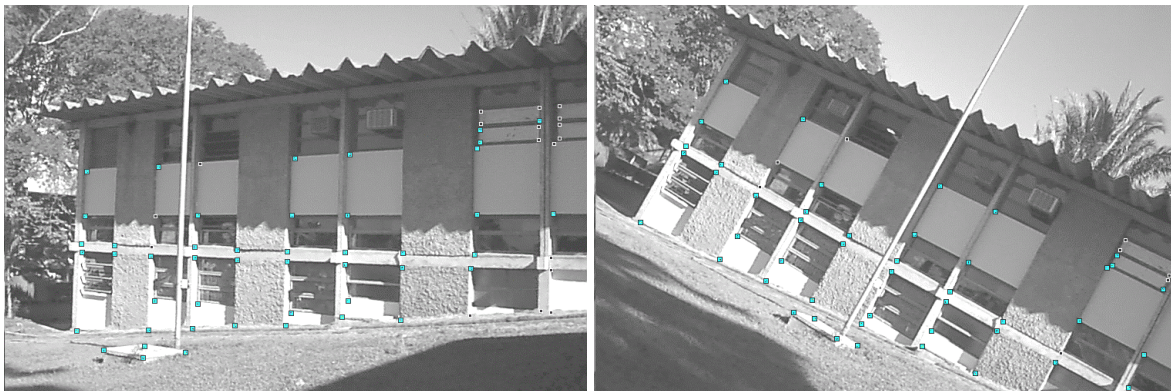


Figura 6.62 - As imagens fct1_a/fct1_c e os pontos marcados como correspondentes pelo algoritmo proposto.

Para se ter uma idéia dos pares de pontos automaticamente selecionados pelos dois algoritmos de *matching*, para o par de imagens fct1_a/fct1_c, são mostradas as imagens da Figura 6.63 (os pares selecionados como correspondentes estão na cor preta).

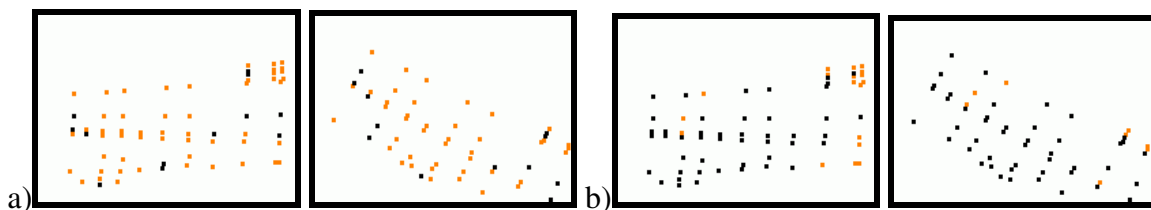


Figura 6.63 - Pontos rotulados pelo algoritmo de *matching* sem as injeções epipolares (a) e com a inclusão das injeções epipolares e orientação relativa (b).

Pode-se notar pela Figura 6.63 que apesar do aumento do número de pares de pontos correspondentes, por um fator de aproximadamente 3,83 ($\cong 46/12$), pode-se observar a

presença de correspondências erradas. Estas correspondências podem ser vistas nos pontos localizados na borda direita de cada uma das imagens (b), na Figura 6.63, e também na Figura 6.62, onde se tem também a oclusão de alguns pontos.

O próximo par processado é composto pelas imagens *fct1_d/fct1_a*. Os pontos rotulados pelos algoritmos de *matching* sem as injunções epipolares, e considerando o algoritmo completo, são apresentados na Figura 6.64.

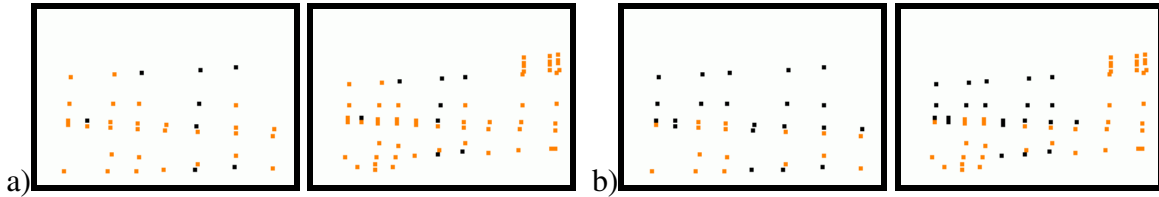


Figura 6.64 - Pontos rotulados pelo algoritmo de *matching* sem as injunções epipolares (a) e com a inclusão das injunções epipolares e orientação relativa (b), para o par *fct1_d/fct1_a*.

Ao fazer a contagem do número de pares rotulados, pelos dois procedimentos de *matching*, e depois a razão entre o número de pontos rotulados, verifica-se que ela é da ordem de 2,62 ($\cong 21/8$), ou seja, menor do que as duas outras razões apresentadas nesta seção. Mesmo sem observar as imagens reais pode-se notar pelas distâncias entre os pontos nas imagens das Figura 6.64, que existe uma acentuada diferença de escala entre as imagens deste par, que fica evidente ao ver a Figura 6.65.



Figura 6.65 - Par de imagens *fct1_d/fct1_a* com os pontos rotulados como correspondentes pelo algoritmo de *matching* com a inclusão das injunções epipolares e OR.

Ao fazer a razão entre as distâncias de alguns pares de pontos na imagem *fct1_d*, pelos correspondentes na imagem *fct1_a*, obtém-se um valor aproximado de 1,40. Deste modo, a escala da imagem *fct1_d* é aproximadamente 40% maior do que a da imagem

fct1_a. Como as imagens fct1_d/fct1_a possuem respectivamente 37/64 pontos de interesse, a quantidade de pontos rotulados pelo algoritmo foi da ordem de 56,7% ($\cong 21/37$).

A Figura 6.66 mostra o comportamento de alguns parâmetros relativos ao processamento do par fct1_d/fct1_a.

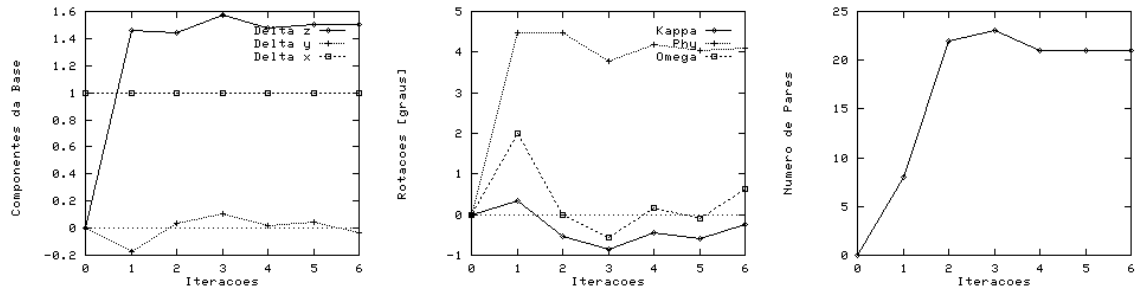


Figura 6.66 - Comportamento dos parâmetros de orientação relativa e número de pares rotulados para o par fct1_d/fct1_a.

Através dos gráficos da figura anterior pode-se observar que a convergência para este par não é tão acentuada ($\varphi \cong 4^\circ$). No entanto, pode-se observar que o valor da componente b_z é da ordem de 1,5 da componente b_x , o que indica que a imagem fct1_a tem escala menor do que a imagem fct1_d, uma vez que a câmara, durante a tomada da imagem fct1_a, estava mais afastada dos pontos do espaço objeto, do que no momento em que se adquiriu a imagem fct1_d.

A Figura 6.67 mostra o par de imagens acima, com cinco linhas epipolares conjugadas sobrepostas.

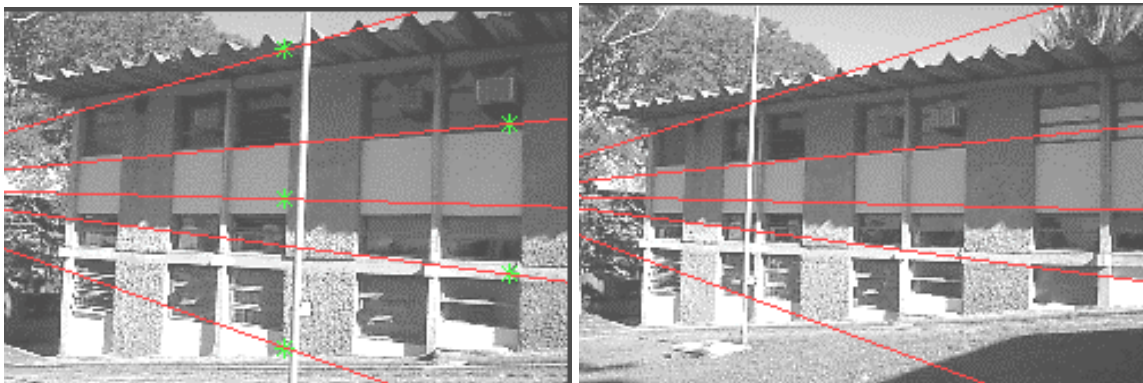


Figura 6.67 - Linhas epipolares conjugadas, sobrepostas às imagens fct1_d/fct1_a.

Como pode-se perceber nestas imagens, as linhas epipolares passam por pontos homólogos, o que indica que os parâmetros de OR, e portanto a matriz fundamental obtida,

estão coerentes. Pela convergência das linhas epipolares pode-se notar que os epipolos estão localizados no lado esquerdo das duas imagens. Isto se deve à posição relativa entre as câmaras no instante da aquisição, como ilustra a Figura 6.68.

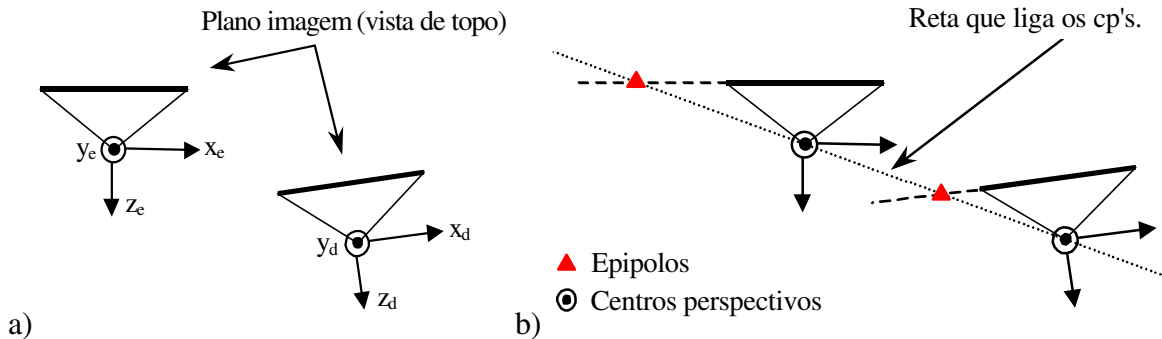


Figura 6.68 - Em (a) é mostrado um desenho (vista de topo) de duas imagens, com uma pequena convergência e na mesma posição relativa das imagens do par fct1_d/fct1_a. Em (b) são mostradas as posições dos epipolos das duas imagens.

Com pode ser visto pela figura anterior, devido a convergência e a posição relativa entre as duas câmaras, as interseções entre os dois planos imagem com a reta definida pelos centros perspectivos esquerdo e direito, ocorrem do lado esquerdo das respectivas imagens. Esta situação ilustra exatamente o que ocorre com as linhas epipolares mostradas na Figura 6.67.

A Tabela 6.8 apresenta um resumo no qual aparecem o número de pontos de interesse (PI) medidos em cada uma das imagens desta série, o número de pares rotulados pelos dois algoritmos de *matching* e o número de correspondências erradas para estes três pares de imagens.

Tabela 6.8 - Resumo do processamento dos pares formados usando as imagens reais fct1_a, fct1_b, fct1_c e fct1_d.

Par De Imagens	Observações Relativas às imagens	Número De PI de cada imagem	Processamento sem IE/OR		Processamento com IE/OR	
			Núm. de pares da solução	Pares Errados, Corretos, e Não Rotulados (NR)	Núm. de pares da solução	Pares Errados, Corretos, e Não Rotulados (NR)
FCT1_B FCT1_A	Imagens externas no qual se tem uma convergência da ordem de 11°.	54 64	9	8 C [14,8% 1 E [1,9% 45 NR [83,3% 54 [100,0%	33	33 C [61,1% 0 E [0,0% 21 NR [38,9% 54 [100,0%
FCT1_A FCT1_C	Imagens externas no qual se tem uma convergência da ordem de 2° e uma rotação em torno do eixo óptico, em uma das câmaras, da ordem de 25°.	64 54	12	10 C [18,5% 2 E [03,7% 42 NR [77,8% 54 [100,0%	46	38 C [70,4% 8 E [14,8% 08 NR [14,8% 54 [100,0%
FCT1_D FCT1_A	Imagens externas no qual se tem uma convergência da ordem de 4° e uma diferença de escala da ordem de 40%.	37 64	8	8 C [21,6% 0 E [0,0% 29 NR [78,4% 37 [100,0%	21	21 C [56,8% 0 E [0,0% 16 NR [43,2% 37 [100,0%

PI: Pontos de Interesse IE: Injunção Epipolar OR: Orientação Relativa NR: Pontos Não Rotulados

Os experimentos realizados com as imagens do cenário composto pelas imagens fct1_a, fct1_b, fct1_c e fct1_d, sintetizados na Tabela 6.8, indicam que:

- para pares de imagens reais e sujeitos a uma convergência da ordem de 11° o algoritmo detectou corretamente 61% das correspondências;
- no caso de imagens reais, em situações em que uma diferença de escala de aproximadamente 40% entre as imagens são presentes e no qual se tem uma convergência da ordem de 4°, o algoritmo de *matching* com a simultânea obtenção da orientação relativa permitiu encontrar aproximadamente 56% das correspondências;
- na presença de pequena convergência e com rotação em torno do eixo óptico da ordem de 25°, o algoritmo detectou corretamente aproximadamente 70% das correspondências possíveis. Deve-se ressaltar que, neste caso específico, 17,4% (8/46) das correspondências encontradas estavam erradas.

