

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

*Este exemplar corresponde
a redação final da tese
defendida por Viltoner J. Ávila
e aprovada pela Comissão
Julgadora em 20/11/84*

PLANEJAMENTO DE REATIVOS EM SISTEMAS
DE ENERGIA ELÉTRICA USANDO UM ALGORITMO
DE PROGRAMAÇÃO LINEAR POR PARTES

VILTONER JOSÉ ÁVILA

110/84

Orientador: ARIIVALDO VERANDIO GARCIA

Tese de Mestrado apresentada à
Faculdade de Engenharia da Uni
versidade Estadual de Campinas

Novembro de 1984

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

AGRADECIMENTOS

A todos os professores da pós-graduação, aos colegas pelas discussões e comentários apresentados e em especial

a Ariovaldo Verandio Garcia pela competente orientação, cujas sugestões e críticas foram sempre construtivas e que contribuíram muito para o desenvolvimento deste trabalho

a Nilza Galindo pelo trabalho de datilografia.

Este trabalho contou com o apoio financeiro da CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, e do CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica.

RESUMO

Este trabalho apresenta um algoritmo para o planejamento de reativos em sistemas de energia elétrica. O algoritmo desenvolvido é flexível em sua aplicação, e pode ser utilizado tanto em problemas de despacho ótimo de reativos como em planejamento de reativos a longo prazo. No despacho ótimo de reativos, o objetivo é determinar um ponto de operação tal que a soma dos valores absolutos de potência reativa necessária para controlar as tensões, seja mínima. Para o planejamento de reativos a longo prazo, pode-se considerar a determinação tanto dos locais (barras/subestações) que devem ter fontes reativas (banco de capacitores, reatores e compensadores síncronos), quanto a capacidade dessas fontes, tendo-se como objetivo principal um padrão de operação normal do sistema, que pode ser definido pelos níveis de tensão nas barras/subestações. As restrições de operação, que são os limites nas magnitudes das tensões de cada barra, e a demanda existente do sistema, devem ser respeitadas. As variáveis de controle são as injeções de potência reativa de barra e os taps dos transformadores (em fase).

CONTEÚDO

CAPÍTULO I

Introdução..... 1

CAPÍTULO II

UM MODELO LINEAR PARA O PLANEJAMENTO DE REATIVOS

2.1. Introdução..... 6
2.2. Equações do fluxo de carga..... 8
2.3. Análise de sensibilidade..... 11
 2.3.1. Sensibilidade entre potência reativa e tensão. 11
 2.3.2. Sensibilidade entre potência reativa e tap de
 transformador..... 15
2.4. Comentários sobre outras linearizações..... 19

CAPÍTULO III

O PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

3.1. Introdução..... 20
3.2. Restrições de operação (desigualdades)..... 21
3.3. Formulação do problema de otimização..... 24
 3.3.1. Restrições lineares 25
 3.3.2. Variáveis canalizadas..... 26
 3.3.3. A função objetivo..... 26
3.4. O método de solução..... 37
3.5. Critério de otimalidade..... 41

CAPÍTULO IV

O ALGORITMO DE SOLUÇÃO

4.1. Introdução..... 44

4.2. Inicialização do problema.....	45
4.3. A programação linear.....	47
4.4. O fluxo de carga.....	48
4.5. Critério de convergência.....	50
4.6. Fontes reativas.....	50
4.7. Um exemplo de aplicação.....	52

CAPÍTULO V

TESTES E RESULTADOS

5.1. Introdução.....	62
5.2. Condições comuns aos testes realizados.....	63
5.3. Sistema da Região Sul do Brasil.....	65
5.3.1. Rede Sul do Brasil (síntese para o ano de 1984)..	66
5.3.2. Rede Sul do Brasil (síntese para o ano de 1990)..	67
5.4. Sistema IEEE 30.....	67
5.5. Comentários dos testes.....	85

CAPÍTULO VI

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES.....	92
-------------------------------	----

APÊNDICE A

FLUXO DE CARGA DESACOPLADO RÁPIDO.....	95
--	----

APÊNDICE B

O MÉTODO SIMPLEX: RESUMO

B.1. Solução básica factível.....	102
B.2. Mudança da solução básica factível.....	103
B.3. Critério de otimalidade.....	106
B.4. O método simplex revisado.....	107

B.5. O método simplex para variáveis canalizadas.....	109
B.6. A programação linear por partes.....	115
B.7. O algoritmo da programação linear.....	118

APÊNDICE C

CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA SUL DO BRASIL.....	120
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	123

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O planejamento de sistemas de energia elétrica é realizado em diversas etapas que diferem, basicamente, segundo o horizonte (prazo). No planejamento a longo e médio prazos via de regra trabalha-se apenas com a "parte ativa" (potência ativa - ângulo de fase das tensões nodais) do problema, como mostram muitos trabalhos publicados nesta área específica. O planejamento da parte ativa trata principalmente da expansão da geração (potência ativa) e transmissão do sistema para uma dada configuração futura de carga. A parte reativa do problema tem sido abordada com razoável interesse nesses últimos anos. Por "parte reativa", nos problemas de planejamento, pode-se considerar a determinação tanto dos locais (barras, subestações) que devem ter fontes de reativos (banco de capacitores, reatores, etc), quanto a capacidade dessas fontes, tendo-se como objetivo principal um padrão de operação normal do sistema, que pode ser definido pelos níveis de tensão nas barras/subestações.

A seguir são apresentados alguns trabalhos que tratam dos problemas de planejamento (parte reativa) e operação dos sistemas de energia elétrica, e que foram publicados nesses últimos anos.

Maliszewski e Garver [8] desenvolveram um método que resolve o problema de alocação de fontes reativas em sistemas de energia elétrica, com o objetivo de corrigir violações nas magnitudes das tensões, em situações de emergência. O problema da não linearidade das equações (Fluxo de carga) é resolvido, usando uma

aproximação linear (matriz reatância de barra), que define o problema de otimização.

Os casos de contingências (perdas de linhas, transformadores, etc) em sistemas elétricos de potência, que interferem diretamente nos níveis de tensão, são analisados por Happ e Wirgau [9].

Já Hughes e outros [10] desenvolvem um algoritmo computacional para o estudo de planejamento ótimo de reativos, tanto para o caso base como em situações de contingências. O custo de instalação de novos dispositivos (capacitores, reatores, compensadores síncronos, etc) e as perdas do sistema referente ao caso base, são minimizados. Os controles existentes no sistema são plenamente utilizados antes de se adicionar quaisquer novas fontes. O algoritmo emprega um método de otimização através do gradiente reduzido em conjunto com a programação inteira, para resolver o problema de alocação de reativos do sistema.

O controle ótimo do fluxo de potência reativa e a minimização das perdas ativas num sistema de energia elétrica são estudados por Mamandur e Chenoweth [5]. Para esse problema, as restrições são: os limites de geração de potência reativa, os limites das tensões nas barras de carga e os limites de operação para as variáveis de controle (taps dos transformadores, tensões nos geradores e fontes reativas externas). O método emprega uma relação de sensibilidade baseada na matriz Jacobiana de Newton, que permite utilizar as técnicas de otimização (programação linear).

Um método de se determinar os ajustes mínimos necessários

para as variáveis de controle de potência reativa, tendo como objetivo eliminar as altas-tensões, baixas-tensões e gerações de potência reativa fora dos limites, foi apresentado por Mamandur [6]. O algoritmo desenvolvido utilizou uma relação de sensibilidade linearizada (matriz Jacobiana de Newton) entre as variáveis de controle e as variáveis consideradas dependentes. O processo de solução foi baseado também nas técnicas de otimização.

Finalmente Fernandes e outros [7] estudaram o problema de planejamento de reativos em sistemas de grandes dimensões. Este planejamento foi baseado numa reestruturação do modelo da rede, e o processo de solução matemática para o problema de otimização empregou o método simplex revisado.

Ressalte-se que todos esses trabalhos utilizam um algoritmo de fluxo de carga para determinar o ponto de operação inicial, ou seja, os valores iniciais para as variáveis de controle e para as variáveis dependentes.

O objetivo deste trabalho é a obtenção de uma configuração mínima de fontes reativas (quando for o caso) necessária para que o sistema opere dentro de um padrão especificado. Utiliza-se um modelo linearizado para as relações potência reativa-magnitude de tensão e potência reativa-tap de transformador e a busca de solução é realizada através de um algoritmo de programação linear por partes. A verificação da factibilidade da solução obtida é feita resolvendo-se o fluxo de carga desacoplado rápido. Diversos modelos de sensibilidade foram testados, sendo adotada uma modelagem baseada no tratamento da parte reativa do fluxo de carga desacoplado rápido.

A função objetivo minimizada é o custo total das fontes reativas adicionais (capacitores e reatores). Nas barras onde há capacidade própria já instalada (por exemplo, barras de geração), é associado um custo (fictício) bem menor à potência reativa já disponível; isto é realizado visando-se obter a solução que estiver mais próxima do ponto de operação (quando houver). Dessa forma os pontos críticos (pontos onde há mudança de inclinação) da função objetivo são definidos de acordo com os limites de potência reativa "gerada" (barras de geração) e os limites de potência reativa fornecida aos sistema através das fontes reativas adicionais.

A solução final é obtida do fluxo de carga não linear, sendo que devido à não linearidade do problema, alguns passos, "programação linear-fluxo de carga" são necessários para obter tal solução.

No Capítulo II é apresentado o modelo linear (linearizado) da "parte reativa" de um sistema de energia elétrica que foi adotado neste trabalho.

No Capítulo III apresenta-se a formulação do problema de otimização, detalhando-se as restrições, as variáveis e a função objetivo linear por partes.

No Capítulo IV é apresentado o algoritmo completo proposto no trabalho, constando de dois blocos principais, sendo um o problema de otimização (programação linear) e outro, não linear, onde se verifica a solução obtida pela programação linear, que é o fluxo de carga (modelo exato). Apresenta-se ainda um exemplo de aplicação para uma rede de dimensão reduzida visando detalhar os passos do algoritmo.

No Capítulo V estão os resultados de alguns dos testes realizados, tanto para o problema de planejamento a curto e longo prazos, quanto para o despacho ótimo de reativos.

Embora no desenvolver de cada Capítulo já se apresentem algumas conclusões e também comentários, no Capítulo VI são realizados comentários e sugestões gerais sobre o trabalho.

Nos Apêndices A e B detalham-se, respectivamente, o algoritmo utilizado, neste trabalho, para resolver o fluxo de carga e a programação linear.

As características e os parâmetros do Sistema Sul do Brasil, cujos resultados estão no Capítulo V, são apresentados no Apêndice C.

CAPÍTULO II

UM MODELO LINEAR PARA O PLANEJAMENTO DE REATIVOS

2.1. Introdução

Nos sistemas de energia elétrica, para os níveis de tensão da transmissão, verifica-se que existe um maior acoplamento entre potência ativa (P) (injeções, fluxos) e os ângulos (θ) de fase das tensões nodais e, ainda, entre potência reativa (Q) (injeções, fluxos) e as magnitudes (V) de tensão. O acoplamento ($P\theta$) é amplamente explorado, dentre outras aplicações, no planejamento da expansão da transmissão [1], através de um modelo linearizado (fluxo de carga linearizado, ou de "corrente contínua").

Para a operação de um sistema de energia elétrica, não basta apenas que a "parte ativa" seja atendida (planejada). Ou seja, não basta que a capacidade de transmissão das linhas/transformadores seja suficiente para transportar a energia dos geradores até as cargas. Existe uma série de fatores que afetam os níveis de tensão das barras. Por exemplo, as linhas de transmissão se por um lado "geram reativos" através de sua capacitância própria, por outro "consomem reativos" através de sua reatância série indutiva. Ocorre que a geração de reativos por estas linhas depende basicamente do quadrado da magnitude da tensão da linha, enquanto que o consumo de reativos depende do quadrado da magnitude da corrente que por ela flui. Para situação de carga leve, a geração é maior que o consumo, tendendo o sistema a ter excesso de reativos, sendo que para carga pesada (corrente elevada) há

uma deficiência de reativos. Ocorrendo um desbalanceamento de reativos, a magnitude das tensões das barras tende a sair da faixa tolerável podendo inviabilizar a operação da rede.

Neste trabalho, trabalha-se exatamente com a parte reativa do problema de planejamento de sistemas de energia elétrica, procurando-se responder à seguinte questão: qual é a mínima configuração de fontes/cargas reativas (localizadas nas barras), se forem necessárias, tal que permita com que o sistema consiga operar satisfatoriamente? Ou, para formular a questão de uma maneira alternativa, considere-se dada uma rede, com suas linhas de transmissão, seus transformadores, suas cargas e geradores de ativos e reativos; com estes dados duas situações são possíveis:

- i) A rede não consegue operar satisfatoriamente;
- ii) A rede consegue operar dentro de um padrão de operação.

No caso (i), deseja-se determinar, a um custo mínimo, onde alocar e quais os valores de novas fontes/cargas reativas tais que o sistema opere dentro de um padrão especificado. No caso (ii), pode-se procurar um novo ponto de operação da rede, no qual a solicitação das fontes reativas existentes seja mínima (seria uma espécie de despacho econômico de potência reativa). A resolução destes dois problemas, como será visto nos capítulos seguintes, pode ser formulada como um único problema de otimização, que é o objetivo deste trabalho.

As variáveis de interesse para o problema de otimização referido no parágrafo anterior, são as injeções de potência

reativa, as magnitudes de tensão e os taps dos transformadores. Neste trabalho optou-se por resolver o problema proposto via programação linear. Desta forma é necessária a construção de um modelo linear (linearizado) das relações entre potência reativa, magnitudes de tensão e taps de transformadores, o que será visto a seguir.

2.2. Equações do fluxo de carga [2]

O estudo de fluxo de carga de um sistema de energia elétrica, se resume na obtenção dos fluxos de potência ativa e reativa em todas as suas ligações, para uma dada configuração da rede elétrica e para um conjunto de dados (cargas, gerações, tensões em barras com controle de tensão, etc) previamente estabelecido. Estes dados podem se referir a uma situação atual da rede como também podem se referir a projeções para o futuro.

Para cada barra k , genérica, têm-se 4 variáveis (grandezas), que são:

$$P_k \triangleq \text{injeção líquida de potência ativa} \\ = P_{\text{gerado}} - P_{\text{consumido}}$$

$$Q_k \triangleq \text{injeção líquida de potência reativa} \\ = Q_{\text{gerado}} - Q_{\text{consumido}}$$

$$V_k \triangleq \text{magnitude da tensão da barra } k$$

$$\theta_k \triangleq \text{ângulo de fase da tensão da barra } k$$

Na formulação básica do problema de cálculo de fluxo de carga, duas destas quatro variáveis por barra são especificadas (dadas) e duas são incôgnitas. Desta forma são definidos três tipos de barras: barra PQ, barra PV e barra de referência (REF):

- . barra PQ são especificados P_k e Q_k ; V_k e θ_k são incôgnitas
- . barra PV são especificados P_k e V_k ; θ_k e Q_k são incôgnitas
- . barra REF são especificados V_k e θ_k ; P_k e Q_k são incôgnitas

As barras PQ são também denominadas barras de carga; as barras PV são denominadas barras de tensão controlada. A barra de referência e as barras PV definem as barras de "geração" de reativos.

As equações que relacionam as injeções de potência ativa e reativa, as tensões V_k e os ângulos θ_k são:

$$\begin{cases} P_k = V_k \sum_{l=1}^n V_l (G_{kl} \cos \theta_{kl} + B_{kl} \sin \theta_{kl}) \\ Q_k = V_k \sum_{l=1}^n V_l (G_{kl} \sin \theta_{kl} - B_{kl} \cos \theta_{kl}) \end{cases} \quad (2.1)$$

$k = 1, \dots, n$

onde θ_{kl} é a diferença entre θ_k e θ_l , n é o número total de barras e G_{kl} e B_{kl} são as partes real e imaginária do elemento (k, l) da matriz admitância nodal $(Y_{kl} = G_{kl} + j B_{kl})$. A matriz admitância tem elementos não nulos somente na diagonal e em posições correspondentes a linhas de transmissão existentes. Logo, as expressões (2.1) podem ser reescritas definindo-se K como o conjunto

de nós vizinhos à barra k :

$$P_k = V_k \sum_{l \in K} V_l (G_{kl} \cos \theta_{kl} + B_{kl} \sin \theta_{kl})$$

$$Q_k = V_k \sum_{l \in K} V_l (G_{kl} \sin \theta_{kl} - B_{kl} \cos \theta_{kl})$$
(2.2)

A matriz admitância nodal, Y , que relaciona as injeções de corrente complexas com as tensões complexas nodais têm uma regra de formação muito simples:

- diagonal: Y_{kk} é igual à soma de todas as admitâncias ligadas diretamente ao nó k ;
- fora da diagonal: Y_{kl} é o negativo da admitância série que interliga os nós k e l . Se não existir a linha, $Y_{kl} = 0 + j 0$.

As expressões (2.2) são as equações básicas do fluxo de carga. Os parâmetros dos circuitos equivalentes dos componentes da rede estão representados nos parâmetros G_{kl} e B_{kl} . O desempenho da rede depende basicamente de $(P_k, Q_k, V_k, \theta_k)$ para todas as barras. Neste trabalho, a potência ativa é especificada em todas as barras, com exceção da barra de referência (ref), e a solução final obtida deve, necessariamente, atender esta especificação. A potência reativa injetada nas barras, as magnitudes das tensões e os taps dos transformadores formam o conjunto das variáveis do problema.

