



Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Departamento de Sistemas de Energia Elétrica

O PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DOS SISTEMAS ELÉTRICOS NO  
CONTEXTO DE UM AMBIENTE COMPETITIVO

Por:  
**Sérgio Luís Haffner**

Orientadores:

**Prof. Dr. Ariovaldo Verândio Garcia** – FEEC/UNICAMP  
**Prof. Dr. Alcir José Monticelli** – FEEC/UNICAMP

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

**Banca Examinadora:**

Prof. Dr. Ariovaldo Verândio Garcia (Presidente) – FEEC/UNICAMP  
Prof. Dr. Gerson Couto de Oliveira – PUC/Rio  
Dr. Sérgio Granville – PSRI  
Prof. Dr. Secundino Soares Filho – FEEC/UNICAMP  
Prof. Dr. André Luiz Morelato França – FEEC/UNICAMP  
Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Jr. – FEEC/UNICAMP

Campinas, Maio de 2000.

## RESUMO

Neste trabalho, apresenta-se um modelo para o problema do planejamento dinâmico integrado da expansão dos sistemas elétricos que serve como subsídio para uma estrutura independente de planejamento, compatível com o ambiente competitivo no qual se insere o setor elétrico atual. Os investimentos em geração e transmissão são determinados simultaneamente, levando em conta um horizonte de longo prazo que é discretizado em múltiplos estágios. No modelo proposto a entidade responsável pelo planejamento da expansão, o Planejador Independente da Expansão, divulga o plano indicativo de expansão e outras informações que são utilizadas pelos agentes do setor para orientarem os seus investimentos na área. Três modelos de rede são empregados (transportes, fluxo de carga CC e híbrido transporte-CC) em um algoritmo hierarquizado que utiliza a decomposição de Benders para resolver o problema de expansão da capacidade, considerando os custos de investimento e operação. O problema original é separado em um subproblema mestre (investimento) e diversos subproblemas escravos (operação). Cada estágio é representado por um subproblema de operação, sendo o subproblema mestre resolvido por um algoritmo *branch-and-bound* especializado e os subproblemas de operação (problemas de PL) pelo pacote MINOS. São discutidas e apresentadas estratégias para melhorar o desempenho do algoritmo descrito e a eficiência dessas estratégias é mostrada através de exemplos de aplicação a sistemas elétricos teóricos e práticos. O algoritmo *branch-and-bound* desenvolvido e as técnicas de seleção empregadas são descritos em detalhes e ilustradas através de exemplos. É apresentada, também, a forma de atuação do Planejador Independente sendo mostrada sua pertinência no atual contexto do setor elétrico nacional.

## ABSTRACT

In this work, an integrated dynamic expansion planning of electric energy systems model is proposed. Such model can be used by an independent structure of planning, compatible with the current competitive environment of the electric industry. The investments in generation and transmission are obtained simultaneously, taking into account a long term planning horizon that is split in multiple stages. In the proposed model, the entity responsible for the expansion planning, the Independent Expansion Planner, divulges the indicative expansion plan and other information that will be used by the sector agents to guide its investments in the area. Three network models are used (transport, DC load flow and hybrid transport-DC) in an hierarchical algorithm that uses the Benders decomposition to solve the problem of capacity expansion, considering the investment and operation costs. The original problem is separated in a master subproblem (investment) and several slaves subproblems (operation). Each stage is represented by an operation subproblem and the master subproblem is solved by an specialized branch-and-bound algorithm. The operation subproblems (LP problems) are solved through the MINOS package. Strategies to improve the described algorithm performance are discussed and presented. The efficiency of those strategies is shown through tests using theoretical and real electric systems. The developed branch-and-bound algorithm and the selection techniques employed are described in details and illustrated through examples. It is presented, also, the Independent Planner actuation and its relevance in the current context of the national electric industry is pointed out.

À minha Família.

## AGRADECIMENTOS

Desejo expressar meus sinceros agradecimentos:

- Aos Profs. Ariovaldo Verândio Garcia e Alcir José Monticelli pela dedicação e pelo estímulo durante a orientação deste trabalho;
- Ao Prof. Rubén Augusto Romero Lázaro pelas discussões realizadas;
- A Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul e a CAPES por tornarem possível meus estudos na UNICAMP;
- A Miriam von Zuben pelo auxílio prestado na utilização dos recursos do DSEE, em particular, por manter um sistema estável que possibilitou a realização das simulações necessárias;
- A todos os professores do DSEE pelo apoio e pela colaboração;
- Aos meus colegas de departamento pela amizade e pelo excelente convívio ao longo dos anos que estive em Campinas, em especial Asada, Baleeiro, Diniz, Fernando, Grilo, Madson, Regina, Walmir e Zeca;
- A Edna Servidone pela ajuda dispensada;
- A minha família e diversos amigos que, mesmo distantes, estiveram próximos o bastante para me incentivar e apoiar, em especial a minha esposa Jacqueline pelo carinho, compreensão e companheirismo e aos meus filhos Evelyn e Brian por completarem a minha existência.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>A reestruturação do setor elétrico</b>	<b>3</b>
2.1	Introdução . . . . .	3
2.2	Características básicas da reforma do setor elétrico . . . . .	4
2.3	Estrutura atual do setor elétrico brasileiro . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Formulação do problema de planejamento dinâmico integrado da expansão</b>	<b>12</b>
3.1	Introdução . . . . .	12
3.2	Formulação estática em um estágio . . . . .	14
3.2.1	Modelo de transportes . . . . .	16
3.2.2	Modelo do fluxo de carga CC . . . . .	18
3.2.3	Modelo híbrido . . . . .	20
3.3	Formulação dinâmica em múltiplos estágios . . . . .	21
3.3.1	Modelo de transportes . . . . .	23
3.3.2	Modelo do fluxo de carga CC . . . . .	25
3.3.3	Modelo híbrido . . . . .	26
<b>4</b>	<b>Decomposição de Benders e o planejamento dinâmico integrado da expansão</b>	<b>28</b>
4.1	Introdução . . . . .	28
4.2	Decomposição de Benders no planejamento estático da expansão . . . . .	31
4.2.1	Modelo de transportes . . . . .	32
4.2.2	Modelo do fluxo de carga CC . . . . .	33
4.2.3	Modelo híbrido . . . . .	36
4.2.4	Planejamento hierarquizado da expansão . . . . .	39
4.3	Decomposição de Benders no planejamento dinâmico da expansão . . . . .	43
4.3.1	Modelo de transportes . . . . .	44
4.3.2	Modelo do fluxo de carga CC . . . . .	46
4.3.3	Modelo híbrido . . . . .	48
4.3.4	Planejamento hierarquizado da expansão . . . . .	50
4.4	Estratégias para melhorar o desempenho da metodologia de decomposição . . . . .	57
4.4.1	Determinação de restrições adicionais . . . . .	57
4.4.1.1	Restrições de novos caminhos . . . . .	57
4.4.1.2	Restrições de cerca . . . . .	59
4.4.2	Solução seqüencial de problemas semelhantes . . . . .	61
4.4.3	Determinação de cortes de Benders alternativos . . . . .	62

<b>5</b>	<b>Algoritmo <i>branch-and-bound</i> aplicado ao problema de planejamento</b>	<b>64</b>
5.1	Introdução . . . . .	64
5.2	Fundamentos teóricos . . . . .	65
5.3	Algoritmo geral . . . . .	68
5.4	Seleção do subproblema candidato e da variável de separação . . . . .	72
5.4.1	Pseudocusto . . . . .	73
5.4.2	Seleção do subproblema candidato . . . . .	76
5.4.3	Seleção da variável de separação . . . . .	80
<b>6</b>	<b>O planejamento da expansão em um ambiente competitivo</b>	<b>82</b>
6.1	Introdução . . . . .	82
6.2	Estrutura da indústria de eletricidade . . . . .	84
6.3	O planejador independente da expansão do sistema . . . . .	86
6.3.1	Planejamento da expansão <i>versus</i> planejamento da operação . . . . .	89
6.3.2	Simulação da operação do sistema conhecido . . . . .	91
6.3.2.1	Modelo de transportes . . . . .	92
6.3.2.2	Modelo do fluxo de carga CC . . . . .	94
6.3.2.3	Modelo híbrido . . . . .	94
6.3.3	Informações divulgadas pelo planejador . . . . .	95
<b>7</b>	<b>Testes e resultados</b>	<b>97</b>
7.1	Introdução . . . . .	97
7.2	Detalhes da implementação realizada . . . . .	98
7.2.1	Estrutura geral . . . . .	98
7.2.2	Algoritmo <i>branch-and-bound</i> . . . . .	101
7.3	Comparação entre modelos de rede . . . . .	103
7.3.1	Sistema de 6 barras de Garver . . . . .	104
7.3.1.1	Problema com redespacho . . . . .	105
7.3.1.2	Problema sem redespacho . . . . .	106
7.3.2	Sistema Sul brasileiro de 46 barras . . . . .	106
7.3.2.1	Problema com redespacho . . . . .	108
7.3.2.2	Problema sem redespacho . . . . .	109
7.3.3	Comentários sobre os modelos de rede . . . . .	110
7.4	Influência das restrições adicionais . . . . .	111
7.5	Influência dos critérios de seleção no algoritmo <i>branch-and-bound</i> . . . . .	112
7.6	Planejamento integrado em múltiplos estágios . . . . .	113
7.6.1	Sistema de 5 barras em 3 estágios . . . . .	114
7.6.1.1	Estágios iguais com duração de 1 ano . . . . .	115
7.6.1.2	Estágios com duração de 2, 3 e 5 anos . . . . .	119
7.6.1.3	Estágios com duração de 1 ano e $\underline{N}_1^1 = 1$ . . . . .	122
7.6.1.4	Estágios com duração de 1 ano e $\underline{N}_1^2 = 1$ . . . . .	123
7.6.2	Sistema Sul brasileiro de 46 barras em 2 estágios . . . . .	123
7.7	Exemplo de atuação do planejador independente da expansão . . . . .	124
7.7.1	Previsões divulgadas pelo planejador . . . . .	126
7.7.2	Interação com os agentes de mercado . . . . .	129
7.7.2.1	Proposta 1: Inclusão de um novo gerador na Barra 1 . . . . .	129

7.7.2.2	Proposta 2: Inclusão de um novo gerador na Barra 4 . . . . .	131
<b>8</b>	<b>Conclusões</b>	<b>133</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>136</b>
<b>A</b>	<b>Dados dos sistemas testados</b>	<b>136</b>
A.1	Sistema de 5 barras em 3 estágios . . . . .	136
A.2	Sistema de 6 barras de Garver . . . . .	137
A.3	Sistema Sul brasileiro de 46 barras . . . . .	139
A.3.1	Restrições de novos caminhos . . . . .	142
A.3.2	Restrições de cerca . . . . .	143
<b>B</b>	<b>Artigos elaborados</b>	<b>144</b>
B.1	Introdução . . . . .	144
B.2	Artigo XV SNPTEE . . . . .	145
B.3	Artigo IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution . . . . .	151

# Lista de Tabelas

2.1	Modelos de estrutura do setor elétrico. . . . .	5
2.2	Reestruturação do setor elétrico brasileiro. . . . .	6
4.1	Expansão em dois estágios do sistema da Figura 4.11. . . . .	63
5.1	Evolução dos <i>pseudocustos</i> observados na árvore da Figura 5.1. . . . .	75
5.2	Evolução dos <i>pseudocustos</i> observados na árvore da Figura 5.2. . . . .	76
5.3	Evolução da árvore <i>branch-and-bound</i> da Figura 5.1 – regra LIFO. . . . .	76
5.4	Evolução da árvore <i>branch-and-bound</i> – melhor estimativa. . . . .	78
5.5	Valores de degradação da função objetivo para o nó 0. . . . .	81
5.6	Valores de degradação da função objetivo para o nó 0 – <i>pseudocustos</i> constantes. . . . .	81
6.1	Diferenças entre o planejamento da operação e da expansão. . . . .	90
6.2	Etapas do planejamento da operação e da expansão. . . . .	91
7.1	Modelos de rede inicial e final de cada fase. . . . .	99
7.2	Escalonamento da atualização dos modelos. . . . .	99
7.3	Comparação entre modelos de rede – Sistema Garver com redespacho. . . . .	105
7.4	Comparação entre modelos de rede – Sistema Garver sem redespacho. . . . .	106
7.5	Comparação entre modelos de rede – Sistema Sul brasileiro com redespacho. . . . .	109
7.6	Comparação entre modelos de rede – Sistema Sul brasileiro sem redespacho. . . . .	110
7.7	Influência das restrições adicionais – Sistema Sul brasileiro sem redespacho. . . . .	112
7.8	Influência dos critérios de seleção – Sistema Sul brasileiro com redespacho. . . . .	113
7.9	Sistema de 5 barras – Estágios com duração de 1 ano. . . . .	118
7.10	Sistema de 5 barras – Estágios com duração de 2, 3 e 5 anos. . . . .	120
7.11	Sistema de 5 barras – Estágios com duração de 1 ano e $\underline{N}_1^1 = 1$ . . . . .	122
7.12	Sistema de 5 barras – Estágios com duração de 1 ano e $\underline{N}_1^2 = 1$ . . . . .	123
7.13	Sistema Sul brasileiro em 2 estágios . . . . .	125
7.14	Sistema de 5 barras – Operação simulada do sistema já definido. . . . .	127
7.15	Sistema de 5 barras – Operação simulada considerando a Proposta 1 . . . . .	130
7.16	Sistema de 5 barras – Operação simulada considerando a Proposta 2 . . . . .	131
7.17	Sistema de 5 barras – Solução incluindo a Proposta 2. . . . .	132
A.1	Sistema de 5 barras em 3 estágios – dados das barras. . . . .	136
A.2	Sistema de 5 barras em 3 estágios – dados das linhas. . . . .	137
A.3	Sistema de 5 barras em 3 estágios – dados dos geradores candidatos. . . . .	137
A.4	Sistema de 6 barras de Garver – dados das barras. . . . .	138



A.5	Sistema de 6 barras de Garver – dados das linhas. . . . .	138
A.6	Sistema Sul brasileiro de 46 barras – dados das barras. . . . .	139
A.6	Sistema Sul brasileiro de 46 barras – dados das barras (continuação). . . . .	140
A.7	Sistema Sul brasileiro de 46 barras – dados das linhas. . . . .	140
A.7	Sistema Sul brasileiro de 46 barras – dados das linhas (continuação). . . . .	141
A.7	Sistema Sul brasileiro de 46 barras – dados das linhas (continuação). . . . .	142
A.8	Sistema Sul brasileiro de 46 barras – restrições de novos caminhos. . . . .	143
A.9	Sistema Sul brasileiro de 46 barras – restrições de cerca. . . . .	143

# Lista de Figuras

2.1	Setor elétrico verticalmente estruturado. . . . .	4
3.1	Determinação do valor presente – problema estático. . . . .	14
3.2	Duração dos estágios. . . . .	22
3.3	Determinação do valor presente – problema dinâmico. . . . .	23
4.1	Processo de decisão em duas etapas. . . . .	29
4.2	Decomposição de Benders. . . . .	30
4.3	Decomposição de Benders – modelo de transportes em um estágio. . . . .	34
4.4	Decomposição de Benders – modelo do fluxo de carga CC em um estágio. . . . .	36
4.5	Decomposição de Benders – modelo híbrido em um estágio. . . . .	38
4.6	Estrutura do algoritmo hierarquizado para planejamento estático. . . . .	42
4.7	Decomposição do planejamento dinâmico integrado. . . . .	44
4.8	Estrutura do algoritmo hierarquizado para planejamento dinâmico. . . . .	55
4.9	Novo caminho definido por linha-transformador. . . . .	58
4.10	Região viável das variáveis $n_{ab}$ e $n_{bc}$ após inclusão das restrições de novos caminhos. . . . .	59
4.11	Restrições de cercas que incluem a área $A$ . . . . .	61
5.1	Árvore <i>branch-and-bound</i> do problema (5.1). . . . .	70
5.2	Árvore <i>branch-and-bound</i> alternativa para o problema (5.1). . . . .	72
5.3	Árvore auxiliar para cálculo dos <i>pseudocustos</i> iniciais da variável $n_{13}$ . . . . .	75
5.4	Determinação das estimativas dos descendentes. . . . .	79
6.1	Estrutura competitiva para expansão . . . . .	87
7.1	Configuração base do Sistema de 6 barras de Garver. . . . .	104
7.2	Configuração base do sistema Sul brasileiro de 46 barras. . . . .	107
7.3	Sistema de 5 barras. . . . .	114
7.4	Fatores de desconto dos estágios com duração de 1 ano. . . . .	115
7.5	Sistema de 5 barras – Estágios com duração de 1 ano (Solução 1). . . . .	116
7.6	Sistema de 5 barras – Estágios com duração de 1 ano (Solução 2). . . . .	117
7.7	Fatores de desconto dos estágios com duração de 2, 3 e 5 anos. . . . .	120
7.8	Sistema de 5 barras – Estágios com duração de 2, 3 e 5 anos. . . . .	121

# Capítulo 1

## Introdução

Nas duas últimas décadas o setor elétrico mundial tem passado por uma profunda reestruturação motivada pela necessidade de aumentar a eficiência na produção e distribuição da energia. Seja porque as empresas de eletricidade estatais ou privadas falharam no fornecimento adequado em qualidade e preço ou devido a uma tendência global de liberalização da economia, o paradigma de organização do setor elétrico está sendo drasticamente alterado<sup>1</sup>. A tendência dominante é a introdução da competição, principalmente, na produção e na distribuição da energia elétrica, através da implementação de um mercado competitivo de eletricidade.

De uma maneira geral, partiu-se de um setor elétrico estruturado na forma de monopólios regionais, nos quais as atividades de produção, transmissão e distribuição de energia eram controladas por empresas que atuavam em determinadas áreas geográficas. O novo entendimento para o setor identifica, pelo menos, quatro etapas distintas nesta cadeia produção-consumo [?]: geração, comercialização, transmissão e distribuição. Considerando que algumas destas atividades podem ser desenvolvidas em ambientes competitivos, a motivação principal para a reforma é que a concorrência entre os diversos provedores de um mesmo serviço possa estimular a existência de um fornecimento eficiente, tanto em qualidade quanto no preço.

Frente a esta nova ordem imposta ao setor elétrico, as atividades de planejamento da operação e da expansão do sistema assumem uma importância ainda maior, em função da necessidade de conciliar interesses comerciais dos diversos agentes envolvidos. Em particular, o planejamento da expansão dos sistemas de geração e transmissão precisa ser realizado de forma conjunta e com um horizonte de longo prazo, mesmo que os agentes responsáveis pelos empreendimentos sejam diversos. Por um lado, a operação do sistema elétrico, em particular dos geradores, está sujeita às características do sistema de transmissão e limitada à sua capacidade de transporte e,

---

<sup>1</sup>Nos Estados Unidos, o preço elevado praticado em alguns estados (Califórnia, por exemplo) em comparação com outros [?], provocou uma série de questionamentos que motivaram a reestruturação do setor elétrico. Nesse caso, o fator dominante foi o preço. No caso brasileiro, as empresas públicas de energia elétrica se tornaram incapazes de financiar a expansão necessária do sistema de geração/transmissão devido, principalmente, às políticas públicas de manutenção de tarifas baixas e à má gestão dos recursos através dos elevados gastos com pessoal. Nesse caso, os fatores dominantes foram a qualidade, materializada pela incapacidade de garantir o atendimento da crescente demanda, e a política de liberalização adotada pelo Governo Federal.

---

por outro, a definição do sistema de transmissão está sujeita à localização das fontes de energia e deve ser realizada de modo que não iniba ou prejudique a competição.

O presente trabalho apresenta uma estrutura independente para coordenar o planejamento da expansão dos sistemas elétricos considerando a nova realidade do setor. O texto está estruturado da seguinte forma. No Capítulo 2, descrevem-se os aspectos gerais da reestruturação do setor mundial e detalha-se a estrutura atual do setor elétrico brasileiro.

No Capítulo 3, formula-se o problema dinâmico do planejamento da expansão dos sistemas de geração e transmissão de energia elétrica que tem por objetivo definir não somente a *localização* e o *tipo* mas, também, o *momento* mais adequado para que os investimentos sejam levados a termo, de modo que o contínuo crescimento da demanda seja sempre assimilado de forma otimizada pelo sistema. Partindo-se de um modelo estático em um estágio, formula-se o problema dinâmico em múltiplos estágios fazendo uso dos três modelos clássicos de representação da rede de transmissão: modelo de transportes, modelo do fluxo de carga CC e um modelo híbrido transportes-CC.

A seguir, no Capítulo 4, a decomposição de Benders é aplicada ao problema dinâmico de expansão da capacidade, sendo descritas diversas estratégias para melhorar o desempenho desta metodologia de decomposição.

O Capítulo 5 dedica-se à aplicação do algoritmo *branch-and-bound* ao problema dinâmico do planejamento da expansão dos sistemas de geração e transmissão. Mais especificamente, descreve-se a aplicação deste algoritmo ao subproblema de investimentos, oriundo da decomposição do problema dinâmico de planejamento da expansão. Detalha-se, também, algumas formas de seleção do próximo subproblema candidato e da variável de separação que foram empregadas para melhorar o desempenho do algoritmo implementado.

No Capítulo 6, o planejamento da expansão dos sistemas elétricos é discutido dentro do ambiente competitivo atual. É descrita uma entidade independente que assume a responsabilidade de determinar e divulgar um plano ótimo de expansão, com caráter indicativo, juntamente com um conjunto de sinais econômicos, baseados em previsões do órgão planejador e nas alterações já definidas para o horizonte considerado. Tais informações deverão ser utilizadas pelos agentes do setor para balizar seus investimentos na área.

O Capítulo 7, está destinado à apresentação dos resultados desta pesquisa. Inicialmente, descrevem-se os detalhes da implementação computacional, desenvolvida para servir como apoio para o planejador da expansão do sistema, e apresenta-se uma comparação entre os modelos de rede descritos (transportes, fluxo de carga CC e híbrido), enfocando a qualidade dos resultados e o tempo de simulação envolvidos. A seguir, demonstra-se a influência das estratégias descritas para melhorar o desempenho da metodologia de decomposição e do algoritmo de *branch-and-bound*. Para finalizar, o planejamento integrado em múltiplos estágios é apresentado e um exemplo de atuação do planejador independente é minuciosamente detalhado.

As conclusões do trabalho são apresentadas no Capítulo 8.

No Apêndice A, são apresentados os dados dos sistemas testados e no Apêndice B são anexados os artigos que foram desenvolvidos como consequência da presente tese de doutorado.

## Capítulo 2

# A reestruturação do setor elétrico

? ?? ? ?? ?

### 2.1 Introdução

O movimento geral em favor da reestruturação do setor elétrico foi iniciado nos Estados Unidos durante os anos 70 quando foram defendidas duas reformas: a introdução da competição e a imposição de preços que refletissem os custos reais de acordo com o uso [?]. A partir de 1982, vários países instituíram leis visando abrir seus setores elétricos para competição, sendo considerados pioneiros os seguintes: Chile em 1982 [?], Inglaterra, País de Gales [?] e Noruega em 1990 [?]. O trabalho desenvolvido no Chile difundiu-se e inspirou diversas iniciativas similares na América Latina (Argentina em 1992, Peru em 1993, Bolívia e Colômbia em 1994), e na América Central (Panamá, El Salvador, Guatemala, Nicarágua e Honduras em 1997). A estrutura desenvolvida na Inglaterra e no País de Gales difundiu-se na Escócia e Irlanda do Norte entre 1990 e 1992 e influenciou outros estados confederados tais como Austrália, Nova Zelândia e províncias do Canadá. A reforma norueguesa difundiu-se para outros países escandinavos a partir de 1995 [?].

Nos Estados Unidos, a transição para um mercado competitivo de eletricidade iniciou em 1978 com a instituição da *Public Utility Regulatory Policy Act* (PURPA) que introduziu a competição na geração. O marco seguinte foi a promulgação da *Energy Policy Act* (EPA), em 1992, que permitiu que os consumidores do atacado escolhessem seus fornecedores e obrigou as concessionárias a transportarem a energia comercializada através de suas redes de transmissão [?]. A consolidação desta reforma ocorreu, em 1996, através da emissão dos Decretos 888 e 889 (FERC Order 888 e 889), por intermédio da *U. S. Federal Energy Regulatory Commission* (FERC). Em alguns estados ainda se decide como melhor implementar esta reforma mas já existem diversos mercados atuando, como por exemplo: *California Power Exchange* (<http://www.calpx.com>), *Pensylvania–New Jersey–Maryland (PJM) Interconnection* (<http://www.pjm.com>) e *New England* (<http://www.iso-ne.com>) [?].

Nessas diferentes abordagens existem pontos comuns e particularidades, em função das características individuais de cada região. Neste Capítulo, destacam-se alguns aspectos gerais, comuns às reformas implementadas no mundo todo, e detalha-se a estrutura atual do setor elétrico brasileiro.

## 2.2 Características básicas da reforma do setor elétrico

Até recentemente, tanto no Brasil quanto no Exterior, as empresas de energia se organizavam predominantemente pelo modelo de integração vertical, ou seja, uma mesma empresa controlando a geração, a transmissão e a distribuição de energia elétrica [?]. A Figura 2.1 [?] ilustra esta estrutura vertical — as linhas tracejadas delimitam as empresas, que possuíam e operavam os componentes necessários para fornecer energia elétrica a seus consumidores, atuando em regiões geográficas nas quais detinham o monopólio do serviço.

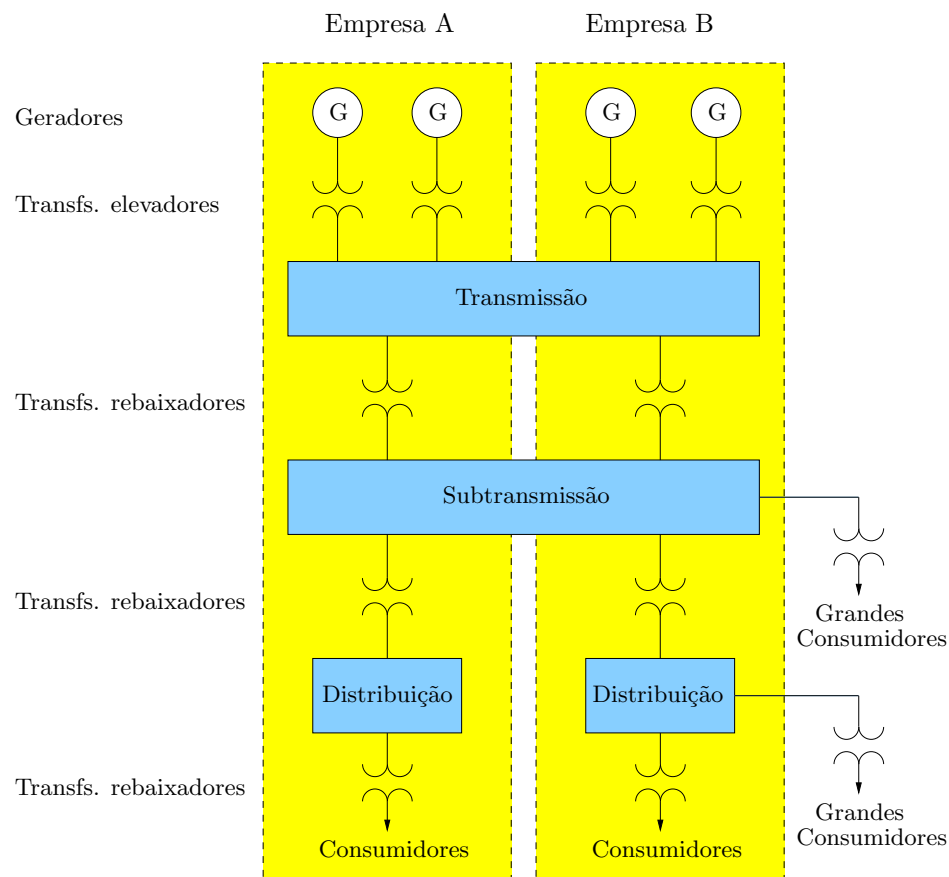


Figura 2.1: Setor elétrico verticalmente estruturado.

Um dos pontos marcantes na reforma do setor elétrico consiste em desverticalizar empresas de energia elétrica, através do seu desmembramento em outras empresas que passam a atuar

nas tarefas específicas de geração, transmissão e distribuição. A geração e a comercialização da energia apresentam características técnico-econômicas que permitem a concorrência; a transmissão e a distribuição, pelo contrário, apresentam-se como monopólios naturais que necessitam ser regulamentados, principalmente, quando existe competição na geração [?].

A transição do monopólio das concessionárias verticalmente integradas para um mercado livre inclui dois modelos intermediários, conforme mostra a Tabela 2.1 [?].

Tabela 2.1: Modelos de estrutura do setor elétrico.

Característica	Monopólio	Comprador único	Competição no atacado	Competição no varejo
Competição entre geradores	não	sim	sim	sim
Escolha para os varejistas	não	não	sim	sim
Escolha para os consumidores finais	não	não	não	sim

Diferentes variações destes modelos de mercado têm sido implementadas em diversos países, alguns deles bem antes do Brasil, com destaque ao Reino Unido e aos Estados Unidos. No Reino Unido o produto e o transporte estão separados em todos os níveis. A nova estrutura fundamenta-se na competição entre os fornecedores, companhias regulamentadas de transmissão e distribuição e competição no varejo. A coordenação é realizada através do *England and Wales Power Pool* (EWPP) que controla o planejamento e o despacho da geração para atender a carga ao longo do tempo além de operar o mercado de energia. De modo resumido, o EWPP opera do seguinte modo [?]:

- Os produtores independentes fazem ofertas para o Pool. As ofertas são compostas pelos custos de acionamento e de produção (em função da quantidade produzida) e pelas máximas quantidades ofertadas para cada instante de tempo.
- Todas as companhias de distribuição e grandes consumidores são autorizados a comprar do Pool que opera como uma bolsa com preços para cada meia hora do dia (48 valores para cada dia).
- Utilizando as informações submetidas pelos fornecedores (preços de produção, partida e parada, limites de geração para cada meia hora), o operador determina a programação dos geradores para atender a demanda prevista ao menor custo para o Pool.
- Todos os produtores contratados são remunerados pelo preço marginal do sistema que corresponde ao valor da maior oferta contratada a cada instante de tempo considerado.

Nos Estados Unidos a estrutura vigente varia de um estado para outro, estando o grau de evolução do processo de reestruturação associado ao preço local da eletricidade. Na Califórnia, onde o processo encontra-se bastante avançado, existem duas entidades distintas [?; ?]:

- *Independent System Operator* (ISO), com a finalidade de prover livre acesso para atacadistas e varejistas, controlar a operação das instalações de transmissão e garantir a segurança e a programação diária.

- *Power Exchange* (PX), com a responsabilidade de atender o mercado diário da eletricidade, recebendo ofertas de compra e venda de energia e outros serviços de transmissão.

Deixando de lado as particularidades de cada reforma, existem princípios comuns que podem ser identificados na maior parte das reformas, dentre os quais se destacam [?]:

1. Considerar a energia elétrica como uma mercadoria substituindo-se os monopólios regulamentados pela competição nos segmentos que não se caracterizam como monopólios naturais, a exemplo da geração;
2. Progressiva regulamentação do acesso às redes de transmissão e de distribuição;
3. Desverticalização da indústria em segmentos competitivos/desregulamentados (geração e comercialização) e regulamentados/monopólios naturais (transmissão e distribuição);
4. Livre acesso dos geradores e distribuidores/consumidores às redes de transmissão e distribuição;
5. Criação de um mercado de negociação competitiva de energia entre geradores e distribuidores/consumidores, tanto a termo como de curto prazo (*spot*);
6. Direito progressivo dos consumidores, a partir dos de maior demanda, de escolherem e negociarem seu suprimento livremente com os geradores;
7. Privatização da indústria.

## 2.3 Estrutura atual do setor elétrico brasileiro

O processo de reestruturação do setor elétrico brasileiro tem como pontos principais a desverticalização das empresas, a implantação de um modelo comercial competitivo, a garantia do livre acesso à rede e a redução do papel do Estado nas funções empresariais no setor, o que vem ocorrendo com a privatização das empresas existentes e a licitação da expansão. Também faz parte do novo modelo a instituição de entidades especializadas para executar as funções de regulação, planejamento da expansão, operação e financiamento do setor. As alterações produzidas por esta ampla reforma, estão resumidas na Tabela 2.2 [?].

Tabela 2.2: Reestruturação do setor elétrico brasileiro.

Característica	Situação anterior	Situação atual
Competição entre geradores	não	sim
Escolha para os varejistas	não	sim
Escolha para os consumidores finais	não	para grandes consumidores

No Brasil, a regulação e fiscalização da produção, transmissão, distribuição e comercialização da energia elétrica está a cargo de uma autarquia, vinculada ao Ministério de Minas e Energia,



denominada de Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), que foi instituída pela Lei No. 9427, de 26 de Dezembro de 1996. Compete, especialmente, à ANEEL [?]:

1. Implementar as políticas e diretrizes do governo federal para a exploração da energia elétrica e o aproveitamento dos potenciais hídricos;
2. Promover as licitações destinadas à contratação de concessionárias de serviço público para produção, transmissão e distribuição de energia elétrica e para a outorga de concessão para aproveitamento de potenciais hidráulicos;
3. Definir o aproveitamento ótimo dos potenciais hidráulicos;
4. Celebrar e gerir os contratos de concessão ou de permissão de serviços públicos de energia elétrica, expedir autorizações e fiscalizar as concessões e a prestação desses serviços;
5. Dirimir as divergências entre concessionárias, permissionárias, autorizadas, produtores independentes e autoprodutores, bem como entre esses agentes e seus consumidores;
6. Fixar os critérios para cálculo do preço de transporte da energia elétrica;
7. Articular com o órgão regulador do setor de combustíveis fósseis e gás natural os critérios para fixação dos preços de transporte desses combustíveis, quando destinados à geração de energia elétrica;
8. Estabelecer restrições, limites ou condições quanto a obtenção de concessões, permissões e autorizações, com vistas a proporcionar concorrência efetiva entre os agentes e a impedir a concentração econômica nos serviços e atividades de energia elétrica;
9. Zelar pelo cumprimento da legislação de defesa da concorrência;
10. Fixar as multas administrativas a serem impostas aos concessionários, permissionários e autorizados de instalações e serviços de energia elétrica.

De acordo com o Decreto No. 2655 de 02 de Julho de 1998, a atividade de geração de energia elétrica será exercida mediante concessão ou autorização e a energia produzida será destinada ao atendimento do serviço público de distribuição, a comercialização livre (contratada com os consumidores, concessionários, permissionários ou autorizados) e ao consumo exclusivo em instalações industriais ou comerciais do gerador, sendo admitida a comercialização dos excedentes, mediante autorização da ANEEL. Compete à ANEEL estabelecer as condições gerais do acesso ao sistema de transmissão e distribuição e regular as tarifas correspondentes visando assegurar tratamento não discriminatório a todos os usuários, garantir a cobertura dos custos do sistema, estimular novos investimentos na expansão, induzir a utilização racional dos sistemas e minimizar os custos de ampliação e utilização dos sistemas elétricos [?].

As transações de compra e venda de energia elétrica nos sistemas interligados serão realizadas no âmbito do Mercado Atacadista de Energia (MAE), cujas regras [?] e mecanismos serão definidos pela ANEEL. A instituição do MAE se dará mediante um Acordo de Mercado que deverá incluir a obrigação para vender e comprar toda a disponibilidade e requisitos de energia

através do MAE, as regras para comercialização de energia elétrica e subseqüentes contabilização e liquidação, o registro dos contratos bilaterais de compra e venda de energia elétrica e regras para o tratamento e divisão dos riscos hidrológicos. Para efeito de determinação dos preços da energia elétrica, no mercado de curto prazo, serão levados em conta os seguintes fatores: a otimização do uso dos recursos para o atendimento aos requisitos da carga (considerando as condições técnicas e econômicas para o despacho das usinas), as previsões das necessidades de energia dos agentes, o custo do déficit de energia, as restrições de transmissão, a redução voluntária da demanda em função do preço de curto prazo e as interligações internacionais [?; ?]. Além disto, os preços de curto prazo serão determinados separadamente, por áreas de mercado, segundo as regras do Acordo de Mercado [?].

As atividades de coordenação e controle da operação da geração e transmissão de energia elétrica nos sistemas interligados serão executadas pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) [?], entidade de direito privado que atuará mediante autorização da ANEEL, com os seguintes objetivos [?]:

1. Promover a otimização da operação dos sistema eletroenergético, visando o menor custo para o sistema, observados os padrões técnicos, os critérios de confiabilidade e as Regras de Mercado;
2. Garantir que todos os agentes do setor elétrico tenham acesso à rede de transmissão de forma não discriminatória;
3. Contribuir, de acordo com a natureza de suas atividades, para que a expansão do sistema eletroenergético se faça ao menor custo e vise as melhores condições operacionais futuras.

Sem prejuízo de outras funções que lhe forem atribuídas em contratos específicos, celebrados com os agentes do setor elétrico, constituirão atribuições do ONS [?]:

1. Planejamento e programação da operação e despacho centralizado da geração;
2. Supervisão e coordenação dos centros de operação dos sistemas elétricos;
3. Supervisão e controle da operação dos sistemas eletroenergéticos nacionais e das interligações internacionais;
4. Contratação e administração dos serviços de transmissão, do acesso à rede e dos serviços ancilares<sup>1</sup>;
5. Proposição à ANEEL das ampliações e reforços da rede básica de transmissão;
6. Definição de regras para a operação da rede básica de transmissão, a serem aprovadas pela ANEEL.

---

<sup>1</sup>Serviços fornecidos para a melhoria do desempenho do sistema elétrico, como por exemplo o controle de tensão e frequência, suporte de reativo e reserva de potência. No Brasil a definição dos serviços ancilares está sendo estudada na atualidade e ainda não existe legislação à respeito, conforme comunicação oral realizada por Raul Ferreira, representante da ANEEL no Workshop “Uso do Sistema de Transmissão” Acesso e Cálculo de Tarifas, realizado em São Paulo nos dias 4 e 5 de Maio de 2000.

Criado em 26 de Agosto de 1998, o ONS é constituído por integrantes das empresas de geração, transmissão, distribuição, importadores e exportadores de energia elétrica, e consumidores livres, tendo o Ministério de Minas e Energia como membro participante, com poder de veto em questões que conflitem com as diretrizes e políticas governamentais para o setor. Também tomam parte nessa associação os Conselhos de Consumidores [?].

Para a coordenação e elaboração do planejamento da expansão dos sistemas elétricos brasileiros foi criado, através da Portaria No. 150 do Ministério de Estado de Minas e Energia, de 10 de Maio de 1999, o Comitê Coordenador do Planejamento da Expansão dos Sistemas Elétricos (CCPE) [?]. De acordo com essa Portaria, o planejamento da expansão da geração será realizado com caráter *indicativo*, sendo consolidado nos Planos Indicativos de Expansão e nos Planos Nacionais de Energia Elétrica de longo prazo; o planejamento da expansão da transmissão terá caráter *determinativo* no que se refere às obras consideradas por este Comitê como inadiáveis, para garantias das condições de atendimento do mercado, constituindo estas obras o Programa Determinativo da Transmissão. As informações necessárias às atividades de planejamento serão fornecidas pelos titulares de concessão, permissão e autorização, pelo ONS e pelo MAE.

Os principais objetivos do planejamento no atual contexto institucional são [?]:

- Orientar ações de governo para assegurar o fornecimento de energia nos níveis de qualidade e quantidade demandados pela sociedade, em consonância com a Política Energética Nacional, emanada do Conselho Nacional de Política Energética (CNPE), que é um órgão de assessoramento do Presidente da República, criado pela Lei No. 9478 de 06 de Agosto de 1997 [?];
- Oferecer aos agentes do mercado elétrico um quadro de referência para seus planos de investimentos;
- Estabelecer, em consonância com os aspectos operacionais do sistema, a expansão mais adequada da rede elétrica de transmissão.

Com o objetivo de implementar um ambiente competitivo nos segmentos de geração e comercialização de energia elétrica e considerando o monopólio natural das redes de transmissão e distribuição, as atividades e produtos do CCPE (consolidadas nos Planos Indicativos de Expansão, Programa Determinativo da Expansão da Transmissão e nos Planos Nacionais de Energia Elétrica de longo prazo), deverão observar [?]:

- O caráter *indicativo* e *orientativo* para a expansão da geração e *determinativo* para a expansão da rede de transmissão;
- Colimação de dados públicos e de origem declarada;
- Frequentes atualizações das alternativas para a expansão, em razão da dinâmica do ambiente setorial;

- Realização de forma integrada, incorporando a gestão da realização de estudos básicos ao processo de planejamento, orientando a expansão adequada das redes locais à Rede Básica, e incorporando soluções que considerem a possibilidade de integração com países vizinhos.

Os principais produtos do processo de planejamento, que visam subsidiar as ações do Governo e orientar a expansão que será efetuada pelos agentes privados, deverão ser os seguintes [?]:

**Plano de Longo Prazo** – Caracterizado pela consolidação de um conjunto de informações, tomando como premissas a política econômica, diretrizes de política energética, ambiental e industrial, avanços tecnológicos, etc. A ser produzido a cada 4 anos.

Os resultados e recomendações desse plano serão utilizados pelo Governo, como subsídios para definir as políticas de longo prazo que afetem o setor energético, e pelos demais agentes do setor, como fonte de consulta para formulação das suas estratégias de desenvolvimento [?].

**Plano Indicativo da Expansão** – A ser emitido em fevereiro de cada ano. Contempla um conjunto amplo de informações, incorporando premissas, análise e propostas de alternativas para expansão do sistema que considerem a relação de empreendimentos hidrelétricos, indicando seu estágio de implementação (inventário, viabilidade e apto à licitação), grandes troncos de transmissão, importações de energia, os empreendimentos termelétricos e a possibilidade de fontes alternativas de energia. Resulta de um processo contínuo e permanentemente reavaliado, descaracterizando o ciclo anual tradicional, com início e termos definidos.

A partir destas informações será composto o programa de licitação de concessão de usinas hidrelétricas e programa de realização de estudos de inventário e viabilidade do potencial hidrelétrico.

Todos os agentes do setor serão clientes do Plano Indicativo da Expansão e o utilizarão para estabelecerem suas próprias estratégias, buscando a competitividade e o aumento de participação no mercado. O horizonte de análise é de médio prazo (tradicionalmente 10 anos) e sua divulgação será anual [?].

**Programa Determinativo da Transmissão** – A ser emitido em fevereiro e agosto de cada ano, contemplando as obras consideradas inadiáveis para a garantia das condições de atendimento ao mercado, que deverão compor os programas de licitação ou de autorização, a serem conduzidos pela ANEEL. Os empreendimentos que integrarão a Rede Básica de transmissão, que serão licitados, deverão ser acompanhados dos respectivos atos justificatórios (viabilidade técnica e econômica), como suporte aos seus processos licitatórios.

Os clientes diretos dos produtos deste programa são a ANEEL (responsável pelos procedimentos de licitação ou autorização das expansões indicadas) e o ONS, mas os demais agentes do setor também têm interesse [?].

**Acompanhamento Pró-ativo das Decisões de Planejamento** – As principais recomendações do planejamento frente a sua realização deverão ser avaliadas sistematicamente, identificando as alterações necessárias nas recomendações efetuadas e ações para equacionamento de dificuldades no suprimento decorrente de alterações nas premissas utilizadas.

Assim, o planejamento deixa de ser realizado de forma colegiada mas a representação dos agentes e entidades do setor continua sendo garantida pela composição da estrutura do CCPE. Dentre as obrigações do CCPE, destacam-se:

- Elaborar, de forma integrada, o planejamento de longo prazo do setor elétrico;
- Elaborar, atualizar e ajustar os Planos Indicativos de Expansão e o Programa Determinativo da Transmissão, para encaminhamento à ANEEL;
- Estruturar e manter atualizados o Sistema de Informações Técnicas do planejamento da expansão do setor de energia elétrica, disponibilizando-o aos agentes que atuam no setor e à sociedade em geral (atualmente já existe um domínio, <http://www.ccpe.gov.br>, mas ainda não estão disponíveis as referidas informações);
- Estimar os requisitos de capital para expansão da oferta e da transmissão de energia elétrica, acompanhando a sua realização.

Deste modo, os pontos fundamentais na reforma do setor elétrico brasileiro podem ser assim resumidos [?; ?]:

1. Um operador independente, o ONS, realizará o despacho do sistema na forma de um pool, com custos estabelecidos para plantas térmicas (sem ofertas) e despacho central para as plantas hidrelétricas. Não são aceitas transações bilaterais físicas. O despacho produz uma programação horária para a geração (MWh produzido nas plantas em cada hora) e um preço *spot* (\$/MWh) para cada região.
2. Todos os geradores e cargas participam do MAE. A geração térmica é remunerada por hora em função do produto da energia produzida (MWh) e o preço *spot* regional (\$/MWh), ambos determinados pelo ONS no item anterior. A geração hidráulica é remunerada de forma similar mas em função da sua participação na produção total de cada um dos sistemas hídricos em cascata. Finalmente, todos os consumidores pagam para o MAE a tarifa *spot*, também dada pelo produto de suas cargas (MWh) e o correspondente preço *spot* regional (\$/MWh).
3. Os contratos são instrumentos financeiros nos quais os geradores recebem um pagamento negociado com as cargas e, em troca, tornam-se responsáveis pelas suas tarifas.
4. Os geradores e as cargas pagam, também, uma tarifa anual fixa de transmissão (dada em  $\$/kW_{\text{instalado}}$ , para os geradores, e em  $\$/kW_{\text{ponta}}$  anual, para as cargas), que depende de sua localização. Esta tarifa não depende de contratos (ou seja, não existem tarifas de *wheeling*) e cobrem os custos de todos os serviços de transmissão.

## Capítulo 3

# Formulação do problema de planejamento dinâmico integrado da expansão

??

### 3.1 Introdução

O planejamento da expansão das capacidades de geração e de transmissão dos sistemas de energia elétrica constitui um problema de otimização de grande complexidade em função de diversos fatores, entre os quais se destacam:

1. É necessário considerar uma visão de longo prazo [?] para que os empreendedores possam se beneficiar da economia de escala que é usual para os equipamentos de transmissão e pode estar presente, também, em alguns empreendimentos de geração, tais como as centrais hidrelétricas. Além disto, o tempo necessário para a construção dos empreendimentos de maior porte, como por exemplo uma grande central hidrelétrica, faz com que seja necessário decidir pela sua construção muito antes desse empreendimento tornar-se necessário para o sistema.
2. Os empreendimentos de geração e de transmissão apresentam dependências temporais e espaciais e precisam ser analisados de forma conjunta no espaço e no tempo. Assim, é necessário analisar, simultaneamente, todo o sistema ao longo de um horizonte de tempo de longo prazo.
3. Precisam ser avaliadas, simultaneamente, as características técnicas, econômicas e ambientais dos empreendimentos.

4. Existem incertezas associadas aos valores previstos para o comportamento do consumo, dos recursos hídricos (responsáveis, atualmente, por 95% da produção nacional de energia elétrica [?]) e do custo e disponibilidade das outras fontes primárias de energia (gás natural, carvão, derivados do petróleo, nuclear e fontes alternativas) ao longo do horizonte de planejamento.

Resulta daí um problema de otimização de difícil solução em função do elevado número de variáveis (contínuas e inteiras) e de restrições (lineares e não lineares) que tem sido, usualmente, simplificado através do desacoplamento entre o planejamento da transmissão e o da geração, sendo o segundo realizado antes sem a consideração do primeiro ou com uma representação grosseira dos investimentos da transmissão [?]. Outra simplificação, bastante comum no planejamento da expansão do sistema de transmissão, é o emprego de modelos estáticos que analisam apenas um período do horizonte de planejamento e consideram que todos os investimentos são realizados de uma só vez.

O problema do planejamento da expansão das capacidades de geração e de transmissão dos sistemas de energia elétrica pode ser representado pelo seguinte problema de otimização [?]:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & z = c(x) + d(y) \\ \text{s. a.} \quad & A(x) \geq b \\ & E(x) + F(y) \geq h \end{aligned} \tag{3.1}$$

onde  $x$  representa as variáveis de investimento (decisões a respeito das capacidades de geração e de transmissão);  $c(x)$  representa o custo associado às decisões de investimento;  $A(x) \geq b$  representa as restrições associadas às decisões de investimento (restrições financeiras, cronograma de construções, limites físicos de instalação, etc.);  $y$  representa as variáveis de operação do sistema (decisões a respeito do nível de geração nas barras, corte de carga, fluxo nas linhas, etc.);  $d(y)$  representa o custo associado às decisões de operação;  $E(x) + F(y) \geq h$  representa as restrições associadas às decisões de operação (que dependem das decisões de investimento realizadas).

Através da formulação do problema dada em (3.1) e utilizando-se definições adequadas da função objetivo  $z = c(x) + d(y)$  e das restrições  $A(x) \geq b$  e  $E(x) + F(y) \geq h$ , é possível representar uma variada gama de problemas de expansão da capacidade — desde o problema do planejamento estático da transmissão como feito em [?; ?] até o planejamento dinâmico integrado do sistema elétrico como mostrado em [?; ?; ?].

Neste Capítulo, empregando a expressão (3.1), é formulado o problema dinâmico do planejamento da expansão dos sistemas de geração e transmissão de energia elétrica que tem por objetivo definir não somente a *localização* e o *tipo* mas, também, o *momento* mais adequado para que os investimentos sejam levados a termo, de modo que o contínuo crescimento da demanda seja sempre assimilado de forma otimizada pelo sistema. Partindo-se de um modelo estático em um estágio, formula-se o problema dinâmico em múltiplos estágios fazendo uso dos três modelos clássicos de representação da rede de transmissão: modelo de transportes, modelo do fluxo de carga CC e modelo híbrido transportes-CC.

## 3.2 Formulação estática em um estágio

O problema estático do planejamento da expansão dos sistemas de geração e transmissão de energia elétrica é uma simplificação do problema dinâmico na qual considera-se, apenas, um ano no horizonte de planejamento. Neste caso, determina-se a localização e o tipo de investimento de modo que o valor presente do custo total de operação e investimento seja minimizado no período considerado.

Na função objetivo deste problema de otimização distinguem-se duas parcelas diferentes: uma relacionada com o investimento, representada por  $c(x)$ , que depende do custo de aquisição dos novos equipamentos, e outra relacionada com a operação, representada por  $d(y)$ , que depende do uso dos equipamentos instalados. Na Figura 3.1, tem-se uma representação no tempo dos custos envolvidos na expansão da capacidade e na operação do sistema. O ano  $t_0$  foi escolhido para servir de base para o cálculo dos valores presentes dos custos de investimento e de operação e o ano  $t_1$  corresponde ao instante no qual os equipamentos já deverão estar disponíveis para operação. Por simplicidade, no período compreendido entre os anos  $t_1$  e  $t_2$ , os dados do sistema foram considerados constantes e, portanto, as parcelas anuais, referentes à operação do sistema, são todas iguais à  $d_1(y)$ .

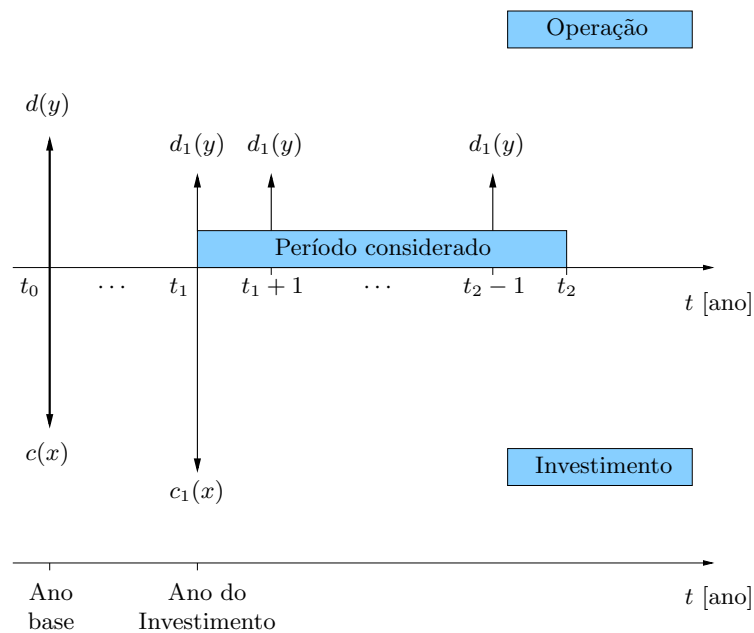


Figura 3.1: Determinação do valor presente – problema estático.

A parte da função objetivo,  $z$ , relacionada com o investimento corresponde ao valor total necessário para a construção das unidades geradoras, linhas de transmissão e transformadores e pode ser considerada apenas uma vez, geralmente, no instante em que o respectivo equipamento for instalado — parcela  $c_1(x)$  da Figura 3.1. O valor presente do custo de investimento,  $c(x)$ , depende do valor do investimento,  $c_1(x)$ , e do momento em que ele será realizado,  $t_1$ . Por outro lado, a parte de  $z$  relacionada com o uso corresponde ao custo total de operação do sistema e pode



ser transformada em parcelas anuais, em função da quantidade gerada e do custo previsto para cada gerador durante o período considerado — parcelas  $d_1(y)$  da Figura 3.1. O valor presente do custo de operação,  $d(y)$ , depende, também, do tempo em anos que o sistema será operado desta forma — na Figura 3.1, corresponde ao somatório dos valores presentes das parcelas anuais do período entre os anos  $t_1$  e  $t_2$ .

Considerando a taxa de desconto anual  $I$ , os valores presentes dos custos de investimento e operação, no ano base  $t_0$ , são dados por:

$$c(x) = (1 - I)^{t_1 - t_0} c_1(x) \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} d(y) &= (1 - I)^{t_1 - t_0} d_1(y) + (1 - I)^{(t_1 + 1) - t_0} d_1(y) + \dots + (1 - I)^{(t_2 - 1) - t_0} d_1(y) = \\ &= \sum_{t=t_1}^{t_2 - 1} (1 - I)^{t - t_0} d_1(y) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Para simplificar a notação, o fator de desconto utilizado para converter em valor presente o custo de investimento da expressão (3.2) será notado por  $\delta_{inv}$  e o fator utilizado para converter em valor presente o custo de operação da expressão (3.3) será notado por  $\delta_{oper}$ . Define-se, assim:

$$c(x) = \delta_{inv} c_1(x) \quad (3.4)$$

$$d(y) = \delta_{oper} d_1(y) \quad (3.5)$$

em que:

$$\delta_{inv} = (1 - I)^{t_1 - t_0} \quad (3.6)$$

$$\delta_{oper} = \sum_{t=t_1}^{t_2 - 1} (1 - I)^{t - t_0} \quad (3.7)$$

Na expressão (3.6), considera-se que o desembolso do investimento será realizado no momento em que o equipamento estiver disponível para o sistema, ou seja, no início do primeiro ano de sua operação. Da mesma forma, em (3.7), as parcelas anuais referentes à operação do sistema são iguais e computadas como se fossem pagas no início de cada ano.

O problema estático de planejamento da expansão em um estágio pode ser formulado de forma mais geral, considerando-se as variações nas condições de operação do sistema ao longo do horizonte considerado. Assim, é possível representar, por exemplo, o crescimento da demanda, as alterações sazonais e as variações horárias (ponta e fora da ponta). A representação da variação da demanda no período implica em que as parcelas anuais  $d_t(y)$  sejam diferentes e invalida a simplificação considerada na expressão (3.3). Nesse caso, os problemas de operação

de todos os estágios precisam ser representados individualmente. As alterações sazonais podem ser modeladas através da representação dos períodos que descrevem as variações anuais existentes no sistema, por exemplo, estações seca e úmida dos sistemas hidrológicos. Também, nesse caso, os problemas de operação relativos a cada período precisam ser representados individualmente e, ao invés de uma parcela anual única de custo, existem diversas parcelas diferentes, uma para cada período considerado. O custo total de operação passa, então, a ser representado pelo somatório do custo de cada período, ponderado pela sua duração proporcional. As variações horárias são representadas de forma análoga às variações sazonais.

Nesta pesquisa, para facilitar o entendimento e simplificar a notação (principalmente na formulação do problema multi-estágio), foi considerado que os dados do sistema permanecem constantes no período entre os anos  $t_1$  e  $t_2$  — vide Figura 3.1. No entanto, é conveniente salientar que a extensão para considerar as variações nas condições de operação que ocorrem no período pode ser realizada de modo relativamente direto [?; ?]. Na formulação estática apresentada, o momento em que os investimentos serão realizados é *fixo* e corresponde ao ano  $t_1$ . A definição do instante mais adequado para que tais investimentos sejam realizados, de modo que o custo de operação e expansão seja minimizado, é realizada através da solução do problema dinâmico de expansão, que será formulado a seguir, na Seção 3.3. Neste caso, além de definir a *localização* e o *tipo* de investimento, determina-se *quando* esse deve ser realizado.

Dependendo do modelo de rede empregado para representar o sistema de transmissão, ou seja, da definição adotada para as restrições  $A(x) \geq b$  e  $E(x) + F(y) \geq h$  da equação (3.1), o problema do planejamento integrado da expansão dos sistemas de geração e transmissão pode ser formulado de diversas maneiras, como mostrado a seguir.

### 3.2.1 Modelo de transportes

Quando a rede de transmissão existente e as linhas e transformadores candidatos são representados pelo modelo de transportes, o problema do planejamento da expansão assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & v = \delta_{inv} \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_i C_i N_i \right) + \delta_{oper} \left( \sum_i OC_i G_i + \sum_j oc_j g_j + \alpha \sum_k r_k \right) \\
 \text{s.a.} \quad & Sf + G + g + r = d \\
 & |f_{ij}| \leq \left( n_{ij} + n_{ij}^0 \right) \bar{f}_{ij} \\
 & N_i \underline{G}_i \leq G_i \leq N_i \bar{G}_i \\
 & \underline{g}_j \leq g_j \leq \bar{g}_j \\
 & 0 \leq r \leq d \\
 & \underline{n}_{ij} \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\
 & \underline{N}_i \leq N_i \leq \bar{N}_i \\
 & n_{ij} \text{ e } N_i \text{ inteiros} \\
 & f_{ij} \text{ irrestrito}
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

em que:

- $v$  – valor presente do custo total de expansão e operação do sistema para o estágio considerado [\\$];
- $\delta_{inv}$  – fator de desconto para determinar o valor presente do investimento — vide equação (3.6);
- $c_{ij}$  – custo de instalação de uma linha no corredor  $ij$  [\\$];
- $n_{ij}$  – número de linhas adicionadas ao corredor  $ij$ ;
- $C_i$  – custo de instalação do gerador candidato  $i$  [\\$];
- $N_i$  – número de geradores candidatos  $i$  adicionados;
- $\delta_{oper}$  – fator de desconto alterado para considerar também a duração em anos do estágio considerado — vide equação (3.7) [ano];
- $OC_i$  – custo anual de operação do gerador candidato  $i$  [\$/ano];
- $G_i$  – injeção de potência ativa do gerador candidato  $i$  [pu];
- $oc_j$  – custo anual de operação do gerador já instalado  $j$  [\$/ano];
- $g_j$  – injeção de potência ativa do gerador já instalado  $j$  [pu];
- $\alpha$  – fator para compatibilizar a unidade de custo com corte de carga [\$/ano];
- $r_k$  – corte de carga na barra  $k$  [pu];
- $S$  – matriz incidência nó-ramo da rede inicial e dos ramos candidatos;
- $f$  – vetor dos fluxos de potência ativa nos ramos [pu];
- $G$  – vetor das injeções de potência ativa dos geradores candidatos [pu];
- $g$  – vetor das injeções de potência ativa dos geradores já instalados [pu];
- $r$  – vetor dos cortes de carga nas barras [pu];
- $d$  – vetor das demandas de potência ativa [pu];
- $f_{ij}$  – fluxo de potência ativa no ramo  $ij$  [pu];
- $n_{ij}^0$  – número de linhas/transformadores existentes no ramo  $ij$  na rede inicial;
- $\bar{f}_{ij}$  – fluxo máximo de potência ativa no ramo  $ij$  [pu];
- $\underline{G}_i$  – geração mínima do gerador candidato  $i$  [pu];
- $\bar{G}_i$  – geração máxima do gerador candidato  $i$  [pu];
- $\underline{g}_j$  – geração mínima do gerador já instalado  $j$  [pu];
- $\bar{g}_j$  – geração máxima do gerador já instalado  $j$  [pu];
- $\underline{n}_{ij}$  – número mínimo de linhas que precisam ser adicionadas no corredor  $ij$ ;
- $\bar{n}_{ij}$  – número máximo de linhas que podem ser adicionadas no corredor  $ij$ ;
- $\underline{N}_i$  – número mínimo de geradores candidatos  $i$  que precisam ser adicionados;
- $\bar{N}_i$  – número máximo de geradores candidatos  $i$  que podem ser adicionadas.