Nos processamentos apresentados na seqüência são consideradas outras imagens reais, no qual o alvo fotografado apresenta uma certa simetria e as imagens adquiridas apresentam uma certa convergência, rotação e diferença de escala. O primeiro par processado é composto pelas imagens fct3_a/fct3_d, como se pode ver na Figura 6.69, onde são mostrados os pontos rotulados pelo algoritmo proposto.

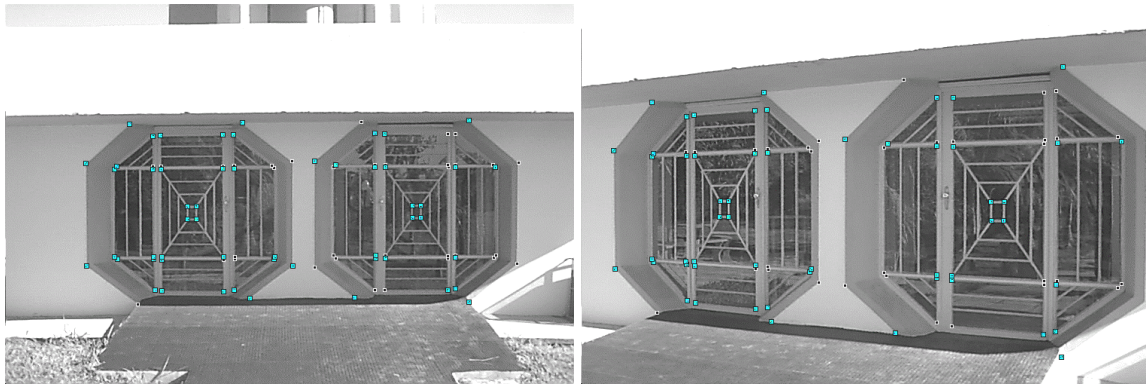


Figura 6.69 - Distribuição dos pontos rotulados, para o par de imagem fct3_a/fct3_d.

Na imagem fct3_a foram medidos 88 pontos e na fct3_d 86, como pode se ver na Figura 6.70, onde são apresentados os pontos rotulados (em preto). O processamento de *matching* sem a inclusão de injunções epipolares foi aplicado e resultou em 17 pares rotulados e o algoritmo completo em 73 pares, de acordo com a distribuição mostrada na Figura 6.70.

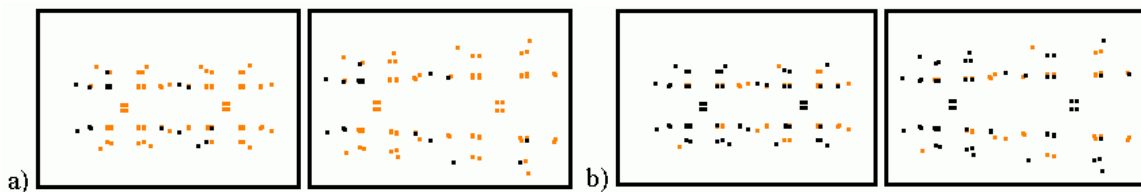


Figura 6.70 - Pontos rotulados para o par de imagem fct3_a/fct3_d, pelo processamento sem as injunções epipolares (a) e com a inclusão das injunções epipolares e orientação relativa (b).

Neste par de imagens pode-se observar uma certa diferença de escala e uma acentuada convergência entre os eixos ópticos. Nos gráficos da Figura 6.71 pode-se ver o comportamento dos parâmetros de OR, onde pode-se notar a convergência, e também a magnitude da componente b_z da base, que tem relação com a diferença de escala.

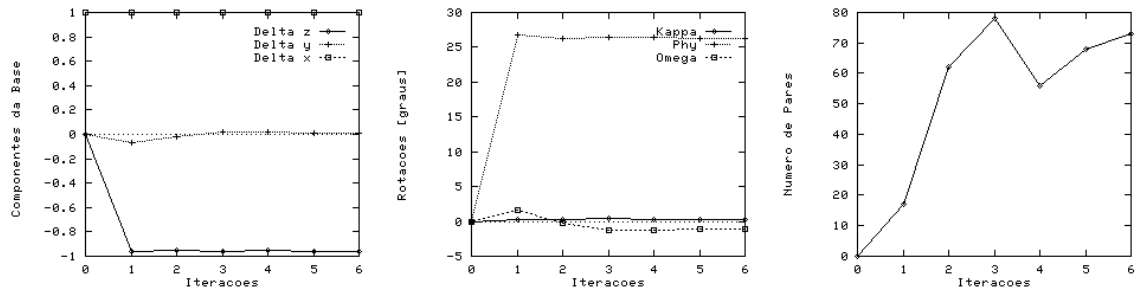


Figura 6.71 - Gráficos mostrando o comportamento das componentes de base, das rotações e do número de pontos rotulados, para o par de imagens fct3_a/fct3_d.

Analisando estes gráficos pode-se perceber um comportamento ao longo das iterações, bem menos perturbado do que os mostrados com as imagens da Seção 6.7, no qual se têm imagens com pontos mal distribuídos. A partir da matriz fundamental obtida automaticamente, algumas linhas epipolares foram calculadas e sobrepostas às imagens, como mostra a Figura 6.72.

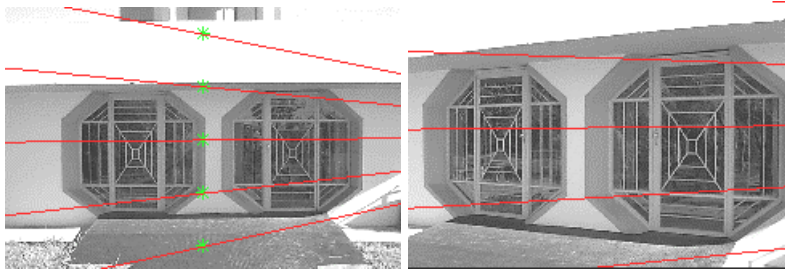


Figura 6.72 - Linhas epipolares conjugadas sobrepostas às imagens do par fct3_a/fct3_d.

Através do comportamento das linhas epipolares conjugadas pode-se notar que os parâmetros de OR estão coerentes.

No próximo par processado, fct3_a/fct3_e, as imagens são do mesmo alvo, no entanto uma delas é submetida a uma rotação adicional em torno do eixo óptico. A Figura 6.73 mostra os pares rotulados pelos algoritmos, sem as injeções epipolares e após inclusão das injeções epipolares.

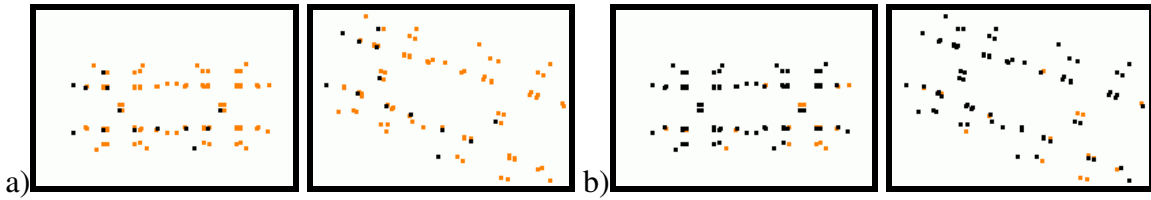


Figura 6.73 - Distribuição dos pontos rotulados pelo algoritmo sem as injeções epipolares (a) e com as injeções epipolares via volume do Paralelepípedo de *Matching* (b), para o par de imagens fct3_a/fct3_e.

Pode-se notar que, em relação ao par anterior, o número de pontos rotulados é menor (13 neste caso e 17 no caso do par anterior), mostrando a influência das rotações em torno de z quando se têm imagens convergentes e com diferenças de escala. A Figura 6.74 mostra o par de imagens fct3_a/fct3_e com os pontos rotulados pelo algoritmo completo.

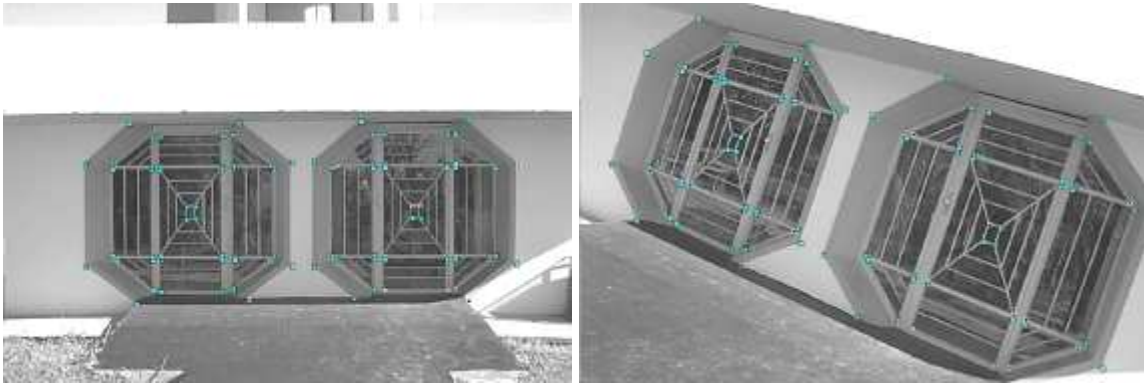


Figura 6.74 - Pontos rotulados sobrepostos às imagens do par fct3_a/fct3_e.

A Figura 6.75 mostra o comportamento das componentes de base, bem como das rotações, para este par.

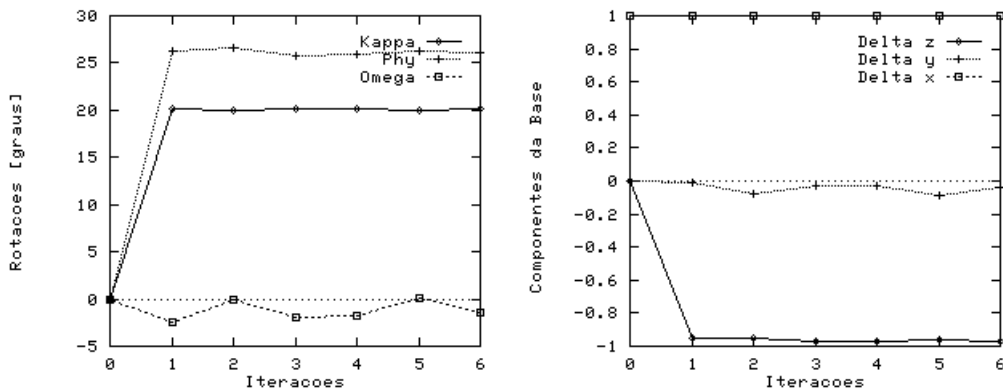


Figura 6.75 - Rotações e componentes de base para o par fct3_a/fct3_e.

Pode-se notar pelo primeiro gráfico da Figura 6.75, que a acentuada rotação em torno do eixo z ($kappa$) é recuperada. Na Figura 6.76 são mostradas algumas linhas epipolares conjugadas para este par, podendo-se notar que elas estão coerentes.

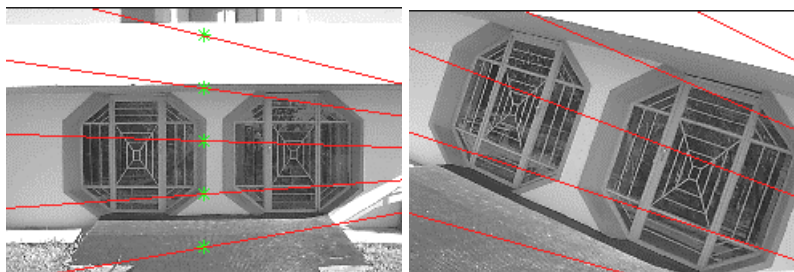


Figura 6.76 - Linhas epipolares conjugadas sobrepostas às imagens do par fct3_a/fct3_e.

No próximo par, fct3_c/fct3_d, são utilizadas imagens no qual se tem a mesma convergência dos pares anteriores, mas com uma diferença de escala mais acentuada, como se pode observar na Figura 6.77, no qual as linhas epipolares conjugadas são mostradas sobrepostas às imagens.

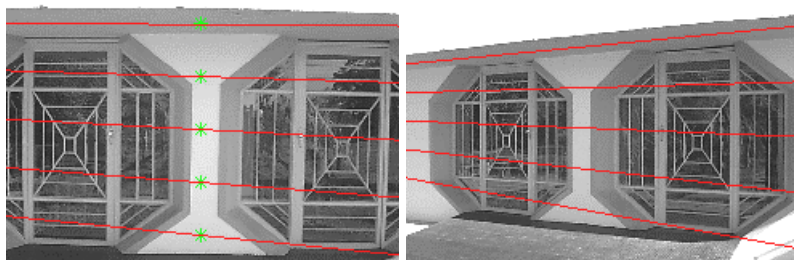


Figura 6.77 - Linhas epipolares conjugadas sobrepostas às imagens do par fct3_c/fct3_d.

Comparando a Figura 6.76 com a 6.77 pode-se perceber que a diferença de escala é mais acentuada neste último par, o que dificulta ainda mais a solução simultânea do problema de correspondência e OR. No par de imagens mostrado na Figura 6.77, o número de pares obtido pelo algoritmo de *matching*, sem as injunções epipolares, foi 5, sendo este número o mínimo suficiente para a realização da OR. De fato, o baixo número de pontos rotulados é um indicador da dificuldade de solucionar este problema, principalmente quando se considera a solução automática. Na Tabela C.3 (Apêndice C) são apresentados os parâmetros usados no processamento deste conjunto de imagens. Nos quatro pares de imagens processados as rotações aproximadas foram nulas e os componentes da base aproximados foram $[1,0 \ 0,0 \ 0,0]$. No caso específico deste par, o processamento com estes dados mostrou resultados incompatíveis, mostrando mais uma vez a dificuldade de solução

automática, nestas condições. Neste par de imagens especificamente, considerou-se como parâmetros aproximados dos componentes de base os valores [1,0 0,5 0,5].

No próximo par processado tem-se uma combinação do que ocorre como os dois anteriores, ou seja, a diferença de escala do par $fct3_c/fct3_d$ e a rotação acentuada em z de uma das imagens, como no par $fct3_a/fct3_e$. Para este novo par de imagens, 6 pares de pontos foram rotulados pelo algoritmo sem a inclusão de injunções epipolares e 45 pelo algoritmo completo. Na Figura 6.78 são mostradas estas imagens com as linhas epipolares conjugadas sobrepostas.