2.3. Análise de sensibilidade

2.3.1. Sensibilidade entre potência reativa e tensão

Para uma perturbação no estado do sistema, dado pelas magnitudes das tensões e ângulos de fase (\underline{V} e $\underline{\theta}$), as perturbações na potência reativa Q_k são:

$$\Delta Q_k(\underline{\theta}, \underline{V}) = \left[\frac{\partial Q_k(\underline{\theta}, \underline{V})}{\partial \underline{\theta}} \right]^t \Delta \underline{\theta} + \left[\frac{\partial Q_k(\underline{\theta}, \underline{V})}{\partial \underline{V}} \right]^t \Delta \underline{V} \quad (2.3)$$

onde $\underline{\theta}$ e \underline{V} são vetores que contêm todos os ângulos e tensões, e são escritos respectivamente por:

$$\underline{\theta} = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_n]^t$$

$$\underline{V} = [V_1 \quad V_2 \quad \dots \quad V_m]^t$$

O interesse maior reside na obtenção de uma relação linearizada entre potência reativa e as tensões. Essa relação pode ser obtida da expressão (2.3) considerando-se que,

$$\left| \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i \right| \ll \left| \frac{\partial Q_k}{\partial V_i} \Delta V_i \right|$$

obtendo-se,

$$\Delta Q_k(\underline{\theta}, \underline{V}) \approx \left[\frac{\partial Q_k(\underline{\theta}, \underline{V})}{\partial \underline{V}} \right]^t \Delta \underline{V} \quad (2.4)$$

A sensibilidade entre potência reativa e os ângulos de fase, apesar de ter sido desprezada na expressão (2.4), é levada em conta rodando-se o fluxo de carga exato. Nesse fluxo de carga, são incluídos também os efeitos da perturbação entre potência ativa e o estado do sistema $(\partial P_u / \partial \theta_e, \partial P_u / \partial V_e)$, além de satisfazer as restrições de geração/demanda tanto ativas como reativas.

A expressão (2.4) pode ainda ser reescrita como:

$$\Delta Q_u = \frac{\partial Q_u}{\partial V_1} \cdot \Delta V_1 + \frac{\partial Q_u}{\partial V_2} \cdot \Delta V_2 + \dots + \frac{\partial Q_u}{\partial V_m} \cdot \Delta V_m \quad (2.5)$$

De maneira compacta, para todos os ΔQ :

$$\underline{\Delta Q} = \left[\frac{\partial Q}{\partial V} \right]^t \underline{\Delta V} \triangleq S_{QV} \underline{\Delta V} \quad (2.6)$$

onde

$$\underline{\Delta Q} = [\Delta Q_1 \quad \Delta Q_2 \quad \dots \quad \Delta Q_m]^t$$

e

$$S_{QV} = \begin{bmatrix} \partial Q_1 / \partial V_1 & \dots & \partial Q_1 / \partial V_m \\ \vdots & & \vdots \\ \partial Q_m / \partial V_1 & \dots & \partial Q_m / \partial V_m \end{bmatrix}$$

As expressões exatas dos elementos de S_{QV} são:

diagonal: $\frac{\partial Q_u}{\partial V_u} = \sum_{k \in \Omega_u} V_k (G_{uk} \sin \theta_{uk} - B_{uk} \cos \theta_{uk}) - 2 V_u B_{uu}$ (2.7)

fora da diagonal: $\frac{\partial Q_u}{\partial V_e} = V_u (G_{ue} \sin \theta_{ue} - B_{ue} \cos \theta_{ue})$

A sensibilidade entre potência reativa e os ângulos de fase, apesar de ter sido desprezada na expressão (2.4), é levada em conta rodando-se o fluxo de carga exato. Nesse fluxo de carga, são incluídos também os efeitos da perturbação entre potência ativa e o estado do sistema $(\partial P_u / \partial \theta_e, \partial P_u / \partial V_e)$, além de satisfazer as restrições de geração/demanda tanto ativas como reativas.

A expressão (2.4) pode ainda ser reescrita como:

$$\Delta Q_u = \frac{\partial Q_u}{\partial V_1} \cdot \Delta V_1 + \frac{\partial Q_u}{\partial V_2} \cdot \Delta V_2 + \dots + \frac{\partial Q_u}{\partial V_m} \cdot \Delta V_m \quad (2.5)$$

De maneira compacta, para todos os ΔQ :

$$\underline{\Delta Q} = \left[\frac{\partial Q}{\partial V} \right]^t \underline{\Delta V} \triangleq S_{QV} \underline{\Delta V} \quad (2.6)$$

onde

$$\underline{\Delta Q} = [\Delta Q_1 \quad \Delta Q_2 \quad \dots \quad \Delta Q_m]^t$$

e

$$S_{QV} = \begin{bmatrix} \partial Q_1 / \partial V_1 & \dots & \partial Q_1 / \partial V_m \\ \vdots & & \vdots \\ \partial Q_m / \partial V_1 & \dots & \partial Q_m / \partial V_m \end{bmatrix}$$

As expressões exatas dos elementos de S_{QV} são:

diagonal: $\frac{\partial Q_u}{\partial V_u} = \sum_{l \in R_u} V_l (G_{ul} \sin \theta_{ul} - B_{ul} \cos \theta_{ul}) - 2 V_u B_{uu}$ (2.7)

fora da diagonal: $\frac{\partial Q_u}{\partial V_l} = V_u (G_{ul} \sin \theta_{ul} - B_{ul} \cos \theta_{ul})$

modificada [2] do método desacoplado rápido. A relação de sensibilidade, adotada neste trabalho, entre potência reativa e magnitude de tensão é:

$$S_{qv} = B''$$

ou

$$\Delta Q = S_{qv} \Delta V \quad (2.11)$$

Note-se que no fluxo de carga desacoplado rápido, resolve-se o seguinte sistema, na "meia iteração Q-V":

$$B'' \Delta V = \Delta Q / V \quad (2.12)$$

ou seja, os desvios de potência reativa de uma barra são divididos pela sua tensão atual. Como a relação procurada neste trabalho é linear, a relação utilizada é a da equação (2.11). Note-se ainda, que no fluxo de carga, as linhas e colunas de B'' correspondentes às barras de referência e de tensão controlada (REF e RV) não existem. Neste trabalho, a dimensão da matriz S_{qv} é o número de barras do sistema, pois está-se interessado na sensibilidade entre as injeções de potência reativa e as tensões de todas as barras. A matriz S_{qv} depende somente dos parâmetros das linhas/transformadores. Sua estrutura é semelhante à da matriz admitância nodal, sendo real, esparsa, simétrica e constante. Neste caso, sua formação, usando as técnicas de esparsidade [4], pode ser feita uma única vez, e seus fatores triangulares usados tanto no cálculo do fluxo de carga como no problema de otimização.

2.2.2. Relação entre potência reativa e tap do transformador

A representação geral de um transformador em fase (T é um número real) consiste basicamente em uma admitância y_{ke} em série com um auto-transformador ideal. Essa representação pode assumir quatro formas diferentes, dependendo de qual lado está a admitância série y_{ke} , e se a relação de espiras do auto-transformador é $1:T$ ou $T:1$. Uma dessas formas é mostrada na figura 2.1 em que é apresentado também o circuito π equivalente por fase.

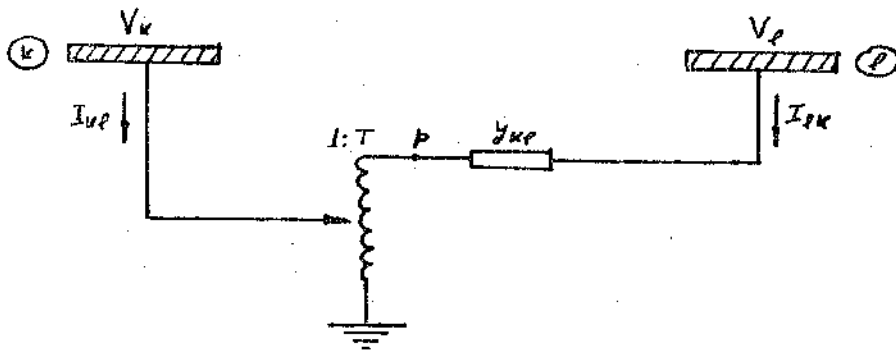
A determinação das admitâncias do circuito equivalente é feita identificando-se as correntes I_{ke} e I_{ek} nas figuras 2.1a e 2.1b, obtendo-se os valores:

$$\begin{aligned} A_e &= T y_{ke} \\ B_e &= T (T - 1) y_{ke} \\ C_e &= (1 - T) y_{ke} \end{aligned} \quad (2.13)$$

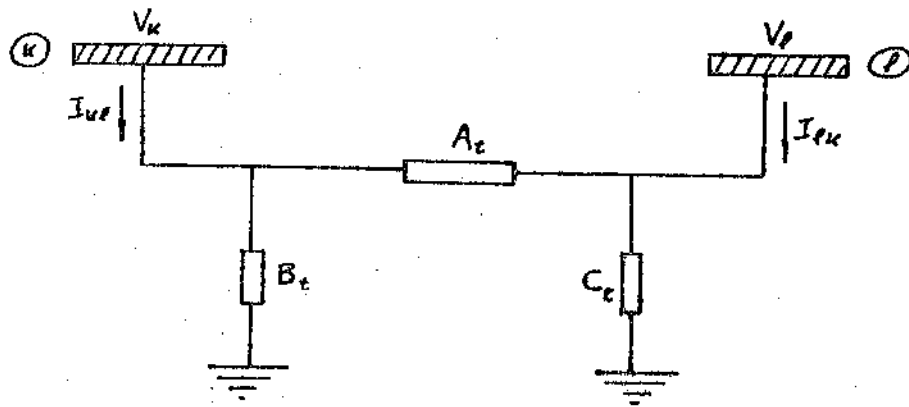
Os fluxos de potência reativa num transformador ligado entre as barras k e e são obtidos pelas expressões:

$$\begin{aligned} Q_{ke} &= -T^2 V_k^2 b_{ke} + T V_k V_e b_{ke} \cos \theta_{ke} - T V_k V_e g_{ke} \sin \theta_{ke} \\ Q_{ek} &= -b_{ke} V_e^2 + T b_{ke} V_k V_e \cos \theta_{ke} + T g_{ke} V_k V_e \sin \theta_{ke} \end{aligned} \quad (2.14)$$

em que T é a posição do tap do transformador entre as barras k e e e g_{ke} e b_{ke} são os elementos real e imaginário da admitância série $y_{ke} (= g_{ke} + j b_{ke})$. O cálculo da injeção de potência reativa (Q_k) pode ser feito somando-se os fluxos de reativos em todos os ramos que se ligam diretamente à barra k , ou seja,



(a)



(b)

Figura 2.1 - Transformador em fase

a - representação linearizada

b - circuito π equivalente

$$Q_{\kappa} = \sum_{l \in \Omega_{\kappa}} (-T^2 b_{\kappa l} V_{\kappa}^2 + T V_{\kappa} V_l b_{\kappa l} \cos \theta_{\kappa l} - T V_{\kappa} V_l g_{\kappa l} \sin \theta_{\kappa l}) + Q_{\kappa}^{sh} \quad (2.15)$$

e a barra l ,

$$Q_l = \sum_{\kappa \in \Omega_l} Q_{\kappa l} + Q_l^{sh}$$

onde Q_{κ}^{sh} e Q_l^{sh} são as gerações de potência reativa nos elementos em derivação das barras κ e l . Substituindo-se as expressões (2.14) nas expressões (2.15), têm-se:

$$Q_{\kappa} = \sum_{l \in \Omega_{\kappa}} (-T^2 b_{\kappa l} V_{\kappa}^2 + T V_{\kappa} V_l b_{\kappa l} \cos \theta_{\kappa l} - T V_{\kappa} V_l g_{\kappa l} \sin \theta_{\kappa l}) + Q_{\kappa}^{sh} \quad (2.16)$$

$$Q_l = \sum_{\kappa \in \Omega_l} (-b_{\kappa l} V_l^2 + T b_{\kappa l} V_{\kappa} V_l \cos \theta_{\kappa l} + T g_{\kappa l} V_{\kappa} V_l \sin \theta_{\kappa l}) + Q_l^{sh}$$

As equações do fluxo de carga (parte reativa) podem ser reescritas de maneira compacta, ou seja:

$$\begin{aligned} Q_{\kappa} &= Q_{\kappa} (\underline{\theta}, \underline{V}, \underline{T}) \\ Q_l &= Q_l (\underline{\theta}, \underline{V}, \underline{T}) \end{aligned} \quad (2.17)$$

sendo \underline{T} o vetor que contém todos os taps dos transformadores, que são:

$$\underline{T} = [T_1 \quad T_2 \quad \dots \quad T_{m_t}]^z$$

em que m_t é o número de transformadores (em fase) existentes. De maneira similar à expressão (2.4), pode-se escrever a relação de sensibilidade entre potência reativa e taps dos transformadores pelas expressões que se seguem:

$$\Delta Q_u = \left[\frac{\partial Q_u}{\partial T} \right]^t \cdot \underline{\Delta T} = \left[\frac{\partial Q_{ue}}{\partial T} \right]^t \cdot \underline{\Delta T} \quad (2.18)$$

$$\Delta Q_e = \left[\frac{\partial Q_e}{\partial T} \right]^t \cdot \underline{\Delta T} = \left[\frac{\partial Q_{eu}}{\partial T} \right]^t \cdot \underline{\Delta T}$$

E na forma compacta,

$$\underline{\Delta Q} = \left[\frac{\partial Q}{\partial T} \right]^t \underline{\Delta T} \stackrel{\Delta}{=} S_{OT} \underline{\Delta T} = B_T'' \underline{\Delta T} \quad (2.19)$$

sendo,

$$S_{OT} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ 0 \dots 0 & \frac{\partial Q_u}{\partial T_s} 0 \dots 0 & \frac{\partial Q_u}{\partial T_m} 0 \dots 0 \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ 0 \dots 0 & \frac{\partial Q_e}{\partial T_s} 0 \dots 0 & \frac{\partial Q_e}{\partial T_m} 0 \dots 0 \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

de dimensão $(m \times m_e)$. As expressões exatas dos elementos de S_{OT} são:

$$\frac{\partial Q_u}{\partial T_s} = -2T b_{ue} V_u^2 + V_u V_e b_{ue} \cos \theta_{ue} - V_u V_e g_{ue} \sin \theta_{ue} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial Q_e}{\partial T_s} = b_{ue} V_u V_e \cos \theta_{ue} + g_{ue} V_u V_e \sin \theta_{ue}$$

Fazendo-se as mesmas aproximações e considerações descritas anteriormente para S_{OT} , e levando-se em conta que $T \approx J$, têm-se:

$$\frac{\partial Q_u}{\partial T_s} \approx -b_{ue} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial Q_e}{\partial T_s} \approx b_{ue}$$

para $j=1, \dots, n_t$. Note-se que para cada transformador, existem dois elementos que são obtidos através da admitância série do transformador. Os demais elementos de S_{gr} são todos nulos.

Tendo-se definido as matrizes B'' e B_T'' que são respectivamente as matrizes de sensibilidade entre potência reativa-tensão e potência reativa-tap dos transformadores, pode-se escrever

$$S = [B'' ; B_T''] \quad (2.22)$$

que é o modelo linear usado neste trabalho para formular o problema de otimização.

2.4. Comentários sobre outras linearizações

A sensibilidade adotada neste trabalho foi baseada no fluxo de carga desacoplado rápido devido ao fato de ser este o método utilizado, neste trabalho, para resolver o problema de fluxo de carga. Assim, evita-se o inconveniente de se ter uma matriz para o processo iterativo do fluxo de carga, e outra para o processo de otimização. É óbvio que se outro algoritmo de fluxo de carga fosse adotado, outra linearização deveria ser usada, para minimizar esforços. Por exemplo, se o método de Newton for utilizado para resolver o fluxo de carga, certamente que a matriz de sensibilidade mais adequada seria a matriz Jacobiana de Newton. Isso pode ser visto em alguns trabalhos [5, 6, 7] publicados para o planejamento de reativos que utiliza também um algoritmo de programação linear. Um outro tipo de linearização é apresentado nas referências [8, 9, 10], baseado na matriz reatância de barra (parte imaginária da matriz impedância de barra).

CAPÍTULO III

O PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

3.1. Introdução

O problema que se quer resolver é o seguinte:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & F(\underline{x}) = \sum_j f_j(\underline{x}) \\ \text{sujeito a:} \quad & g(\underline{x}) = \underline{0} \\ & h(\underline{x}) \leq \underline{0} \end{aligned}$$

sendo $g(\underline{x})$ as restrições lineares definidas no Capítulo II pela matriz de sensibilidade constante S ; $h(\underline{x})$ é uma função vetorial que engloba todas as restrições bilaterais (canalizadas) impostas às variáveis do problema.

O problema acima pode ser visto como um modelo de programação linear por partes e uma solução pode ser obtida através do método simplex revisado e especializado para função objetivo linear por partes. A função objetivo $F(\underline{x})$ a ser minimizado, é o custo total associado às variáveis \underline{x} , tendo como ponto de referência o valor atual \underline{x}^v e como ponto de mínimo o valor especificado \underline{x}^{mp} . A função $f_j(\underline{x})$ é contínua entre os pontos extremos e linear em cada intervalo definido pelos pontos críticos (onde há mudança de inclinação). Esses pontos são escritos em função das variáveis \underline{x}^v do problema que são as variações de potência reativa (ΔQ), as alterações nas magnitudes das tensões (ΔV) e as variações nas posições dos taps dos transformadores (ΔT).

1. Restrições de operação (desigualdades) [5, 6, 7]

Para os estudos de planejamento com ênfase no problema reativo/tensão, as restrições de operação podem ser definidas em função das injeções de potência reativa (Q), das magnitudes das tensões nodais (V) e dos taps dos transformadores (T).