Em (3.8) as variáveis de investimento da equação (3.1) são representadas pelo número de equipamentos de geração,  $N_i$ , e de transmissão,  $n_{ij}$ , a serem adicionados. As variáveis de operação são representadas pelas injeções dos geradores candidatos adicionados,  $G_i$ , e existentes,  $g_j$ , e pelos fluxos de potência ativa nos ramos,  $f_{ij}$ . Além disto, uma injeção fictícia adicional,  $r_k$ , é acrescentada às barras de carga visando quantificar o custo de não atender parcial ou totalmente a demanda.

Os limites mínimos  $\underline{n}_{ij}$  e  $\underline{N}_i$  são empregados para contemplar as decisões prévias em investimentos que podem não ser ótimos para (3.8) mas que já estão em curso de realização e

precisam ser respeitados. Assim, quando já é conhecida a definição de que algum investimento será realizado, seu respectivo limite inferior assumirá valor maior que zero. Por outro lado, os limites máximos  $\bar{n}_{ij}$  e  $\bar{N}_i$  representam restrições relacionadas com a viabilidade da construção no tempo ou representam limites naturais sobre a capacidade física.

Como observado em [?], a grande vantagem em utilizar este modelo de rede de transmissão é que em (3.8) a função objetivo e todas as restrições são lineares. Assim, o planejamento da expansão da capacidade torna-se um problema convexo de programação linear inteira mista (PLIM). Além disto, é possível realizar o planejamento da expansão mesmo que o sistema elétrico não seja conexo, fato que é bastante freqüente nas configurações iniciais dos sistemas elétricos reais.

Outra consideração importante é que, embora o resultado obtido através da formulação (3.8) geralmente não satisfaça a Segunda Lei de Kirchhoff (que não é considerada), sempre pode ser utilizado como um limitante inferior para outros modelos menos relaxados, como os descritos a seguir.

### 3.2.2 Modelo do fluxo de carga CC

Quando a rede de transmissão existente e as linhas e transformadores candidatos são representados pelo modelo de rede do fluxo de carga CC, o problema do planejamento da expansão assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v &= \delta_{inv} \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_i C_i N_i \right) + \delta_{oper} \left( \sum_i OC_i G_i + \sum_j oc_j g_j + \alpha \sum_k r_k \right) \\
 \text{s.a. } Sf + G + g + r &= d \\
 f_{ij} - \frac{n_{ij} + n_{ij}^0}{x_{ij}} (\theta_i - \theta_j) &= 0 \\
 |f_{ij}| &\leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \\
 N_i \underline{G}_i &\leq G_i \leq N_i \bar{G}_i \\
 \underline{g}_j &\leq g_j \leq \bar{g}_j \\
 0 &\leq r \leq d \\
 \underline{n}_{ij} &\leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\
 \underline{N}_i &\leq N_i \leq \bar{N}_i \\
 n_{ij} \text{ e } N_i &\text{ inteiros} \\
 f_{ij} \text{ e } \theta_i &\text{ irrestritos}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

em que:

$$\begin{aligned}
 x_{ij} &- \text{reatância do ramo } ij \text{ [pu];} \\
 \theta_i &- \text{ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra } i \text{ [radianos].}
 \end{aligned}$$

Como no modelo de rede de transportes, as variáveis de investimento são representadas pelo número de equipamentos de geração,  $N_i$ , e de transmissão,  $n_{ij}$ , a serem adicionados. As

variáveis de operação são representadas pelas injeções dos geradores candidatos adicionados,  $G_i$ , e existentes,  $g_j$ , pelos fluxos de potência ativa nos ramos,  $f_{ij}$  e pelos ângulos de fase dos fasores tensão nodal,  $\theta_i$ . Novamente, uma injeção fictícia adicional,  $r_k$ , é acrescentada às barras de carga visando quantificar o custo de não atender parcialmente ou totalmente o valor previsto para sua demanda.

Após algumas manipulações algébricas, a partir de (3.9), chega-se à seguinte expressão equivalente:

$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \delta_{inv} \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_i C_i N_i \right) + \delta_{oper} \left( \sum_i OC_i G_i + \sum_j oc_j g_j + \alpha \sum_k r_k \right) \\
\text{s.a. } B\theta + G + g + r &= d \\
\left( n_{ij} + n_{ij}^0 \right) |\theta_i - \theta_j| &\leq \left( n_{ij} + n_{ij}^0 \right) \bar{\phi}_{ij} \\
N_i \underline{G}_i \leq G_i &\leq N_i \bar{G}_i \\
\underline{g}_j \leq g_j &\leq \bar{g}_j \\
0 \leq r &\leq d \\
\underline{n}_{ij} \leq n_{ij} &\leq \bar{n}_{ij} \\
\underline{N}_i \leq N_i &\leq \bar{N}_i \\
n_{ij} \text{ e } N_i &\text{ inteiros} \\
\theta_i &\text{ irrestrito}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

em que:

$B$  – matriz susceptância da rede inicial e dos ramos candidatos:

$$B = \begin{cases} B_{ij} = -\gamma_{ij} & \text{se } ij \in \Omega \\ B_{ij} = 0 & \text{se } ij \notin \Omega \\ B_{ii} = \sum_{j \in \Omega_i} \gamma_{ij} \end{cases} \tag{3.11}$$

$\gamma_{ij}$  – susceptância do ramo  $ij$ :  $\gamma_{ij} = -\frac{n_{ij} + n_{ij}^0}{x_{ij}}$ ,  $\forall ij \in \Omega$  [pu];

$\Omega$  – conjunto dos ramos definidos pela rede inicial e pelos ramos candidatos;

$\Omega_i$  – conjunto das barras que se ligam à barra  $i$ ;

$\theta$  – vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal [radianos];

$\bar{\phi}_{ij}$  – abertura angular máxima permitida no ramo  $ij$ :  $\bar{\phi}_{ij} = x_{ij} \bar{f}_{ij}$  [radianos].

Na formulação (3.10), observar que as restrições do tipo:

$$\left( n_{ij} + n_{ij}^0 \right) |\theta_i - \theta_j| \leq \left( n_{ij} + n_{ij}^0 \right) \bar{\phi}_{ij} \tag{3.12}$$

só fazem sentido para  $ij$  tal que  $n_{ij} + n_{ij}^0 > 0$ . Caso  $n_{ij} + n_{ij}^0 = 0$ , estas restrições não existem.

O problema representado pelas equações (3.9) e (3.10) é mais próximo do problema real do sistema elétrico (porque considera as duas Leis de Kirchhoff) mas apresenta os mesmos inconvenientes já observados no planejamento da expansão do sistema de transmissão [?]:

1. Parte das restrições são não-lineares. Em (3.9),  $n_{ij}$  aparece multiplicado por  $\theta_i - \theta_j$ ; em (3.10), além disto,  $B$  é função da variável de investimento  $n_{ij}$  e aparece multiplicado pela variável de operação  $\theta$ ;
2. A região factível pode ser não convexa.

Neste caso, mesmo que a função objetivo seja linear, existem restrições não lineares tanto em (3.9) quanto em (3.10) e, assim, o planejamento de expansão da capacidade torna-se um problema de programação não linear inteira mista (PNLIM).

### 3.2.3 Modelo híbrido

Combinando-se as duas representações de rede descritas anteriormente, pode-se obter um modelo híbrido, intermediário, como feito em [?; ?]. Neste trabalho, este modelo é formulado representando a rede de transmissão existente através das equações do fluxo de carga CC e as linhas e transformadores candidatos pelo modelo de transportes, conforme descrito pela equação (3.13):

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v &= \delta_{inv} \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_i C_i N_i \right) + \delta_{oper} \left( \sum_i OC_i G_i + \sum_j oc_j g_j + \alpha \sum_k r_k \right) \\
 \text{s.a. } B^0 \theta + S_1 f + G + g + r &= d \\
 |\theta_i - \theta_j| &\leq \bar{\phi}_{ij} & \forall ij \in \Omega_0 \\
 |f_{ij}| &\leq n_{ij} \bar{f}_{ij} & \forall ij \in \Omega_1 \\
 N_i \underline{G}_i &\leq G_i \leq N_i \bar{G}_i \\
 \underline{g}_j &\leq g_j \leq \bar{g}_j \\
 0 &\leq r \leq d \\
 \underline{n}_{ij} &\leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\
 \underline{N}_i &\leq N_i \leq \bar{N}_i \\
 n_{ij} \text{ e } N_i &\text{ inteiro} \\
 \theta_i \text{ e } f_{ij} &\text{ irrestrito}
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

em que:

$B^0$  – matriz susceptância da rede inicial:

$$B^0 = \begin{cases} B_{ij}^0 = -\gamma_{ij}^0 & \text{se } ij \in \Omega_0 \\ B_{ij}^0 = 0 & \text{se } ij \notin \Omega_0 \\ B_{ii}^0 = \sum_{j \in \Omega_i} \gamma_{ij}^0 & \end{cases} \tag{3.14}$$

- $\gamma_{ij}^0$  – susceptância inicial do ramo  $ij$ :  $\gamma_{ij}^0 = -\frac{n_{ij}^0}{x_{ij}}$ ,  $\forall ij \in \Omega_0$  [pu];
- $\Omega_0$  – conjunto dos ramos que fazem parte da rede inicial;
- $\theta$  – vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal das barras da rede inicial [radianos];
- $S_1$  – matriz incidência nó-ramo dos ramos candidatos;
- $f$  – vetor dos fluxos de potência ativa nos ramos candidatos [pu];
- $\theta_i$  – ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra  $i$  da rede inicial [radianos];
- $f_{ij}$  – fluxo de potência ativa no ramo candidato  $ij$  [pu];
- $\Omega_1$  – conjunto dos ramos candidatos.

As variáveis de investimento continuam sendo o número de equipamentos de geração,  $N_i$ , e de transmissão,  $n_{ij}$ , a serem adicionados. As variáveis de operação são representadas pelas injeções dos geradores candidatos adicionados,  $G_i$ , e existentes,  $g_j$ , pelos ângulos de fase dos fasores tensão nodal das barras que fazem parte da rede inicial,  $\theta_i$ , e pelos fluxos de potência ativa nos ramos da rede candidata,  $f_{ij}$ . Observar que os ângulos de fase das tensões nodais só são definidos para as barras que fazem parte da rede inicial,  $\forall ij \in \Omega_0$ . Por outro lado, as variáveis relacionadas com o fluxo de potência ativa nos ramos só são definidas para os ramos candidatos,  $\forall ij \in \Omega_1$ .

Formulado deste modo, o modelo híbrido mantém características desejáveis do modelo de transportes, ou seja, a linearidade de todas as restrições e função objetivo, sendo, também, um problema de programação linear inteira mista (PLIM).

### 3.3 Formulação dinâmica em múltiplos estágios

No planejamento dinâmico integrado da expansão da capacidade do sistema de energia elétrica, as decisões sobre os investimentos na geração e na transmissão são realizadas simultaneamente, ao longo dos anos que constituem o horizonte de planejamento. A partir das informações referentes aos valores de demanda previstos para cada ano, juntamente com as capacidades instaladas e candidatas de geração e de transmissão (com seus respectivos custos de operação e instalação), determina-se onde e quando devem ser realizados investimentos de modo que o valor presente do custo total de operação e expansão do sistema elétrico seja minimizado.

Na formulação do problema de otimização correspondente, o contínuo crescimento da demanda e da geração ao longo do tempo — que é delimitado pelo horizonte considerado — é aproximado por crescimentos discretos que ocorrem em anos específicos que vão definir os diversos estágios representados. Após cada um dos estágios, considera-se que o sistema permanece inalterado até o estágio subsequente, conforme ilustra a Figura 3.2.

Como na formulação estática, a função objetivo deste problema de otimização apresenta uma parcela relacionada com o investimento, representada por  $c(x)$  e outra relacionada com a operação, representada por  $d(y)$ . Na Figura 3.3, tem-se uma representação no tempo dos custos envolvidos na expansão da capacidade e na operação do sistema. O ano  $t_0$  serve de base para o cálculo dos valores presentes dos custos de investimento e de operação e os anos  $t_1$  e  $t_T$  delimitam

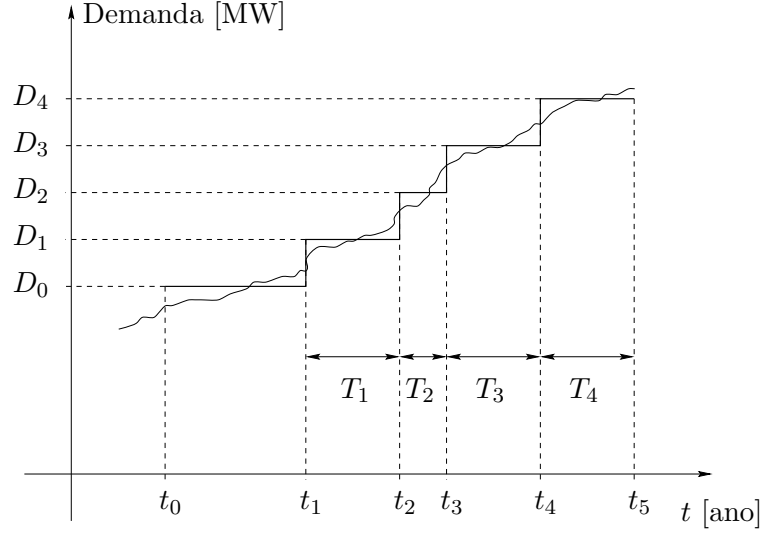


Figura 3.2: Duração dos estágios.

o período de tempo considerado. Observar que os equipamentos vinculados aos investimentos do estágio  $t$  devem estar disponíveis para operação a partir do instante  $t_t$ .

Para o problema dinâmico, a parte da função objetivo,  $z$ , relacionada com o investimento corresponde ao somatório do valor presente dos recursos necessários para a construção das unidades geradoras, linhas de transmissão e transformadores nos diversos estágios considerados — parcelas  $c_1(x), c_2(x), \dots, c_T(x)$  da Figura 3.3. A parte de  $z$  relacionada com o uso corresponde ao somatório do valor presente dos custos anuais de operação do sistema ao longo de todo o horizonte considerado — parcelas  $d_1(y), d_2(y), \dots, d_T(y)$  da Figura 3.3.

Considerando a taxa de desconto anual  $I$ , os valores presentes dos custos de investimento e operação, no ano base  $t_0$ , são dados por:

$$c(x) = (1 - I)^{t_1 - t_0} c_1(x) + (1 - I)^{t_2 - t_0} c_2(x) + \dots + (1 - I)^{t_T - t_0} c_T(x) \quad (3.15)$$

$$d(y) = \sum_{t=t_1}^{t_2-1} (1 - I)^{t-t_0} d_1(y) + \sum_{t=t_2}^{t_3-1} (1 - I)^{t-t_0} d_2(y) + \dots + \sum_{t=t_T}^{t_{T+1}-1} (1 - I)^{t-t_0} d_T(y) \quad (3.16)$$

Para simplificar a notação, o fator de desconto utilizado para converter em valor presente o custo de investimento do estágio  $t$  da expressão (3.15) será representado por  $\delta_{inv}^t$  e o fator utilizado para converter em valor presente o custo de operação do estágio  $t$  da expressão (3.16) será representado por  $\delta_{oper}^t$ . Define-se, assim:

$$c(x) = \delta_{inv}^1 c_1(x) + \delta_{inv}^2 c_2(x) + \dots + \delta_{inv}^T c_T(x) \quad (3.17)$$

$$d(y) = \delta_{oper}^1 d_1(y) + \delta_{oper}^2 d_2(y) + \dots + \delta_{oper}^T d_T(y) \quad (3.18)$$



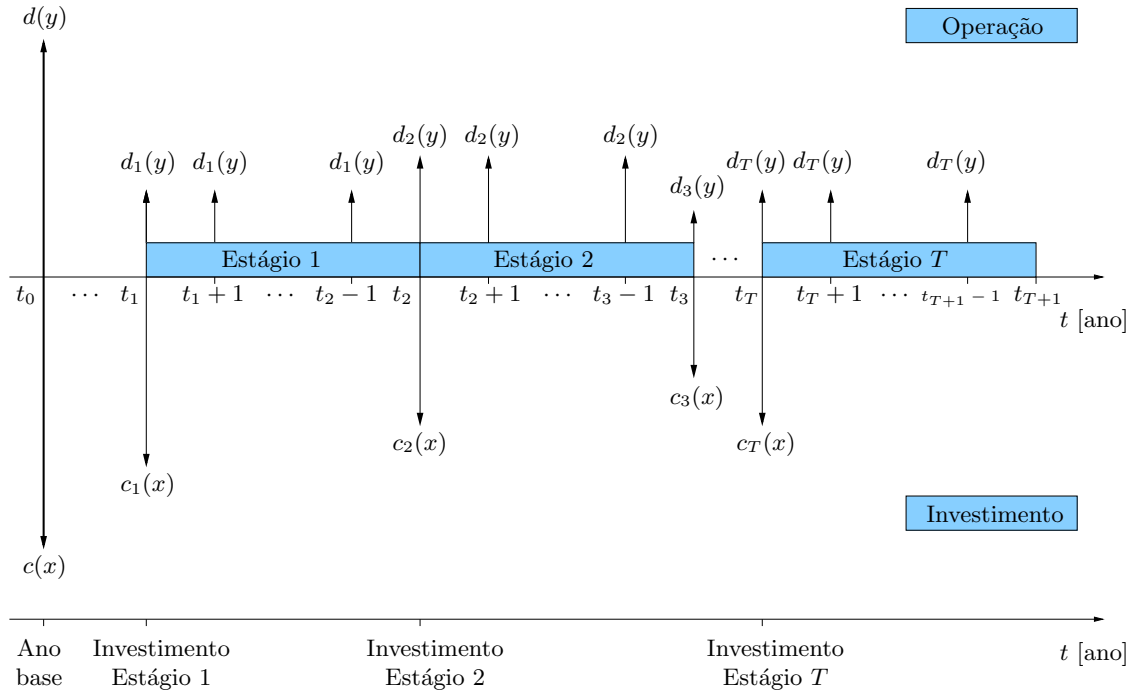


Figura 3.3: Determinação do valor presente – problema dinâmico.

em que:

$$\delta_{inv}^t = (1 - I)^{t-t_0} \quad (3.19)$$

$$\delta_{oper}^t = \sum_{p=t-t_0}^{t_{t+1}-1-t_0} (1 - I)^p \quad (3.20)$$

De forma análoga às expressões estáticas (vide Página 15), na expressão (3.19), considera-se que o desembolso do investimento será realizado no momento em que o equipamento estiver disponível para o sistema, ou seja, no início do primeiro ano de sua operação. Da mesma forma, em (3.20), as parcelas anuais referentes à operação do sistema são iguais e computadas como se fossem pagas no início de cada ano.

De acordo com o modelo de rede utilizado para representar o sistema de transmissão, o problema do planejamento dinâmico integrado da expansão dos sistemas de geração e de transmissão pode ser formulado de diversas maneiras, como mostrado a seguir.

### 3.3.1 Modelo de transportes

Quando a rede de transmissão existente e as linhas e transformadores candidatos são representados pelo modelo de transportes, o problema dinâmico do planejamento da expansão assume

a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \sum_{t=1}^T \left[ \delta_{inv}^t \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij}^t + \sum_i C_i N_i^t \right) + \delta_{oper}^t \left( \sum_i OC_i^t G_i^t + \sum_j oc_j^t g_j^t + \alpha \sum_k r_k^t \right) \right] \\
\text{s.a. } S f^t + G^t + g^t + r^t &= d^t \\
|f_{ij}^t| &\leq \left( \sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) \bar{f}_{ij} \\
\sum_{m=1}^t N_i^m \underline{G}_i &\leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t N_i^m \bar{G}_i \\
\underline{g}_j^t &\leq g_j^t \leq \bar{g}_j^t \\
0 &\leq r^t \leq d^t \\
\underline{n}_{ij}^t &\leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\
\underline{N}_i^t &\leq N_i^t \leq \bar{N}_i^t \\
\sum_{t=1}^T n_{ij}^t &\leq \bar{n}_{ij} \\
\sum_{t=1}^T N_i^t &\leq \bar{N}_i \\
n_{ij}^t \text{ e } N_i^t &\text{ inteiros} \\
f_{ij}^t &\text{ irrestrito} \\
t &= 1, 2, \dots, T
\end{aligned} \tag{3.21}$$

em que:

- $v$  – valor presente do custo total de expansão e operação do sistema ao longo de todos os anos que constituem o horizonte de planejamento [\\$];
- $\delta_{inv}^t$  – fator de desconto para determinar o valor presente do investimento realizado no estágio  $t$  — vide Equação 3.19;
- $n_{ij}^t$  – número de linhas adicionadas ao corredor  $ij$  no estágio  $t$ ;
- $N_i^t$  – número de geradores candidatos  $i$  adicionados no estágio  $t$ ;
- $\delta_{oper}^t$  – fator de desconto alterado para considerar também a duração em anos do estágio  $t$  — vide Equação 3.20 [ano];
- $OC_i^t$  – custo de operação do gerador candidato  $i$  no estágio  $t$  [\$/ano];
- $G_i^t$  – injeção de potência ativa do gerador candidato  $i$  no estágio  $t$  [pu];
- $oc_j^t$  – custo de operação do gerador já instalado  $j$  no estágio  $t$  [\$/ano];
- $g_j^t$  – injeção de potência ativa do gerador já instalado  $j$  no estágio  $t$  [pu];
- $\alpha$  – fator para compatibilizar a unidade de custo com corte de carga [\$/ano];
- $r_k^t$  – corte de carga na barra  $k$  no estágio  $t$  [pu];
- $S$  – matriz incidência nó-ramo da rede inicial e dos ramos candidatos;
- $f^t$  – vetor dos fluxos de potência ativa nos ramos no estágio  $t$  [pu];
- $G^t$  – vetor das injeções de potência ativa dos geradores candidatos no estágio  $t$  [pu];
- $g^t$  – vetor das injeções de potência ativa dos geradores já instalados no estágio  $t$  [pu];
- $r^t$  – vetor dos cortes de carga nas barras no estágio  $t$  [pu];
- $d^t$  – vetor das demandas de potência ativa no estágio  $t$  [pu];
- $f_{ij}^t$  – fluxo de potência ativa no ramo  $ij$  no estágio  $t$  [pu];
- $n_{ij}^0$  – número de linhas/transformadores existentes no ramo  $ij$  na rede inicial;

- $\bar{f}_{ij}$  – fluxo máximo de potência ativa no ramo  $ij$  [pu];
- $\underline{G}_i$  – geração mínima do gerador candidato  $i$  [pu];
- $\bar{G}_i$  – geração máxima do gerador candidato  $i$  [pu];
- $\underline{g}_j^t$  – geração mínima do gerador já instalado  $j$  no estágio  $t$  [pu];
- $\bar{g}_j^t$  – geração máxima do gerador já instalado  $j$  no estágio  $t$  [pu];
- $\underline{n}_{ij}^t$  – número mínimo de linhas que precisam ser adicionadas no corredor  $ij$  no estágio  $t$ ;
- $\bar{n}_{ij}^t$  – número máximo de linhas que podem ser adicionadas no corredor  $ij$  no estágio  $t$ ;
- $\underline{N}_i^t$  – número mínimo de geradores candidatos  $i$  que precisam ser adicionados no estágio  $t$ ;
- $\bar{N}_i^t$  – número máximo de geradores candidatos  $i$  que podem ser adicionados no estágio  $t$ ;
- $\bar{n}_{ij}$  – número total máximo de linhas que podem ser adicionadas no corredor  $ij$ ;
- $\bar{N}_i$  – número total máximo de geradores candidatos  $i$  que podem ser adicionados;
- $T$  – número de estágios considerados.

As variáveis de investimento são representadas pelo número de equipamentos de geração,  $N_i^t$ , e de transmissão,  $n_{ij}^t$ , a serem adicionados nos diversos estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ . As variáveis de operação, relativas ao estágio  $t = 1, 2, \dots, T$ , são representadas pelas injeções dos geradores candidatos adicionados,  $G_i^t$ , e existentes,  $g_j^t$ , e pelos fluxos de potência ativa nos ramos,  $f_{ij}^t$ . Além disto, uma injeção fictícia adicional,  $r_k^t$ , é utilizada para quantificar o custo de não atender parcialmente ou totalmente o valor previsto para sua demanda.

Os limites mínimos  $\underline{n}_{ij}^t$  e  $\underline{N}_i^t$  são empregados para contemplar as decisões prévias em investimentos que podem não ser ótimos para (3.21) mas que já estão em curso de realização e precisam ser respeitados. Os limites máximos  $\bar{n}_{ij}^t$  e  $\bar{N}_i^t$  representam restrições relacionadas com a viabilidade da construção no tempo e os limites  $\bar{n}_{ij}$  e  $\bar{N}_i$  representam os limites naturais sobre a capacidade física.

Do mesmo modo como foi observado na Página 18, o problema assim formulado torna-se de um problema convexo de programação linear inteira mista (PLIM) e permite resolver o planejamento da expansão de sistemas elétricos mesmo quando a rede de transmissão não é conexa.

### 3.3.2 Modelo do fluxo de carga CC

Quando a rede de transmissão existente e as linhas e transformadores candidatos são representados pelo modelo de rede do fluxo de carga CC, o problema do planejamento dinâmico da expansão assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \sum_{t=1}^T \left[ \delta_{inv}^t \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij}^t + \sum_i C_i N_i^t \right) + \delta_{oper}^t \left( \sum_i OC_i^t G_i^t + \sum_j oc_j^t g_j^t + \alpha \sum_k r_k^t \right) \right] \\
\text{s.a. } B^t \theta^t + G^t + g^t + r^t &= d^t \\
\left( \sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) |\theta_i^t - \theta_j^t| &\leq \left( \sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) \bar{\phi}_{ij} \\
\sum_{m=1}^t N_i^m \underline{G}_i &\leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t N_i^m \bar{G}_i \\
\underline{g}_j^t &\leq g_j^t \leq \bar{g}_j^t \\
0 &\leq r^t \leq d^t \\
\underline{n}_{ij}^t &\leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\
\underline{N}_i^t &\leq N_i^t \leq \bar{N}_i^t \\
\sum_{t=1}^T n_{ij}^t &\leq \bar{n}_{ij} \\
\sum_{t=1}^T N_i^t &\leq \bar{N}_i \\
n_{ij}^t \text{ e } N_i^t &\text{ inteiros} \\
\theta_i^t &\text{ irrestrito} \\
t &= 1, 2, \dots, T
\end{aligned} \tag{3.22}$$

em que:

- $B^t$  – matriz susceptância da rede inicial e dos ramos candidatos no estágio  $t$  [pu];
- $\theta^t$  – vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal no estágio  $t$  [radianos];
- $\theta_i^t$  – ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra  $i$  no estágio  $t$  [radianos].

Como no modelo de transportes, as variáveis de investimento são representadas pelo número de equipamentos de geração,  $N_i^t$ , e de transmissão,  $n_{ij}^t$ , a serem adicionados nos diversos estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ . As variáveis de operação, relativas ao estágio  $t = 1, 2, \dots, T$ , são representadas pelas injeções dos geradores candidatos adicionados,  $G_i^t$ , e existentes,  $g_j^t$ , e pelos ângulos de fase dos fasores tensão nodal,  $\theta_i^t$ . A injeção fictícia adicional,  $r_k^t$ , é acrescentada às barras de carga para quantificar o custo de não atender parcialmente ou totalmente o valor previsto para sua demanda.

Como observado na Página 20, o problema assim formulado é de um problema de programação não linear inteira mista (PNLIM).

### 3.3.3 Modelo híbrido

Quando a rede de transmissão existente é representada através das equações do fluxo de carga CC e as linhas e transformadores candidatos pelo modelo de transportes, o problema do planejamento dinâmico da expansão assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \sum_{t=1}^T \left[ \delta_{inv}^t \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij}^t + \sum_i C_i N_i^t \right) + \delta_{oper}^t \left( \sum_i OC_i^t G_i^t + \sum_j oc_j^t g_j^t + \alpha \sum_k r_k^t \right) \right] \\
\text{s.a. } B^0 \theta^t + S_1 f^t + G^t + g^t + r^t &= d^t \\
|\theta_i^t - \theta_j^t| &\leq \bar{\phi}_{ij} & \forall ij \in \Omega_0 \\
|f_{ij}^t| &\leq \sum_{m=1}^t n_{ij}^m \bar{f}_{ij} & \forall ij \in \Omega_1 \\
\sum_{m=1}^t N_i^m \underline{G}_i &\leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t N_i^m \bar{G}_i \\
\underline{g}_j^t &\leq g_j^t \leq \bar{g}_j^t \\
0 &\leq r^t \leq d^t \\
\underline{n}_{ij}^t &\leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\
\underline{N}_i^t &\leq N_i^t \leq \bar{N}_i^t \\
\sum_{t=1}^T n_{ij}^t &\leq \bar{n}_{ij} \\
\sum_{t=1}^T N_i^t &\leq \bar{N}_i \\
n_{ij}^t \text{ e } N_i^t &\text{ inteiros} \\
\theta_i^t \text{ e } f_{ij}^t &\text{ irrestritos} \\
t &= 1, 2, \dots, T
\end{aligned} \tag{3.23}$$

em que:

- $\theta^t$  – vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal das barras da rede inicial no estágio  $t$  [radianos];
- $f^t$  – vetor dos fluxos de potência ativa nos ramos candidatos no estágio  $t$  [pu];
- $\theta_i^t$  – ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra  $i$  da rede inicial no estágio  $t$  [radianos];
- $f_{ij}^t$  – fluxo de potência ativa no ramo candidato  $ij$  no estágio  $t$  [pu].

As variáveis de investimento continuam sendo o número de equipamentos de geração,  $N_i^t$ , e de transmissão,  $n_{ij}^t$ , a serem adicionados nos diversos estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ . As variáveis de operação, relativas ao estágio  $t = 1, 2, \dots, T$ , são representadas pelas injeções dos geradores candidatos adicionados,  $G_i^t$ , e existentes,  $g_j^t$ , pelos ângulos de fase dos fasores tensão nodal das barras que fazem parte da rede inicial,  $\theta_i^t$ , e pelos fluxos de potência ativa nos ramos da rede candidata,  $f_{ij}^t$ . Observar que os ângulos de fase das tensões nodais só são definidos para as barras que fazem parte da rede inicial,  $\forall ij \in \Omega_0$ . Por outro lado, as variáveis relacionadas com o fluxo de potência ativa nos ramos só são definidas para os ramos candidatos,  $\forall ij \in \Omega_1$ .

Como mencionado na Página 21, o modelo híbrido assim formulado mantém as características desejáveis do modelo de transportes e constitui um problema de programação linear inteira mista (PLIM).

## Capítulo 4

# Decomposição de Benders e o planejamento dinâmico integrado da expansão

### 4.1 Introdução

Como apresentado no Capítulo 3, o problema de expansão das capacidades de geração e de transmissão dos sistemas de energia elétrica pode ser representado pelo seguinte problema de otimização [?]:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & z = c(x) + d(y) \\ \text{s. a.} \quad & A(x) \geq b \\ & E(x) + F(y) \geq h \end{aligned} \tag{4.1}$$

Neste problema, as variáveis  $x$  representam as decisões a respeito das capacidades de geração e de transmissão e as variáveis  $y$  representam as decisões a respeito do modo de operação do sistema.  $A(x) \geq b$  são as restrições associadas às decisões de investimento e  $E(x) + F(y) \geq h$  são as restrições associadas às decisões de operação — para uma descrição mais detalhada, consultar a Página 13.

Considerando a decomposição natural entre as decisões de investimento e de operação, o problema do planejamento da expansão pode ser representado por um processo de decisão em duas etapas:

- Etapa 1 (Subproblema de Investimento) – Determina-se uma decisão de investimento factível  $x^*$ , ou seja, tal que  $A(x^*) \geq b$ .
- Etapa 2 (Subproblema de Operação) – Utilizando a decisão de investimento  $x^*$ , o sistema

é operado da forma mais eficiente possível, isto é, minimizando o custo de operação  $d(y)$ :

$$\begin{aligned} \text{Min } & d(y) \\ \text{s. a. } & F(y) \geq h - E(x^*) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Observar que na restrição do problema (4.2) o termo  $E(x^*)$  passa para o lado direito, pois é conhecido.

Neste processo de decisão, o objetivo é minimizar a soma dos custos de operação e de investimento, conforme ilustra a Figura 4.1.

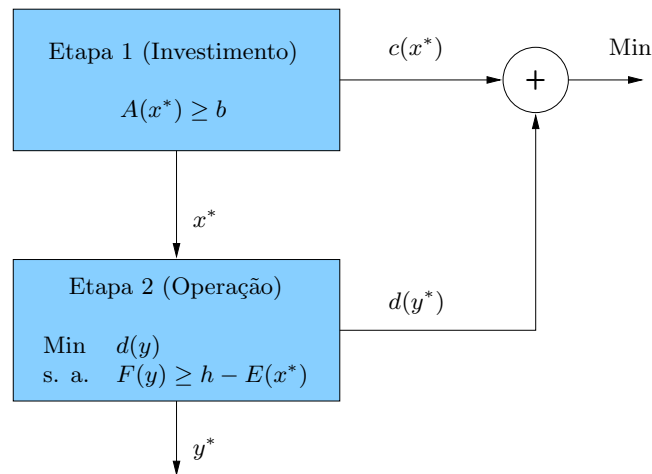


Figura 4.1: Processo de decisão em duas etapas.

A metodologia de decomposição é baseada nas seguintes observações:

- Os custos de operação  $d(y^*)$ , onde  $y^*$  é a solução ótima do problema (4.2), pode ser visto como uma função  $\alpha(x)$  da decisão de investimento  $x$ , tal que:

$$\begin{aligned} \alpha(x) = \text{Min } & d(y) \\ \text{s. a. } & F(y) \geq h - E(x) \end{aligned} \quad (4.3)$$

- O problema da expansão da capacidade do sistema da equação (4.1), pode ser reescrito em termos das variáveis  $x$  da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \text{Min } & z = c(x) + \alpha(x) \\ \text{s. a. } & A(x) \geq b \end{aligned} \quad (4.4)$$

onde a função  $\alpha(x)$  é a solução do problema (4.3) para um dado  $x$ .

A função  $\alpha(x)$  fornece informação sobre as *conseqüências* das decisões de investimento  $x$  em termos de custos de operação. Em outras palavras, o problema da Etapa 2 é mapeado no problema da Etapa 1 através de  $\alpha(x)$  [?]. Se esta função estivesse disponível, o problema da expansão da capacidade poderia ser resolvido sem uma representação explícita do subproblema de operação. Como isto geralmente não ocorre, a função  $\alpha(x)$  precisa ser determinada e o método da decomposição de Benders é utilizado para construí-la, com a precisão requerida, a partir da solução do subproblema de operação, como é mostrado na Figura 4.2.

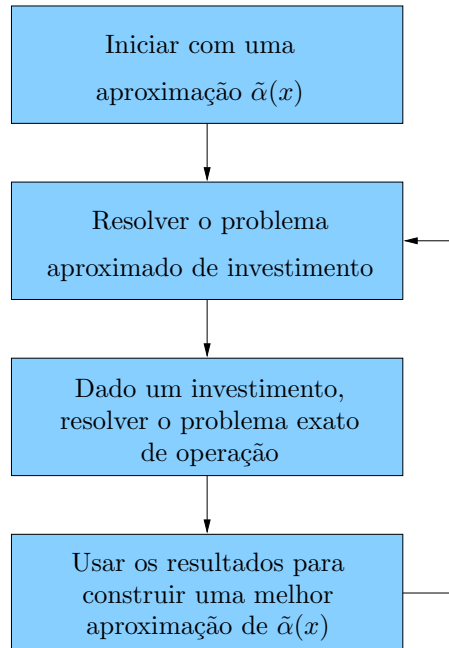


Figura 4.2: Decomposição de Benders.

No método da decomposição de Benders, os problemas das Etapas 1 e 2 são resolvidos iterativamente do seguinte modo [?]:

1. Iniciar com uma aproximação  $\tilde{\alpha}(x)$  que é um limite inferior para  $\alpha(x)$ .
2. **Etapa 1 – Subproblema de Investimento:** Resolver uma aproximação do problema de expansão da capacidade (4.4):

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & z = c(x) + \tilde{\alpha}(x) \\ \text{s. a.} \quad & A(x) \geq b \end{aligned} \tag{4.5}$$

3. A solução ótima do problema (4.5) é um limite inferior para o problema geral da expansão da capacidade (4.1):

$$\underline{z} = c(x^*) + \tilde{\alpha}(x^*) \tag{4.6}$$



4. **Etapa 2 – Subproblema de Operação:** Resolver o problema de operação:

$$\begin{aligned} \text{Min } & d(y) \\ \text{s. a. } & F(y) \geq h - E(x^*) \end{aligned} \quad (4.7)$$

onde  $x^*$  é a solução do problema (4.5). Observar que o problema (4.7) é escrito somente em termos das variáveis  $y$  porque  $x^*$  é conhecido.

5. Seja  $y^*$  a solução do problema (4.7), então o par  $(x^*, y^*)$  é uma solução factível do problema geral de expansão da capacidade (4.1) mas não necessariamente a solução ótima. O valor correspondente da função objetivo :

$$\bar{z} = c(x^*) + d(y^*) \quad (4.8)$$

é, portanto, um limite superior do valor da solução ótima do problema geral de expansão da capacidade (4.1).

6. Se  $\bar{z} - z$  é menor do que uma dada tolerância, o processo termina e o par  $(x^*, y^*)$  é a solução ótima do problema (4.1). Caso contrário, gerar uma nova aproximação  $\tilde{\alpha}(x)$  a partir da solução do problema (4.7) — esta aproximação continua sendo um limite inferior para  $\alpha(x)$ . Retornar para o Passo 2.

Os Passos 1–6 descrevem as linhas gerais do esquema da decomposição de Benders. Deve-se observar que as etapas de investimento (problema (4.5) do Passo 2) e de operação (problema (4.7) do Passo 4) são resolvidos separadamente, explorando, matematicamente, a decomposição *natural* entre as decisões de investimento e operação.

Outra característica importante do método da decomposição de Benders é a disponibilidade dos limites inferior e superior da solução ótima a cada iteração. Esses limites podem ser utilizados para um critério efetivo de convergência, como mostrado no Passo 6.

A atualização da aproximação  $\tilde{\alpha}(x)$  é realizada a partir dos multiplicadores de Lagrange da solução do problema (4.7). Tais multiplicadores avaliam as mudanças no custo de operação do sistema causadas por variações marginais no plano de investimentos em teste e nas capacidades das linhas e podem ser empregados para produzir uma restrição linear, escrita em termos das variáveis de investimento  $x$ . Essas restrições, conhecidas como *Cortes de Benders*, são incorporadas ao subproblema de investimento, que é modificado e novamente resolvido para determinar um novo plano de investimento para ser testado.

## 4.2 Decomposição de Benders no planejamento estático da expansão

O problema estático do planejamento da expansão dos sistemas elétricos — formulado no Capítulo 3 através das expressões (3.8), (3.9) e (3.13), respectivamente, para o modelo de rede

de transportes, do fluxo de carga CC e híbrido — pode ser resolvido através da decomposição de Benders [?; ?], como será mostrado a seguir.

### 4.2.1 Modelo de transportes

Como já apresentado na Seção 3.2.1, quando a rede de transmissão é representada pelo modelo de transportes, o problema do planejamento integrado da expansão é dado pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v &= \delta_{inv} \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_i C_i N_i \right) + \delta_{oper} \left( \sum_i OC_i G_i + \sum_j oc_j g_j + \alpha \sum_k r_k \right) \\
 \text{s.a. } Sf + G + g + r &= d \\
 |f_{ij}| &\leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \\
 N_i \underline{G}_i &\leq G_i \leq N_i \bar{G}_i \\
 \underline{g}_j &\leq g_j \leq \bar{g}_j \\
 0 &\leq r \leq d \\
 \underline{n}_{ij} &\leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\
 \underline{N}_i &\leq N_i \leq \bar{N}_i \\
 n_{ij} \text{ e } N_i &\text{ inteiros} \\
 f_{ij} &\text{ irrestrito}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Nesta formulação, as variáveis de investimento (número de equipamentos de geração,  $N_i$ , e de transmissão,  $n_{ij}$ ) e de operação (fluxos de potência ativa nos ramos,  $f_{ij}$ , e injeções dos geradores candidatos adicionados,  $G_i$ , e existentes,  $g_i$ ) são linearmente separáveis e, assim, o planejamento da expansão constitui um problema convexo para o qual a solução ótima pode ser obtida através do emprego da decomposição de Benders [?].

O processo de decomposição conduz aos seguintes subproblemas:

- Subproblema de operação:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } w &= \delta_{oper} \left( \sum_i OC_i G_i + \sum_j oc_j g_j + \alpha \sum_k r_k \right) \\
 \text{s.a. } Sf + G + g + r &= d && \text{Multiplicador} \\
 |f_{ij}| &\leq (n_{ij}^v + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} && \pi_{ij} \\
 N_i^v \underline{G}_i &\leq G_i \leq N_i^v \bar{G}_i && \Pi_i \\
 \underline{g}_j &\leq g_j \leq \bar{g}_j \\
 0 &\leq r \leq d \\
 f_{ij} &\text{ irrestrito}
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

- Subproblema de investimento:

$$\begin{aligned}
\text{Min } & v = \delta_{inv} \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_i C_i N_i \right) + \beta \\
\text{s.a. } & \sum_{ij} \left\{ \left| \pi_{ij}^\nu \right| \bar{f}_{ij} \left( n_{ij} - n_{ij}^\nu \right) \right\} + \sum_i \left\{ \Pi_i^\nu \bar{G}_i^\nu \left( N_i - N_i^\nu \right) \right\} + \beta \geq w^\nu \\
& \beta \geq \underline{w} \\
& \underline{n}_{ij} \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\
& \underline{N}_i \leq N_i \leq \bar{N}_i \\
& n_{ij} \text{ e } N_i \text{ inteiros}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

onde  $\beta$  surge como conseqüência da decomposição,  $\pi_{ij}^\nu$  são os multiplicadores de Lagrange das restrições  $|f_{ij}| \leq (n_{ij}^\nu + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}$ ,  $\Pi_i^\nu$  são os multiplicadores de Lagrange das restrições  $N_i^\nu \underline{G}_i^t \leq G_i^t \leq N_i^\nu \bar{G}_i^t$  e  $\bar{G}_i^\nu$ , são os limites dos geradores candidatos que foram impostos,

$$\bar{G}_i^\nu = \begin{cases} \bar{G}_i, & \text{se } \Pi_i^\nu < 0 \\ \underline{G}_i, & \text{se } \Pi_i^\nu > 0 \end{cases} \tag{4.12}$$

obtidos após a solução do subproblema de operação (4.10), na iteração  $\nu$  do processo. O subproblema de operação da equação (4.10) fornece, para o subproblema de investimento da equação (4.11), as informações necessárias para a definição do novo corte de Benders a ser acrescentado, ou seja,  $w^\nu$ ,  $\pi_{ij}^\nu$  e  $\Pi_i^\nu$ . Este subproblema será, posteriormente, informado das decisões de investimento realizadas, ou seja,  $n_{ij}^\nu$  e  $N_i^\nu$ , conforme mostra a Figura 4.3. Na expressão (4.11) a variável  $\underline{w}$  representa um limitante inferior para  $w$  que pode ser determinado, por exemplo, a partir da solução do subproblema de operação desconsiderando-se o sistema de transmissão de energia e realizando o despacho para um sistema fictício formado por apenas um nó no qual todas as cargas e todos os geradores (existentes e candidatos) estão conectados.

A convergência do processo ocorre quando o valor  $w^\nu$  ótimo, obtido na solução do subproblema de operação, coincide com o valor  $\beta^\nu$ , obtido na solução do subproblema de investimento anterior. Neste caso, não será produzido um novo corte de Benders e a solução obtida corresponderá à solução ótima do problema (4.9).

### 4.2.2 Modelo do fluxo de carga CC

Quando a rede de transmissão é representada pelo modelo do fluxo de carga CC, o problema do planejamento integrado da expansão é dado pela seguinte expressão (vide Seção 3.2.2):

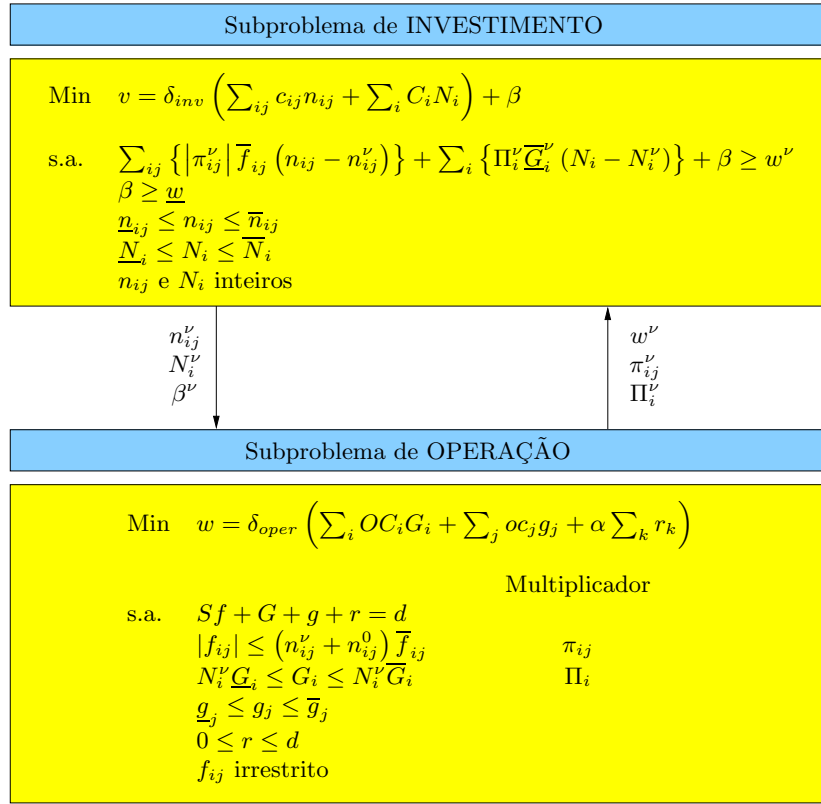


Figura 4.3: Decomposição de Benders – modelo de transportes em um estágio.

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & v = \delta_{inv} \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_i C_i N_i \right) + \delta_{oper} \left( \sum_i OC_i G_i + \sum_j oc_j g_j + \alpha \sum_k r_k \right) \\
 \text{s.a.} \quad & B\theta + G + g + r = d \\
 & (n_{ij} + n_{ij}^0) |\theta_i - \theta_j| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{\phi}_{ij} \\
 & N_i \underline{G}_i \leq G_i \leq N_i \bar{G}_i \\
 & \underline{g}_j \leq g_j \leq \bar{g}_j \\
 & 0 \leq r \leq d \\
 & \underline{n}_{ij} \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\
 & \underline{N}_i \leq N_i \leq \bar{N}_i \\
 & n_{ij} \text{ e } N_i \text{ inteiros} \\
 & \theta_i \text{ irrestrito}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

que contém em suas restrições o produto de variáveis de investimento (número de equipamentos de transmissão adicionados,  $n_{ij}$ ) e variáveis de operação (ângulos de fase dos fasores tensão nodal,  $\theta$ ). Assim, as variáveis de investimento e de operação não são linearmente separáveis. Quando escrito de modo que essas variáveis sejam separadas entre si, o problema resultante é não linear nas variáveis de operação mas ainda pode ser resolvido através da decomposição generalizada de Benders [?].

O processo de decomposição conduz aos seguintes subproblemas:

- Subproblema de operação:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } w &= \delta_{oper} \left( \sum_i OC_i G_i + \sum_j oc_j g_j + \alpha \sum_k r_k \right) \\
 \text{s.a. } B\theta + G + g + r &= d && \text{Multiplicador } \pi_i \\
 \left( n_{ij}^\nu + n_{ij}^0 \right) |\theta_i - \theta_j| &\leq \left( n_{ij}^\nu + n_{ij}^0 \right) \bar{\phi}_{ij} \\
 N_i^\nu \underline{G}_i \leq G_i \leq N_i^\nu \bar{G}_i &&& \Pi_i \\
 \underline{g}_j \leq g_j \leq \bar{g}_j \\
 0 \leq r \leq d \\
 \theta_i &\text{ irrestrito}
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

- Subproblema de investimento:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v &= \delta_{inv} \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_i C_i N_i \right) + \beta \\
 \text{s.a. } \sum_{ij} \left\{ \sigma_{ij}^\nu \gamma_{ij} \left( n_{ij} - n_{ij}^\nu \right) \right\} + \sum_i \left\{ \Pi_i^\nu \bar{G}_i^\nu \left( N_i - N_i^\nu \right) \right\} + \beta &\geq w^\nu \\
 \beta &\geq \underline{w} \\
 \underline{n}_{ij} \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\
 \underline{N}_i \leq N_i \leq \bar{N}_i \\
 n_{ij} \text{ e } N_i &\text{ inteiros}
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

com

$$\sigma_{ij}^\nu = \left( \pi_i^\nu - \pi_j^\nu \right) \left( \theta_i^\nu - \theta_j^\nu \right) \tag{4.16}$$

onde  $\beta$  surge como consequência da decomposição,  $\pi_i^\nu$  são os multiplicadores de Lagrange das restrições  $B\theta + G + g + r = d$ ,  $\Pi_i^\nu$  são os multiplicadores de Lagrange das restrições  $N_i^\nu \underline{G}_i \leq G_i \leq N_i^\nu \bar{G}_i$  e  $\bar{G}_i^\nu$ , são os limites dos geradores candidatos que foram impostos, dados pela expressão (4.12), obtidos após a solução do subproblema de operação (4.14), na iteração  $\nu$  do processo iterativo. Como anteriormente, a variável  $\underline{w}$  representa um limitante inferior para  $w$  que pode ser estimado antes do início deste processo iterativo — vide Página 33.

No subproblema de investimento da equação (4.15), os coeficientes  $\sigma_{ij}^\nu$  dos cortes de Benders, dados pela expressão (4.16), consideram que todos ângulos de fase das tensões nodais possuem a mesma referência. Desta forma, o sistema elétrico definido pela matriz  $B$  no subproblema de operação da equação (4.14) — de onde provêm os multiplicadores  $\pi^\nu$  e os ângulos de fase  $\theta^\nu$  — precisa ser conexo e, caso isto não ocorra, é necessário acrescentar uma *rede fictícia*, ou *rede tipo-0* [?], para torná-lo conexo. Essa rede é constituída, geralmente, por ligações com valores reduzidos de susceptâncias, colocadas em todos os ramos onde as novas adições são permitidas [?; ?]. Como a reatância dos ramos da *rede fictícia* é elevada, esses ramos só serão utilizados quando não for possível transportar energia pela rede real, ou seja, nas situações em que existirem fluxos de potência entre áreas isoladas.

O subproblema de operação da equação (4.14) fornece, para o subproblema de investimento da equação (4.15), as informações necessárias para a definição do novo corte de Benders a ser acrescentado, ou seja,  $w^\nu$ ,  $\sigma_{ij}^\nu$  e  $\Pi_i^\nu$ . Este subproblema será, posteriormente, informado das decisões de investimento realizadas, ou seja,  $n_{ij}^\nu$  e  $N_i^\nu$ , conforme mostra a Figura 4.4.

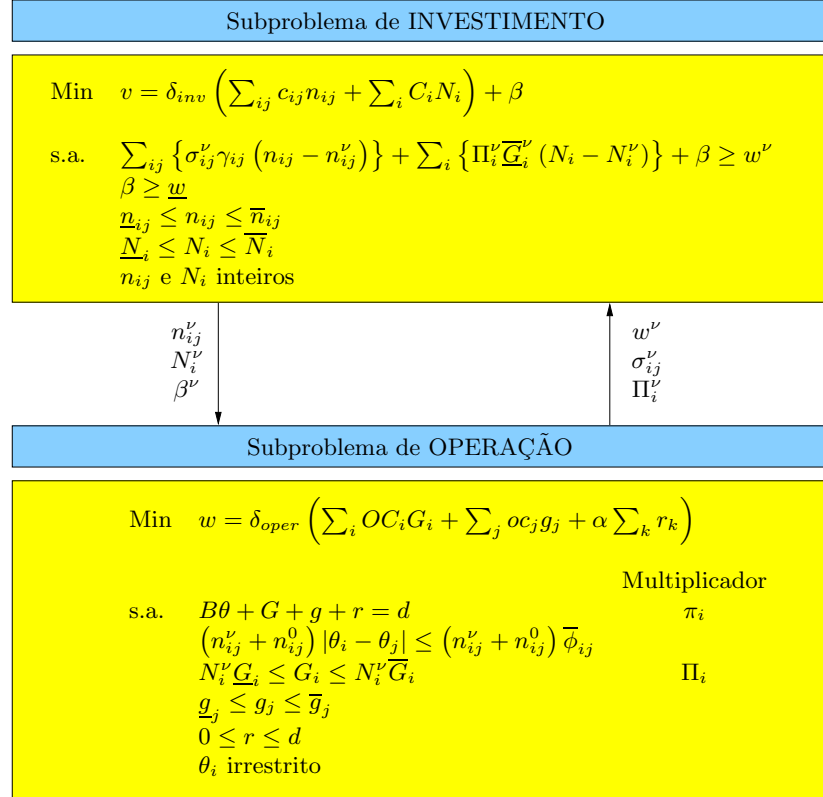


Figura 4.4: Decomposição de Benders – modelo do fluxo de carga CC em um estágio.

A convergência do processo ocorre quando o valor  $w^\nu$  ótimo, obtido na solução do subproblema de operação, coincide com o valor  $\beta^\nu$ , obtido na solução do subproblema de investimento anterior. Neste caso, não será produzido um novo corte de Benders e a solução obtida é considerada a solução do problema (4.13).

### 4.2.3 Modelo híbrido

Quando a rede de transmissão existente é representada pelas equações do fluxo de carga CC e as linhas e transformadores candidatos pelo modelo de transportes, o problema do planejamento integrado da expansão é dado pela seguinte expressão (vide Seção 3.2.3):

$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \delta_{inv} \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_i C_i N_i \right) + \delta_{oper} \left( \sum_i OC_i G_i + \sum_j oc_j g_j + \alpha \sum_k r_k \right) \\
\text{s.a. } B^0 \theta + S_1 f + G + g + r &= d \\
|\theta_i - \theta_j| &\leq \bar{\phi}_{ij} & \forall ij \in \Omega_0 \\
|f_{ij}| &\leq n_{ij} \bar{f}_{ij} & \forall ij \in \Omega_1 \\
N_i \underline{G}_i &\leq G_i \leq N_i \bar{G}_i \\
\underline{g}_j &\leq g_j \leq \bar{g}_j \\
0 &\leq r \leq d \\
\underline{n}_{ij} &\leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\
\underline{N}_i &\leq N_i \leq \bar{N}_i \\
n_{ij} \text{ e } N_i &\text{ inteiro} \\
\theta_i \text{ e } f_{ij} &\text{ irrestrito}
\end{aligned} \tag{4.17}$$

Do mesmo modo que ocorre para o modelo de rede de transportes, nesta formulação híbrida as variáveis de investimento (número de equipamentos de geração,  $N_i$ , e de transmissão,  $n_{ij}$ ) e de operação (ângulos de fase dos fasores tensão nodal da rede inicial,  $\theta$ , fluxos de potência ativa nos ramos da rede candidata,  $f_{ij}$ , e injeções dos geradores candidatos adicionados,  $G_i$ , e existentes,  $g_i$ ) são linearmente separáveis e conduzem aos seguintes subproblemas:

- Subproblema de operação:

$$\begin{aligned}
\text{Min } w &= \delta_{oper} \left( \sum_i OC_i G_i + \sum_j oc_j g_j + \alpha \sum_k r_k \right) \\
\text{s.a. } B^0 \theta + S_1 f + G + g + r &= d & \text{Multiplicador} \\
|\theta_i - \theta_j| &\leq \bar{\phi}_{ij} & \forall ij \in \Omega_0 & \pi_{ij} \\
|f_{ij}| &\leq n_{ij}^\nu \bar{f}_{ij} & \forall ij \in \Omega_1 & \Pi_i \\
N_i^\nu \underline{G}_i &\leq G_i \leq N_i^\nu \bar{G}_i & & \\
\underline{g}_j &\leq g_j \leq \bar{g}_j & & \\
0 &\leq r \leq d & & \\
\theta_i \text{ e } f_{ij} &\text{ irrestritos} & &
\end{aligned} \tag{4.18}$$

- Subproblema de investimento:

$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \delta_{inv} \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_i C_i N_i \right) + \beta \\
\text{s.a. } \sum_{ij} \left\{ \left| \pi_{ij}^\nu \right| \bar{f}_{ij} (n_{ij} - n_{ij}^\nu) \right\} + \sum_i \left\{ \Pi_i^\nu \bar{G}_i^\nu (N_i - N_i^\nu) \right\} + \beta &\geq w^\nu \\
\beta &\geq \underline{w} \\
\underline{n}_{ij} &\leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\
\underline{N}_i &\leq N_i \leq \bar{N}_i \\
n_{ij} \text{ e } N_i &\text{ inteiros}
\end{aligned} \tag{4.19}$$

onde  $\beta$  surge como consequência da decomposição,  $\pi_{ij}^\nu$  são os multiplicadores de Lagrange das restrições  $|f_{ij}| \leq n_{ij}^\nu \bar{f}_{ij}$ ,  $\Pi_i^\nu$  são os multiplicadores de Lagrange das restrições  $N_i^\nu \underline{G}_i \leq G_i \leq N_i^\nu \bar{G}_i$  e  $\bar{G}_i^\nu$ , são os limites dos geradores candidatos que foram impostos, dados pela expressão (4.12), obtidos após a solução do subproblema de operação (4.18), na iteração  $\nu$  do processo iterativo. Novamente, a variável  $\underline{w}$  representa um limitante inferior para  $w$  que é estimado antes do início do processo iterativo — vide Página 33.

Observar, na equação (4.18), que a matriz  $B^0$  e o vetor  $\theta$  só são definidos para as barras e ligações que fazem parte da rede inicial. Assim, a matriz  $B^0$  não depende do investimento realizado e permanece inalterada ao longo de todo o processo de otimização. Além disto, não é necessário superpor uma *rede fictícia* porque a Segunda Lei de Kirchhoff só é imposta aos ramos que pertencem à rede inicial.

O subproblema de operação da equação (4.18) fornece, para o subproblema de investimento da equação (4.19), as informações necessárias para a definição do novo corte de Benders a ser acrescentado, ou seja,  $w^\nu$ ,  $\pi_{ij}^\nu$  e  $\Pi_i^\nu$ . Este subproblema será, posteriormente, informado das decisões de investimento realizadas, ou seja,  $n_{ij}^\nu$  e  $N_i^\nu$ , conforme mostra a Figura 4.5.

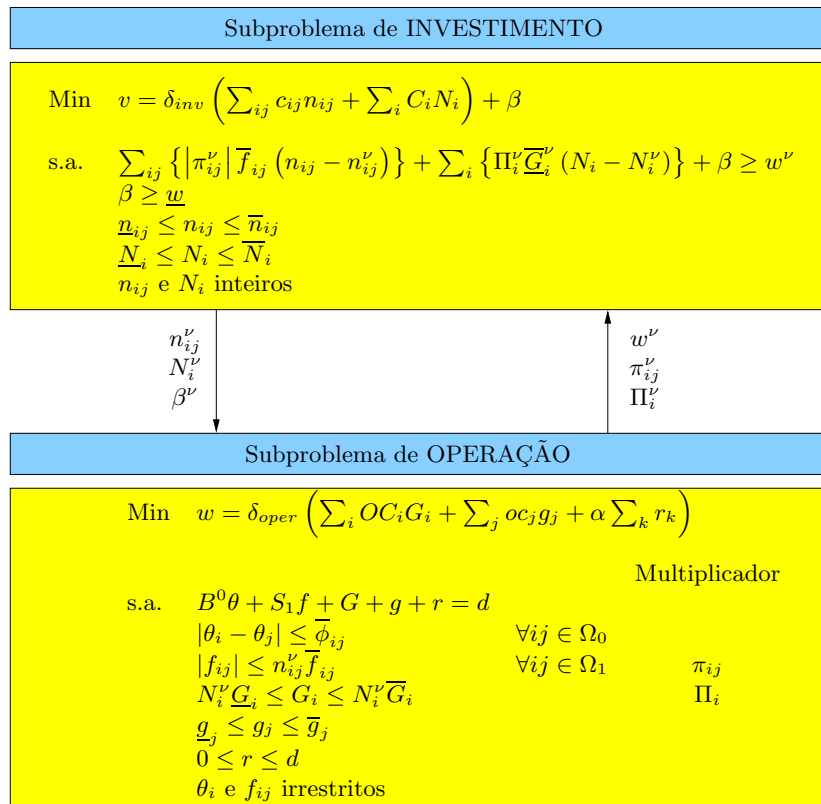


Figura 4.5: Decomposição de Benders – modelo híbrido em um estágio.