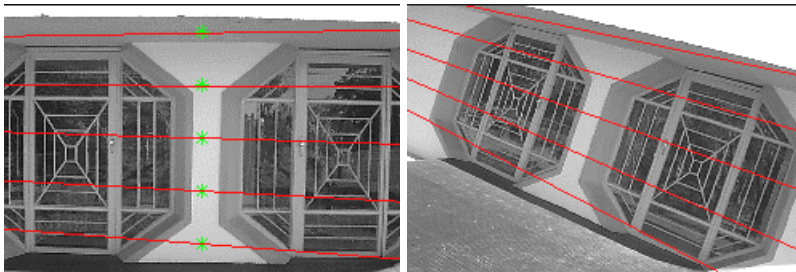


Figura 6.78 - Linhas epipolares conjugadas sobrepostas às imagens do par $fct3_c/fct3_e$.

Pode-se notar pelas linhas epipolares que os parâmetros de orientação relativa, e portanto a matriz fundamental, estão coerentes. Na Figura 6.79 pode-se observar o comportamento das rotações e das componentes de base para este par.

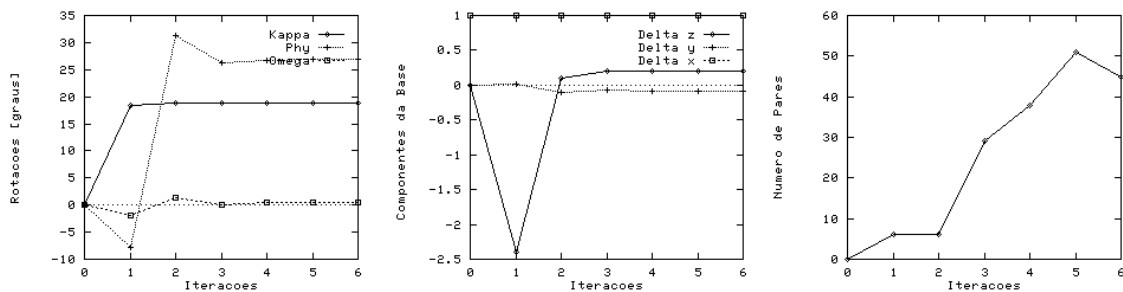


Figura 6.79 - Comportamento das rotações e componentes de base para o par de imagens $fct3_c/fct3_e$, além do número de pontos rotulados.

Pode-se notar que no início do processo o comportamento de algumas das curvas são irregulares e uma provável causa é o pequeno número de pares de pontos correspondentes obtidos na etapa de rotulação sem as injunções epipolares, como mostra o terceiro gráfico da Figura 6.79.

A Tabela 6.9 trás um resumo do processamento dos pares de imagens deste cenário, no qual são mostradas as proporções de pares rotulados e não rotulados, além do número de correspondências corretas.

Tabela 6.9 - Resumo do processamento das imagens sujeitas a rotação, convergência e diferenças de escala.

Par De Imagens	Observações Relativas às imagens	Número de PI de cada imagem	Processamento sem IE/OR		Processamento com IE/OR	
			Núm. de pares da solução	Pares Errados, Corretos, e Não Rotulados (NR)	Núm. de pares da solução	Pares Errados, Corretos, e Não Rotulados (NR)
FCT3_A FCT3_D	Imagens externas convergentes ($\cong 26^\circ$) de um objeto com uma certa simetria.	88 86	17	15 C [17,5% 2 E [2,3% 69 NR [80,2% 86 [100,0%	73	71 C [82,6% 2 E [2,3% 13 NR [15,1% 86 [100,0%
FCT3_A FCT3_E	Imagens externas convergentes ($\cong 26^\circ$) de um objeto com uma certa simetria. Tem-se também uma rotação em torno do eixo óptico da ordem de 20° .	88 86	13	13 C [15,1% 0 E [00,0% 73 NR [84,9% 86 [100,0%	71	70 C [81,4% 1 E [1,2% 15 NR [17,4% 86 [100,0%
FCT3_C FCT3_D	Imagens externas convergentes ($\cong 26^\circ$) de um objeto com uma certa simetria e com uma diferença de escala média de 34,5%.	71 86	5	4 C [5,6% 1 E [1,4% 66 NR [93,0% 71 [100,0%	50	41 C [57,7% 9 E [12,7% 21 NR [29,6% 71 [100,0%
FCT3_C FCT3_E	Imagens externas convergentes ($\cong 26^\circ$) de um objeto com uma certa simetria, com uma diferença de escala média de 34,5% e com rotação em torno do eixo óptico da ordem de 19° .	71 86	6	6 C [8,5% 0 E [0,0% 65 NR [91,5% 71 [100,0%	45	43 C [60,6% 2 E [2,8% 26 NR [36,6% 71 [100,0%

PI: Pontos de Interesse IE: Injunção Epipolar OR: Orientação Relativa NR: Pontos Não Rotulados

Observando a Tabela 6.9, que traz o resumo dos processamentos das imagens do cenário composto pelas imagens fct3_a, fct3_c, fct3_d e fct3_e, pode-se destacar os seguintes pontos:

- No caso dos dois primeiros pares processados, no qual se tem uma convergência da ordem de 26° e também uma rotação em torno do eixo óptico da ordem de 20° (para

uma das imagens), obteve-se uma taxa média de acerto da ordem de 82% nas correspondências, em relação ao número total de pares possíveis.

- Nos processamentos das outras imagens, no qual adicionalmente se tem uma diferença média de escala da ordem de 34,5 %, o número de pontos rotulados no procedimento de *matching* sem as injunções epipolares foi baixo, comparado com os demais, sendo a maior taxa de pares corretamente rotulados igual a 8,5%. No entanto, ao considerar o algoritmo completo, com todas as métricas, a maior taxa de erros foi da ordem de 12,7% e a taxa de acerto média das correspondências foi da ordem de 59%.

Pode-se portanto perceber que, mesmo na presença de diferenças de escala, rotação e convergência, o algoritmo de rotulação por relaxação com as injunções epipolares baseadas no paralelepípedo de *matching*, e em relações angulares e lineares, além da simultânea determinação da OR, apresenta uma boa solução. Nestes casos, a taxa de acerto é, como era de se esperar, inferior àquela no qual se tem imagens dispostas em condições ideais, ou seja: com eixos ópticos paralelos, sem rotações e sem diferenças de escala.

Para verificar a qualidade dos parâmetros de OR obtidos pelo procedimento proposto, as imagens deste cenário foram processadas duas a duas, sendo determinados os parâmetros de OR. O aplicativo utilizado para a determinação dos parâmetros usados como referência, foi o mesmo utilizado na calibração da câmara utilizada e nestes processamentos os pontos utilizados foram medidos manualmente sendo as rotações aproximadas fornecidas ao programa, sendo ainda parametrizadas a distorção radial. Os resultados destes processamentos são sintetizados na Tabela 6.10.

Tabela 6.10 - Resultados obtidos pela autocalibração das imagens do último conjunto de imagens processado, bem como os resultados fornecidos pelo algoritmo automático proposto.

Par De Imagens	Parâmetros obtidos a partir da autocalibração utilizando pontos determinados manualmente (Considerou-se que a origem do referencial se situa no CP da imagem da esquerda e que $b_x=10$)	Parâmetros obtidos a partir do algoritmo de Rotulação por Relaxação/Orientação Relativa automática
FCT3_A FCT3_D	Kappa = ,3999817 +- ,3083E-01 graus Phi = 26,4013434 +- ,3152E+00 graus Omega = -,6544454 +- ,3784E+00 graus Xcp = 10,000 +- ,2218E-08 Ycp = -,022 +- ,1164E+00 Zcp = -9,699 +- ,5640E-01 Num. de pares utilizados = 11	Kappa : 0,3589130 Phi : 26,2628320 Omega : -0,3576070 Xcp : 1,0000000 Ycp : -0,0106310 Zcp : -0,9587320
FCT3_A FCT3_E	Kappa = 20,0593306 +- ,6846E-01 graus Phi = 26,0332271 +- ,6699E+00 graus Omega = -2,2074284 +- ,7922E+00 graus Xcp = 10,000 +- ,4713E-08 Ycp = -,123 +- ,2481E+00 Zcp = -9,817 +- ,1271E+00 Num. de pares utilizados = 11	Kappa : 20,0631800 Phi : 26,0146850 Omega : -1,4502440 Xcp : 0,9999990 Ycp : -0,0395510 Zcp : -0,9666130
FCT3_C FCT3_D	kappa = -,8543568 +- ,1060E+00 graus Phi = 25,9963342 +- ,5623E+00 graus Omega = 1,6170873 +- ,7761E+00 graus Xcp = 10,000 +- ,6396E-08 Ycp = -,642 +- ,2548E+00 Zcp = 2,172 +- ,1505E+00 Num. de pares utilizados = 08	Kappa : -0,9180470 Phi : 26,5578700 Omega : 1,3898500 Xcp : 1,0000000 Ycp : -0,0537180 Zcp : 0,2124000
FCT3_C FCT3_E	kappa = 18,8025041 +- ,1099E+00 graus Phi = 26,2941352 +- ,6209E+00 graus Omega = ,2630190 +- ,9050E+00 graus Xcp = 10,000 +- ,6999E-08 Ycp = -,810 +- ,2939E+00 Zcp = 2,107 +- ,1632E+00 Num. de pares utilizados = 08	Kappa : 18,8075720 Phi : 26,8711670 Omega : 0,4348650 Xcp : 1,0000000 Ycp : -0,0856230 Zcp : 0,1983210

A partir desta tabela pode-se comparar os resultados, no entanto deve-se observar que no procedimento de autocalibração a componente b_x da base (Xcp) foi arbitrada em 10 unidades. Deste modo, para realizar a comparação é necessário compatibilizar as escalas das componentes de base. A Tabela 6.11 traz um resumo das discrepâncias obtidas, tanto para as rotações quanto para as translações.

Tabela 6.11 - Discrepâncias entre as rotações e componentes de base, com base nos dados da Tabela 6.10.

Par de imagens	Discrepâncias obtidas entre o processamento de autocalibração e o procedimento proposto.	
	Discrepâncias nas rotações [graus]	Discrepâncias nas componentes by e bz [Injunção: b _x =1]
FCT3_A FCT3_D	$\Delta\kappa = 0,0411$ $\Delta\varphi = 0,1385$ $\Delta\omega = -0,2968$	$\Delta b_y = 0,0084$ $\Delta b_z = -0,0112$
FCT3_A FCT3_E	$\Delta\kappa = -0,0038$ $\Delta\varphi = 0,0185$ $\Delta\omega = -0,7572$	$\Delta b_y = 0,0273$ $\Delta b_z = -0,0151$
FCT3_C FCT3_D	$\Delta\kappa = 0,0637$ $\Delta\varphi = -0,5615$ $\Delta\omega = 0,2272$	$\Delta b_y = -0,0105$ $\Delta b_z = 0,0048$
FCT3_C FCT3_E	$\Delta\kappa = -0,0051$ $\Delta\varphi = -0,5770$ $\Delta\omega = -0,1718$	$\Delta b_y = 0,0046$ $\Delta b_z = 0,0124$
Média das discrepâncias e desvio-padrão	$-0,1570 \pm 0,3191$	$0,0026 \pm 0,0142$

Através desta tabela pode-se notar que a máxima discrepância angular ocorre no ângulo ω do segundo par. É relevante lembrar que os parâmetros referentes à distorção radial não foram incluídos no procedimento proposto. Uma outra característica relevante, que ocorre com a imagem fct3_a, presente tanto no primeiro quanto no segundo par, se refere à localização dos pontos de interesse, que estão dispostos numa faixa central da imagem, como pode-se ver na Figura 6.80.

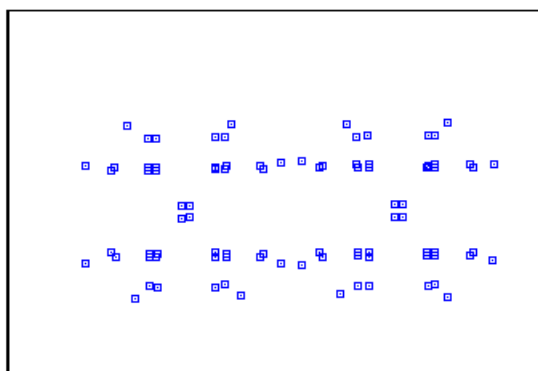


Figura 6.80 - Distribuição dos pontos de interesse medidos na imagem fct3_a.

Esta distribuição, predominante no sentido horizontal e na parte central torna a determinação das rotações em torno do eixo x (ω -omega) mais sensível a erros, sendo um

fator que certamente tem influência na qualidade dos parâmetros. Observando os valores da Tabela 6.11 pode-se observar que o valor médio das discrepâncias angulares é da ordem de $-0,157^\circ$ e das componentes b_y e b_z da base é da ordem de 0,003 da componente b_x .

A partir dos valores das discrepâncias mostradas na Tabela 6.11 pode-se construir os intervalos de confiança tanto para as grandezas angulares quanto para as translações, para uma dada probabilidade. Deste modo, pode-se afirmar com uma probabilidade de 90% que a média das discrepâncias angulares, obtida a partir dos dados da Tabela 6.11, está no intervalo $[-0,323^\circ$ a $0,009^\circ]$, e que a média das discrepâncias nas componentes b_y e b_z está no intervalo $[-0,007$ a $0,012]$. Pode-se portanto admitir, com uma probabilidade de 90%, que os parâmetros de OR são compatíveis.

CAPÍTULO 7

Conclusões e Recomendações

Neste capítulo é feita uma síntese do trabalho, sendo apresentadas as conclusões e recomendações baseadas nos estudos, experimentos e análises realizadas.

7.1 Síntese do Trabalho

Nesta pesquisa apresentou-se um procedimento para inclusão das injunções epipolares no algoritmo de rotulação por relaxação, objetivando a determinação automática da correspondência e da orientação relativa.

A determinação da correspondência em Fotogrametria e Visão Computacional é um problema malcondicionado e a solução se torna mais complexa à medida que são utilizadas imagens em situações não normais, ou seja, quando se têm imagens convergentes, com diferença de escala e com rotação em torno dos eixos ópticos. Essas características são normalmente evitadas em situações práticas, quando as imagens são adquiridas com finalidades métricas e por usuários que possuem um certo conhecimento de conceitos da Visão Computacional e Fotogrametria. Por outro lado, a disponibilização e uso de sistemas fotogramétricos digitais, bem como a disseminação do uso de câmaras digitais, tem feito com que o perfil dos usuários desse tipo de produto se torne mais abrangente. Deste modo, o desenvolvimento de algoritmos capazes de solucionar problemas em situações mais gerais torna-se uma necessidade, sendo relevante o estudo de soluções automáticas para os

problemas de correspondência e orientação relativa, como inclusive é explicitado por alguns autores.