Para as variações nas magnitudes das tensões, pode-se escrever:

$$\Delta V_l^{\min} \leq \Delta V_l \leq \Delta V_l^{\max} \quad (3.1)$$

para $l = 1, \dots, n$, sendo n o número total de barras do sistema (incluindo a barra de referência). Os limites ΔV_l^{\min} e ΔV_l^{\max} são definidos a partir do valor da tensão V_l^v e dos limites V_l^{\min} e V_l^{\max} , que são os valores mínimo e máximo especificados para a tensão da barra l , como indicado nas expressões (3.2):

$$\begin{aligned} \Delta V_l^{\min} &\triangleq V_l^{\min} - V_l^v \\ \Delta V_l^{\max} &\triangleq V_l^{\max} - V_l^v \end{aligned} \quad (3.2)$$

Além das restrições nas magnitudes das tensões, outras do mesmo tipo (canalizadas) são consideradas neste trabalho, que são as variações de potência reativa que devem ser injetadas nas respectivas barras. De maneira similar às magnitudes das tensões, pode-se escrever:

$$\Delta Q_j^{\min} \leq \Delta Q_j \leq \Delta Q_j^{\max} \quad (3.3)$$

para $j = 1, \dots, n$, sendo ΔQ_j^{\min} e ΔQ_j^{\max} os limites extremos de ΔQ_j definidos por:

$$\begin{aligned} \Delta Q_j^{\min} &\triangleq Q_j^{\min} - Q_j^v \\ \Delta Q_j^{\max} &\triangleq Q_j^{\max} - Q_j^v \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde Q_j^{\min} , Q_j^{\max} são os valores mínimo e máximo admissíveis para a potência reativa da barra j . Q_j^v é a potência reativa da barra j (pode ser zero).

Nos estudos de planejamento de reativos a longo prazo em sistemas de energia elétrica, é comum não considerar a expressão (3.3) na formulação matemática do problema. Nesse sentido a variável de controle ΔQ_j torna-se irrestrita, e isso garante que sempre é possível obter um ponto de operação normal (\underline{Q}^v , \underline{V}^v e τ^v) que satisfaça ao conjunto de restrições existentes (de carga, de operação).

Nas barras de geração e nas barras em que são ligados compensadores síncronos, ou seja, que possuem capacidade própria, o controle da magnitude de tensão nodal é feito injetando-se ou retirando-se reativos do sistema de acordo com os limites:

$$\Delta Q_j^{\inf} \leq \Delta Q_j \leq \Delta Q_j^{\sup} \quad (3.5)$$

para $j = 1, \dots, m$, em que m é o número de barras de geração (incluindo a barra de referência). Os limites inferior e superior de (3.5) são definidos por:

$$\begin{aligned} \Delta Q_j^{inc} &\triangleq Q_j^{inc} - Q_j^v \\ \Delta Q_j^{imp} &\triangleq Q_j^{imp} - Q_j^v \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde Q_j^{inc} e Q_j^{imp} são, respectivamente, os limites mínimo e máximo de potência reativa da barra de geração j , considerando-se apenas as fontes existentes (capacidade já instalada). Estas fontes já disponíveis no sistema são levadas em conta no processo de otimização da maneira descrita a seguir: associa-se à capacidade própria de reativos um custo (fictício) bem menor que o de fontes adicionais (capacitores/reatores, compensadores síncronos, etc), de tal forma que o próprio algoritmo de otimização procurará, em primeiro lugar, utilizar plenamente esta potência reativa disponível, antes de alocar quaisquer novas fontes. Daí conclui-se que, se a capacidade própria de fornecimento de reativos do sistema (positiva ou negativa) for suficiente para corrigir o perfil de tensões, nenhuma fonte reativa adicional será necessária para o sistema.

E por último, nos problemas de planejamento de reativos, além das variáveis já definidas (ΔQ) e (ΔV), os taps dos transformadores em fase (T é um número real) são dispositivos importantes e que devem ser usados também como variáveis de controle. Esses dispositivos são facilmente introduzidos no problema de otimização através da sensibilidade entre potência reativa-taps de transformadores (B_T''), apresentada no Capítulo anterior, e das restrições bilaterais que se seguem:

$$\Delta T_i^{min} \leq \Delta T_i \leq \Delta T_i^{max} \quad (3.7)$$

para $i = 1, \dots, n_t$, sendo n_t o número de transformadores em fase que admitem controle por tap. Os limites $\Delta T_i^{\text{mín}}$ e $\Delta T_i^{\text{máx}}$ são definidos a partir do valor do tap T_i^v e dos limites $T_i^{\text{mín}}$ e $T_i^{\text{máx}}$, que são os valores mínimo e máximo admissíveis para o tap do transformador i , como indicado nas expressões que se seguem:

$$\begin{aligned} \Delta T_i^{\text{mín}} &\triangleq T_i^{\text{mín}} - T_i^v \\ \Delta T_i^{\text{máx}} &\triangleq T_i^{\text{máx}} - T_i^v \end{aligned} \quad (3.8)$$

A seguir é descrita a formulação matemática do problema de programação linear, que minimiza uma função objetivo linear por partes e contínua sobre o intervalo entre os limites extremos das variáveis.

3.3. Formulação do problema de otimização

Para a formulação matemática de um problema de programação linear, é necessário:

- i) determinar um conjunto de restrições lineares que seja consistente e não apresente qualquer tipo de redundância;
- ii) definir uma função objetivo onde os coeficientes angulares são, por exemplo, os custos associados às variáveis reais (legítimas) que constituem as restrições lineares.

3.3.1. Restrições lineares

Como já foi dito anteriormente, as restrições de carga (igualdades) são obtidas diretamente da relação de sensibilidade S , e constituem as restrições lineares do problema. Para uma linha j genérica desse sistema, pode-se escrever:

$$\begin{cases} \Delta Q_j = \sum_{l=1}^m B''_{jl} \Delta V_l + \sum_{i=1}^{m_t} B''_{Tjic} \Delta T_i \\ j = 1, \dots, m \end{cases} \quad (3.9)$$

O sistema (3.9) pode ser escrito na forma compacta,

$$\Delta Q = \begin{bmatrix} B'' & B''_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta T \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

ou ainda,

$$\begin{bmatrix} I & -B'' & -B''_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q \\ \Delta V \\ \Delta T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & -S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q \\ \Delta V \\ \Delta T \end{bmatrix} = 0 \quad (3.11)$$

Para quaisquer m escalares $(v_1, v_2, \dots, v_m) \neq 0$ considera-se que:

$$v(I | -S) \neq 0$$

ou seja, não existe redundância [12], sendo possível escolher m colunas linearmente independentes de $[I | -S]$ que possam representar uma base. Em consequência,

$$v(I | -S) = 0$$

somente para $\underline{Q} = \underline{0}$. Isso significa que o sistema (3.11) é consistente, podendo ser definido como restrições da programação linear.

3.3.2. Variáveis canalizadas

Como já foi dito, para o modelo de programação linear, consideram-se como variáveis: as alterações nas injeções de potência reativa de barra ($\Delta \underline{Q}$); as variações nas magnitudes das tensões ($\Delta \underline{V}$) e as variações nos taps dos transformadores ($\Delta \underline{T}$).

3.3.3. A função objetivo [Ver item B.6 do Apêndice B]

Neste item é apresentada a função objetivo, linear por partes, que deve ser utilizada no modelo de programação linear. Essa função é representada pelos custos de cada variável do problema, e é minimizada em torno do ponto de operação especificado (\underline{Q}^{osp} , \underline{V}^{osp} e \underline{T}^{osp}), levando-se em conta as restrições de carga (igualdades) e as restrições de operação (desigualdades).

Considere-se a expressão:

$$F(\Delta \underline{Q}, \Delta \underline{V}, \Delta \underline{T}) = \sum_{j=1}^{n_b} f_j(\Delta Q_j) + \sum_{l=1}^{n_t} f_l(\Delta V_l) + \sum_{c=1}^{n_t} f_c(\Delta T_c) \quad (3.12)$$

em que as funções $f_j(\Delta Q_j)$, $f_l(\Delta V_l)$ e $f_c(\Delta T_c)$ são contínuas entre os pontos extremos e lineares em cada intervalo definido pelos pontos críticos (onde há mudança de inclinação).

Para uma barra de carga (sem capacidade própria de reativos) a função $f_j(\Delta Q_j)$ é do tipo apresentado na figura 3.1.

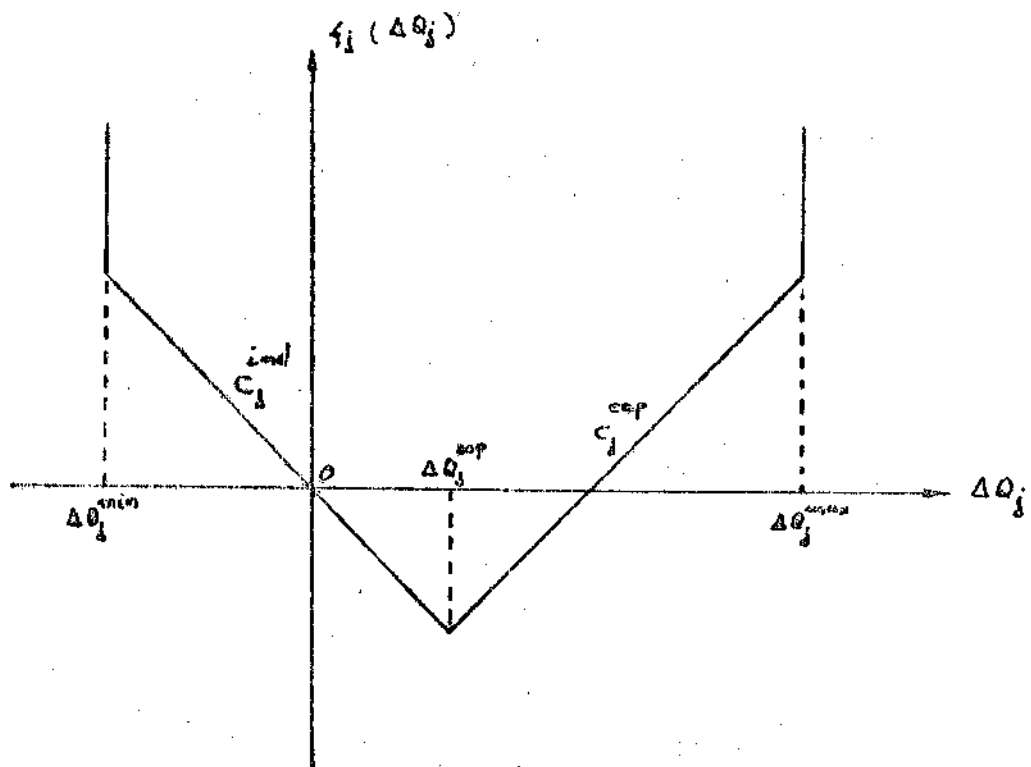


Figura 3.1 - Função $\xi_j(\Delta Q_j)$ para a barra de carga j .

Os coeficientes c_j^{ind} e c_j^{cap} representam respectivamente os custos em relação à variação de potência reativa ΔQ_j fornecida pela fonte reativa (indutiva $\rightarrow \Delta Q_j < \Delta Q_j^{sup}$ ou capacitiva $\rightarrow \Delta Q_j > \Delta Q_j^{sup}$) a ser instalada na barra de carga j . Note-se que, à esquerda de ΔQ_j^{sup} e à direita de ΔQ_j^{max} , associam-se os coeficientes angulares:

$$c_j^e = -\infty \quad e \quad c_j^d = \infty$$

e isso garante que, em nenhum instante as variações de ΔQ_j ultrapassam os limites definidos por (3.3).

Se o problema é minimizar o custo total correspondente à variação de potência reativa, para o conjunto de restrições existentes, a capacidade própria de reativos do sistema deve ser utilizada antes de se determinar uma configuração mínima de fontes reativas. Isso significa que, diferentes coeficientes angulares devem ser usados para definir a função $f_j(\Delta Q_j)$, considerando-se que o custo de geração de reativos pelo sistema é bem menor que o custo de uma fonte reativa. A figura 3.2 ilustra a função $f_j(\Delta Q_j)$ numa barra de geração j .

Os coeficientes angulares c_j^{con} e c_j^{gen} representam respectivamente os custos da capacidade de geração própria (consumido ou gerado) em relação a variação de potência reativa nos intervalos $\Delta Q_j^{con} - \Delta Q_j^{sup}$ e $\Delta Q_j^{sup} - \Delta Q_j^{max}$. Na prática, em geral, não se consideram esses custos, que são fictícios, sendo usados neste trabalho por dois motivos:

- i) para manter a estabilidade do processo iterativo da programação linear;

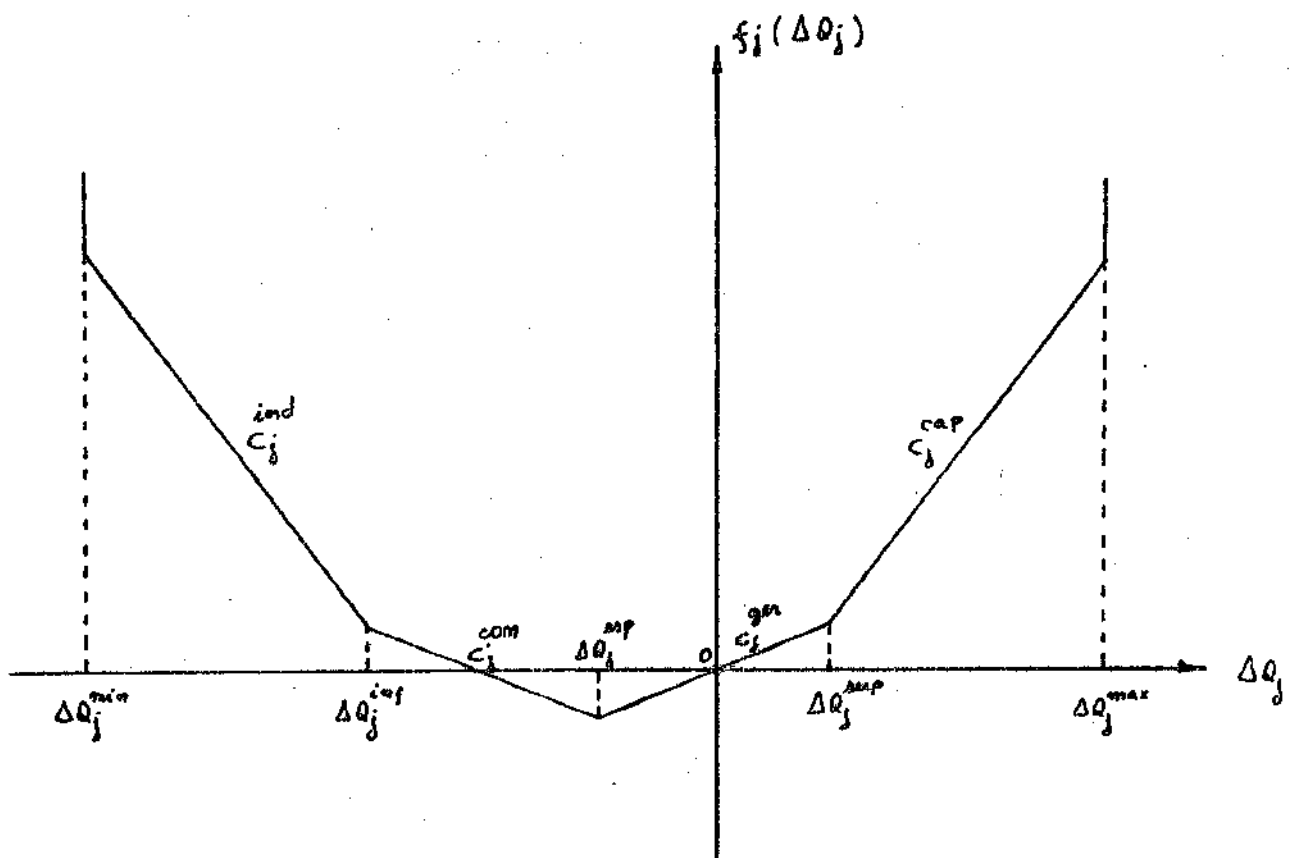


Figura 3.2 - Função $f_i(\Delta Q_j)$ para a barra de geração j .

ii) Para minimizar a geração própria de reativos, tendo como ponto de referência o valor especificado

$$Q_j^{cap}$$

Note-se que a origem dos eixos coordenados representa o valor da potência reativa que está sendo injetada na barra j (ver expressões 3.4 e 3.6). O mínimo da função $f_j(\Delta Q_j)$ refere-se ao valor inicialmente especificado para a potência reativa (Q_j^{cap}) e seu valor correspondente no eixo horizontal pode ser obtido pela expressão:

$$\Delta Q_j^{cap} = Q_j^{cap} - Q_j^v \quad (3.13)$$

para $j = 1, \dots, m$ e Q_j^v é a potência reativa da barra j . Essa expressão fornece também o ajuste de potência reativa necessário para manter o perfil das tensões dentro dos limites especificados.