Notar que a diferença entre o modelo híbrido apresentado na Figura 4.5 e o modelo de transportes da Figura 4.3 está limitada à definição do subproblema de operação.



A convergência deste processo iterativo ocorre quando o valor  $w^\nu$  ótimo, obtido na solução do subproblema de operação, coincide com o valor  $\beta^\nu$ , obtido na solução do subproblema de investimento anterior. Neste caso, não será produzido um novo corte de Benders e a solução obtida corresponderá à solução ótima do problema (4.17).

#### 4.2.4 Planejamento hierarquizado da expansão

Embora o problema do planejamento da expansão do sistema elétrico possa ser formulado e resolvido para cada um dos três modelos apresentados nas seções anteriores, a aplicação dos resultados obtidos através dos modelos mais relaxados (transportes e híbrido) têm sido evitada em função da qualidade da solução assim obtida. Mais especificamente, o fato de considerar que os fluxos nos equipamentos de transmissão podem ser ajustados independentemente, como é assumido pelo modelo de transportes, não corresponde à realidade dos equipamentos mais comuns de transmissão (tais como as linhas de transmissão e transformadores em fase) e faz com que as alternativas de investimento resultantes da aplicação desses modelos possam estar distantes da solução do problema real de planejamento [?].

O modelo de rede do fluxo de carga CC tem sido considerado o mais adequado para a formulação do planejamento da expansão do sistema de transmissão mas carrega consigo algumas complicações como a perda da garantia de convexidade, o surgimento de problemas de convergência e também a dificuldade no tratamento de redes de transmissão não conexas. Para contornar estas dificuldades, ? desenvolveram um algoritmo hierarquizado em fases nas quais resolve-se, sucessivamente, problemas relaxados visando amenizar os problemas de convexidade, reduzir o número de soluções de problemas de programação inteira — responsáveis pela quase totalidade do esforço computacional necessário — e, também, reduzir o emprego de *redes fictícias* que fica restrito à última fase sendo estas utilizadas apenas quando necessário. O processo inicia com a formulação do modelo de transportes (o mais relaxado dos três modelos apresentados) e com todas as variáveis de investimento consideradas como variáveis contínuas. As restrições, inicialmente relaxadas, são, paulatinamente, reintroduzidas nas fases seguintes até convergir para o problema final, onde todas as restrições do modelo de rede do fluxo de carga CC são consideradas, juntamente com a integralidade das variáveis de investimento.

A aplicação do algoritmo hierarquizado ao problema estático do planejamento da expansão da capacidade dos sistemas elétricos pode ser resumida em três fases, assim definidas:

##### **Fase I – Modelo de transportes e variáveis de investimento contínuas:**

Nessa fase, a técnica de decomposição é aplicada a um problema relaxado de planejamento da expansão, no qual a rede de transmissão é representada pelo modelo de transportes da equação (4.9) e os subproblemas resultantes — subproblemas de operação (4.10) e investimento (4.11) — são resolvidos alternadamente, até atingirem a convergência. Uma relaxação adicional é introduzida à formulação (4.9) pois a natureza inteira das variáveis de investimento é desconsiderada, sendo estas variáveis consideradas contínuas. Assim, tanto o subproblema de operação quanto o de investimento são problemas de programação linear que podem ser re-

solvidos por qualquer algoritmo padrão disponível. A alternativa de investimento assim obtida e todos os cortes gerados são aproveitados para as fases seguintes.

**Fase II – Modelo híbrido e variáveis de investimento contínuas:**

Nessa fase, a técnica de decomposição é aplicada ao problema de planejamento da expansão, intermediário, no qual a rede de transmissão existente é representada pelo modelo do fluxo de carga CC e as linhas e transformadores candidatos pelo modelo de transportes, conforme descrito pela equação (4.17). Os subproblemas resultantes — subproblemas de operação (4.18) e investimento (4.19) — são resolvidos, alternadamente, até a convergência, considerando as variáveis de investimento contínuas e todos os cortes gerados na Fase I. Os subproblemas de operação e investimento continuam sendo problemas de programação linear que podem ser resolvidos por qualquer algoritmo padrão disponível. A alternativa de investimento assim obtida e todos os cortes gerados são aproveitados para a fase seguinte.

**Fase III – Modelo do fluxo de carga CC e variáveis de investimento inteiras:**

Nessa fase, a técnica de decomposição é aplicada ao problema de planejamento da expansão no qual a rede a transmissão é representada pelo modelo do fluxo de carga CC, conforme descrito pela equação (4.13). Os subproblemas resultantes — subproblemas de operação (4.14) e investimento (4.15) — são resolvidos, alternadamente, até a convergência final, considerando as variáveis de investimento inteiras e todos os cortes gerados nas Fase I e II. Para uma alternativa de investimento definida, o subproblema de operação continua sendo um problema de programação linear e pode ser resolvido por qualquer algoritmo padrão disponível. Por outro lado, o subproblema de investimento torna-se um problema de programação linear inteira e precisa ser resolvido por um algoritmo adequado para esse tipo de problema. Neste trabalho, foi implementado um algoritmo especializado tipo *branch-and-bound* para resolver todos os problemas lineares inteiros dessa fase.

Através deste método hierarquizado em fases, os principais obstáculos decorrentes da aplicação da técnica de decomposição de Benders ao problema do planejamento da expansão, utilizando o modelo de rede do fluxo de carga CC, podem ser amenizados ou, até mesmo, contornados [?]:

**Convexidade:** Quando o problema de planejamento da expansão é resolvido em três fases, o processo inicia com uma formulação convexa e são definidos investimentos (por intermédio dos cortes produzidos) que representam uma parcela significativa do investimento total. Na fase final, quando o problema de convexidade se revela, o processo já se encontra suficientemente próximo da solução ótima global, reduzindo consideravelmente a chance de atingir a uma solução ótima local.

**Rede de transmissão não conexa:** Os problemas relativos ao sistema de transmissão não conexo são bastante reduzidos pois na Fase III, quando eles se manifestariam, os cortes de

Benders gerados nas fases anteriores fazem com que já sejam necessários diversos investimentos na rede de transmissão, fazendo com que o sistema elétrico utilizado como base para o subproblema de operação da equação (4.14) seja bastante conexo. No caso de ainda existirem partes ilhadas no sistema, o uso de uma *rede fictícia* superposta ao sistema real pode, facilmente, contornar este problema.

**Número elevado de soluções de problemas inteiros:** Devido a natureza combinatorial do problema, resolver diretamente o subproblema de investimento, mantendo sua natureza discreta, poderia resultar em um excessivo esforço computacional, pois exigiria que fosse resolvido um problema de programação linear inteira por iteração. Na metodologia hierarquizada, a resolução desta classe de problemas está restrita à Fase III, quando o processo já se encontra próximo da solução final e realiza, apenas, um número reduzido de iterações.

A estrutura básica do algoritmo hierarquizado implementado neste trabalho encontra-se na Figura 4.6. O processo inicia com a solução do subproblema de operação da Fase I para o investimento nulo, ou seja,  $n_{ij} = 0, \forall ij$  e  $N_i = 0, \forall i$ . A seguir, são resolvidos, alternadamente, os subproblemas de operação e investimento da Fase I até a sua convergência. Nesse momento, já foram determinados todos os cortes de Benders necessários para resolver o modelo relaxado da Fase I e a solução ótima do subproblema de investimento é dada por  $(n_{ij}^*, N_i^* e \beta^*)^I$ . A alternativa de investimento ótima da Fase I é então transferida para a Fase II e empregada como solução do subproblema inicial de investimento desta fase — observar que o subproblema de investimento *inicial* da Fase II é idêntico ao subproblema *final* da Fase I pois todos os cortes de Benders gerados na primeira fase são herdados pela segunda. A seguir, são resolvidos, alternadamente, os subproblemas de operação e investimento da Fase II até a sua convergência. Nesse momento, já foram adicionados, aos cortes determinados na Fase I, todos os cortes de Benders necessários para resolver o modelo relaxado da Fase II e a solução ótima do subproblema de investimento é dada por  $(n_{ij}^*, N_i^* e \beta^*)^{II}$ . A alternativa de investimento ótima da Fase II é então transferida para a Fase III e empregada como solução relaxada do subproblema inicial de investimento desta fase — observar que as restrições do subproblema de investimento *inicial* da Fase III são idênticas às restrições do subproblema *final* da Fase II, com exceção da natureza das variáveis de investimento (agora elas são consideradas inteiras). A seguir, são resolvidos, alternadamente, os subproblemas de operação e investimento da Fase III até a sua convergência. No final dessa fase é obtida a solução do problema de planejamento da expansão da capacidade que consiste na determinação dos investimentos ótimos  $n_{ij}^*$  e  $N_i^*$ , juntamente com o modo ótimo de operação do sistema dado por  $G_i^*, g_j^*$  e  $r_k^*$ .

De acordo com o esquema da Figura 4.6, a determinação do plano ótimo de expansão é realizada através da execução dos seguintes passos:

### Fase I – Modelo de transportes e variáveis de investimento contínuas:

I.1 Fazer:  $\nu = 0; n_{ij}^\nu = 0, \forall ij; N_i^\nu = 0, \forall i$  e  $\beta^\nu = 0$ .

I.2 Resolver o subproblema de operação da equação (4.10) para o investimento atual  $n_{ij}^\nu$  e  $N_i^\nu$ :

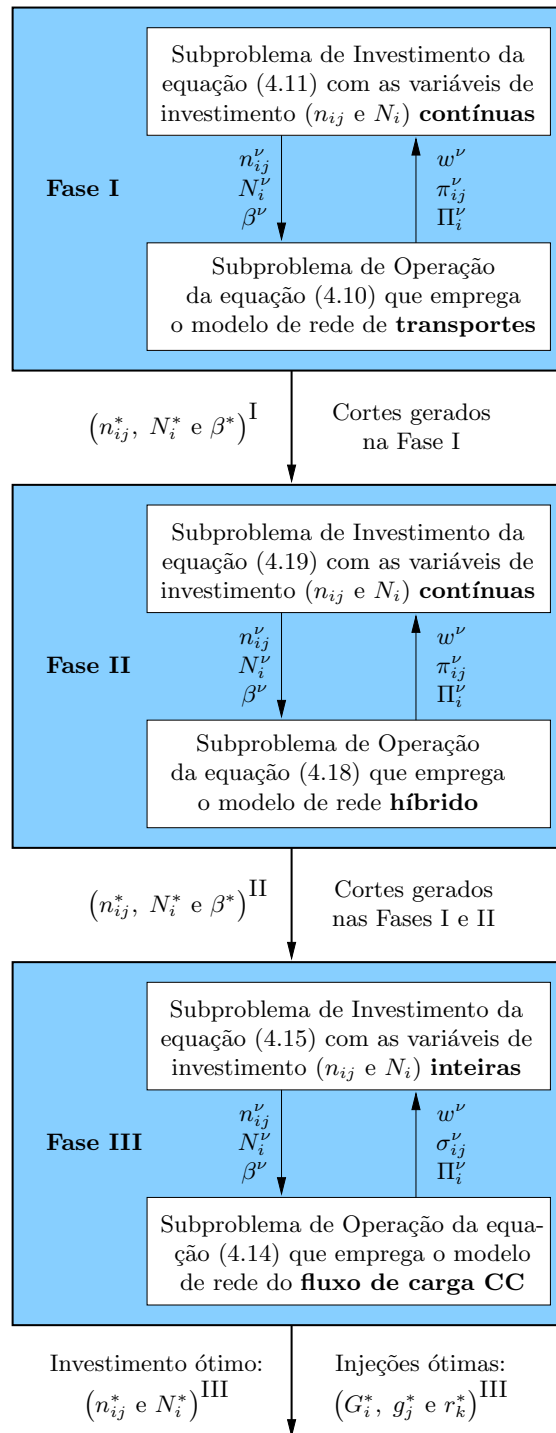


Figura 4.6: Estrutura do algoritmo hierarquizado para planejamento estático.

- (a) Se  $w^\nu = \beta^\nu$  significa que a Fase I está concluída. Neste caso, deve-se passar para a Fase II.
  - (b) Caso contrário, adicionar um novo corte de Benders ao subproblema de investimento.
- I.3 Resolver o subproblema de investimento da equação (4.11) *relaxado*. Fazer  $\nu = \nu + 1$  e retornar para o Passo I.2, com novos valores de  $n_{ij}^\nu$ ,  $N_i^\nu$  e  $\beta^\nu$ .

#### Fase II – Modelo híbrido e variáveis de investimento contínuas:

- II.4 Resolver o subproblema de operação da equação (4.18) para o investimento atual  $n_{ij}^\nu$  e  $N_i^\nu$ :
- (a) Se  $w^\nu = \beta^\nu$  significa que a Fase II está concluída. Neste caso, deve-se passar para a Fase III.
  - (b) Caso contrário, adicionar um novo corte de Benders ao subproblema de investimento.
- II.5 Resolver o subproblema de investimento da equação (4.19) *relaxado*. Fazer  $\nu = \nu + 1$  e retornar para o Passo II.4, com novos valores de  $n_{ij}^\nu$ ,  $N_i^\nu$  e  $\beta^\nu$ .

#### Fase III – Modelo do fluxo de carga CC e variáveis de investimento inteiras:

- III.6 Resolver o subproblema de investimento *inteiro* da equação (4.15) e determinar os valores atuais de  $n_{ij}^\nu$ ,  $N_i^\nu$  e  $\beta^\nu$ .
- III.7 Resolver o subproblema de operação da equação (4.14) para o investimento atual  $n_{ij}^\nu$  e  $N_i^\nu$ :
- (a) Se  $w^\nu = \beta^\nu$  significa que a Fase III está concluída e o investimento atual é ótimo.
  - (b) Caso contrário, adicionar um novo corte de Benders ao subproblema de investimento, fazer  $\nu = \nu + 1$  e retornar para o Passo III.6.

### 4.3 Decomposição de Benders no planejamento dinâmico da expansão

Quando o problema dinâmico do planejamento da expansão é resolvido através da metodologia de decomposição de Benders [?], tem-se um subproblema de investimento, que gerencia todas as variáveis de investimento, e vários subproblemas de operação, um para cada estágio considerado, conforme ilustra a Figura 4.7.

Cada um dos subproblemas de operação da Figura 4.7 interage com o subproblema de investimento, da seguinte maneira:

- **Investimento** → **operação**: O subproblema de operação do estágio  $t$  recebe do subproblema de investimento as informações pertinentes a respeito do plano de investimento que está sendo testado, ou seja,  $(n_{ij}^\nu)^m$ ,  $(N_i^\nu)^m$ ,  $m = 1, 2, \dots, t$  e  $(\beta^\nu)^t$ .

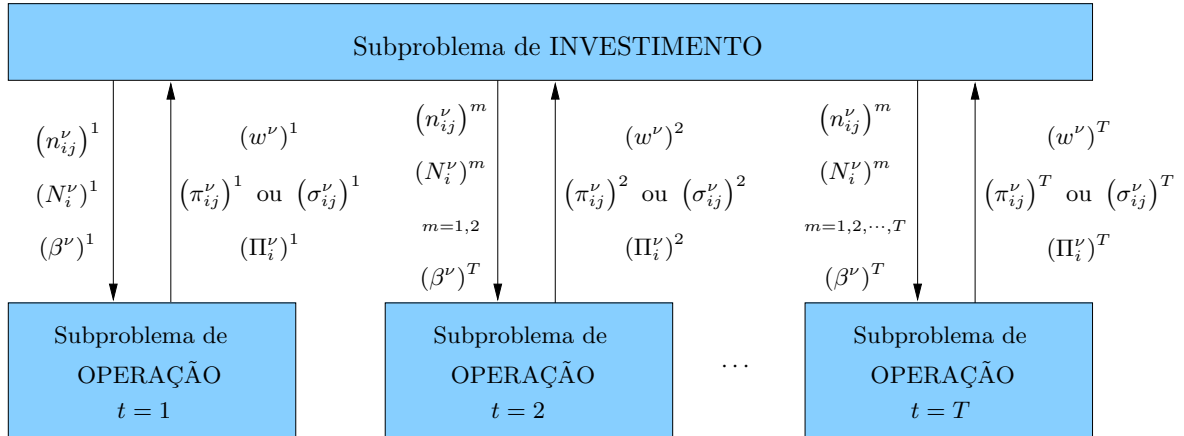


Figura 4.7: Decomposição do planejamento dinâmico integrado.

- **Operação → investimento:** O subproblema de operação do estágio  $t$  informa ao subproblema de investimento as necessidades de investimentos, por intermédio das sensibilidades  $(\Pi_i^\nu)^t$  e  $(\pi_{ij}^\nu)^t$  ou  $(\sigma_{ij}^\nu)^t$ , e do valor previsto para o custo de operação  $(w^\nu)^t$ . Estas informações são utilizadas para determinar o corte de Benders que deverá ser acrescentado ao subproblema de investimento, relativo às necessidades constatadas para o estágio  $t$ , durante a iteração  $\nu$  do processo iterativo.

A convergência de cada um dos estágios ocorre quando o valor  $(w^\nu)^t$  ótimo, obtido na solução do subproblema de operação do estágio  $t$ , coincide com o valor  $(\beta^\nu)^t$ , obtido na solução do subproblema de investimento anterior. Neste caso, não será produzido um novo corte de Benders para o respectivo estágio. A solução do problema de planejamento em múltiplos estágios só é obtida quando a igualdade entre  $(w^\nu)^t$  e  $(\beta^\nu)^t$  ocorre para todo  $t$  e nenhum corte adicional é produzido.

Do mesmo modo que o planejamento estático da expansão (vide Seção 4.2), o problema do planejamento dinâmico — formulado através das expressões (3.21), (3.22) e (3.23), respectivamente, para o modelo de rede de transportes, do fluxo de carga CC e híbrido — também pode ser resolvido através da aplicação da decomposição de Benders, como mostrado a seguir.

### 4.3.1 Modelo de transportes

Como já apresentado na Seção 3.3.1, quando a rede de transmissão é representada pelo modelo de transportes, o problema do planejamento dinâmico integrado da expansão é dado pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \sum_{t=1}^T \left[ \delta_{inv}^t \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij}^t + \sum_i C_i N_i^t \right) + \delta_{oper}^t \left( \sum_i OC_i^t G_i^t + \sum_j oc_j^t g_j^t + \alpha \sum_k r_k^t \right) \right] \\
\text{s.a. } S f^t + G^t + g^t + r^t &= d^t \\
|f_{ij}^t| &\leq \left( \sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) \bar{F}_{ij} \\
\sum_{m=1}^t N_i^m \underline{G}_i &\leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t N_i^m \bar{G}_i \\
\underline{g}_j^t &\leq g_j^t \leq \bar{g}_j^t \\
0 &\leq r^t \leq d^t \\
\underline{n}_{ij}^t &\leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\
\underline{N}_i^t &\leq N_i^t \leq \bar{N}_i^t \\
\sum_{t=1}^T n_{ij}^t &\leq \bar{n}_{ij} \\
\sum_{t=1}^T N_i^t &\leq \bar{N}_i \\
n_{ij}^t \text{ e } N_i^t &\text{ inteiros} \\
f_{ij}^t &\text{ irrestrito} \\
t &= 1, 2, \dots, T
\end{aligned} \tag{4.20}$$

Nesta formulação, as variáveis de investimento (número de equipamentos de geração,  $N_i^t$ , e de transmissão,  $n_{ij}^t$ ; a serem adicionados nos diversos estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ ) e de operação (fluxos de potência ativa nos ramos,  $f_{ij}^t$ , e injeções dos geradores candidatos adicionados,  $G_i^t$ , e existentes,  $g_j^t$ , dos diversos estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ ) são linearmente separáveis e, assim, o planejamento dinâmico da expansão constitui um problema convexo para o qual a solução ótima pode ser obtida através do emprego da decomposição de Benders.

O processo de decomposição conduz aos seguintes subproblemas ( $T$  subproblemas de operação, um para cada estágio, e um subproblema de investimento):

- Subproblema de operação do estágio  $t$ :

$$\begin{aligned}
\text{Min } w^t &= \delta_{oper}^t \left( \sum_i OC_i^t G_i^t + \sum_j oc_j^t g_j^t + \alpha \sum_k r_k^t \right) \\
&\hspace{20em} \text{Multiplicador} \\
\text{s.a. } S f^t + G^t + g^t + r^t &= d^t \\
|f_{ij}^t| &\leq \left( \sum_{m=1}^t (n_{ij}^\nu)^m + n_{ij}^0 \right) \bar{F}_{ij} && \pi_{ij}^t \\
\sum_{m=1}^t (N_i^\nu)^m \underline{G}_i &\leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t (N_i^\nu)^m \bar{G}_i && \Pi_i^t \\
\underline{g}_j^t &\leq g_j^t \leq \bar{g}_j^t \\
0 &\leq r^t \leq d^t \\
f_{ij}^t &\text{ irrestrito}
\end{aligned} \tag{4.21}$$

- Subproblema de investimento:

$$\begin{aligned}
\text{Min} \quad & v = \sum_{t=1}^T \delta_{inv}^t \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij}^t + \sum_i C_i N_i^t \right) + \beta^t \\
\text{s.a.} \quad & \sum_{ij} \left\{ |(\pi_{ij}^\nu)^t| \bar{f}_{ij} \sum_{m=1}^t [n_{ij}^m - (n_{ij}^\nu)^m] \right\} + \sum_i \left\{ (\Pi_i^\nu)^t \bar{G}_i^\nu \sum_{m=1}^t [N_i^m - (N_i^\nu)^m] \right\} + \beta^t \geq (w^\nu)^t \\
& \beta^t \geq \underline{w}^t \\
& \underline{n}_{ij}^t \leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\
& \underline{N}_i^t \leq N_i^t \leq \bar{N}_i^t \\
& n_{ij}^t \text{ e } N_i^t \text{ inteiros} \\
& t = 1, 2, \dots, T
\end{aligned} \tag{4.22}$$

onde  $\beta^t$  surge como consequência da decomposição,  $(\pi_{ij}^\nu)^t$  são os multiplicadores de Lagrange das restrições  $|f_{ij}^t| \leq \left( \sum_{m=1}^t (n_{ij}^\nu)^m + n_{ij}^0 \right) \bar{f}_{ij}$ ,  $(\Pi_i^\nu)^t$  são os multiplicadores de Lagrange das restrições  $\sum_{m=1}^t (N_i^\nu)^m \underline{G}_i^t \leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t (N_i^\nu)^m \bar{G}_i^t$  e  $(\bar{G}_i^\nu)^t$ , são os limites dos geradores candidatos que foram impostos,

$$(\bar{G}_i^\nu)^t = \begin{cases} \bar{G}_i, & \text{se } (\Pi_i^\nu)^t < 0 \\ \underline{G}_i, & \text{se } (\Pi_i^\nu)^t > 0 \end{cases} \tag{4.23}$$

obtidos após a solução dos subproblemas de operação (4.21), na iteração  $\nu$  do processo iterativo, para  $t = 1, 2, \dots, T$ . Cada um dos subproblemas de operação da equação (4.21) fornece, para o subproblema de investimento da equação (4.22), as informações referentes ao seu respectivo estágio, ou seja,  $(w^\nu)^t$ ,  $(\pi_{ij}^\nu)^t$  e  $(\Pi_i^\nu)^t$ . Estes subproblemas serão, posteriormente, informados das decisões de investimento pertinentes, ou seja,  $(n_{ij}^\nu)^m$  e  $(N_i^\nu)^m$ ,  $m = 1, 2, \dots, t$ , para o estágio  $t$ , conforme mostra a Figura 4.7, onde o subproblema de investimento é definido pela expressão (4.22) e os subproblemas de operação pela expressão (4.21). Na expressão (4.22) a variável  $\underline{w}^t$  representa um limitante inferior para  $w^t$  que pode ser estimado para cada um dos estágios considerados.

### 4.3.2 Modelo do fluxo de carga CC

Quando a rede de transmissão é representada pelo modelo do fluxo de carga CC, o problema do planejamento dinâmico integrado da expansão é dado pela seguinte expressão (vide Seção 3.3.2):



$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \sum_{t=1}^T \left[ \delta_{inv}^t \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij}^t + \sum_i C_i N_i^t \right) + \delta_{oper}^t \left( \sum_i OC_i^t G_i^t + \sum_j oc_j^t g_j^t + \alpha \sum_k r_k^t \right) \right] \\
\text{s.a. } B^t \theta^t + G^t + g^t + r^t &= d^t \\
\left( \sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) |\theta_i^t - \theta_j^t| &\leq \left( \sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) \bar{\phi}_{ij} \\
\sum_{m=1}^t N_i^m \underline{G}_i &\leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t N_i^m \bar{G}_i \\
\underline{g}_j^t &\leq g_j^t \leq \bar{g}_j^t \\
0 &\leq r^t \leq d^t \\
\underline{n}_{ij}^t &\leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\
\underline{N}_i^t &\leq N_i^t \leq \bar{N}_i^t \\
\sum_{t=1}^T n_{ij}^t &\leq \bar{n}_{ij} \\
\sum_{t=1}^T N_i^t &\leq \bar{N}_i \\
n_{ij}^t \text{ e } N_i^t &\text{ inteiros} \\
\theta_i^t &\text{ irrestrito} \\
t &= 1, 2, \dots, T
\end{aligned} \tag{4.24}$$

que contém em suas restrições o produto de variáveis de investimento (número de equipamentos de transmissão adicionados, nos diversos estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ ,  $n_{ij}^t$ ) e variáveis de operação (ângulos de fase dos fasores tensão nodal dos estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ ,  $\theta^t$ ). Assim, as variáveis de investimento e de operação não são linearmente separáveis. O problema resultante, quando escrito de modo que essas variáveis sejam separadas entre si, é não linear nas variáveis de operação mas, ainda, pode ser resolvido através da decomposição generalizada de Benders, como foi realizado para o problema de planejamento estático (vide Seção 4.2.2).

O processo de decomposição conduz aos seguintes subproblemas ( $T$  subproblemas de operação, um para cada estágio, e um subproblema de investimento):

- Subproblema de operação do estágio  $t$ :

$$\begin{aligned}
\text{Min } w^t &= \delta_{oper}^t \left( \sum_i OC_i^t G_i^t + \sum_j oc_j^t g_j^t + \alpha \sum_k r_k^t \right) \\
\text{s.a. } B^t \theta^t + G^t + g^t + r^t &= d^t && \text{Multiplicador } \pi_i^t \\
\left( \sum_{m=1}^t (n_{ij}^m) + n_{ij}^0 \right) |\theta_i^t - \theta_j^t| &\leq \left( \sum_{m=1}^t (n_{ij}^m) + n_{ij}^0 \right) \bar{\phi}_{ij} && \\
\sum_{m=1}^t (N_i^m) \underline{G}_i &\leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t (N_i^m) \bar{G}_i && \text{Multiplicador } \Pi_i^t \\
\underline{g}_j^t &\leq g_j^t \leq \bar{g}_j^t \\
0 &\leq r^t \leq d^t \\
\theta_i^t &\text{ irrestrito}
\end{aligned} \tag{4.25}$$

- Subproblema de investimento:

$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \sum_{t=1}^T \delta_{inv}^t \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij}^t + \sum_i C_i N_i^t \right) + \beta^t \\
\text{s.a. } & \sum_{ij} \left\{ (\sigma_{ij}^\nu)^t \gamma_{ij} \sum_{m=1}^t [n_{ij}^m - (n_{ij}^\nu)^m] \right\} + \sum_i \left\{ (\Pi_i^\nu)^t \underline{G}_i^\nu \sum_{m=1}^t [N_i^m - (N_i^\nu)^m] \right\} + \beta^t \geq (w^\nu)^t \\
& \beta^t \geq \underline{w}^t \\
& \underline{n}_{ij}^t \leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\
& \underline{N}_i^t \leq N_i^t \leq \bar{N}_i^t \\
& n_{ij}^t \text{ e } N_i^t \text{ inteiros} \\
& t = 1, 2, \dots, T
\end{aligned} \tag{4.26}$$

com

$$(\sigma_{ij}^\nu)^t = \left( (\pi_i^\nu)^t - (\pi_j^\nu)^t \right) \left( (\theta_i^\nu)^t - (\theta_j^\nu)^t \right) \tag{4.27}$$

onde  $\beta^t$  surge como conseqüência da decomposição,  $(\pi_i^\nu)^t$  são os multiplicadores de Lagrange das restrições  $B^t \theta^t + G^t + g^t + r^t = d^t$ ,  $\Pi_i^\nu$  são os multiplicadores de Lagrange das restrições  $\sum_{m=1}^t (N_i^\nu)^m \underline{G}_i \leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t (N_i^\nu)^m \bar{G}_i$  e  $\underline{G}_i^\nu$ , são os limites dos geradores candidatos que foram impostos, dados pela expressão (4.23), obtidos após a solução do subproblema de operação (4.25), na iteração  $\nu$  do processo iterativo. Como anteriormente, a variável  $\underline{w}^t$  representa um limitante inferior para  $w^t$  que pode ser estimado antes do início deste processo iterativo.

Como no planejamento em um estágio, no subproblema de investimento da equação (4.26), os coeficientes  $(\sigma_{ij}^\nu)^t$  dos cortes de Benders, dados pela expressão (4.27), consideram que em cada um dos estágios  $t = 1, 2, \dots, T$  os ângulos de fase das tensões nodais possuem uma referência comum. Desta forma, o sistema elétrico definido pela matriz  $B^t$  no subproblema de operação da equação (4.25) — de onde provêm os multiplicadores  $(\pi^\nu)^t$  e os ângulos de fase  $(\theta^\nu)^t$  — precisa ser conexo em todos os estágios considerados e, caso isto não ocorra, é necessário superpor uma *rede fictícia*, para torná-lo conexo.

Cada um dos subproblemas de operação da equação (4.25) fornece, para o subproblema de investimento da equação (4.26), as informações referentes ao seu respectivo estágio, ou seja,  $(w^\nu)^t$ ,  $(\sigma_{ij}^\nu)^t$  e  $(\Pi_i^\nu)^t$ . Estes subproblemas serão, posteriormente, informados das decisões de investimento pertinentes, ou seja,  $(n_{ij}^\nu)^m$  e  $(N_i^\nu)^m$ ,  $m = 1, 2, \dots, t$ , para o estágio  $t$ , conforme mostra a Figura 4.7, onde o subproblema de investimento é definido pela expressão (4.26) e os subproblemas de operação pela expressão (4.25).

### 4.3.3 Modelo híbrido

Quando a rede de transmissão existente é representada pelas equações do fluxo de carga CC e as linhas e transformadores candidatos pelo modelo de transportes, o problema do planejamento

dinâmico integrado da expansão é dado pela seguinte expressão (vide Seção 3.3.3):

$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \sum_{t=1}^T \left[ \delta_{inv}^t \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij}^t + \sum_i C_i N_i^t \right) + \delta_{oper}^t \left( \sum_i OC_i^t G_i^t + \sum_j oc_j^t g_j^t + \alpha \sum_k r_k^t \right) \right] \\
\text{s.a. } B^0 \theta^t + S_1 f^t + G^t + g^t + r^t &= d^t \\
|\theta_i^t - \theta_j^t| &\leq \bar{\phi}_{ij} & \forall ij \in \Omega_0 \\
|f_{ij}^t| &\leq \sum_{m=1}^t n_{ij}^m \bar{f}_{ij} & \forall ij \in \Omega_1 \\
\sum_{m=1}^t N_i^m \underline{G}_i &\leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t N_i^m \bar{G}_i \\
\underline{g}_j^t &\leq g_j^t \leq \bar{g}_j^t \\
0 &\leq r^t \leq d^t \\
\underline{n}_{ij}^t &\leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\
\underline{N}_i^t &\leq N_i^t \leq \bar{N}_i^t \\
\sum_{t=1}^T n_{ij}^t &\leq \bar{n}_{ij} \\
\sum_{t=1}^T N_i^t &\leq \bar{N}_i \\
n_{ij}^t \text{ e } N_i^t &\text{ inteiros} \\
\theta_i^t \text{ e } f_{ij}^t &\text{ irrestritos} \\
t &= 1, 2, \dots, T
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Do mesmo modo que ocorre para o modelo de rede de transportes, nesta formulação híbrida, as variáveis de investimento (número de equipamentos de geração,  $N_i^t$ , e de transmissão,  $n_{ij}^t$  a serem adicionados nos diversos estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ ) e de operação (ângulos de fase dos fasores tensão nodal da rede inicial,  $\theta^t$ , fluxos de potência ativa nos ramos da rede candidata,  $f_{ij}^t$ , e injeções dos geradores candidatos adicionados,  $G_i^t$ , e existentes,  $g_j^t$ , dos diversos estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ ) são linearmente separáveis e conduzem aos seguintes subproblemas ( $T$  subproblemas de operação, um para cada estágio, e um subproblema de investimento):

- Subproblema de operação do estágio  $t$ :

$$\begin{aligned}
\text{Min } w^t &= \delta_{oper}^t \left( \sum_i OC_i^t G_i^t + \sum_j oc_j^t g_j^t + \alpha \sum_k r_k^t \right) \\
\text{s.a. } B^0 \theta^t + S_1 f^t + G^t + g^t + r^t &= d^t & \text{Multiplicador} \\
|\theta_i^t - \theta_j^t| &\leq \bar{\phi}_{ij} & \forall ij \in \Omega_0 & \\
|f_{ij}^t| &\leq \sum_{m=1}^t (n_{ij}^m) \bar{f}_{ij} & \forall ij \in \Omega_1 & \pi_{ij}^t \\
\sum_{m=1}^t (N_i^m)^m \underline{G}_i &\leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t (N_i^m)^m \bar{G}_i & & \Pi_i^t \\
\underline{g}_j^t &\leq g_j^t \leq \bar{g}_j^t & & \\
0 &\leq r^t \leq d^t & & \\
\theta_i^t \text{ e } f_{ij}^t &\text{ irrestritos} & &
\end{aligned} \tag{4.29}$$

- Subproblema de investimento:

$$\begin{aligned}
\text{Min} \quad & v = \sum_{t=1}^T \delta_{inv}^t \left( \sum_{ij} c_{ij} n_{ij}^t + \sum_i C_i N_i^t \right) + \beta^t \\
\text{s.a.} \quad & \sum_{ij} \left\{ |(\pi_{ij}^\nu)^t| \bar{f}_{ij} \sum_{m=1}^t [n_{ij}^m - (n_{ij}^\nu)^m] \right\} + \sum_i \left\{ (\Pi_i^\nu)^t \bar{G}_i^\nu \sum_{m=1}^t [N_i^m - (N_i^\nu)^m] \right\} + \beta^t \geq (w^\nu)^t \\
& \beta^t \geq \underline{w}^t \\
& \underline{n}_{ij}^t \leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\
& \underline{N}_i^t \leq N_i^t \leq \bar{N}_i^t \\
& n_{ij}^t \text{ e } N_i^t \text{ inteiros} \\
& t = 1, 2, \dots, T
\end{aligned} \tag{4.30}$$

onde  $\beta^t$  surge como consequência da decomposição,  $(\pi_{ij}^\nu)^t$  são os multiplicadores de Lagrange das restrições  $|f_{ij}^t| \leq \left( \sum_{m=1}^t (n_{ij}^\nu)^m + n_{ij}^0 \right) \bar{f}_{ij}$ ,  $(\Pi_i^\nu)^t$  são os multiplicadores de Lagrange das restrições  $\sum_{m=1}^t (N_i^\nu)^m \underline{G}_i^t \leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t (N_i^\nu)^m \bar{G}_i^t$  e  $(\bar{G}_i^\nu)^t$ , são os limites dos geradores candidatos que foram impostos, dados pela expressão (4.23), obtidos após a solução do subproblema de operação (4.29), na iteração  $\nu$  do processo iterativo, para  $t = 1, 2, \dots, T$ . Novamente, a variável  $\underline{w}^t$  representa um limitante inferior para  $w^t$  que é estimado antes do início do processo iterativo.

Observar, na equação (4.29), que a matriz  $B^0$  e o vetor  $\theta^t$  só são definidos para as barras e ligações que fazem parte da rede inicial. Assim, a matriz  $B^0$  não depende do investimento realizado e permanece inalterada em todos os estágios  $t = 1, 2, \dots, T$  durante todo o processo de otimização. Além disto, não é necessário superpor uma *rede fictícia* porque a Segunda Lei de Kirchhoff só é imposta aos ramos que pertencem à rede inicial.

Cada um dos subproblemas de operação da equação (4.29) fornece, para o subproblema de investimento da equação (4.30), as informações referentes ao seu respectivo estágio, ou seja,  $(w^\nu)^t$ ,  $(\pi_{ij}^\nu)^t$  e  $(\Pi_i^\nu)^t$ . Estes subproblemas serão, posteriormente, informados das decisões de investimento pertinentes, ou seja,  $(n_{ij}^\nu)^m$  e  $(N_i^\nu)^m$ ,  $m = 1, 2, \dots, t$ , para o estágio  $t$ , conforme mostra a Figura 4.7, onde o subproblema de investimento é definido pela expressão (4.30) e os subproblemas de operação pela expressão (4.29).

Notar que a diferença entre o modelo híbrido apresentado e o modelo de transportes da Seção 4.3.1 está limitada à definição do subproblema de operação.

#### 4.3.4 Planejamento hierarquizado da expansão

O problema dinâmico do planejamento da expansão do sistema elétrico pode ser formulado e resolvido para os modelos mais relaxados (transportes e híbrido) mas a qualidade da solução assim obtida pode estar aquém dos requisitos mínimos desejados. O modelo de rede do fluxo

de carga CC mostra-se, também, como o mais adequado e, portanto, deve-se buscar meios para contornar as complicações oriundas do emprego desse modelo.

Examinando-se a forma geral do problema dinâmico da expansão, mostrada na Figura 4.7, observa-se que é possível construir uma gama bastante variada de estruturas hierarquizadas. A forma mais direta consiste na solução do problema multi-estágio de expansão, empregando-se as três fases descritas na Seção 4.2.4 e ilustradas na Figura 4.6. Na Fase I, o subproblema de investimento é formulado através da forma *relaxada* da expressão (4.22), com as variáveis de investimento consideradas contínuas, e o subproblema de operação único é substituído por um conjunto de subproblemas (4.21), formulados para  $t = 1, 2, \dots, T$ . Na Fase II, o subproblema de investimento é formulado através da forma *relaxada* da expressão (4.30), com as variáveis de investimento consideradas contínuas, e o subproblema de operação é constituído por um conjunto de subproblemas (4.29), formulados para  $t = 1, 2, \dots, T$ . Finalmente, na Fase III, o subproblema de investimento é formulado através da expressão (4.26), com as variáveis de investimento consideradas inteiras, e o subproblema de operação é constituído por um conjunto de subproblemas (4.25), formulados para  $t = 1, 2, \dots, T$ .

Nesta metodologia hierarquizada, resolve-se, sucessivamente, problemas relaxados que são oriundos da desconsideração temporária de algumas restrições. Assim, na Fase I é resolvido o problema de planejamento no qual as restrições que representam a Segunda Lei de Kirchhoff são desconsideradas juntamente com a natureza discreta das variáveis de investimento. Isto equivale a utilizar o modelo de transportes com variáveis de investimento contínuas. A solução ótima e os cortes de Benders assim obtidos são reutilizados para iniciar o processo na Fase II onde emprega-se o modelo híbrido com variáveis de investimento ainda contínuas. Nesse modelo híbrido, os equipamentos de transmissão pertencentes à configuração inicial são representadas pelo modelo de rede do fluxo de carga CC e os equipamentos candidatos são representados pelo modelo de transportes. A solução ótima e os cortes de Benders até então obtidos (nas Fases I e II) são reutilizados para iniciar o processo na Fase III, onde emprega-se o modelo de rede do fluxo de carga CC com variáveis de investimento inteiras. Observar que o modelo utilizado na Fase I é uma relaxação do modelo utilizado na Fase II e este é uma relaxação do modelo utilizado na Fase III. Desse modo, os cortes de Benders produzidos nas fases anteriores podem ser aproveitados nas fases seguintes [?], fazendo com que o esforço computacional empregado na solução de problemas de programação inteira seja reduzido e limitado à fase final do processo de solução. Além disto, como já mencionado na Página 40, a solução em fases ameniza os problemas de convexidade e contorna, na totalidade ou em parte, os problemas relacionados com o fato da rede inicial ser não conexa.

Uma relaxação adicional pode ser incorporada a essa estrutura hierarquizada, considerando-se, na Fase I, que o problema multi-estágio é formado por um conjunto de subproblemas de expansão em um estágio, como ilustrado na Figura 4.3. Os problemas independentes de expansão em um estágio, resolvidos nessa fase, constituem versões relaxadas do problema original pois considera-se que todo o investimento será realizado apenas no estágio em questão, ou seja, não existem investimentos anteriores e posteriores, e todas as restrições oriundas dos demais estágios são temporariamente desconsideradas. Assim, os problemas de operação dos demais estágios têm solução trivial e os termos correspondentes na função objetivo do problema relaxado são todos nulos. Também os termos relativos aos investimentos dos demais estágios não fazem parte

da função objetivo do problema relaxado pois, como dito anteriormente, todo o investimento necessário será realizado de uma só vez, no estágio que está sendo resolvido. Na Fase II, a seguir, o problema de investimento em múltiplos estágios é retomado e todos os cortes produzidos na Fase I são aproveitados na formulação dinâmica.

Uma outra família de estruturas hierarquizadas — com representação não homogênea do sistema ao longo do tempo — pode ser elaborada utilizando-se modelos de rede mais precisos nos estágios iniciais ( $t = 1, 2$ , por exemplo) e, a medida que se avança no tempo, relaxar a representação para tornar o problema multi-estágio mais fácil de ser solucionado. Dessa forma, os investimentos dos estágios iniciais são avaliados em função do modelo de rede mais elaborado e a análise de longo prazo é feita com uma composição de modelos cujos componentes vão se simplificando a medida que se distanciam, no tempo, do presente. Observar que a simplificação da modelagem no tempo avança juntamente com as incertezas que estão embutidas nos dados a respeito do sistema futuro. A medida que o tempo passa, a janela de tempo avança e os estágios, que faziam parte do futuro distante, apresentam-se cada vez mais próximos do presente e, portanto, o modelo empregado para representá-los torna-se cada vez mais completo. Assim, os investimentos definidos para os estágios iniciais, cuja construção precisa ser iniciada para que estejam disponíveis em tempo hábil, consideram sempre a representação da rede através do modelo do fluxo de carga CC. Por outro lado, os investimentos determinados para os estágios mais distantes no futuro, que consideram uma representação simplificada do sistema, ainda não precisam ser definidos e o resultado assim obtido seria utilizado, apenas, como referência para estudos de longo prazo. Na Fase I desse processo, a representação de todos os estágios é realizada através do modelo de rede mais simples (transportes). A seguir, na Fase II, os modelos de rede dos estágios iniciais e intermediários são substituídos por uma representação intermediária (modelo híbrido) mas os estágios finais permanecem com a representação mais simples. Na Fase III, para finalizar, os estágios iniciais são representados pelo modelo do fluxo de carga CC e os demais permanecem com a representação da fase anterior (modelo híbrido, para estágios intermediários, e transportes para os finais). Outra simplificação, que pode ser adicionada, é considerar como inteiras, apenas, as variáveis de investimentos dos estágios iniciais e intermediários — as variáveis de investimento dos estágios finais seriam sempre representadas por variáveis contínuas, reduzindo, significativamente, o número de variáveis inteiras do problema da Fase III.

Uma variante interessante da estrutura anterior consiste em melhorar, seqüencialmente, o modelo de rede fazendo com que todos os estágios sejam, no final, representados pelo modelo do fluxo de carga CC. A Fase I inicia com o modelo de transportes com variáveis de investimento contínuas para todos os estágios. Na Fase II, o modelo híbrido vai sendo, paulatinamente, imposto do primeiro estágio até último. A mudança de modelo de rede ocorre quando o primeiro estágio que ainda estiver sendo representado pelo modelo de transportes converge para este modelo. A fase se encerra quando todos os estágios convergirem considerando o modelo híbrido. Na Fase III, analogamente à fase anterior, o modelo de rede do fluxo de carga CC com variáveis de investimento inteiras é paulatinamente introduzido até o estágio final.

Uma forma de aplicar a metodologia hierarquizada de solução ao problema dinâmico do planejamento da expansão da capacidade dos sistemas elétricos pode ser resumida em três fases, assim definidas:

**Fase I – Problemas independentes, modelo de transportes e variáveis de investimento contínuas:**

Nessa fase, a técnica de decomposição é aplicada, independentemente, a cada um dos estágios que passam a constituir um problema relaxado de planejamento da expansão, no qual a rede de transmissão é representada pelo modelo de transportes da equação (4.9) e os subproblemas resultantes — subproblemas de operação (4.10) e investimento (4.11) — são resolvidos alternadamente, até atingirem a convergência. Uma relaxação adicional é introduzida à formulação (4.9) pois a natureza inteira das variáveis de investimento é desconsiderada, sendo estas variáveis consideradas contínuas. Assim, tanto o subproblema de operação quanto o de investimento são problemas de programação linear que podem ser resolvidos por qualquer algoritmo padrão disponível. Todos os cortes gerados, nos estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ , são aproveitados para as fases seguintes.

**Fase II – Problema multi-estágio, modelo híbrido e variáveis de investimento contínuas:**

Nessa fase, a técnica de decomposição é aplicada ao problema dinâmico de planejamento da equação (4.28). A rede de transmissão existente é representada pelo modelo do fluxo de carga CC e as linhas e transformadores candidatos pelo modelo de transportes. Os subproblemas resultantes — subproblemas de operação (4.29) e investimento (4.30) — são resolvidos, alternadamente, até a convergência de todos os estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ , considerando as variáveis de investimento contínuas e os cortes gerados na Fase I. Os subproblemas de operação e investimento continuam sendo problemas de programação linear que podem ser resolvidos por qualquer algoritmo padrão disponível. A alternativa de investimento assim obtida e todos os cortes gerados são aproveitados para a fase seguinte.

**Fase III – Problema multi-estágio, modelo do fluxo de carga CC e variáveis de investimento inteiras:**

Nessa fase, a técnica de decomposição é aplicada ao problema dinâmico de planejamento da expansão no qual a rede a transmissão é representada pelo modelo do fluxo de carga CC, conforme descrito pela equação (4.24). Os subproblemas resultantes — subproblemas de operação (4.25) e investimento (4.26) — são resolvidos, alternadamente, até a convergência final de todos os estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ , considerando as variáveis de investimento inteiras e os cortes gerados nas Fase I e II. Para uma alternativa de investimento definida, os subproblemas de operação continuam sendo um problema de programação linear e podem ser resolvidos por qualquer algoritmo padrão disponível. Por outro lado, o subproblema de investimento torna-se um problema de programação linear inteira e precisa ser resolvido por um algoritmo adequado para esse tipo de problema.

Como descrito na Seção 4.2.4, com esse método hierarquizado em fases, busca-se amenizar os principais obstáculos decorrentes da aplicação da técnica de decomposição de Benders ao problema do planejamento da expansão com o modelo de rede do fluxo de carga CC. Os comentários

feitos para a formulação estática são, também, válidos para a formulação dinâmica.

A estrutura básica do algoritmo hierarquizado que foi implementado neste trabalho encontra-se na Figura 4.8. O processo inicia com a solução individual de  $T$  problemas estáticos de expansão, um para cada estágio considerado. Cada um desses problemas estáticos tem seu subproblema inicial de operação resolvido para o investimento nulo, ou seja,  $n_{ij}^t = 0, \forall ij$  e  $N_i^t = 0, \forall i, t = 1, 2, \dots, T$ . A seguir, alternadamente, são resolvidos os subproblemas de operação e investimento até a convergência de todos os problemas de expansão da Fase I (cada problema corresponde a um estágio). No final dessa fase, já foram determinados todos os cortes de Benders necessários para resolver os problemas estáticos relaxados de expansão — esse conjunto de cortes será utilizado nas fases seguintes. A Fase II inicia com a solução do primeiro subproblema dinâmico de expansão para todos os cortes gerados pelos problemas independentes da Fase I — nessa fase, o subproblema de investimento é único e gerencia todas as variáveis de investimento. A partir do investimento obtido como solução desse subproblema são resolvidos os diversos subproblemas de operação — um para cada estágio considerado. Caso seja constatado que o investimento atual ainda não é adequado, são gerados novos cortes de Benders que são incorporados aos já existentes e, novamente, o subproblema multi-estágio de investimento é resolvido. O processo continua, alternando a solução dos subproblemas de operação com a solução do subproblema multi-estágio de investimento até que a convergência seja obtida para o modelo híbrido de rede com variáveis de investimento contínuas. A solução assim obtida,  $\left( (n_{ij}^*)^t, (N_i^*)^t \text{ e } (\beta^*)^t, t = 1, 2, \dots, T \right)^{\text{II}}$ , e todos os cortes produzidos são transmitidos para a fase seguinte, juntamente com os cortes gerados na Fase I. A alternativa de investimento ótima da Fase II é então transferida para a Fase III e empregada como solução relaxada do subproblema inicial de investimento desta fase — observar que as restrições do subproblema de investimento *inicial* da Fase III são idênticas às restrições do subproblema *final* da Fase II, com exceção da natureza das variáveis de investimento (agora elas são consideradas inteiras). A seguir, são resolvidos, alternadamente, os subproblemas de operação e o subproblema multi-estágio de investimento da Fase III até a sua convergência. No final da Fase III tem-se a solução do problema de planejamento da expansão da capacidade que consiste na determinação dos investimentos ótimos  $(n_{ij}^*)^t$  e  $(N_i^*)^t$ , juntamente com o modo ótimo de operação do sistema dado por  $(G_i^*)^t, (g_j^*)^t$  e  $(r_k^*)^t$ , de todos os estágios representados, ou seja, para  $t = 1, 2, \dots, T$ .

De acordo com o esquema da Figura 4.8, a determinação do plano ótimo de expansão multi-estágio é realizada através da execução dos seguintes passos:

### Fase I – Problemas independentes, modelo de transportes e variáveis de investimento contínuas

Para cada um dos estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ :

I.1 Fazer:  $\nu = 0$ ;  $(n_{ij}^\nu)^t = 0, \forall ij$ ;  $(N_i^\nu)^t = 0, \forall i$  e  $(\beta^\nu)^t = 0$ .

I.2 Resolver o subproblema de operação — equação (4.21) — do estágio  $t$  para o investimento atual  $(n_{ij}^\nu)^t$  e  $(N_i^\nu)^t$ :



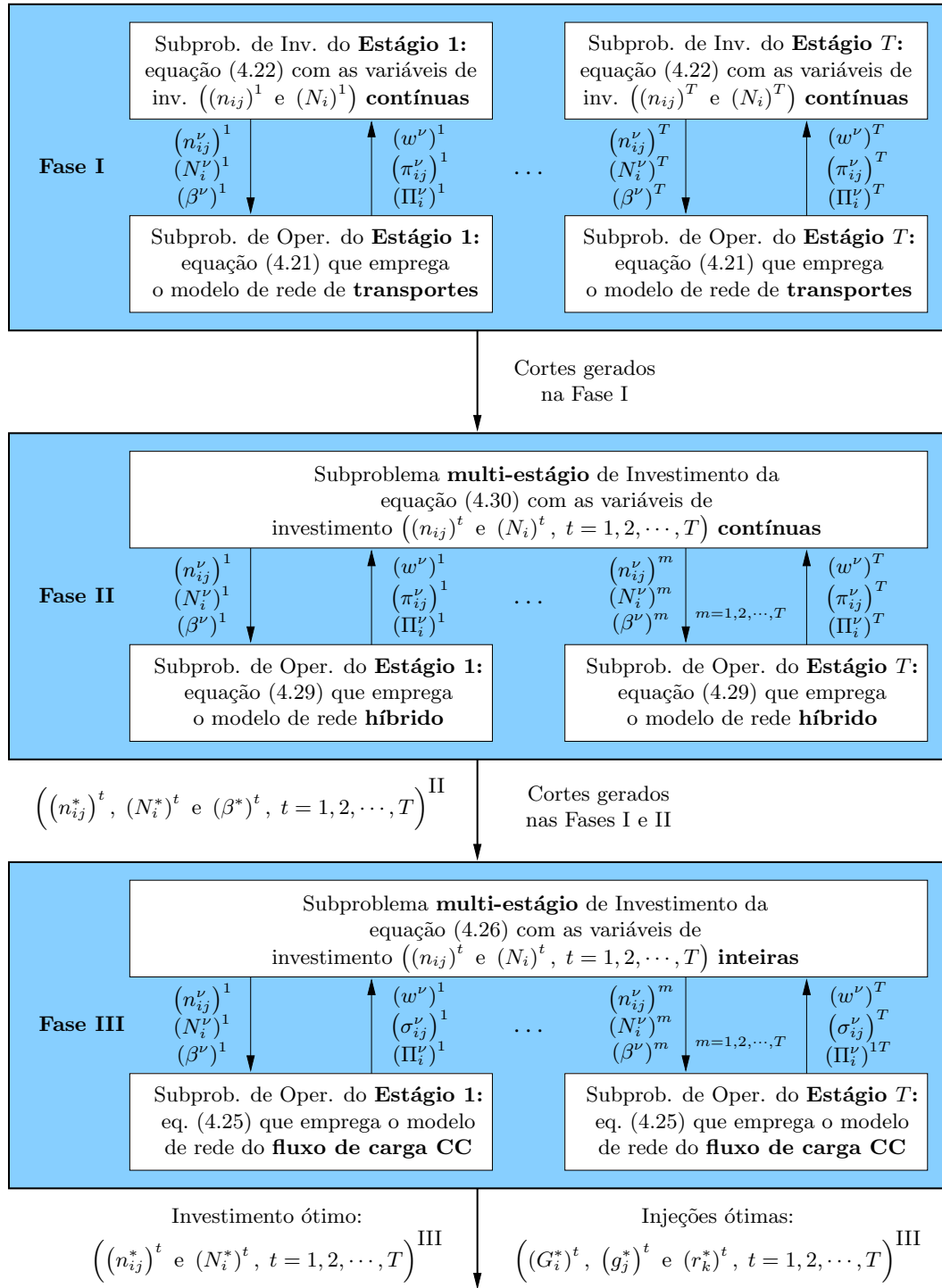


Figura 4.8: Estrutura do algoritmo hierarquizado para planejamento dinâmico.

- (a) Se  $(w^\nu)^t = (\beta^\nu)^t$  significa que a Fase I do estágio  $t$  está concluída. Neste caso, deve-se resolver o próximo estágio ou, se este for o último, passar para a Fase II.
  - (b) Caso contrário, adicionar um corte de Benders ao subproblema de investimento do estágio  $t$ .
- I.3 Resolver o subproblema de investimento da equação (4.22) *relaxado* do estágio  $t$ . Fazer  $\nu = \nu + 1$  e retornar para o Passo I.2, com novos valores de  $(n_{ij}^\nu)^t$ ,  $(N_i^\nu)^t$  e  $(\beta^\nu)^t$ .

### Fase II – Problema multi-estágio, modelo híbrido e variáveis de investimento contínuas

Construir o subproblema de investimento multi-estágio considerando todos os cortes produzidos no Passo I.2(b)

- II.4 Resolver o subproblema de investimento da equação (4.30) *relaxado* e determinar os valores atuais de  $(n_{ij}^\nu)^t$ ,  $(N_i^\nu)^t$  e  $(\beta^\nu)^t$  para  $t = 1, 2, \dots, T$ .
- II.5 Para cada um dos estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ , fazer:
- (a) Resolver o subproblema de operação do estágio  $t$ , equação (4.29), para o investimento atual  $\sum_{m=1}^t (n_{ij}^\nu)^m$  e  $\sum_{m=1}^t (N_i^\nu)^m$ :
    - i. Se  $(w^\nu)^t = (\beta^\nu)^t$  significa que o estágio  $t$  não produzirá um novo corte para o subproblema de investimento.
    - ii. Caso contrário, adicionar um novo corte de Benders ao subproblema de investimento.
  - (b) Caso tenha sido adicionado, no passo anterior, algum corte ao subproblema de investimento, fazer  $\nu = \nu + 1$  e retornar para o Passo II.4. Caso contrário, passar para a Fase III.

### Fase III – Problema multi-estágio, modelo do fluxo de carga CC e variáveis de investimento inteiras

Transformar o subproblema de investimento final da Fase II em um problema inteiro.

- III.6 Resolver o subproblema de investimento *inteiro* da equação (4.26) e determinar os valores atuais de  $(n_{ij}^\nu)^t$ ,  $(N_i^\nu)^t$  e  $(\beta^\nu)^t$  para  $t = 1, 2, \dots, T$ .
- III.7 Para cada um dos estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ :
- (a) Resolver o subproblema de operação do estágio  $t$ , equação (4.25), para o investimento atual  $\sum_{m=1}^t (n_{ij}^\nu)^m$  e  $\sum_{m=1}^t (N_i^\nu)^m$ :
    - i. Se  $(w^\nu)^t = (\beta^\nu)^t$  significa que o estágio  $t$  não produzirá um novo corte para o subproblema de investimento.
    - ii. Caso contrário, adicionar um novo corte de Benders ao subproblema de investimento.
  - (b) Caso tenha sido adicionado, no passo anterior, algum corte ao subproblema de investimento, fazer  $\nu = \nu + 1$  e retornar para o Passo III.6. Caso contrário, parar porque o investimento atual é ótimo.

## 4.4 Estratégias para melhorar o desempenho da metodologia de decomposição

A implementação computacional de um algoritmo baseado no esquema de decomposição descrito nas seções anteriores pode ser, substancialmente, melhorada quando são introduzidas algumas estratégias bastante simples [?; ?]. O primeiro conjunto de estratégias consiste em acrescentar, ao subproblema de investimento, outros tipos de restrições (além dos cortes de Benders) que descrevam o modo de operação do sistema. Com a inclusão dessas restrições adicionais, o número de iterações é reduzido porque os subproblemas de investimento iniciais passam a possuir mais informações a respeito da operação do sistema elétrico, o que acelera a convergência do processo iterativo. Outro conjunto de estratégias consiste em melhorar o desempenho do algoritmo empregado para solução dos problemas de programação inteira. Neste sentido, como os problemas inteiros que são resolvidos em duas iterações sucessivas são bastante semelhantes (diferem em, apenas, alguns cortes de Benders), é possível aproveitar diversas informações do problema que foi resolvido na iteração anterior. Além disto, quando o subproblema de investimento apresentar mais de uma solução, é possível determinar cortes de Benders alternativos e reduzir, assim, o número total de iterações.

### 4.4.1 Determinação de restrições adicionais

No processo de decomposição de Benders, a inclusão de restrições adicionais pode ser interpretada como uma forma de melhorar a aproximação inicial da função  $\alpha(x)$  que mapeia o subproblema de operação no subproblema de investimento. Quanto melhor for a aproximação inicial  $\tilde{\alpha}$ , menor será o número de cortes de Benders que serão acrescentados e, portanto, menor será o número necessário de iterações para a convergência. Obviamente, só haverá vantagem em acrescentar estas restrições quando elas forem mais fáceis de determinar do que os cortes de Benders equivalentes.

Entre as formas de gerar restrições especiais para o subproblema de investimento se destacam duas, em função da melhoria produzida no desempenho e do baixo custo computacional:

- Restrições de novos caminhos [?];
- Restrições de cerca [?].

#### 4.4.1.1 Restrições de novos caminhos

Um novo caminho consiste de dois ou mais equipamentos de transmissão (linhas de transmissão, transformadores, etc.), conectados em série, que representam uma alternativa válida de investimento e constituem um circuito que conecta duas barras da rede elétrica. No problema de expansão da capacidade de transmissão, a decisão pela construção desses caminhos representa uma difícil tarefa, principalmente, quando existem várias alternativas a serem analisadas. Usualmente são necessárias diversas iterações entre o subproblema de investimento e

o(s) subproblema(s) de operação para que a necessidade deste novo caminho fique evidente pois, freqüentemente, as sensibilidades empregadas não “enxergam” este caminho como um todo e sim como investimentos distintos e independentes. Entretanto, o investimento nos equipamentos que constituem esse tipo de caminho só traz benefício para o sistema quando *todos* os equipamentos são instalados, simultaneamente, pois a falta de um único equipamento é suficiente para interromper esse circuito série.