Nesse contexto, este trabalho tem por objetivo contribuir para a solução automática da correspondência e orientação relativa, para situações não normais, diferente portanto de algumas abordagens que utilizam imagens retificadas. O método concebido é baseado no uso de primitivas pontuais, sendo admitido que no início do processo se dispõe de um par de imagens, de um conjunto de primitivas extraídas de cada uma das imagens e dos parâmetros de orientação interior. Considera-se, ainda, que essas primitivas são extraídas de modo independente para cada uma das imagens do par, tendo-se portanto pontos não rotulados, que podem ser extraídos de modo manual, automático ou semi-automático.

A solução adotada baseia-se numa determinação inicial da correspondência, utilizando o método de rotulação por relaxação, no qual múltiplas métricas são consideradas. Para o cálculo das similaridades iniciais foram usados o coeficiente de correlação, a diferença de gradiente e a diferença de intensidade média. Como medidas destinadas ao cálculo da compatibilidade, foram utilizadas relações baseadas em distâncias e em uma nova métrica baseada em relações angulares. A partir de uma relação prévia de correspondência, obtida com o uso das métricas citadas, os parâmetros de orientação relativa puderam ser estimados, e o procedimento de correspondência, ou *matching*, pôde ser repetido, incluindo-se as injunções epipolares. Para a inclusão dessa injunção no processo de rotulação por relaxação, concebeu-se uma métrica adicional, baseada no uso do volume do Paralelepípedo de *Matching* - PM. O uso desta métrica é justificado pela relação observada entre o volume desse paralelepípedo com o fato dos pontos candidatos estarem, ou não, localizados sobre as linhas epipolares conjugadas, para uma dada estimativa da matriz fundamental.

É relevante ressaltar também que o uso das métricas anteriores, de modo isolado, não garante uma solução no qual todas as correspondências sejam encontradas e que todas aquelas encontradas sejam corretas. Como um exemplo, pode-se considerar a situação na qual se tem disponível a matriz fundamental, para um dado par de imagens. O fato do volume do PM para dois pontos genéricos (i,j) , ser nulo, não implica que i e j sejam correspondentes, mas sim que eles se localizam sobre linhas epipolares conjugadas. Isto mostra que, embora a injunção epipolar seja uma forte restrição geométrica, ela não é

suficiente para resolver o problema de ambigüidade, como inclusive concluiu Zhang et al. (1994). Essa situação indica que o uso de múltiplas métricas é relevante para que seja aumentada, tanto a quantidade de correspondências, quanto a probabilidade de que elas sejam corretas, mesmo em situações críticas.

7.2 Conclusões

A partir dos resultados obtidos e das análises dos experimentos realizados, podem ser relatadas algumas conclusões, apresentadas de acordo com a natureza do experimento desenvolvido.

Experimentos com imagens sintéticas

Com base nos experimentos realizados com imagens sintéticas pôde-se concluir que:

- Mesmo sem a inclusão das injunções epipolares é possível obter uma relação preliminar de pares de pontos correspondentes, utilizando as seguintes métricas:
 - coeficiente de correlação, a diferença de intensidade e a diferença de gradiente no cálculo da similaridade inicial;
 - relações angulares e de distância no cálculo da compatibilidade. É relevante considerar que apesar das relações angulares não constituírem uma métrica invariante à mudança do ponto de vista, ela tem uma forte influência, uma vez que em regiões onde existe uma maior compatibilidade "angular" as similaridades são reforçadas, contribuindo para a solução da correspondência.
- O resultado do procedimento de *matching* usando as métricas anteriores pode ser utilizado como dado inicial num processo cooperativo envolvendo a orientação relativa e o algoritmo de correspondência, no qual são incluídas as injunções epipolares.
- Mesmo em situações nas quais se têm pares de imagens com rotação em torno do eixo óptico, o algoritmo proposto permite encontrar pares de pontos correspondentes.

- Ao relacionar o número de pontos correspondentes com a convergência das imagens, observou-se que o número de pares de pontos correspondentes, obtidos de modo automático, é inversamente proporcional à convergência.
- Os parâmetros de OR obtidos estão coerentes com o esperado, exceto pela representação das coordenadas em diferentes referenciais e diferenças de escala, uma vez que os resultados são obtidos num referencial arbitrário, solidário à primeira imagem. As causas prováveis das pequenas diferenças entre os parâmetros de orientação relativa podem estar relacionadas com:
 - o efeito de *aliasing* presente nas imagens sintéticas utilizadas, com resolução 320x240 pixels, as quais foram geradas por um aplicativo utilizado em Computação Gráfica, que se baseia no algoritmo de *Ray Tracing*;
 - a não utilização de métodos de extração com acurácia da ordem de sub-pixel, o que afeta a qualidade das coordenadas medidas das feições de interesse;
 - a simplificação do modelo estocástico usado na orientação relativa.

Experimentos realizados com imagens reais obtidas em laboratório

Dentre as imagens reais, um subconjunto constituído pelas imagens adquiridas em laboratório permitiu avaliar a influência do número de pontos no cálculo do suporte, o comportamento na presença de padrões repetitivos e o uso do comportamento dinâmico de alguns parâmetros. A partir de tais experimentos pode-se concluir que:

- Imagens nas quais se tem uma grande quantidade de padrões repetitivos, utilizadas no sentido de avaliar o algoritmo ao modificar o número de pares utilizados no cálculo do suporte, para um dado número de pontos utilizados no cálculo da compatibilidade, mostraram um aumento no número de pares rotulados à medida que o número de pontos usado no cálculo do suporte também aumentou. Nesses experimentos pôde-se observar que as regiões com menor densidade de pontos rotulados como correspondentes são aquelas nos quais os padrões são mais simétricos e onde a ambigüidade é naturalmente maior.

- Os experimentos realizados com imagens reais usando como alvos os pontos localizados sobre uma placa de invar foram úteis na avaliação de aspectos relacionados à existência de pontos sem correspondência. Esse problema é relevante, pois em situações nas quais se têm padrões repetitivos, o aumento do número de vizinhos no cálculo da compatibilidade e do suporte, tem um efeito importante. No entanto, quando se têm pontos ausentes em uma das imagens, as medidas de compatibilidade são afetadas. Nesse sentido, o algoritmo é afetado quando se tem ausência de primitivas devido a fatores tais como:

- oclusão de alguns pontos por objetos presentes na própria cena;
- enquadramento incorreto dos objetos/alvos de interesse durante a etapa de aquisição das imagens;
- eventuais problemas na etapa de seleção de primitivas, seja no caso manual, automático ou semi automático.

- O experimento realizado com o intuito de avaliar o efeito do uso das variáveis α_{ge} e $\alpha_{ge'}$ com comportamento dinâmico, no procedimento de rotulação por relaxação, indicou resultados equivalentes em termos de número de pontos rotulados e parâmetros de orientação. No entanto, o número de iterações foi maior quando se considerou o caso estático. A análise do comportamento dos parâmetros de OR e do número de pontos rotulados, ao longo das iterações, permitiu observar que com o uso de α_{ge} e $\alpha_{ge'}$ no modo dinâmico, a solução é menos perturbada.

Experimentos realizados com imagens reais obtidas em ambiente externo

Três conjuntos de imagens reais, obtidas em ambientes externos, foram utilizados para avaliar alguns aspectos, como por exemplo o resultado da correspondência para o caso em que se tem uma distribuição irregular de pontos medidos sobre as imagens, além da presença de rotações, convergência e diferença de escala entre as imagens.

Os resultados obtidos indicam que devem ser evitadas situações nas quais se tem uma distribuição não homogênea de pontos sobre a região de sobreposição. Esse fato prejudica a estimativa dos parâmetros de orientação relativa, afetando conseqüentemente a matriz

fundamental e, de modo indireto, a correspondência, visto que a injeção epipolar, via volume do PM, utiliza a matriz fundamental.

Os experimentos realizados com o objetivo de avaliar o algoritmo na presença de rotações, convergência e diferentes escalas, mostram que:

- a aplicação do algoritmo proposto a pares de imagens sujeitos a convergências (da ordem de 11° e 26°), permitiu encontrar, corretamente, aproximadamente de 61% (Tabela 6.8, 1º par) a 82% (Tabela 6.9, 1º par) das correspondências. Nestes casos, a maior taxa de erro nas correspondências foi da ordem de 2,3%;
- para imagens sujeitas a rotação em torno do eixo óptico (da ordem de 20° a 25°) e também à convergência, a aplicação do algoritmo possibilitou encontrar, corretamente, de 70% (Tabela 6.8, 2º par) a 81% (Tabela 6.9, 2º par) das correspondências, tendo-se uma taxa máxima de correspondências erradas da ordem de 15%;
- para o caso de pares de imagens sujeitas tanto a convergência quanto a diferenças de escala da ordem de 34,5% a 40%, o algoritmo permitiu encontrar aproximadamente 57% das correspondências (Tabelas 6.8 e 6.9, 3º par), tendo uma taxa de erro máximo da ordem de 13%. Uma taxa de acerto nas correspondências da ordem de 60% também ocorreu para o caso de pares de imagens submetidas à rotação, convergência e diferenças de escala (Tabela 6.9, 4º par);
- em algumas situações críticas, nas quais se têm grandes convergências e grandes diferenças de escala (Tabela 6.9, pares 3 e 4), a taxa de acerto das correspondências na aplicação do *matching* sem a inclusão das injeções epipolares variou entre 5,6% a 8,5%, mostrando, portanto, a influência das injeções epipolares e das demais métricas no aumento da taxa de correspondências corretas;
- considerando os quatro pares do último cenário processado, a comparação dos parâmetros de orientação relativa usando como referência o resultado da aplicação de técnicas convencionais, nos quais os pontos utilizados são previamente rotulados e os parâmetros de OR aproximados são fornecidos, pode-se observar que a discrepância angular média obtida é da ordem de $-0,157^\circ$ para os ângulos de Euler e a discrepância

média nas componentes b_y e b_z é de 0,003 (considerando $b_x=1$). É relevante lembrar que, no procedimento proposto, a Matriz Fundamental não incorpora a influência da distorção radial, o que indica que tais discrepâncias podem ser reduzidas.

Em algumas conclusões relatadas, com base nos resultados experimentais, pode-se observar diferenças tanto na taxa de acerto, quanto de erro, nas correspondências. Essas diferenças podem ser atribuídas a uma série de fatores, tais como: diferenças de iluminação das imagens, posições relativas das imagens, distribuição de pontos de interesse e presença de oclusões, dentre outros. Estas diferenças servem como um indicador do malcondicionamento do problema de correspondência, sendo importante mencionar que em trabalhos no qual outras métricas foram utilizadas, diferentes taxas de pontos corretamente rotulados também são observadas, como se pode ver em Zhang et al. (1994, p. 21).

É relevante ainda observar que ao comparar os resultados obtidos nesse trabalho, em termos de taxa de pares corretamente rotulados, com o apresentado em Zhang et al. (1994, p. 21, Tabela 1), a taxa de acerto média, obtida ao considerar as métricas propostas nesse trabalho, é superior à taxa média de acertos obtidos com os dados desta referência. É importante ainda destacar que a taxa média de pares corretamente rotulados nesse trabalho é maior, inclusive para as configurações com imagens convergentes, sujeitas a rotações e diferenças de escala, o que é um indicador de que a solução proposta, baseada no uso de múltiplas métricas, contribui para a automação dos processos de correspondência e OR.

7.3 Considerações finais e recomendações

Após a apresentação das conclusões na seção anterior, são feitas algumas considerações finais relacionadas às vantagens e pontos críticos do procedimento proposto. Dentre as vantagens pode-se destacar:

- no caso de uso de fotos convergentes, até valores da ordem de 30° , o método proposto apresenta resultados positivos em termos de taxas de correspondências corretas, nas situações em que o procedimento preliminar de *matching* sem a inclusão de injunções epipolares fornece pares de pontos bem distribuídos pelas imagens e em número suficiente para que a orientação relativa seja estimada;
- o método proposto é pouco afetado por rotações em torno do eixo óptico;

- o método é tolerante a imagens com diferenças de escala;
- a possibilidade de mudança dos parâmetros que controlam a influência das métricas usadas e o fato de se poder modificar o tamanho das janelas, o número de vizinhos utilizados no cálculo da compatibilidade, o número de elementos no cálculo do suporte, o limiar para similaridade, o limiar para o fator de ambigüidade e o limiar para o controle da qualidade da triangulação, dentre outros, dão uma grande flexibilidade ao algoritmo;
- o método permite considerar o aspecto dinâmico ao aplicar a injunção epipolar, a qual é incorporada admitindo que a influência da geometria epipolar, numa dada iteração, seja proporcional à razão entre o número de pares rotulados na iteração anterior pelo número de pares rotulados pelo algoritmo de *matching* sem as injunções epipolares.

Como pontos críticos do algoritmo pode-se destacar:

- uma vez que a distribuição dos pares de pontos sobre o plano imagem afeta a qualidade da orientação relativa e, conseqüentemente, a rotulação por relaxação, sugere-se que durante a etapa de aquisição das imagens e extração das coordenadas, sejam tomados os devidos cuidados a fim de que se tenha pontos bem distribuídos pela região de sobreposição;
- o método proposto, embora forneça bons resultados em algumas situações críticas como diferenças de escala, rotação e convergência, é afetado pela oclusão de pontos; seja devido ao enquadramento da cena, por problemas na etapa de seleção das primitivas ou pela oclusão por objetos da cena, decorrente da mudança do ponto de vista.