As funções $f_j(\Delta Q_j)$ que aparecem em (3.12) e mostradas nas figuras 3.1 e 3.2 são detalhadas a seguir:

a - barras de carga $j = m+1, \dots, m$.

$$f_j(\Delta Q_j) = \begin{cases} c_j^{ind} \Delta Q_j & \rightarrow \Delta Q_j^{min} \leq \Delta Q_j \leq \Delta Q_j^{cap} \\ c_j^{ind} \Delta Q_j + c_j^{cap} (\Delta Q_j - \Delta Q_j^{cap}) & \rightarrow \Delta Q_j^{cap} \leq \Delta Q_j \leq \Delta Q_j^{max} \end{cases} \quad (3.14)$$

b - barras de geração: $j = 1, \dots, m$

$$f_j(\Delta Q_j) = \begin{cases} c_j^{ind} (\Delta Q_j - \Delta Q_j^{inf}) + c_j^{cap} (\Delta Q_j^{inf} - \Delta Q_j^{sup}) + \\ + c_j^{gen} \Delta Q_j & \text{---} & \Delta Q_j^{min} \leq \Delta Q_j \leq \Delta Q_j^{inf} \\ c_j^{cap} (\Delta Q_j - \Delta Q_j^{sup}) + c_j^{gen} \Delta Q_j & \text{---} & \Delta Q_j^{inf} \leq \Delta Q_j \leq \Delta Q_j^{sup} \\ c_j^{gen} \Delta Q_j & \text{---} & \Delta Q_j^{sup} \leq \Delta Q_j \leq \Delta Q_j^{max} \\ c_j^{gen} \Delta Q_j + c_j^{cap} (\Delta Q_j - \Delta Q_j^{sup}) & \text{---} & \Delta Q_j^{sup} \leq \Delta Q_j \leq \Delta Q_j^{max} \end{cases} \quad (3.15)$$

Estas expressões podem ainda ser escritas na forma:

a - barras de carga: $j = m+1, \dots, n$

$$f_j(\Delta Q_j) = \begin{cases} c_j^{ind} \Delta Q_j & \text{---} & \Delta Q_j^{min} \leq \Delta Q_j \leq \Delta Q_j^{sup} \\ c_j^{cap} \Delta Q_j + K_j & \text{---} & \Delta Q_j^{sup} \leq \Delta Q_j \leq \Delta Q_j^{max} \end{cases} \quad (3.16)$$

para $K_j = (c_j^{ind} - c_j^{cap}) \Delta Q_j^{sup}$

b - barras de geração: $j = 1, \dots, m$

$$f_j(\Delta Q_j) = \begin{cases} c_j^{ind} \Delta Q_j + K_j & \text{---} & \Delta Q_j^{min} \leq \Delta Q_j \leq \Delta Q_j^{inf} \\ c_j^{cap} \Delta Q_j + K_j & \text{---} & \Delta Q_j^{inf} \leq \Delta Q_j \leq \Delta Q_j^{sup} \\ c_j^{gen} \Delta Q_j & \text{---} & \Delta Q_j^{sup} \leq \Delta Q_j \leq \Delta Q_j^{max} \\ c_j^{cap} \Delta Q_j + K_j & \text{---} & \Delta Q_j^{sup} \leq \Delta Q_j \leq \Delta Q_j^{max} \end{cases} \quad (3.17)$$

para:

$$K_1 = (c_j^{com} - c_j^{ind}) \Delta Q_j^{ins} + (c_j^{gen} - c_j^{com}) \Delta Q_j^{exp}$$

$$K_2 = (c_j^{gen} - c_j^{com}) \Delta Q_j^{exp}$$

$$K_3 = (c_j^{gen} - c_j^{cap}) \Delta Q_j^{exp}$$

Algumas simplificações podem ser feitas na função $f_j(\Delta Q_j)$ referentes às variações de potência nas barras de geração. Se, por exemplo, $Q_j^{exp} = Q_j^{ins}$, verifica-se que os pontos críticos ΔQ_j^{ins} e ΔQ_j^{exp} , anteriormente definidos, são coincidentes. Em consequência, não existe a região entre esses pontos, como mostra a figura 3.3.a.

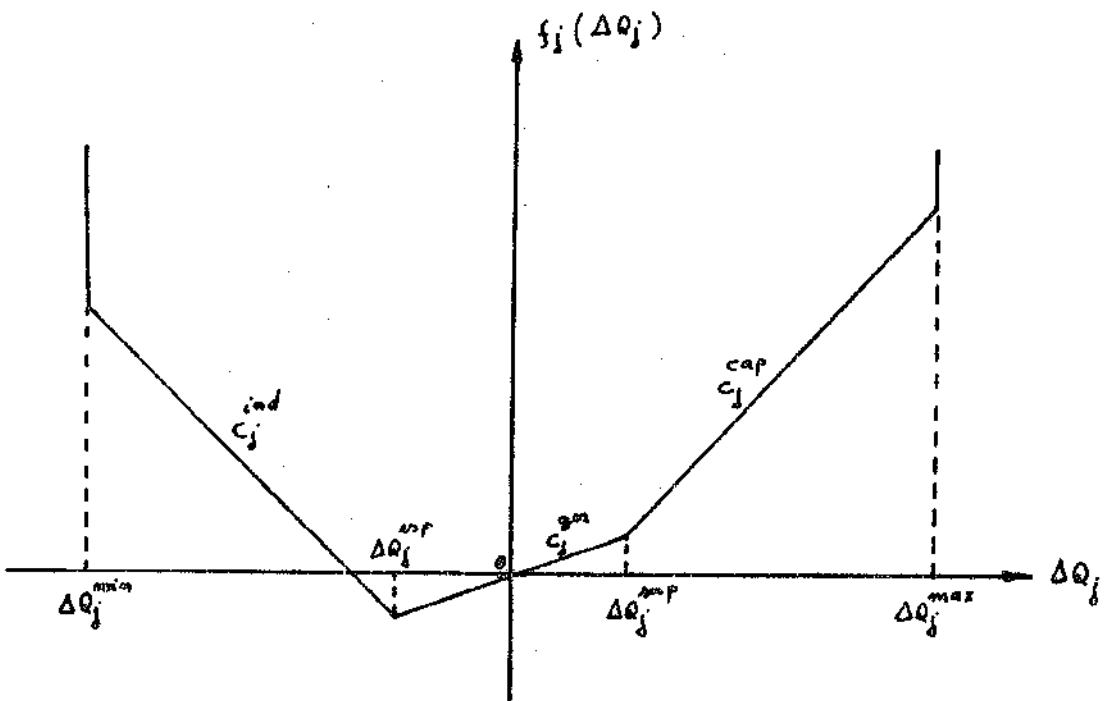
As considerações feitas para $Q_j^{exp} = Q_j^{ins}$ são também válidas para o caso de $Q_j^{exp} = Q_j^{mp}$ e a função $f_j(\Delta Q_j)$ pode ser vista na figura 3.3.b.

A figura 3.4 ilustra a função $f_l(\Delta V_l)$ referente à variação na magnitude de tensão da barra l . Os coeficientes c_l^{vmin} e c_l^{vmax} são respectivamente os custos em relação à variação de tensão ΔV_l entre os intervalos $\Delta V_l^{min} - \Delta V_l^{exp}$ e $\Delta V_l^{exp} - \Delta V_l^{max}$.

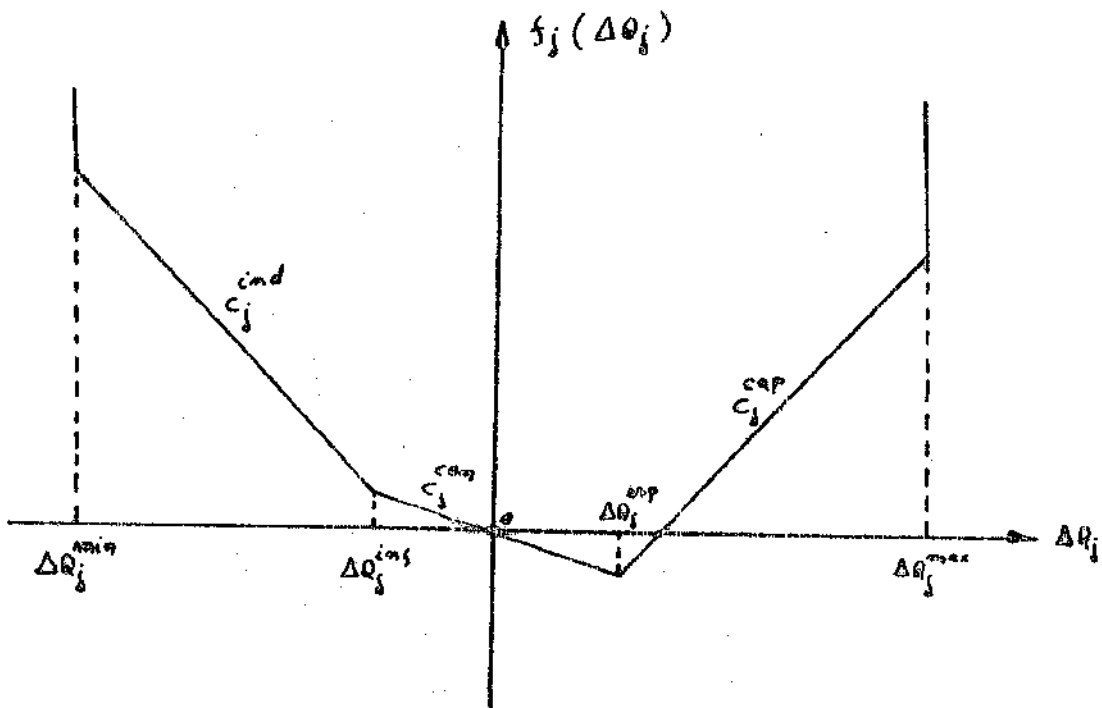
O ponto de mínimo da função $f_l(\Delta V_l)$ pode ser obtido pela expressão:

$$\Delta V_l^{exp} = V_l^{exp} - V_l \quad (3.18)$$

para $l = 1, \dots, m$, sendo V_l^{exp} o valor especificado da magnitude de tensão V_l .



(a)



(b)

Figura 3.3 - Representação da função $f_j(\Delta Q_j)$ para:

- (a) $\Delta Q_j^{sup} = \Delta Q_j^{inf}$
- (b) $\Delta Q_j^{sup} = \Delta Q_j^{sup}$

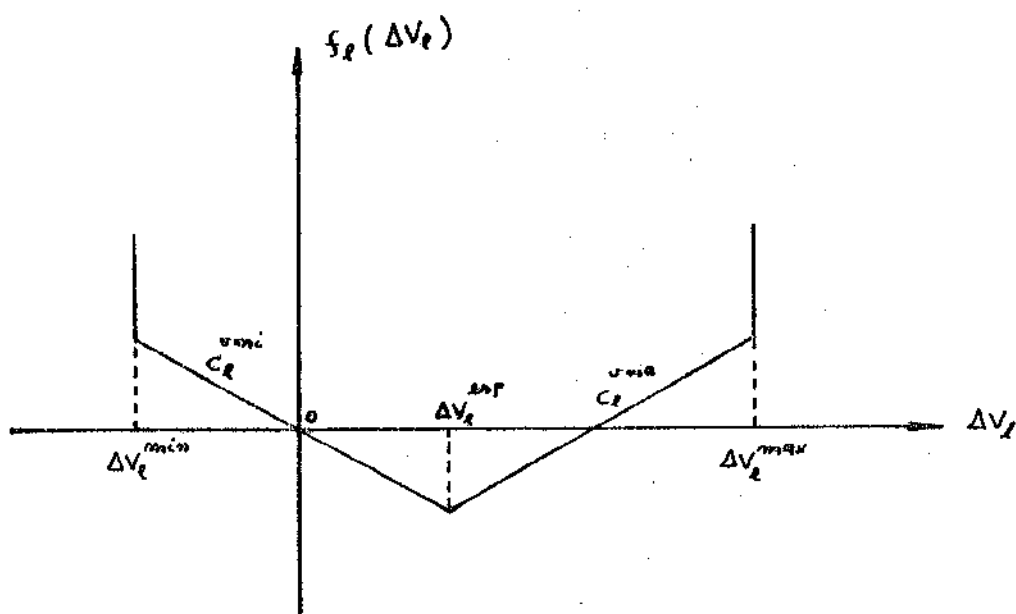


Figura 3.4 - Função $f_l(\Delta V_l)$, para $l = 1, \dots, m$.

As funções $f_\ell(\Delta V_\ell)$ que aparecem em (3.12), são obtidas pelas expressões:

$$f_\ell(\Delta V_\ell) = \begin{cases} c_\ell^{umc} \Delta V_\ell & \rightarrow \Delta V_\ell^{min} \leq \Delta V_\ell \leq \Delta V_\ell^{sup} \\ c_\ell^{uma} \Delta V_\ell + \kappa_\ell & \rightarrow \Delta V_\ell^{sup} \leq \Delta V_\ell \leq \Delta V_\ell^{max} \end{cases} \quad (3.19)$$

para $\ell = 1, \dots, m$, onde $\kappa_\ell = (c_\ell^{umc} - c_\ell^{uma}) \Delta V_\ell^{sup}$.

Os custos c_ℓ^{umc} e c_ℓ^{uma} são também fictícios e estão sendo usados pelos mesmos motivos apresentados em relação aos custos c_ℓ^{com} e c_ℓ^{qm} .

A função $f_i(\Delta T_i)$ referente ao custo de variações no tap do transformador i é semelhante à função $f_\ell(\Delta V_\ell)$, da magnitude de tensão V_ℓ . Na figura 3.5 é apresentada a função $f_i(\Delta T_i)$ nos intervalos entre os pontos críticos $(\Delta T_i^{min}, \Delta T_i^{sup}$ e $\Delta T_i^{max})$.

Para determinar o ponto de mínimo da função $f_i(\Delta T_i)$, utiliza-se o valor especificado T_i^{sup} e o valor atual do tap (T_i^v) , podendo-se escrever:

$$\Delta T_i^{sup} = T_i^{sup} - T_i^v \quad (3.20)$$

para $i = 1, \dots, m_t$. Os demais pontos críticos $(\Delta T_i^{min}, \Delta T_i^{max})$ são também definidos em função do tap T_i^v (ver expressões 3.8). O cálculo de $f_i(\Delta T_i)$ é feito através das expressões:

$$f_i(\Delta T_i) = \begin{cases} c_i^{umc} \Delta T_i & \rightarrow \Delta T_i^{min} \leq \Delta T_i \leq \Delta T_i^{sup} \\ c_i^{uma} \Delta T_i + \mu_i & \rightarrow \Delta T_i^{sup} \leq \Delta T_i \leq \Delta T_i^{max} \end{cases} \quad (3.21)$$

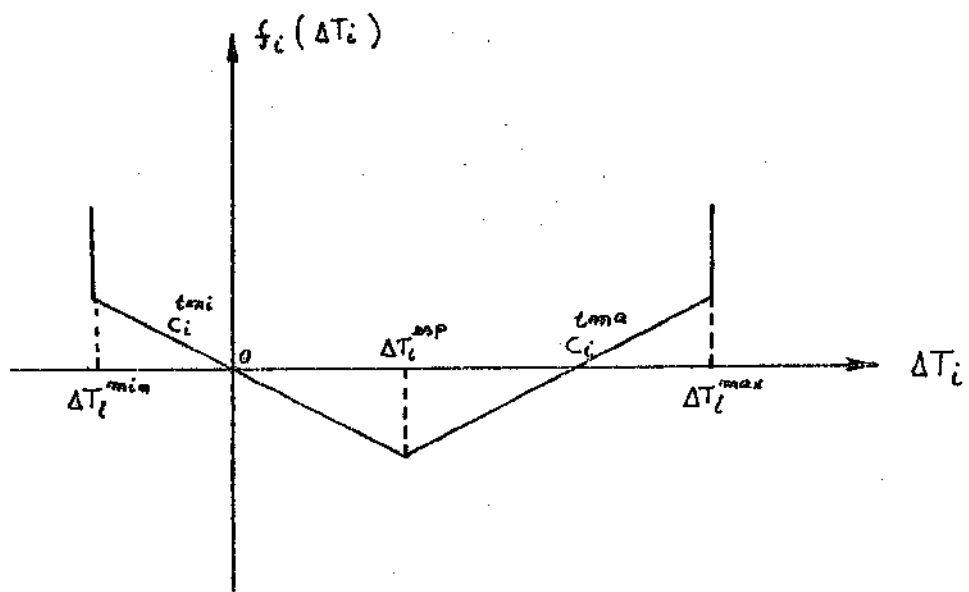


Figura 3.5 - Função $f_l(\Delta T_l)$, para $l = 1, \dots, m_x$.

para $i = 1, \dots, m_t$, onde $K_i = \left(c_i^{lmi} - c_i^{lma} \right) \Delta T_i^{asp}$.

A exemplo do que foi feito para as tensões, os custos c_i^{lmi} e c_i^{lma} são também fictícios (não nulos), podendo ser maiores ou menores que c_i^{vmi} e c_i^{vma} .

Resumindo, os controles que existem no sistema são: os ajustes através dos taps dos transformadores, e os ajustes de potência reativa na faixa definida pela sua capacidade própria. Sendo assim, os custos dessas variáveis devem ser fictícios, ao contrário dos custos de fornecimento de reativos através de fontes externas a serem instaladas nas barras de carga (PQ) e/ou nas barras de geração (PV e REF).

3.4. O método de solução [13,14,15]

As expressões (3.1), (3.3), (3.7), (3.9) e (3.12) definem o problema de programação linear por partes [16] que pode ser escrito:

$$F(\underline{\Delta Q}, \underline{\Delta V}, \underline{\Delta T}) = \sum_{j=1}^m f_j(\Delta Q_j) + \sum_{l=1}^a f_l(\Delta V_l) + \sum_{i=1}^{m_t} f_i(\Delta T_i) \quad \text{minimizar}$$

$$s. a. \quad \begin{cases} \sum_{l=1}^a B_{jl}'' \Delta V_l + \sum_{i=1}^{m_t} B_{Tji}'' \Delta T_i = \Delta Q_j \\ j = 1, \dots, m \end{cases} \quad (3.22)$$

$$\Delta Q_j^{min} \leq \Delta Q_j \leq \Delta Q_j^{max}$$

$$\Delta V_l^{min} \leq \Delta V_l \leq \Delta V_l^{max}$$

$$\Delta T_i^{min} \leq \Delta T_i \leq \Delta T_i^{max}$$

sendo B_{ij}'' e B_{rjc}'' os elementos das matrizes de sensibilidade entre potência reativa-tensão e potência reativa-tap do transformador, que foram apresentadas no Capítulo anterior.