A forma de determinação e funcionamento das restrições de novos caminhos pode ser ilustrada através do exemplo simplificado da Figura 4.9. A barra *a* faz parte da rede inicial e as barras *b* e *c* estão ilhadas mas podem ser ligadas, através dos circuitos candidatos *ab* e *bc*, para que a demanda *d<sub>c</sub>* possa ser atendida pelo sistema.

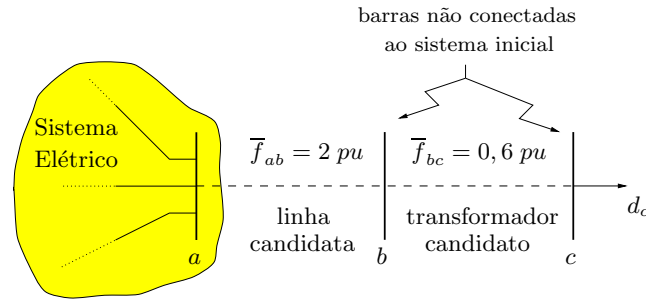


Figura 4.9: Novo caminho definido por linha-transformador.

Por simples inspeção ao diagrama da Figura 4.9, observa-se que a inclusão em separado da linha *ab* **ou** do transformador *bc* não é suficiente para que seja possível atender *d<sub>c</sub>*; é necessário que **ambos** investimentos sejam realizados de forma conjunta. Além disto, a capacidade de transmissão desse caminho série corresponde à menor capacidade dos circuitos equivalentes *ab* e *bc*, ou seja, não adianta duplicar o circuito *ab* (elevando sua capacidade para 4 *pu*) enquanto o circuito *bc* permanecer com apenas um transformador (cuja capacidade é de 0,6 *pu*). Assim, a capacidade de transmissão *ac* só é ampliada, quando os dois circuitos são reforçados de modo balanceado. Matematicamente, isto pode ser descrito através das seguintes expressões, definidas para valores inteiros de *n<sub>ab</sub>* e *n<sub>bc</sub>*:

$$4n_{ab} - n_{bc} \geq 0 \tag{4.31}$$

$$n_{bc} - n_{ab} \geq 0 \tag{4.32}$$

Estas duas restrições, quando incorporadas ao subproblema de investimento, forçam que o investimento neste caminho seja realizado de forma mais coerente. A construção do caminho conexo é forçada da seguinte maneira:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Se } n_{ab} = 0 \xrightarrow{(4.31)} n_{bc} = 0 \\ \text{Se } n_{bc} = 0 \xrightarrow{(4.32)} n_{ab} = 0 \end{array} \right\} \implies n_{ab} = 0 \Leftrightarrow n_{bc} = 0 \tag{4.33}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Se } n_{ab} > 0 \xrightarrow{(4.32)} n_{bc} > 0 \\ \text{Se } n_{bc} > 0 \xrightarrow{(4.31)} n_{ab} > 0 \end{array} \right\} \implies n_{ab} > 0 \Leftrightarrow n_{bc} > 0 \quad (4.34)$$

Já o balanceamento dos investimentos no caminho  $ac$  é aproximado pelas restrições (4.31) e (4.32) que reduzem a região viável das variáveis  $n_{ab}$  e  $n_{bc}$ , conforme mostra a Figura 4.10, onde os pontos indicam as possibilidades adequadas de investimento. Por exemplo, o investimento em 3 linhas de transmissão no ramo  $ab$  só faz sentido se  $n_{bc} \in \{7, 8, 9, 10\}$ . Se  $n_{bc} = 6$ , a capacidade total do ramo  $bc$  é 3,6 pu e bastariam duas linhas em  $ab$  para superar este valor. Por outro lado, após a inclusão do 10º transformador, não é possível aumentar a capacidade do caminho  $ac$  sem acrescentar uma nova linha no ramo  $ab$ .

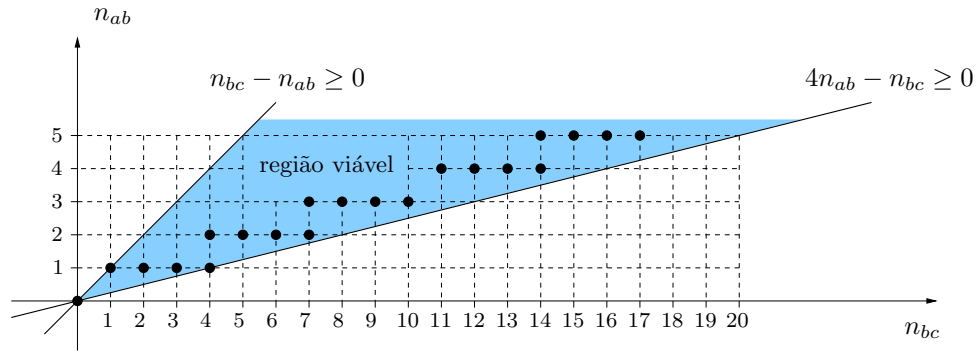


Figura 4.10: Região viável das variáveis  $n_{ab}$  e  $n_{bc}$  após inclusão das restrições de novos caminhos.

Observar que todos os pontos estão incluídos dentro da região sombreada que é limitada pelas restrições (4.31) e (4.32). Ainda, como os investimentos em um único ramo, geralmente, não atingem valores muito elevados (por exemplo, entre 1 e 4), é possível aproximar razoavelmente bem o espaço real dos investimentos balanceados no caminho  $ac$  com apenas essas duas restrições. No entanto, se for necessário, outras restrições lineares podem ser formuladas de modo que o espaço das soluções viáveis seja representado de forma mais detalhada.

Com esse tipo de restrições é possível transferir para o subproblema de investimento conhecimentos a respeito da topologia do sistema elétrico e, também, um conjunto de regras que descrevem o modo coerente de realizar a expansão do sistema.

#### 4.4.1.2 Restrições de cerca

As restrições de cerca são uma generalização da Primeira Lei de Kirchhoff e fazem parte de uma metodologia heurística de planejamento da expansão da transmissão, denominada “Método de Cerca” [?]. A filosofia básica dessa abordagem é que existe uma relação entre a capacidade de transmissão externa de qualquer área do sistema elétrico e o valor líquido de carga ou geração dentro dessa área.

A idéia fundamental do Método de Cerca pode ser empregada para gerar restrições de

operação que identificam as áreas com excesso de carga ou geração e realizam uma estimativa dos investimentos mínimos necessários para resolver esta situação [?]. A sistemática para a determinação deste tipo de restrição segue os seguintes passos:

1. **Identificação das áreas** – O primeiro passo consiste em identificar as áreas que terão sua capacidade externa de transmissão sondada. Essas áreas podem ser formadas por uma ou mais barras do sistema e dividem-se em dois grupos: áreas de *carga*, quando a injeção líquida (geração menos carga) é negativa, e áreas de *geração*, quando a injeção líquida é positiva. No caso extremo, o número de áreas a serem investigadas é igual ao número de barras do sistema.
2. **Verificação da capacidade de transmissão externa das áreas** – Para cada área do sistema, verificar a capacidade instalada de transmissão externa e compará-la com o a injeção líquida da respectiva área. Caso a capacidade de transmissão instalada seja inferior ao valor absoluto da injeção líquida, significa que será necessário ampliá-la, acrescentando-se uma ou mais ligações de transmissão. Neste caso, será gerada uma restrição que descreve as necessidades mínimas constatadas. Caso contrário, não será produzida nenhuma restrição para essa área. Obviamente, sempre que o valor líquido da injeção for nulo não serão produzidos cortes de cerca.
3. **Verificar a capacidade de transmissão externa das áreas vizinhas** – Além de verificar cada uma das áreas, deve-se sondar, também, as áreas formadas pela combinação de duas ou mais áreas vizinhas. Neste caso, utiliza-se a injeção líquida equivalente obtida através da soma algébrica das injeções líquidas das áreas consideradas.

Para exemplificar este tipo de restrição, utiliza-se o sistema mostrado na Figura 4.11, composto por 4 áreas, 4 ligações entre áreas já instaladas (representadas pelas linhas contínuas) e 5 ligações candidatas em estudo (representadas pelas linhas tracejadas). Por simplicidade, todas as ligações (existentes e candidatas) possuem a mesma capacidade de transmissão igual a  $1 pu$ . Das seis cercas possíveis, que incluem a área  $A$ , três produzem restrições úteis (cercando  $A$ ,  $AC$  e  $ABC$ ) e três não — a combinação  $AB$  apresenta uma injeção líquida de  $+2 pu$  mas possui capacidade externa de transmissão igual a  $3 pu$ ; a combinação  $ABD$  apresenta uma injeção líquida de  $-1 pu$  mas possui capacidade externa de transmissão igual a  $3 pu$ ; a combinação  $ACD$  apresenta uma injeção líquida de  $+1 pu$  mas possui capacidade externa de transmissão igual a  $2 pu$ .

Considerando que os valores líquidos das injeções de todas as áreas ( $P_A$ ,  $P_B$ ,  $P_C$  e  $P_D$ ) não podem ser alterados nem compensados por injeções fictícias, as seguintes restrições descreverão o investimento mínimo necessário, em torno da Área  $A$ , para que o sistema possa operar, respeitando a Primeira Lei de Kirchhoff:

$$\text{Cerca 1: } n_{ab} + n_{ac} \geq 2 \quad (4.35)$$

$$\text{Cerca 2: } n_{ab} + n_{bc} + n_{cd} \geq 2 \quad (4.36)$$

$$\text{Cerca 3: } n_{bd} + n_{cd} \geq 1 \quad (4.37)$$

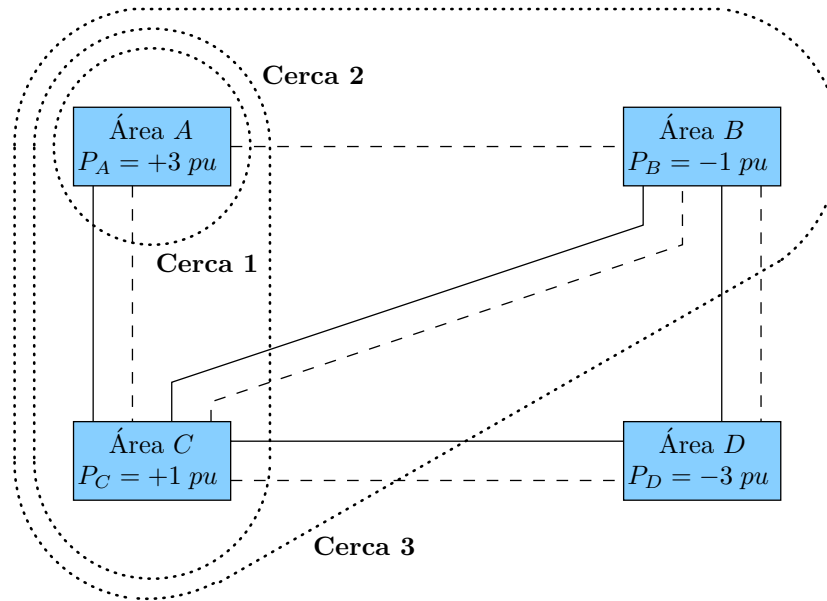


Figura 4.11: Restrições de cercas que incluem a área A.

Este tipo de restrição é especialmente eficiente quando não são permitidas folgas nas injeções líquidas das áreas pois, neste caso, os requisitos mínimos impostos são bastante restritivos e encontram-se próximos das necessidades reais do sistema elétrico. Entretanto, mesmo quando existe folga no sistema de geração e são permitidos cortes de carga, é possível produzir restrições deste tipo, mas estas serão mais relaxadas do que as das expressões anteriores. Para o exemplo na Figura 4.11, caso a geração líquida da Área A possa oscilar entre +2 e +3 pu e seja permitido um corte de carga de até 1 pu na Área D, as restrições de cerca, se reduziriam a:

$$\text{Cerca 1: } n_{ab} + n_{ac} \geq 1 \quad (4.38)$$

$$\text{Cerca 2: } n_{ab} + n_{bc} + n_{cd} \geq 1 \quad (4.39)$$

$$\text{Cerca 3: } n_{bd} + n_{cd} \geq 0 \quad (4.40)$$

sendo a restrição (4.40) inútil pois já se considera que  $n_{ij} \geq 0 \forall ij$ .

Se forem esgotadas todas as combinações possíveis, obtêm-se uma grande variedade de restrições deste tipo, mesmo para um sistema de porte pequeno, com reduzido esforço computacional.

#### 4.4.2 Solução seqüencial de problemas semelhantes

Uma característica importante, oriunda da aplicação da metodologia de decomposição de Benders para definição do melhor plano de expansão, é a solução seqüencial de problemas de

otimização semelhantes. Isto ocorre nas sucessivas soluções dos subproblemas de operação e investimentos e pode ser, facilmente, explorado objetivando reduzir o esforço computacional empregado, através do aproveitamento do histórico do processo.

A resolução dos subproblemas *lineares* de operação sucessivos pode ser acelerada quando o resultado da iteração anterior (solução e base ótimas) é aproveitado pois tais problemas são bastante semelhantes diferindo, apenas, em alguns limites de geração, fluxo e/ou abertura angular (dependendo do modelo de rede empregado).

No que se refere aos problemas de otimização *inteiros* (subproblemas de investimento da Fase III), responsáveis pela quase totalidade do esforço computacional, o ganho em eficiência pode ser ainda maior. A solução de problemas sucessivos semelhantes é muito freqüente pois, entre duas iterações sucessivas, apenas pequenas modificações são realizadas no problema a ser resolvido e estas limitam-se a inclusão de um número reduzido de restrições que correspondem aos novos cortes de Benders — na Seção 4.4.3 será comentado em maior profundidade sobre a quantidade de cortes que podem ser acrescentados a cada iteração. Juntamente com a solução ótima de cada problema inteiro de investimento, obtém-se um conjunto de outras alternativas inteiras atrativas. Estas alternativas não são ótimas para o problema atual mas podem ser muito úteis como solução incumbente inicial do próximo problema inteiro a ser resolvido, caso ainda permaneçam viáveis. Assim, apenas testando a viabilidade destas soluções atrativas para as novas restrições acrescentadas, pode-se obter uma solução incumbente de grande qualidade o que aumenta a eficiência dos critérios de sondagem, usuais nos algoritmos de programação inteira. Nos testes realizados neste trabalho, a solução incumbente assim obtida correspondeu, muitas vezes, à solução ótima do problema.

#### **4.4.3 Determinação de cortes de Benders alternativos**

Freqüentemente, na solução dos problemas *inteiros* de investimento, existem diversas soluções ótimas alternativas. Isto ocorre devido a uma série de fatores: ocorrência de investimentos com custos iguais (principalmente transformadores), existência de formas alternativas de distribuição no espaço e no tempo dos investimentos e representação aproximada do subproblema de operação através de restrições lineares. Levando em conta esta característica, uma forma de acelerar a convergência do processo consiste em obter todas as soluções possíveis do subproblema de investimento e, para cada solução, resolver o subproblema de operação e gerar o respectivo corte, quando pertinente. Desta forma, o número de iterações entre o subproblema de investimento e o(s) subproblema(s) de operação é reduzido, em conjunto com o número de problemas inteiros solucionados.

Quando o problema de investimento distribui os investimentos em diversos estágios, para a solução do problema dinâmico de planejamento, um cuidado adicional deve ser tomado pois, soluções de investimento distintas podem coincidir em alguns estágios. Neste caso, o número de subproblemas de operação distintos, relacionados com cada um dos estágios, é reduzido, juntamente com o número de cortes produzidos. Isto pode ser ilustrado através do sistema exemplo da Figura 4.11. Considere que durante o processo de solução foram obtidas duas soluções para o subproblema de investimento em dois estágios, conforme mostra a Tabela 4.1.



Tabela 4.1: Expansão em dois estágios do sistema da Figura 4.11.

Ligação	Solução 1		Solução 2	
	Estágio 1	Estágio 2	Estágio 1	Estágio 2
$n_{ab}$	2	—	1	1
$n_{ac}$	—	1	1	—
$n_{bd}$	1	—	1	—

Para o Estágio 1, os dois subproblemas de operação, relacionados com as Soluções 1 e 2 da Tabela 4.1, são diferentes pois os investimentos são distintos. Por outro lado, o investimento a ser considerado no Estágio 2 (que corresponde à soma dos investimentos dos Estágios 1 e 2) é idêntico para as duas soluções e, portanto, só existe um subproblema de operação distinto para este estágio.

Uma outra alternativa de reduzir o número de iterações entre os subproblemas de investimento e operação, consiste em gerar cortes de Benders adicionais, para algumas das alternativas atrativas não ótimas obtidas [?]. Isto se baseia no fato de que a evolução dos investimentos selecionados, ao longo das iterações, tem um comportamento relativamente suave, sendo bastante provável que boas alternativas obtidas possam vir a ser a solução ótima de algum dos subproblemas de investimento que seriam resolvidos no futuro. Deste modo, além dos cortes produzidos para todas as soluções ótimas, outros cortes, oriundos das melhores alternativas atrativas, seriam acrescentados e o processo de solução acelerado.

## Capítulo 5

# Algoritmo *branch-and-bound* aplicado ao problema de planejamento

?

### 5.1 Introdução

O processo de solução do problema de planejamento da expansão da capacidade dos sistemas elétricos, através da técnica de decomposição de Benders, envolve a resolução de um problema de programação linear inteira mista, durante a solução do subproblema de investimento. Quando utiliza-se o algoritmo hierarquizado em fases, descrito no Capítulo 4, isto ocorre somente na Fase III pois, nas fases anteriores, a integralidade das variáveis de investimento é relaxada e estas são consideradas contínuas.

Como muitos problemas de otimização combinatorial, o subproblema de investimento da Fase III pode ser modelado como um problema linear com restrições adicionais de integralidade para as variáveis de investimento. No problema resultante, existe pelo menos uma variável contínua (a variável  $\beta$ ) e, assim, o subproblema de investimentos enquadra-se na classe dos problemas de programação linear inteira mista (ou, apenas, programação inteira mista) que apresenta diferenças teóricas importantes com relação à programação linear [?]:

**Programação Linear (PL)** – Existem condições necessárias e suficientes de otimalidade teoricamente provadas que podem ser utilizadas para testar eficientemente se uma dada solução viável é uma solução ótima ou não. Estas condições de otimalidade têm sido utilizadas para desenvolver métodos algébricos tais como o método simplex e outros métodos para resolver PLs.

**Programação Inteira Mista (PIM)** – Não existem condições de otimalidade conhecidas para testar se uma dada solução viável é ótima a não ser através da comparação explícita ou implícita desta solução com cada uma das soluções viáveis do problema. Este é o motivo pelo qual os problemas inteiros de otimização são resolvidos por intermédio de métodos de enumeração que buscam a solução ótima no conjunto das soluções viáveis.

Para resolver problemas de programação inteira existem diversos métodos mas, ao contrário dos problemas lineares, onde poucos algoritmos provaram ser adequados para a esmagadora maioria dos problemas, o sucesso nessa área, freqüentemente, requer métodos habilidosamente especializados para cada aplicação individual [?]. Considerando esse fato, neste trabalho, foi desenvolvido e implementado um algoritmo especializado *branch-and-bound* para resolver o subproblema inteiro de investimento. As principais características desse algoritmo são as seguintes:

- As variáveis de investimento podem assumir qualquer valor inteiro — obviamente, satisfazendo as restrições do subproblema de investimento.
- Todas as soluções inteiras ótimas existentes em cada subproblema de investimento são determinadas.
- O conjunto das melhores alternativas inteiras não ótimas é, também, identificado e armazenado, sendo testado, no futuro, como possível solução *incumbente*<sup>1</sup> inicial.
- A seleção da variável de separação e do próximo nó é realizada de modo que seja reduzido o número de nós que precisam ser examinados. Vários métodos de seleção são apresentados, inclusive um que emprega uma sensibilidade denominada *pseudocusto*<sup>2</sup>.
- Os *pseudocustos* são determinados a partir de informações que consideram todo o histórico das sucessivas soluções dos problemas inteiros.

## 5.2 Fundamentos teóricos

O algoritmo *branch-and-bound* é um algoritmo enumerativo, cuja estrutura de resolução baseia-se na construção de uma *árvore* onde os *nós* representam os problemas candidatos e os *ramos* representam as novas restrições que devem ser consideradas. Por intermédio dessa *árvore*, todas as soluções inteiras da região viável do problema são enumeradas de modo implícito ou explícito o que garante que todas as soluções ótimas serão encontradas. A estrutura geral apresenta três elementos fundamentais, que serão detalhados a seguir: **separação**, **relaxação** e **sondagem** [?]. Na etapa de **separação**, o problema original ( $P$ ) é separado em  $q$  subproblemas  $(P^1), (P^2), \dots, (P^q)$  sujeitos às seguintes condições:

- (S1) Toda a solução viável de  $(P)$  é uma solução de somente um dos subproblemas  $(P^i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, q$ .

---

<sup>1</sup>Vide definição, Página 66.

<sup>2</sup>Vide definição, Seção 5.4.1, Página 73.

- (S2) Uma solução viável de qualquer um dos subproblemas  $(P^i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, q$  é, também, uma solução viável de  $(P)$ .

Estas condições asseguram que o conjunto das soluções viáveis de cada um dos subproblemas  $(P^i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, q$ , é uma partição do conjunto das soluções viáveis de  $(P)$ . Os subproblemas  $(P^i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, q$  são denominados *descendentes* de  $(P)$  e podem, sucessivamente, gerar seus próprios descendentes.

O interesse na separação (*branching*) é utilizar a estratégia de “dividir para conquistar” para resolver o problema  $(P)$ . Deixando de lado a questão de *como* se separa o problema de difícil solução, pode-se descrever, sumariamente, esta estratégia do seguinte modo. Enquanto a solução de  $(P)$  não é possível, separa-se  $(P)$  em dois ou mais subproblemas descendentes, gerando uma lista de problemas candidatos ( $PC$ ). A seguir, seleciona-se um dos candidatos dessa lista e tenta-se resolvê-lo. Se a solução não é possível o problema é, novamente, separado e seus descendentes são adicionados à lista dos candidatos; caso contrário o problema é resolvido e uma nova solução é obtida. O valor da função objetivo dessa nova solução é, então, comparado com o valor da solução *incumbente*, que é a melhor solução viável conhecida até o momento. Caso a nova solução seja melhor do que a solução *incumbente*, ela se torna a nova *incumbente*. A seguir, retorna-se à lista e seleciona-se o próximo candidato. Isto é repetido até que a lista esteja vazia, quando pode-se afirmar que a solução do problema é dada pela solução *incumbente* final.

A forma usual de separação (*branching*) de um problema de programação inteira é através de restrições contraditórias em uma única variável inteira (variável de separação ou de ramificação). Assim, a partir do problema original, denominado nó zero, originam-se dois novos subproblemas<sup>3</sup>, representados pelos nós 1 e 2 que são sucessivamente divididos formando uma *árvore*. A cada nó se associa um subproblema candidato e cada ramo indica o acréscimo de uma restrição relacionada com a variável empregada na separação. Portanto, a medida que se desce na *árvore* a região viável dos descendentes gerados vai ficando cada vez mais restrita.

A **relaxação** consiste em, temporariamente, ignorar algumas restrições do problema  $(P)$  visando torná-lo mais fácil de resolver. A condição que deve ser satisfeita é que o conjunto de soluções viáveis do problema original  $(P)$  esteja contido no conjunto de soluções viáveis do problema relaxado  $(P_R)$ . Isto implica que:

- (R1) Se  $(P_R)$  não tem solução viável, então o mesmo é verdadeiro para  $(P)$ .
- (R2) O valor mínimo de  $(P)$  não é menor que o valor mínimo de  $(P_R)$ .
- (R3) Se uma solução ótima de  $(P_R)$  é viável em  $(P)$ , então ela é uma solução ótima de  $(P)$ .

Dentre as formas possíveis de relaxação, destaca-se a eliminação das restrições de integralidade das variáveis, o que transforma o problema misto em um problema linear (PL) padrão.

<sup>3</sup>Cada um dos subproblemas descendentes é mais fácil de resolver que o subproblema candidato de origem uma vez que foi acrescentada uma restrição na variável de separação.

Na análise dos problemas candidatos existe a necessidade de determinar quais são promissores e, portanto, devem ser examinados, e quais podem ser sumariamente descartados. Isto é realizado na etapa de **sondagem** onde o problema candidato ( $PC$ ) é eliminado (descartado para análises futuras), juntamente com todos os seus descendentes, se satisfizer a pelo menos um dos seguintes critérios:

- (CS1) O problema candidato relaxado ( $PC_R$ ) não tem solução viável. Devido a (R1), isto significa que o problema candidato ( $PC$ ) também não tem solução viável.
- (CS2) A solução ótima do problema candidato relaxado ( $PC_R$ ) é pior (*bounding*) do que a melhor solução atualmente conhecida para ( $P$ ) (solução *incumbente*). Observar que a solução ótima do problema candidato relaxado é sempre melhor ou igual à solução do problema candidato e de seus descendentes.
- (CS3) Uma solução ótima do problema relaxado ( $PC_R$ ) é viável, também, em ( $PC$ ). Neste caso, devido a (R3), ela é ótima em ( $PC$ ) e, devido a (S2) ela é também factível em ( $P$ ). Caso seja melhor que a *incumbente* atual, a solução deste problema candidato passa a ser a nova *incumbente*.

No caso do subproblema de investimento do problema de planejamento da expansão da capacidade dos sistemas elétricos o número de variáveis inteiras é igual ao produto do número de investimentos candidatos pelo número de estágios considerados. Em um primeiro momento, através da relaxação, supõem-se que é possível realizar investimentos fracionários e resolve-se o PL resultante. A solução ótima assim obtida, geralmente, apresenta diversas variáveis de investimento com valores fracionários. Dentre estas deve-se selecionar uma para separação. Após realizada a separação é necessário que seja escolhido, dentre os problemas candidatos armazenados, qual será o próximo a ser examinado e, se necessário, sucessivamente separado até que algum dos critérios de sondagem seja satisfeito. Este procedimento se repete até que a lista de candidatos esteja vazia e a solução *incumbente* possa ser declarada solução ótima do problema ( $P$ ).

Na sua concepção, o processo de busca em *árvore* realizado pelo algoritmo *branch-and-bound* é bastante similar ao algoritmo  $A^*$  que foi desenvolvido para obter o caminho de mínimo custo em um grafo a partir de um nó inicial até uma meta desejada. O algoritmo  $A^*$  é sucessor dos algoritmos de Dijkstra (1959) e Moore (1959), consistindo de uma busca ordenada no espaço de estados na qual se utiliza uma função de avaliação  $f^*$  para selecionar o próximo nó a ser expandido [?]<sup>4</sup>. A utilização dessa classe de algoritmo já foi explorada para a otimização da

---

<sup>4</sup>A função  $f^*(n)$  avalia cada nó  $n$  através da estimativa do custo mínimo da solução que o contém, sendo dada por  $f^*(n) = g^*(n) + h^*(n)$ , onde  $g^*(n)$  é o custo para alcançar o nó  $n$  a partir do nó inicial, e  $h^*(n)$  é o custo restante para atingir a meta desejada, a partir do nó  $n$ . Assim, o valor  $f^*(n)$  estima o mínimo custo da solução que passa pelo nó  $n$ , considerando que o custo de todos os ramos é positivo. Se o espaço de estados é representado por uma *árvore*, como no algoritmo *branch-and-bound*, a função  $g^*(n)$  pode ser facilmente determinada pois existe apenas um caminho do nó inicial para o nó  $n$ . A função  $h^*(n)$  carrega a informação heurística e pode ser determinada de qualquer forma que seja apropriada para o problema em questão mas, para que sejam válidas propriedades interessantes do algoritmo  $A^*$ , essa função não pode ser negativa e não deve superestimar o custo de atingir a meta a partir do nó avaliado [?].

expansão do sistema transmissão empregando uma formulação em um estágio [?] e, posteriormente, em uma formulação multi-estágio [?], sendo sua potencialidade indicada também para outras aplicações (por exemplo, planejamento da expansão do sistema de geração, seleção e localização das torres das linhas de transmissão, expansão de longo prazo de subestações) [?].

No algoritmo *branch-and-bound* a escolha do problema candidato que será avaliado também é realizada de acordo com algum critério. Nesse caso, busca-se reduzir as necessidades de armazenamento ou o número de nós a serem avaliados, conforme será detalhado a seguir, na Seção 5.4.

### 5.3 Algoritmo geral

O algoritmo *branch-and-bound* para resolver o subproblema de investimento apresenta a seguinte estrutura:

1. **Inicialização:** Fazer  $i = 0$ , definir a *incumbente* inicial e inicializar a lista dos subproblemas candidatos com o problema original ( $P$ ).
2. **Teste de convergência:** Se a lista dos candidatos é vazia então o processo terminou e a solução *incumbente* atual é a solução ótima do problema ( $P$ ); caso contrário prossiga.
3. **Seleção do candidato:** Dentre os subproblemas candidatos ainda não sondados, escolher qual será o próximo a ser examinado, usando uma das estratégias discutidas a seguir, e retirá-lo da lista. Resolver o PL relativo ao problema selecionado relaxado ( $PC_R^k$ ) e armazenar a solução ótima como limitante inferior para todos os seus descendentes,  $v_{inf}^k = v_{(PC_R^k)}^*$ .
4. **Testes de sondagem:** O subproblema candidato ( $PC^k$ ) pode ser sondado se satisfizer uma das seguintes condições:
  - (a) Se ( $PC_R^k$ ) não tem solução viável.
  - (b) Se  $v_{inf}^k > v^*$ , onde  $v^*$  é o valor da *incumbente* atual.
  - (c) Se a solução ótima de ( $PC_R^k$ ) é inteira, isto é, viável, também, em ( $PC^k$ ). Ainda, se o valor ótimo obtido é menor do que a *incumbente*, então  $v^* = v_{inf}^k$  e deve-se aplicar o teste 4(b) para todos os subproblemas candidatos ainda não sondados.

Se o subproblema candidato ( $PC^k$ ) foi sondado, então retornar para o Passo 2.

5. **Separação:** A partir do subproblema ( $PC^k$ ), selecionar uma variável para separação, dentre aquelas que são inteiras e ainda apresentam valor contínuo usando uma das estratégias descritas a seguir. Para a variável escolhida  $n_j$ , cujo valor atual é  $n_j^*$ , gerar dois novos subproblemas descendentes e adicioná-los à

lista de candidatos. Os problemas são gerados acrescentando-se à  $(PC^k)$  as seguintes restrições:

$$(PC^{i+1}): n_j \leq \lceil n_j^* \rceil,$$

$$(PC^{i+2}): n_j \geq \lceil n_j^* \rceil + 1,$$

onde  $\lceil n_j^* \rceil$  é o maior inteiro de  $n_j^*$ .

Fazer  $i = i + 2$  e retornar para o Passo 3.

Para exemplificar a aplicação deste algoritmo, considere o seguinte problema de otimização referente a um determinado subproblema inteiro de investimento:

$$(P) \left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \quad v = 5n_{12} + 2n_{13} + 2n_{23} + \beta \\ \text{s. a.} \quad 350n_{12} + 400n_{13} + \beta \geq 400 \\ \quad \quad 350n_{12} + 210n_{23} + \beta \geq 200 \\ \quad \quad \beta \geq 0 \\ \quad \quad n_{ij} \geq 0 \quad \forall ij \\ \quad \quad n_{12}, n_{13} \text{ e } n_{23} \text{ inteiros} \end{array} \right. \quad (5.1)$$

A aplicação do algoritmo *branch-and-bound* ao problema (5.1) pode ser representada pela *árvore*, mostrada na Figura 5.1, onde cada nó é representado por um círculo com um número que indica sua ordem de geração. Ao lado de cada nó encontra-se a solução do problema relaxado e, caso esta seja inteira ou pior que a *incumbente*, refere-se um nó que foi sondado sendo representado por um círculo sombreado. As restrições que são acrescentadas a cada separação estão dentro dos retângulos que cortam os respectivos ramos. Assim, para um nó qualquer da *árvore*, o problema equivalente pode ser determinado percorrendo os ramos que o levam até o nó de origem (nó 0) e acrescentando as restrições correspondentes. Por exemplo, o problema candidato representado pelo nó 7 é o problema original (P) acrescido das seguintes restrições:

$$n_{12} \leq 0 \quad (5.2)$$

$$n_{23} \leq 0 \quad (5.3)$$

A *árvore* inicia com o nó zero através da resolução do problema do problema linear  $(P_R)$ , que é obtido a partir da relaxação das restrições de integralidade da expressão (5.1):

$$(P_R) \left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \quad v = 5n_{12} + 2n_{13} + 2n_{23} + \beta \\ \text{s. a.} \quad 350n_{12} + 400n_{13} + \beta \geq 400 \\ \quad \quad 350n_{12} + 210n_{23} + \beta \geq 200 \\ \quad \quad \beta \geq 0 \\ \quad \quad n_{ij} \geq 0 \quad \forall ij \end{array} \right. \quad (5.4)$$

A solução do problema linear (5.4) apresenta duas variáveis com valores fracionários:  $n_{12} = \frac{4}{7}$  e  $n_{13} = 0,5$ . Assim, nenhum critério de sondagem é atendido e o processo continua com a

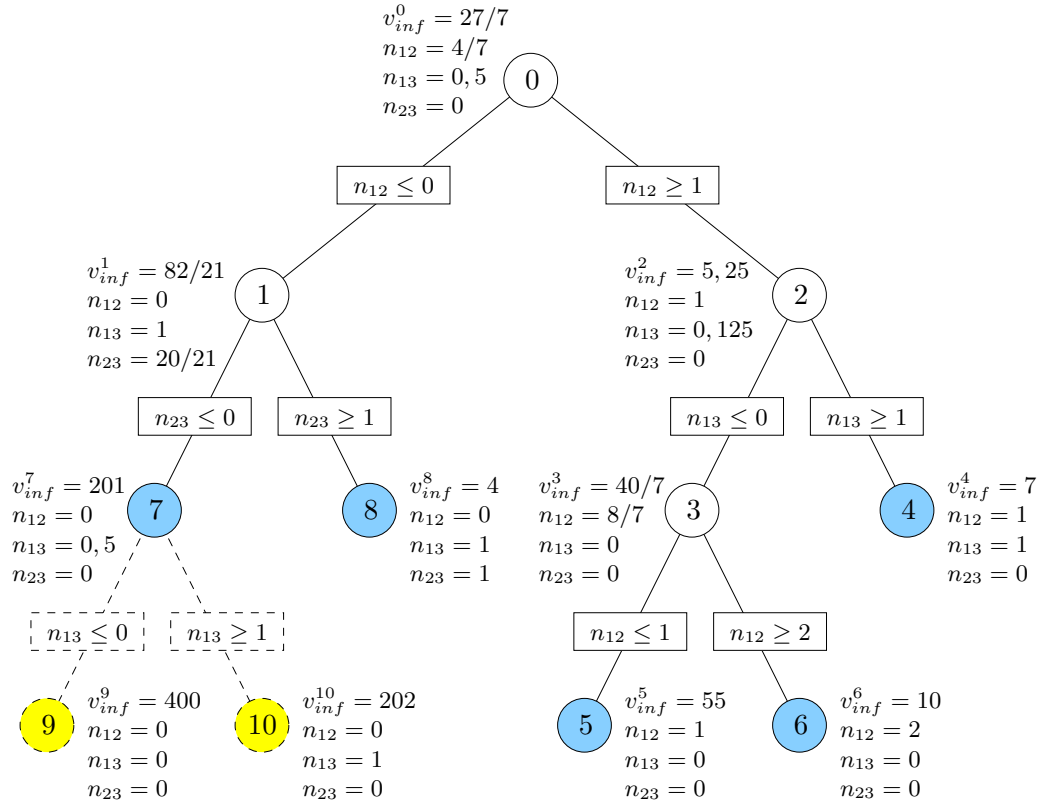


Figura 5.1: Árvore *branch-and-bound* do problema (5.1).

separação do problema (5.4) — para tanto é escolhida a primeira variável não inteira ( $n_{12}$ ) como variável de separação. Neste caso, os dois nós descendentes são gerados por intermédio das restrições  $n_{12} \leq 0$  (para o nó 1) e  $n_{12} \geq 1$  (para o nó 2). Neste ponto do processo existem dois candidatos que podem ser escolhidos para serem examinados, representados pelos nós 1 e 2. Supondo que seja escolhido o último nó gerado (nó 2), a solução do problema relaxado equivalente — problema (5.4) com a restrição  $n_{12} \geq 1$  — apresenta, ainda, uma variável com valor fracionário ( $n_{13} = 0,125$ ). Então, o problema do nó 2 deve ser separado e, neste caso, só existe uma variável que pode ser empregada ( $n_{13}$ ). Após gerados os descendentes do nó 2 (nós 3 e 4) e selecionado o último para ser examinado obtém-se a primeira solução inteira para o problema (5.1), que passa a ser a *incumbente* do processo ( $v^* = v^4 = v_{inf}^4 = 7$ ). Como o valor da *incumbente* foi alterado, os limitantes inferiores dos candidatos remanescentes (nós 1 e 3) são avaliados mas não é possível realizar nenhuma sondagem. Novamente, seleciona-se o último candidato da lista (nó 3) e efetua-se a sua separação em torno da variável  $n_{12}$ . Ambos descendentes do nó 3 (nós 5 e 6) possuem soluções inteiras que são descartadas por serem piores que a *incumbente* ( $v^5 = v_{inf}^5 = 55$  e  $v^6 = v_{inf}^6 = 10$ ). Volta-se para a lista de candidatos e seleciona-se o único disponível (nó 1) que é separado em torno da variável  $n_{23}$  gerando os nós 7 e 8. Tomando-se o último deles, obtém-se uma solução inteira que é melhor do que a *incumbente* que é atualizada para  $v^* = v^8 = v_{inf}^8 = 4$ . A seguir avalia-se o nó 7 que



pode ser descartado (juntamente com seus descendentes) pois seu limite inferior é superior à *incumbente* ( $v_{inf}^7 = 201 > v^*$ ). Os nós 9 e 10 são representados apenas para completar a enumeração.

Do modo que o processo evoluiu, foi necessário resolver 9 problemas lineares para garantir a enumeração de todas as alternativas possíveis, sendo a solução ótima do problema (5.1) obtida após o oitavo PL:

$$\begin{aligned} v^* &= 4 \\ n_{12}^* &= 0 \\ n_{13}^* &= 1 \\ n_{23}^* &= 1 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Uma questão importante no desempenho dos algoritmos de enumeração está relacionada com o conhecimento de uma boa solução *incumbente* inicial. Isto aumenta, significativamente, a eficácia do teste de sondagem 4(b) e, assim, reduz o número de subproblemas candidatos que precisam ser examinados. Para o exemplo da *árvore* da Figura 5.1, uma *incumbente* inicial de valor  $v^* = 5$ , seria suficiente para sondar, imediatamente, o nó 2 (e todos os seus descendentes) reduzindo, assim, o número total de PLs necessários.

No caso específico da resolução do problema de planejamento da expansão, através da decomposição de Benders, o subproblema de investimento é resolvido sucessivas vezes com pequenas alterações entre duas soluções consecutivas. Deste modo, uma boa *incumbente* inicial pode ser facilmente obtida desde que, durante a resolução do subproblema de investimento, sejam armazenadas boas soluções inteiras que, mesmo não sendo ótimas para o problema atual, podem ser muito úteis como *incumbente* inicial para o próximo problema a ser resolvido. Como estas boas soluções inteiras são viáveis para o problema atual, basta testar sua viabilidade para as novas restrições que são adicionadas ao próximo problema. Assim, durante o processo de solução, as melhores soluções inteiras são armazenadas e ordenadas em função da sua qualidade. Antes da solução do próximo problema inteiro, esta lista é percorrida integralmente e são eliminadas as soluções que se tornaram inviáveis para o novo problema, sendo a melhor solução viável armazenada adotada como *incumbente* inicial. De um modo geral, a *incumbente* assim determinada é de grande qualidade e, algumas vezes, corresponde à solução ótima.

Outra questão de fundamental importância na eficiência do algoritmo *branch-and-bound* está relacionada com duas decisões que são realizadas no decorrer do processo:

- **Seleção do subproblema candidato** – no Passo 3, deve-se escolher, dentre uma lista de subproblemas candidatos, qual será o próximo a ser examinado.
- **Seleção da variável de separação** – no Passo 5, deve-se escolher, dentre um grupo de variáveis inteiras que possuem parte fracionária, qual será empregada para realizar a separação.

O modo pelo qual são realizadas estas escolhas influencia diretamente o número de nós que precisa ser examinado e, portanto, determina o esforço computacional que será empregado para resolver o problema. Neste trabalho, foram implementados e testados alguns métodos de seleção que serão detalhados a seguir.

## 5.4 Seleção do subproblema candidato e da variável de separação

A importância de realizar a seleção do próximo subproblema candidato a ser examinado pode ser facilmente, demonstrada através do seguinte exemplo. Analisando-se a árvore da Figura 5.1, observa-se que a mesma solução pode ser obtida, com um esforço computacional bem menor, quando é escolhido, por exemplo, o caminho mostrado na Figura 5.2.

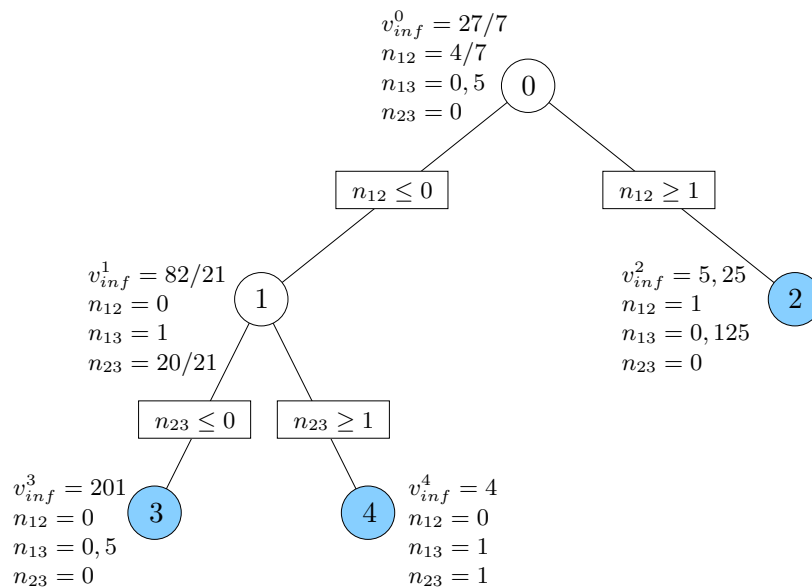


Figura 5.2: Árvore *branch-and-bound* alternativa para o problema (5.1).

Para a árvore alternativa da Figura 5.2, após a separação do nó 0, inicia-se examinando o nó 1 que é separado nos seus descendentes 3 e 4. A seguir é escolhido o nó 4 para exame e encontra-se a primeira *incumbente*  $v^* = v^4 = v_{inf}^4 = 4$ . Realizando o exame das candidatas da lista, verifica-se que é possível sondar todos os nós remanescentes (nós 2 e 3), pois seus limites inferiores são elevados ( $v_{inf}^2 = 5,25$  e  $v_{inf}^3 = 201$ ). Deste modo, com apenas 5 PLs o problema (5.1) é resolvido sendo a solução ótima obtida após o terceiro PL — anteriormente, foram necessários 9 PLs e a solução só foi obtida após o oitavo (vide Figura 5.1, Página 70).

Quando o número de variáveis e restrições é maior, o modo pelo qual são escolhidos os problemas candidatos e as variáveis de separação pode afetar drasticamente o desempenho do algoritmo *branch-and-bound*. Assim, o esforço gasto na especialização destas seleções é, via de regra, muito bem recompensado. Neste trabalho, um método de seleção que se mostrou bastante

eficiente está baseado em uma sensibilidade denominada *pseudocusto*, descrita a seguir.

### 5.4.1 Pseudocusto

O *pseudocusto* de uma variável inteira é dado pela taxa de degradação do valor ótimo, obtido para o problema relaxado, por unidade de variação desta variável quando ela é reduzida ou aumentada. Deste modo, para uma determinada variável inteira  $n_j$ , definem-se dois *pseudocustos*, um de redução, notado por  $P_j^-$ , e outro de aumento, notado por  $P_j^+$ :

$$P_j^- = \frac{v_{PL}^{k-} - v_{PL}^k}{f_j^k} \quad (5.6)$$

$$P_j^+ = \frac{v_{PL}^{k+} - v_{PL}^k}{1 - f_j^k} \quad (5.7)$$

em que:

$v_{PL}^k$  – valor ótimo do problema relaxado  $k$ ;

$v_{PL}^{k-}$  – valor ótimo do problema descendente de  $k$  obtido com a redução da variável  $n_j$ ;

$v_{PL}^{k+}$  – valor ótimo do problema descendente de  $k$  obtido com o aumento da variável  $n_j$ ;

$f_j^k$  – parte fracionária de  $n_j^k$ , dada por:  $f_j^k = n_j^k - [n_j^k]$ , sendo  $[n_j^k]$  o maior inteiro contido em  $n_j^k$ .

Para o exemplo da Figura 5.1, os *pseudocustos* da variável  $n_{12}$ , calculados no início do processo (nó 0), seriam dados por:

$$P_{12}^- = \frac{v_{inf}^1 - v_{inf}^0}{n_{12} - [n_{12}]} = \frac{82/21 - 27/7}{4/7 - 0} = \frac{1}{12} \simeq 0,0833 \quad (5.8)$$

$$P_{12}^+ = \frac{v_{inf}^2 - v_{inf}^0}{1 - (n_{12} - [n_{12}])} = \frac{5,25 - 27/7}{1 - (4/7 - 0)} = 3,25 \quad (5.9)$$

Assim, para o cálculo dos *pseudocustos* de cada variável inteira é necessário resolver dois PLs, um para cada subproblema descendente, oriundos da separação dessa variável a partir do nó de origem (onde se deseja calcular). Além disto, é fácil constatar que os *pseudocustos* variam em função do nó onde são calculados. Para a mesma variável anterior,  $n_{12}$ , caso fosse selecionado como origem o nó 3, diferenças significativas seriam observadas:

$$P_{12}^- = \frac{v_{inf}^5 - v_{inf}^3}{n_{12} - [n_{12}]} = \frac{55 - 40/7}{8/7 - 1} = 345 \quad (5.10)$$

$$P_{12}^+ = \frac{v_{inf}^6 - v_{inf}^3}{1 - (n_{12} - [n_{12}])} = \frac{10 - 40/7}{1 - (8/7 - 1)} = 5 \quad (5.11)$$

Estas diferenças podem motivar o cálculo explícito dos *pseudocustos* em todos os nós examinados mas experimentos práticos demonstram que, embora isto contribua para a redução do número de nós a serem avaliados, o tempo gasto com estes cálculos é muito elevado para compensar o benefício proporcionado [?; ?]. Para evitar este esforço computacional exagerado, diversas aproximações têm sido sugeridas:

- Fixar os *pseudocustos* no valor observado na primeira vez que a variável é separada [?].
- Fixar os *pseudocustos* no valor observado na última vez que a variável foi separada [?].
- Calcular os *pseudocustos* através da média dos valores observados quando a variável é separada [?].

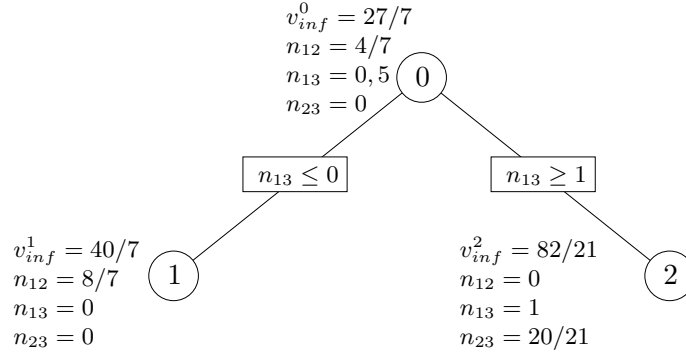
? realizaram diversos estudos nesta área e observaram que os *pseudocustos* são relativamente constantes ao longo de toda a *árvore branch-and-bound*. Além disto, os autores afirmam que a atualização dos *pseudocustos* pela média das observações é mais efetiva. Considerando estes aspectos, neste trabalho os *pseudocustos* foram determinados da seguinte maneira:

1. Antes do início do processo de separação e sondagem os *pseudocustos* das variáveis que apresentarem valor fracionário, na solução do problema inicial relaxado, são calculados explicitamente. Os *pseudocustos* das demais variáveis (com valores inteiros na solução do problema inicial), são inicializados com os próprios coeficientes da função objetivo.
2. Após a avaliação de cada subproblema candidato, o respectivo *pseudocusto* (aumento ou redução), relativo à variável empregada na separação, é atualizado pela média de todas as observações realizadas.

Deste modo, no início do processo são resolvidos 2 PLs para cada variável com valor não inteiro e, posteriormente, um *pseudocusto* é atualizado após a resolução de cada PL.

Para o exemplo relacionado com a *árvore* da Figura 5.1, durante a etapa de inicialização, deveriam ser calculados explicitamente os *pseudocustos* das variáveis  $n_{12}$  e  $n_{13}$  que apresentam valores fracionários. Por outro lado, a variável  $n_{23}$ , que apresenta valor inteiro, teria seus *pseudocustos* igualados ao coeficiente de custo da função objetivo de (5.1). Os *pseudocustos* iniciais da variável  $n_{12}$  já foram calculados e são dados pelas expressões (5.8) e (5.9). Para determinar os *pseudocustos* da variável  $n_{13}$  é necessário conhecer o resultado de dois PLs adicionais, mostrados na Figura 5.3.

Considerando que a numeração dos nós está de acordo com a Figura 5.3, os *pseudocustos* iniciais da variável  $n_{13}$  são dados por:

Figura 5.3: Árvore auxiliar para cálculo dos *pseudocustos* iniciais da variável  $n_{13}$ .

$$P_{13}^- = \frac{v_{inf}^1 - v_{inf}^0}{n_{13} - [n_{13}]} = \frac{40/7 - 27/7}{0,5 - 0} = \frac{26}{7} \simeq 3,7143 \quad (5.12)$$

$$P_{13}^+ = \frac{v_{inf}^2 - v_{inf}^0}{1 - (n_{13} - [n_{13}])} = \frac{82/21 - 27/7}{1 - (0,5 - 0)} = \frac{2}{21} \simeq 0,0952 \quad (5.13)$$

A partir dos valores iniciais, calculados explicitamente ou obtidos da função objetivo, a evolução dos valores observados para os *pseudocustos* ao longo da árvore da Figura 5.1 é dada pela Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Evolução dos *pseudocustos* observados na árvore da Figura 5.1.

Etapa	Nó examinado	$v_{inf}$	$P_{12}^-$	$P_{12}^+$	$P_{13}^-$	$P_{13}^+$	$P_{23}^-$	$P_{23}^+$
Inicialização	0	27/7	1/12	3,25	26/7	2/21	2	2
1	2	5,25		3,25				
2	4	7				2		
3	3	40/7			26/7			
4	6	10		5				
5	5	55	345					
6	1	82/21	1/12					
7	8	4						2
8	7	201					206,95	

Em cada etapa do processo, os valores médios atuais são determinados pela relação entre a soma atual dos valores observados e o número de observações realizadas até o momento. Assim, a partir da segunda etapa, o *pseudocusto* de aumento da variável  $n_{13}$  é dado por:

$$P_{13}^+ = \frac{2/21 + 2}{2} = 22/21 \simeq 1,0476 \quad (5.14)$$

De modo similar, a evolução dos *pseudocustos* encontrada para a *árvore* da Figura 5.2 é dada pela Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Evolução dos *pseudocustos* observados na *árvore* da Figura 5.2.

Etapa	Nó examinado	$v_{inf}$	$P_{12}^-$	$P_{12}^+$	$P_{13}^-$	$P_{13}^+$	$P_{23}^-$	$P_{23}^+$
Inicialização	0	27/7	1/12	3,25	26/7	2/21	2	2
1	1	82/21	1/12					
2	4	4						2
3	2	5,25		3,25				
4	3	201					206,95	

Uma melhoria adicional pode ser introduzida neste processo quando são resolvidos sucessivos problemas semelhantes. Nesse caso, ao invés de calcular explicitamente o *pseudocusto* ou inicializá-lo com o coeficiente de custo da função objetivo, pode-se adotar, como valor inicial, o valor médio final obtido na resolução do problema anterior. Desse modo, desde o início do processo seria utilizado um valor bastante representativo que corresponderia à média dos valores observados na *árvore* que foi percorrida para resolver o problema anterior.

#### 5.4.2 Seleção do subproblema candidato

Embora não exista uma técnica sistemática para determinar qual subproblema conduz mais rápido à solução, existem algumas regras empíricas que permitem identificar caminhos atrativos. Por um lado existe a regra LIFO (Last In, First Out) que produz uma busca em profundidade. Esta estratégia permite que o subproblema descendente seja resolvido a partir do problema anterior (pois estes diferem em apenas um limite de uma variável) e minimiza as necessidades de memória para armazenar as informações dos candidatos. Isto foi utilizado na resolução do problema exemplo (5.1), gerando a *árvore* da Figura 5.1, cuja ordem de seleção encontra-se na Tabela 5.3. Com a aplicação desta regra, foram analisados ao todo 9 nós mas o número máximo de candidatos armazenados foi 3.

Tabela 5.3: Evolução da *árvore branch-and-bound* da Figura 5.1 – regra LIFO.

Etapa	Candidatos existentes	Nó examinado	Descendentes gerados
Inicialização	0	0	1 e 2
1	1 e 2	2	3 e 4
2	1, 3 e 4	4	—
3	1 e 3	3	5 e 6
4	1, 5 e 6	6	—
5	1 e 5	5	—
6	1	1	7 e 8
7	7 e 8	8	—
8	7	7	—

Por outro lado existem métodos que utilizam estimativas do valor da função objetivo e selecionam, dentre todos os candidatos, o subproblema mais promissor. Esta regra tende a reduzir o número total de problemas a serem examinados mas, simultaneamente, aumenta as necessidades de memória e faz com que os PLs consecutivos não apresentem o mesmo grau de semelhança existente na busca em profundidade. Uma forma de determinar uma estimativa  $v_{est}^k$  para os problemas candidatos emprega *pseudocustos* [?; ?] e é dada por:

$$v_{est}^k = v_{inf}^k + \sum_{i \in I} \min \left[ P_i^- f_i^k; P_i^+ (1 - f_i^k) \right] \quad (5.15)$$

onde  $v_{inf}^k$  é o valor do limite inferior do candidato ( $PC^k$ ) e  $I$  é o conjunto das variáveis inteiras do problema ( $P$ ). A estimativa (5.15) busca quantificar o valor da melhor solução inteira que poderia ser obtida entre todos os descendentes do candidato  $k$ . Para tanto, são utilizados os produtos  $P_i^- f_i^k$  e  $P_i^+ (1 - f_i^k)$  que quantificam a alteração esperada na função objetivo quando a variável  $n_i^k$  deixa seu valor original para assumir os valores inteiros vizinhos. A *melhor estimativa* é, então, obtida através da soma do limite inferior do candidato com o somatório dos menores valores associados às alterações necessárias para tornar todas as variáveis inteiras. Observar que essa expressão assume que os *pseudocustos* são estáveis e que existe uma espécie de independência entre as variáveis inteiras [?].

Quando é aplicada ao problema exemplo (5.1) a seleção do próximo candidato pela melhor estimativa, o processo de solução simplifica-se e é produzida a *árvore* da Figura 5.2. Na Tabela 5.4, encontram-se os valores relativos a esta *árvore* considerando que são empregados os valores médios dos *pseudocustos* apresentados na Tabela 5.2. As estimativas apresentadas na terceira coluna foram obtidas através das seguintes expressões:

$$\begin{aligned} v_{est}^1 &= v_{inf}^1 + \min \left[ P_{23}^- f_{23}^1; P_{23}^+ (1 - f_{23}^1) \right] = \\ &= \frac{82}{21} + \min \left[ 2 \times \frac{20}{21}; 2 \left( 1 - \frac{20}{21} \right) \right] = 4 \end{aligned} \quad (5.16)$$

$$\begin{aligned} v_{est}^2 &= v_{inf}^2 + \min \left[ P_{13}^- f_{13}^2; P_{13}^+ (1 - f_{13}^2) \right] = \\ &= 5,25 + \min \left[ \frac{26}{7} \times 0,125; \frac{2}{21} (1 - 0,125) \right] = \frac{16}{3} \simeq 5,3333 \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} v_{est}^3 &= v_{inf}^3 + \min \left[ P_{13}^- f_{13}^3; P_{13}^+ (1 - f_{13}^3) \right] = \\ &= 201 + \min \left[ \frac{26}{7} \times 0,5; \frac{2}{21} (1 - 0,5) \right] = \frac{1420}{7} \simeq 202,8571 \end{aligned} \quad (5.18)$$

De acordo com a Tabela 5.4, o processo inicia com a divisão do nó 0 nos seus descendentes 1 e 2. O nó 1 é, então, selecionado, por possuir a melhor estimativa ( $v_{est}^1 = 4$ ), sendo dividido em seus descendentes 3 e 4. A análise do candidato mais promissor, nó 4, resulta em uma solução inteira que passa a ser a *incumbente* e permite sondar todos os nós remanescentes (nós 2 e 3).

Para este exemplo, é interessante observar que a seleção dos candidatos tomaria o mesmo

Tabela 5.4: Evolução da *árvore branch-and-bound* – melhor estimativa.

Etapa	Candidatos	Estimativas calculadas	Nó examinado	Descendentes gerados	Nós sondados
Inicialização	0	—	0	1 e 2	—
1	1 e 2	$v_{est}^1 = 4$ $v_{est}^2 \simeq 5,3333$	1	3 e 4	—
2	2, 3 e 4	$v_{est}^3 \simeq 202,8571$ $v_{est}^4 = v^4 = v^* = 4$	4	—	2 e 3

rumo, caso fossem utilizados *pseudocustos* com valores constantes e iguais aos coeficientes de custo de cada variável. Neste caso, as estimativas seriam ligeiramente diferentes mas a seqüência de problemas analisados seria rigorosamente a mesma:

$$v_{est}^1 = \frac{82}{21} + \min \left[ 2 \times \frac{20}{21}; 2 \left( 1 - \frac{20}{21} \right) \right] = 4 \quad (5.19)$$

$$v_{est}^2 = 5,25 + \min [2 \times 0,125; 2(1 - 0,125)] = 5,5 \quad (5.20)$$

$$v_{est}^3 = 201 + \min [2 \times 0,5; 2(1 - 0,5)] = 202 \quad (5.21)$$

Através deste simples exemplo, observa-se que a seleção do candidato pela melhor estimativa reduziu sensivelmente o número de PLs necessários para obter a solução final (de 9 para 5). Em problemas de maiores dimensões, essa redução torna-se, ainda, mais sensível. O grande inconveniente do uso da estimativa da expressão (5.15) é a necessidade de resolver os PLs de todos os problemas candidatos e armazenar as informações obtidas (solução e base ótima), para facilitar a solução dos seus futuros descendentes, antes de fazer a seleção. Assim, a cada separação é necessário resolver dois PLs, guardar as informações obtidas e determinar as estimativas dos novos descendentes para depois selecionar, entre todos os candidatos, qual apresenta a melhor estimativa. Além dos requisitos de armazenagem, parte dos PLs assim resolvidos acabam sendo inúteis pois, quando o valor da *incumbente* é atualizado é possível sondar alguns candidatos mesmo que o limite inferior destes seja determinado pela solução mais relaxada do nó antecedente. Uma alternativa para a expressão (5.15) seria determinar a estimativa dos descendentes a partir da solução da solução do PL do nó antecedente, conforme mostra a Figura 5.4.



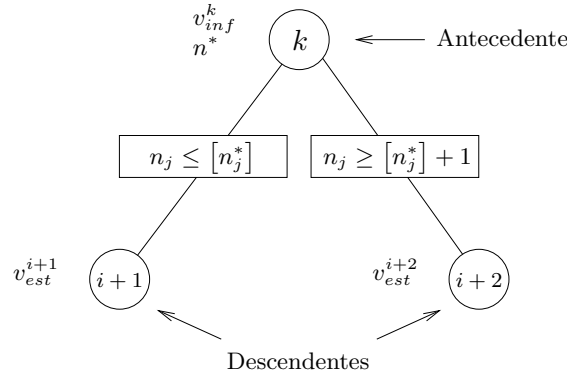


Figura 5.4: Determinação das estimativas dos descendentes.