Como sugestões para trabalhos futuros recomenda-se:

- na etapa de orientação relativa, considerar modelos estocásticos baseados em diferentes hipóteses;

- modificar o modelo funcional de modo que sejam incorporados, além da posição do ponto principal e da distância focal, os parâmetros de distorção do sistema óptico;
- considerar outras primitivas, além das pontuais, no processo de rotulação por relaxação, a fim de aumentar a robustez do algoritmo de *matching* de pontos;
- considerar a possibilidade de incorporar, além de outras primitivas, relações topológicas envolvendo as primitivas extraídas da cena, pressupondo portanto que deve ser inserida uma etapa de segmentação e estruturação das primitivas;
- devido a flexibilidade oferecida pelo algoritmo, no sentido de aceitar a modificação da influência das métricas utilizadas, avaliar a possibilidade de criar conjuntos de parâmetros adequados a classes de imagens.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACKERMANN, F.; EBNER, H.; KLEIN, H. Block triangulation with independent models. **Photogrammetric Engineering**. n. 39, p. 967-981, 1973.

_____ High precision digital image correlation. In: **Proceedings of the 39th Photogrammetric Week**. Stuttgart: 1984. p. 231-243.

AGOURIS, P.; SCHENK, T. Multiple Image Matching. In: **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**. Washington: ISPRS, 1992. v. XXIX, Part B3, Commission III. p. 802-807.

ALOIMONOS, J. Y. Visual Shape Computation. **Proceedings of the IEEE**, v. 76, n. 8, p. 899-916, Aug. 1988.

_____ Perspective Approximations. **Image and Vision Computing**, v. 8, n. 3, p. 179-192, Aug. 1990.

ANDRADE, J. B. de **Fotogrametria**. Curitiba: SBEE, 1998. 258 p. (ISBN 85-86180-07-6)

ANDRADE, J. B. de; OLIVAS, M. A. A. Calibração de Câmaras Aerofotogramétricas. **Boletim da Universidade Federal do Paraná - Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas**, Curitiba, Geodésia, n. 26. 1981.

APOSTOL, T. **Mathematical Analysis**. Addison-Wesley Publishing Company, 1974. 483 p.

BALLARD, D. H.; BROWN, C. M. **Computer Vision**. New Jersey: Prentice-Hall, 1982. 523 p.

BARAKAT, H.; DOUCETTE, P.; MIKHAIL, E. Photogrammetric Analysis of Image Invariance. In: **Proceedings ISPRS Commission III - Spatial Information from Digital Photogrammetry and Computer Vision**. Munich: ISPRS, 1994. Sep 5-9, p. 25-34.

BRINKMANN, H. W.; KLOTZ, E. A. **Linear Algebra and Analytic Geometry**. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1971. 535 p.

CHAI, J.; MA, S. D. Robust epipolar geometry estimation using genetic algorithm. **Pattern Recognition Letters**, v. 19, p. 829-838, 1998.

CHANG, S. H.; CHENG, F. H.; HSU, W. H.; WU, G. Z. Fast Algorithm for Point Pattern Matching: Invariant to Translations, Rotations and Scale Changes. **Pattern Recognition**. v. 30, n. 2, p. 311-320, 1997.

CHIU, J.-M.; CHEN, Z.; CHUANG, J.-H.; CHIA, T.-L. Determination of feature correspondences in stereo images using a calibration polygon. **Pattern Recognition**. v. 30, n. 9, p. 1387-1400, 1997.

COOPER, M. A. R.; ROBSON, S. Theory of close range photogrammetry. ATKINSON, K. B. (Ed.). **Close Range Photogrammetry and Machine Vision**. Bristol: Whittle Publishing, 1996. Chap. 2, p. 9-51.

DALMOLIN, Q. **Ajustamento por Mínimos Quadrados**. Curitiba: Imprensa Universitária da UFPR, 2002. 174 p.

DAL POZ, A. P. **Correlação Estrutural Aplicada À Extração Automática de Apoio de Campo em Imagens**. 1996. 182 p. Tese (Doutorado em Engenharia) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - USP, São Paulo, 1996.

DAL POZ, A. P.; TOMMASELLI, A. M. G.; CINTRA, J. P. Relational matching applied to automatic extraction of ground control in digital images. In: **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**. Vienna: ISPRS. 1996. V. XXXI, Part B3, p. 131-134.

DEBEVEC, P. E.; TAYLOR, C. J.; MALIK, J. Modeling and Rendering Architecture from Photographs: a hybrid geometry- and image-based approach. In: **Proceedings of the SIGGRAPH**, New Orleans, Aug. 1996.

DHOND, U. R.; AGGARWAL, J. K. Structure from stereo - a review. **IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics**, v. 19, n. 6, p. 1489-1510, Nov./Dec. 1989.

DO, K.-H.; KIM, Y.-S.; UAM, T.-U.; HÁ, Y.-H. Iterative relaxation stereo matching based on adaptive support between disparities. **Pattern Recognition**. v. 31, n. 8, p. 1049-1059, 1998.

DOWMAN, I. Fundamental of Digital Photogrammetry. ATKINSON, K. B. (Ed.). **Close Range Photogrammetry and Machine Vision**. Bristol: Whittle Publishing, 1996. Chap. 3, p. 52-77.

DOWNS, L. **Using quaternions to represent rotation**. Berkeley, 2000. University of California, Computer Science Division. Disponível em <<http://www.cs.berkeley.edu/~laura/cs184/quat/quaternion.html>>. Acesso em: fev. 2001.

FAUGERAS, O. **Three-Dimensional Computer Vision: A Geometric Viewpoint**. Cambridge, England: The MIT press, 1993. 669 p.

FLUSSER, J.; SUK, T. A Moment-Based Approach to Registration of Images with Affine Geometric Distortion. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 32, n. 2, p. 382-387, Mar. 1994.

FONSECA, L. M. G.; MANJUNATH, B. S. Registration techniques for multisensor remotely sensed imagery. **Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**, v. 62, n. 9, p. 1049-1056, Sep. 1996.

FÖRSTNER, W. The reliability of block triangulation. **Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**, v. 51, n. 6, p. 1137-1149, Aug. 1985.

FRYER, J. G. Camera Calibration. ATKINSON, K, B. (Ed.). **Close Range Photogrammetry and Machine Vision**. Bristol: Whittle Publishing, 1996. Chap. 6, p. 156-179.

FU, K. S.; GONZALEZ, R. C.; LEE, C. S. G. **Robotics, Control, Sensing, Vision and Intelligence**. Singapore: McGraw-Hill Book Company, 1987.

GALO, M. **Calibração e aplicação de câmaras digitais**. 1993, 151 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) - Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1993.

_____. **Reconstruction of 3D geometry from 2D images: point-matching using relaxation labeling**. Darmstadt: Internal Report - ProBrAl project 002/94 CAPES/CNPQ - UNICAMP/THD-GRIS, 1996.

_____. **Estrutura dos dados de entrada do programa de Calibração de Câmaras (CC)**. Presidente Prudente: Publicação interna do Departamento de Cartografia - UNESP/FCT, 2000.

GALO, M.; TOZZI, C. L. Inclusão de Injunções Epipolares na Solução do Problema de Correspondência. In: **Anais do X SIBGRAPI**, Campos do Jordão, 1997.

_____. The concept of Matching Parallelepiped and it's use in the correspondence problem. In: **Proceedings of the ICIP/IEEE International Conference on Image Processing**. Kobe: IEEE, Oct. 1999. p. 410-414.

_____. A representação de matrizes de rotação e o uso de quatérnios em Ciências Geodésicas. MITISHITA, E. A. (Ed.). **Série em Ciências Geodésicas**. Curitiba: Editora da UFPR, 2001. Vol. 1, p. 214-231. (Série em Ciências Geodésicas ISBN 85-88783-01-0)

_____. Extração de pontos com acurácia subpixel em imagens digitais. MITISHITA, E. A. (Ed.). **Pesquisas em Ciências Geodésicas**. Curitiba: Editora da UFPR, 2002. Vol. 2, p. 289-313. (Série em Ciências Geodésicas ISBN 85-88783-03-7)

GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: Aplicações Geodésicas**. Curitiba: Editora da UFPR, 1994. 319 p.

GEORGIS, N.; PETROU, M.; KITTLER, J. On the correspondence problem for wide angular separation of non-coplanar points. **Image and Vision Computing**, v. 16, n. 1, p. 35-41, Jan. 1998.

GIRAUDON, G.; DERICHE, R. **On corner and vertex detection**. Sophia-Antipoles: INRIA - Rapports de Recherche n. 1439, Juin 1991. 35 p.

GOLD, S.; RANGARAJAN, A.; LU, CHIENG-PING; PAPPU, S.; MLOLSNESS, E. New algorithms for 2D and 3D point matching: pose estimation and correspondence. **Pattern Recognition**, v. 31, n. 8, p. 1019-1031, 1998.

GOMES, J.; VELHO, L. **Computação Gráfica**: volume 1. Rio de Janeiro: IMPA - Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 1998. 323 p.

GONZALES, R. C.; WOODS R. E. **Digital image processing**. Reading: Addison-Wesley Publishing Company, 1993. 716 p.

GOSHTASBY, A.; STOCKMAN, G. C. Point pattern matching using convex hull edges. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, v. 15, n. 5, p. 631-637, Sep./Oct. 1985.

GOSHTASBY, A.; LE MOIGNE, J. Image registration guest editors introduction (Editorial). **Pattern Recognition**, v. 32, p. 1-2, 1999.

GRÜN, A. Least square matching: a fundamental measurement algorithm. ATKINSON, K. B. (Ed.). **Close Range Photogrammetry and Machine Vision**. Bristol: Whittle Publishing, 1996. Chap. 8, p. 217-255.

_____ The accuracy potential of the modern bundle block adjustment in aerial Photogrammetry. **ISPRS Journal of Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**, v. 48, n. 1, p. 45-54, Jan. 1982.

HABIB, A.; KELLEY, D. Automatic relative orientation of large scale imagery over urban areas using modified iterated Hough transform. **ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing**, v. 56, p. 29-42, 2001.

HARALICK, R.; SHAPIRO, L. G. **Computer and Robot Vision** - vol. II, Addison-Wesley Publishing Company, 1993. 630 p.

HARTLEY, R. I. In Defense of the Eight-Point Algorithm. **IEEE-PAMI**, v. 19, n. 6, p. 580-593, Jun. 1997.

HART, J. C.; FRANCIS, G. K.; KAUFFMAN, L. H. Visualizing Quaternion Rotation. **ACM Transactions on Graphics**, v. 13, n. 3, p. 256-276, Jul. 1994.

HEIPKE, C. Overview of Image Matching Techniques. In: **Proceedings of the OEEPE - Workshop on the application of digital photogrammetric workstations**. Lausanne, Mar. 1996.

_____ Automation of Interior, Relative, and Absolute Orientation. **ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing**, v. 52, p. 1-19, 1997.

HASEGAWA, J. K. **Fototriangulação em linha com depuração de erros grosseiros**. 1990. 136 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) - Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1990.

HELLWICH, O.; HEIPKE, C.; TANG, L.; EBNER, H.; MAYR, W. Experiences with automatic relative orientation. In: **Proceedings Commission III - International Society of Photogrammetry and Remote Sensing**. Munich: ISPRS, 1994. p. 370-378.

HORN, B. K. P. **Robot Vision**. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 1986. 509 p.

_____. Closed-form Solution of Absolute Orientation using Unit Quaternions. **Journal Optical Society of America A**, v. 4, n. 4, p. 629-642, Apr. 1987.

HUMMEL, R. A.; ZUCKER, S. W. On The Foundations of Relaxation Labeling Processes. **IEEE-PAMI**, v. 5, n. 3, p. 267-287, May. 1983.

ISM - INTERNATIONAL SYSTEMAP CORP. **The Fundamentals of Digital Photogrammetry**. Vancouver, Canada, 1997.

JAIN, R.; KASTURI, R.; SCHUNCK, B. G. **Machine Vision**. New York: McGraw-Hill International Editions, Computer Science Series, 1995. 549 p.

JONES, G. A. Constraint, Optimization, and Hierarchy: Reviewing Stereoscopic Correspondence of Complex Features. **Computer Vision and Image Understanding**, v. 65, n. 1, p. 57-78, Jan. 1997.

JØRGENSEN, P. C.; FREDERIKSEN, P.; KUBIK, K.; WENG, W. Ah, robust estimation! In: XV ISPRS CONGRESS, 1984, Rio de Janeiro. **Proceedings of the XV Congress of International Society for Photogrammetry and Remote Sensing**. Rio de Janeiro: ISPRS Commission III, 1984. p. 268-277.

KARARA, H. M. Non-Topographic Photogrammetry. SLAMA, C. C. et al. (Ed.). **Manual of Photogrammetry**. Virginia: American Society of Photogrammetry, 1980. Chap. XVI, p. 785-882.

_____. Non-metric Cameras. ATKINSON, K. B. (Ed.). **Developments in Close Range Photogrammetry - 1**. London: Applied Science Publishers, 1980. Chap. 4, p. 63-80.

KRARUP, T.; JUHL, J.; KUBIK, K. Götterdämmerung over least squares adjustment. In: XV ISPRS CONGRESS, 1980, Hamburg. **Proceedings of the XIV Congress of International Society for Photogrammetry and Remote Sensing**. Hamburg: ISPRS Commission III, 1980. p. 369-378.

KRAUS, K. **Photogrammetry - Volume 1 - Fundamental and Standard Processes**. Bonn: Dümmlers Verlag, 1993. 397 p. (ISBN 3-427-78684-6)

KREYSZIG, E. **Advanced Engineering Mathematics**. Singapore: John Wiley & Sons, 1993. 1271 p.

KUBIK, K.; MERCHANT, D.; SCHENK, T. Robust Estimation in Photogrammetric. **Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**, v. 53, n. 2, p. 167-169, Feb. 1987.

KUBIK, K.; LYONS, K.; MERCHANT, D. Photogrammetric work without blunders. **Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**, v. 54, n. 1, p. 51-54, Jan. 1988.