Existem diferentes métodos de se resolver um problema de programação linear por partes [17], podendo ser usados para resolver o problema (3.22). Dos trabalhos publicados [7, 8, 9, 11] para o planejamento, e que são formulados através da programação linear, é comum a utilização de dois métodos clássicos bastante conhecidos: Primal simplex e Dual simplex. Ambos os métodos se realizam em duas etapas distintas (Fase I e Fase II), e se não houver soluções múltiplas, uma mesma solução básica e ótima deve ser determinada, independente de qual método está sendo utilizado. Neste trabalho, é utilizado o método Primal simplex [Apêndice B]. Porém a solução básica factível inicial é obtida sem a necessidade de se resolver a Fase I. Basta que se fixem os valores iniciais de ΔV e ΔT num dos limites (por exemplo, ΔV^{\min} e ΔT^{\min}) e, utilizando-se as expressões (3.9), obtêm-se os valores correspondentes de ΔQ . Como os limites de ΔQ estão praticamente abertos, pode-se afirmar que, para quaisquer valores de ΔV e de ΔT , ΔQ será sempre factível para o problema (3.22). Definindo-se os conjuntos básicos e não básicos como sendo, respectivamente, $\{\Delta Q\}$ e $\{\Delta V, \Delta T\}$ e resolvendo-se a Fase II do método simplex, chega-se à solução ótima do problema (3.22).

Da maneira como foi formulado, o problema (3.22) apresenta:

- . m restrições lineares (igualdades)
- . $2m + m_2$ variáveis canalizadas (desigualdades).

Em geral, desde que o número de restrições é menor que o número de variáveis $[m < (2n + m_e)]$, o problema pode ser resolvido com mais facilidade pelo método simplex revisado. Verifica-se que a solução, através dos métodos clássicos, pode ser obtida com um número de pivoteamentos menor que o número de variáveis. Nessa situação podem existir colunas que nunca são usadas, não obstante, a cada iteração, efetuam-se cálculos sobre seus elementos, ocorrendo um desperdício de tempo e memória computacional. Dispondo-se da matriz de atualização que corresponde à matriz $(A^I)^{-1}$ [Ver Apêndice B], é possível resolver o mesmo problema através do método Primal simplex revisado, em que a atualização (pivoteamento) é feita somente na coluna referente à variável candidata a entrar na base.

Para o algoritmo desenvolvido neste trabalho definiu-se a matriz D, correspondente a todos os elementos que são atualizados a cada iteração da programação linear, da forma descrita na tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Matriz D

	1	2	M ₁	M ₂	M ₃
1	-1	π		F(\underline{x})	Z _K
2					
		$(A^I)^{-1}$		\underline{x}_I	\underline{y}_K
M ₁					

M₁ = n + 1
M₂ = n + 2
M₃ = n + 3

Nessa tabela, $\underline{\pi}$ corresponde ao vetor multiplicador definido como sendo:

$$\underline{\pi} \triangleq \underline{c}^I (A^I)^{-1} \quad (3.23)$$

em que: \underline{c}^I é o vetor linha ($J \times m$) dos custos das variáveis básicas;

$(A^I)^{-1}$ é a matriz de atualização ($m \times m$), referente às m colunas linearmente independentes que constituem uma base;

I é o conjunto das variáveis básicas.

A coluna atualizada \underline{y}_κ da variável independente (não básica) candidata a entrar na base é definida por:

$$\underline{y}_\kappa \triangleq (A^I)^{-1} \underline{a}_\kappa \quad (3.24)$$

onde $\kappa \in J$ e \underline{a}_κ é o vetor coluna ($m \times 1$) da variável não básica κ . J é o conjunto das variáveis não básicas.

A partir do vetor multiplicador ($\underline{\pi}$), pode-se escrever:

$$Z_\kappa \triangleq \underline{\pi} \underline{a}_\kappa = \underline{c}^I (A^I)^{-1} \underline{a}_\kappa = \underline{c}^I \underline{y}_\kappa \quad (3.25)$$

em que Z_κ representa a inclinação de referência da variável não básica x_κ , que é comparada com os coeficientes angulares da função $f_\kappa(x_\kappa)$ para definir o critério de otimalidade.

3.5. Cr terio de otimalidade

A escolha de uma variável x_j candidata a entrar na base, que possa substituir uma variável básica x_i ,   feita no sentido de melhorar a soluço atual considerando uma fun o objetivo sendo, neste trabalho, definida pelo somatório dos custos das variáveis. Se isso for possível, uma nova base   definida em fun o das m colunas linearmente independentes, que constituem a matriz de pivoteamento $(A^1)^{-1}$. Daí, os conjuntos I e J ficam alterados, podendo ser escritos na forma:

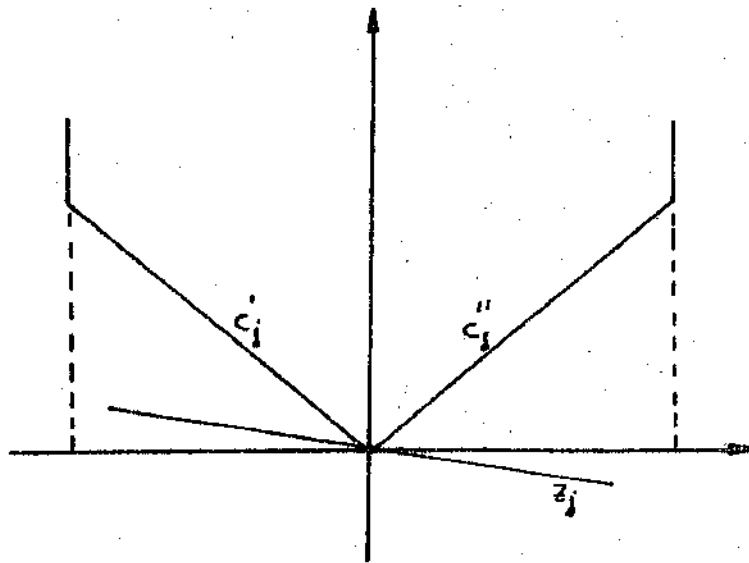
$$\begin{aligned} I &= \{ I - i + j \} && \text{conjunto das variáveis básicas} \\ J &= \{ J - j + i \} && \text{conjunto das variáveis não-básicas.} \end{aligned}$$

A fun o objetivo pode ser melhorada também para alguns casos em que a variável não básica candidata a entrar na base se desloca de um para outro ponto crítico sem que haja bloqueio por parte das variáveis básicas. Neste caso, os conjuntos I e J mant m-se os mesmos, porém os valores das variáveis básicas são alterados.

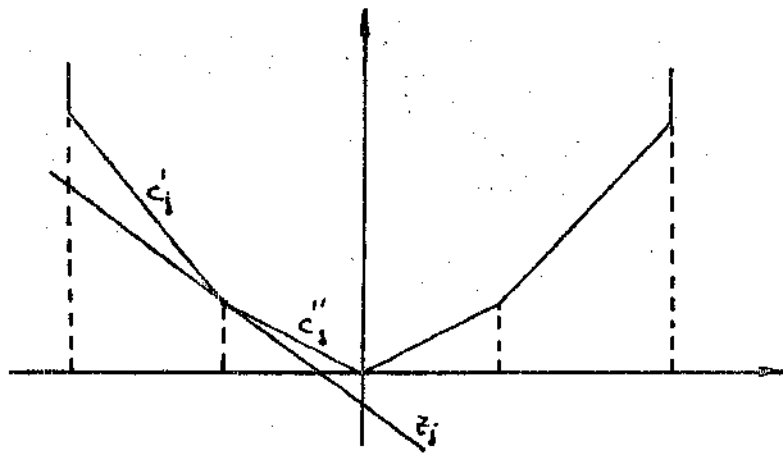
Considere-se a expressão (3.26) a seguir:

$$c_j' \leq z_j \leq c_j'' \quad \forall j \in \{J\} \quad (3.26)$$

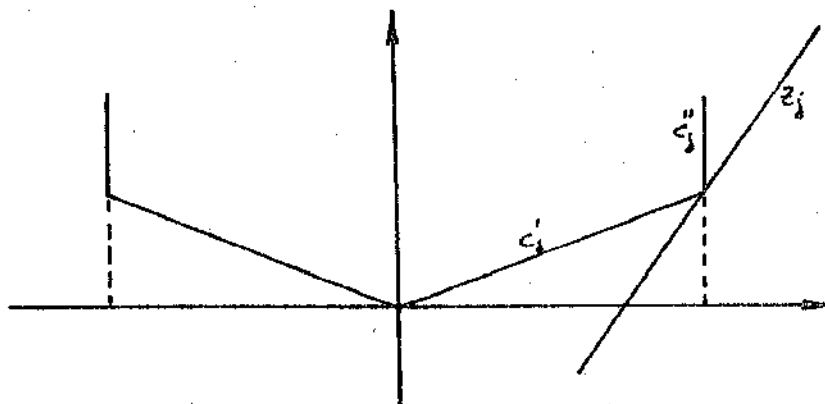
onde c_j' e c_j'' representam os custos (coeficientes angulares) de $z_j(x_j)$ nos intervalos vizinhos do ponto correspondente ao valor da variável não básica x_j . A figura 3.6 mostra a situa o de máximo da fun o $z_j(x_j)$. Observe-se que a inclina o de refer n-



(a)



(b)



(c)

Figura 3.6 - Ilustração de 3.26 para as diferentes variáveis não básicas de J .

cia \bar{x}_j satisfaz aos limites de (3.26), para x_j em qualquer ponto crítico.

Uma solução básica factível e ótima é obtida, a partir do momento em que (3.26) for verdade para todo o conjunto \mathcal{J} . Entretanto uma nova iteração se dará no caso de existir pelo menos uma violação em (3.26) para qualquer variável de \mathcal{J} . A cada iteração o valor da função objetivo deve diminuir e mesmo que os conjuntos \mathcal{I} e \mathcal{J} permaneçam os mesmos, as variáveis básicas x_I e a variável não básica x_k candidata a entrar na base assumem outros valores. Sabe-se que o número de soluções básicas é finito, daí é possível afirmar que o algoritmo de solução termina num número finito de passos.

Se no critério de otimalidade houver empate entre duas ou mais candidatas a entrar na base, a escolha pode ser feita arbitrariamente. Raciocínio análogo vale no caso de empate no critério de saída da variável da base. Entretanto, nessa situação é possível obter uma solução degenerada, podendo inclusive haver casos de ciclagem (o método simplex fica indefinidamente se movendo em torno da solução degenerada).

Na solução final, de acordo com o critério de otimalidade definido por (3.20), as variáveis que constituem o vetor \mathcal{J} assumem o valor de um ponto crítico qualquer (não necessariamente o ponto zero) e as variáveis de \mathcal{I} (básicas), um valor entre os limites extremos, podendo inclusive coincidir com um ponto crítico.

CAPÍTULO IV

O ALGORITMO DE SOLUÇÃO

4.1. Introdução

O problema que se quer resolver é: dados a configuração da rede elétrica, os níveis de geração/demanda tanto de ativos quanto de reativos e, ainda, os valores inicialmente especificados (\underline{V}^{esp} , θ_{ras}^{esp} , \underline{T}^{esp} e \underline{P}^{esp}), determinar os ajustes mínimos possíveis que devem ser feitos nas variáveis do problema ($\underline{\Delta Q}$, $\underline{\Delta V}$ e $\underline{\Delta T}$) em relação aos pontos (\underline{Q}^{esp} , \underline{V}^{esp} e \underline{T}^{esp}), para que o sistema opere em condições normais, obedecendo ao conjunto de restrições de operação. Para esse problema, as restrições de operação são os limites de injeção de potência reativa, os limites das tensões em todas as barras e os limites dos taps dos transformadores. Para resolver o problema reativo/tensão, utiliza-se um algoritmo de programação linear, em que a função objetivo a ser minimizada, corresponde ao custo total dos ajustes feitos nas variáveis de controle existentes, tendo como ponto de referência ou de mínimo (custo zero) o ponto correspondente aos valores especificados. Deve-se observar que as aproximações introduzidas quando da definição do modelo linear não afetaram a solução final, tanto que a solução obtida através do fluxo de carga no final do processo coincidiu sempre com a solução da última programação linear.

O método proposto neste trabalho, para os estudos de planejamento de reativos em sistemas de energia elétrica, é constituído basicamente de dois algoritmos distintos que são resolvidos

No capítulo II, foi apresentada a relação de sensibilidade deduzida a partir das expressões do fluxo de carga. No capítulo III apresentou-se a formulação matemática do problema de otimização, incluindo o método de solução que se baseia num algoritmo de programação linear por partes (PLPP). Nesse algoritmo resolve-se o problema reativo/tensão, de tal maneira que os ajustes nas injeções de potência reativa, nas magnitudes de tensão nodal e nos taps dos transformadores sejam os mínimos necessários em relação ao ponto inicialmente especificado $(\underline{Q}^{MP}, \underline{V}^{MP} \text{ e } \underline{T}^{MP})$.

Finalmente, após a convergência do processo, as injeções de potência reativa são comparadas com os valores especificados (\underline{Q}^{MP}) , sendo a diferença, se existir, a quantidade de reativos que deve ser fornecida pelas fontes reativas existentes (barras de geração) e/ou fontes a serem adicionadas (barras de geração/carga).

4.2. Inicialização do problema

Conforme foi mostrado anteriormente, o sistema de equações que define o problema de fluxo de carga, é formado pelas expressões não lineares utilizadas para o cálculo das injeções de potência ativa e reativa. Sendo assim, o cálculo do fluxo de carga, independente do algoritmo usado (Newton, desacoplado rápido, etc), envolve um método iterativo, sendo o ponto inicial escolhi-

do arbitrariamente. Se esta escolha não for convenientemente realizada, o processo iterativo de busca da solução, pode divergir ou convergir para uma solução não desejada (caso existam outras soluções). Esse problema tende a ocorrer com mais frequência nos estudos de planejamento, onde são comuns situações nas quais não se consegue convergência, principalmente devido a problemas de deficiência/excesso de reativos.

Alguns estudos foram desenvolvidos no sentido de se definir um critério de escolha do ponto inicial (\underline{Q}^o , \underline{V}^o e \underline{T}^o). Estes valores iniciais são usados para definir os limites de $\underline{\Delta Q}$, $\underline{\Delta V}$ e $\underline{\Delta T}$ (descritos no capítulo III) no primeiro processo de otimização. Estes limites são redefinidos posteriormente em função dos valores atualizados fornecidos pelo fluxo de carga (ver figura 4.1). O que se observou desses estudos foi que, para quaisquer valores \underline{Q}^o , \underline{V}^o e \underline{T}^o desde que escolhidos dentro da região factível do problema, a solução final (após alguns passos programação linear-fluxo de carga) foi sempre a mesma, indicando que a solução obtida era a ótima dentro da região de factibilidade. Entretanto, verificou-se que o número de passos "programação linear-fluxo de carga" variava em função do ponto inicial. Isso significa que, para cada ponto inicial, um novo caminho é percorrido para se chegar a solução ótima.

Neste trabalho, a inicialização se faz em $\underline{V}^o = \underline{V}^{MP}$ e $\underline{T}^o = \underline{T}^{MP}$. Para determinar os valores iniciais das potências reativas (\underline{Q}^o), utiliza-se o fluxo de carga, em que todas as barras (exceto a referência) são tomadas como barras de tensão controlada (PV), ou seja, especificadas as magnitudes de tensão e as

potências ativas, obtêm-se os ângulos de fase e as potências reativas (\underline{Q}°). Para facilitar, define-se este fluxo de carga como FCPV. Este tipo de inicialização, utilizando o FCPV apresenta algumas vantagens em relação a outros testados. Note-se que as restrições de demanda tanto ativa como reativa são verificadas para os valores \underline{Q}° , \underline{V}° e \underline{T}° . Pode-se notar também que para esta inicialização os ajustes requeridos ($\Delta\underline{Q}$, $\Delta\underline{V}$ e $\Delta\underline{T}$) são pequenos, tendo em vista que o ponto inicial se situa próximo da solução final. Isso faz com que o número de passos "programação linear-fluxo de carga" seja pequeno. Os resultados obtidos de testes realizados em diversas redes comprovam essa afirmação. Daí a preferência em se usar este tipo de inicialização.

4.3. A programação linear

Para a formulação matemática da programação linear, torna-se necessário, em primeiro lugar, definir um modelo linear que relacione diretamente as variáveis de interesse do problema reativo/tensão ($\Delta\underline{Q}$, $\Delta\underline{V}$ e $\Delta\underline{T}$). Esse modelo linear foi apresentado no Capítulo II, podendo ser escrito na forma matricial como mostra a expressão 4.1,

$$\Delta\underline{Q} = [\underline{S}] \begin{bmatrix} \Delta\underline{V} \\ \Delta\underline{T} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

sendo $\underline{S} = [\underline{B}'' ; \underline{B}_T'']$ de dimensão $[m \times (m + m_t)]$ em que m é o número de barras (total), e m_t o número de transformadores existentes que admitem ajustes de taps. As matrizes \underline{B}'' e \underline{B}_T'' são respectivamente as matrizes de sensibilidade entre potência reativa-tensão e potência reativa-posição dos taps dos transformadores. Essa

variáveis, definem a região factível do problema em questão.

O modelo de programação linear resolve o seguinte problema: dado um ponto qualquer $(\underline{Q}^v, \underline{V}^v \text{ e } \underline{T}^v)$, determinar o ponto ótimo $(\underline{Q}^*, \underline{V}^* \text{ e } \underline{T}^*)$ para o conjunto de restrições existentes (igualdade/desigualdade). Este algoritmo está detalhado no Apêndice B, sendo ilustrado na figura 4.1 pelo bloco iii.

Como já foi visto no Capítulo III, na resolução do problema de programação linear, não é necessário resolver a Fase I do método simplex, sendo uma solução básica factível inicial obtida diretamente do sistema de equações 4.1. Note-se que para as variações das tensões ($\underline{\Delta V}$) e dos taps dos transformadores ($\underline{\Delta T}$), fixadas num dos limites extremos (mínimo ou máximo), as variações de potência reativa ($\underline{\Delta Q}$) podem ser determinadas pela expressão 4.1, sendo factível em qualquer situação, dado que os limites mínimos e máximos de $\underline{\Delta Q}$ estão abertos. Neste caso a base inicial é constituída pelas variações de potência reativa. As variações nas tensões e nos taps formam o conjunto das variáveis não básicas (independentes). A busca da solução ótima é feita através da Fase II do método Primal simplex.