Deste modo, as estimativas dos nós descendentes de  $k$  (nós  $i+1$  e  $i+2$ ) seriam obtidas a partir da solução do PL do nó  $k$  e dadas, respectivamente, pelas seguintes expressões:

$$v_{est}^{i+1} = v_{inf}^k + P_j^- f_j^k + SOMA \quad (5.22)$$

$$v_{est}^{i+2} = v_{inf}^k + P_j^+ (1 - f_j^k) + SOMA \quad (5.23)$$

$$SOMA = \sum_{\substack{i \in I \\ i \neq j}} \min [P_i^- f_i^k; P_i^+ (1 - f_i^k)]$$

que só diferem na parcela relativa à variável  $j$  que foi utilizada para separação do problema  $k$ . Mesmo que a qualidade dessas estimativas sejam inferiores às obtidas com a expressão (5.15), a simplificação proporcionada, geralmente, torna-se bastante compensadora.

De um modo geral, a seleção pela melhor estimativa nem sempre é implementada de modo rigoroso. Para aproveitar a afinidade entre o nó de origem e seus descendentes, usualmente, realiza-se a busca em profundidade selecionando-se sempre o **descendente** mais promissor até o momento em que o problema possa ser sondado. Quando isto ocorrer, seleciona-se entre **todos** os candidatos aquele que apresentar a melhor estimativa. Ainda, quando existem limites de armazenamento para os candidatos pendentes, é importante realizar a seleção de modo adaptativo. Nesse caso, no momento em que o número de candidatos armazenados atinge um determinado limite, próximo à capacidade total de armazenagem, a seleção passa a ser implementada pela regra LIFO até que volte a existir espaço para os novos candidatos e possa ser realizada a seleção pela melhor estimativa. Essa é uma forma de viabilizar a implementação de uma seleção mais elaborada sem, no entanto, tornar os requisitos de memória proibitivos.

### 5.4.3 Seleção da variável de separação

Quando a solução do problema candidato relaxado ( $PC_R^k$ ) apresenta diversas variáveis inteiras com valor contínuo, deve-se selecionar uma delas para ser utilizada na separação. A escolha de uma variável inadequada implica na avaliação de inúmeros subproblemas descendentes que poderiam ser eliminados através da sondagem de seus antecedentes. Novamente, não existe uma técnica sistemática que permita identificar a variável ótima de separação mas existem regras empíricas que indicam quais variáveis são mais atrativas. Se a opção for a simplicidade, pode-se realizar a separação a partir de uma ordem pré-determinada em função dos coeficientes da função objetivo (do maior custo para o menor, no problema de planejamento da expansão) ou do conhecimento das características específicas do problema. Analisando-se as *árvores* das Figuras 5.1 e 5.2, observa-se que a solução do PL correspondente ao nó 0 apresenta duas variáveis com valor fracionário:  $n_{12} = 4/7$  e  $n_{13} = 0,5$ . Em ambas *árvores* foi escolhida a variável  $n_{12}$  para separação sendo esta a que possui o maior coeficiente na função objetivo do problema (5.1).

Uma alternativa mais elaborada consiste em buscar, entre todas as variáveis com valores fracionários, a variável  $n_j$  que proporcionaria o maior aumento estimado para a função objetivo, tendo em vista sondar o mais rapidamente possível os descendentes gerados. Existem duas formas de estimar qual é a variável que proporciona a maior degradação no valor da função objetivo:

MAX MAX: Deste modo, escolhe-se sempre a variável que provoca a maior degradação na função objetivo visando obter rapidamente um subproblema descendente que possa ser sondado. Para o subproblema candidato do nó  $k$ , a variável de separação  $j$  selecionada é tal que:

$$\max_j \left\{ \max \left[ P_j^- f_j^k; P_j^+ (1 - f_j^k) \right] \right\} \quad (5.24)$$

MAX MIN: Desta forma, seleciona-se a variável cuja menor variação provocada é máxima. Assim, ambos descendentes apresentarão um bom potencial para serem sondados. Para o subproblema candidato do nó  $k$ , a variável de separação  $j$  selecionada é tal que:

$$\max_j \left\{ \min \left[ P_j^- f_j^k; P_j^+ (1 - f_j^k) \right] \right\} \quad (5.25)$$

Para o problema exemplo (5.1), o uso da estimativa de degradação da função objetivo da expressão (5.24) faria com que a *árvore* de busca percorrida fosse diferente daquelas mostradas nas Figuras 5.1 e 5.2. Isso pode ser visualizado desde a seleção da primeira variável de separação (lembrar que, anteriormente, foi escolhida a variável  $n_{12}$ ). Considere os *pseudocustos* apresentados na primeira linha da Tabela 5.1 — válidos para o nó de origem (nó 0) — que permitem calcular as estimativas de degradação, associadas a cada uma das variáveis  $n_{12}$  e  $n_{13}$ , mostradas na Tabela 5.5. De acordo com a expressão (5.24), verifica-se que seria selecionada a variável  $n_{13}$ , por apresentar a maior variação prevista ( $P_{13}^+ f_{13}^0 = 1,8571$ ). Assim, a *árvore* de busca iniciaria com a divisão do problema através da introdução das restrições  $n_{13} \leq 0$  e  $n_{13} \geq 1$

que produziriam, respectivamente, os subproblemas candidatos 1 e 2. Por outro lado, se fosse utilizada a expressão (5.25), haveria um empate e qualquer uma das duas variáveis poderia ser empregada para a separação deste problema.

Tabela 5.5: Valores de degradação da função objetivo para o nó 0.

$n_j$	$f_j^0$	$P_j^- f_j^0$	$P_j^+ (1 - f_j^0)$	$\max [P_j^- f_j^0; P_j^+ (1 - f_j^0)]$	$\min [P_j^- f_j^0; P_j^+ (1 - f_j^0)]$
$n_{12}$	4/7	$1/21 \simeq 0,0476$	$39/28 \simeq 1,3929$	1,3929	0,0476
$n_{13}$	0,5	$13/7 \simeq 1,8571$	$1/21 \simeq 0,0476$	1,8571	0,0476

$$\max_j \{ \max [P_j^- f_j^0; P_j^+ (1 - f_j^0)] \} \quad \boxed{1,8571}$$

$$\max_j \{ \min [P_j^- f_j^0; P_j^+ (1 - f_j^0)] \} \quad \boxed{0,0476}$$

Caso fossem utilizados *pseudocustos* com valores constantes e iguais aos coeficientes de custo de cada variável, como realizado, anteriormente, na seleção do subproblema candidato, as estimativas de degradação da função objetivo seriam diferentes, conforme mostra a Tabela 5.6. Nesse caso, seria selecionada para separação a variável  $n_{12}$ , como realizado nas árvores das Figuras 5.1 e 5.2, independentemente da expressão empregada — (5.24) ou (5.25).

Tabela 5.6: Valores de degradação da função objetivo para o nó 0 – *pseudocustos* constantes.

$n_j$	$f_j^0$	$P_j^- f_j^0$	$P_j^+ (1 - f_j^0)$	$\max [P_j^- f_j^0; P_j^+ (1 - f_j^0)]$	$\min [P_j^- f_j^0; P_j^+ (1 - f_j^0)]$
$n_{12}$	4/7	$20/7 \simeq 2,8571$	$15/7 \simeq 2,1429$	2,8571	2,1429
$n_{13}$	0,5	1	1	1	1

$$\max_j \{ \max [P_j^- f_j^0; P_j^+ (1 - f_j^0)] \} \quad \boxed{2,8571}$$

$$\max_j \{ \min [P_j^- f_j^0; P_j^+ (1 - f_j^0)] \} \quad \boxed{2,1429}$$

## Capítulo 6

# O planejamento da expansão em um ambiente competitivo

### 6.1 Introdução

Considerando as diversas alterações que estão ocorrendo na indústria de eletricidade, descritas no Capítulo 2, principalmente no que se refere a abertura de acesso do sistema de transmissão e o incentivo à competição na geração, observa-se que se faz necessário redefinir o papel do planejamento da expansão dos sistemas de geração e transmissão nesse novo contexto. Anteriormente, quando a indústria era verticalizada, sendo constituída pelas atividades de geração, transmissão e distribuição, a atividade de planejamento da expansão podia ser executada de forma centralizada, com caráter deliberativo, visando atender o sistema como um todo de acordo com os critérios adotados pela empresa detentora do monopólio do serviço. Assim, os empreendimentos de geração e transmissão podiam ser avaliados de forma integrada sendo escolhido o conjunto que apresentasse o melhor resultado com o menor custo total de investimento e operação. Além disto, a empresa verticalmente integrada possuía todos os dados a respeito do setor pois não havia interesse na omissão de informações entre os setores de geração, transmissão e distribuição; pelo contrário, todos se beneficiavam com o compartilhamento desses dados.

Na realidade atual do setor elétrico, o papel do planejamento da expansão assume novas características, pois os empreendimentos de geração, transmissão e distribuição passam a ser controlados por agentes econômicos diferentes, com interesses diversos. As informações que antes eram compartilhadas livremente, passam a apresentar conotação estratégica e isso reduz o fluxo de dados às informações que são requisitadas de forma mandatória. Sob a ótica individual de cada um dos empreendimentos, as modificações no sistema de geração e transmissão passam a ter diferentes interpretações:

- **Geração** – A empresa produtora de energia está interessada em vender sua produção e verá com bons olhos todas as modificações no sistema elétrico que permitam ampliar seus horizontes de atuação mas rechaçará todas as alterações que proporcionem o aumento

da concorrência na sua área. Para a empresa de geração, quanto menor for a oferta de energia na região, maior poderá ser o preço praticado e, conseqüentemente, maior será a lucratividade do seu negócio. Por outro lado, o aumento da concorrência provocaria redução no preço e no lucro.

- **Distribuição** – A empresa distribuidora de energia e os grandes consumidores desejarão ter a liberdade de escolher entre diversos fornecedores para poder negociar o melhor preço e aumentar sua lucratividade. Desse modo, mesmo que não existam justificativas técnico/econômicas para tanto, essas empresas desejarão possuir uma sólida conexão com o sistema para viabilizar o livre acesso a seus fornecedores e reduzir o custo de utilização do sistema de transmissão. Além disto, a instalação de novos produtores em regiões próximas será sempre avaliada de forma positiva pois propiciará o aumento da oferta que deverá reduzir o preço da energia.
- **Transmissão** – A empresa de transmissão buscará, também, aumentar a sua eficiência econômica através da maximização do uso do sistema de transmissão existente e da minimização de seus investimentos. Embora tal política possa ser interessante para esse concessionário, certamente imporá muitas restrições de uso do sistema para as partes interessadas, por exemplo as empresas de geração e distribuição. A presença de congestionamentos no sistema de transmissão, além de reduzir ou inviabilizar algumas transações, tende a aumentar o custo da energia (porque restringe o número de fornecedores habilitados) e reduzir a segurança do sistema. Para outros usuários, que apenas se utilizam do sistema de transmissão como meio de transporte, tais efeitos são observados da mesma maneira.

Esta diversidade de interesses, muitas vezes conflitantes, impõem a necessidade de uma regulamentação que exija dos serviços de geração, transmissão e distribuição um padrão mínimo de qualidade operacional e atribua penalidades no caso do não cumprimento das metas especificadas. No Brasil, a regulação e fiscalização da produção, transmissão, distribuição e comercialização da energia elétrica está a cargo da ANEEL [?]. Além disso, a atividade de geração de energia elétrica é exercida mediante concessão ou autorização sendo as transações de compra e venda de energia elétrica nos sistemas interligados realizadas no âmbito do MAE, por intermédio das regras [?] e mecanismos definidos pela ANEEL.

Do ponto de vista operacional, o sistema elétrico como um todo necessita ser operado de modo previsível e imparcial. A responsabilidade pela coordenação e controle da operação das instalações de geração e transmissão de energia elétrica nos sistemas interligados brasileiros é do ONS que foi criado para substituir a estrutura cooperativa de coordenação da operação existente, tendo como responsabilidade manter os ganhos sinérgicos resultantes da otimização da operação dos sistemas de transmissão e geração de energia elétrica e viabilizar a expansão do sistema de transmissão a mínimo custo.

No planejamento da expansão do sistema elétrico, os investimentos realizados na geração e na transmissão precisam ser avaliados conjuntamente (para possibilitar a maximização dos ganhos sinérgicos) mas de forma distinta, em função da natureza dos empreendimentos. O empreendimento de geração faz parte da atividade na qual a competição é estimulada e poderá

ser realizado pelos agentes de forma individual. A decisão por realizar ou não o investimento, juntamente com todos os custos, riscos e benefícios, serão de exclusiva responsabilidade do agente envolvido. Por outro lado, o sistema de transmissão é comum para todos os usuários e precisa ser operado e expandido de forma transparente e imparcial, de modo que não iniba a concorrência entre os agentes do setor. Da mesma forma que a operação do sistema, que é coordenada por uma entidade central (no Brasil o ONS e nos Estados Unidos da América o ISO, *Independent System Operator*), o planejamento da expansão do sistema de transmissão precisa ser coordenado por uma entidade central. Neste trabalho, esta entidade central será denominada “Planejador Independente da Expansão”, e será descrita em detalhes a seguir, após a descrição do ambiente competitivo no qual foi concebido. É importante observar que a forma de atuação dessa entidade está alinhada com as atribuições do CCPE [?; ?] mas aplica-se, também, a uma estrutura de setor elétrico um pouco mais genérica, como será mostrado a seguir.

## 6.2 Estrutura da indústria de eletricidade

Embora a indústria de eletricidade esteja em contínua reestruturação, em diversos países do mundo, existem pontos comuns nesta ampla reforma como, por exemplo, a crescente abertura de espaço para capital privado, que é requerido para o financiamento da expansão do sistema de energia elétrica pois, de um modo geral, o volume de investimentos necessários para tanto é muito superior aos recursos disponíveis nos órgãos estatais que, anteriormente, detinham o monopólio. De um modo geral, as estruturas integradas estão sendo divididas em três empreendimentos: geração, transmissão e distribuição, sendo a geração o empreendimento onde a competição tem sido mais facilmente introduzida. Neste contexto, a estrutura do setor elétrico adotada neste trabalho baseia-se nos seguintes princípios fundamentais:

- **É permitida a competição na geração da energia elétrica** – As empresas de geração poderão produzir e vender energia através de contratos com consumidores específicos ou negociá-la no mercado de energia (no Brasil, o MAE).
- **A operação do sistema é coordenada por uma entidade central** – Um órgão independente está encarregado da operação do sistema elétrico e, após receber todas as transações elétricas desejadas pelas partes interessadas, determina quais transações poderão ser realizadas e quais precisam ser modificadas, considerando critérios técnicos de segurança bem definidos (no Brasil, o ONS).
- **A expansão do sistema é coordenada por uma entidade central** – Uma entidade independente é responsável pela coordenação do planejamento da expansão do sistema (no Brasil, o CCPE). Esta entidade pode ser específica para tal fim ou estar incorporada à entidade que realiza a operação do sistema.

A competição na produção da energia elétrica é implementada através de um mercado de energia no qual são negociadas quantidades e valores para horizontes de longo, médio e curto prazo. Entre as formas pelas quais a energia pode ser negociada destacam-se as seguintes:

- **Contratos bilaterais** – São contratos firmados entre quaisquer duas partes envolvendo quantidades de energia e valores para horizontes de longo, médio e curto prazo. Contratos bilaterais de longo prazo consideram um horizonte de muitos anos e podem ser utilizados para garantir o financiamento e a rentabilidade de um determinado investimento na geração ou o atendimento de uma demanda conhecida a um preço razoável. Contratos de médio prazo podem ser realizados para horizontes de alguns anos para suprir as deficiências nos valores contratados para o longo prazo. Podem existir, ainda, contratos bilaterais para épocas específicas do ano, em função da sazonalidade da demanda ou da disponibilidade dos recursos hidráulicos. Contratos de curto prazo, considerando horizontes de meses ou semanas, também poderiam ser realizados mas, geralmente, tais necessidades são preferencialmente negociadas no mercado da semana ou do dia seguinte.
- **Mercado do dia seguinte** – No mercado do dia seguinte são negociados quantidades e valores de energia que não foram incluídos nos contratos bilaterais. Em geral, tanto fornecedores quanto consumidores não comprometem a totalidade da sua capacidade e demanda nos contratos prévios e, assim, sempre existe algum excedente que precisa ser ajustado no curto prazo. Neste mercado, o preço da energia varia de acordo com os valores das ofertas disponíveis e não há certeza de que todas as quantidades ofertadas serão vendidas ou que toda a demanda solicitada será atendida — em função dos limites do sistema de transmissão, da carência de ofertas ou dos preços praticados. Juntamente com o mercado do dia seguinte pode, ainda, coexistir um mercado da semana (ou mês) seguinte com características muito semelhantes, com exceção do prazo de liquidação.
- **Mercado *spot*** – É o mercado de curtíssimo prazo no qual as necessidades de última hora precisam ser resolvidas quase em tempo real. As incertezas com relação aos valores negociados são muito grandes e podem haver oscilações bruscas no preço de uma hora para a outra.

Do ponto de vista do planejamento da expansão do sistema de geração e transmissão, os contratos de longo e médio prazo desempenham um papel fundamental pois auxiliam na localização e quantificação das necessidades do sistema para os horizontes de médio e longo prazo e permitem que os investidores possam aumentar sua segurança com relação ao tempo necessário para recuperar o capital investido. Por outro lado, os valores praticados no mercado de curto prazo (mercados do dia, semana ou mês seguinte e *spot*) servem como orientação para a definição dos valores que serão utilizados nos contratos de médio e longo prazo.

Sem levar em conta as particularidades locais, que dependem do modelo implementado, a estrutura de indústria considerada engloba diversos modelos competitivos que já estão operando, como por exemplo os modelos implementados na Califórnia [?] e no Reino Unido [?]. Além disto, os modelos convencionais podem, também, ser incluídos, bastando que seja considerada a existência de um único participante no setor, que tem o poder de controlar todas as ofertas.

## 6.3 O planejador independente da expansão do sistema

A entidade central sugerida para coordenar a execução do plano de expansão do sistema elétrico, foi concebida dentro de uma estrutura competitiva na qual os agentes do setor têm liberdade para escolher, dentro de um conjunto de investimentos possíveis, quando, onde e quanto investir. Embora os interessados tenham liberdade de escolha, o planejador do sistema terá uma participação ativa no direcionamento dos investimentos pois será responsável pela divulgação dos sinais econômicos que retratarão o comportamento previsto para a operação do sistema ao longo do horizonte de planejamento. Utilizando as informações do sistema atual, as alterações já confirmadas na geração, transmissão e consumo, juntamente com os dados previstos para a demanda, o planejador central buscará determinar um plano indicativo ótimo de expansão, do ponto de vista global, ou seja, um plano que atende às necessidades de toda a sociedade de forma imparcial (ótimo social). Além do plano indicativo, o planejador divulgará um conjunto de sinais econômicos que auxiliarão a revelar respostas para as questões relacionadas com a definição de quando, onde e quanto investir. Estes indicadores também serão úteis para estabelecer as quantidades e valores que devem ser envolvidos nos contratos bilaterais de médio e longo prazo. Assim, a entidade encarregada do planejamento tem as seguintes atribuições básicas:

1. Realizar a previsão da demanda do sistema para o período utilizado no planejamento e, em função desta demanda, determinar o conjunto de alternativas de investimentos possíveis em geração e transmissão especificando o local previsto para a instalação dos equipamentos juntamente com estimativas de capacidades, tipos e custos associados.
2. Determinar o plano indicativo ótimo de expansão do sistema geração/transmissão e divulgar os sinais econômicos para que os agentes do setor possam identificar os empreendimentos atrativos, oriundos da insuficiência dos valores já confirmados de geração, transmissão e demanda.
3. Interagir com os agentes do setor e receber as propostas das alterações desejadas na geração, transmissão e demanda. Exemplos de propostas seriam:
  - Interesse por parte de um produtor em aumentar a sua oferta de energia, a partir de um determinado ano, provavelmente, próximo a um ponto onde fossem detectados cortes de carga associados a custos marginais elevados. Isto seria acrescentado às alterações confirmadas de geração e inclui tanto a parcela reservada aos contratos bilaterais de médio e longo prazo como também a parcela destinada à venda nos mercados de curto prazo em leilões horários, diários e semanais.
  - Confirmação, por parte de um consumidor, do interesse em adquirir quantidades determinadas de energia ao longo dos anos que compreendem o horizonte de planejamento, buscando evitar a necessidade de adquirir energia de alto custo no mercado de curto prazo. Tal interesse seria concretizado, por exemplo, através de um contrato bilateral com algum fornecedor. Isto constituiria uma alteração confirmada de demanda.

O objetivo dessa interação é definir o máximo possível o futuro mercado de energia, de modo que a expansão do sistema de transmissão possa ser realizada com o mínimo de in-



certeza possível. Em outras palavras, busca-se conhecer os valores de produção e consumo de todos os agentes nos horizontes de curto, médio e longo prazo de modo que as previsões realizadas sejam consistentes. Todos os déficits observados em simulações, tomando-se como base os dados das previsões, se traduziriam em altos custos marginais para a energia e motivariam a definição das posições de longo prazo dos agentes envolvidos.

A forma pela qual o planejador da expansão do sistema atua dentro desta estrutura competitiva de indústria de eletricidade encontra-se resumida na Figura 6.1. Periodicamente, o plano indicativo de expansão vigente e as previsões atuais para a operação do sistema, ao longo de todo o horizonte de planejamento considerado, são definidos executando-se um ciclo deste processo iterativo. Inicialmente, considerando os dados do sistema existente, a demanda prevista e as alterações confirmadas na geração, transmissão e demanda, o planejador determina e divulga o plano indicativo de expansão juntamente com os valores previstos dos cortes de carga e custos marginais do sistema. Utilizando estas informações, os agentes de mercado responderão definindo novos investimentos ou valores contratados de geração e consumo que são acrescentados ao conjunto das alterações confirmadas e serão considerados na próxima determinação do plano indicativo ótimo de expansão. A decisão pela instalação de uma nova usina, a confirmação de um consumidor do desejo de definir sua demanda no longo prazo ou a inclusão de novos contratos bilaterais de longo e médio prazo são exemplos de alterações que podem ser propostas pelos agentes do setor. Assim, dinamicamente, o plano indicativo de expansão será atualizado, em intervalos regulares, com a participação dos agentes do setor sob a orientação do planejador central.

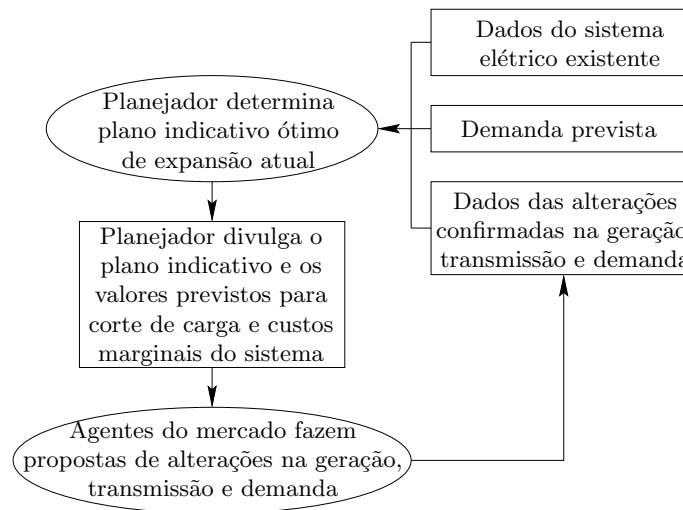


Figura 6.1: Estrutura competitiva para expansão

Periodicamente (uma vez por ano, por exemplo, ou após o surgimento de novidades significativas), o planejador realiza a atualização e/ou revisão do plano vigente de expansão para um horizonte de longo prazo (20 anos, por exemplo). A atualização/revisão do plano indicativo de expansão é realizada através dos seguintes passos:

- I **Interação com o mercado** – Considerando as previsões divulgadas anteriormente pelo planejador, os diversos agentes do setor poderão modificar suas posições de longo prazo, por exemplo, através da realização de novos investimentos na geração, do interesse em definir quantidades de consumo energia para o futuro ou do desejo em financiar algum projeto de ampliação da capacidade de transmissão. A disputa pela concessão dos serviços de geração e transmissão será realizada na forma de concorrência pública que definirá as propostas vencedoras que serão encaminhadas ao planejador e utilizadas no passo seguinte.
- II **Otimização pelo planejador** – Considerando as informações atualizadas a respeito do sistema elétrico e a demanda prevista, o planejador realizará a simulação da operação do sistema ao longo de todo o horizonte de planejamento e determinará o plano ótimo de expansão atual que consiste na solução do problema de planejamento dinâmico integrado da expansão do sistema de geração e transmissão.
- III **Divulgação das previsões** – O planejador divulgará o comportamento previsto para o mercado de energia revelando o carregamento dos geradores, linhas e transformadores, juntamente com os custos marginais associados ao aumento incremental na demanda ou na capacidade de geração e transmissão. Para complementar estas informações, o planejador divulgará, também, os investimentos que fazem parte do plano ótimo de expansão das capacidades de geração e transmissão distribuídos ao longo do horizonte de planejamento.

A estrutura de planejamento descrita possui diversas características desejáveis:

- *Liberdade de escolha* – Os participantes do mercado têm liberdade para definir ou não suas posições de médio e longo prazo; entretanto, aqueles que o fizerem, serão beneficiados porque as informações fornecidas serão utilizadas na simulação da operação — que identificará as possíveis deficiências no seu atendimento — e na definição do plano indicativo ótimo de expansão.
- *Visão de longo prazo* – Como os participantes são estimulados a definirem suas posições com antecedência, é possível realizar investimentos considerando prazos maiores e viabilizar a economia de escala.
- *Transparência* – O método empregado para a simulação da operação do sistema ao longo do horizonte de planejamento é o mesmo utilizado no planejamento da operação do sistema sendo, portanto, publicamente estabelecido. Além disto, os dados utilizados nesta simulação (valores de demanda previstos pelo planejador e as grandezas elétricas relacionadas com os investimentos e contratos futuros) estarão à disposição dos interessados.
- *Igualdade* – Todos os participantes têm direitos iguais, sendo o plano indicativo de expansão definido visando o bem comum e considerando, simultaneamente, todas as informações conhecidas.

Observar que a estrutura apresentada engloba o modelo previsto para o setor elétrico brasileiro [?; ?], bastando que seja removido o caráter *indicativo* das ampliações do sistema de transmissão que sejam julgadas como inadiáveis, para a garantia das condições de atendimento do mercado. No atual modelo brasileiro, o CCPE (vide Capítulo 2, Página 9) está encarregado de coordenar e elaboração do planejamento da expansão, com caráter *indicativo* e *orientativo* para a geração e *determinativo* para a transmissão.

A estrutura proposta para o Planejador Independente da Transmissão é um pouco mais flexível, pois adota caráter *indicativo* para ambos investimentos, podendo ser empregada, juntamente com a formulação dinâmica integrada de expansão, como ferramenta para realizar as tarefas definidas para o CCPE, em particular, determinar o plano de expansão da geração e transmissão. Além disto, os sinais econômicos divulgados para um horizonte de longo prazo podem ser utilizados como subsídio para auxiliar a definição de um sistema de remuneração para a transmissão<sup>1</sup> que seja baseado, também, na importância de cada investimento para o sistema como um todo, mas isto não faz parte dos objetivos deste trabalho.

### 6.3.1 Planejamento da expansão versus planejamento da operação

Neste trabalho, o planejamento da expansão do sistema de transmissão é visto como uma extensão do planejamento da operação no qual o horizonte de planejamento é ampliado, juntamente com o número de controles permitidos. Desse modo, a partir da solução do problema de otimização que descreve a operação do sistema ao longo do tempo é possível obter um conjunto de sensibilidades que poderão ser utilizadas como sinais econômicos pois quantificam a variação incremental no custo de operação que é provocada por uma variação incremental na capacidade de todos os investimentos candidatos.

No planejamento da operação deve-se, com os recursos disponíveis no momento, determinar o perfil de despacho que atenda às restrições operacionais do próximo período de operação do sistema. No planejamento da expansão deve-se determinar quais novos recursos devem ser incorporados ao sistema elétrico de modo que seja possível atender às variações previstas na geração (inclusão e/ou exclusão de unidades geradoras), demanda e transporte de energia (acréscimo ou redução nos contratos bilaterais) ao longo do período que constitui o horizonte de planejamento. As principais diferenças entre os tipos de planejamento estão resumidas na Tabela 6.1.

---

<sup>1</sup>Na atualidade, a remuneração do sistema de transmissão tem gerado algumas controvérsias, principalmente, entre os proprietários das instalações. O modelo atual baseia-se em uma quantia anual fixa, definida como “Receita Anual Permitida”, que é estipulada para cada instalação de transmissão, sendo esta repassada ao proprietário do direito, desde que a referida instalação seja efetivamente disponibilizada de acordo com os critérios estipulados (caso isto não ocorra, existirão penalidades e o valor recebido será inferior à Receita Anual Permitida). Este custo fixo do sistema de transmissão é, então, distribuído entre os usuários na forma de rateio (50% para os produtores e 50% para os consumidores), por intermédio de uma tarifa nodal que possui uma parcela *locacional* (hoje em torno de 30% do valor) e uma parcela fixa na forma de *selo* (hoje em torno de 70% do valor) [?].

Tabela 6.1: Diferenças entre o planejamento da operação e da expansão.

Item	Planejamento da operação	Planejamento da expansão
Modelo de rede	São definidos todos os controles necessários para a operação diária do sistema sendo, portanto, empregados modelos de rede bastante detalhados.	Utiliza-se uma modelagem simplificada da rede sendo, inicialmente, considerada apenas a potência ativa para a definição dos principais recursos de geração e transporte de energia.
Janela de tempo	Para o planejamento do dia seguinte, define-se o modo horário de operação do sistema ao longo de um período de um dia. Outras modalidades são os planejamentos da semana e do mês seguinte.	Determina-se um sistema que seja capaz de atender às necessidades futuras ao longo de um período de muitos anos. O horizonte de planejamento é discretizado em diversos estágios que representarão a evolução do sistema no tempo.
Dados considerados	Informações sobre as transações bilaterais e ofertas de quantidades e valores para a compra e venda no mercado de energia. Além disto, são aceitas propostas de ajuste para eliminar o congestionamento.	Além dos dados utilizados no planejamento da operação de todo o horizonte de planejamento, considera-se a demanda prevista e todas as alterações que já estão definidas para o sistema.
Tipo de controles	Só é possível atuar sobre os controles existentes, ou seja, não é permitido acrescentar novos equipamentos.	O número de controles que podem ser utilizados para atender à demanda ao longo do horizonte de planejamento é muito grande sendo permitida a instalação de qualquer espécie de equipamento: geradores, linhas de transmissão, transformadores, FACTS <sup>2</sup> , banco de capacitores, etc.
Tempo disponível	No planejamento da operação do dia seguinte, é necessário que o resultado final seja conhecido em algumas horas e, portanto, o número de interações permitidas com os agentes de mercado é limitado.	É possível realizar diversas interações com os agentes do setor até que seja obtido o melhor plano de expansão para todas as partes envolvidas. Além disto, esse plano pode ser dinamicamente alterado visando incorporar as correções que se mostrarem necessárias.

Mesmo considerando as diferenças da Tabela 6.1, o planejamento da expansão do sistema de transmissão pode ser conduzido de forma semelhante ao planejamento da operação, conforme ilustra a Tabela 6.2. Definido desta forma, o processo empregado para realizar o planejamento da expansão do sistema de transmissão torna-se uma extensão do planejamento da operação na qual emprega-se um modelo de rede simplificado, uma janela de tempo mais abrangente (mas menos detalhada) e novos dispositivos de controle, pois são permitidas inclusões de novos

<sup>2</sup>Flexible AC Transmission Systems

equipamentos. Além disto, a restrição de tempo para a divulgação do plano final é relaxada e o número permitido de interações com os diversos agentes interessados é ampliado.

Tabela 6.2: Etapas do planejamento da operação e da expansão.

Etapa	Operação do dia seguinte	Expansão do sistema
1	O operador do sistema recebe as propostas de consumo, produção e contrato bilateral, para o próximo dia de operação. Nas propostas de consumo são informadas as quantidades desejadas de energia; nas propostas de produção os valores previstos de geração de cada planta; nos contratos bilaterais as quantidades desejadas e as barras envolvidas.	O planejador recebe as propostas de consumo, produção e contrato bilateral, previstas para todo o horizonte de planejamento, juntamente com a definição dos novos empreendimentos a serem realizados.
2	Após avaliar as propostas enviadas pelos agentes do setor, o operador do sistema divulgará sinais indicando se as quantidades desejadas podem ser implementadas ou se estas precisam ser modificadas — neste caso, apresentará sugestões de como fazê-lo.	Considerando as informações confirmadas e a demanda prevista, o planejador divulgará o modo de operação do sistema já definido — descrevendo o carregamento das unidades (geradores, linhas, transformadores, etc.), os cortes de carga e os custos marginais associados, previstos para todo o horizonte de planejamento — juntamente com o plano indicativo de expansão da geração e da transmissão.
3	Os agentes submetem a programação revisada para o operador do sistema e informam alternativas para corrigir o congestionamento caso as quantidades desejadas apresentem conflitos. Com estas informações o operador automaticamente modificará as transações, se houver necessidade.	Os agentes do setor buscam definir suas posições futuras visando aproveitar as oportunidades reveladas pelas previsões divulgadas. Isto se dará por intermédio de contratos de médio e longo prazo e, também, através da disputa pela concessão dos direitos de explorar os empreendimentos de geração e transmissão.
4	O operador do sistema fecha o mercado para o próximo dia e calcula a taxa de congestionamento das linhas.	Periodicamente o planejador repete as etapas anteriores, incorporando aos dados utilizados nas simulações todas as alterações já definidas para o horizonte de planejamento, de modo a atualizar as informações a serem divulgadas.

### 6.3.2 Simulação da operação do sistema conhecido

Durante a etapa de otimização, o planejador necessitará realizar a simulação do comportamento do sistema ao longo de todo o horizonte de planejamento. Nesta etapa, deve-se representar a operação do sistema elétrico da forma mais fiel possível para que o sistema planejado atenda

às solicitações diárias de seus usuários. Quanto mais detalhada for a representação da operação do sistema, mais completos serão os sinais econômicos divulgados pelo planejador e maior será a complexidade do problema correspondente. De um modo geral, a simulação da operação deverá apresentar as seguintes características:

- **Representação da rede de transmissão** – O sistema de transmissão de energia será representado por um modelo que retrate a forma de operação dos equipamentos envolvidos, através dos bem conhecidos modelos de rede: transportes e do fluxo de carga CC ou CA.
- **Discretização do horizonte de planejamento** – O planejamento horário da operação empregado na definição do mercado do dia seguinte fornecerá informações importantes para a simulação da operação ao longo do horizonte de planejamento mas, neste caso, os blocos de tempo a serem utilizados deverão ser maiores, na faixa de meses ou anos.
- **Comportamento da oferta e da demanda de energia** – A representação do comportamento da oferta e da demanda de energia divide-se em dois grupos com características diversas:
  - *Valores especificados*: Neste grupo, encontram-se as quantidades de energia envolvidas nos contratos bilaterais de longo e médio prazo e os valores das ofertas e demandas já confirmados para o futuro.
  - *Valores estimados*: Neste grupo, encontram-se os produtores que preferem disponibilizar sua oferta de acordo com as circunstâncias de mercado (portanto, não assumem compromissos de longo e médio prazo) e a diferença entre a demanda prevista pelo planejador e aquela já confirmada do grupo anterior.

A parcela referente aos valores especificados será representada pelas quantidades definidas e, se for o caso, pela sua elasticidade com relação à oferta. Por outro lado, para a representação dos valores estimados, o planejador deverá realizar uma previsão da operação futura do mercado de energia — ou a simulação da operação deste mercado. Neste caso, serão definidas estimativas para os valores da demanda, da geração e do custo praticado durante todo o horizonte de planejamento, juntamente com as respectivas probabilidades de ocorrência associadas.

Dependendo do modelo utilizado para representar a rede de transmissão, o problema de otimização que descreve a operação do sistema elétrico considerando múltiplos estágios pode ser formulado de diversas maneiras. Nesta pesquisa foram empregados 3 modelos de rede (transportes, fluxo de carga CC e híbrido), descritos no Capítulo 3, cujos problemas de operação serão detalhados a seguir.

### 6.3.2.1 Modelo de transportes

Como descrito no Capítulo 3, todos os ramos do sistema (existentes e candidatos) são representados pelo modelo de transportes e o problema de otimização da operação do sistema é dado pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
\text{Min } w &= \sum_{t=1}^T \delta_{oper}^t \left( \sum_i OC_i^t G_i^t + \sum_j oc_j^t g_j^t + \alpha \sum_k r_k^t \right) \\
\text{s.a. } S f^t + G^t + g^t + r^t &= d^t && \text{Multiplicador } \pi_d^t \\
|f_{ij}^t| &\leq \left( \sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) \bar{f}_{ij} && \pi_T^t \\
\sum_{m=1}^t N_i^m \underline{G}_i &\leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t N_i^m \bar{G}_i && \pi_G^t \\
\underline{g}_j^t &\leq g_j^t \leq \bar{g}_j^t && \pi_g^t \\
0 &\leq r^t \leq d^t \\
n_{ij}^t &\text{ e } N_i^t && \text{conhecidos} \\
f_{ij}^t &&& \text{irrestrito} \\
t &= 1, 2, \dots, T
\end{aligned} \tag{6.1}$$

em que:

- $\pi_d^t$  – multiplicadores de Lagrange das restrições de balanço de potência nas barras, no estágio  $t$  [\$/pu];
- $\pi_T^t$  – multiplicadores de Lagrange das restrições de limite de fluxo de potência no sistema de transmissão, no estágio  $t$  [\$/pu];
- $\pi_G^t$  – multiplicadores de Lagrange das restrições dos limites de geração dos geradores candidatos a instalação, no estágio  $t$  [\$/pu];
- $\pi_g^t$  – multiplicadores de Lagrange das restrições dos limites de geração dos geradores já instalados, no estágio  $t$  [\$/pu].

Estes multiplicadores constituem sensibilidades que descrevem a variação que ocorreria no valor da função objetivo do problema quando os limites das respectivas restrições fossem alterados de forma incremental. Assim,  $\pi_d^t$  representa a variação no custo de operação provocada por um aumento na demanda;  $\pi_T^t$  representa a variação no custo de operação provocada por um aumento na capacidade de transmissão (instalação de novas linhas);  $\pi_G^t$  representa a variação no custo de operação provocada por um aumento na capacidade de geração dos candidatos (instalação de novos geradores);  $\pi_g^t$  representa a variação no custo de operação provocada por um aumento na capacidade de geração dos geradores já instalados (ampliação da capacidade dos geradores existentes).

Observar que os multiplicadores  $\pi_T^t$  e  $\pi_G^t$  já foram utilizados anteriormente em (4.21), onde foram representados por  $\pi_{ij}^t$  e  $\Pi_i^t$  — vide Página 45. A diferenciação aqui utilizada é proposital e visa enfatizar a diferença conceitual que existe entre o problema de operação do sistema já definido, equação (6.1), e subproblema de operação oriundo da decomposição do problema de planejamento da expansão, equação (4.21). No primeiro, as variáveis de investimento ( $n_{ij}^t$  e  $N_i^t$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$ ) assumem valores fixos e descrevem os investimentos já definidos para o horizonte de planejamento; no segundo, fazem parte da solução do problema de otimização.

### 6.3.2.2 Modelo do fluxo de carga CC

Neste caso, todos os ramos do sistema (existentes e candidatos) são representados pelas equações do fluxo de carga CC e o problema de otimização da operação do sistema é dado pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } w &= \sum_{t=1}^T \delta_{oper}^t \left( \sum_i OC_i^t G_i^t + \sum_j oc_j^t g_j^t + \alpha \sum_k r_k^t \right) \\
 \text{s.a. } B^t \theta^t + G^t + g^t + r^t &= d^t && \text{Multiplicador } \pi_d^t \\
 \left( \sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) |\theta_i^t - \theta_j^t| &\leq \left( \sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) \bar{\phi}_{ij} && \\
 \sum_{m=1}^t N_i^m \underline{G}_i &\leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t N_i^m \bar{G}_i && \pi_G^t \\
 \underline{g}_j^t &\leq g_j^t \leq \bar{g}_j^t && \pi_g^t \\
 0 &\leq r^t \leq d^t && \\
 n_{ij}^t \text{ e } N_i^t &\text{ conhecidos} && \\
 \theta_i^t &\text{ irrestrito} && \\
 t &= 1, 2, \dots, T &&
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

Para a formulação (6.2), a sensibilidade  $\pi_d^t$  é substituída por outra que indica como varia o custo total de operação com relação a uma variação incremental na susceptância do ramo, sendo dada por:  $(\sigma^t)_{ij} = ((\pi_d^t)_i - (\pi_d^t)_j) (\theta_i^t - \theta_j^t)$ . Nesse caso, todos os ângulos do sistema precisam possuir a mesma referência e, caso o sistema seja não conexo<sup>3</sup>, é necessário utilizar uma rede de transmissão fictícia para torná-lo conexo e fazer com que haja uma referência angular única, conforme já mencionado na Seção 4.2.2, Página 35. Como a reatância dessa rede fictícia é elevada (1000 vezes, ou mais, o valor nominal), é possível obter esta sensibilidade sem prejudicar sensivelmente a solução do problema de operação.

Novamente, pode-se observar que os multiplicadores  $\pi_d^t$  e  $\pi_G^t$  já foram utilizados anteriormente na expressão (4.25), onde foram notados por  $\pi_i^t$  e  $\Pi_i^t$  — vide Página 47.

### 6.3.2.3 Modelo híbrido

Neste caso, a rede de transmissão existente é representada pelas equações do fluxo de carga CC e as linhas e transformadores candidatos pelo modelo de transportes, sendo o problema de otimização da operação do sistema dado pela seguinte expressão:

<sup>3</sup>Embora este seja um problema de operação, observar que se trata de uma condição futura, para um horizonte que pode ser de longo prazo. Nesse caso, é possível que existam partes ilhadas no sistema, principalmente, nos estágios mais remotos para os quais os investimentos necessários em transmissão ainda não estão definidos.



$$\begin{aligned}
\text{Min } w &= \sum_{t=1}^T \delta_{oper}^t \left( \sum_i OC_i^t G_i^t + \sum_j oc_j^t g_j^t + \alpha \sum_k r_k^t \right) \\
\text{s.a. } B_0 \theta^t + S_1 f^t + G^t + g^t + r^t &= d^t && \text{Multiplicador } \pi_d^t \\
|\theta_i^t - \theta_j^t| &\leq \bar{\phi}_{ij} && \forall ij \in \Omega_0 \\
|f_{ij}^t| &\leq \sum_{m=1}^t n_{ij}^m \bar{f}_{ij} && \forall ij \in \Omega_1 \\
\sum_{m=1}^t N_i^m \underline{G}_i &\leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t N_i^m \bar{G}_i && \pi_T^t \\
\underline{g}_j^t &\leq g_j^t \leq \bar{g}_j^t && \pi_G^t \\
0 &\leq r^t \leq d^t && \pi_g^t \\
n_{ij}^t &\text{ e } N_i^t && \text{conhecidos} \\
\theta_i^t &\text{ e } f_{ij}^t && \text{irrestritos} \\
t &= 1, 2, \dots, T
\end{aligned} \tag{6.3}$$

Do mesmo modo que ocorreu nos modelos de rede anteriores, observar-se que os multiplicadores  $\pi_T^t$  e  $\pi_G^t$  já foram utilizados anteriormente na expressão (4.29), onde foram notados por  $\pi_{ij}^t$  e  $\Pi_i^t$  — vide Página 49.

Observar que, independentemente da formulação adotada, (6.1), (6.2) ou (6.3), todos os problemas de operação podem ser, facilmente, separados em  $T$  problemas independentes, um para cada estágio considerado.

### 6.3.3 Informações divulgadas pelo planejador

Como já mencionado, o planejador do sistema deverá divulgar o plano indicativo de expansão juntamente com um conjunto de sinais econômicos para que os agentes do setor possam identificar os empreendimentos atrativos, oriundos da insuficiência dos valores já confirmados de geração, transmissão e demanda. Estes sinais serão obtidos junto com a solução do problema de otimização da operação do sistema conhecido, ao longo do horizonte de planejamento e incluiriam:

- $r^t$  – cortes de carga previstos para o estágio  $t$  [ $pu$ ];
- $\pi_d^t$  – custo marginal nodal da energia (variação no custo total de operação com relação a um aumento incremental na demanda nas barras), no estágio  $t$  [ $\$/pu$ ];
- $G^t$  – geração prevista para os geradores candidatos instalados, no estágio  $t$  [ $pu$ ];
- $\pi_G^t$  – variação no custo total de operação com relação a um aumento incremental na capacidade dos geradores candidatos, no estágio  $t$  [ $\$/pu$ ];
- $g^t$  – geração prevista para os geradores já instalados, no estágio  $t$  [ $pu$ ];
- $\pi_g^t$  – variação no custo total de operação com relação a um aumento incremental na capacidade dos geradores já instalados, no estágio  $t$  [ $\$/pu$ ];
- $f^t$  – fluxos previstos no sistema de transmissão, para o estágio  $t$  [ $pu$ ];
- $\pi_T^t$  ou  $\sigma^t$  – variação no custo total de operação com relação a um aumento incremental na capacidade (ou na admitância e capacidade) dos circuitos, no estágio  $t$  [ $\$/pu$ ].

Deste modo, considerando o modelo de rede do fluxo de carga CC — cujos resultados são bastante adequados, quando se trata da expansão dos sistemas de geração e transmissão — as informações divulgadas a respeito do estágio  $t$  seriam provenientes da solução do seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned}
\text{Min } w^t &= \delta_{oper}^t \left( \sum_i OC_i^t G_i^t + \sum_j oc_j^t g_j^t + \alpha \sum_k r_k^t \right) \\
\text{s.a. } B^t \theta^t + G^t + g^t + r^t &= d^t && \text{Multiplicador } \pi_d^t \\
\left( \sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) |\theta_i^t - \theta_j^t| &\leq \left( \sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) \bar{\phi}_{ij} && \\
\sum_{m=1}^t N_i^m \underline{G}_i &\leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t N_i^m \bar{G}_i && \pi_G^t \\
\underline{g}_j^t \leq g_j^t &\leq \bar{g}_j^t && \pi_g^t \\
0 \leq r^t &\leq d^t && \\
n_{ij}^t \text{ e } N_i^t &\text{ conhecidos} && \\
\theta_i^t &\text{ irrestrito} &&
\end{aligned} \tag{6.4}$$

com

$$(\sigma^t)_{ij} = \left( (\pi_d^t)_i - (\pi_d^t)_j \right) \left( \theta_i^t - \theta_j^t \right) \tag{6.5}$$

Por outro lado, o plano indicativo de expansão é definido a partir da solução do problema dinâmico integrado da expansão da capacidade, descrito em detalhes no Capítulo 3, considerando um horizonte de longo prazo. O planejador divulgará todos os investimentos necessários, definindo localização, capacidade e momento oportuno de instalação, para que o custo total de operação e expansão seja mínimo. Neste caso, também será empregado o modelo de rede do fluxo de carga CC, conforme formulação (3.22), visando proporcionar uma resposta de boa qualidade, imprescindível principalmente para os estágios iniciais — cujas decisões precisam ser efetivadas com brevidade para que os geradores e equipamentos de transmissão estejam disponíveis no instante adequado. Os estágios mais distantes das decisões que precisam ser realizadas podem ter sua representação um pouco mais relaxada (por exemplo através dos modelos híbrido e de transportes), visando simplificar a solução do problema multiestágio, sem prejudicar a avaliação dos estágios iniciais. Desse modo, os estágios iniciais, cujos resultados requerem maior precisão e cujas previsões tendem a ser mais exatas (em função da proximidade), seriam representados pelo modelo de rede do fluxo de carga CC. Os estágios mais remotos, cujos resultados têm caráter apenas orientativo e cujas previsões podem ser bastante afetadas por alterações de caráter social, legal, ambiental, tecnológico, etc., seriam representados por modelos de rede mais simples como o híbrido ou transportes. Outra simplificação bastante útil pode ser obtida com o relaxamento da natureza inteira das variáveis de investimento dos estágios mais distantes. Deste modo o número de variáveis inteiras é reduzido e a solução do problema de expansão sensivelmente facilitada.

# Capítulo 7

## Testes e resultados

?

### 7.1 Introdução

Utilizando-se a formulação descrita no Capítulo 3 foi desenvolvido um programa computacional que resolve o problema do planejamento integrado da expansão em múltiplos estágios, utilizando decomposição de Benders e o algoritmo *branch-and-bound* especializado, descrito no Capítulo 5, para resolver os problemas inteiros.

Neste Capítulo, inicialmente, descrevem-se os detalhes da implementação do código desenvolvido e, aproveitando-se das facilidades implementadas e descritas, apresenta-se uma comparação entre os modelos de rede utilizados (transportes, fluxo de carga CC e híbrido), enfocando a qualidade dos resultados e o tempo de simulação envolvido. São utilizados dois sistemas bastante conhecidos, um de pequeno porte (Garver com 6 barras e 15 circuitos) e outro de médio porte (Sul brasileiro com 46 barras e 79 circuitos)<sup>1</sup>.

A seguir, demonstra-se a influência das restrições adicionais, descritas na Seção 4.4.1, na melhoria do desempenho do algoritmo de decomposição. Para tanto, utiliza-se o sistema Sul brasileiro de 46 barras, no caso em que o redespacho não é permitido que constitui a condição de solução mais difícil.

Por outro lado, a avaliação da influência dos critérios de seleção, descritos na Seção 5.4, no desempenho do algoritmo *branch-and-bound*, é realizada utilizando-se o mesmo sistema Sul brasileiro mas para o caso em que o redespacho é permitido. Esta condição de operação, embora muito mais favorável que a anterior, é suficiente para mostrar a variação de desempenho do algoritmo *branch-and-bound* quando os critérios de seleção do subproblema candidato e da variável de separação são alterados.

---

<sup>1</sup>O número de circuitos candidatos indica a complexidade desses problemas.

Para finalizar, o planejamento integrado em múltiplos estágios é exemplificado através de dois sistemas elétricos (um teórico de 5 barras em 3 estágios e outro baseado no sistema Sul brasileiro em 2 estágios) e um exemplo de atuação do planejador independente é minuciosamente detalhado.

## 7.2 Detalhes da implementação realizada

A implementação computacional foi desenvolvida em uma plataforma Sun<sup>TM</sup> Ultra<sup>TM</sup> utilizando o sistema operacional Solaris 2.6 e o compilador SunPro<sup>TM</sup> FORTRAN 3.0.1<sup>2</sup>. Deste modo, salvo quando indicado o contrário, todos os tempos apresentados se referem à execução do programa em uma estação de trabalho UltraSparc1-170, cujas características relevantes são: clock de 167Mhz, 341 Mips, 126 Mflops e memória de 128 Mbytes. Em função da padronização adotada (FORTRAN 77), os códigos fontes podem ser compilados, sem alterações, em outras plataformas, como por exemplo computadores pessoais rodando Microsoft<sup>®</sup> Windows<sup>TM</sup> 95 e utilizando o compilador Microsoft<sup>®</sup> Fortran PowerStation<sup>TM</sup> 4.0<sup>3</sup>. As principais características do programa computacional implementado são descritas a seguir.

### 7.2.1 Estrutura geral

O programa implementado permite representar a rede de transmissão através dos três modelos descritos no Capítulo 3, a saber:

1. Modelo de transportes (vide Seções 3.2.1 e 3.3.1);
2. Modelo do fluxo de carga CC (vide Seções 3.2.2 e 3.3.2);
3. Modelo híbrido (vide Seções 3.2.3 e 3.3.3).

Independentemente do modelo de rede utilizado, a simulação pode ser realizada de modo hierarquizado em fases, como descrito no Capítulo 4, nas Seções 4.2.4 e 4.3.4. De uma maneira geral, os problemas são resolvidos em três fases, para as quais são dados os modelos de rede inicial e final que devem ser empregados:

**Fase I** – Cada estágio é considerado um problema independente e as variáveis de investimento são consideradas contínuas.

**Fase II** – Problema multi-estágio com variáveis de investimento contínuas.

**Fase III** – Problema multi-estágio e variáveis de investimento inteiras.

---

<sup>2</sup>Sun, Ultra, Solaris e SunPro são marcas registradas da Sun Microsystem Laboratories, Inc..

<sup>3</sup>Microsoft, Windows e PowerStation são marcas registradas da Microsoft Corporation.

Em cada fase, inicia-se com o modelo *inicial* estipulado e, após obter a convergência para esse modelo, altera-se para o próximo modelo de rede. Esse processo se repete até que seja obtida a convergência para o modelo *final* da respectiva fase, quando se passa para a próxima fase. É utilizada a seqüência natural dos modelos de rede de transmissão, em função de sua complexidade, ou seja: transportes-híbrido-CC. Por exemplo, para empregar as fases do modo como foram descritas na Seção 4.2.4, para o planejamento estático da expansão, seriam utilizados os modelos de rede apresentados na Tabela 7.1.

Tabela 7.1: Modelos de rede inicial e final de cada fase.

Fase	Modelo inicial	Modelo final
I	transportes	transportes
II	híbrido	híbrido
III	CC	CC

Quando são considerados vários estágios, a atualização dos modelos de rede é realizada de modo escalonado, visando suavizar o processo de transição. Em cada fase, após todos os estágios convergirem para o modelo inicial, é realizada a alteração do modelo de rede do primeiro estágio, mantendo-se o modelo dos demais estágios. Depois que o primeiro estágio convergir para o novo modelo, é realizada a atualização do modelo do segundo estágio e assim sucessivamente, até que todos os estágios tenham convergido para o modelo final da fase considerada. Assim, o processo de escalonamento da solução de uma determinada fase de um problema composto de três estágios que inicia com o modelo de transportes e termina com o modelo híbrido, é formado por 4 etapas, conforme mostra a Tabela 7.2. Na etapa inicial, é utilizado o modelo de transportes para todos os estágios e, nas etapas seguintes, o modelo de rede vai convergindo passo a passo para o modelo híbrido.

Tabela 7.2: Escalonamento da atualização dos modelos.

Estágio	Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3	Etapa 4
1	transportes	híbrido	híbrido	híbrido
2	transportes	transportes	híbrido	híbrido
3	transportes	transportes	transportes	híbrido

As restrições adicionais (de novos caminhos e de cerca), descritas na Seção 4.4.1, ou outras conhecidas, para um problema específico, podem ser incluídas em diversos pontos do processo (antes ou durante qualquer uma das três fases). Nos experimentos realizados a inclusão dessas restrições após a Fase II apresentou resultados superiores e foi escolhida como padrão para todos os resultados apresentados.

Os PLs provenientes de todos os subproblemas de operação e dos subproblemas de investimento das Fases I e II foram resolvidos com auxílio da subrotina MINOSS do pacote MINOS<sup>TM</sup> 5.4 [?] <sup>4</sup>. Os problemas inteiros, oriundos dos subproblemas de investimento da

<sup>4</sup>MINOS é marca registrada da Stanford University.

Fase III, foram resolvidos por intermédio do algoritmo *branch-and-bound* desenvolvido, nos quais os PLs também foram resolvidos pela Subrotina MINOSS.

Durante a solução dos problemas de investimento inteiros da Fase III, o algoritmo Branch and Bound implementado obtém todas as soluções inteiras possíveis (obviamente, no caso de existirem soluções múltiplas). Desse modo, podem ser gerados diversos cortes de Benders a cada iteração, um para cada solução inteira existente. Além disto, o programa permite gerar alguns cortes de Benders para as melhores alternativas de investimento que não são ótimas para o problema atual. A lista das soluções atrativas — que definirão esses cortes alternativos — é construída, dinamicamente, durante o processo de solução dos problemas inteiros, através da ordenação das soluções inteiras não ótimas obtidas. Após a resolução de cada problema inteiro, são gerados os cortes provenientes das soluções ótimas existentes e, caso o problema ainda não tenha convergido, são produzidos os cortes adicionais, relativos às soluções atrativas da lista.

Como também podem existir soluções múltiplas para os problemas de investimento com variáveis contínuas (nas Fases I e II), um processo de busca em árvore, semelhante ao algoritmo *branch-and-bound*, foi desenvolvido para determinar algumas soluções extremas (correspondentes aos vértices do hiperplano de soluções). A árvore de busca é construída a partir da pesquisa de variáveis não básicas que apresentem custo reduzido nulo (neste caso, elas poderiam entrar na base sem provocar aumento no valor da função objetivo). A partir da solução inicial, obtida pela Subrotina MINOSS, são avaliadas as alternativas nas quais as variáveis básicas (cujos valores são maiores que zero) são, uma a uma, forçadas a zero, enquanto existirem variáveis não básicas com custo reduzido igual a zero. Caso o valor da função objetivo deste problema alterado seja igual ao da solução inicial, uma nova solução alternativa foi obtida. O processo segue ramificando todas as soluções que apresentarem o mesmo objetivo e que possuam variáveis não básicas que possam se tornar básicas sem alterar o valor da função objetivo, ou seja, cujo custo reduzido é igual a zero.

Quando necessária, a rede fictícia é adicionada somente onde for necessário para tornar o sistema conexo. Através de um algoritmo eficiente, as ilhas existentes são identificadas e um número reduzido de circuitos é adicionado, onde necessário, visando produzir um sistema elétrico conexo. As susceptâncias dos ramos fictícios correspondem a valores na faixa de  $10^{-5}$  a  $10^{-4}$  vezes o valor nominal do circuito.

Na estrutura do programa principal são empregadas as seguintes tolerâncias:

$\epsilon_c$  – Tolerância para convergência entre o subproblema de investimento e o subproblema de operação: Considera-se que o Estágio  $t$  convergiu, isto é,  $(w^\nu)^t = (\beta^\nu)^t$ , quando:

$$(w^\nu)^t \simeq (\beta^\nu)^t \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(\beta^\nu)^t}{(w^\nu)^t} \geq 1 - \epsilon_c, & \text{se } (w^\nu)^t, (\beta^\nu)^t > \epsilon_c \\ \frac{(\beta^\nu)^t}{(w^\nu)^t} \leq 1 + \epsilon_c, & \text{se } (w^\nu)^t, (\beta^\nu)^t < -\epsilon_c \\ (w^\nu)^t - (\beta^\nu)^t \leq \epsilon_c, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (7.1)$$

O valor  $\epsilon_c = 5 \times 10^{-4}$  mostrou-se adequado em todos os testes realizados.

$\epsilon_\lambda$  – *Tolerância para considerar a sensibilidade no corte de Benders*: Os termos cujos valores absolutos das sensibilidades são menores que a tolerância  $\epsilon_\lambda$  são considerados nulos. Para esta tolerância foi adotado o valor de  $10^{-3}$ .

Esta mesma tolerância é empregada, no caso de geração de cortes múltiplos, para verificar se os cortes produzidos são iguais — dois cortes de Benders são muito semelhantes quando o somatório dos valores absolutos das diferenças de todos os termos é menor que a tolerância  $\epsilon_\lambda$ . Neste caso, o corte é descartado.

### 7.2.2 Algoritmo *branch-and-bound*

Como dito anteriormente, o algoritmo *branch-and-bound* implementado empregou o pacote MINOS<sup>TM</sup> [?; ?] para a solução de todos os PLs. Sempre que possível, as soluções dos PLs sucessivos semelhantes foram aceleradas através de partidas do tipo “Hot” ou “Warm” [?].

Foram implementados 3 critérios de seleção do subproblema candidato (vide Seção 5.4.2, Página 76), assim denominados:

1. Último candidato gerado (LIFO) – é selecionado o último candidato a ser gerado;
2. Melhor estimativa (ME) – dentre todos os candidatos, seleciona-se aquele que apresentar a melhor estimativa, calculada através das expressões (5.22) e (5.23);
3. Melhor estimativa simplificada (MES) – dentre todos os candidatos, seleciona-se aquele que apresentar a melhor estimativa, calculada através das expressões (5.22) e (5.23) utilizando como *pseudocustos* os valores dos respectivos coeficientes de custo da função objetivo.

As expressões simplificadas (5.22) e (5.23) foram escolhidas em função do compromisso existente entre a qualidade dos resultados produzidos e o esforço computacional solicitado. Mesmo sendo inferiores à expressão (5.15), estas simplificações possibilitaram vantagens com relação ao desempenho final.