- LAPRADE, G. L. Stereoscopy. SLAMA, C. C. et al. (Ed.). **Manual of Photogrammetry**. Virginia: American Society of Photogrammetry, 1980. Virginia, Chap. X, p. 519-544.
- LAVINE, D.; LAMBIRD, B. A.; KANAL, L. N. Recognition of Spatial Point Patterns. **Pattern Recognition**, v. 16, n. 3, p. 289-295, 1983.
- LI, S. Z. Matching: Invariant to Translations, Rotations and Scale Changes. **Pattern Recognition**, v. 25, n. 6, p. 583-594, 1992.
- LI, J. C.; SCHENK, T. Stereo image matching with subpixel accuracy. In: **Proceedings of the Photogrammetry and primary data acquisition / ACSM-ASPRS**. Baltimore: ASPRS, 1991. p. 228-236.
- LIVINGSTON, R. G. Aerial Cameras. SLAMA, C. C. et al. (Ed.). **Manual of Photogrammetry**. Virginia: American Society of Photogrammetry, 1980. Chap. IV, p. 197-277.
- LOBONC Jr., T.; MIKHAIL, E. M. Human supervised automated tools for Digital Photogrammetric Systems. **GIS/LIS**, p. 533-544, 1994.
- LONGUET-HIGGINS, H. C. A Computer Algorithm for Reconstructing a Scene From Two Projections. **Nature**, v. 293, p. 133-135, Sep. 1981.
- LO, K. C.; MULDER, N. J. Automatic DEM data generation and change detection by region matching. In: **Proceedings of the International Society of Photogrammetry and Remote Sensing**. Washington DC: ISPRS, 1992. p. 476-480.
- LUGNANI, J. B. **Introdução à Fototriangulação**. Curitiba: UFPR, 1987. 134 p.
- McREYNOLDS, D. P.; LOWE, D. G. Rigidity Checking of 3D Point Correspondences Under Perspective Projection. **IEEE-PAMI**, v. 18, n. 12, p. 1174-1185, Dec. 1996.
- MIKHAIL, E. M.; ACKERMANN, F. **Observations and least squares**. New York: University Press of America, 1976. 495 p.
- MITISHITA, E. A. Detecção de erros grosseiros em pontos de controle planialtimétricos para aerotriangulação. **Revista Brasileira de Cartografia**, n. 40, p. 27-35, Jul. 1986.
- MONIWA, H. **Analytical camera calibration for close-range photogrammetry**, 1972, 104 p. Thesis (Master of Science) - University of New Brunswick, 1972.
- MORAVEC, H. P. Towards automatic visual obstacle avoidance. In: **Proceedings of the 5th Int. Joint Conference on Artificial Intelligence**. Cambridge, August, 1977. p. 584.
- MOHR, R.; WU, C. Editorial. **Image and Vision Computing**, v. 16, p. 1-2, 1998.
- MOUNT, D. M.; NETANYAHU, N. S.; LE MOIGNE, J. Efficient algorithms for robust feature matching. **Pattern Recognition**, v. 32, p. 17-38, 1999.

NOGUEIRA, F. M. de A. **Geração automática de mapas de disparidade em visão estéreo**. 1998. 172 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

NOGUEIRA, F. M. de A.; TOZZI, C. L. Geração automática de mapas de disparidade em visão estéreo. In: **XI SIBGRAPI**, 1998.

_____. Correspondência estéreo e detecção de oclusões através do matching bidirecional hierárquico e injunções de ordem. MITISHITA, E. A. (Ed.). **Pesquisas em Ciências Geodésicas**. Curitiba: Editora da UFPR, 2002. Vol. 2, p. 103-130. (Série em Ciências Geodésicas ISBN 85-88783-03-7)

OGAWA, H. Labeled Point Pattern Matching by Delaunay Triangulation and Maximal Cliques. **Pattern Recognition**, v. 19, n. 1, p. 35-40, 1986.

PERLT, A. Digital image correlation with the analytical plotter Planicomp C 100. In: **Proceeding of the International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**. Hamburg: ISPRS Commission III, 25(b3), 1984. p. 874-882.

PLUGERS, P. Product survey on Digital Photogrammetric Workstations. **GIM International**, p. 76-81, Jul. 2000.

_____. Product survey on Digital Photogrammetric Workstations. **GIM International**, p. 69-75, Apr. 2001.

PRICE, K. E. Relaxation Matching Techniques - A Comparison. **IEEE-PAMI**, v. 7, n. 5, p. 617-623, Sep. 1985.

RANGANATH, H. S.; CHIPMAN, L. J. Fuzzy relaxation approach for inexact scene matching. **Image and Vision Computing**, v. 10, n. 9, p. 631-640, 1992.

ROSENFELD, A.; HUMMEL, R. A.; ZUCKER, S. W. Scene labeling by relaxation operations. **IEEE - Transactions on Systems, Man and Cybernetics**, v. 6, n. 6, p. 420-433, Jun. 1976.

SCHALKOFF, R. J. **Digital Image Processing and Computer Vision**. Singapore: John Wiley & Sons, 1989. 489 p.

SCHENK, T. **Digital Photogrammetry: Volume I**. Ohio: TerraScience, 1999. 428 p.

SHAN, J. An algorithm for object reconstruction without interior orientation. **ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing**, v. 51, p. 299-307, 1996.

_____. Photogrammetric object description with projective invariants. **ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing**, v. 52, p. 222-228, 1997.

SHAO, J. Global image feature correspondence under a multi-image network. **Image and Vision Computing**, v. 17, p. 1021-1030, 1999.

SHAPIRO, L. S.; BRADY, J. M. Feature-Based Correspondence: an eigenvector approach. **Image and Vision Computing**, v. 10, n. 5, p. 283-288, Jun. 1992.

- SHEN, D.; WONG, W.-H.; IP, H. H. S. Affine-invariant image retrieval by correspondence matching of shapes. **Image and Vision Computing**, v. 17, p. 489-499, 1999.
- SHIH, T.-Y. The duality and critical condition in the formulation and decomposition of a rotation matrix. **PE&RS - Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**, v. 56, n. 8, p. 1173-1179, Aug. 1990.
- SHORTIS, M. R.; BEYER, H. A. Sensor technology for digital photogrammetry and machine vision. ATKINSON, K, B.(Ed.). **Close Range Photogrammetry and Machine Vision**. Bristol: Whittle Publishing 1996. Chap. 5, p. 106-155.
- SKEA, D.; BARRODALE, I.; KUWAHARA, R.; POECKERT, R. A Control Point Matching Algorithm. **Pattern Recognition**, v. 26, n. 2, p. 269-276, 1993.
- SLAMA, C. C. Aerotriangulation. SLAMA, C. C. et al. (Ed.). **Manual of Photogrammetry**. Virginia: American Society of Photogrammetry, 1980. Chap. IX, p. 453-518.
- SMITH, S. M.; BRADY, J. M. **SUSAN - A New Approach to Low Level Image Processing**. Hampshire: DRA - Defense Research Agency Technical Report TR95SMS1c, 1995. 59 p.
- SONKA, M.; HLAVAC, V.; BOYLE, R. **Image processing, analysis, and machine vision**. Pacific Grove: Brooks/Cole publishing company, 1999. 770 p.
- STRAUCH, J. C. M. **Correlação de Imagens Digitais**. 1991. 77 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) - Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1991.
- STRAT, T. M. Photogrammetric and knowledge representation in computer vision. In: **Proceeding of the Commission III - Spatial Information from Digital Photogrammetry and Computer Vision**. Munich: ISPRS, 1994. p. 784-792.
- SUDHIR, G., BANERJEE, S., ZISSERMAN, A. A. Finding point correspondence in motion sequences preserving affine structure. **Computer Vision and Image Understanding**, v. 68, n. 2, p. 237-246, Nov. 1997.
- SUN, C. A fast stereo matching method. In: **Proceedings of Digital Image Computing: techniques and applications**. Auckland: Massey University, 1997. Dec. 10-12, p. 95-100.
- TAN, Z.; BRANDASTATTER, G.; XU, X. A method for solving the inverse problem of photogrammetry. In: **Proceeding of the Commission III - Spatial Information from Digital Photogrammetry and Computer Vision**. Munich: ISPRS, 1994. p. 806-811.
- TANG, L.; HEIPKE, C. Automatic Relative Orientation of Aerial Images. **Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**, v. 62, n. 1, p. 47-55, Jan. 1996.

- TANG, L.; POTH, Z.; OHLHOF, T.; HEIPKE, C.; BATSCHEIDER, J. Automatic relative orientation - realization and operational tests. In: **Proceedings of the ISPRS - International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**. Vienna: ISPRS, 1996. p. 843-848.
- TEUNISSEN, P. T. G. Quality control and GPS. TEUNISSEN, P. T. G. & KLEUSBERG, A. (Eds.). **GPS for Geodesy**. Berlin: Springer, 1998. Chap. 7, p. 271-318.
- THOMPSON, M. M.; GRUNER, H. Foundations of Photogrammetry. SLAMA, C. C. et al. (Ed.). **Manual of Photogrammetry**. Virginia: American Society of Photogrammetry, 1980. Chap. I, p. 1-36.
- TOMMASELLI, A. M. G.; LUGNANI, J. B. An alternative mathematical model to the collinearity equation using straight features. In: ISPRS CONGRESS, 1988, Kyoto. **Proc. of the International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**. Kyoto: ISPRS, 1988. p. 765-774.
- TOMMASELLI, A. M. G.; TOZZI, C. L. Técnicas de calibração de câmaras em visão computacional. In: JORNADA EPUSP/IEEE EM COMPUTAÇÃO VISUAL, 1990, São Paulo. **Jornada EPUSP/IEEE em Computação Visual**. São Paulo, Dez. 1990.
- TOMMASELLI, A. M. G.; DAL POZ, A. P. Line based orientation of aerial images. In: **ISPRS Conference - Automatic Extraction of GIS Objects from Digital Imagery**. Munich: ISPRS, v. 32, Part 3-2W5, 1999.
- TOMMASELLI, A. M. G.; HASEGAWA, J. K.; GALO, M. Modernas tecnologias de aquisição de imagens em Fotogrametria. **Boletim de Ciências Geodésicas**, Curitiba, v. 6, n. 1, p. 49-64, 2000.
- TON, J.; JAIN, A. K. Registering Landsat Images By Point Matching. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 27, n. 5, Sep. 1989.
- TRAUTWEIN, S.; MÜHLICH, M.; FEIDEN, D.; MESTER, R. Estimating consistent motion from three views: an alternative to trifocal analysis. SOLINA, F; LEONARDIS, A. (Eds.). **Lecture Notes in Computer Science**. Springer Verlag, 1999. Vol. 1689. (ISBN 3-540-66366-5).
- TRAJKOVIC, M.; HEDLEY, M. Fast Corner detection. **Image and Vision Computing**, v. 16, p. 75-87, Feb. 1998.
- YANNIRIS, Y. **Improvements to the off-line epipolar correlation**. 1974. 104 p. Thesis (Master of Science) - The University of New Brunswick, Fredericton, Canada, 1974.
- YOUNG, C. et al. **Persistence Of Vision Ray Tracer (POV-Ray) - User's Documentation 3.0.10**, POV-Ray Team, 1996.
- ZHANG, Z.; LUONG, Q.-T.; FAUGERAS, O. **Motion of an uncalibrated stereo rig: self-calibration and metric reconstruction**. Sophia-Antipoles: INRIA Rapport de Recherche n. 2079, 1993. 18 p.

ZHANG, Z.; DERICHE, R.; FAUGERAS, O.; LUONG, Q.-T. **A robust technique for Matching two uncalibrated images through the recovery of the unknown epipolar geometry**. Sophia-Antipolis: INRIA Rapport de Recherche n. 2273, 1994. 39 p.

WALKER, S. **Development of a system for stereomodel heighting based on epipolar scanning**. 1973. 130p. Thesis (Master of Science) - The University of New Brunswick, Fredericton, Canada, 1973.

WANG, C. Y.; SUN, H.; YADA, S.; ROSENFELD, A. Some Experiments in Relaxation Image Matching Using Corner Features. **Pattern Recognition**, v. 16, n. 2, p. 167-182, 1983.

WANG, Y. Structural matching and its applications for photogrammetric automation. In: ISPRS CONGRESS, 1996, Vienna. **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**, Vienna: ISPRS, 1996. v. XXXI, Part B3, p. 918-923.

WOLF, P. R. Definitions of terms and symbols used in Photogrammetry. SLAMA, C. C. et al. (Ed.). **Manual of Photogrammetry**. Virginia: American Society of Photogrammetry, 1980. Chap. XIX, p. 995-1048.

WONG, K. W. Basic Mathematics of Photogrammetry. SLAMA, C. C. et al. (Ed.). **Manual of Photogrammetry**. Virginia: American Society of Photogrammetry, 1980. Chap. II, p. 37-101.

WU, Q. X. A Correlation-Relaxation-Labeling Framework For Computing Optical Flow - Template Matching from a New Perspective. **IEEE-PAMI**, v. 17, n. 8, p. 843-853, Sep. 1995.

XU, G. A unified approach to image matching and segmentation in stereo, motion, and object recognition via recovery of epipolar geometry. **Journal of Computer Vision Research**, The MIT press, v. 1, n. 1, 1997. (<http://www.mitpress.mit.edu/videre.html>).

APÊNDICE A

Descrição dos Aplicativos Desenvolvidos

Neste apêndice é feita uma descrição mais detalhada dos aplicativos desenvolvidos, sendo apresentados os parâmetros de controle de cada um. Além disso, é feita a descrição de alguns dos arquivos de saída, de acordo com a Figura 6.1 do Capítulo 6.

Como pode-se perceber pelo fluxograma da Figura 6.1, cada um dos programas executáveis tem associado um arquivo de parâmetros, com extensão ".par". Estes arquivos contêm os parâmetros de controle dos respectivos aplicativos, bem como alguns valores iniciais, como descrito no Quadro A.1.

Quadro A.1 - Descrição do conteúdo dos arquivos *MATCHING.DAT*, *GERAL.PAR* e *MTUNIX.PAR*.