4.4. O fluxo de carga

Como já foi dito anteriormente, o cálculo do fluxo de carga consiste basicamente na determinação do estado do sistema. Neste caso, as restrições de demanda, representadas pelas equações das injeções de potência ativa e reativa, são também verificadas para o novo estado do sistema $(\underline{V} \text{ e } \underline{\theta})$.

Quando se obtêm uma solução ótima pela PLPP, há a necessidade de se verificar se as restrições não lineares estão satisfeitas. Isto é feito, neste trabalho, através do cálculo de fluxo de carga não linear, como já se deixou claro anteriormente. Os problemas envolvidos na aplicação do fluxo de carga, devido tanto a excesso/deficiência de reativos quando do planejamento a longo prazo, quanto devido a uma inicialização deficiente, levaram a um estudo mais ou menos exaustivo das possibilidades de aplicação do fluxo de carga. Nestes estudos foram testados desde modelos linearizados de fluxo de carga até o algoritmo original. A versão que teve melhor desempenho e que foi a adotada, trata-se da mesma utilizada na inicialização do algoritmo, ou seja, considerando-se todas as barras à exceção da referência, de tensão controlada (PV). As magnitudes especificadas para as tensões são as próprias fornecidas pela programação linear, o mesmo acontecendo com os taps dos transformadores. A vantagem deste procedimento reside na sua robustez, ou seja, como as tensões fornecidas pela PLPP são factíveis e como o sistema de transmissão, por hipótese, é o planejado para conseguir transmitir a potência necessária, sempre se consegue convergência, desde que os limites de reativos nas barras PV₀ estejam abertos. Desta maneira, após a solução do FCPV, tem-se um conjunto de valores de tensões, ângulos, potências ativas e potências reativas que atendem todas as restrições existentes (lembrar mais uma vez que os limites de reativos são abertos). Este conjunto de valores são usados, em seguida, como valores iniciais para a próxima PLPP.

4.5. Crêterios de convergência

O critério de convergência definido neste trabalho,   feito comparando-se a soluço obtida do modelo linear (PLPP) com a soluço do modelo exato (FCPV). Se forem iguais, dentro de uma tolerância especificada, pode-se garantir que os efeitos das aproxima es introduzidas no modelo linear são totalmente eliminados, e que as restri es tanto de carga (demanda) quanto de opera o são plenamente satisfeitas, e o processo termina. Caso contrário, repete-se um novo passo "programa o linear-fluxo de carga", como mostra a figura 4.1.

Resumindo, o algoritmo da programa o linear (PLPP) procura resolver da melhor maneira possível o problema reativo/tensão onde o modelo linear (matriz de sensibilidade) permanece constante durante todo o processo, sendo alteradas somente as restri es de opera o (ou desigualdades) que são redefinidas pelos novos valores Q^v , V^v e T^v . Para o cálculo do fluxo de carga, utilizam-se os valores das magnitudes das tensões e dos taps dos transformadores obtidos da programa o linear, que são especificados juntamente com as inje es de potência ativa (barras PV^v). A resolu o do fluxo de carga fornece novos valores para os ângulos de fase das tensões e para as inje es de potência reativa.

4.6. Fontes reativas

Após a obten o da soluço final, as inje es de potência reativa são comparadas com os valores inicialmente especificados (Q^{AP}), podendo-se escrever as seguintes expressões:

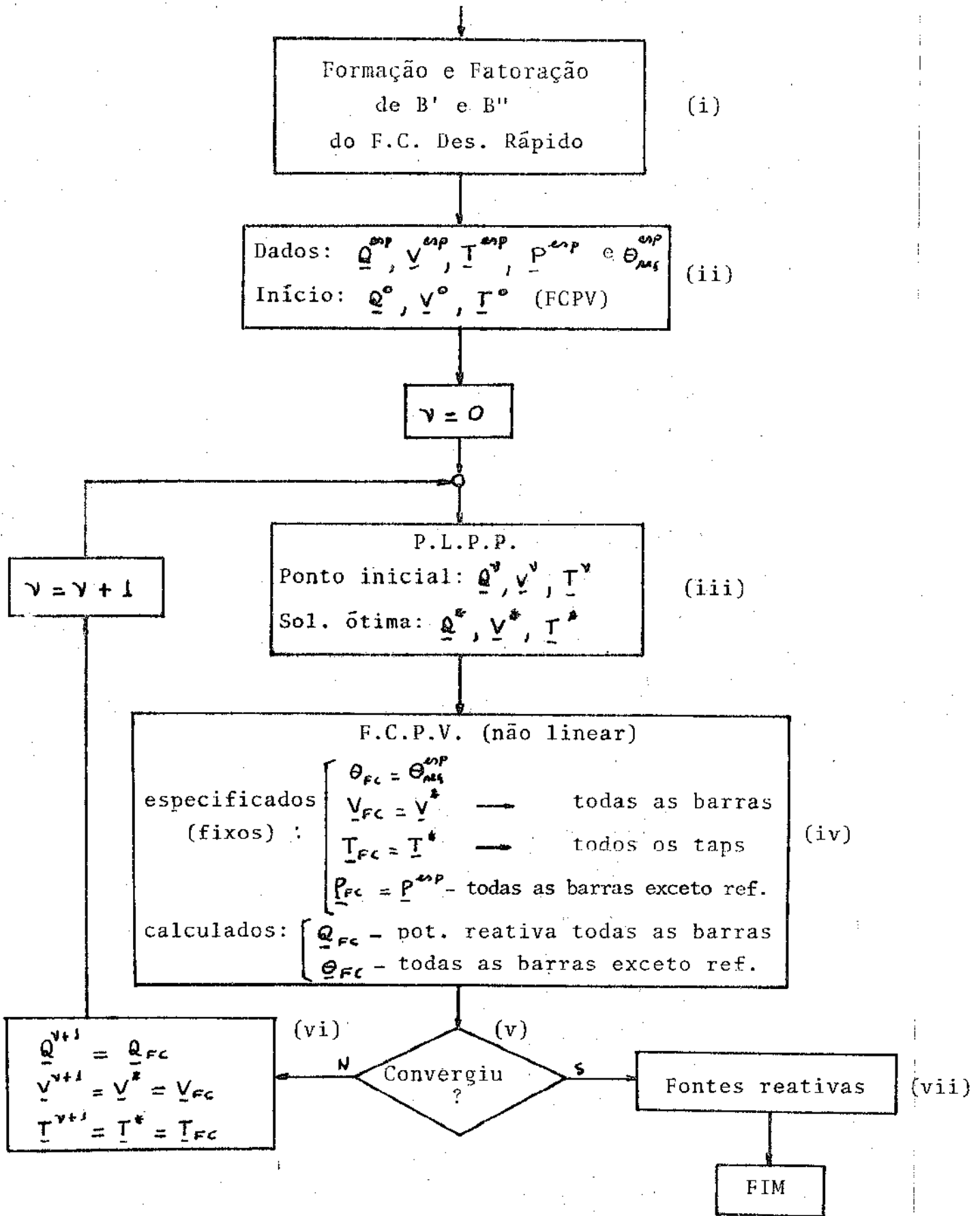


Figura 4.1 - Algoritmo simplificado para o planejamento de reativos em sistemas de energia elétrica

Nota: O subscrito "FC" está sendo usado para identificar as variáveis do fluxo de carga (FCPV).

a - barras de carga: $j = m+1, \dots, n$

$$\Delta Q_j^{\text{fonte}} = Q_j - Q_j^{\text{esp}} \quad (4.2)$$

b - barras de geração: $j = 1, \dots, m$

$$\Delta Q_j^{\text{fonte}} = \begin{cases} 0 & ; & Q_j^{\text{inf}} \leq Q_j \leq Q_j^{\text{sup}} \\ Q_j - Q_j^{\text{inf}} & ; & Q_j < Q_j^{\text{inf}} \\ Q_j - Q_j^{\text{sup}} & ; & Q_j > Q_j^{\text{sup}} \end{cases} \quad (4.3)$$

Nas barras de geração (REF e PV) o processo de solução, como descrito no Capítulo III, procura primeiro ajustar a potência reativa na faixa que define a capacidade de geração, em que ΔQ_j é fornecido pelas fontes existentes. Uma nova fonte é requerida para essas barras somente quando os ajustes (ΔQ_j) violam os limites definidos para a capacidade própria de reativos.

Utilizando as magnitudes das tensões e as variações de potência reativa ($\Delta Q_j^{\text{fonte}}$) obtidas nas expressões (4.2) e (4.3), pode-se escrever:

$$y_n^{\text{sh}} = \frac{\Delta Q_n^{\text{fonte}}}{V_n^2} \quad (4.4)$$

para $n = 1, \dots, R$, sendo R o conjunto das barras onde devem ser alocadas as novas fontes reativas que são as admitâncias de barra (y_n^{sh}).

4.7. Um exemplo de aplicação

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos do teste realizado com o sistema de 5 barras e 7 linhas [18], mostra

do na figura 4.2, utilizando-se o algoritmo de planejamento de reativos proposto neste trabalho.

Pretende-se determinar um novo ponto de operação ajustando-se as variáveis de controle do problema (ΔQ , o sistema não apresenta transformador), no sentido de minimizar esses ajustes em relação ao ponto inicialmente especificado (Q^{in} e V^{in}). Note-se que as magnitudes das tensões são especificadas também para as barras PQ_s , o mesmo acontecendo com as injeções de potência reativa nas barras de geração. Na tabela 4.1 estão apresentados os parâmetros de linha da rede da figura 4.2. A tabela 4.2 apresenta os valores especificados das injeções de potência ativa e reativa e das magnitudes das tensões em todas as barras. Os limites utilizados para a definição das restrições de operação (desigualdades) são apresentados na tabela 4.3. Os custos das variações nas magnitudes das tensões, da capacidade própria de fornecimento de reativos e das fontes reativas a serem adicionadas (se for necessário) são vistos na tabela 4.4. Os valores iniciais de Q e V , são obtidos do fluxo de carga (FCPV), considerando-se todas as barras (exceto a referência) como sendo barra de tensão controlada (PV), e estão na tabela 4.5.

Conhecido o ponto inicial (Q^o e V^o) e o ponto especificado (Q^{in} e V^{in}), e após ter sido definido o modelo linear, que para essa rede a matriz de sensibilidade S é a própria matriz B'' do fluxo desacoplado rápido, pode-se resolver o problema de programação linear (PLPP). O passo seguinte envolve a resolução do fluxo de carga (FCPV). O teste de convergência é feito comparando-se as duas soluções (PLPP e FCPV). Se forem diferentes, re

solve-se novamente a programação linear seguida do fluxo de carga até que se tenha uma mesma solução (dada uma tolerância de 10^{-3}). Para essa rede foram necessários 5 passos "PLPP-FCPV" para se chegar a solução final, e seus resultados podem ser vistos na tabela 4.6.

Os resultados da tabela 4.6 mostram que os valores finais obtidos para as potências reativas praticamente coincidem com os valores inicialmente especificados, à exceção da barra 2, onde foi necessário aumentar a geração de reativos de 0 para 0,094 pu. Pode-se observar também que o ponto inicial (Q^0) se situa distante da solução final obtida (Q). Em qualquer situação, verifica-se que o algoritmo de planejamento de reativos determina uma mesma solução, sendo neste caso independente do ponto inicial. Procurando ilustrar melhor o exemplo foi realizado um novo teste com a mesma rede de 5 barras onde a inicialização foi feita num ponto diferente do ponto especificado, e os resultados são apresentados na tabela 4.7. Verificar que a solução é a mesma obtida anteriormente.

Na tabela 4.8 são mostrados os custos totais dos ajustes efetuados nas injeções de potência reativa para os dois testes realizados. A figura 4.3 mostra as curvas correspondentes aos custos apresentados na tabela 4.8.

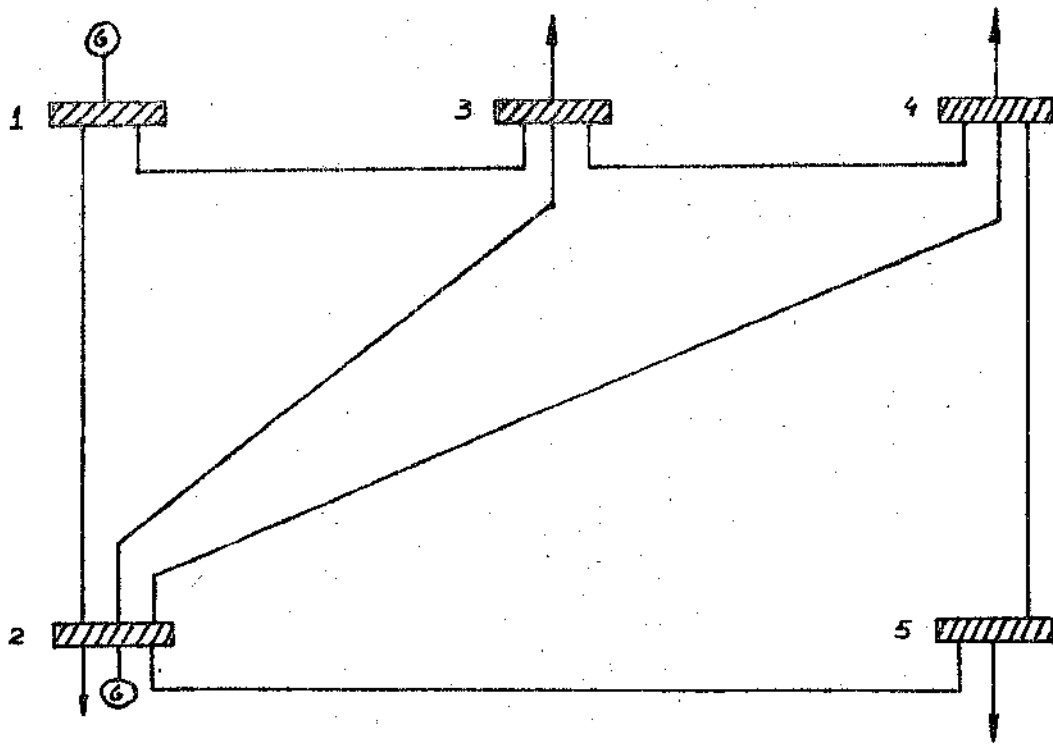


Figura 4.2 - Sistema exemplo (5 barras e 7 linhas)

Tabela 4.1 - Parâmetros das linhas (pu)

Linha		R	X	Y
k	ℓ			
1	2	0,02	0,06	0,030
1	3	0,08	0,24	0,025
2	3	0,06	0,18	0,020
2	4	0,06	0,18	0,020
2	5	0,04	0,12	0,015
3	4	0,01	0,03	0,010
4	5	0,08	0,24	0,025

Tabela 4.2 - Valores especificados

VARIÁVEL BARRA	TIPO	V (pu)	P (pu)	Q (pu)
1	REF	1,06	-	0,00
2	PV	1,00	0,20	0,00
3	PQ	1,00	-0,45	-0,15
4	PQ	1,00	-0,40	-0,05
5	PQ	1,00	-0,60	-0,10

Tabela 4.3 - Limites de V e Q

VARIÁVEL BARRA	V		Q (MVar)			
	MIN	MAX	INF	SUP	MIN	MAX
1	0,90	1,10	-10,0	10,0	-2000,0	2000,0
2	0,90	1,10	-10,0	10,0	-2000,0	2000,0
3	0,90	1,10	-	-	-2000,0	2000,0
4	0,90	1,10	-	-	-2000,0	2000,0
5	0,90	1,10	-	-	-2000,0	2000,0

Tabela 4.4 - Custos de V e Q

VARIÁVEL BARRA	CUSTOS PARA AS TENSÕES		CUSTOS PARA AS POTÊNCIAS REATIVAS			
			CAPACIDADE PRÓPRIA		FONTES ADICIONAIS	
	MIN	MAX	INF	SUP	MIN	MAX
1	-0,0001	0,0001	-1,0	1,0	-10,0	10,0
2	-0,0001	0,0001	-1,0	1,0	-10,0	10,0
3	-0,0001	0,0001	-	-	-10,0	10,0
4	-0,0001	0,0001	-	-	-10,0	10,0
5	-0,0001	0,0001	-	-	-10,0	10,0

Tabela 4.5 - Valores iniciais (FCPV) ($\nu = 0$)

BARRA	TIPO	V	θ	P	Q
1	REF	1,06	0,000	1,310	0,853
2	PV	1,00	-0,036	0,199	-1,104
3	PV	1,00	-0,084	-0,450	-0,132
4	PV	1,00	-0,091	-0,399	0,088
5	PV	1,00	-0,108	-0,599	0,182

Tabela 4.6 - Soluções da PLPP e FCPV

PASSO (γ)	VARIÁVEL	PLPP		FCPV			
	BARRA	V*	Q*	V	Q	θ	P
1	1	1,100	0,000	1,100	-0,123	0,000	1,293
	2	1,090	0,149	1,090	0,321	-0,046	0,200
	3	1,065	-0,150	1,065	-0,171	-0,080	-0,450
	4	1,064	-0,050	1,064	-0,078	-0,086	-0,400
	5	1,057	-0,100	1,057	-0,157	-0,098	-0,600
2	1	1,100	0,000	1,100	0,026	0,000	1,292
	2	1,083	0,094	1,083	0,045	-0,044	0,200
	3	1,063	-0,150	1,063	-0,145	-0,080	-0,450
	4	1,062	-0,050	1,062	-0,044	-0,086	-0,400
	5	1,056	-0,100	1,056	-0,089	-0,099	-0,600
3	1	1,100	0,000	1,100	-0,005	0,000	1,292
	2	1,084	0,092	1,084	0,101	-0,044	0,201
	3	1,063	-0,150	1,063	-0,151	-0,080	-0,450
	4	1,063	-0,050	1,063	-0,051	-0,086	-0,400
	5	1,056	-0,100	1,056	-0,102	-0,099	-0,600
4	1	1,100	0,000	1,100	0,001	0,000	1,292
	2	1,084	0,092	1,084	0,090	0,044	0,200
	3	1,063	-0,150	1,063	-0,150	-0,080	-0,450
	4	1,062	-0,050	1,062	-0,050	-0,086	-0,400
	5	1,056	-0,100	1,056	-0,100	-0,099	-0,600
5	1	1,100	0,000	1,100	0,000	0,000	1,292
	2	1,084	0,092	1,084	0,092	-0,044	0,201
	3	1,063	-0,150	1,063	-0,150	-0,080	-0,450
	4	1,062	-0,050	1,062	-0,050	-0,086	-0,400
	5	1,056	-0,100	1,056	-0,100	-0,099	-0,600