Os critérios de seleção da variável de separação (vide Seção 5.4.3, Página 80) implementados foram os seguintes:

1. Primeira não inteira (PNI) – é selecionada a primeira variável que apresentar valor não inteiro;
2. Maior custo (MC) – as variáveis são ordenadas de acordo com os coeficientes da função objetivo (maior custo primeiro) e esta lista é percorrida até encontrar-se a primeira variável com valor não inteiro;
3. Maior degradação (MD) – são calculadas as estimativas de degradação através da expressão (5.24).

4. Maior degradação simplificada (MDS) – são calculadas as estimativas de degradação através da expressão (5.24) utilizando como *pseudocustos* os valores dos respectivos coeficientes de custo da função objetivo.

A expressão (5.24) foi escolhida para determinar a estimativa de degradação por apresentar resultados superiores nos testes realizados.

A forma de cálculo dos *pseudocustos* empregada foi a seguinte:

1. No início da solução do primeiro problema inteiro, determinam-se explicitamente os *pseudocustos* de todas as variáveis que apresentarem valores fracionários. As demais são inicializadas com os seus coeficientes de custo da função objetivo.
2. A cada PL resolvido, o *pseudocusto* associado com a variável de separação empregada é atualizado considerando a média de todas os valores observados até o momento.
3. Na solução dos problemas inteiros seguintes, inicia-se com o valor médio obtido na solução dos problemas anteriores.

Durante a solução dos problemas inteiros são armazenadas e ordenadas as melhores alternativas inteiras não ótimas para serem testadas como solução inicial na próxima chamada do algoritmo *branch-and-bound*. O teste consiste em percorrer a lista (que já está ordenada) e buscar a primeira alternativa de investimento que seja viável para os novos cortes de Benders que foram acrescentados na iteração anterior.

O algoritmo *branch-and-bound* implementado emprega as seguintes tolerâncias:

$\epsilon_I$  – *Tolerância para considerar um número inteiro*: A variável de investimento  $n$  é considerada inteira quando:

$$n \in I \Leftrightarrow |n - [n + 0,5]| \leq \epsilon_I \quad (7.2)$$

onde  $[n + 0,5]$  representa o maior inteiro contido na soma  $n + 0,5$ , ou seja, o número inteiro mais próximo de  $n$ . Como as variáveis de investimento assumem valores dentro de uma faixa relativamente estreita, geralmente na faixa de 1 a 10 unidades, a tolerância  $\epsilon_I$  praticamente independe do sistema utilizado. Nesta pesquisa,  $\epsilon_I = 10^{-4}$  mostrou-se um valor bastante adequado.

$\epsilon_ =$  – *Tolerância para considerar a solução candidata igual à incumbente*: Uma solução inteira  $v^k$  é considerada igual à solução *incumbente*  $v^*$  quando:

$$v^k \simeq v^* \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \epsilon_ = \leq \frac{v^k}{v^*} \leq 1 + \epsilon_ = , & \text{se } v^*, v^k > 0 \text{ ou } v^*, v^k < 0 \\ |v^k - v^*| \leq \epsilon_ = , & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (7.3)$$



Em outras palavras, se  $v^k$  e  $v^*$  possuem o mesmo sinal, utiliza-se a relação entre eles (que deve ser próxima a 1); se apresentam sinais contrários, emprega-se o valor absoluto da diferença (que deve ser próximo a 0). Para o teste de igualdade, o uso de uma tolerância é muito importante pois a solução do PL nem sempre é exata, principalmente quando crescem o número de variáveis e restrições. Assim, a definição do valor mais apropriado para  $\epsilon_-$  depende do sistema que está sendo resolvido. Nas simulações realizadas, nesta pesquisa, utilizou-se valores compreendidos entre  $5 \times 10^{-6}$  e  $1 \times 10^{-4}$ .

$\epsilon_s$  – *Tolerância para sondar uma candidata*: Uma candidata com limite inferior  $v_{inf}^k$  pode ser sondada (eliminada da lista das candidatas), quando:

$$v_{inf}^k > v^* \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{v_{inf}^k}{v^*} > 1 + \epsilon_s, & \text{se } v_{inf}^k > v^* > 0 \\ \frac{v_{inf}^k}{v^*} > 1 + \epsilon_s, & \text{se } v^* < v_{inf}^k < 0 \\ v_{inf}^k - v^* > \epsilon_s, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (7.4)$$

Obviamente, se  $v_{inf}^k \leq v^*$  o nó permanece ativo e a candidata não é eliminada da lista. Este valor de tolerância precisa ser compatível com o valor adotado para a tolerância de igualdade, sendo empregada a seguinte relação:  $\epsilon_s = 20\epsilon_-$ .

### 7.3 Comparação entre modelos de rede

Como descrito no Capítulo 3, o sistema de transmissão de energia pode ser representado de diversas formas. Neste trabalho, o problema de expansão da capacidade foi formulado considerando três modelos de rede distintos: transportes, fluxo de carga CC e híbrido. Visando mostrar as diferenças que ocorrem em função do modelo de rede escolhido, apresenta-se a seguir os resultados obtidos com esses modelos para dois sistemas bastante conhecidos: Sistema de 6 barras de Garver [?] e Sistema Sul brasileiro de 46 barras [?].

Para facilitar a comparação, os resultados obtidos com os três modelos de rede são apresentados em conjunto, nas respectivas colunas que são notadas por:

- Transportes – a rede de transmissão é representada pelo modelo de transportes conforme formulação (3.8);
- Híbrido – a rede de transmissão é representada pelo modelo híbrido conforme formulação (3.13);
- FCCC – a rede de transmissão é representada pelo modelo do fluxo de carga CC conforme formulação (3.9).

Nas Fases I e II foram buscadas as soluções contínuas extremas e na Fase III foram avaliadas as três melhores alternativas inteiras não ótimas. Os problemas inteiros foram resolvidos utilizando a seleção dos subproblemas candidatos através da melhor estimativa (ME) e a variável de

separação foi selecionada pela maior degradação (MD) — a seguir, na Seção 7.5, será mostrado que este é o melhor conjunto de critérios.

### 7.3.1 Sistema de 6 barras de Garver

O sistema elétrico apresentado por ? é uma rede de transmissão de 6 barras e 15 linhas candidatas, pois são permitidas adições em todas as combinações possíveis:

$$C_2^6 = \frac{6!}{2!(6-2)!} = 15$$

A configuração inicial apresenta 3 geradores instalados, 1 barra ilhada (Barra 6) e 6 circuitos, conforme mostra a Figura 7.1 — os demais dados encontram-se no Apêndice A.

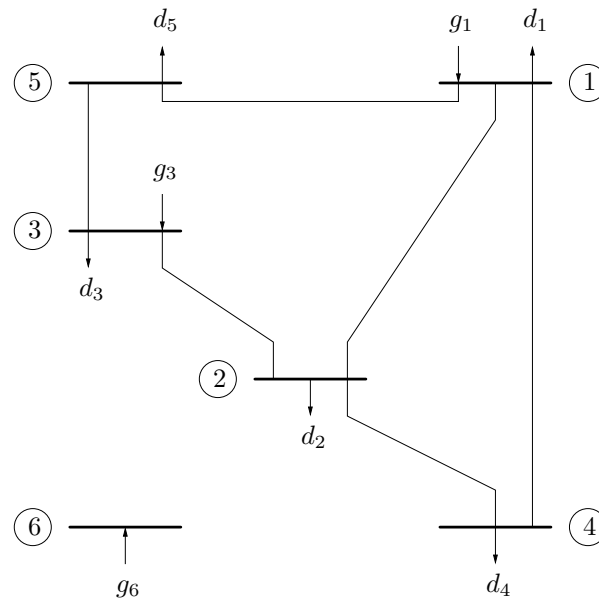


Figura 7.1: Configuração base do Sistema de 6 barras de Garver.

Para efeito de comparação entre os três modelos de rede, é realizada a expansão em um estágio deste sistema utilizando os seguintes dados específicos:  $\delta_{inv} = 1$ ;  $\delta_{oper} = 1$  ano e  $\alpha = 1000$  \$/ano. O problema de otimização resultante possui 15 variáveis inteiras que correspondem às alternativas de expansão do sistema de transmissão. Duas situações distintas são analisadas:

1. Problema com redespacho – existe folga na geração e, assim, os geradores podem ser ajustados da melhor forma possível, dentro dos limites especificados.
2. Problema sem redespacho – não existe folga na geração e os limites máximos são tais que possibilitam atender a demanda de forma justa.

Como a rede é de pequeno porte, é possível uniformizar as simulações fazendo com que seja empregado o modelo de transportes como modelo inicial e final das Fases I e II. Assim, de modo estrito, o problema foi resolvido em apenas duas fases (a Fase II é igual a Fase I): na primeira (Fase I) a rede é representada pelo modelo de transportes; na segunda (Fase III) a rede é representada desde o início pelo modelo final desejado. O coeficiente empregado para determinar o valor da susceptância da rede fictícia foi de  $10^{-5}$  e a tolerância para igualdade ( $\epsilon_{=}$ ) foi de  $5 \times 10^{-6}$ . O tempo de simulação não foi apresentado por não ser significativo (foi inferior a 1 segundo).

### 7.3.1.1 Problema com redespacho

Neste caso, a capacidade de geração (11,10 pu) é maior do que a demanda total (7,60 pu). Desse modo, os geradores podem ser ajustados dentro dos limites  $\underline{g}$  e  $\bar{g}$  especificados e são obtidos os resultados mostrados na Tabela 7.3, onde as colunas indicam as soluções obtidas para os três modelos (transportes, híbrido e fluxo de carga CC) e as linhas detalham os resultados obtidos: o valor da função objetivo,  $v$ , e sua relação com o valor obtido para o modelo do fluxo de carga CC,  $v/v_{FCCC}$ ; o número de cortes de Benders gerados; o número de iterações em cada fase; o número de PLs executadas para a obtenção da solução final e o número de colunas e linhas necessárias para armazenar os nós da árvore *branch-and-bound*. O número de colunas corresponde ao número máximo de restrições que são acrescentadas às variáveis inteiras; e o número de linhas corresponde ao número máximo de nós candidatos armazenados durante o processo de solução.

Tabela 7.3: Comparação entre modelos de rede – Sistema Garver com redespacho.

Resultado obtido	Modelo de rede empregado						
	Transportes				Híbrido		FCCC
	Solução 1	Solução 2	Solução 3	Solução 4	Solução 1	Solução 2	
$n_{26}$	1	2		3	1		
$n_{35}$	1	1	1	1	1	1	1
$n_{46}$	2	1	3		2	3	3
$v$ [pu]	110				110		110
$v/v_{FCCC}$	100%				100%		100%
Cortes	3				3		3
Iterações	2-0-0				2-0-0		2-0-0
PLs	59				59		59
Colunas B&B	4				4		4
Linhas B&B	8				8		8

Para os três modelos de rede considerados, foi obtido o mesmo resultado, exceto no que se refere ao número de soluções pois, a medida que o modelo de rede se sofisticava, o problema torna-se mais restrito, inviabilizando algumas soluções que eram válidas para os modelos mais relaxados. Como esperado o modelo híbrido mostra-se intermediário aos modelos de transportes e do fluxo de carga CC pois apresenta menos soluções que o primeiro e mais que o segundo. A surpresa está no fato de que o esforço computacional necessário é rigorosamente igual para os

três modelos. Isto se deve a existência de uma solução que atende a todos os modelos ao mesmo custo da melhor solução obtida para o modelo mais relaxado (transportes). Deste modo, os cortes gerados na Fase I são suficientes para determinar a solução inteira na primeira execução do algoritmo *branch-and-bound*. No início da Fase III, a resolução do primeiro problema de investimento inteiro, considerando 3 cortes de Benders, obtém 4 soluções ótimas alternativas com o custo de 110. Todas as 4 soluções são adequadas para o modelo de transportes mas, apenas, 2 servem para o modelo híbrido e 1 para o modelo do fluxo de carga CC.

### 7.3.1.2 Problema sem redespacho

Neste caso, a capacidade de geração é igual à demanda total (7,60 pu) e os geradores só podem ser ajustados dentro de uma faixa mais estreita, suficiente para atender a demanda. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 7.4.

Tabela 7.4: Comparação entre modelos de rede – Sistema Garver sem redespacho.

Resultado obtido	Modelo de rede empregado								
	Transportes					Híbrido			FCCC
	Sol. 1	Sol. 2	Sol. 3	Sol. 4	Sol. 5	Sol. 1	Sol. 2	Sol. 3	
$n_{15}$			1	1					
$n_{26}$	4	5	4	3	3	4	5	3	4
$n_{35}$	1	1			1	1	1	1	1
$n_{46}$	2	1	2	3	3	2	1	3	2
$v$ [pu]	200					200			200
$v/v_{\text{FCCC}}$	100%					100%			100%
Cortes	4					4			4
Iterações	3-0-0					3-0-0			3-0-0
PLs	125					125			125
Colunas B&B	9					9			9
Linhas B&B	28					28			28

Os resultados apresentados na Tabela 7.4 são similares aos da Tabela 7.3 — portanto, permanecem válidos os comentários feitos anteriormente. Neste caso, no início da Fase III, a resolução do primeiro problema de investimento inteiro, considerando 4 cortes de Benders, obtém 5 soluções ótimas alternativas com o custo de 200. Todas as 5 soluções são adequadas para o modelo de transportes mas, apenas, 3 servem para o modelo híbrido e 1 para o modelo do fluxo de carga CC.

### 7.3.2 Sistema Sul brasileiro de 46 barras

O sistema elétrico utilizado por ? é uma rede de transmissão de 46 barras e 79 circuitos candidatos (linhas e transformadores). A configuração inicial apresenta 12 geradores, 11 barras ilhadas (Barras 3, 6, 10, 11, 15, 25, 28, 29, 30, 31 e 41) e 62 circuitos, conforme mostra a Figura 7.2 — os demais dados encontram-se no Apêndice A.

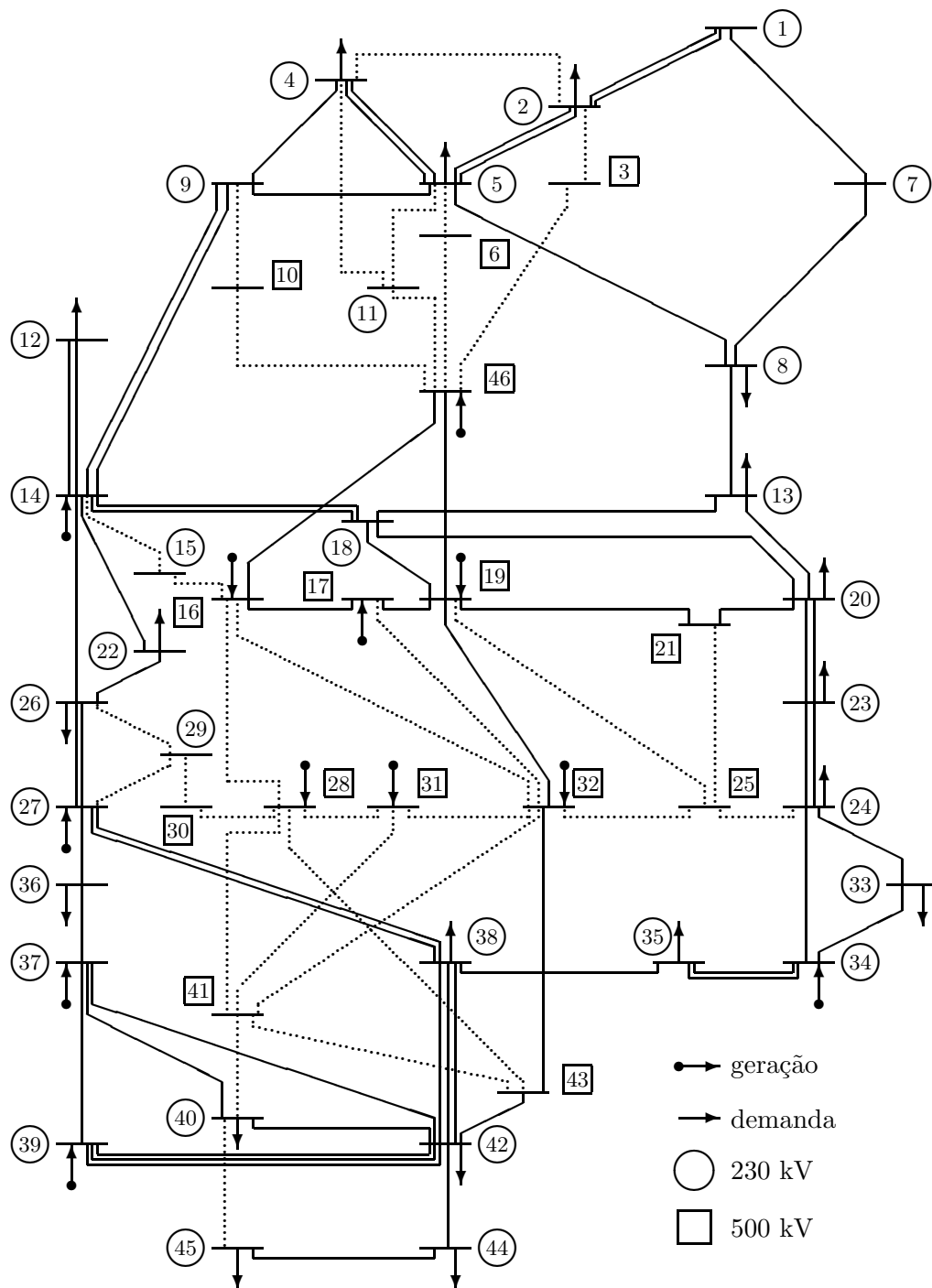


Figura 7.2: Configuração base do sistema Sul brasileiro de 46 barras.

Para efeito de comparação entre os três modelos de rede, é realizada a expansão em um estágio deste sistema utilizando os seguintes dados específicos:  $\delta_{inv} = 1$ ;  $\delta_{oper} = 1$  ano e  $\alpha = 100000$  \$/ano, para tornar o corte de carga pouco atrativo. O problema de otimização resultante possui 79 variáveis inteiras que correspondem às alternativas de expansão do sistema de transmissão. Duas situações distintas são analisadas:

1. Problema com redespacho – existe folga na geração e, assim, os geradores podem ser ajustados da melhor forma possível, dentro dos limites especificados.
2. Problema sem redespacho – não existe folga na geração e os limites máximos são tais que possibilitam atender a demanda de forma justa.

Neste caso, como se trata de uma rede de médio porte, foi empregada a solução em três fases do seguinte modo:

- Transportes – em todas as fases os modelos inicial e final correspondem ao modelo de transportes.
- Híbrido – nas Fases I e II os modelos inicial e final correspondem ao modelo de transportes; na Fase III os modelos inicial e final correspondem ao modelo híbrido.
- FCCC – na Fase I os modelos inicial e final correspondem ao modelo de transportes; na Fase II os modelos inicial e final correspondem ao modelo de híbrido; na Fase III os modelos inicial e final correspondem ao modelo do fluxo de carga CC, conforme apresentado na Tabela 7.1.

O coeficiente empregado para determinar o valor da susceptância da rede fictícia foi de  $5 \times 10^{-5}$  e a tolerância para igualdade ( $\epsilon_{=}$ ) foi de  $10^{-4}$ .

### 7.3.2.1 Problema com redespacho

Neste caso, a capacidade de geração (105,45 pu) é bem maior do que a demanda total (68,88 pu) e são obtidos os resultados mostrados na Tabela 7.5 que incluem o tempo total de simulação.

Como esperado, tanto o valor da função objetivo quanto o esforço computacional necessário foram crescentes quando a representação da rede de transmissão foi melhorada. Observa-se que o resultado obtido para o modelo de transportes é bastante diferente do resultado obtido para o modelo do fluxo de carga CC — dos 7 circuitos adicionados, apenas 3 coincidem com a solução do modelo CC. Por outro lado, o resultado obtido pelo modelo híbrido é muito próximo (só faltou inserir um circuito no caminho 13–20) mas o esforço computacional empregado foi sensivelmente menor (cerca de 30% dos PLs e 10% do tempo).

Tabela 7.5: Comparação entre modelos de rede – Sistema Sul brasileiro com redespacho.

Resultado obtido	Modelo de rede empregado		
	Transportes	Híbrido	FCCC
$n_{13-20}$			1
$n_{20-23}$		1	1
$n_{33-34}$	1		
$n_{20-21}$	2	2	2
$n_{42-43}$	1	1	1
$n_{05-11}$	2		
$n_{46-06}$		1	1
$n_{46-11}$	1		
$n_{05-06}$		2	2
$v$ [ $10^3$ US\$]	53334	63163	70289
$v/v_{\text{FCCC}}$	75,9%	89,9%	100%
Cortes	24	46	121
Iterações	10–0–2	10–0–6	10–19–12
PLs	2160	8419	27004
Colunas B&B	26	48	46
Linhas B&B	345	411	392
Tempo [s]	5	41	473

### 7.3.2.2 Problema sem redespacho

Neste caso, a capacidade de geração é igual à demanda total (68,88 pu) e os geradores só podem ser ajustados dentro de uma faixa mais estreita, suficiente para atender a demanda. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 7.6 e evidenciam a grande diferença que existe em considerar ou não o redespacho dos geradores neste sistema — para todos os modelos, o investimento necessário é superior ao dobro e o tempo de simulação é mais de mil vezes o valor obtido com redespacho.

Novamente, quando a representação da rede de transmissão foi melhorada, o valor da função objetivo aumentou, juntamente com o esforço computacional necessário. Os dois resultados obtidos para o modelo de transportes são bastante diferentes do resultado obtido para o modelo do fluxo de carga CC — dos 13 circuitos adicionados, apenas 6 coincidem com a solução do modelo CC. O resultado obtido para o modelo híbrido é bem mais próximo — dos 14 circuitos adicionados, 12 coincidem com a solução do modelo CC e faltou incluir, apenas, 4 circuitos. Embora o número de PLs executadas para o modelo híbrido tenha sido muito próximo do necessário para o modelo do fluxo de carga CC, o tempo de simulação foi significativamente menor (cerca de 28%), em função do menor número de restrições inseridas no subproblema de investimento (no total, 340 contra 564).

Tabela 7.6: Comparação entre modelos de rede – Sistema Sul brasileiro sem redespatcho.

Resultado obtido	Modelo de rede empregado			
	Transportes		Híbrido	FCCC
	Solução 1	Solução 2		
$n_{14-22}$	1	1		
$n_{18-19}$		1		
$n_{20-21}$	2	1	1	1
$n_{42-43}$	2	2	2	2
$n_{46-06}$			1	1
$n_{05-11}$	2	2		
$n_{19-25}$				1
$n_{25-32}$	1	1	1	
$n_{31-32}$	1	1	1	1
$n_{28-31}$	1	1	1	
$n_{28-30}$			1	1
$n_{26-29}$			2	3
$n_{46-11}$	1	1		
$n_{24-25}$	2	2	2	2
$n_{29-30}$			1	2
$n_{05-06}$			1	2
$v [10^3 \text{ US\$}]$	127272		141350	154420
$v/v_{\text{FCCC}}$	82,4%		91,5%	100%
Cortes	204		340	564
Iterações	26-0-40		26-0-72	26-19-105
PLs	648716		1850355	1983690
Colunas B&B	37		67	65
Linhas B&B	4584		5884	2707
Tempo [s]	9939		209463	746074

### 7.3.3 Comentários sobre os modelos de rede

De acordo com os resultados apresentados pode-se observar o seguinte:

- Quando são utilizados modelos de rede mais detalhados, a região viável do problema de expansão vai se restringindo, o problema torna-se mais complexo e as soluções passam a ser obtidas com esforço computacional crescente (maior número de iterações e cortes na Fase III). Isto fica bem evidenciado através da análise dos resultados mostrados nas Tabelas 7.5 e 7.6.
- Com relação a qualidade das soluções obtidas, observa-se que o modelo de transportes é bastante inferior ao modelo híbrido apresentado que se mostra bastante próximo do modelo do fluxo de carga CC. Embora a relação entre os valores ótimos se encontre numa faixa relativamente próxima (75 a 80% para o modelo de transportes e 90% para o modelo híbrido), a localização dos investimentos proporcionada pelo modelo de transportes é, via de regra, bastante diferente da obtida pelos modelos híbrido e do fluxo de carga CC, que



são bastante próximos.

- Quanto menor o número de equipamentos de transmissão necessários, melhor será o resultado obtido pelo modelo híbrido pois somente os novos circuitos são representados pelo modelo de transportes. Observar que o resultado obtido pelo modelo híbrido apresentado na Tabela 7.5 (onde foram necessários 8 circuitos) é mais próximo do modelo CC do que o apresentado na Tabela 7.6 (onde foram necessários 16 circuitos).
- As soluções obtidas para o modelo não linear do fluxo de carga CC (com ou sem redespatcho), são as mesmas que foram determinadas por ? e, posteriormente, confirmadas como soluções ótimas do problema por ?, através de um novo algoritmo de decomposição de Benders no qual foi empregado um modelo linear (0 – 1) disjuntivo, que garante que a solução obtida é o plano ótimo de expansão.

## 7.4 Influência das restrições adicionais

Como mencionado no Capítulo 4, a introdução de restrições adicionais tem por objetivo reduzir o número de iterações necessárias para a convergência. Para demonstrar que isto efetivamente ocorre foi utilizado o Sistema Sul brasileiro de 46 barras da Figura 7.2 no caso em que o redespatcho não é permitido e a rede é representada pelo modelo do fluxo de carga CC. Como anteriormente, a simulação foi realizada em três fases (nas Fases I e II foram buscadas as soluções contínuas extremas e na Fase III foram avaliadas as três melhores alternativas inteiras não ótimas); os problemas inteiros foram resolvidos utilizando a seleção dos subproblemas candidatos através da melhor estimativa (ME) e a variável de separação foi selecionada pela maior degradação (MD); o coeficiente para determinar o valor da susceptância da rede fictícia foi de  $5 \times 10^{-5}$  e a tolerância para igualdade ( $\epsilon_{=}$ ) foi de  $10^{-4}$ . Foram considerados dois tipos de restrições adicionais que podem ser sistematicamente produzidas:

- Restrições de novos caminhos – vide Apêndice A, Seção A.3.1 e
- Restrições de cerca – vide Apêndice A, Seção A.3.2.

A Tabela 7.7 mostra os resultados obtidos quando as restrições de novos caminhos e de cerca são adicionadas ou não, após a Fase II. As quatro colunas apresentam as combinações possíveis de inclusão das restrições adicionais. As linhas apresentam o número de restrições de novos caminhos e de cerca adicionadas; o número de cortes de Benders gerados; o número de iterações em cada uma das três fases; o número de PLs executadas para a obtenção da solução final; o número de colunas e linhas necessárias para armazenar os nós da árvore *branch-and-bound* e o tempo total de simulação.

Como as restrições foram acrescentadas após a Fase II, as diferenças nas simulações se restringem à Fase III — os cortes gerados nas Fases I e II são idênticos em todos os casos. A melhoria no desempenho provocada pela inclusão das restrições adicionais é muito evidente, bastando comparar o número de PLs executadas ou o tempo de simulação — para facilitar,

Tabela 7.7: Influência das restrições adicionais – Sistema Sul brasileiro sem redespacho.

Restrições adicionadas	Combinações			
	1	2	3	4
Novos caminhos	0	0	10	10
Cerca	0	8	0	8
Cortes	564	242	227	160
Iterações	26–19–105	26–19–35	26–19–40	26–19–21
PLs	1983690 (100%)	212910 (10,7%)	157898 (7,96%)	50090 (2,53%)
Colunas B&B	65	54	42	48
Linhas B&B	2707	1241	781	717
Tempo [s]	746074 (100%)	18723 (2,51%)	14439 (1,94%)	2869 (0,385%)

na Tabela 7.7 apresenta-se o percentual com relação à solução sem restrições adicionais. A simulação que foi executada em mais de 8 dias passa a ser resolvida em menos de uma hora, com a inclusão simultânea de 10 restrições de novos caminhos e 8 de cerca. Como esperado, a inclusão de apenas uma parte das restrições (10 de novos caminhos ou 8 de cerca) apresenta resultados intermediários. Isto confirma a expectativa de que o conhecimento prévio de parte da função  $\alpha(x)$  (que representa o subproblema de operação no subproblema de investimento — vide Capítulo 4, Seção 4.1) reduz o número de cortes de Benders que precisam ser gerados, acelerando o processo de convergência.

## 7.5 Influência dos critérios de seleção no algoritmo *branch-and-bound*

Nesta seção, avalia-se a influência dos critérios de seleção do subproblema candidato e da variável de separação no desempenho do algoritmo *branch-and-bound* que foi descrito no Capítulo 5. Para tanto, utiliza-se o sistema Sul brasileiro de 46 barras da Figura 7.2 no caso em que o redespacho é permitido e a rede é representada pelo modelo do fluxo de carga CC. As simulações foram realizadas em três fases (foram buscadas as soluções contínuas extremas nas Fases I e II); o coeficiente para determinar o valor da susceptância da rede fictícia foi de  $5 \times 10^{-5}$  e a tolerância para igualdade ( $\epsilon_{=}$ ) foi de  $10^{-3}$ . Para facilitar a comparação, não foram produzidos cortes de Benders para as alternativas de investimento inteiras não ótimas, ou seja, durante a Fase III só foram gerados cortes para as soluções ótimas obtidas que são sempre as mesmas, independentemente do critério de seleção adotado. Isto foi feito para evitar que sejam produzidos cortes adicionais diferentes pois a qualidade das soluções inteiras armazenadas depende do número de nós pesquisados — quanto mais ineficiente for o processo de busca, maior será a árvore percorrida e maiores serão as chances de se obter soluções inteiras não ótimas atrativas.

Foram considerados os três critérios de seleção do subproblema candidato (LIFO, ME e

MES) e os três critérios de seleção da variável de separação (PNI, MC, e MD/MDS), descritos na Seção 7.2.2, totalizando as 9 combinações cujos resultados são apresentadas na Tabela 7.8. Neste caso, como não foram buscadas as soluções contínuas extremas nas Fases I e II e não foram adicionados os cortes relativos às alternativas atrativas não ótimas na Fase III, foram gerados 80 cortes de Benders e executadas 19 iterações na Fase I, 22 na Fase II e 27 na Fase III — observar que estes resultados são diferentes dos apresentados na Tabela 7.5, onde foram gerados 121 cortes e executadas 10 iterações na Fase I, 19 na Fase II e 12 na Fase III. As colunas apresentam as nove combinações possíveis (observar que os métodos simplificados MES e MDS ocorrem simultaneamente pois utilizam os mesmos *pseudocustos*) e as linhas mostram o esforço computacional necessário para resolver o problema.

Tabela 7.8: Influência dos critérios de seleção – Sistema Sul brasileiro com redespacho.

Sel. candidato	LIFO			ME			MES		
	PNI	MC	MD	PNI	MC	MD	PNI	MC	MDS
PLs	180082	53484	40090	178991	51979	35809	178672	51851	59144
Colunas B&B	52	52	42	52	36	42	52	36	37
Linhas B&B	12	9	10	1831	450	265	1776	534	531
Tempo [s]	2171	655	433	3816	853	530	2976	858	852

Os resultados apresentados mostram que a definição do critério de seleção da variável de separação é mais importante do que o critério de seleção do subproblema candidato. De uma maneira geral, o critério MD mostrou-se superior, com pequena variação em função do critério de seleção do candidato. É importante frisar que apenas o primeiro problema inteiro foi resolvido sem o conhecimento prévio de uma excelente solução *incumbente* inicial; todos os demais foram muito bem inicializados através das soluções inteiras dos problemas anteriores. Isto aumenta, sobremaneira, a eficiência dos critérios de sondagem e encurta a árvore de busca pois todos os subproblemas com limites inferiores maiores que a *incumbente* são prontamente eliminados junto com seus descendentes. Desse modo, a seqüência utilizada para analisar os candidatos causa um impacto menor, quando comparada com a seqüência de escolha da variável de separação. Como esperado, o número de PLs executadas é menor quando se utiliza a combinação ME/MD para seleção do candidato/variável — por este motivo, todas as demais simulações foram realizadas com estes critérios. Entretanto, neste caso, o menor tempo de simulação observado foi na combinação LIFO/MD, em função da semelhança dos PLs sucessivos, que são resolvidos (observar que o número de PLs é maior mas o tempo de simulação é menor). Confirma-se, também, que a utilização da regra LIFO reduz os requisitos de memória pois o número de candidatos armazenados foi sempre menor ou igual a 12, no pior caso (LIFO/PNI). Para os outros critérios de seleção foram necessárias, no mínimo, 265 posições (ME/MD).

## 7.6 Planejamento integrado em múltiplos estágios

A aplicação do planejamento dinâmico será ilustrada através de dois sistemas elétricos, um teórico de 5 barras em 3 estágios e outro, em 2 estágios, baseado no sistema Sul brasileiro de 46 barras. Para o primeiro sistema, são realizados vários testes que demonstram o modo

integrado de otimizar a expansão do sistema. O segundo sistema é utilizado para mostrar a aplicação em uma rede de médio porte.

### 7.6.1 Sistema de 5 barras em 3 estágios

Para ilustrar a aplicação do planejamento dinâmico integrado da expansão foi utilizado o sistema de 5 barras ilustrado na Figura 7.3 — os demais dados encontram-se no Apêndice A. As linhas contínuas representam os equipamentos já existentes (4 linhas e 2 geradores:  $g_1$  e  $g_4$ ) e as linhas tracejadas representam novas possibilidades que devem ser consideradas (7 corredores onde podem ser instalados equipamentos de transmissão e 3 geradores candidatos:  $G_1$ ,  $G_4$  e  $G_5$ ). A otimização da expansão deste sistema foi realizada ao longo de um horizonte que foi dividido em três estágios, sendo o Estágio 1 considerado como base (ano zero) para o cálculo do valor presente dos investimentos e do custo total de operação do sistema. O problema de otimização resultante possui 30 variáveis inteiras: 10 alternativas de investimentos candidatos que podem ser realizados em qualquer um dos 3 estágios. Foram consideradas quatro situações distintas:

1. Estágios iguais com duração de 1 ano;
2. Estágios com duração diferenciada: 2, 3 e 5 anos, respectivamente;
3. Estágios com duração de 1 ano e  $\underline{N}_1^1 = 1$ ;
4. Estágios com duração de 1 ano e  $\underline{N}_1^2 = 1$ .

Os dois últimos casos buscam reproduzir situações nas quais decisões anteriores julgaram necessárias a instalação de um gerador na Barra 1 no ano que corresponde ao início dos Estágios 1 e 2. Estes investimentos não fazem parte do plano ótimo para esta rede mas serão considerados para ilustrar a atuação das restrições relacionadas com investimentos previamente definidos.

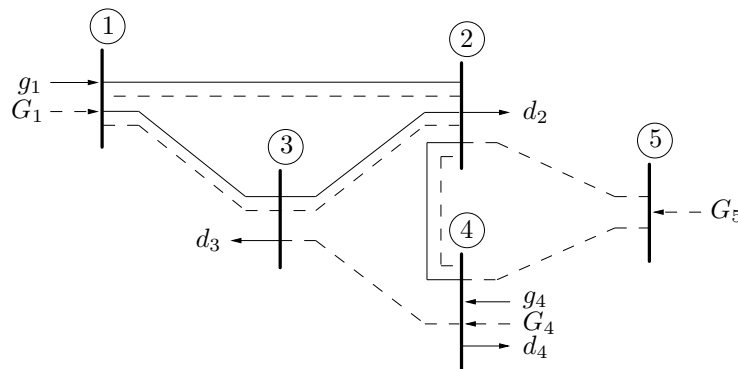


Figura 7.3: Sistema de 5 barras.

Em todos os casos simulados foram adotados os seguintes parâmetros: taxa de desconto anual  $I$  de 10% (utilizada para determinar os fatores  $\delta_{inv}^t$  e  $\delta_{oper}^t$ ) e constante  $\alpha$  igual a 1000 \$/ano (utilizada para penalizar o corte de carga). O coeficiente empregado para determinar o valor

da susceptância da rede fictícia foi de  $10^{-5}$  e a tolerância para igualdade ( $\epsilon_{=}$ ) foi de  $5 \times 10^{-6}$ . Os problemas foram resolvidos em três fases, de acordo com a Tabela 7.1, sendo buscadas as soluções extremas, nas Fases I e II, e analisadas as 3 melhores alternativas inteiras não ótimas, na Fase III. Não foram observadas variações significativas no tempo de simulação de todas as alternativas avaliadas sendo este sempre inferior a 5 segundos.

### 7.6.1.1 Estágios iguais com duração de 1 ano

Neste exemplo, todos os estágios apresentam a mesma duração que corresponde a 1 ano. Dessa forma, no ano inicial de cada estágio, deve-se contabilizar como custo os investimentos nos equipamentos necessários e uma parcela do custo anual de operação, resultando nas constantes  $\delta_{inv}^t$  e  $\delta_{oper}^t$  ilustradas na Figura 7.4 e obtidas da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \delta_{inv}^1 &= (1 - I)^0 = 1,00 & \delta_{oper}^1 &= \sum_{p=0}^0 (1 - I)^p = 1,00 \text{ ano} \\ \delta_{inv}^2 &= (1 - I)^1 = 0,90 & \delta_{oper}^2 &= \sum_{p=1}^1 (1 - I)^p = 0,90 \text{ ano} \\ \delta_{inv}^3 &= (1 - I)^2 = 0,81 & \delta_{oper}^3 &= \sum_{p=2}^2 (1 - I)^p = 0,81 \text{ ano} \end{aligned}$$

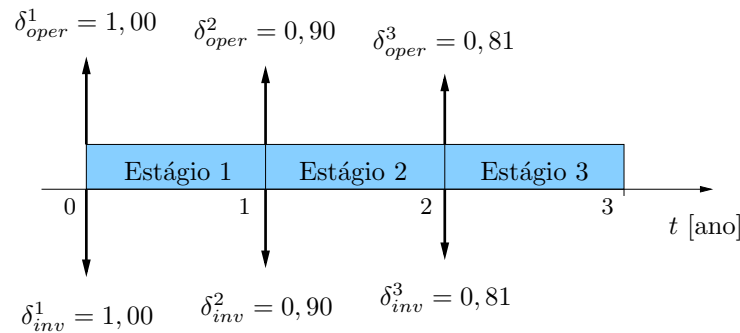


Figura 7.4: Fatores de desconto dos estágios com duração de 1 ano.

Quando os estágios são idênticos e iguais a um ano, são obtidos dois planos de expansão com o mesmo custo, conforme mostra a Tabela 7.9 e as Figuras 7.5 e 7.6. Na Tabela 7.9  $v^t$  e  $w^t$  representam, respectivamente, o valor presente dos custos de investimento e de operação dos estágios e  $v$  representa o valor presente do custo total. Nas Figuras 7.5 e 7.6 todos os valores das injeções e dos fluxos estão em  $pu$  e o número entre parênteses representa o número total de linhas/geradores adicionados até o respectivo estágio.

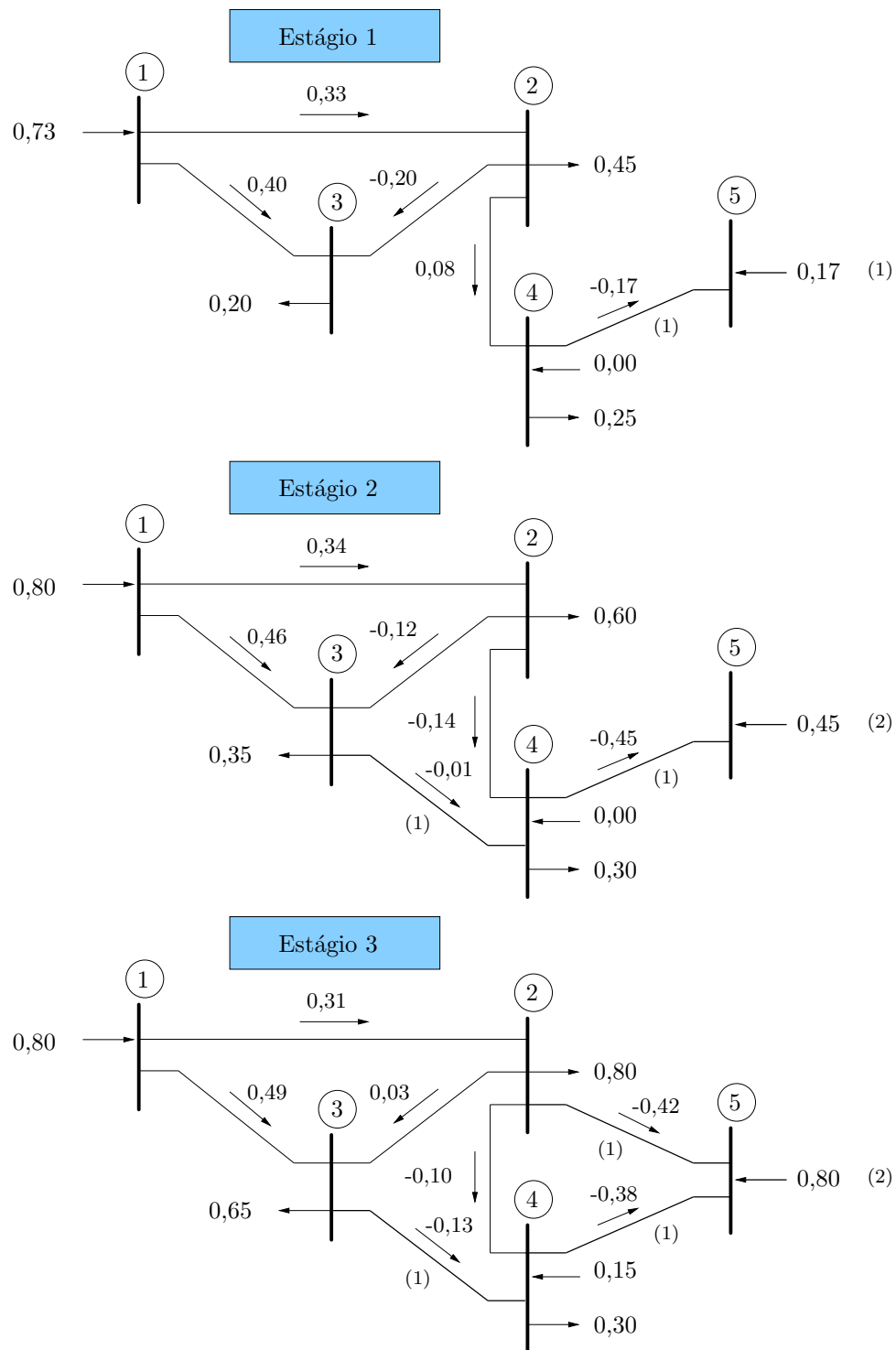


Figura 7.5: Sistema de 5 barras – Estágios com duração de 1 ano (Solução 1).

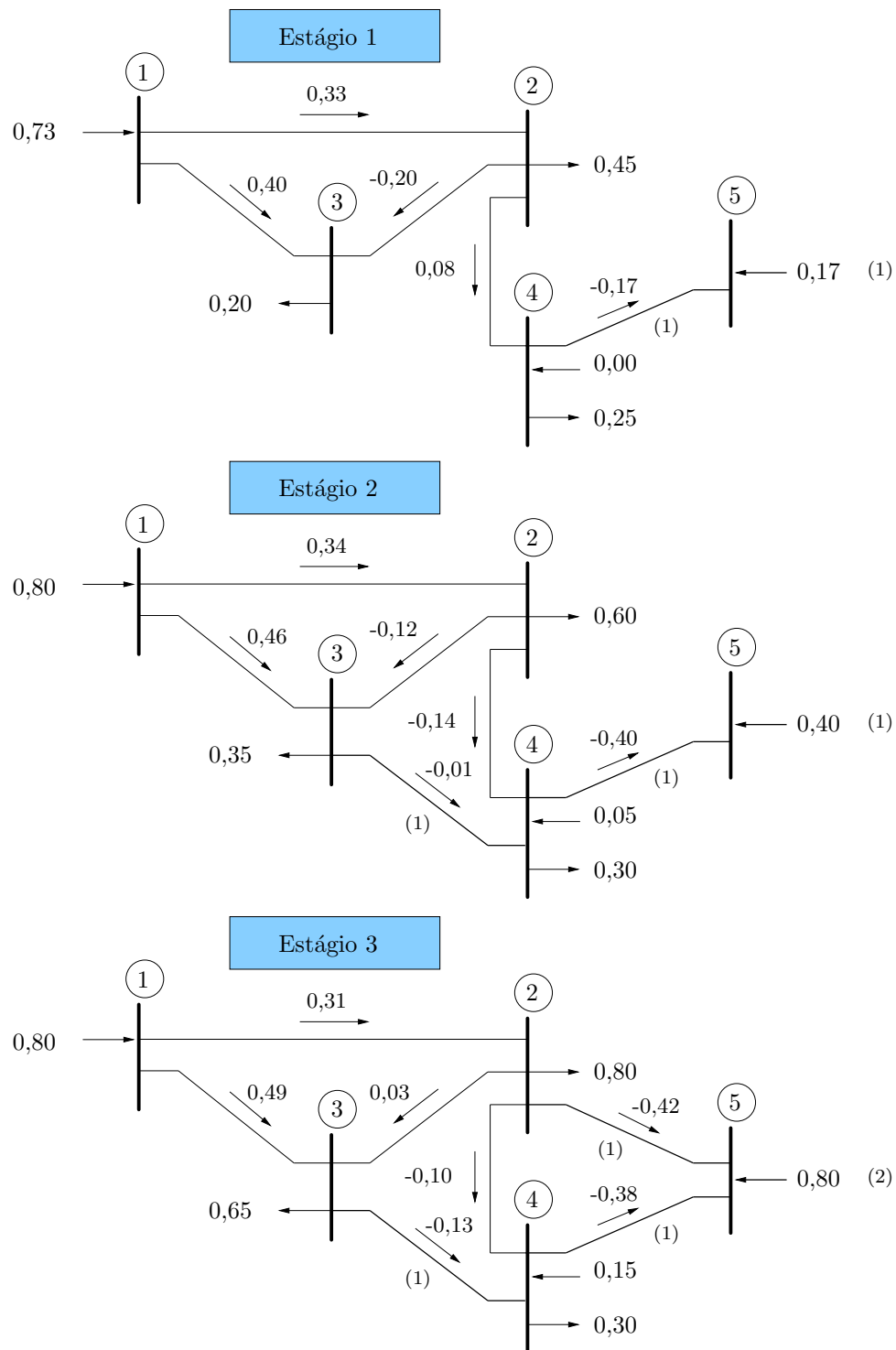


Figura 7.6: Sistema de 5 barras – Estágios com duração de 1 ano (Solução 2).

Tabela 7.9: Sistema de 5 barras – Estágios com duração de 1 ano.

Resultado Obtido	Solução 1				Solução 2			
	Estágio de instalação				Estágio de instalação			
	1	2	3	Total	1	2	3	Total
$n_{25}^t$	—	—	1	1	—	—	1	1
$n_{34}^t$	—	1	—	1	—	1	—	1
$n_{45}^t$	1	—	—	1	1	—	—	1
$N_5^t$	1	1	—	2	1	—	1	2
$v^t$ [\$]	120,00	99,00	16,20	235,20	120,00	9,00	97,20	226,20
$g_1^t$ [pu]	0,73	0,80	0,80	—	0,73	0,80	0,80	—
$g_4^t$ [pu]	0,00	0,00	0,15	—	0,00	0,05	0,15	—
$G_5^t$ [pu]	0,17	0,45	0,80	—	0,17	0,40	0,80	—
$w^t$ [\$]	90,00	112,50	166,05	368,55	90,00	121,50	166,05	377,55
$v$ [\$]	210,00	211,50	182,25	603,75	210,00	130,50	263,25	603,75



A diferença entre as duas soluções limita-se ao ano de instalação do gerador candidato da Barra 5 — a Solução 1 indica que esse gerador deve ser instalado no Estágio 2 e a Solução 2 no Estágio 3. Deste modo, a partir do segundo estágio os custos de investimento e operação são diferentes, embora o valor presente do custo total seja rigorosamente o mesmo (603,75). A Solução 1 aproveita-se da instalação antecipada do segundo gerador candidato da Barra 5 para reduzir o custo de operação do Estágio 2 (112,50 contra os 121,50 da Solução 2); a Solução 2 aproveita-se do adiamento da instalação desse mesmo gerador para reduzir o valor presente do investimento total (226,20 contra 235,20 da Solução 1).

Em ambas soluções o uso do gerador mais caro (instalado na Barra 4) é sempre evitado e a preferência é dada aos mais baratos. A opção pelos geradores candidatos da Barra 5 foi motivada pela possibilidade de adiar a metade do investimento necessário em geração pois o custo total de dois geradores deste tipo é igual ao custo do gerador candidato da Barra 1. Neste caso, o ganho proporcionado pela maior capacidade do gerador candidato da Barra 1 (1,00 *pu* contra  $2 \times 0,40 = 0,80$  *pu* dos candidatos da Barra 5) no custo de operação é inferior ao ganho pelo parcelamento do investimento. Observar que o custo de expansão do sistema de transmissão, necessário para transportar a produção dos diferentes geradores, também foi contabilizado mas a análise dos benefícios e prejuízos de cada uma das alternativas não é tão trivial.

Para a obtenção destas duas soluções foram gerados 39 cortes de Benders, assim distribuídos: 20 na Fase I, 10 na Fase II e 9 na Fase III. Foram resolvidos 3 problemas inteiros e solucionadas 1548 PLs no total.

### 7.6.1.2 Estágios com duração de 2, 3 e 5 anos

Neste exemplo, os estágios apresentam duração diferenciada. No ano inicial do primeiro estágio, deve-se contabilizar o custo de investimento e duas parcelas do custo de operação, referentes aos anos 0 e 1. No ano inicial do segundo estágio, deve-se contabilizar o custo de investimento e três parcelas do custo de operação — anos 2, 3 e 4. Finalmente, no ano inicial do terceiro estágio, deve-se contabilizar o custo de investimento e cinco parcelas do custo de operação — anos 5, 6, 7, 8 e 9. Tem-se, assim, as constantes  $\delta_{inv}^t$  e  $\delta_{oper}^t$  ilustradas na Figura 7.7 e obtidas da seguinte maneira:

$$\begin{array}{ll} \delta_{inv}^1 = (1 - I)^0 = 1,0000 & \delta_{oper}^1 = \sum_{p=0}^1 (1 - I)^p = 1,9000 \text{ ano} \\ \delta_{inv}^2 = (1 - I)^2 = 0,8100 & \delta_{oper}^2 = \sum_{p=2}^4 (1 - I)^p = 2,1951 \text{ ano} \\ \delta_{inv}^3 = (1 - I)^5 = 0,5909 & \delta_{oper}^3 = \sum_{p=5}^9 (1 - I)^p = 2,4181 \text{ ano} \end{array}$$

O resultado da otimização da expansão do sistema de 5 barras da Figura 7.4, quando a duração dos estágios é diferenciada, encontra-se na Tabela 7.10 e na Figura 7.8. Neste caso, como os estágios têm maior duração, foi econômica a instalação do gerador candidato da Barra 1 pois, assim, o custo de operação pode ser reduzido, em função da maior disponibilidade de geração com custo reduzido. Além disto, desde o primeiro estágio, realiza-se investimentos de forma diferente do exemplo anterior. Neste caso, investe-se na linha 3–4 e aceita-se consumir energia

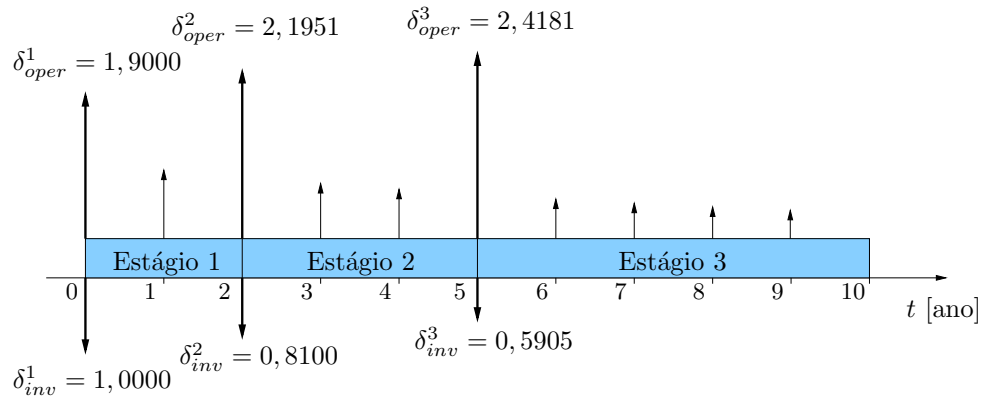


Figura 7.7: Fatores de desconto dos estágios com duração de 2, 3 e 5 anos.

mais cara, no Estágio 1, tendo em vista o ganho proporcionado pelo adiamento da instalação do gerador candidato da Barra 1.

Tabela 7.10: Sistema de 5 barras – Estágios com duração de 2, 3 e 5 anos.

Resultado Obtido	Estágio de instalação			Total
	1	2	3	
$n_{13}^t$	—	1	1	2
$n_{23}^t$	—	1	—	1
$n_{34}^t$	1	1	—	2
$N_1^t$	—	1	—	1
$v^t$ [\$]	10,00	198,45	11,81	220,26
$g_1^t$ [pu]	0,80	0,25*	0,75*	—
$g_4^t$ [pu]	0,10	0,00	0,00	—
$G_1^t$ [pu]	—	1,00*	1,00*	—
$w^t$ [\$]	209,00	274,39	423,17	906,56
$v$ [\$]	219,00	472,84	434,98	1126,82

\* Como o custo de operação dos geradores da Barra 1 (existente e candidato instalado no Estágio 2) são idênticos, existem infinitas formas de distribuir a geração entre eles sendo o valor apresentado apenas indicativo.

Apenas para efeito de comparação, caso fossem aplicados os investimentos definidos pela Solução 1 da Tabela 7.9, o valor presente do custo total de investimento e operação seria superior e igual a 1162,01 (investimento de 220,91 e operação de 941,10, ambos superiores). Se adotada a Solução 2, o valor presente do custo total continuaria sendo 1162,01 mas o investimento seria menor (igual a 198,96) e o custo de operação seria maior (igual a 963,05). Por outro lado, a aplicação da solução da Tabela 7.10 no problema de expansão com estágios iguais a 1 ano seria igualmente desastrosa pois os valores presentes do investimento e da operação seriam superiores aos obtidos anteriormente (o investimento saltaria de 235,20 ou 226,20 para 246,70 e a operação de 368,55 ou 377,55 para 463,25).

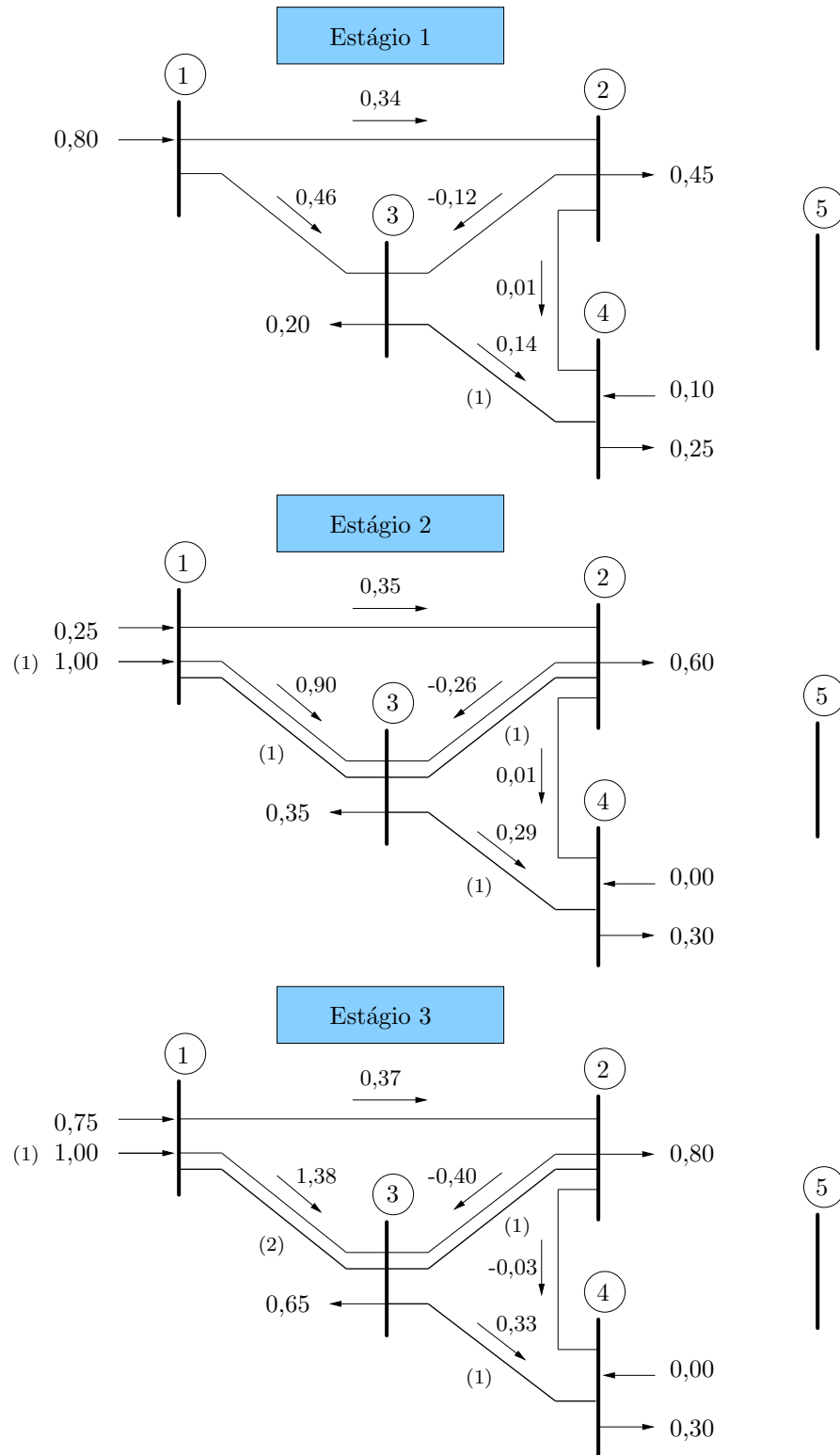


Figura 7.8: Sistema de 5 barras – Estágios com duração de 2, 3 e 5 anos.

Para a obtenção desta solução foram gerados 51 cortes de Benders, assim distribuídos: 34 na Fase I, 9 na Fase II e 8 na Fase III. Foram resolvidos 3 problemas inteiros e solucionadas 1558 PLs no total.

### 7.6.1.3 Estágios com duração de 1 ano e $\underline{N}_1^1 = 1$

Neste caso, a duração dos estágios também é de 1 ano e, portanto, são empregadas as mesmas constantes  $\delta$  apresentadas na Figura 7.4. O número mínimo de geradores candidatos da Barra 1 no Estágio 1 é alterado para 1, ou seja,  $\underline{N}_1^1 = 1$ , para forçar a escolha deste investimento que não faz parte das soluções ótimas apresentadas na Tabela 7.9. O plano de expansão assim obtido encontra-se na Tabela 7.11.

Tabela 7.11: Sistema de 5 barras – Estágios com duração de 1 ano e  $\underline{N}_1^1 = 1$

Resultado Obtido	Estágio de instalação			
	1	2	3	Total
$n_{12}^t$	1	—	—	1
$n_{13}^t$	—	1	—	1
$n_{34}^t$	1	—	—	1
$N_1^t$	1	—	—	1
$v^t$ [\$]	240,00	18,00	0,00	258,00
$g_1^t$ [pu]	0,00*	0,22*	0,72*	—
$g_4^t$ [pu]	0,00	0,03	0,03	—
$G_1^t$ [pu]	0,90*	1,00*	1,00*	—
$w^t$ [\$]	90,00	117,90	146,61	354,51
$v$ [\$]	330,00	135,90	146,61	612,51

\* Como o custo de operação dos geradores da Barra 1 (existente e candidato instalado no Estágio 1) são idênticos, existem infinitas formas de distribuir a geração entre eles sendo o valor apresentado apenas indicativo.

A comparação do resultado obtido considerando  $\underline{N}_1^1 = 1$  com as soluções mostradas na Tabela 7.9, indica que a instalação do gerador não ótimo provoca redução no valor presente do custo de operação de 368,55 ou 377,55 para 354,51 (porque existe maior disponibilidade de energia barata) mas, em contrapartida, o aumento no investimento necessário explica a escolha dos investimentos anteriores. Observar que a forma de expansão do sistema de transmissão está intimamente ligada com a forma de expansão do sistema de geração. Quando o sistema de geração é definido a priori (como realizado neste caso, através da definição do gerador candidato da Barra 1), restringe-se o espaço de busca e obtém-se soluções de pior qualidade (o valor presente do custo total cresceu de 603,75 para 612,51).