Arquivo	Conteúdo																						
<i>MATCHING.DAT</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Nomes das imagens, pontos de interesse e arquivo com parâmetros de OI (Orientação interior) - Para a primeira imagem. - Nomes da imagem, pontos de interesse e arquivo com parâmetros de OI (Orientação interior) - Para a segunda imagem. - Diretório onde estão os arquivos definidos nas duas primeiras linhas. - Nome do arquivo com os pontos correspondentes (arquivo de saída). <p>Obs.: Como pode-se ver pela Figura 6.1 este arquivo é usado pelos programas <i>MTUNIX</i>, <i>OR</i> e <i>PM</i>.</p>																						
<i>GERAL.PAR</i>	<p>Arquivo contendo os parâmetros de controle do programa <i>GERAL</i>. Os parâmetros de controle são:</p> <ul style="list-style-type: none"> - tolerância angular (em graus decimais); - tolerância na translação; - tolerância no erro total (angular e translação); - número de iterações a partir do qual o teste é realizado usando o erro total e não as tolerâncias angular e em translação isoladamente; - atitude inicial da câmara da esquerda (Kappa, Phi, Omega, X, Y, Z); e - atitude inicial da câmara da direita (Kappa, Phi, Omega, X, Y, Z). 																						
<i>MTUNIX.PAR</i>	<p>Arquivo contendo os parâmetros de controle do programa <i>MTUNIX</i>. Os parâmetros de controle são:</p> <table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="vertical-align: top; padding-right: 10px;">ϵ_G</td> <td>- limiar global.</td> </tr> <tr> <td style="vertical-align: top; padding-right: 10px;">0/1</td> <td>- variável usada para indicar a inclusão (1) ou não (0) do coeficiente de Correlação (ρ) no cálculo da similaridade.</td> </tr> <tr> <td style="vertical-align: top; padding-right: 10px;">α_{int}</td> <td>- constante relativa à influência da intensidade na similaridade.</td> </tr> <tr> <td style="vertical-align: top; padding-right: 10px;">$\alpha_{\nabla g}$</td> <td>- constante relativa à influência do gradiente na similaridade.</td> </tr> <tr> <td style="vertical-align: top; padding-right: 10px;">α_{ang}</td> <td>- constante relativa à influência das relações angulares na compatibilidade.</td> </tr> <tr> <td style="vertical-align: top; padding-right: 10px;">0/1</td> <td>- variável usada para indicar a inclusão (1) ou não (0) das relações de Distância na compatibilidade.</td> </tr> <tr> <td style="vertical-align: top; padding-right: 10px;">W</td> <td>- dimensão da janela ($W \times W$) no cálculo do coeficiente de correlação.</td> </tr> <tr> <td style="vertical-align: top; padding-right: 10px;">NV</td> <td>- número de vizinhos utilizados no cálculo da compatibilidade.</td> </tr> <tr> <td style="vertical-align: top; padding-right: 10px;">NV_s</td> <td>- número de vizinhos utilizados no cálculo do suporte.</td> </tr> <tr> <td style="vertical-align: top; padding-right: 10px;">ϵ_{SIM}^{up}</td> <td>- limiar para similaridade (%).</td> </tr> <tr> <td style="vertical-align: top; padding-right: 10px;">ϵ_{FNA}</td> <td>- limiar para o Fator de Não Ambigüidade (%).</td> </tr> </table>	ϵ_G	- limiar global.	0/1	- variável usada para indicar a inclusão (1) ou não (0) do coeficiente de Correlação (ρ) no cálculo da similaridade.	α_{int}	- constante relativa à influência da intensidade na similaridade.	$\alpha_{\nabla g}$	- constante relativa à influência do gradiente na similaridade.	α_{ang}	- constante relativa à influência das relações angulares na compatibilidade.	0/1	- variável usada para indicar a inclusão (1) ou não (0) das relações de Distância na compatibilidade.	W	- dimensão da janela ($W \times W$) no cálculo do coeficiente de correlação.	NV	- número de vizinhos utilizados no cálculo da compatibilidade.	NV _s	- número de vizinhos utilizados no cálculo do suporte.	ϵ_{SIM}^{up}	- limiar para similaridade (%).	ϵ_{FNA}	- limiar para o Fator de Não Ambigüidade (%).
ϵ_G	- limiar global.																						
0/1	- variável usada para indicar a inclusão (1) ou não (0) do coeficiente de Correlação (ρ) no cálculo da similaridade.																						
α_{int}	- constante relativa à influência da intensidade na similaridade.																						
$\alpha_{\nabla g}$	- constante relativa à influência do gradiente na similaridade.																						
α_{ang}	- constante relativa à influência das relações angulares na compatibilidade.																						
0/1	- variável usada para indicar a inclusão (1) ou não (0) das relações de Distância na compatibilidade.																						
W	- dimensão da janela ($W \times W$) no cálculo do coeficiente de correlação.																						
NV	- número de vizinhos utilizados no cálculo da compatibilidade.																						
NV _s	- número de vizinhos utilizados no cálculo do suporte.																						
ϵ_{SIM}^{up}	- limiar para similaridade (%).																						
ϵ_{FNA}	- limiar para o Fator de Não Ambigüidade (%).																						

Como pode-se observar no Quadro A.1, vários parâmetros devem ser definidos. Como exemplo de dados usados no arquivo *GERAL.PAR* é mostrado o Quadro A.2.

Quadro A.2 - Valores atribuídos aos parâmetros de controle presentes no arquivo *GERAL.PAR*.

Valores	Descrição
0.0166	- O equivalente a um minuto de arco (expresso em graus decimais).
0.01	- Considerando a base unitária este valor corresponde a 1%.
0.1	- 0.1 (Erro total).
5	- Número de iterações a partir do qual o erro total passa a ser usado como limite de convergência.
0, 0, 0, 0, 0, 0	- Atitude inicial da câmara da esquerda (Kappa, Phi, Omega, X, Y, Z);
0, 0, 0, 1, 0, 0	- Atitude inicial da câmara da direita (Kappa, Phi, Omega, X, Y, Z).

A partir dos parâmetros mostrados no quadro anterior, armazenados no arquivo *GERAL.PAR*, pode-se observar que o centro perspectivo (CP) da câmara da esquerda é usado como origem do referencial e a componente b_x da base, dada pela posição x do CP da câmara da direita, assume o valor 1. Os valores mostrados nas duas últimas linhas são utilizados apenas como dados iniciais na orientação relativa.

No Quadro A.3 são descritos os parâmetros de controle que devem ser definidos nos arquivos *PM.PAR* e *OR.PAR*.

Quadro A.3 - Descrição dos parâmetros que devem ser definidos nos arquivos *PM.PAR* e *OR.PAR*.

Arquivo	Descrição
<i>PM.PAR</i>	<p>Arquivo contendo os parâmetros de controle do programa <i>PM</i>:</p> <p>ϵ_G - limiar global.</p> <p>0/1 - variável usada para indicar a inclusão (1) ou não (0) do coeficiente de Correlação (ρ) no cálculo da similaridade.</p> <p>α_{int} - constante relativa à influência da intensidade na similaridade.</p> <p>$\alpha_{\nabla g}$ - constante relativa à influência do gradiente na similaridade.</p> <p>0/1 α_{ge} - a constante α_{ge} está relacionada à influência da injunção epipolar na similaridade. O valor 0 indica que α_{ge} será constante na relaxação. O valor 1 indica que (α_{ge}) é modificado dinamicamente de modo proporcional à razão entre o número de pontos rotulados na iteração anterior com o número de pontos rotulado sem a inclusão das injunções epipolares.</p> <p>α_{ang} - constante relativa à influência das relações angulares na compatibilidade.</p> <p>0/1 - variável usada para indicar a inclusão (1) ou não (0) das relações de Distância na compatibilidade.</p> <p>0/1 $\alpha_{ge'}$ - os elementos desta linha são análogos aos valores "0/1 α_{ge}", mas se referem à compatibilidade.</p> <p>W - dimensão da janela (WxW) no cálculo do coeficiente de correlação.</p> <p>NV - número de vizinhos utilizados no cálculo da compatibilidade.</p> <p>NV_{sup} - número de vizinhos utilizados no cálculo do suporte.</p> <p>ϵ_{SIM} - limiar para similaridade (%).</p> <p>ϵ_{FNA} - limiar para o Fator de Não Ambigüidade (%).</p> <p>ϵ_T c - limiar usado na triangulação e constante relacionada à mudança de acordo com as iterações (ver Seção 5.3.3).</p>
<i>OR.PAR</i>	<p>Arquivo contendo os parâmetros de controle do programa <i>OR</i>, destinado à Orientação Relativa. Os parâmetros de controle são:</p> <ul style="list-style-type: none"> - número máximo de iterações; - peso das observações e da injunção de ortogonalidade (para a matriz de rotação); - limite de convergências para os elementos da base e para os ângulos; - constantes relacionadas com a atenuação dos pesos, para as iterações 1, 2, 3 e 4 (ver Equação 5.46). O último valor é utilizado na iteração 4 e nas demais.

Para finalizar esta descrição é apresentado o Quadro A.4, no qual é discriminado o conteúdo dos demais arquivos de saída mostrados na Figura 6.1.

Quadro A.4 - Descrição do conteúdo dos arquivos de saída dos programas *MTUNIX*, *OR*, *PM* e *GERAL*.

Programa	Arquivo	Descrição
<i>MTUNIX</i>	<i>f_initial_m.pbm</i>	Arquivo imagem mostrando a matriz das similaridades iniciais.
	<i>f_final_m.pbm</i>	Arquivo imagem mostrando a matriz com as similaridades após convergência.
	<i>f_result</i>	Resultados intermediários da relaxação (usado na depuração).
	<i>pontos_xy.dat</i>	Arquivo com os pontos rotulados pelo processo de relaxação.
<i>OR</i>	<i>or.sai</i>	Resultados intermediários da OR (resíduos, correções, $V^T PV$, etc).
	<i>or.res</i>	Resultado da OR (apenas os valores dos parâmetros).
	<i>or_res.res</i>	Resultado da OR (de todas as orientações).
<i>PM</i>	<i>f_initial.pbm</i>	Arquivo imagem mostrando a matriz das similaridades iniciais.
	<i>f_final0.pbm</i>	Arquivo imagem mostrando a matriz com as similaridades após convergência. Par considerado: I. Esquerda \times I. Direita.
	<i>f_final1.pbm</i>	Análogo ao arquivo <i>f_final0.pbm</i> para o par: I. Direita \times I. Esquerda.
	<i>f_result</i>	Resultados intermediários da relaxação.
	<i>pontos_xy.dat</i>	Arquivo com os pontos rotulados pelo processo de relaxação.
<i>GERAL</i>	<i>fund.sai</i>	Arquivo no qual são armazenados os nomes das imagens utilizadas bem como a matriz fundamental correspondente (utilizada para visualizar as linhas epipolares).

Além destes programas desenvolvidos em C, para o ambiente Unix e Linux, foram desenvolvidos alguns aplicativos para o ambiente Windows® utilizando o Matlab®. Estes aplicativos são destinados a duas tarefas:

- à medição dos pontos;
- à visualização das linhas epipolares conjugadas, a partir da matriz Fundamental.

Adicionalmente, foram escritos alguns *scripts* compatíveis com o aplicativo Gnuplot, que permitem a geração de gráficos e funções (2D e 3D), tanto para os sistemas operacionais Unix e Linux quanto Windows®.

APÊNDICE B

Parâmetros Utilizados no Processamento com Imagens Sintéticas

Neste apêndice, são apresentados os parâmetros utilizados no processamento das imagens sintéticas que foram geradas de acordo com os parâmetros descritos na Seção 6.2.1. Na Tabela B.1 são apresentados os parâmetros definidos nos arquivos *MTUNIX.PAR* e *PM.PAR* para cada um dos pares processados, como descrito na Seção 6.3.

Tabela B.1 - Parâmetros utilizados nos arquivos *MTUNIX.PAR* e *PM.PAR* para o processamento das imagens sintéticas.

Imagens	Parâmetros utilizados nos arquivos <i>MTUNIX.PAR</i> (1^a linha) e <i>PM.PAR</i> (2^a linha)		
000e/000d	0,001 1 1,0 2,0	2,0 1	11 6 6 0,90 0,90
	0,001 1 1,0 2,0 (1,0 2,0)	2,0 1 (1,0 2,0)	11 6 6 0,98 0,98 (0,02 0,50)
025e/025d	0,001 1 1,0 2,0	2,0 1	11 6 6 0,90 0,90
	0,001 1 1,0 2,0 (1,0 3,0)	2,0 1 (1,0 3,0)	11 7 7 0,98 0,98 (0,05 0,30)
050e/050d	0,001 1 1,0 2,0	2,0 1	11 6 6 0,90 0,90
	0,001 1 1,0 2,0 (1,0 3,0)	2,0 1 (1,0 3,0)	11 7 7 0,98 0,98 (0,05 0,30)
075e/075d	0,001 1 1,0 2,0	2,0 1	11 6 6 0,90 0,90
	0,001 1 1,0 2,0 (1,0 3,0)	2,0 1 (1,0 3,0)	11 6 6 0,98 0,98 (0,05 0,20)
100e/100d	0,001 1 1,0 2,0	2,0 1	11 6 6 0,90 0,90
	0,001 1 1,0 2,0 (1,0 3,0)	2,0 1 (1,0 3,0)	11 6 6 0,95 0,95 (0,05 0,20)
125e/125d	0,001 1 1,0 2,0	2,0 1	11 6 6 0,90 0,90
	0,001 1 1,0 2,0 (1,0 2,0)	2,0 1 (1,0 2,0)	11 7 7 0,98 0,98 (0,02 0,50)
150e/150d	0,001 1 1,0 2,0	2,0 1	11 6 6 0,90 0,90
	0,001 1 1,0 3,0 (1,0 2,0)	2,0 1 (1,0 2,0)	11 7 7 0,95 0,95 (0,02 0,50)
Rote/rotD	0,001 1 1,0 2,0	2,0 1	9 6 6 0,90 0,90
	0,001 0 1,0 2,0 (1,0 3,0)	2,0 1 (1,0 3,0)	9 7 7 0,98 0,98 (0,05 0,00)

Os valores mostrados na Tabela B.1 se referem aos elementos descritos nos Quadros A.1 e A.3, mostrados no Apêndice A. Como pode ser visto na tabela acima, as linhas mais escuras se referem aos parâmetros utilizados no processamento no qual são incluídas as injunções epipolares. Os valores entre colchetes se referem àqueles que tem um comportamento dinâmico, como a influência da injunção epipolar no cálculo das similaridades e compatibilidades, além do erro na triangulação, usado no processo de verificação da correspondência.

APÊNDICE C

Parâmetros Utilizados no Processamento com Imagens Reais Adquiridas em Ambientes Externos

Neste apêndice, são apresentados os parâmetros utilizados no processamento das imagens reais, tomadas em ambiente externo, como descrito nas Seções 6.7 e 6.8.

Na Tabela C.1 são apresentados os parâmetros definidos nos arquivos *GERAL.PAR*, *OR.PAR*, *MTUNIX.PAR* e *PM.PAR* para as imagens usadas na Seção 6.7. As Tabelas C.2 e C.3 trazem os parâmetros utilizados no processamento das imagens dos dois grupos de imagens apresentados na Seção 6.8.

Tabela C.1 - Parâmetros utilizados no processamento de alguns pares formados usando as imagens reais fct2_a, fct2_b, fct2_c e fct2_d.