Tabela 4.7 - Resultados finais utilizando-se um novo ponto inicial

BARRA	V^0	Q^0	V^*	Q^*
1	0,80	-0,395	1,100	0,000
2	0,80	-0,015	1,084	0,092
3	0,80	0,165	1,063	-0,150
4	0,80	0,114	1,062	-0,050
5	0,80	0,210	1,056	-0,100

Tabela 4.8 - Custo total em cada passo "PLPP-FCPV"

Passos	Custo total	
	$V^0 = V^{opt}$	$V^0 = 0,80 pu$
0	3,337	8,300
1	1,504	2,057
2	0,291	0,365
3	0,146	0,136
4	0,092	0,092
5	0,092	-

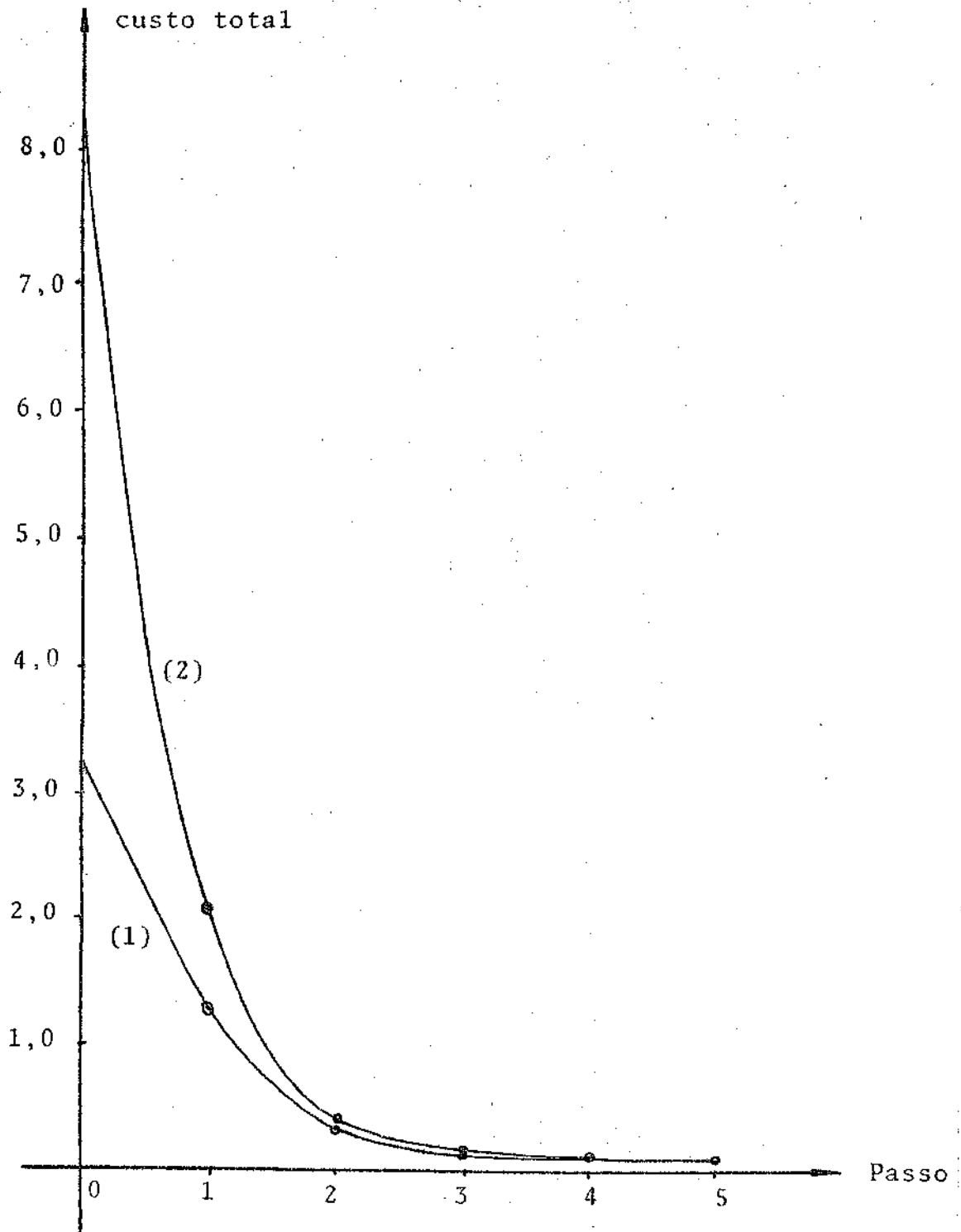


Figura 4.3 - Custo total (FCPV) em cada passo

(1) - $\underline{V}^o = \underline{V}^{esp}$

(2) - $\underline{V}^o = 0,80 p\mu$

CAPÍTULO V

TESTES E RESULTADOS

5.1. Introdução

Neste capítulo são apresentados alguns dos resultados obtidos em testes realizados com sistemas da região Sul do Brasil (planejados para 1984 e 1990) e com a rede IEEE-30 [19], utilizando o programa de planejamento de reativos desenvolvido neste trabalho.

Com o propósito de se estudar somente o problema reativo/tensão, para os testes realizados com o sistema Sul do Brasil, utilizou-se a configuração da rede elétrica determinada através do planejamento da expansão do sistema de transmissão que satisfaça aos requisitos de geração/demanda ativas préestabelecidos segundo o horizonte. Para tanto foi utilizado o sistema SINTRA [20].

Em todos os testes realizados, foram consideradas as restrições de desigualdades para as variáveis de controle, que são minimizadas em torno do ponto especificado. Para isso o valor inicialmente especificado deve estar na faixa entre os limites mínimo e máximo dessa variável. A cada variável é associado um custo em relação ao ajuste requerido, podendo ser fictício (quando o ajuste é feito pelo próprio sistema) ou não (custo de nova fonte a ser adicionada). Em todos os testes, os custos das variáveis foram escolhidos no sentido de que os ajustes nos taps fossem realizados em primeiro lugar, seguido pelos ajustes nas injeções de potência reativa na faixa de capacidade própria (barras de geração),

e por último os ajustes das potências reativas através das novas fontes reativas. Essa sequência de operação pode ser totalmente alterada, dependendo exclusivamente dos custos associados às variáveis de controle. Note-se que, para manter a variável no ponto especificado, basta que se aumente o seu custo, pois como o processo de solução da PLPP minimiza o custo total em relação ao ponto especificado, em nenhum instante essa variável assumirá um valor diferente do especificado que possa fazer com que o custo total diminua. Essa variável será não básica durante todo o processo de otimização.

Neste trabalho, o planejamento de reativos em sistemas de energia elétrica, que é parte integrante do planejamento da expansão, é utilizado a partir do momento em que se conhece a configuração inicial do sistema (linhas de transmissão, transformadores, gerações e demandas).

5.2. Condições comuns aos testes realizados

Consideram-se como limites extremos, para as magnitudes das tensões, os valores 0,90 e 1,10 pu e para as injeções de potência reativa os valores -20,0 e 20,0 pu (base de 100 MVA), que definem a faixa de variação destas variáveis. Estes limites foram adotados em todos os testes realizados, o mesmo acontecendo com os coeficientes angulares (ou custo associado às variáveis do problema), apresentados na tabela que segue.

Variáveis	Coefficientes	Valores
ΔQ_j $j = J, \dots, m$	c_j^{ind}	-1,0
	c_j^{cap}	1,0
	c_j^{com}	-10^{-2}
	c_j^{pax}	10^{-2}
ΔT_i $i = J, \dots, m$	c_i^{emi}	-10^{-4}
	c_i^{cava}	10^{-4}
ΔV_l $l = J, \dots, m$	c_l^{vazi}	-10^{-6}
	c_l^{vma}	10^{-6}

A tolerância para o fluxo de carga desacoplado rápido foi de 10^{-3} pu (somente para a parte ativa, pois só se têm barras PV's - FCPV).

Uma tolerância é dada, também, ao processo de convergência entre a solução linear (PLPP) e a solução não linear (FCPV). Isso pode ser feito comparando-se as potências reativas obtidas pelos dois algoritmos, ou seja,

$$\left| Q_j^{PLPP} - Q_j^{FCPV} \right| < 10^{-3}$$

para $j = J, \dots, m$. Se esta tolerância for respeitada para todas as barras, o processo é encerrado. Caso contrário, resolve-se novamente o problema de otimização seguido de um novo fluxo de carga desacoplado rápido (FCPV).

$$Q_i^{inj} = 0,9 Q_i^{exp}$$

$$Q_i^{exp} = 1,3 Q_i^{inj}$$

5.2,

Os fatores 0,9 e 1,3 das expressões (5.2) foram escolhidos arbitrariamente.

5.3.1. Rede Sul do Brasil (síntese para o ano de 1984)

A configuração do sistema Sul do Brasil, após ter sido realizado o planejamento da expansão para o ano de 1984, apresenta 35 barras (subestações), 60 linhas e 5 transformadores, nos níveis de tensão de 230 KV e 500 KV (figura 5.1). Os parâmetros das linhas desta rede tanto para o ano de 1984 como para o ano de 1990 são apresentados no Apêndice C. Na tabela 5.1 são mostrados os parâmetros dos transformadores existentes, sendo T^{min} e T^{max} os limites extremos impostos às variações dos taps. Na tabela 5.2 são apresentados os valores especificados das tensões e das injeções de potência ativa e reativa em cada barra. São mostrados também os valores iniciais para as potências reativas obtidos do ECPV. As injeções de potência reativa especificadas são determinadas pelas expressões 5.1. Os limites adotados para o fornecimento de reativos através da capacidade própria (barras de geração) são mostrados na tabela 5.3. Estes limites foram calculados pelas expressões (5.2), exceto para a barra de referência.

Nas tabelas 5.4 e 5.5 estão os resultados finais do problema, que convergiu para uma mesma solução em 7 passos "PLPP-ECPV". O custo total em relação ao ponto especificado obtido para a solução linear (PLPP) e após resolver o ECPV, bem como o tempo

$$Q_j^{inj} = 0,9 Q_j^{MP}$$

$$Q_j^{MP} = 1,3 Q_j^{inj}$$

5.2)

Os fatores 0,9 e 1,3 das expressões (5.2) foram escolhidos arbitrariamente.

5.3.1. Rede Sul do Brasil (síntese para o ano de 1984)

A configuração do sistema Sul do Brasil, após ter sido realizado o planejamento da expansão para o ano de 1984, apresenta 35 barras (subestações), 60 linhas e 5 transformadores, nos níveis de tensão de 230 KV e 500 KV (figura 5.1). Os parâmetros das linhas desta rede tanto para o ano de 1984 como para o ano de 1990 são apresentados no Apêndice C. Na tabela 5.1 são mostrados os parâmetros dos transformadores existentes, sendo T^{min} e T^{max} os limites extremos impostos às variações dos taps. Na tabela 5.2 são apresentados os valores especificados das tensões e das injeções de potência ativa e reativa em cada barra. São mostrados também os valores iniciais para as potências reativas obtidos do FCPV. As injeções de potência reativa especificadas são determinadas pelas expressões 5.1. Os limites adotados para o fornecimento de reativos através da capacidade própria (barras de geração) são mostrados na tabela 5.3. Estes limites foram calculados pelas expressões (5.2), exceto para a barra de referência.

Nas tabelas 5.4 e 5.5 estão os resultados finais do problema, que convergiu para uma mesma solução em 7 passos "PLPP-FCPV". O custo total em relação ao ponto especificado obtido para a solução linear (PLPP) e após resolver o FCPV, bem como o tempo

de processamento de cada passo, são mostrados na tabela 5.6. Finalmente na tabela 5.7 são apresentadas as novas fontes reativas que são instaladas nas barras do sistema como admitâncias de barra. Para maior facilidade de interpretação, os resultados da tabela 5.6 são apresentados também na figura 5.2 em forma de gráfico.

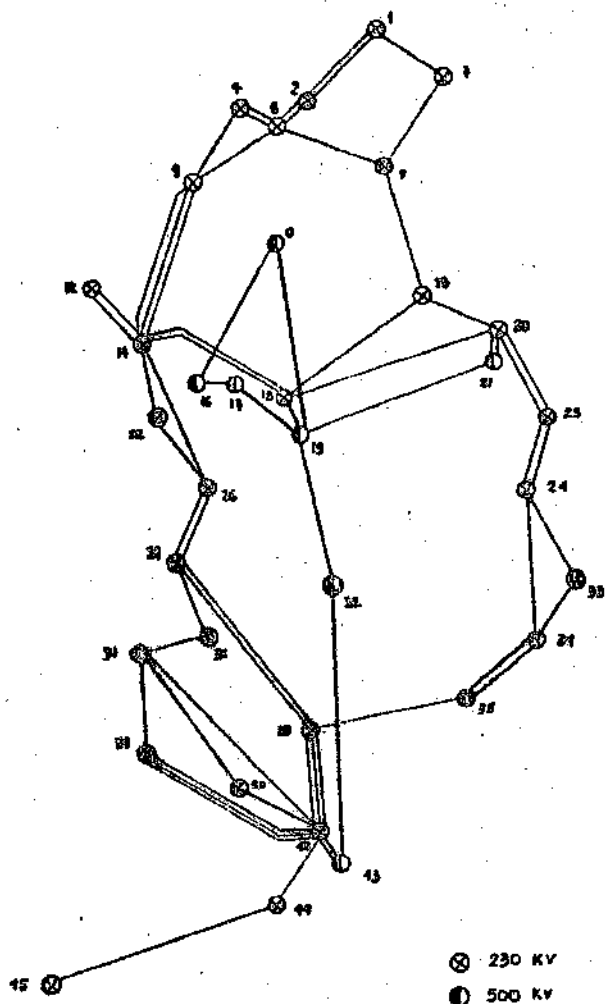
5.3.2. Rede Sul do Brasil (síntese para o ano de 1990)

A configuração do sistema Sul do Brasil, para o ano de 1990 (figura 5.3), apresenta 40 barras, 65 linhas e 12 transformadores (Apêndice C), nos níveis de tensão de 230 KV e 500 KV. Os dados são mostrados nas tabelas 5.8, 5.9 e 5.10. Para esta rede foram realizados dois tipos de teste: um incluindo os taps no conjunto das variáveis de controle (taps variáveis), e outro mantendo-os fixos durante todo o processo de solução do problema de otimização.

As tabelas 5.11, 5.12, 5.13 e 5.14 fornecem os resultados finais obtidos com os taps variáveis. Os resultados com os taps fixos são apresentados nas tabelas 5.15, 5.16 e 5.17. A construção dessas tabelas é semelhante à das tabelas apresentadas para o ano de 1984.