Para a obtenção desta solução foram gerados 54 cortes de Benders, assim distribuídos: 22 na Fase I, 22 na Fase II e 10 na Fase III. Foram resolvidos 3 problemas inteiros e solucionadas 742 PLs no total.

7.6.1.4 Estágios com duração de 1 ano e  $\underline{N}_1^2 = 1$ 

Novamente, a duração dos estágios é de 1 ano e são empregadas as constantes  $\delta$  da Figura 7.4. O número mínimo de geradores candidatos da Barra 1 no Estágio 2 é alterado para 1, ou seja,  $\underline{N}_1^2 = 1$ , para forçar a escolha deste investimento que não faz parte das soluções ótimas apresentadas na Tabela 7.9. O plano de expansão assim obtido encontra-se na Tabela 7.12.

Tabela 7.12: Sistema de 5 barras – Estágios com duração de 1 ano e  $\underline{N}_1^2 = 1$ 

Resultado Obtido	Estágio de instalação			
	1	2	3	Total
$n_{12}^t$	—	1	—	1
$n_{13}^t$	—	1	—	1
$n_{34}^t$	1	—	—	1
$N_1^t$	—	1	—	1
$v^t$ [\$]	10,00	225,00	0,00	235,00
$g_1^t$ [pu]	0,80	0,22*	0,72*	—
$g_4^t$ [pu]	0,10	0,03	0,03	—
$G_1^t$ [pu]	—	1,00*	1,00*	—
$w^t$ [\$]	110,00	117,90	146,61	374,51
$v$ [\$]	120,00	342,90	146,61	609,51

\* Como o custo de operação dos geradores da Barra 1 (existente e candidato instalado no Estágio 2) são idênticos, existem infinitas formas de distribuir a geração entre eles sendo o valor apresentado apenas indicativo.

Novamente, observa-se que o valor presente do custo total se eleva quando é forçada a inclusão de um investimento que não faça parte dos planos ótimos mostrados na Tabela 7.9. Embora o resultado obtido com  $\underline{N}_1^2 = 1$  seja melhor que o obtido com  $\underline{N}_1^1 = 1$ , ambos são piores que as duas soluções ótimas obtidas. Neste caso, o adiamento do investimento no gerador candidato da Barra 1 do Estágio 1 para o Estágio 2 proporcionou uma redução no valor presente do custo de investimento de 258,00 para 235,00 e um aumento no valor presente do custo de operação de 354,51 para 374,51 — vide Tabelas 7.11 e 7.12.

Para a obtenção desta solução foram gerados 44 cortes de Benders, assim distribuídos: 22 na Fase I, 15 na Fase II e 7 na Fase III. Foram resolvidos 3 problemas inteiros e solucionadas 929 PLs no total.

## 7.6.2 Sistema Sul brasileiro de 46 barras em 2 estágios

Uma adaptação em dois estágios do sistema Sul brasileiro de 46 barras é utilizada para ilustrar a aplicação do planejamento dinâmico da expansão em um sistema de médio porte bastante conhecido. A expansão em dois estágios considera a situação com redespacho como Estágio 1 e a situação sem redespacho como Estágio 2, utilizando os dados mostrados no Apêndice A.

O problema de otimização resultante possui 158 variáveis inteiras: 79 alternativas de investimentos candidatos que podem ser realizados nos 2 estágios. O Estágio 1 é considerado como base para o cálculo do valor presente dos investimentos, sendo adotadas as seguintes constantes  $\delta$ , calculadas considerando uma taxa de desconto anual  $I$  de 10%:

$$\begin{aligned}\tilde{\delta}_{inv}^1 &= (1 - I)^0 = 1,00 & \delta_{oper}^1 &= \sum_{p=0}^0 (1 - I)^p = 1,00 \text{ ano} \\ \tilde{\delta}_{inv}^2 &= (1 - I)^1 = 0,90 & \delta_{oper}^2 &= \sum_{p=1}^1 (1 - I)^p = 0,90 \text{ ano}\end{aligned}$$

O custo de operação dos geradores não foi considerado, o corte de carga foi penalizado por intermédio de uma constante  $\alpha$  igual a 100000 \$/ano, o coeficiente empregado para determinar o valor da susceptância da rede fictícia foi de  $5 \times 10^{-5}$  e a tolerância para igualdade ( $\epsilon_{=}$ ) foi de  $10^{-4}$ . Os problemas foram resolvidos em três fases, de acordo com a Tabela 7.1, sendo buscadas as soluções extremas, nas Fases I e II, e analisadas as 3 melhores alternativas inteiras não ótimas, na Fase III.

O resultado da expansão em dois estágios, apresentado na Tabela 7.13, indica que o investimento total realizado nos 2 estágios coincide com a solução da expansão em 1 estágio, mostrada na Tabela 7.6 — vide coluna FCCC. Isto não é uma surpresa pois, no Estágio 2, os dados correspondem a situação sem redespacho, como ocorre na Tabela 7.6. Por outro lado, o investimento definido para o Estágio 1 é muito diferente do obtido na expansão em 1 estágio que está mostrada na Tabela 7.5 — vide coluna FCCC. O investimento do Estágio 1 é bastante superior (102821 contra 70289) porque os investimentos são definidos levando-se em conta os 2 estágios. Observar que o sistema de transmissão definido para esse estágio aproveita-se dos investimentos que são necessários para o Estágio 2 — neste caso, emprega somente investimentos que fazem parte da solução sem redespacho.

Para a obtenção desta solução foram gerados 258 cortes de Benders, assim distribuídos: 51 na Fase I, 37 na Fase II e 170 na Fase III. Um total de 28 restrições adicionais foram acrescentadas após a Fase II: 20 restrições de novos caminhos (10 para cada estágio) e 8 restrições de cerca do Estágio 2. Foram resolvidos 30 problemas inteiros e solucionadas 819973 PLs o que demandou 205458 segundos de execução (cerca de 57 horas).

## 7.7 Exemplo de atuação do planejador independente da expansão

Como já mencionado no Capítulo 6, a entidade responsável pela coordenação da expansão do sistema deverá atuar em dois níveis diferentes. No primeiro nível sua função é divulgar, periodicamente, as previsões para a operação futura do sistema, juntamente com um plano indicativo de expansão que atenda de modo imparcial a todas as necessidades previstas para os usuários do sistema. As previsões para a operação futura serão determinadas considerando a demanda prevista e todas as informações já confirmadas a respeito do sistema futuro que incluem a entrada e saída de operação dos equipamentos de geração e transmissão (ou qualquer alteração nas suas capacidades) e todas as transações definidas de compra e venda de energia. Como resultados obtém-se estimativas para o despacho de geração, corte de carga, alterações

Tabela 7.13: Sistema Sul brasileiro em 2 estágios

Resultado Obtido	Estágio de instalação		
	1	2	Total
$n_{20-21}^t$	1	—	1
$n_{42-43}^t$	1	1	2
$n_{46-06}^t$	1	—	1
$n_{19-25}^t$	1	—	1
$n_{31-32}^t$	—	1	1
$n_{28-30}^t$	—	1	1
$n_{26-29}^t$	—	3	3
$n_{24-25}^t$	2	—	2
$n_{29-30}^t$	—	2	2
$n_{05-06}^t$	2	—	2
$v^t$ [ $10^3$ US\$]	102821,00	46439,10	149260,10
$g_{14}^t$ [pu]	5,54	9,44	—
$g_{16}^t$ [pu]	20,00	13,66	—
$g_{17}^t$ [pu]	10,40	10,00	—
$g_{19}^t$ [pu]	16,70	7,73	—
$g_{27}^t$ [pu]	0,00	0,54	—
$g_{28}^t$ [pu]	—	7,30	—
$g_{31}^t$ [pu]	—	3,10	—
$g_{32}^t$ [pu]	0,37	4,50	—
$g_{34}^t$ [pu]	6,79	2,21	—
$g_{37}^t$ [pu]	3,00	2,12	—
$g_{39}^t$ [pu]	6,00	2,21	—
$g_{46}^t$ [pu]	0,00	5,99	—
$w^t$ [ $10^3$ US\$]	0,00	0,00	0,00
$v$ [ $10^3$ US\$]	102821,00	46439,10	149260,10

nas transações definidas, fluxos nos equipamentos de transmissão, custo de operação total e incremental nodal, bem como sensibilidades que quantificam a alteração no custo de operação relacionadas com variações na demanda ou nas capacidades de geração e transmissão. O plano de expansão é definido considerando os mesmos dados utilizados para determinar as previsões, acrescidos das informações de todas as alternativas de expansão definidas para os sistemas de geração e transmissão.

No segundo nível de atuação, o planejador é responsável pela definição das concessões das instalações de geração e transmissão de energia. Depois de definidas as concessões, as respectivas instalações passam a fazer parte das informações confirmadas a respeito do futuro, sendo seu impacto quantificado pela próximas previsões a serem divulgadas, que incluirão as referidas instalações.

Para ilustrar o modo de atuação do planejador independente da expansão foi utilizado o sistema de 5 barras ilustrado na Figura 7.3. O horizonte de planejamento considerado é de 10 anos, dividido em três estágios de 2, 3 e 5 anos, respectivamente, sendo o Estágio 1 considerado

como base (ano zero) para o cálculo do valor presente dos investimentos e do custo total de operação do sistema — como realizado na Seção 7.6.1.2. Em todas as simulações realizadas, a rede de transmissão foi representada pelas equações do fluxo de carga CC, de acordo com o equacionamento apresentado no Capítulo 3, Seção 3.3.2.

Foram adotados os seguintes parâmetros: taxa de desconto anual  $I$  de 10% (utilizada para determinar os fatores  $\delta_{inv}^t$  e  $\delta_{oper}^t$ , mostrados na Figura 7.7) e constante  $\alpha$  igual a 1000 \$/ano. O coeficiente empregado para determinar o valor da susceptância da rede fictícia foi de  $10^{-5}$  e a tolerância para igualdade ( $\epsilon_{=}$ ) foi de  $5 \times 10^{-6}$ . Os problemas foram resolvidos em três fases, de acordo com a Tabela 7.1, sendo buscadas as soluções extremas, nas Fases I e II, e analisadas as 3 melhores alternativas inteiras não ótimas, na Fase III. Como mencionado, na Seção 7.6.1, o tempo de simulação não é significativo para esta rede (inferior a 5 segundos).

### 7.7.1 Previsões divulgadas pelo planejador

Considerando as informações conhecidas o planejador realizará a simulação da operação do sistema e divulgará os resultados mostrados na Tabela 7.14. As colunas referentes ao Estágio 1 apresentam os valores previstos para os dois primeiros anos de operação, as colunas referentes ao Estágio 2 são as previsões dos 3 anos seguintes e as colunas do Estágio 3 correspondem aos 5 últimos anos avaliados. O *primeiro conjunto* de resultados corresponde aos custos de operação total e incremental desconsiderando a transmissão (CIDT), previstos para cada um dos estágios simulados. Entende-se como custo incremental o acréscimo no custo total de operação provocado por um acréscimo incremental na demanda do sistema. No primeiro estágio, caso o sistema de transmissão fosse desconsiderado, o gerador da Barra 1 ( $g_1$ ) estaria no limite superior e o gerador da Barra 4 ( $g_4$ ) seria o gerador marginal, impondo o custo incremental de  $1,9000 \times 300 = 570$  \$/pu para todas as barras do sistema. Nos demais estágios, ambos geradores estariam no limite superior e o custo incremental seria definido pelo custo do corte de carga:  $2,1951 \times 1000 = 2195,10$  \$/pu, para o Estágio 2, e  $2,4181 \times 1000 = 2418,10$  \$/pu, para o Estágio 3.

O *segundo conjunto* de resultados relaciona-se com a demanda e apresenta os valores previstos para o corte de carga,  $r$ , e a variável dual associada,  $\pi_d$ , que indica como varia o custo total de operação com relação a um aumento incremental no valor da demanda da respectiva barra — corresponde ao custo marginal nodal da energia. No primeiro estágio, por exemplo, observam-se variações no custo nodal em relação ao valor obtido quando o sistema de transmissão é desconsiderado (CIDT). Isto ocorre por causa do congestionamento existente na ligação entre as Barras 2 e 3, cujo limite de fluxo é  $0,20$  pu. Ainda no Estágio 1, observa-se que não ocorrem cortes de carga e que o aumento da demanda na Barra 3 proporcionaria uma redução no custo total de operação de \$63,33 para cada 1 pu demandado. Embora isto pareça contraditório (um aumento de demanda implicar em redução de custo), é um fato verdadeiro pois, com o aumento da demanda na Barra 3 é possível transportar mais energia do gerador da Barra 1, cujo custo de operação é inferior ao da Barra 4. Assim, se a demanda da Barra 3 fosse elevada para  $(d_3^1) = 0,20 + 0,01$  pu, o carregamento dos geradores seria de  $g_1 = 0,75$  e  $g_4 = 0,16$  e o custo total de operação cairia para \$233,70 ( $234,33 + 0,01 \times -63,33$ ). Por outro lado, o aumento da demanda na Barra 1 seria integralmente atendido pelo gerador da Barra 1, a um custo de



Tabela 7.14: Sistema de 5 barras – Operação simulada do sistema já definido.

Estágio 1		Estágio 2		Estágio 3		
Custo de operação						
Total [\$]	234,33	856,09	2152,11			
CIDT [\$/pu]	570,00	2195,10	2418,10			
Demanda						
Barra	$r^1$ [pu]	$\pi_d^1$ [\$/pu]	$r^2$ [pu]	$\pi_d^2$ [\$/pu]	$r^3$ [pu]	$\pi_d^3$ [\$/pu]
1	—	190,00	—	2195,10	—	2418,10
2	—	570,00	0,25	2195,10	0,70	2418,10
3	—	-63,33	—	2195,10	0,05	2418,10
4	—	570,00	—	2195,10	—	2418,10
5	—	570,00	—	2195,10	—	2418,10
Geração existente						
Barra	$g^1$ [pu]	$\pi_g^1$ [\$/pu]	$g^2$ [pu]	$\pi_g^2$ [\$/pu]	$g^3$ [pu]	$\pi_g^3$ [\$/pu]
1	0,73	0,00	0,80	-1975,59	0,80	-2176,29
4	0,17	0,00	0,20	-1536,57	0,20	-1692,67
Geração candidata						
Barra	$G^1$ [pu]	$\pi_G^1$ [\$/pu]	$G^2$ [pu]	$\pi_G^2$ [\$/pu]	$G^3$ [pu]	$\pi_G^3$ [\$/pu]
1	—	0,00	—	-1975,59	—	-2176,29
4	—	-190,00	—	-1756,08	—	-1934,48
5	—	-380,00	—	-1975,59	—	-2176,29
Rede de transmissão						
Extremos	$f^1$ [pu]	$\sigma^1$ [\$/pu]	$f^2$ [pu]	$\sigma^2$ [\$/pu]	$f^3$ [pu]	$\sigma^3$ [\$/pu]
1-2	0,33	-380,00	0,34	0,00	0,30	0,00
1-3	0,40	202,67	0,46	0,00	0,50	0,00
2-3	-0,20	-126,67	-0,11	0,00	0,10	0,00
2-4	0,08	0,00	0,10	0,00	0,10	0,00
2-5	—	0,00	—	0,00	—	0,00
3-4	—	-179,44	—	0,00	—	0,00
4-5	—	0,00	—	0,00	—	0,00

1,  $9000 \times 100$  \$/pu, e o aumento da demanda nas Barras 2 e 4 seria integralmente atendido pelo gerador da Barra 4, a um custo de  $1,9000 \times 300$  \$/pu. Nos estágios seguintes, observa-se a ocorrência de cortes de carga e a elevação do valor da variável dual, em consequência da geração disponível ter atingido seu limite máximo. Nestes casos, todo o aumento de demanda seria cortado e implicaria em um custo adicional de  $2,1951 \times 1000$  e  $2,4181 \times 1000$  \$/pu, respectivamente, para os Estágios 2 e 3.

O *terceiro conjunto* descreve o comportamento dos geradores existentes, revelando a geração prevista,  $g$ , e a variável dual associada,  $\pi_g$ , que indica como varia o custo total de operação com relação a um aumento incremental no valor do limite deste gerador. No primeiro estágio, como os geradores estão folgados, um aumento nas suas capacidades não alteraria o custo de operação do sistema. Já nos estágios seguintes, ambos encontram-se nos limites e um aumento

nas suas capacidades implicaria em redução nos valores previstos para os cortes de carga e custos associados. Por exemplo, no Estágio 2, caso a capacidade do gerador da Barra 4 fosse aumentada em  $0,01 pu$ , o corte de carga da Barra 2 poderia ser reduzido, implicando em uma variação no custo de  $2,1951(1000 \times -0,01 + 300 \times 0,01) = -\$15,37$  ou, utilizando a sensibilidade,  $0,01 \times -1536,57 = -\$15,37$ .

O *quarto conjunto* avalia os geradores candidatos e revela a geração prevista,  $G$ , e a variável dual associada,  $\pi_G$ , que indica como varia o custo total de operação com relação a um aumento incremental no valor do limite deste gerador, ou seja, em consequência da instalação de mais uma unidade. No Estágio 1 observa-se que a instalação isolada de um novo gerador na Barra 1 não traria benefício pois o custo de operação do candidato é igual ao custo do gerador instalado que se encontra folgado. Por outro lado, os candidatos das Barras 4 e 5 mostram-se atrativos pois seu custo de operação é competitivo com relação aos valores locais observados<sup>5</sup>. Nos estágios seguintes, o sistema de geração é deficitário e qualquer aumento na capacidade de geração que apresente custo inferior ao custo do corte de carga traria benefício para o sistema.

O *quinto e último conjunto* descreve o comportamento da rede de transmissão, revelando os fluxos previstos,  $f$ , e a sensibilidade associada,  $\sigma_{ij} = ((\pi_d)_i - (\pi_d)_j)(\theta_i - \theta_j)$ , que indica como varia o custo total de operação com relação a um aumento incremental no valor da admitância (e da capacidade) do circuito  $ij$ . No primeiro estágio, observa-se que a inclusão de uma linha nos corredores 1-2, 2-3 ou 3-4 propiciaria uma redução no custo de operação pois o gerador da Barra 1 poderia aumentar sua injeção; nos Estágios 2 e 3 a inclusão isolada de novos recursos de transmissão não reduziria o custo de operação porque não existe energia adicional disponível para ser transportada.

Além das sensibilidades que estão previstas para o horizonte de planejamento, o planejador divulgará o plano indicativo de expansão que detalha os tipos de investimentos necessários e seus, respectivos, momentos oportunos de execução. Para a situação descrita, o plano ótimo de expansão do sistema da Figura 7.3 já foi apresentado e encontra-se na Tabela 7.10 e na Figura 7.8 — vide Páginas 120 e 121. De acordo com este plano, no Estágio 1 seria acrescentada uma linha no corredor 3-4; no Estágio 2 seria acrescentada uma linha em cada um dos corredores 1-3, 2-3 e 3-4 e um gerador candidato na Barra 1; no Estágio 3 seria acrescentada mais uma linha no corredor 1-3. Esses investimentos compreendem um plano completo mas não fechado de expansão pois está sujeito a correções e atualizações que podem vir a ocorrer a medida que o tempo passa e a janela de tempo se desloca para o futuro. Além disto, a instalação de componentes ótimos em outros momentos (antes ou depois) ou a própria escolha por investimentos fora do plano divulgado vão provocar mudanças nas sensibilidades previstas e também no plano de expansão. Deste modo, a qualidade destas informações está intimamente relacionada com a exatidão dos dados empregados na simulação, sendo imprescindível a sua atualização periódica.

Deve-se observar, ainda, que as informações apresentadas nas Tabelas 7.10 e 7.14 são complementares, a primeira detalha um plano ótimo integrado de expansão com horizonte de longo prazo e a segunda revela sensibilidades incrementais em relação à rede existente. A diferença

---

<sup>5</sup>Observar que a sensibilidade do gerador candidato da Barra 5 foi obtida considerando a existência de uma rede fictícia que conecta esta Barra ao resto do sistema. A instalação deste gerador candidato só traria benefício ao sistema se fosse acompanhada de uma correspondente expansão do sistema de transmissão

entre as informações apresentadas pode ser ilustrada quando se analisa, por exemplo, a definição das linhas de transmissão que necessitam ser instaladas. No primeiro estágio, quando a capacidade de geração é suficiente para atender a demanda, as sensibilidades incrementais apontam como atrativas as instalações de novas linhas nos corredores 1–2, 2–3 e 3–4. Tais linhas são de fato atrativas mas, nos estágios seguintes, quando a capacidade de geração encontra-se saturada, as sensibilidades relacionadas com a instalação destas linhas retratam o fato de que sua instalação (isoladamente) não é atrativa porque não contribui para a redução do custo de operação do sistema ( $\sigma^2 = 0$  e  $\sigma^3 = 0$ ). Entretanto, mesmo após o aumento da capacidade de geração (que é sinalizado como atrativo, pelas sensibilidades  $\pi_G^2$  e  $\pi_G^3$ ), o atendimento à demanda continuaria limitado pela capacidade de transmissão e a ampliação do sistema de transmissão seria imprescindível (fato que não é evidenciado pelas sensibilidades  $\sigma^2$  e  $\sigma^3$  da Tabela 7.14). Uma análise posterior deste sistema, realizada após a definição do aumento da capacidade de geração, apresentaria melhores sensibilidades para determinar a localização dos investimentos necessários para a ampliação do sistema de transmissão.

### 7.7.2 Interação com os agentes de mercado

A interação do planejador com os agentes de mercado pode ser demonstrada através da análise das alterações que ocorrem nas previsões informadas pelo planejador, em decorrência dos empreendimentos informados pelos investidores. Duas propostas, não simultâneas, serão avaliadas a seguir: a primeira faz parte do plano indicativo ótimo de expansão e corresponde a inclusão de um novo gerador na Barra 1; a segunda não faz parte do plano divulgado e corresponde a inclusão de um novo gerador na Barra 4.

#### 7.7.2.1 Proposta 1: Inclusão de um novo gerador na Barra 1

Suponha que, após avaliar as previsões da Tabela 7.14, um agente decida investir na instalação de um gerador na Barra 1 e seja autorizado a produzir energia a partir do ano que corresponde ao início do segundo estágio. Acrescentando-se essa informação aos dados confirmados, pode-se determinar a previsão atualizada da Tabela 7.15. Observar que o plano indicativo ótimo de expansão, detalhado na Tabela 7.10, fica mantido — excluindo, naturalmente, a inclusão de mais um gerador na Barra 1, no Estágio 2, cuja definição já foi confirmada. De acordo com as previsões apresentadas, o novo gerador  $G_1$  será competitivo e dividirá o mercado com a capacidade já existente.

Observar que a inclusão do gerador candidato da Barra 1 no Estágio 2 altera os valores dos custos total e incremental desconsiderando a transmissão (comparar as Tabelas 7.14 e 7.15) pois a oferta de energia de baixo custo é substancialmente aumentada a partir do Estágio 2. Além disto, também em função do aumento da oferta, os valores previstos para os cortes de carga são reduzidos e as sensibilidades do sistema de transmissão começam a sinalizar a necessidade de ampliação dos corredores 1–2 e 1–3, nos Estágios 2 e 3 (de fato, o plano indicativo ótimo de expansão inclui uma linha no corredor 1–3).

Tabela 7.15: Sistema de 5 barras – Operação simulada considerando a Proposta 1

Estágio 1		Estágio 2		Estágio 3		
Custo de operação						
Total [\$]	234.33	658.53	1934.48			
CIDT [\$/pu]	570.00	219.51	241.81			
Demanda						
Barra	$r^1$ [pu]	$\pi_d^1$ [\$/pu]	$r^2$ [pu]	$\pi_d^2$ [\$/pu]	$r^3$ [pu]	$\pi_d^3$ [\$/pu]
1	—	190,00	—	219,51	—	241,81
2	—	570,00	0,10	2195,10	0,30	2418,10
3	—	-63,33	0,05	2195,10	0,35	2418,10
4	—	570,00	—	2195,10	—	2418,10
5	—	570,00	—	2195,10	—	2418,10
Geração existente						
Barra	$g^1$ [pu]	$\pi_g^1$ [\$/pu]	$g^2$ [pu]	$\pi_g^2$ [\$/pu]	$g^3$ [pu]	$\pi_g^3$ [\$/pu]
1	0,73	0,00	0,80*	0,00	0,80*	0,00
4	0,17	0,00	0,20	-1536,57	0,20	-1692,67
Geração candidata						
Barra	$G^1$ [pu]	$\pi_G^1$ [\$/pu]	$G^2$ [pu]	$\pi_G^2$ [\$/pu]	$G^3$ [pu]	$\pi_G^3$ [\$/pu]
1	—	0,00	0,10*	0,00	0,10*	0,00
4	—	-190,00	—	-1756,08	—	-1934,48
5	—	-380,00	—	-1975,59	—	-2176,29
Rede de transmissão						
Extremos	$f^1$ [pu]	$\sigma^1$ [\$/pu]	$f^2$ [pu]	$\sigma^2$ [\$/pu]	$f^3$ [pu]	$\sigma^3$ [\$/pu]
1-2	0,33	-380,00	0,40	-2370,71	0,40	-2611,55
1-3	0,40	202,67	0,50	-1975,59	0,50	-2176,29
2-3	-0,20	-126,67	-0,20	0,00	-0,20	0,00
2-4	0,08	0,00	0,10	0,00	0,10	0,00
2-5	—	0,00	—	0,00	—	0,00
3-4	—	-179,44	—	0,00	—	0,00
4-5	—	0,00	—	0,00	—	0,00

\* Como o custo de operação dos geradores da Barra 1 (existente e candidato que será instalado no Estágio 2) são idênticos, existem infinitas formas de distribuir a geração total de 0,90 pu entre eles sendo o valor apresentado apenas indicativo.

## 7.7.2.2 Proposta 2: Inclusão de um novo gerador na Barra 4

Neste caso, um agente decidiu investir na instalação de um gerador na Barra 4 e foi autorizado a produzir energia a partir do ano que corresponde ao início do segundo estágio. Acrescentando esta informação aos dados anteriormente considerados, pode-se determinar a previsão atualizada da Tabela 7.16.

Tabela 7.16: Sistema de 5 barras – Operação simulada considerando a Proposta 2

		Estágio 1		Estágio 2		Estágio 3	
Custo de operação							
Total [\$]		234,33		373,17		1523,40	
CIDT [\$/pu]		570,00		439,02		483,62	
Demanda							
Barra	$r^1$ [pu]	$\pi_d^1$ [\$/pu]	$r^2$ [pu]	$\pi_d^2$ [\$/pu]	$r^3$ [pu]	$\pi_d^3$ [\$/pu]	
1	—	190,00	—	439,02	—	2418,10	
2	—	570,00	—	439,02	0,40	2418,10	
3	—	-63,33	—	439,02	0,05	2418,10	
4	—	570,00	—	439,02	—	483,62	
5	—	570,00	—	439,02	—	2418,10	
Geração existente							
Barra	$g^1$ [pu]	$\pi_g^1$ [\$/pu]	$g^2$ [pu]	$\pi_g^2$ [\$/pu]	$g^3$ [pu]	$\pi_g^3$ [\$/pu]	
1	0,73	0,00	0,80	-219,51	0,80	-2176,29	
4	0,17	0,00	0,00	219,51	0,00	241,81	
Geração candidata							
Barra	$G^1$ [pu]	$\pi_G^1$ [\$/pu]	$G^2$ [pu]	$\pi_G^2$ [\$/pu]	$G^3$ [pu]	$\pi_G^3$ [\$/pu]	
1	—	0,00	—	-219,51	—	-2176,29	
4	—	-190,00	0,45	0,00	0,50	0,00	
5	—	-380,00	—	-219,51	—	-2176,29	
Rede de transmissão							
Extremos	$f^1$ [pu]	$\sigma^1$ [\$/pu]	$f^2$ [pu]	$\sigma^2$ [\$/pu]	$f^3$ [pu]	$\sigma^3$ [\$/pu]	
1-2	0,33	-380,00	0,34	0,00	0,30	0,00	
1-3	0,40	202,67	0,46	0,00	0,50	0,00	
2-3	-0,20	-126,67	-0,11	0,00	0,10	0,00	
2-4	0,08	0,00	-0,15	0,00	-0,20	-386,90	
2-5	—	0,00	—	0,00	—	0,00	
3-4	—	-179,44	—	0,00	—	-580,34	
4-5	—	0,00	—	0,00	—	-386,90	

A definição deste novo gerador na Barra 4 provoca diversas alterações no plano indicativo ótimo de expansão. De acordo com as informações do plano atualizado de expansão apresentado na Tabela 7.17, o novo gerador  $G_4$  não será muito competitivo e, caso ocorra a instalação de uma geração concorrente na Barra 5, seu nível de geração deverá ser muito pequeno podendo não ser suficiente para recuperar o investimento requerido. Isto explica o fato deste empreendimento não fazer parte do plano ótimo de expansão, divulgado na Tabela 7.10, mesmo que suas sensibilidades

tenham sido sempre negativas — vide colunas  $\pi_G^1$ ,  $\pi_G^2$  e  $\pi_G^3$  da Tabela 7.14.

Tabela 7.17: Sistema de 5 barras – Solução incluindo a Proposta 2.

Resultado Obtido	Estágio de instalação			
	1	2	3	Total
$n_{25}^t$	—	—	1	1
$n_{34}^t$	—	—	1	1
$n_{45}^t$	1	—	—	1
$N_5^t$	1	—	1	2
$v^t$ [\$]	120,00	0,00	76,76	196,76
$g_1^t$ [pu]	0,73	0,80	0,80	—
$g_4^t$ [pu]	0,00	0,00	0,00	—
$G_4^t$ [pu]	—	0,05	0,15	—
$G_5^t$ [pu]	0,17	0,40	0,80	—
$w^t$ [\$]	171,00	285,36	459,44	915,80
$v$ [\$]	291,00	285,36	536,20	1112,56

A avaliação das previsões que incluem a instalação do gerador candidato da Barra 4 confirma a complementaridade das informações contidas nas sensibilidades divulgadas e no plano indicativo de expansão. De um lado, as sensibilidades mostram sinais incrementais que descrevem oportunidades pontuais. Por outro lado, o plano indicativo apresenta o resultado de síntese de um sistema de geração e transmissão com visão global de longo prazo. A análise individual das sensibilidades pode induzir a escolha de um investimento cujo resultado de longo prazo pode ser desastroso, como ocorreu neste caso.

## Capítulo 8

# Conclusões

Uma formulação para o problema do planejamento dinâmico integrado dos sistemas de geração e transmissão foi utilizada neste trabalho como base para apresentar uma estrutura independente de planejamento que está inserida no contexto competitivo do setor. Na formulação apresentada são considerados, simultaneamente, os custos de investimento nas instalações e também o custo de operação das unidades geradoras, sendo o horizonte de planejamento de longo prazo discretizado em diversos estágios para permitir representar as variações que ocorrem no sistema elétrico ao longo do tempo.

O Planejador Independente da Expansão apresentado se encarrega de realizar a previsão de demanda do sistema e, em função desta, define um conjunto de alternativas possíveis de investimentos, especificando o local, a capacidade e uma estimativa de custo. Posteriormente, determina o plano indicativo de expansão do sistema geração/transmissão e divulga diversos sinais econômicos para orientar os agentes a selecionarem os investimentos pelos quais desejem disputar a concessão ou autorização. Além disto, o planejador interage com o órgão competente que o informa a respeito dos projetos que já estão definidos e serão implementados no setor ao longo do horizonte considerado e, portanto, são utilizados como alterações já confirmadas. Deste modo, todos os agentes do setor terão liberdade de escolha, com relação aos empreendimentos pelos quais irão concorrer, e acesso livre às mesmas informações que serão divulgadas pelo planejador independente, juntamente com todos os dados utilizados nas simulações, o que confere a transparência desejada a este processo. A estrutura de planejamento sugerida nesse trabalho é semelhante àquela que está sendo proposta no Brasil, onde uma entidade independente, o CCPE, se encarregará da realização de um plano de expansão de forma integrada, com um horizonte de longo prazo. Neste sentido, o presente trabalho contribui como uma possível ferramenta que pode ser utilizada para a implementação dessa entidade independente de planejamento. O planejador apresentado determina o plano indicativo integrado de expansão a partir da solução de um problema de otimização que minimiza o valor presente dos custos de operação e expansão e tal característica vai de encontro com as atribuições previstas para o CCPE. As particularidades da entidade ora sugerida são o caráter *indicativo* de todos os investimentos que fazem parte do plano de expansão e a divulgação de sinais econômicos para os agentes do setor.

Na estrutura independente de planejamento da expansão apresentada, o problema de otimização que descreve a operação prevista para o sistema, ao longo do horizonte considerado durante a realização do plano indicativo de expansão, é o mesmo empregado para obter as sensibilidades que serão divulgadas pelo planejador independente para orientar os agentes do setor elétrico em suas tomadas de decisões. Desse modo, os sinais divulgados serão coerentes com os investimentos que fazem parte do plano indicativo de expansão, divulgado pelo mesmo planejador. Entretanto, caso desejado, é possível desacoplar a formulação empregada para determinar as sensibilidades incrementais daquela que é utilizada para determinar o plano ótimo de expansão utilizando, por exemplo, um modelo mais detalhado para o cálculo das sensibilidades que é um problema de solução mais fácil.

O problema do planejamento dinâmico de expansão da capacidade formulado foi resolvido através da técnica de decomposição de Benders, originando dois tipos de subproblemas: os subproblemas de operação, relativos a cada um dos estágios considerados, e o subproblema de investimento. Foi descrito, em detalhes, o algoritmo hierarquizado empregado para contornar problemas relacionados com a não conectividade da rede inicial e, também, para reduzir o esforço computacional necessário para atingir a solução final, por intermédio da obtenção de uma determinada quantidade de cortes de Benders sem a necessidade de resolver PIs. Nas duas fases iniciais, são resolvidos, exclusivamente, PLs de fácil solução e os modelos utilizados para representar o sistema de transmissão podem trabalhar com redes não conexas (modelos de transporte e híbrido). Ainda, na Fase I, a dimensão deste problema é reduzida porque considera-se apenas um estágio, como no planejamento estático convencional. A solução dos problemas inteiros de dimensão completa, considerando os múltiplos estágios, ficou restrita à fase final sendo, desta forma, reduzido o número de resoluções de PIs pois grande parte dos cortes de Benders, necessários para obter a solução final, são produzidos nas fases anteriores. Desse modo, é possível determinar uma quantidade razoável de cortes de Benders sem resolver nenhum PI, apenas PLs. Além disto, conhecimentos prévios a respeito do sistema são incorporados com baixíssimo custo computacional, através de restrições adicionais de cerca e de novos caminhos, cuja eficiência foi comprovada nos testes realizados.

Os três modelos utilizados para representar a rede de transmissão (transportes, fluxo de carga CC e híbrido transportes-CC) foram comparados e os resultados obtidos confirmam a expectativa de que a solução é bem mais fácil para os modelos mais relaxados. No entanto, é conveniente frisar que os resultados obtidos para o modelo de transportes podem ser muito distantes da solução determinada pelo modelo do fluxo de carga CC — que é mais próxima da realidade física da rede de transmissão. Neste caso, o modelo híbrido utilizado pode apresentar-se como uma alternativa com boa relação entre o custo computacional e a qualidade do resultado. Além disto, como o problema formulado deste modo é linear, é possível resolvê-lo diretamente (sem decomposição) e determinar sua solução ótima, por exemplo com um algoritmo *branch-and-bound*, como o apresentado neste trabalho.

Para a solução dos subproblemas de investimento inteiros foi desenvolvido um algoritmo *branch-and-bound* especializado no qual o próximo nó a ser analisado e a variável de separação são selecionados de modo a reduzir o número de problemas relaxados (PLs) a serem resolvidos, durante o processo de solução do PI. Algumas alternativas de seleção foram implementadas e diversos testes comparativos foram apresentados visando mostrar o ganho em desempenho



proporcionado pela especialização dessa seleção. Além disto, o algoritmo *branch-and-bound* implementado mostrou-se bastante robusto e estável em todas as simulações realizadas, nas quais chegou-se a resolver milhões de PLs. Os problemas numéricos ocorridos, durante a implementação desse algoritmo, foram resolvidos através da inclusão das tolerâncias que foram detalhadamente apresentadas no Capítulo 7.

A formulação matemática apresentada permite a otimização dinâmica da expansão integrada do sistema de geração e transmissão. O contínuo crescimento do sistema é discretizado em diversos estágios que representam a evolução do comportamento do sistema elétrico ao longo do horizonte de planejamento. Desse modo, evita-se priorizar investimentos cujos resultados se limitem ao curto prazo, e definem-se os investimentos considerando-se, além do custo imediato, o impacto causado no sistema durante toda a vida útil dos equipamentos. O fato de realizar de forma integrada a otimização dos recursos de geração e transmissão permite que os investimentos sejam selecionados de forma conjunta e coordenada. Dessa forma, linhas de transmissão de alto custo poderiam ser escolhidas quando possibilitarem a operação de geradores de baixo custo. Com a integração, o objetivo é reduzir o custo total e não, simplesmente, reduzir o custo de investimento na transmissão. Isto reforça a tese de que a definição dos investimentos deva ser feita considerando-se, também, os custos de operação do sistema e não, apenas, o valor total do investimento pois a solução ótima sob o ponto de vista do investimento pode apresentar um alto custo de operação.

É importante salientar que a atuação do planejador independente não está restrita ao método utilizado para a solução do problema de expansão da capacidade. Neste trabalho, foi utilizado um método hierarquizado, baseado na decomposição de Benders, mas outros métodos podem ser aplicados, sem prejuízo para a estrutura apresentada, tais como Simulated Annealing [?], Algoritmos Genéticos [?] e Busca Tabu [?] que obtiveram bons resultados até mesmo para o planejamento da expansão de sistemas de transmissão de grande porte [?].

# Apêndice A

## Dados dos sistemas testados

### A.1 Sistema de 5 barras em 3 estágios

O sistema de 5 barras em 3 estágios é uma rede teórica que possui 2 geradores ( $g_1$  e  $g_4$ ) e 4 linhas (1–2, 1–3, 2–3 e 2–4) na configuração inicial, e 3 geradores e 7 linhas candidatas que podem ser instaladas nos 3 estágios que constituem o horizonte de planejamento considerado. Os dados das barras encontram-se na Tabela A.1, onde  $\underline{g}^t$  e  $\bar{g}^t$  são, respectivamente a geração mínima e máxima do gerador no estágio  $t$ ,  $d^t$  é a demanda prevista no estágio  $t$  e  $oc^t$  é o custo de operação do gerador no estágio  $t$ .

Tabela A.1: Sistema de 5 barras em 3 estágios – dados das barras.

Barra	Estágio 1				Estágio 2				Estágio 3			
	$\underline{g}^1$	$\bar{g}^1$	$oc^1$	$d^1$	$\underline{g}^2$	$\bar{g}^2$	$oc^2$	$d^2$	$\underline{g}^3$	$\bar{g}^3$	$oc^3$	$d^3$
1	0,00	0,80	100	—	0,00	0,80	100	—	0,00	0,80	100	—
2	—	—	—	0,45	—	—	—	0,60	—	—	—	0,80
3	—	—	—	0,20	—	—	—	0,35	—	—	—	0,65
4	0,00	0,20	300	0,25	0,00	0,20	300	0,30	0,00	0,20	300	0,30
5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Total	0,00	1,00	—	0,90	0,00	1,00	—	1,25	0,00	1,00	—	1,75

Valores em pu.

Os dados das linhas (existentes e candidatas) encontram-se na Tabela A.2, onde  $n^0$  é o número de linhas existentes na configuração inicial,  $x$  é a reatância do ramo,  $\bar{f}$  é o fluxo máximo de potência ativa e  $c$  é o custo de instalação do equipamento de transmissão.

Tabela A.2: Sistema de 5 barras em 3 estágios – dados das linhas.

Linha	Extremos	$n^0$	$x$ [pu]	$\bar{f}$ [pu]	$c$ [pu]
1	1–2	1	0,03	0,50	30
2	1–3	1	0,02	0,50	20
3	2–3	1	0,01	0,20	15
4	2–4	1	0,01	0,20	15
5	2–5	—	0,02	0,50	20
6	3–4	—	0,01	0,20	10
7	4–5	—	0,02	0,50	20

Os dados dos geradores candidatos encontram-se na Tabela A.3, onde  $\underline{G}$  e  $\bar{G}$  são, respectivamente, a geração mínima e máxima,  $C$  é o custo de instalação e  $OC$  é o custo de operação do gerador candidato.

Tabela A.3: Sistema de 5 barras em 3 estágios – dados dos geradores candidatos.

Barra	$\underline{G}$ [pu]	$\bar{G}$ [pu]	$C$ [pu]	$OC$ [pu]
1	0,00	1,00	200	100
4	0,00	1,00	200	200
5	0,00	0,40	100	100

## A.2 Sistema de 6 barras de Garver

Os dados deste sistema foram extraídos de [?]. Os dados das barras encontram-se na Tabela A.4, onde  $\underline{g}$  e  $\bar{g}$  são, respectivamente, a geração mínima e máxima do gerador instalado e  $d$  é a demanda prevista para a barra.

Tabela A.4: Sistema de 6 barras de Garver – dados das barras.

Barra	$\underline{g}$ [pu]	$\bar{g}$ [pu]		$d$ [pu]
		Com redespacho	Sem redespacho	
1	0,00	1,50	0,50	0,80
2				2,40
3	0,00	3,60	1,65	0,40
4				1,60
5				2,40
6	0,00	6,00	5,45	
Total	0,00	11,10	7,60	7,60

Base 100 MVA.

Os dados das linhas (existentes e candidatas) encontram-se na Tabela A.5, onde  $n^0$  é o número de linhas existentes na configuração inicial,  $x$  é a reatância do ramo,  $\bar{f}$  é o fluxo máximo de potência ativa e  $c$  é o custo de instalação do equipamento de transmissão.

Tabela A.5: Sistema de 6 barras de Garver – dados das linhas.

Linha	Extremos	$n^0$	$x$ [pu]	$\bar{f}$ [pu]	$c$ [pu]
1	1–2	1	0,40	1,00	40
2	1–3	0	0,38	1,00	38
3	1–4	1	0,60	0,80	60
4	1–5	1	0,20	1,00	20
5	1–6	0	0,68	0,70	68
6	2–3	1	0,20	1,00	20
7	2–4	1	0,40	1,00	40
8	2–5	0	0,31	1,00	31
9	2–6	0	0,30	1,00	30
10	3–4	0	0,59	0,82	59
11	3–5	1	0,20	1,00	20
12	3–6	0	0,48	1,00	48
13	4–5	0	0,63	0,75	63
14	4–6	0	0,30	1,00	30
15	5–6	0	0,61	0,78	61

Base 100 MVA.

### A.3 Sistema Sul brasileiro de 46 barras

Os dados deste sistema foram extraídos de [?]. Os dados das barras encontram-se na Tabela A.6, onde  $\underline{g}$  e  $\bar{g}$  são, respectivamente, a geração mínima e máxima do gerador instalado e  $d$  é a demanda prevista para a barra.

Tabela A.6: Sistema Sul brasileiro de 46 barras – dados das barras.

Barra	$\underline{g}$ [pu]	$\bar{g}$ [pu]		$d$ [pu]
		Com redespacho	Sem redespacho	
1				
2				4,431
3				
4				3,007
5				2,380
6				
7				
8				0,722
9				
10				
11				
12				5,119
13				1,858
14	0,000	12,570	9,440	
15				
16	0,000	20,000	13,660	
17	0,000	10,500	10,000	
18				
19	0,000	16,700	7,730	
20				10,912
21				
22				0,819
23				4,581
24				4,782
25				
26				2,319
27	0,000	2,200	0,540	
28	0,000	8,000	7,300	
29				
30				
31	0,000	7,000	3,100	
32	0,000	5,000	4,500	

Base 100 MVA.

(continua)

Tabela A.6: Sistema Sul brasileiro de 46 barras – dados das barras (continuação).

Barra	$\underline{g}$ [pu]	$\bar{g}$ [pu]		$d$ [pu]
		Com redespacho	Sem redespacho	
33				2,291
34	0,000	7,480	2,210	
35				2,160
36				0,901
37	0,000	3,000	2,120	
38				2,160
39	0,000	6,000	2,210	
40				2,621
41				
42				16,079
43				
44				0,791
45				0,867
46	0,000	7,000	5,990	
Total	0,000	105,450	68,880	68,880

Base 100 MVA.

Os dados das linhas (existentes e candidatas) encontram-se na Tabela A.7, onde  $n^0$  é o número de linhas existentes na configuração inicial,  $x$  é a reatância do ramo,  $\bar{f}$  é o fluxo máximo de potência ativa e  $c$  é o custo de instalação do equipamento de transmissão.

Tabela A.7: Sistema Sul brasileiro de 46 barras – dados das linhas.

Linha	Extremos	$n^0$	$x$ [pu]	$\bar{f}$ [pu]	$c$ [ $10^3$ US\$]
1	01–07	1	0,0616	2,70	4349
2	01–02	2	0,1065	2,70	7076
3	04–09	1	0,0924	2,70	6217
4	05–09	1	0,1173	2,70	7732
5	05–08	1	0,1132	2,70	7480
6	07–08	1	0,1023	2,70	6823
7	04–05	2	0,0566	2,70	4046
8	02–05	2	0,0324	2,70	2581
9	08–13	1	0,1348	2,40	8793
10	09–14	2	0,1756	2,20	11267
11	12–14	2	0,0740	2,70	5106
12	14–18	2	0,1514	2,40	9803
13	13–18	1	0,1805	2,20	11570

Base 100 MVA.

(continua)

Tabela A.7: Sistema Sul brasileiro de 46 barras – dados das linhas (continuação).

Linha	Extremos	$n^0$	$x$ [pu]	$\bar{f}$ [pu]	$c$ [ $10^3$ US\$]
14	13–20	1	0,1073	2,70	7126
15	18–20	1	0,1997	2,00	12732
16	19–21	1	0,0278	15,00	32632
17	16–17	1	0,0078	20,00	10505
18	17–19	1	0,0061	20,00	8715
19	14–26	1	0,1614	2,20	10409
20	14–22	1	0,0840	2,70	5712
21	22–26	1	0,0790	2,70	5409
22	20–23	2	0,0932	2,70	6268
23	23–24	2	0,0774	2,70	5308
24	26–27	2	0,0832	2,70	5662
25	24–34	1	0,1647	2,20	10611
26	24–33	1	0,1448	2,40	9399
27	33–34	1	0,1265	2,70	8288
28	27–36	1	0,0915	2,70	6167
29	27–38	2	0,2080	2,00	13237
30	36–37	1	0,1057	2,70	7025
31	34–35	2	0,0491	2,70	3591
32	35–38	1	0,1980	2,00	12631
33	37–39	1	0,0283	2,70	2329
34	37–40	1	0,1281	2,70	8389
35	37–42	1	0,2105	2,00	13388
36	39–42	3	0,2030	2,00	12934
37	40–42	1	0,0932	2,70	6268
38	38–42	3	0,0907	2,70	6116
39	32–43	1	0,0309	14,00	35957
40	42–44	1	0,1206	2,70	7934
41	44–45	1	0,1864	2,00	11924
42	19–32	1	0,0195	18,00	23423
43	46–19	1	0,0222	18,00	26365
44	46–16	1	0,0203	18,00	24319
45	18–19	1	0,0125	6,00	8178
46	20–21	1	0,0125	6,00	8178
47	42–43	1	0,0125	6,00	8178
48	02–04	0	0,0882	2,70	5965
49	14–15	0	0,0374	2,70	2884
50	46–10	0	0,0081	20,00	10889
51	04–11	0	0,2246	2,40	14247
52	05–11	0	0,0915	2,70	6167
53	46–06	0	0,0128	20,00	16005

Base 100 MVA.

(continua)

Tabela A.7: Sistema Sul brasileiro de 46 barras – dados das linhas (continuação).

Linha	Extremos	$n^0$	$x$ [pu]	$\bar{f}$ [pu]	$c$ [ $10^3$ US\$]
54	46–03	0	0,0203	18,00	24319
55	16–28	0	0,0222	18,00	26365
56	16–32	0	0,0311	14,00	36213
57	17–32	0	0,0232	17,00	27516
58	19–25	0	0,0325	14,00	37748
59	21–25	0	0,0174	20,00	21121
60	25–32	0	0,0319	14,00	37109
61	31–32	0	0,0046	20,00	7052
62	28–31	0	0,0053	20,00	7819
63	28–30	0	0,0058	20,00	8331
64	27–29	0	0,0998	2,70	6672
65	26–29	0	0,0541	2,70	3894
66	28–41	0	0,0339	13,00	39283
67	28–43	0	0,0406	12,00	46701
68	31–41	0	0,0278	15,00	32632
69	32–41	0	0,0309	14,00	35957
70	41–43	0	0,0139	20,00	17284
71	40–45	0	0,2205	1,80	13994
72	15–16	0	0,0125	6,00	8178
73	46–11	0	0,0125	6,00	8178
74	24–25	0	0,0125	6,00	8178
75	29–30	0	0,0125	6,00	8178
76	40–41	0	0,0125	6,00	8178
77	02–03	0	0,0125	6,00	8178
78	05–06	0	0,0125	6,00	8178
79	09–10	0	0,0125	6,00	8178

Base 100 MVA.

Para este sistema, existem dois conjuntos de restrições adicionais que foram utilizadas para melhorar o desempenho do processo de convergência (vide Capítulo 4, Seção 4.4.1): restrições de novos caminhos e restrições de cerca.

### A.3.1 Restrições de novos caminhos

Para este sistema existem diversas barras ilhadas que possibilitam escrever restrições de novos caminhos. Considerando, apenas, as barras ilhadas que possuem dois circuitos candidatos, pode-se determinar as restrições apresentadas na Tabela A.8.



Tabela A.8: Sistema Sul brasileiro de 46 barras – restrições de novos caminhos.

Barra	Caminho	Restrições	
3	2-3-46	$3n_{46-03} - n_{02-03} \geq 0$	$-n_{46-03} + n_{02-03} \geq 0$
6	5-6-46	$4n_{46-06} - n_{05-06} \geq 0$	$-n_{46-06} + n_{05-06} \geq 0$
10	9-10-46	$4n_{46-10} - n_{09-10} \geq 0$	$-n_{46-10} + n_{09-10} \geq 0$
15	14-15-16	$2n_{15-16} - n_{14-15} \geq 0$	$-n_{15-16} + n_{14-15} \geq 0$
30	28-30-29	$4n_{28-30} - n_{29-30} \geq 0$	$-n_{28-30} + n_{29-30} \geq 0$

### A.3.2 Restrições de cerca

Para este sistema foram gerados três tipos de restrições de cerca:

1. Este tipo de cerca envolve cada uma das barras do sistema individualmente e avalia a sua capacidade individual de transmissão em comparação com a injeção líquida prevista para essa barra.
2. Este tipo de cerca envolve todos os pares formados por barras vizinhas e avalia a capacidade de transmissão externa do conjunto em comparação com a sua injeção líquida prevista.
3. Este tipo de cerca envolve o conjunto formado por cada barra e todas as suas vizinhas e avalia a capacidade de transmissão externa do conjunto em comparação com a sua injeção líquida prevista.

Considerando a capacidade de transmissão dos circuitos e as injeções previstas para o caso sem redespacho, chega-se às restrições apresentadas na Tabela A.9.

Tabela A.9: Sistema Sul brasileiro de 46 barras – restrições de cerca.

Tipo	Barras	Restrição
1	28	$n_{16-28} + n_{28-31} + n_{28-30} + n_{28-41} + n_{28-43} \geq 1$
1	31	$n_{31-32} + n_{28-31} + n_{31-41} \geq 1$
2	28 e 31	$n_{16-28} + n_{31-32} + n_{28-30} + n_{28-41} + n_{28-43} + n_{31-41} \geq 1$
2	28 e 30	$n_{16-28} + n_{28-31} + n_{28-41} + n_{28-43} + 0,822n_{29-30} \geq 1$
2	28 e 41	$n_{16-28} + n_{28-31} + n_{28-30} + n_{28-43} + n_{31-41} + n_{32-41} + n_{41-43} + 0,822n_{40-41} \geq 1$
2	31 e 41	$n_{31-32} + n_{28-31} + n_{28-41} + n_{32-41} + n_{41-43} + n_{40-41} \geq 1$
3	20, 23 e 24	$0,543n_{13-20} + 0,403n_{18-20} + 0,443n_{24-34} + 0,483n_{24-33} + n_{20-21} + n_{24-25} \geq 1$
3	28, 29 e 30	$n_{16-28} + n_{28-31} + 0,370n_{27-29} + 0,370n_{26-29} + n_{28-41} + n_{28-43} \geq 1$

# Apêndice B

## Artigos elaborados

?

### B.1 Introdução

Durante a realização desta pesquisa foram elaborados os seguintes artigos:

- Haffner, S., Garcia, A., Monticelli, A. e Romero, R. [1999] Planejamento dinâmico da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica considerando múltiplos estágios, *XV SNPTEE Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Grupo VII, Foz do Iguaçu, Paraná, pp. 1–6. GPL/03.
- Haffner, S., Monticelli, A., Garcia, A., Mantovani, J. e Romero, R. Branch and Bound algorithm for transmission system expansion planning using a transportation model, Aceito para publicação na *IEEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution*. 8 p.

## B.2 Artigo XV SNPTEE



**XV SNPTEE  
SEMINÁRIO NACIONAL  
DE PRODUÇÃO E  
TRANSMISSÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA**

**GPL/03**

**17 à 22 de outubro de 1999  
Foz do Iguaçu – Paraná - Brasil**

**GRUPO VII  
GRUPO DE ESTUDO DE PLANEJAMENTO DE SISTEMAS ELÉTRICOS (GPL)**

**PLANEJAMENTO DINÂMICO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO  
DE ENERGIA ELÉTRICA CONSIDERANDO MÚLTIPLOS ESTÁGIOS**

Sérgio Haffner *	Ariovaldo Garcia	Alcir Monticelli	Rubén Romero
<b>PUCRS-EPO-DEE</b>	<b>UNICAMP-FEEC-DSEE</b>		<b>UNESP-FEIS-DEE</b>

**RESUMO**

Neste trabalho o problema do planejamento dinâmico da expansão de sistemas de transmissão é formulado considerando múltiplos estágios, nos quais otimiza-se o valor presente da somatória dos investimentos realizados ao longo dos anos que compreendem o horizonte de planejamento. Para representar a rede de transmissão foi adotado o modelo de transportes sendo o problema de otimização resultante resolvido com auxílio da decomposição de Benders. Os problemas inteiros foram resolvidos através de um algoritmo de Branch-and-Bound especializado. Exemplos são apresentados para ilustrar a aplicação do planejamento dinâmico e, também, para confrontá-lo com o planejamento estático convencional.

**PALAVRAS-CHAVE**

Planejamento da transmissão, Modelo de transportes, Decomposição de Benders, Otimização, Programação inteira.

**1.0 – INTRODUÇÃO**

O planejamento dinâmico da expansão dos sistemas de transmissão de energia elétrica tem por objetivo definir não somente a localização e o tipo de investimento mas, também, o momento mais adequado para que tais investimentos sejam levados a termo, de modo que os contínuos crescimentos da demanda e da geração sejam sempre assimilados de forma otimizada pelo sistema. A parte deste problema que se relaciona com a localização e o tipo do investimento já vem sendo estudada em profundidade a bastante tempo e

apresenta, na atualidade, a etapa de modelagem resolvida através de três estruturas básicas (modelo de transportes, modelo do fluxo de carga DC e um terceiro híbrido transportes-DC), embora ainda tenham surgido novidades relacionadas com as técnicas de solução, usualmente, divididas em três grandes famílias: métodos aproximados (algoritmos construtivos [1]), métodos de otimização clássica (geralmente baseados em decomposição matemática do problema [2,3]) e métodos de otimização combinatorial (tais como “Simulated Annealing” [4], Algoritmos Genéticos [5,6], Busca Tabu).

A definição ótima do instante de tempo no qual o investimento deve ser realizado caracteriza-se por implicar em um problema de maior complexidade (em função do aumento do número de variáveis) e cuja bibliografia já não é mais tão abundante [6], tanto no aspecto teórico quanto nos resultados práticos. Quando são considerados múltiplos estágios no processo de otimização, o objetivo deixa de ser a minimização do custo de investimento para um determinado ano horizonte e passa a ser a minimização do valor presente (ou futuro) da somatória de todos os investimentos realizados ao longo dos anos que correspondem aos estágios simulados. Desta forma, consegue-se evitar a visão míope, usual, na qual são privilegiados os reforços imediatistas do sistema de transmissão, em detrimento da criação de novos caminhos que, no futuro, mostram-se imprescindíveis e economicamente viáveis.

A seguir apresenta-se a formulação do problema de planejamento dinâmico da expansão do sistema de transmissão de energia elétrica que consiste na otimização dos investimentos considerando múltiplos

\* PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL – PUCRS  
Av. Ipiranga, 6681 – Prédio 30 – Sala 150 – Caixa Postal 1429  
CEP 90.619-900 – Porto Alegre – RS

2

estágios, nos quais os novos equipamentos são instalados visando atender continuamente o aumento da demanda e o surgimento de novos pontos de geração e/ou demanda. O modelo de otimização baseia-se no modelo de transportes (mas não está limitado a esta modelagem) e é resolvido com auxílio da Decomposição de Benders. Em um primeiro momento, cada estágio é resolvido separadamente como se fosse o único horizonte do problema. Neste caso, tem-se diversos problemas clássicos de planejamento, um para cada estágio. Posteriormente, a partir das informações da solução de cada estágio, constrói-se o problema completo de investimento multi-estágio que continua a interagir com os subproblemas de operação de cada um dos estágios considerados até que a solução final seja obtida. São discutidas, também, alternativas para resolução do problema tais como a relaxação temporária da integralidade das variáveis de decisão sobre o investimento.

## 2.0 – MODELAGEM DO PROBLEMA

A determinação do plano ótimo de expansão do sistema elétrico de transmissão considera um horizonte de longo prazo que é dividido em diversos estágios. Para cada estágio são atribuídas as condições previstas de geração e demanda, a lista dos investimentos candidatos e um fator de desconto, em função do tempo que estes investimentos podem ser adiados. Com estas informações busca-se minimizar o valor presente dos custos totais de investimento e da energia não suprida. Assim, o planejamento dinâmico da expansão, ou planejamento multi-estágio, torna-se uma extensão do problema de planejamento em um estágio.

### 2.1 – Planejamento em um estágio

Quando o sistema elétrico é representado pelo modelo de transportes, o problema de planejamento da expansão do sistema de transmissão de energia elétrica pode ser assim formulado [3]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } v = \sum_{i,j} c_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_k r_k \\ \text{s.a. } Sf + g + r = d \\ |f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \\ 0 \leq r \leq d \\ 0 \leq g \leq \bar{g} \\ 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\ n_{ij} \text{ inteiro} \\ f_{ij} \text{ irrestrito} \end{array} \right. \quad (1)$$

onde:

- $c_{ij}$  – custo da instalação de uma linha no ramo  $ij$ ;
- $n_{ij}$  – número de linhas adicionadas ao ramo  $ij$ ;
- $n_{ij}^0$  – número de linhas existentes no ramo  $ij$ ;

- $\bar{n}_{ij}$  – número máximo de linhas que podem ser adicionadas ao ramo  $ij$ ;
- $\alpha$  – fator para compatibilizar as unidades de custos com cortes de carga;
- $r_k$  – corte de carga na barra  $k$ ;
- $r$  – vetor dos cortes de carga nas barras;
- $S$  – matriz incidência nó-ramo;
- $f$  – vetor dos fluxos de potência ativa nos ramos;
- $f_{ij}$  – fluxo de potência ativa no ramo  $ij$ ;
- $\bar{f}_{ij}$  – fluxo máximo de potência ativa no ramo  $ij$ ;
- $g$  – vetor das gerações de potência ativa;
- $d$  – vetor das demandas de potência ativa.

A formulação (1) apresenta como resultado o(s) melhor(es) plano(s) de expansão do sistema de transmissão, definido(s) pelas variáveis  $n_{ij}^*$  (valores ótimos das variáveis  $n_{ij}$ ), tendo como ponto de partida o sistema existente, especificado pelas variáveis  $n_{ij}^0$ .