Imagens	Arquivo	Parâmetros
FCT2_A FCT2_B	GERAL.PAR	0,016667 0,010000 0,100000 5 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 1,0 0,0 0,0
	OR.PAR	500 1,0e+06 1,0e+15 0,100000 0,000145 2,0 3,0 4,0 5,0
	MTUNIX.PAR	0,001 1 2,0 3,0 2,0 0 11 7 7 0,80 0,90
	PM.PAR	0,001 1 1,0 2,0 (1 3,0) 2,0 1 (1 3,0) 11 7 7 0,80 0,90 (0,1 0,10)
FCT2_D FCT2_B	GERAL.PAR	0,016667 0,010000 0,100000 5 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 1,0 0,0 0,0
	OR.PAR	500 1,0e+06 1,0e+15 0,100000 0,000145 2,0 3,0 4,0 5,0
	MTUNIX.PAR	0,001 1 2,0 3,0 2,0 0 11 5 5 0,80 0,90
	PM.PAR	0,005 1 1,0 2,0 (1 3,0) 2,0 0 (1 3,0) 11 9 7 0,80 0,80 (0,05 0,00)
FCT2_C FCT2_D	GERAL.PAR	0,016667 0,010000 0,100000 5 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 1,0 0,0 0,0
	OR.PAR	500 1,0e+06 1,0e+15 0,100000 0,000145 2,0 3,0 4,0 5,0
	MTUNIX.PAR	0,001 1 2,0 3,0 2,0 0 11 5 5 0,80 0,90

Tabela C.2 - Parâmetros utilizados no processamento de alguns pares utilizando as imagens fct1_a, fct1_b, fct1_c e fct1_d.

Imagens	Arquivo	Parâmetros
FCT1_B FCT1_A	GERAL.PAR	0,016667 0,010000 0,100000 5 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 1,0 0,0 0,0
	OR.PAR	500 1,0e+06 1,0e+15 0,100000 0,000145 2,0 3,0 4,0 5,0
	MTUNIX.PAR	0,001 1 2,0 3,0 2,0 0 11 7 7 0,80 0,90
	PM.PAR	0,005 1 1,0 2,0 (1 2,0) 2,0 1 (1 2,0) 11 7 7 0,80 0,98 (0,01 0,10)
FCT1_A FCT1_C	GERAL.PAR	0,016667 0,010000 0,100000 5 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 1,0 0,0 0,0
	OR.PAR	500 1,0e+06 1,0e+15 0,100000 0,000145 2,0 3,0 4,0 5,0
	MTUNIX.PAR	0,001 1 2,0 3,0 2,0 0 11 7 7 0,80 0,90
	PM.PAR	0,005 1 1,0 2,0 (1 1,5) 2,0 1 (1 1,5) 11 7 7 0,80 0,98 (0,1 0,10)
FCT1_A FCT1_D	GERAL.PAR	0,016667 0,010000 0,100000 5 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 1,0 0,0 0,0
	OR.PAR	500 1,0e+06 1,0e+15 0,100000 0,000145 2,0 3,0 4,0 5,0
	MTUNIX.PAR	0,001 1 2,0 3,0 2,0 0 11 7 7 0,80 0,90
	PM.PAR	0,005 1 1,0 2,0 (1 2,0) 2,0 1 (1 2,0) 11 7 7 0,80 0,98 (0,1 0,00)

Tabela C.3 - Parâmetros utilizados no processamento dos pares compostos pelas imagens fct3_a, fct3_b, fct3_c, fct3_d e fct3_e.

Imagens	Arquivo	Parâmetros
FCT3_A FCT3_D	GERAL.PAR	0,016667 0,010000 0,100000 5 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 1,0 0,0 0,0
	OR.PAR	500 1,0e+06 1,0e+15 0,100000 0,000145 2,0 3,0 4,0 5,0
	MTUNIX.PAR	0,001 0 1,0 2,0 2,0 1 11 5 5 ,95 0,95
	PM.PAR	0,001 0 1,0 2,0 (1 2,0) 2,0 0 (1 2,0) 11 9 7 0,90 0,95 (0,01 0,20)
FCT3_A FCT3_E	GERAL.PAR	0,016667 0,010000 0,100000 5 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 1,0 0,0 0,0
	OR.PAR	500 1,0e+06 1,0e+15 0,100000 0,000145 2,0 3,0 4,0 5,0
	MTUNIX.PAR	0,001 1 2,0 3,0 2,0 1 11 9 7 0,95 0,95
	PM.PAR	0,001 1 1,0 2,0 (1 2,0) 2,0 1 (1 2,0) 11 9 7 0,95 0,98 (0,01 0,30)
FCT3_C FCT3_D	GERAL.PAR	0,016667 0,010000 0,100000 5 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 1,0 0,5 0,5
	OR.PAR	500 1,0e+06 1,0e+15 0,100000 0,000145 2,0 3,0 4,0 5,0
	MTUNIX.PAR	0,001 0 1,0 2,0 2,0 0 11 5 5 0,80 0,95
	PM.PAR	0,005 0 1,0 2,0 (1 2,0) 2,0 0 (1 2,0) 11 5 5 0,90 0,95 (0,05 0,10)
FCT3_C FCT3_E	GERAL.PAR	0,016667 0,010000 0,100000 5 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 1,0 0,0 0,0
	OR.PAR	500 1,0e+06 1,0e+15 0,100000 0,000145 2,0 3,0 4,0 5,0
	MTUNIX.PAR	0,001 0 1,0 2,0 2,0 0 11 5 5 0,80 0,95
	PM.PAR	0,005 0 1,0 2,0 (1 2,0) 2,0 0 (1 2,0) 11 5 5 0,90 0,95 (0,05 0,00)

ÍNDICE DE AUTORES

A

Ackermann, F. - 24, 25, 28, 62, 78, 128
Agouris, P. - 25, 28
Aggarwal, J. K. - 5, 14, 16, 92
Aloimonos, J. Y. - 4
Andrade, J. B. de - 24, 28, 32, 55, 61, 75,
92, 165
Apostol, T. - 32

B

Ballard, D. H. - 87, 143
Banerjee, S. - 41
Barakat, H. - 70
Barrodale, I. - 6, 37
Batscheider, J. - 6, 10, 39, 44, 58
Beyer, H. A. - 163
Boyle, R. - 46, 49
Brady, J. M. - 6, 37, 166
Brandastatter, G. - 69
Brinkmann, H. W. - 69, 127-128, 131-132
Brown, C. M. - 87, 143

C

Chai, J. - 42, 44-45
Chang, S. H. - 6, 32, 40
Cheng, F. H. - 6, 32, 40
Chen, Z. - 41
Chia, T.-L. - 41
Chipman, L. J. - 36
Chiu, J.-M. - 41
Chuang, J.-H. - 41

Cintra, J. P. - 18
Cooper, M. A. R. - 54

D

Dalmolin, Q. - 24
Dal Poz, A. P. - 18, 29, 30, 56
Debevec, P. E. - 6, 40, 44-45
Deriche, R. - 10, 16, 38, 42, 44, 70, 143-
144, 150, 166, 229, 233
Dhond, U. R. - 5, 14, 16, 92
Do, K.-H. - 16, 42, 44-45
Doucette, P. - 70
Dowman, I. - 3
Downs, L. - 133

E

Ebner, H. - 10, 39, 44, 58, 128

F

Faugeras, O. - 10, 16, 35, 38, 42, 44-47,
49-50, 70, 98, 106, 126, 128, 132-133,
143-144, 150, 229, 233
Feiden, D. - 128
Flusser, J. - 6, 31-32, 38
Fonseca, L. M. G. - 14, 22
Förstner, W. - 138
Francis, G. K. - 129-130
Frederiksen, P. - 137
Fryer, J. G. - 55, 75
Fu, K. S. - 131-132

G

Galo, M. - 69-70, 75, 102, 132-133, 159, 163, 165-166
 Gemael, C. - 24, 78-79, 82, 87, 123
 Georgis, N. - 6, 42, 44-45
 Giraudon, G. - 166
 Gold, S. - 42
 Gomes, J. - 130-131, 133
 Gonzales, R. C. - 23, 38, 56, 131-132, 142-143
 Goshtasby, A. - 7, 32, 34
 Grün, A. - 26-28, 138
 Gruner, H. - 2

H

Há, Y.-H. - 16, 42, 44-45
 Habib, A. - 6-8, 44, 57
 Haralick, R. - 2, 3, 40, 55
 Hart, J. C. - 129-130
 Hartley, R. I. - 70-71
 Hedley, M. - 166
 Heipke, C. - 4-7, 10, 16, 18, 39, 44, 58
 Hasegawa, J. K. - 137, 163
 Hellwich, O. - 10, 39, 44, 58
 Hlavac, V. - 46, 49
 Horn, B. K. P. - 1-2, 126, 129, 132-133
 Hummel, R. A. - 46-50, 97, 99
 Hsu, W. H. - 6, 32, 40

I

Ip, H. H. S. - 32, 43
 ISM - 28

J

Jain, R. - 1-2, 21-22, 49, 55, 92, 132-133, 142-143
 Jain, A. K. - 5, 35
 Jones, G. A. - 5, 16, 29
 Jørgensen, P. C. - 137
 Juhl, J. - 137-139

K

Kanal, L. N. - 5, 34

Kasturi, R. - 1-2, 21-22, 49, 55, 92, 132-133, 142-143
 Karara, H. M. - 61, 90, 92
 Kauffman, L. H. - 129, 130
 Kelley, D. - 6-8, 44, 57
 Kim, Y.-S. - 16, 42, 44-45
 Kittler, J. - 6, 42, 44-45
 Klein, H. - 128
 Klotz, E. A. - 69, 127-128, 131-132
 Krarup, T. - 137, 139
 Kraus, K. - 92
 Kreyszig, E. - 115
 Kubik, K. - 137, 139
 Kuwahara, R. - 6, 37

L

Lambird, B. A. - 5, 34
 Laprade, G. L. - 92
 Lavine, D. - 5, 34
 Le Moigne, J. - 5, 7, 16, 32, 43
 Lee, C. S. G. - 131-132
 Li, S. Z. - 6, 37
 Li, J. C. - 35
 Livingston, R. G. - 75
 Lobonc Jr., T. - 57
 Longuet-Higgins, H. C. - 71
 Lo, K. C. - 36
 Lowe, D. G. - 40, 44
 Lu, Chieng-Ping - 42
 Luong, Q.-T. - 10, 16, 38, 42, 44, 70, 128, 143-144, 150, 229, 233
 Lugnani, J. B. - 24, 54-55, 57, 75, 82, 128-129
 Lyons, K. - 137

M

Ma, S. D. - 42, 44-45
 Malik, J. - 6, 40, 44-45
 Mayr, W. - 10, 39, 44, 58
 Manjunath, B. S. - 14, 22
 McReynolds, D. P. - 40, 44
 Merchant, D. - 137, 139
 Mester, R. - 128
 Mikhail, E. M. - 57, 62, 70, 78
 Mitishita, E. A. - 137
 Mlolsness, E. - 42
 Moniwa, H. - 75

-
- Moravec, H. P. - 166
 Mohr, R. - 8
 Mount, D. M. - 5, 16, 32, 43
 Mühlich, M. - 128
 Mulder, N. J. - 36
- N**
- Netanyahu, N. S. - 5, 16, 32, 42
 Nogueira, F. M. de A. - 23-24, 92, 179
- O**
- Ogawa, H. - 5, 34
 Ohlhof, T. - 6, 10, 39, 44, 58
 Olivas, M. A. A. - 75, 165
- P**
- Pappu, S. - 42
 Perl, A. - 25, 28
 Petrou, M. - 6, 42, 44-45
 Plugers, P. - 7, 57
 Poeckert, R. - 6, 37
 Poth, Z. - 6, 10, 39, 44, 58
 Price, K. E. - 49
- R**
- Rangarajan, A. - 42
 Ranganath, H. S. - 36
 Robson, S. - 54
 Rosenfeld, A. - 5, 33, 47-50
- S**
- Schalkoff, R. J. - 21-22, 49-50, 101
 Schenk, T. - 25, 28, 35, 56, 137, 139
 Schunck, B. G. - 1, 2, 21-22, 49, 55, 92, 132-133, 142-143
 Shan, J. - 69, 71
 Shao, J. - 43-45
 Shapiro, L. G. - 2, 3, 40, 55
 Shapiro, L. S. - 6, 37
 Shen, D. - 32, 43
 Shih, T.-Y. - 126, 128, 132-133
 Shortis, M. R. - 163
 Skea, D. - 6, 37
 Slama, C. C. - 128
 Smith, S. M. - 166
- Sonka, M. - 46, 49
 Stockman, G. C. - 32, 34
 Strauch, J. C. M. - 19, 24-25, 28, 140
 Strat, T. M. - 2
 Sudhir, G. - 41
 Sun, C. - 40, 44-45
 Sun, H. - 5, 33
 Suk, T. - 6, 31-32, 38
- T**
- Tan, Z. - 69
 Tang, L. - 6, 7, 10, 39, 44, 58
 Taylor, C. J. - 6, 40, 44-45
 Teunissen, P. T. G. - 138
 Thompson, M. M. - 2
 Tommaselli, A. M. G. - 18, 56-57, 75, 163
 Ton, J.; - 5, 35
 Tozzi, C. L. - 69-70, 75, 92, 102, 132-133, 159, 166, 179
 Trautwein, S. - 128
 Trajkovic, M. - 166
- U**
- Uam, T.-U. - 16, 42, 44-45
- V**
- Velho, L. - 130-131, 133
- W**
- Walker, S. - 24
 Wang, C. Y. - 5, 33
 Wang, Y. - 18
 Weng, W. - 137
 Wolf, P. R. - 92
 Wong, K. W. - 55, 126
 Wong, W.-H. - 32, 43
 Woods R. E. - 23, 38, 56, 142-143
 Wu, C. - 8
 Wu, G. Z. - 6, 32, 40
 Wu, Q. X. - 49
- X**
- Xu, X. - 69
 Xu, G. - 10, 41, 58
-

Y

Yanniris, Y. - 19, 20-22, 24, 140
Yada, S. - 5, 33
Young, C. - 161

Z

Zhang, Z. - 10, 16, 38, 42, 44, 70, 128,
143-144, 150, 229, 233
Zisserman, A. A. - 41
Zucker, S. W. - 46-50, 97, 99