Desta forma, é possível obter um plano de expansão em etapas realizando a otimização ano após ano, ou seja, realiza-se a expansão do ano zero para o ano 1, com o resultado ótimo do ano 1 se expande para o ano 2 e assim sucessivamente. Obviamente, quando analisados todas as etapas simultaneamente, a solução assim obtida pode não ser ótima pois foi obtida sempre com a visão de curto prazo.

### 2.2 – Planejamento em múltiplos estágios

Na representação em múltiplos estágios foram acrescentados o índice  $t$ , para indicar o ano de instalação do equipamento, e o fator de desconto  $d^t$ , para representar a economia que significa o adiamento dos investimentos. Com isto, o problema do planejamento dinâmico da expansão de sistemas de transmissão, utilizando o modelo de transportes, é dado por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } v = \sum_{t=1}^T \delta^t \left[ \sum_{i,j} c_{ij} n_{ij}^t + \alpha \sum_k r_k^t \right] \\ \text{s.a. } Sf^t + g^t + r^t = d^t \quad t = 1, 2, \dots, T \\ |f_{ij}^t| \leq \left( \sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) \bar{f}_{ij} \quad t = 1, 2, \dots, T \\ 0 \leq r^t \leq d^t \quad t = 1, 2, \dots, T \\ 0 \leq g^t \leq \bar{g}^t \quad t = 1, 2, \dots, T \\ n_{ij}^t \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T \\ \sum_{t=1}^T n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij} \\ n_{ij}^t \text{ inteiro} \quad t = 1, 2, \dots, T \\ f_{ij}^t \text{ irrestrito} \quad t = 1, 2, \dots, T \end{array} \right. \quad (2)$$

onde:

- $n_{ij}^t$  – número de linhas adicionadas ao ramo  $ij$  no instante  $t$  (além das existentes na configuração inicial e das adicionadas nas etapas anteriores)

3

- $r_k^t$  – corte de carga na barra  $k$  no instante  $t$ ;
- $r^t$  – vetor dos cortes de carga nas barras no instante  $t$ ;
- $f^t$  – vetor dos fluxos de potência ativa nos ramos no instante  $t$ ;
- $f_{ij}^t$  – fluxo de potência ativa no ramo  $ij$  no instante  $t$ ;
- $g^t$  – vetor das gerações de potência ativa no instante  $t$ ;
- $d^t$  – vetor das demandas de potência ativa no instante  $t$ ;
- $T$  – número de estágios considerados.

Nesta formulação, os diversos estágios estão inter-relacionados por intermédio da variáveis  $n_{ij}^t$ , através das restrições  $|f_{ij}^t| \leq \left( \sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) \bar{f}_{ij}$  e  $\sum_{t=1}^T n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}$ , não podendo, portanto, ser subdividido em  $T$  subproblemas independentes.

### 3.0 – DECOMPOSIÇÃO DO PROBLEMA

Através da decomposição de Benders [2,3], o problema do planejamento da expansão do sistema de transmissão pode ser separado em dois subproblemas, resolvidos de modo sucessivo e iterativo: no primeiro decide-se a respeito das variáveis de investimento; no segundo determina-se a melhor forma de operar a rede, utilizando os recursos escolhidos anteriormente. No caso do sistema elétrico ser representado pelo modelo de transportes, pode-se garantir que as soluções assim obtidas são ótimos globais.

Quando o planejamento é executado em um único estágio, de acordo com a formulação (1), tem-se um Subproblema de Investimento e um Subproblema de Operação, conforme ilustra a Figura 1, onde  $\beta$  aparece como consequência da decomposição e  $\pi_{ij}^v$  são os multiplicadores de Lagrange das restrições  $|f_{ij}^v| \leq (n_{ij}^v + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}$ , obtidos na iteração  $v$  do processo iterativo, após a solução de cada Subproblema de Operação [2,3]. As restrições que aparecem no Subproblema de Investimento são denominadas cortes de Benders e são obtidas ao longo do processo iterativo, com informações oriundas da solução do Subproblema de Operação ( $w^v$  e  $\pi_{ij}^v$ ) que, por sua vez, recebe informação da solução do Subproblema de Investimento ( $n_{ij}^v$ ).

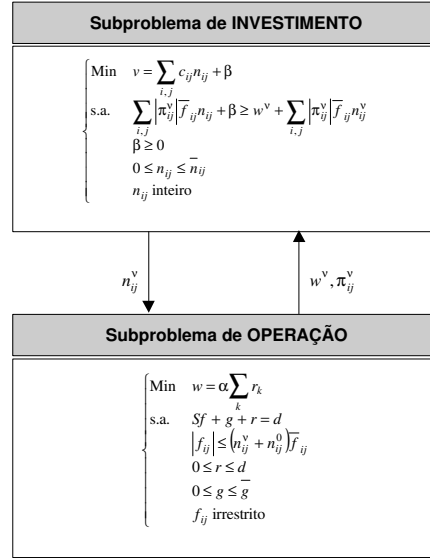


FIGURA 1 – Decomposição do planejamento em um estágio.

De uma maneira geral, cada um dos Subproblemas mostrados na Figura 1 é menor do que o problema original no número de variáveis e de restrições mas, com a divisão, a quase totalidade do esforço computacional concentra-se na solução do Subproblema de Investimento, que é um problema de Programação Inteira (PI), pois, o Subproblema de Operação é um simples problema de Programação Linear (PL). Desta forma, a eficiência desta metodologia está fortemente relacionada com o número de vezes que o Subproblema de Investimento inteiro precisa ser resolvido para a obtenção do resultado final.

Com a finalidade de reduzir o número de soluções de PIs, pode-se resolver o problema em fases [3], nas quais a modelagem, inicialmente relaxada, converge sucessivamente para a representação desejada. Para o modelo de transportes, o processo pode ser dividido em apenas duas fases:

*Fase I – Adições contínuas:* Nesta fase, as variáveis de investimento são consideradas contínuas e o Subproblema de Investimento transforma-se em um PL. Os corte de Benders assim produzidos são aproveitados para a fase seguinte.

*Fase II – Adições inteiras:* Nesta fase, é restabelecida a natureza inteira das variáveis de investimento. O processo inicia pela solução do Subproblema de Investimento (inteiro) considerando os cortes de Benders gerados na fase anterior.

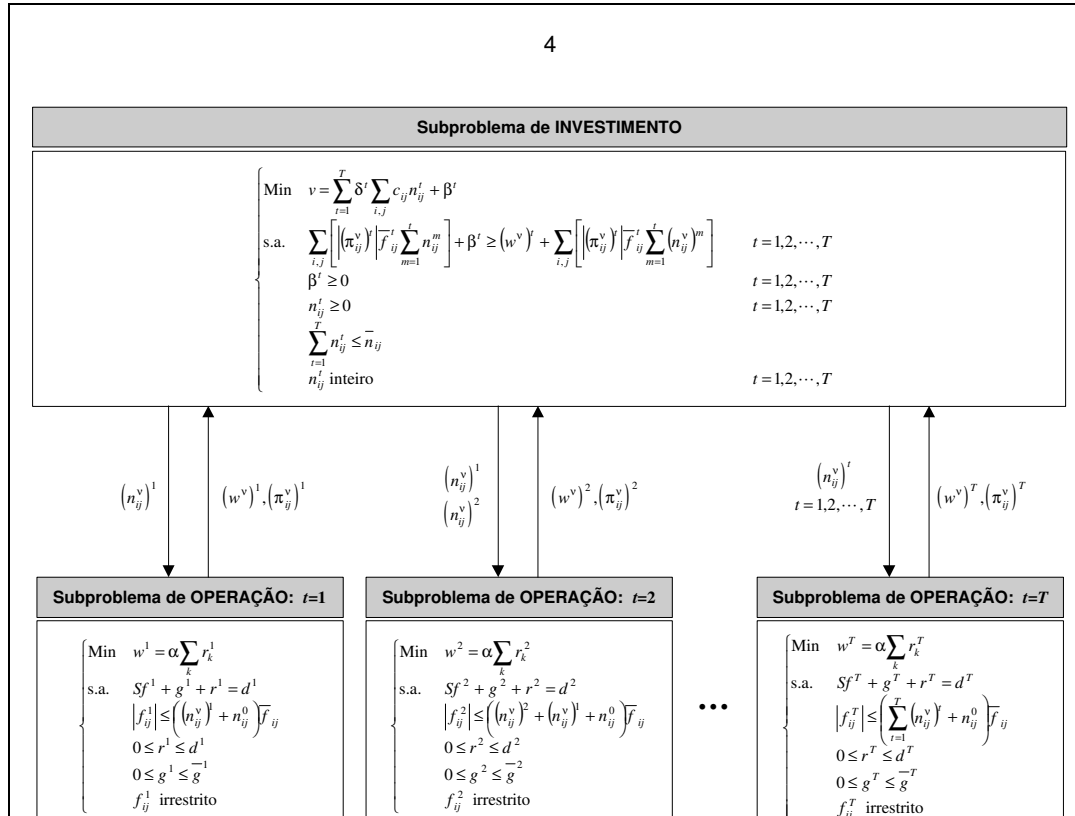


FIGURA 2 – Decomposição do planejamento em múltiplos estágios.

Quando o planejamento considera múltiplos estágios simultaneamente, através da formulação (2), tem-se um Subproblema de Investimento, que gerencia todas as variáveis de investimento, e diversos Subproblemas de Operação, um para cada estágio considerado, conforme ilustra a Figura 2. Cada um dos Subproblemas de Operação fornece, para o Subproblema de Investimento, as informações referentes ao seu respectivo estágio, ou seja,  $(w^v)^t$  e  $(\pi_{ij}^v)^t$ , para o estágio  $t$ . Estes subproblemas serão, posteriormente, informados das decisões de investimento pertinentes, ou seja,  $(n_{ij}^v)^m$ ,  $m = 1, 2, \dots, t$  para o estágio  $t$ .

Da mesma forma que o problema de planejamento em um estágio pode ser resolvido em fases sucessivas, o planejamento em múltiplos estágios também pode ser resolvido em etapas. A forma mais direta de implementar isto é a divisão do problema em duas fases como anteriormente. Entretanto, existem outras alternativas mais interessantes, como a seguinte:

**Fase I – Problemas independentes e adições contínuas:**  
Nesta fase, cada um dos estágios é resolvido independentemente dos demais e constitui um

problema de planejamento em um estágio onde as variáveis de investimento são consideradas contínuas. Os cortes de Benders produzidos em cada um dos problemas, referentes aos estágios, são aproveitados para a fase seguinte.

**Fase II – Problema multi-estágio e adições contínuas:**  
Com os cortes produzidos nos problemas referentes a cada um dos estágios da fase anterior, constrói-se um único Subproblema de Investimento, ainda com variáveis contínuas, que interage com todos os Subproblemas de Operação.

**Fase III – Problema multi-estágio e adições inteiras:**  
Com os cortes produzidos nas fases anteriores, constrói-se um único Subproblema de Investimento, com variáveis inteiras, que interage com todos os Subproblemas de Operação.

Para cada um dos estágios é possível, ainda, considerar diversos níveis de carregamento do sistema elétrico (carga leve, média e pesada). Isto é feito através da substituição do Subproblema de Operação único de cada estágio por um conjunto de subproblemas cuja combinação, devidamente ponderada pela duração de

cada nível de carga, passa a representar o referido estágio. Este conjunto de subproblemas passa a interagir com o Subproblema de Investimento da mesma forma que o subproblema único interagira anteriormente, continuando válida a divisão em fases já detalhada.

Na implementação computacional foi empregada a solução em três fases descrita. Todos os PLs foram resolvidos por intermédio do programa MINOS 5.4 [7], inclusive aqueles originados durante a solução dos PIs (referentes aos Subproblemas de Investimento da Fase III), que utilizou um algoritmo de “Branch and Bound” no qual tanto a seleção da variável de separação quanto a escolha do próximo nó foi feita utilizando-se pseudo-custos [8].

4.0 – EXEMPLOS

A metodologia descrita foi aplicada a dois sistemas diferentes. O primeiro é um sistema teórico utilizado para mostrar as diferenças entre os modelos dinâmico e estático. O segundo é um sistema real e tem por objetivo mostrar a aplicação de tal formulação a um sistema de médio porte.

4.1 – Sistema de três barras

Para ilustrar a diferença que existe entre o planejamento da expansão considerando os múltiplos estágios de forma sucessiva (um estágio após o outro) ou simultânea (planejamento dinâmico), foi utilizado o sistema de 3 barras e duas linhas da Figura 3.

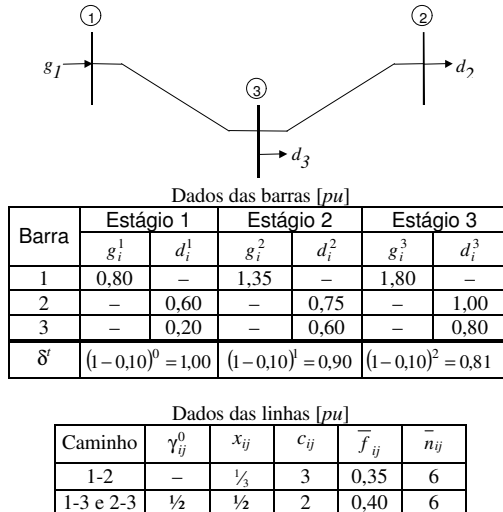


FIGURA 3 – Sistema de 3 barras.

Utilizando a formulação (1) para realizar a expansão de um estágio para o outro em seqüência (0-1, 1-2 e 2-3) e também do caso base para cada um dos estágios. Os resultados da Tabela 1 indicam que na expansão seqüencial foram instaladas 5 linhas (duas na expansão do caso base para o Estágio 1, duas na expansão do Estágio 1 para o 2 e uma na expansão 2-3) com um custo total de 11 unidades de custo, cujo valor presente corresponde a 10,03 unidades. O resultado final, assim obtido, é diferente do encontrado na expansão direta do caso base para o Estágio 3 (coluna 0-3 da Tabela 1) onde o número e o custo total das linhas instaladas é inferior. Neste caso particular, o resultado da expansão direta 0-3 é melhor do que o obtido seqüencialmente pois além de atender às restrições dos Estágios 1 e 2 seu custo é inferior, mesmo que todo o investimento seja realizado no Estágio 1. No caso geral, no entanto, o resultado da expansão direta, embora atenda otimamente às exigências do último estágio pode não atender, sequer, às restrições dos estágios intermediários. Além disto, o custo de implementação em estágios, do resultado final desta expansão direta, pode ser maior do que o custo da expansão seqüencial.

TABELA 1 – Expansão em um estágio

Resultado Obtido	Estágio: inicial-horizonte					
	0-1	1-2	2-3	Total (0-1-2-3)	0-2	0-3
$n_{12}$	—	—	1	1	1	2
$n_{13}$	1	2	—	3	2	2
$n_{23}$	1	—	—	1	—	—
$v$ [pu]	4	4	3	11	7	10
$v \times \delta'$ [pu]	4	3,6	2,43	10,03	—	—

A otimização da expansão pelo período que corresponde aos três estágios do sistema de três barras da Figura 1, mostrada na Tabela 2, foi obtida utilizando-se a formulação (2).

TABELA 2 – Expansão em múltiplos estágios

Resultado Obtido	Estágio de instalação			
	1	2	3	Total
$n_{12}$	1	—	1	2
$n_{13}$	1	1	—	2
$n_{23}$	—	—	—	—
$v$ [pu]	5	2	3	10
$v \times \delta'$ [pu]	5	1,8	2,43	9,23

Para este exemplo, o total instalado corresponde ao valor obtido quando realizada a expansão direta do caso base para o último estágio (vide Tabela 1, coluna 0-3). Entretanto, deve-se observar que a formulação (2) fornece, além das informações de quantidade e localização o estágio no qual cada um dos investimentos deve ser realizado visando minimizar o valor presente do investimento total. Desta forma, o

investimento total foi reduzido de 10,03 para 9,23 unidades, mesmo que, no primeiro estágio, o investimento tenha aumentado de 4 para 5 unidades. Isto reforça a tese de que a seleção dos investimentos seja realizada com visão de longo prazo e não, exclusivamente, motivada pela visão míope de curto prazo.

#### 4.2 – Sistema Sul Brasileiro - 1980

Os dados do sistema Sul Brasileiro de 1980 estão disponíveis em [3] e já foram largamente utilizados em testes apresentando dois conjuntos conhecidos de soluções, apresentados na Tabela 3, um para o caso onde é permitido o redespacho dos geradores e outro para o caso em que a injeção dos geradores é fixada.

TABELA 3 – Sistema Sul: expansão em um estágio

Extremos da LT	Custo US\$ 10 <sup>3</sup>	Com Redespacho	Sem Redespacho	
			Solução 1	Solução 2
14-22	5712		1	1
33-34	8288	1		
18-19	8178			1
20-21	8178	2	2	1
42-43	8178	1	2	2
5-11	6167	2	2	2
25-32	37109		1	1
31-32	7052		1	1
28-31	7819		1	1
11-46	8178	1	1	1
24-25	8178		2	2
$v$ [US\$10 <sup>3</sup> ]		53334	127272	

O problema formulado considerou dois estágios sucessivos sendo o primeiro representado pela rede com opção de redespacho. A taxa de desconto adotada para o segundo estágio foi de 0,9.

TABELA 4 – Sistema Sul: expansão multi-estágio

Extremos da LT	Solução 1			Solução 2		
	Est. 1	Est. 2	Total	Est. 1	Est. 2	Total
14-22		1	1		1	1
18-19					1	1
20-21	1	1	2	1		1
42-43	1	1	2	1	1	2
5-11	2		2	2		2
25-32	1		1	1		1
31-32		1	1		1	1
28-31		1	1		1	1
11-46	1		1	1		1
24-25	1	1	2	1	1	2
$v$	82155	45117	127332	82155	45117	127332
$v \times \delta^t$	82155	40605,3	122760,3	82155	40605,3	122760,3

Para este caso, o limite superior óbvio de investimento seria realizar no primeiro estágio todos os investimentos previstos na solução com redespacho e,

no segundo estágio, os investimentos que faltam para completar qualquer uma das soluções sem redespacho ( $53334 + 0,9 \times 82226 = 127337,4$ ). Quando considerados os dois estágios simultaneamente, são obtidas as duas soluções da Tabela 4. Pode-se observar que embora o investimento inicial seja maior (82155 contra 53334), o valor presente do investimento total (122760,3) é inferior ao valor obtido quando esta expansão é realizada de modo seqüencial (127337,4).

#### 5.0 – CONCLUSÕES

Os resultados apresentados permitem verificar a diferença entre a otimização da expansão combinada dos diversos estágios simultaneamente e a expansão seqüencial ano após ano. Embora a dimensão do problema de investimento seja ampliada, o problema completo se caracteriza por não apresentar diferenças tão grandes de um estágio para o outro como ocorre no planejamento de longo prazo. O resultado disto é que o número de investimentos realizados em cada estágio é bem menor do que quando à rede atual é imposta a demanda de um futuro muito distante, situação em que a solução do problema inteiro tende a ser mais difícil. Por outro lado, a possibilidade de iniciar a solução do problema relaxando as restrições de integralidade, também apresentou-se como boa alternativa para reduzir o esforço computacional.

#### 6.0 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. Monticelli e outros. "Interactive transmission network planning using a least effort criterion". *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, 101(10):3919–3925, October 1982.
- [2] M. V. F. Pereira e outros. "Composite generation-transmission expansion planning". Relatório Técnico EL-5179, EPRI, June 1987. Project 2473-9.
- [3] R. Romero e A. Monticelli. "A hierarchical decomposition approach for transmission network expansion planning". *IEEE Trans. Power Systems*, 9(1):373–380, February 1994.
- [4] R. Romero, R. A. Gallego e A. Monticelli. "Transmission system expansion planning by simulated annealing". *IEEE Trans. Power Systems*, 11(1):364–369, February 1996.
- [5] R. A. Gallego, A. Monticelli e R. Romero. "Transmission system expansion planning by genetic algorithm". *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, 145(3):329–335, May 1996.
- [6] H. Rudnick e outros. "Economically adapted transmission systems in open access schemes – application of genetic algorithms". *IEEE Trans. Power Systems*, 11(3):1427–1440, August 1996.
- [7] B. A. Murtagh e M. A. Saunders. *MINOS 5.4 release notes*. Stanford University, Stanford, CA 94305-4022, December 1992.
- [8] J. M. Gauthier e G. Ribière. "Experiments in mixed-integer linear programming using pseudo-costs". *Mathematical Programming*, 12:26-47, 1977.



## B.3 Artigo IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution

### Branch and bound algorithm for transmission system expansion planning using a transportation model

S. Haffner, A. Monticelli, A. Garcia, J. Mantovani and R. Romero

*13/* **Abstract:** ~~The paper presents~~ a method for optimal transmission network expansion planning. The transmission network is modelled as a transportation network. The problem is solved using hierarchical Benders decomposition in which the problem is decomposed into master and slave subproblems. The master subproblem models the investment decisions and is solved using a branch-and-bound algorithm. The slave subproblem models the network operation and is solved using a specialised linear program. Several alternative implementations of the branch-and-bound algorithm have been tested. Special characteristics of the transmission expansion problem have been taken into consideration in these implementations. The methods have been tested on various test systems available in the literature. *ii) presente*

#### 1 Introduction

This paper is part of a more comprehensive research project which aims to study the allocation of transmission costs in emerging energy market environments. In this new environment a careful evaluation of alternative transmission expansion plans will be more important than ever. It has been recognised that the accurate determination of marginal costs has to take into account long-term effects, and among these, transmission expansion reinforcement plays a major role.

Ideally cost allocation can be performed more systematically when the problem is formulated as an optimisation problem. If only short-term effects are considered, this can be done modelling the network operation using an optimal power flow. To take into consideration the role of transmission network expansion, this problem would have to be modelled by an optimal transmission expansion model. In this model both operation and investment are considered in a multiyear expansion problem. Given the postulated investment up to a certain year, the operation problem can be solved using an optimal power flow. The investments themselves are treated by a separate optimisation problem.

This is an extremely complex problem for which there is no solution available in the literature. This paper discusses an extension of the hierarchical Bender decomposition approach which can be used to solve part of the overall problem described above, i.e. the static expansion subproblem. Static expansion allows moving from a given year to a future year; whereas dynamic expansion planning is the more general multiyear formulation. When the DC power

flow network model is used, known optimisation procedures are unable to produce optimal solutions for large networks such as those studied in [1, 2] since there is a large number of local optimal solutions, so that the chance of being trapped in one of them is very large. Hence, in this paper the transmission network is modelled as a transportation model, which has the benefit of turning the expansion problem into a convex problem for which an optimal solution can be found. The obvious disadvantage is that this type of network representation is not as accurate as the DC power flow model. Notwithstanding this fact, it is the authors belief that (1) the possibility of obtaining optimal solutions with the corresponding marginal cost is highly beneficial to further understanding the allocation of transmission costs, and (2) that better network representations can be introduced at a more advanced stage of the research.

#### 2 The transportation model

The transportation model was originally suggested by Garver [3]. This model is presented in the following with minor modifications:

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (1)$$

subject to

$$\begin{aligned} Sf + g &= d \\ |f_{ij}| &\leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \\ 0 &\leq g \leq \bar{g} \end{aligned}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ integer, } f_{ij} \text{ unbound } \forall (i, j) \in \Omega$$

where  $c_{ij}$ ,  $n_{ij}$ ,  $n_{ij}^0$ ,  $f_{ij}$  and  $\bar{f}_{ij}$  represent, respectively, the cost of a circuit addition to branch  $ij$ , the number of added circuits, the number of circuits in the basic configuration, the current power flow and the power flow limit;  $v$  is the cost of circuit additions,  $S$  is the node-branch incidence matrix,  $f$  is a vector of power flows with components  $f_{ij}$ ,  $g$  is the vector of generations with limit  $\bar{g}$ ,  $\bar{n}_{ij}$  is the maximum

© IEE, 2000

IEE Proceedings online no. 20000337

DOI: 10.1049/ip-gtd:20000337

Paper first received 11th June 1999 and in revised form 20th January 2000

S. Haffner, A. Monticelli and A. Garcia are with the Electric Energy Systems Department, University of Campinas, CP 6101, 13081-907 Campinas, SP, Brazil

J. Mantovani and R. Romero are with FEIS-UNESP, CP 31, 15385-000 Ilha Solteira, SP, Brazil

number of circuits that can be added to branch  $ij$ , and  $\Omega$  is the set of all branches in the network (including both new and existing right-of-ways).

The problem formulated in eqn. 1 is a mixed integer linear program for which it is possible to find an optimal solution by Benders decomposition (see the Appendix).

### 3 The hierarchical decomposition

The hierarchical method consists in solving the problem in two stages as indicated in Fig. 1. In the first stage Problem (eqn. 1) is solved relaxing the integrality constraints on variables  $n_{ij}$ ; this transforms Problem (eqn. 1) into a simple LP problem and both the investment and the operation subproblems are LPs. Hence, this stage is simple and fast. This stage is aimed at determining a set of Benders cuts and a relaxed solution for the original problem. Although approximate, these Benders cuts simplify the solution of the second stage. In the second stage the integrality constraints on variables  $n_{ij}$  are reintroduced into the problem (i.e. Problem (eqn. 1) is solved). In this stage the operation subproblem remains an LP program, whereas the investment subproblem becomes an integer program with a single continuous variable (see the Appendix, Section 11.1). The computational effort increases significantly since one has to solve an integer program at each iteration. The hierarchical methodology reduces this effort since the Benders cuts determined in the first stage are normally good approximations for the cuts of the unrelaxed problem.

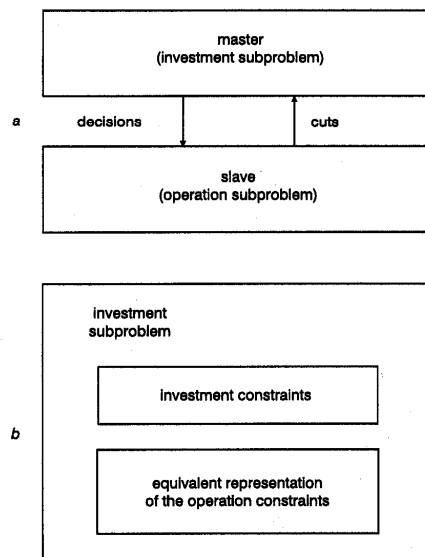


Fig. 1 Problem decomposition

In both stages of the hierarchical algorithm the Benders decomposition is used to transform the original problem into two subproblems: an investment subproblem and an operation subproblem as illustrated in Fig. 1a. These two subproblems exchange information during the solution process: the master informs the slave about the investment decisions (increases in transmission capacity), and the slave informs the master about additional transmission capacity needs by means of Benders cuts. For each transmission expansion alternative offered by the master, the slave runs a linear optimal power flow that minimises the use of fictitious generators (loss of load) to meet the demand with no

operation limit violations. A solution is sought that allows dispatch without loss of load (i.e. there is no need for fictitious generators). If this is not possible, information should be sent to the master, via Benders cuts, concerning investment needs as illustrated in Fig. 1a. These cuts are added to the master as additional constraints and force investments that hopefully will meet the operational needs of the slave.

As indicated in Fig. 1b, the master is subject to two types of constraints: (a) constraints on the investment variables, such as the maximum number of circuits which can be added in a given right-of-way; and (b) an equivalent representation of the operation constraints, which includes a set of Benders cuts and other types of simplified information about the power grid. Certain *ad hoc* rules such as *the addition of a circuit requires the simultaneous addition of other circuits to form a connected path*, are also used to guide the investment process. The point is, the more the master knows about the operation of the power grid, the better will be the investment decisions, and the faster the convergence to the optimal solution.

Solving the master in a single stage as indicated in Fig. 1a takes excessive computing time. Previous experience with the hierarchical Benders decomposition [1] has proven that it is a simple, effective way to make this hard combinatorial problem more computationally amenable. In this approach the master is decomposed into two phases which are solved alternately by Benders decomposition until convergence is attained:

*Phase I: Continuous circuit additions.* In this case the integrality constraints on the decision variables  $n_{ij}$  are relaxed. The resulting investment subproblem is then solved at turns with the corresponding operation subproblem. Both subproblems are formulated as LP programs, and the optimal solution of the relaxed problem as well as the corresponding Benders cuts are passed on to Phase II.

*Phase II: Discrete circuit additions.* In this phase the integrality constraints on the decision variables are reintroduced, which turns the master into a mixed-integer linear program. This problem is then solved by a new branch-and-bound algorithm.

### 4 The branch-and-bound algorithm

The summary of the branch-and-bound algorithm presented in this Section draws upon [4–7].

#### 4.1 Basics [5]

The branch-and-bound algorithm implicitly or explicitly enumerates all feasible integer solutions. This guarantees that all optimal solutions can be found. As with other mixed-integer approaches, the algorithm works in three stages: separation, relaxation and fathoming. By separation the investment problem ( $P$ ) is partitioned into  $q$  subproblems ( $P^1, \dots, P^q$ ) subject to the following conditions:

(S1) Each feasible solution of ( $P$ ) is the solution of only one of the subproblems ( $P^i$ ).

(S2) Each feasible solution of any subproblem ( $P^i$ ) is also a feasible solution of ( $P$ ).

These conditions guarantee that the set of feasible solutions of each descendant subproblem ( $P^i$ ) is a partition of the set of feasible solutions of ( $P$ ). While the solution of ( $P$ ) is not possible, the problem is branched into two or more descendants which are maintained in a list of candidates. Candidate problems are selected from the list and a solution is attempted. If a solution is not possible the problem is branched as above; otherwise the problem is solved and a new solution is found; the cost of this solution is compared

with the cost of the incumbent solution, which is the best feasible solution so far. If the cost of the newly found solution is smaller than the cost of the incumbent, the newly found solution then becomes the new incumbent. Next, a new candidate is selected from the list. This process is repeated until no candidate is left on the list.

Branching is normally performed based on contradictory constraints. Thus, from the original problem (node 0) two nodes are generated (nodes 1 and 2). These nodes can be branched again yielding a tree. Each node corresponds to a subproblem. As one moves down the tree, more decisions are taken about constraints.

Relaxation consists in temporarily ignoring certain constraints to make the problem easier to solve. The condition to be satisfied is that the solution of the original problem ( $P$ ) is contained in the set of feasible solutions of the relaxed problem ( $P_R$ ). This implies the following:

(R1) If ( $P_R$ ) has no feasible solution the same is valid for ( $P$ ).

(R2) The minimum value of ( $P$ ) is not less than that of ( $P_R$ ).

(R3) If an optimal solution of ( $P_R$ ) is a feasible solution of ( $P$ ), then it is also an optimal solution of ( $P$ ).

Another example of relaxation is the transformation of a mixed-integer linear program into a linear one by relaxing the integrality constraints, as discussed above.

In searching the list of candidate problems, one has to sort out those that are promising from others that cannot lead to an optimal solution. The latter are discarded. If a subproblem is discarded so are all its descendants. This happens if:

(FC1) The relaxed candidate problem ( $CP_R$ ) is unfeasible. (According to (R1), this means that the candidate problem ( $CP$ ) is unfeasible.)

(FC2) The cost of the optimal solution of the relaxed candidate problem ( $CP_R$ ) is greater than the cost of the incumbent solution.

(FC3) An optimal solution of the relaxed problem ( $CP_R$ ) is a feasible solution of ( $CP$ ). In this case, according to (R3), it is also an optimal solution of ( $CP$ ), and, according to (S2) it is also a feasible solution in ( $P$ ). This solution becomes the new incumbent if its cost is lower than that of the incumbent.

In the transmission expansion planning problem, the number of integer variables is given by the number of candidate circuit additions. As mentioned above, a relaxed problem from which the integrality constraints are removed, is solved first. The relaxed solution to this problem normally contains several fractional circuit additions. One of these variables is selected at each node of the decision tree to be made integer by the branching process (separation). Branching generates two (or more) descendant subproblems in which one additional constraint is added corresponding to the decision variable that is being separated. Hence, as one moves down the search tree, more decisions about the investment variables are taken.

#### 4.2 General algorithm [6, 7]

The branch-and-bound algorithm used to solve the investment subproblem is summarised as below:

1. Initialisation: set  $v = 1$ , define an initial incumbent solution, and initialise the list of candidate problems with the original problem ( $P$ ).

2. Stopping criterion: if the candidate list is empty, then the incumbent is an optimal solution to ( $P$ ); otherwise, move to the next step.

3. Candidate selection: select a candidate problem from the list according to the criteria discussed below. Solve the corresponding relaxed LP problem ( $CP_R^k$ ) and store the optimal solution with a lower bound for all its descendants,  $z_{inf}^k = z_{(CP_R^k)^*}$ .

4. Fathoming: the candidate subproblem ( $CP^k$ ) is fathomed if one of the following conditions is met:

(a) ( $CP_R^k$ ) is infeasible.

(b) Bounding:  $z_{inf}^k > z^*$ , where  $z^*$  is the cost of the incumbent.

(c) If the optimal solution of ( $CP_R^k$ ) is integer, i.e. it is a feasible solution of ( $CP^k$ ), and if its cost is smaller than the cost of the incumbent, then it becomes the new incumbent, and  $z^* = z_{inf}^k$  will be the new bound.

The bounding performed in 4(b) has to be updated at this point, since additional fathoming may occur in view of the new bound. If the candidate subproblem ( $CP^k$ ) is fathomed, go to Step 2; otherwise,

5. Separation (branching): select one of the still undecided variables of the candidate problem ( $CP^k$ ) for separation; these are integer variables temporarily assuming a fractional value. Let  $n_j$  be the selected decision variable, and let  $n_j^*$  be its fractional value. The two descendants of ( $CP^k$ ) are:

$$(CP^{\nu+1}) : n_j \leq [n_j^*]$$

$$(CP^{\nu+2}) : n_j \geq [n_j^*] + 1$$

where  $[n_j^*]$  is the largest integer of  $n_j^*$ .

Update  $v = v + 2$  and go to Step 3.

Two selections have to be made in the above branch-and-bound algorithm: (a) the selection of the next candidate from the list of candidate subproblems, and (b) the selection of the next variable to be declared (separation or branching). The way these selection are performed may dramatically affect the performance of the algorithm. Thus, selection methods are discussed in the following.

#### 4.3 Selecting a candidate from the list [6, 7]

Although there is no general rule to find a candidate that will lead to an optimal solution in a minimum number of steps, there are some empirical rules that may help identify promising candidates. For example, the LIFO rule (last in first out) encourages a deep first search, in which the descendant subproblem is solved from the solution of the parent subproblem, thus reducing the need to store information about the candidate subproblems.

Alternatively, there are methods based on estimates of the objective function to select promising candidates. This type of rule minimises the number of problems to be analysed, although it also increases the need for storing information about the candidates that remain in the list, in addition to increasing the computational effort due to the fact that there is no direct connection between two subproblem solved in a sequence, as happens with the LIFO approach. Pseudocosts can be used to obtain such estimates:

$$E^j = F^j + \sum_{i \in I} \min(P_i^- f_i^j, P_i^+(1 - f_i^j)) \quad (2)$$

where  $F^j$  is the lower bound for the investment of subproblem ( $CP^j$ ),  $I$  is a set of integer variables of problem ( $P$ ),  $P_i^-$  and  $P_i^+$  are pseudocosts representing the reduction and the increase of the  $i$ th variables, respectively, and  $f_i^j = n_i^j - [n_i^j]$  is the fractional part of  $n_i^j$ .

A combination of the two approaches above can be used. In this case selection is made according to the best cost estimate until the number of candidates maintained in the list reaches a certain limit; then selection utilises the LIFO approach until there is room enough to add new candidates to the list, when selection is again made by the estimated cost criterion.

**4.4 Selecting a variable for separation – branching [6, 7]**

When the relaxed candidate subproblem ( $CP_R^j$ ) has more than an integer variable with a fractional value, one of them is selected for separation, i.e. one of them will be rounded off to the nearest integer, yielding two descendant subproblems. The choice of this variable has an effect on the number of descendants to be further analysed, and thus has an impact on the overall performance of the algorithm. As with the selection of candidate subproblems, discussed above, the selection of variables is made using empirical methods. A very simple alternative consists in selecting the variable to be declared next according to the coefficients of the objective function. A more elaborate alternative consists in selecting the variable leading to the largest estimated increase of the objective function, which can be done using the following:

$\max_i \{ \max(P_i^- f_i^j, P_i^+ (1 - f_i^j)) \}$ : in this case the variable that yields the largest increment in the objective function is selected. This criterion aims at yielding a subproblem that can be fathomed.

$\max_i \{ \min(P_i^- f_i^j, P_i^+ (1 - f_i^j)) \}$ : in this case the variable is selected such that the smallest variation is maximum. This criterion favours both descendants helping in fathoming the current candidate subproblem.

Finally, it is worth mentioning that selection can also be made based on specific features of the problem being solved. As with the selection of candidate problems from the list, hybrid approaches can be used that combine features of the methods discussed above.

**4.5 Pseudocosts [7]**

One possible approach to the selection of candidate subproblems and of variables to be separated is based on the evaluation of pseudocosts. The pseudocost associated with an integer variable  $n_i$  is given by the rate of increase of the optimal objective of the corresponding relaxed subproblem with respect to a unit of variation of the integer variable.

$$P_i^- = \frac{z_{LP}^{j-} - z_{LP}^j}{f_i^j} \quad \text{and} \quad P_i^+ = \frac{z_{LP}^{j+} - z_{LP}^j}{1 - f_i^j} \quad (3)$$

where  $z_{LP}^j$  is the optimal objective of the relaxed subproblem ( $CP_R^j$ ),  $z_{LP}^{j-}$  and  $z_{LP}^{j+}$  are the optimal objectives of the descendants of ( $CP_R^j$ ), corresponding to the reduction and the increase of  $n_i$ , respectively. The computation of the exact values of these pseudocosts would require the solution of two LPs. Alternatively, approximate values for the pseudocosts can be obtained as follows:

(a) Before branching and fathoming, the pseudocosts of the variables presenting fractional values are calculated explicitly or initialised with the corresponding coefficients of the objective function.

(b) After branching, the respective pseudocosts (increased/reduced) are updated.

**5 Additional constraints**

The strategies for selecting candidate subproblems and for choosing the next variable to be declared discussed above

are generic, in the sense that they can be used for a variety of problems. In this Section the introduction of specific knowledge about the problem to improve the algorithm efficiency is discussed. Special knowledge is introduced into the problem as additional constraints and is aimed at improving fathoming.

In the transmission expansion planning problem there are several characteristics that can be used to this end, such as: (1) store good integer solutions obtained for a master subproblem to be used later on as initial incumbents; (2) try to find all alternative optimal solutions with the corresponding Benders cuts; and (3) produce special constraints which are relaxed in the main problem but that can improve the solution process for subproblems. Constraints generation can be related to (a) the addition of new paths (paths are formed by transformers and circuits to produce a connected link between two nodes [8]), and (b) the addition of fencing constraints (these constraints restrict the demand/generation of supernodes formed by one or more nodes [9], as illustrated in Fig. 3).

Constraints on new paths [8] are formed by two or more circuits or transformers connected in series representing a valid investment and creating a connected path between two nodes of the power grid. In the transmission expansion planning problem, building such paths is the more difficult part of the problem. By comparison, problems involving only single circuit paths and parallel additions are relatively easy to solve. The simplest case of a path is represented in Fig. 2. For the two circuits in the figure, the following two constraints can be imposed:

$$4n_{46-6} - n_{6-5} \geq 0 \quad (4)$$

$$n_{6-5} - n_{46-6} \geq 0 \quad (5)$$

where  $n_{46-6}$  and  $n_{6-5}$  are integers. The constraints eqns. 4 and 5 are apparently trivial since they simply say both variables should be equal to zero, or, if  $n_{46-6} = 1$  then necessarily  $n_{6-5} \in \{1, 2, 3, 4\}$ . Obviously,  $n_{46-6}$  can assume other values, but if so  $n_{6-5}$  will change according to the above constraints.

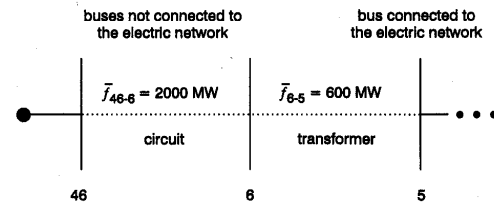


Fig.2 Addition of a new path

The path constraints play a role in complementing the information contained in Benders cuts. If only the cuts are present in the investment subproblem, it may happen that the master will invest in such a way that constraints of the type eqns. 4 and 5 are violated, with a consequent unnecessary increase in the number of iterations between master and slave subproblems. Moreover, the addition of these constraints normally improves fathoming, since they increase the value of the lower bound corresponding to a candidate subproblem. Hence, these constraints reduce both the number of master/slave iterations and the number of LP iterations to solve a master subproblem.

Fencing constraints [9], on the other hand, are generalisations of the Kirchhoff Current Law, KCL. Fig. 3 illustrates the use of a fence around node 6 and another around nodes 4 and 6, for the initial configuration of the Garver

system [3]. As the transmission capacity of the circuits that can be added between node 6 and the rest of the network is of 100MW, the transmission deficit can be represented by the following fencing constraint:

$$n_{16} + n_{26} + n_{36} + n_{46} + n_{56} \geq 6 \quad (6)$$

With moderate computational effort, fencing constraints of various types can be generated. In the research reported in this paper three types of fencing constraints have been considered: (a) fences encircling a single node as in the example above; (b) fences encircling one bus and a neighbouring bus; and (c) fences encircling a bus and its entire neighbourhood.

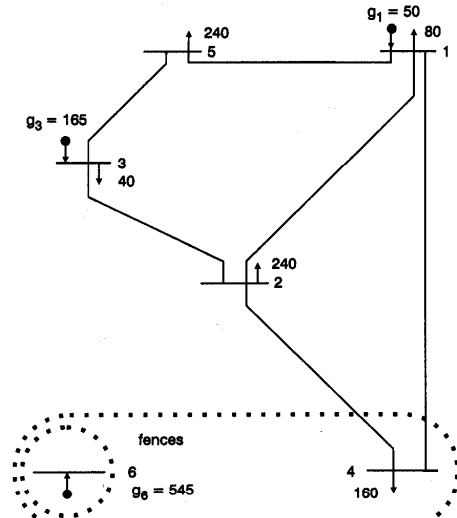


Fig. 3 Basic configuration of the Garver network with two examples of fences

6 Implementation details

At this point the basic structure of the proposed hierarchical algorithm can be summarised:

1. Initialise the investment variables  $n_{ij} = 0$  and set  $Phase = 1$ .
2. Solve the operation subproblem for the current investment  $n_{ij}^k$ :
  - If loss of load is smaller than the target value  $\epsilon_w$ , set  $Phase = Phase + 1$  and go to Step 4;
  - Otherwise add a new Benders cut to the master.
3. Solve the master and determine the new investment level obtained after adding the new constraints in Step 2. Go to Step 2.
4. If  $Phase \leq 2$ , go to Step 2; otherwise, stop.

Remarks:

1. The MINOS package has been used to solve all the LP programs, i.e. the operation subproblem and the relaxed investment subproblem.
2. In Phase II the master finds all optimal solutions yielding alternative Benders cuts during the process, and occasionally global optimal points.
3. The master stores good integer solutions and in the subsequent calls those solutions which are still feasible are maintained and the best of them selected as initial incumbent solution.

4. The way the branch-and-bound algorithm has been coded facilitates tests of the different methods for selecting candidate subproblems from the list and selecting variables to be separated.

5. A specialised routine is used to find additional constraints from the network database.

7 Test results

Two examples are used in this Section to illustrate the performance of the proposed algorithm: Garver's six-bus network and the Southern Brazilian 46-bus network. All computations were performed in a SUN ULTRA 10 machine.

7.1 Garver six-bus network

All the data corresponding to this example can be found in [3]. The basic configuration is given in Fig. 3. Additional data are:  $\epsilon_w = 5MW$  and  $\alpha = 10$ . The case of planning without redispatch is considered (This is a more difficult case than the case in which redispatch is allowed.)

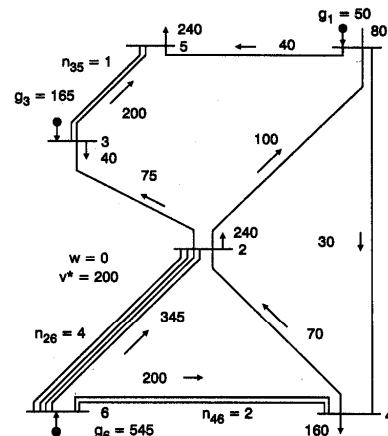


Fig. 4 Optimal solution for the Garver network

The proposed algorithm found five alternative solutions for this case, all with  $v = 200$ . One of the solutions is shown in Fig. 4. Table 1 summarises all five solutions. The solution shown in Fig. 4 also happens to be feasible if the DC power flow model is considered, whereas the other four solutions are infeasible for this model (which is expected to happen since the transportation model is a relaxed version of the DC model). Without considering fencing constraints, the algorithm took 121 LPs to find the optimal solutions; three Benders cuts were generated during Phase I, and a single call to the branch-and-bound algorithm was made during Phase II (0.1s of computation time). Pseudocosts have been used for selecting candidate subproblems and separation variables. When the fencing constraint option is activated, nine fences are created and the optimal solution is reached after 87 LPs, and no Benders cuts are generated.

Table 1: Optimal solutions obtained for the Garver network

No.	Added circuits				Inv. cost $v$
	$n_{15}$	$n_{26}$	$n_{35}$	$n_{46}$	
1	0	4	1	2	200
2	0	3	1	3	200
3	1	4	0	2	200
4	1	3	0	3	200
5	0	5	1	1	200

system [3]. As the transmission capacity of the circuits that can be added between node 6 and the rest of the network is of 100MW, the transmission deficit can be represented by the following fencing constraint:

$$n_{16} + n_{26} + n_{36} + n_{46} + n_{56} \geq 6 \quad (6)$$

With moderate computational effort, fencing constraints of various types can be generated. In the research reported in this paper three types of fencing constraints have been considered: (a) fences encircling a single node as in the example above; (b) fences encircling one bus and a neighbouring bus; and (c) fences encircling a bus and its entire neighbourhood.

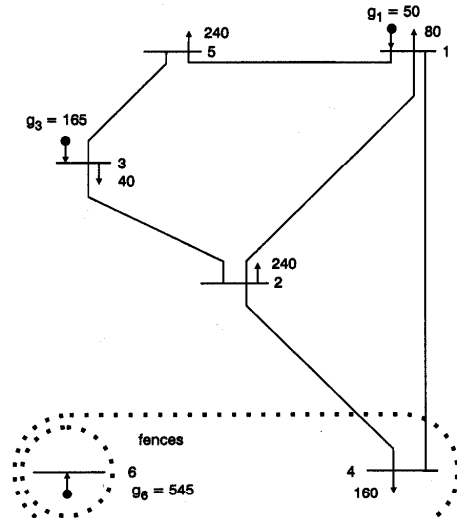


Fig. 3 Basic configuration of the Garver network with two examples of fences

6 Implementation details

At this point the basic structure of the proposed hierarchical algorithm can be summarised:

1. Initialise the investment variables  $n_{ij} = 0$  and set  $Phase = 1$ .
2. Solve the operation subproblem for the current investment  $n_{ij}^k$ :
  - If loss of load is smaller than the target value  $\epsilon_w$ , set  $Phase = Phase + 1$  and go to Step 4;
  - Otherwise add a new Benders cut to the master.
3. Solve the master and determine the new investment level obtained after adding the new constraints in Step 2. Go to Step 2.
4. If  $Phase \leq 2$ , go to Step 2; otherwise, stop.

Remarks:

1. The MINOS package has been used to solve all the LP programs, i.e. the operation subproblem and the relaxed investment subproblem.
2. In Phase II the master finds all optimal solutions yielding alternative Benders cuts during the process, and occasionally global optimal points.
3. The master stores good integer solutions and in the subsequent calls those solutions which are still feasible are maintained and the best of them selected as initial incumbent solution.

4. The way the branch-and-bound algorithm has been coded facilitates tests of the different methods for selecting candidate subproblems from the list and selecting variables to be separated.

5. A specialised routine is used to find additional constraints from the network database.

7 Test results

Two examples are used in this Section to illustrate the performance of the proposed algorithm: Garver’s six-bus network and the Southern Brazilian 46-bus network. All computations were performed in a SUN ULTRA 10 machine.

7.1 Garver six-bus network

All the data corresponding to this example can be found in [3]. The basic configuration is given in Fig. 3. Additional data are:  $\epsilon_w = 5MW$  and  $\alpha = 10$ . The case of planning without redispatch is considered (This is a more difficult case than the case in which redispatch is allowed.)

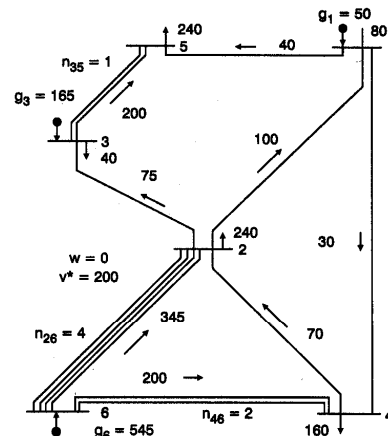


Fig. 4 Optimal solution for the Garver network

The proposed algorithm found five alternative solutions for this case, all with  $v = 200$ . One of the solutions is shown in Fig. 4. Table 1 summarises all five solutions. The solution shown in Fig. 4 also happens to be feasible if the DC power flow model is considered, whereas the other four solutions are infeasible for this model (which is expected to happen since the transportation model is a relaxed version of the DC model). Without considering fencing constraints, the algorithm took 121 LPs to find the optimal solutions; three Benders cuts were generated during Phase I, and a single call to the branch-and-bound algorithm was made during Phase II (0.1s of computation time). Pseudocosts have been used for selecting candidate subproblems and separation variables. When the fencing constraint option is activated, nine fences are created and the optimal solution is reached after 87 LPs, and no Benders cuts are generated.

Table 1: Optimal solutions obtained for the Garver network

No.	Added circuits				Inv. cost $v$
	$n_{15}$	$n_{26}$	$n_{35}$	$n_{46}$	
1	0	4	1	2	200
2	0	3	1	3	200
3	1	4	0	2	200
4	1	3	0	3	200
5	0	5	1	1	200

information that otherwise would be represented via Benders cuts.

**9 Acknowledgments**

This project was partly supported by FAPESP, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, and by CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. S. Haffner is on leave from Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, and gratefully acknowledges the support of CAPES.

**10 References**

- 1 ROMERO, R., and MONTICELLI, A.: 'A hierarchical decomposition approach for transmission network expansion planning', *IEEE Trans. Power Syst.*, 1994, 9, (1), pp. 373-380
- 2 PEREIRA, M.V.F., PINTO, L.M.V.G., OLIVEIRA, G.C., and CUNHA, S.H.F.: 'Composite generation-transmission expansion planning', EPRI-Research Project 2473-9, Stanford University, 1987
- 3 GARVER, L.L.: 'Transmission network estimation using linear programming', *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, 1970, 89, (7), pp. 1688-1697
- 4 TAHA, H.: 'Integer programming' (Academic Press, New York, 1975)
- 5 GEOFFRION, A.M., and MARSTEN, R.E.: 'Integer programming algorithms: a framework and state-of-the-art survey', *Manage. Sci.*, 1972, 18, (9), pp. 465-491
- 6 GAUTHIER, J.M., and RIBIÈRE, G.: 'Experiments in mixed-integer linear programming using pseudo costs', *Math. Program.*, 1977, 12, pp. 26-47
- 7 LINDEROTH, J.T., and SAVELSBERGH, M.W.P.: 'A computational study of search strategies for mixed integer programming', *INFORMS J. Comput.*, (to appear)
- 8 MONTICELLI, A., SANTOS, A., PEREIRA, M.V.F., CUNHA, S., PRAGA, J.G., and PARK, B.: 'Interactive transmission network planning using a least-effort criterion', *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, 1982, 101, (10), pp. 3919-3925
- 9 BALDWIN, C.J., SALVO, C.A., HOFFMAN, C.H., and KU, W.S.: 'A model for transmission planning by logic', *Trans. IEEE Power Appar. Syst.*, 1960, 78, (2), pp. 1638-1645

**11 Appendix**

**11.1 Problem decomposition**

The transmission network expansion planning problem formulated in eqn. 1, can be rewritten as follows:

$$\min \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} + \sum_i \alpha_i r_i \quad (7)$$

subject to

$$\begin{aligned} Sf + g + r &= d \\ |f_{ij}| &\leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \\ 0 &\leq g \leq \bar{g} \\ 0 &\leq r \leq d \\ 0 &\leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \end{aligned}$$

$$n_{ij} \text{ integer, } f_{ij} \text{ unbound } \forall (i, j) \in \Omega$$

Applying Benders decomposition the two following sub-problem result:

The Master subproblem:

$$\min \sum_{ij} c_{ij} n_{ij}^k + \beta \quad (8)$$

subject to

$$\begin{aligned} w^k + \sum_{i,j} \sigma_{ij}^k (n_{ij} - n_{ij}^k) &\leq \beta \\ \beta &\geq 0 \\ 0 &\leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\ n_{ij} &\text{ integer} \end{aligned}$$

where:

$$\sigma_{ij}^k = -|\pi_{ij}^k \bar{f}_{ij}|; \quad \pi_{ij}^k \geq 0$$

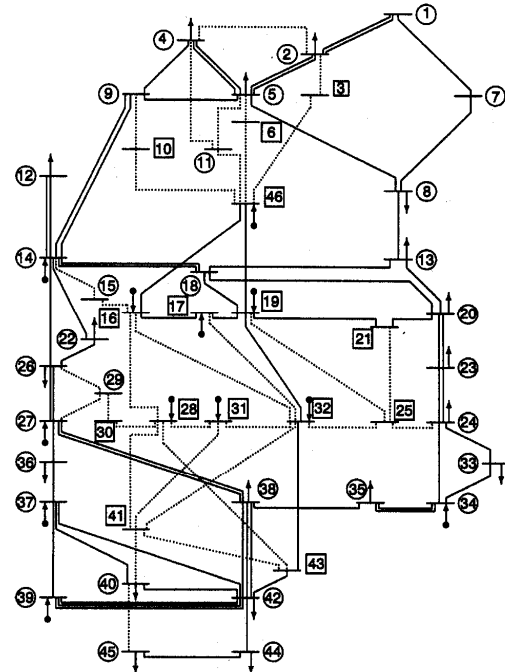


Fig.6 Basic configuration of the Southern 46-bus network  
 ● → generation  
 ○ → 230 kV  
 □ → 500 kV

Table 4: Generation and load data

Bus	Generation, MW		Load, MW	Bus	Generation, MW		Load, MW
	Maximum	Level			Maximum	Level	
1	0.0	0.0	0.0	24	0.0	0.0	478.2
2	0.0	0.0	443.1	25	0.0	0.0	0.0
3	0.0	0.0	0.0	26	0.0	0.0	231.9
4	0.0	0.0	300.7	27	220.0	54.0	0.0
5	0.0	0.0	238.0	28	800.0	730.0	0.0
6	0.0	0.0	0.0	29	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.0	30	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	72.2	31	700.0	310.0	0.0
9	0.0	0.0	0.0	32	500.0	450.0	0.0
10	0.0	0.0	0.0	33	0.0	0.0	229.1
11	0.0	0.0	0.0	34	748.0	221.0	0.0
12	0.0	0.0	511.9	35	0.0	0.0	216.0
13	0.0	0.0	185.8	36	0.0	0.0	90.1
14	1257.0	944.0	0.0	37	300.0	212.0	0.0
15	0.0	0.0	0.0	38	0.0	0.0	216.0
16	2000.0	1366.0	0.0	39	600.0	221.0	0.0
17	1050.0	1000.0	0.0	40	0.0	0.0	262.1
18	0.0	0.0	0.0	41	0.0	0.0	0.0
19	1670.0	773.0	0.0	42	0.0	0.0	1607.9
20	0.0	0.0	1091.2	43	0.0	0.0	0.0
21	0.0	0.0	0.0	44	0.0	0.0	79.1
22	0.0	0.0	81.9	45	0.0	0.0	86.7
23	0.0	0.0	457.1	46	700.0	599.0	0.0

In eqn. 8, the objective function of eqn. 9,  $w^k$ , and the Lagrange multipliers of  $|f_{ij}| \leq (n_{ij}^k + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}$  in eqn. 9,  $\pi_{ij}^k$ ,

are known when the master subproblem is solved, since they are obtained as a byproduct of the solution of the operation subproblem.  $\beta$  is a continuous variable used in the decomposition.

The Slave subproblem:

$$\min w = \sum_i \alpha_i r_i \quad (9)$$

subject to

$$Sf + g + r = d$$

$$\begin{aligned} |f_{ij}| &\leq (n_{ij}^k + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \\ 0 &\leq g \leq \bar{g} \\ 0 &\leq r \leq d \\ f_{ij} &\text{ unbound } \forall (i, j) \in \Omega \end{aligned}$$

11.2 Southern Brazilian 46-bus network data

The data for this network are shown in Tables 4 and 5. The basic configuration is given in Fig. 6.

Table 5: Branch data

From-To	$n_{ij}^0$	React., p.u.	$\bar{f}_{ij}$ , MW	Cost, 10 <sup>3</sup> US\$	From-To	$n_{ij}^0$	React., p.u.	$\bar{f}_{ij}$ , MW	Cost, 10 <sup>3</sup> US\$
01-07	1	0.0616	270	4349	44-45	1	0.1864	200	11924
01-02	2	0.1065	270	7076	19-32	1	0.0195	1800	23423
04-09	1	0.0924	270	6217	46-19	1	0.0222	1800	26365
05-09	1	0.1173	270	7732	46-16	1	0.0203	1800	24319
05-08	1	0.1132	270	7480	18-19	1	0.0125	600	8178
07-08	1	0.1023	270	6823	20-21	1	0.0125	600	8178
04-05	2	0.0566	270	4046	42-43	1	0.0125	600	8178
02-05	2	0.0324	270	2581	02-04	0	0.0882	270	5965
08-13	1	0.1348	240	8793	14-15	0	0.0374	270	2884
09-14	2	0.1756	220	11267	46-10	0	0.0081	2000	10889
12-14	2	0.0740	270	5106	04-11	0	0.2246	240	14247
14-18	2	0.1514	240	9803	05-11	0	0.0915	270	6167
13-18	1	0.1805	220	11570	46-06	0	0.0128	2000	16005
13-20	1	0.1073	270	7126	46-03	0	0.0203	1800	24319
18-20	1	0.1997	200	12732	16-28	0	0.0222	1800	26365
19-21	1	0.0278	1500	32632	16-32	0	0.0311	1400	36213
16-17	1	0.0078	2000	10505	17-32	0	0.0232	1700	27516
17-19	1	0.0061	2000	8715	19-25	0	0.0325	1400	37748
14-26	1	0.1614	220	10409	21-25	0	0.0174	2000	21121
14-22	1	0.0840	270	5712	25-32	0	0.0319	1400	37109
22-26	1	0.0790	270	5409	31-32	0	0.0046	2000	7052
20-23	2	0.0932	270	6268	28-31	0	0.0053	2000	7819
23-24	2	0.0774	270	5308	28-30	0	0.0058	2000	8331
26-27	2	0.0832	270	5662	27-29	0	0.0998	270	6672
24-34	1	0.1647	220	10611	26-29	0	0.0541	270	3894
24-33	1	0.1448	240	9399	28-41	0	0.0339	1300	39283
33-34	1	0.1265	270	8288	28-43	0	0.0406	1200	46701
27-36	1	0.0915	270	6167	31-41	0	0.0278	1500	32632
27-38	2	0.2080	200	13237	32-41	0	0.0309	1400	35957
36-37	1	0.1057	270	7025	41-43	0	0.0139	2000	17284
34-35	2	0.0491	270	3591	40-45	0	0.2205	180	13994
35-38	1	0.1980	200	12631	15-16	0	0.0125	600	8178
37-39	1	0.0283	270	2329	46-11	0	0.0125	600	8178
37-40	1	0.1281	270	8389	24-25	0	0.0125	600	8178
37-42	1	0.2105	200	13388	29-30	0	0.0125	600	8178
39-42	3	0.2030	200	12934	40-41	0	0.0125	600	8178
40-42	1	0.0932	270	6268	02-03	0	0.0125	600	8178
38-42	3	0.0907	270	6116	05-06	0	0.0125	600	8178
32-43	1	0.0309	1400	35957	09-10	0	0.0125	600	8178
44-44	1	0.1206	270	7934					

$n_{ij}^0$  is the number of circuits (basic configuration) and  $\bar{f}_{ij}$  is the power flow limit — see eqn. 1