5.4. Sistema IEEE-30 [19]

Na introdução do capítulo II foi dito que o mesmo algoritmo desenvolvido para o planejamento de reativos poderia ser usado também para minimizar as fontes reativas existentes no sistema. Neste caso o algoritmo de solução da PLPP procura determinar um novo ponto de operação no qual a solicitação das fontes reativas



0	IVAIPODA	16	SANTIAGO	32	BARRAÇAO
1	ASSIS	17	SEBRADO	33	PALHOÇA
2	LONDRINA	18	FOZ DO ABEIA	34	J. LACERDA
3	LONDRINA	19	FOZ DO ABEIA	35	SIDEROPOLIS
4	MARINGÁ	20	CURITIBA	36	STA. MARTA
5	APUCARANA	21	CURITIBA	37	PASSO REAL
6	APUCARANA	22	PATO BRANCO	38	FARROUPILHA
7	XAVANTES	23	JOINVILLE	39	ITAUBA
8	FIGUEIRA	24	BLUMENAU	40	V. AIRES
9	CAMPO MOURAO	25	BLUMENAU	41	V. AIRES
10	CAMPO MOURAO	26	RANXERE	42	PORTO ALEGRE
11	IVAIPODA	27	PASSO FUNDO	43	PORTO ALEGRE
12	CASCADEL	28	ITA	44	CAMARUÁ
13	PONTA GROSSA	29	SANTANA	45	CANDIÓTA
14	SALTO OSÓRIO	30	SANTANA		
15	SANTIAGO	31	MACHADINHO		

Figura 5.1 - Diagrama unifilar do sistema Sul do Brasil
(ano de 1984)

Tabela 5.1 - Parâmetros dos transformadores do Sistema Sul (ano de 1984)

Nº	Ligações		T _{esp}	T _{min}	T _{max}
	k	ℓ			
1	18	19	1,0	0,90	1,10
2	20	21	1,0	0,90	1,10
3	42	43	1,0	0,90	1,10
4	20	21	1,0	0,90	1,10
5	42	43	1,0	0,90	1,10

Tabela 5.2 - Valores especificados e valores iniciais (Q^0)
para a rede Sul do Brasil (ano de 1984)

BARRA	TIPO	v^{esp}	p^{esp}	Q^{esp}	Q^0
0	REF	1,0	-	-1,225	-1,005
1		1,0	0,00	0,000	-0,143
2		1,0	-2,58	-1,250	0,389
4		1,0	-1,75	-0,848	0,570
5		1,0	-1,39	-0,673	0,427
7		1,0	0,00	0,000	-0,074
8		1,0	-0,33	-0,160	0,050
9		1,0	0,00	0,000	1,070
12		1,0	-2,84	-1,376	0,637
15		1,0	-1,08	-0,523	0,488
14	PV	1,0	9,78	4,737	-1,472
16	PV	1,0	12,26	5,938	-1,194
17		1,0	0,00	0,000	0,154
18		1,0	0,00	0,000	-0,501
19	PV	1,0	8,17	3,957	-0,522
20		1,0	-5,06	-2,451	-0,154
21		1,0	0,00	0,000	1,115
22		1,0	-0,27	-0,131	0,040
23		1,0	-2,32	-0,124	0,708
24		1,0	-2,38	-1,153	0,318
26		1,0	-1,20	-0,581	0,113
27	PV	1,0	1,14	0,552	-0,484
32		1,0	0,00	0,000	-0,154
33		1,0	-1,17	-0,567	0,166
34	PV	1,0	3,09	1,500	-0,652
35		1,0	-1,13	-0,547	0,067
36		1,0	-0,60	-0,291	0,016
37	PV	1,0	2,53	1,225	-0,532
38		1,0	-1,38	-0,668	-0,120
39	PV	1,0	2,75	1,332	-0,664
40		1,0	-1,67	-0,809	0,353
42		1,0	-9,91	-4,800	0,278
43		1,0	0,00	0,000	0,542
44		1,0	-0,51	-0,247	-0,060
45	PV	1,0	0,38	0,184	-0,166

Obs: Onde não está indicado o TIPO, a barra é PQ (ou de carga)

Tabela 5.3 - Barras de geração (limites impostos
 à capacidade própria de reativos) da
 Rede Sul do Brasil (ano de 1984)

BARRA	Q^{inf}	Q^{sup}
0	-6,225	3,775
14	4,263	6,158
16	5,344	7,719
19	3,561	5,144
27	0,497	0,718
34	1,347	1,946
37	1,103	1,593
39	1,199	1,732
45	0,166	0,239

Tabela 5.4 - Resultados finais do sistema Sul do Brasil
(ano de 1984)

BARRA	V	0	P	Q	
0	1,037	0	-0,347	-5,266	
1	0,924	-0,768	0,000	0,182	(*)
2	0,913	-0,794	-2,580	0,951	(*)
4	0,900	-0,718	-1,750	-0,002	(*)
5	0,900	-0,748	-1,390	-0,673	
7	0,917	-0,732	0,000	0,000	
8	0,900	-0,670	-0,330	-0,160	
9	0,965	-0,437	-0,000	0,000	
12	1,030	-0,245	-2,840	-1,375	
13	0,916	-0,442	-1,080	-0,523	
14	1,100	-0,160	9,780	4,263	
16	1,100	0,051	12,260	5,344	
17	1,076	-0,008	0,000	0,000	
18	1,056	-0,102	0,000	0,000	
19	1,057	-0,057	8,170	5,144	
20	0,964	-0,366	-5,060	-2,451	
21	0,900	-0,299	0,000	0,000	
22	1,066	-0,241	-0,270	-0,131	
23	0,900	-0,574	-2,320	-0,490	(*)
24	0,900	-0,649	-2,380	-0,400	(*)
26	1,046	-0,302	-1,200	-0,581	
27	1,048	-0,329	1,140	0,582	
32	1,012	-0,187	0,000	0,000	
33	0,912	-0,652	-1,170	-0,567	
34	1,026	-0,508	3,090	1,946	
35	1,004	-0,528	-1,130	-0,547	
36	1,046	-0,352	-0,600	-0,291	
37	1,074	-0,324	2,530	1,593	
38	0,944	-0,477	-1,380	-0,668	
39	1,076	-0,321	2,750	1,731	
40	0,920	-0,495	-1,670	-0,809	
42	0,924	-0,470	-9,910	-4,800	
43	0,935	-0,419	0,000	0,000	
44	0,947	-0,495	-0,510	-0,247	
45	1,023	-0,435	0,380	0,239	

(*) Locais onde serão instaladas as novas fontes reativas.

Tabela 5.5 - Posições dos taps dos transformadores da rede Sul do Brasil (ano de 1984)

Nº	Ligações		Taps
	k	ℓ	
1	18	19	1,000
2	20	21	0,911
3	42	43	1,000
4	20	21	0,900
5	42	43	1,000

Tabela 5.6 - Custo total e tempo de processamento (PDP-10) em segundos da rede Sul do Brasil (ano de 1984)

PASSO	PLPP	FCPV	CPU (acumulado)
0	-	49,6539	-
1	4,1952	7,2229	17,505
2	4,8154	5,6929	34,407
3	4,8513	5,0293	49,389
4	4,8698	4,9138	65,647
5	4,8760	4,8911	81,414
6	4,8779	4,8824	97,891
7	4,8786	4,8803	113,746
Σ	-	-	116,203

Tabela 5.7 - Variações de potência reativa nas barras de carga (fontes reativas) necessárias para a rede Sul do Brasil (ano de 1984)

BARRA	Q^{esp}	Q	$Q - Q^{esp}$	V	Fontes reativas admitâncias (pu)
1	0,000	0,182	0,182	0,924	0,213
2	-1,250	0,951	2,200	0,913	2,640
4	-0,848	-0,002	0,845	0,900	1,040
23	-1,120	-0,490	0,634	0,900	0,782
24	-1,150	-0,400	0,753	0,900	0,930

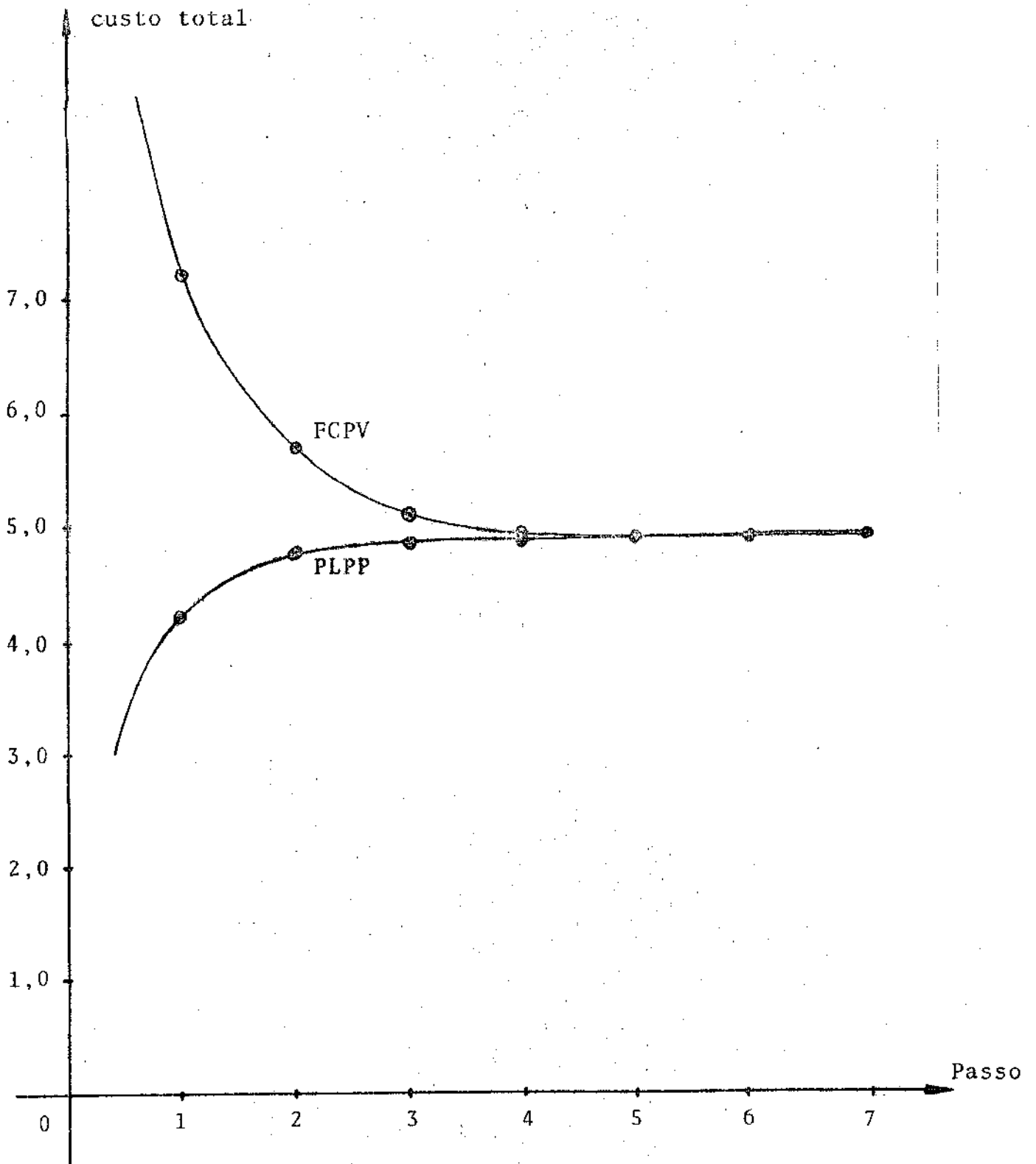
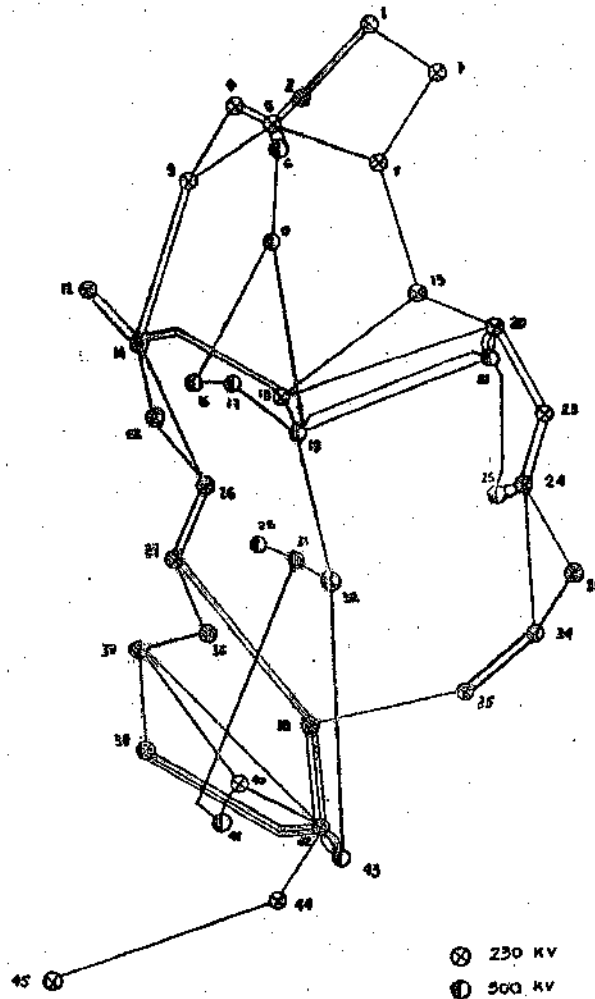


Figura 5.2 - Custo total em cada passo "PLPP-FCPV"
(Ano de 1984)



0	IVAIPORA	16	SANTIAGO	32	BARRACO
1	ASSIS	17	SEGREDO	33	PALHOÇA
2	LONDRINA	18	FOZ DO AREGIA	34	J. LACERDA
3	LONDRINA	19	BOA DO AREGIA	35	SIDEROPOLIS
4	MARINGÁ	20	CURITIBA	36	STA. MARTA
5	APUCARANA	21	PRYTO BRANCO	37	PASSO REAL
6	APUCARANA	22	JOINVILLE	38	FARROUPILHA
7	XAVANTES	23	BLUMENAU	39	ITAUBÁ
8	FIGUEIRA	24	KANZLERE	40	V. AIRES
9	CAMPO MOURAO	25	PASSO FUNDO	41	V. AIRES
10	CAMPO MOURAO	26	ITA	42	PORTO ALEGRE
11	IVAIPORA	27	SANTANA	43	PORTO ALEGRE
12	CASCATEL	28	SANTANA	44	CANAQUÁ
13	PONTA GROSSA	29	SANTANA	45	CANDIÓTA
14	BALTO OSÓRIO	30	MACADINHÓ		
15	SANTIAGO	31			

Figura 5.3 - Diagrama unifilar (rede Sul do Brasil - ano de 1990)

Tabela 5.8 - Parâmetros dos transformadores do sistema
Sul do Brasil (ano de 1990)

Nº	Ligações		T_{esp}	T_{min}	T_{max}
	k	l			
1	18	19	1,0	0,95	1,05
2	20	21	1,0	0,95	1,05
3	42	43	1,0	0,95	1,05
4	5	6	1,0	0,95	1,05
5	42	43	1,0	0,95	1,05
6	42	43	1,0	0,95	1,05
7	20	21	1,0	0,95	1,05
8	5	6	1,0	0,95	1,05
9	24	25	1,0	0,95	1,05
10	40	41	1,0	0,95	1,05
11	24	25	1,0	0,95	1,05
12	20	21	1,0	0,95	1,05

Tabela 5.9 - Valores especificados para o ano de 1990 do sistema Sul do Brasil

BARRA	TIPO	v ^{esp}	p ^{esp}	Q ^{esp}	Q ^o (FCPV)
0	REF	1,0	-	2,901	-1,082
1		1,0	0,00	0,000	-0,154
2		1,0	-4,43	-2,146	0,895
4		1,0	-3,01	-1,458	0,580
5		1,0	-2,38	-1,153	-1,146
6		1,0	0,00	0,000	1,486
7		1,0	0,00	0,000	-0,090
8		1,0	-0,72	-0,349	0,036
9		1,0	0,00	0,000	-0,286
12		1,0	-5,12	-2,480	1,469
13		1,0	-1,86	-0,901	0,377
14	PV	1,0	9,44	4,572	-1,336
16	PV	1,0	13,66	6,616	-1,159
17	PV	1,0	10,00	4,843	-0,270
18		1,0	0,00	0,000	-0,542
19	PV	1,0	7,73	3,744	1,236
20		1,0	-10,91	-5,284	0,234
21		1,0	0,00	0,000	3,393
22		1,0	-0,82	-0,397	0,380
23		1,0	-4,58	-2,220	1,053
24		1,0	-4,78	-2,315	-0,459
25		1,0	0,00	0,000	1,293
26		1,0	-2,32	-1,124	0,612
27	PV	1,0	0,54	0,262	-0,375
28	PV	1,0	7,30	3,535	-0,424
31	PV	1,0	3,10	1,501	0,311
32	PV	1,0	4,50	2,179	1,027
33		1,0	-2,29	-1,110	0,511
34	PV	1,0	2,21	1,070	-0,521
35		1,0	-2,16	-1,046	0,309
36		1,0	-0,90	-0,436	0,111
37	PV	1,0	2,12	1,030	-0,516
38		1,0	-2,16	-1,046	0,045
39	PV	1,0	2,21	1,070	-0,516
40		1,0	-2,62	-1,269	-0,159
41		1,0	0,00	0,000	1,055
42		1,0	-16,08	-7,788	1,194
43		1,0	0,00	0,000	3,052
44		1,0	-0,79	-0,383	0,255
45		1,0	-0,87	-0,421	0,143

Tabela 5.10 - Limites da capacidade própria de fornecimento de reativos do sistema Sul do Brasil (ano de 1990)

BARRA	Q^{inf}	Q^{sup}
0	-2,099	7,901
14	4,115	5,944
16	5,954	8,601
17	4,359	6,296
19	3,369	4,867
27	0,235	0,340
28	3,182	4,596
31	1,351	1,952
32	1,962	2,833
34	0,963	1,392
37	0,924	1,335
39	0,963	1,392

Tabela 5.11 - Resultados finais (ano de 1990) do sistema Sul do Brasil com taps variáveis

BARRA	V	θ	P	Q
0	1,025	0,000	9,594	1,456
1	0,911	-0,309	0,000	0,000
2	0,903	-0,294	-4,430	-2,145
4	0,915	-0,285	-3,010	-1,458
5	0,955	-0,214	-2,380	-1,152
6	0,939	-0,137	0,000	0,000
7	0,912	-0,323	0,000	0,000
8	0,906	-0,345	-0,720	-0,349
9	0,989	-0,229	0,000	0,000
12	0,905	-0,367	-5,120	-2,479
13	0,900	-0,426	-1,860	-0,456 (*)
14	1,061	-0,187	9,440	5,943
16	1,100	0,082	13,660	5,954
17	1,076	0,025	10,000	4,359
18	1,069	-0,129	0,000	0,000
19	1,032	-0,077	7,730	4,867
20	0,900	-0,459	-10,910	-5,284
21	0,900	-0,391	0,000	0,000
22	0,955	-0,363	-0,820	-0,397
23	0,933	-0,673	-4,580	-1,207 (*)
24	0,958	-0,629	-4,780	0,041 (*)
25	0,900	-0,568	0,000	0,000
26	0,916	-0,485	-2,320	-1,123
27	0,938	-0,532	0,540	0,340
28	1,089	-0,097	7,300	4,596
31	1,057	-0,139	3,100	1,952
32	1,042	-0,157	4,500	2,833
33	1,100	-0,861	-2,290	1,581 (*)
34	1,100	-0,761	2,210	1,391
35	1,077	-0,798	-2,160	0,258 (*)
36	0,956	-0,536	-0,900	-0,436
37	1,037	-0,451	2,120	1,335
38	0,900	-0,700	-2,160	-0,961 (*)
39	1,034	-0,469	2,210	1,391
40	0,996	-0,378	-2,620	-1,269
41	0,971	-0,297	0,000	0,000
42	0,900	-0,655	-16,080	-4,072 (*)
43	0,900	-0,590	0,000	0,000
44	1,100	-0,922	-0,790	2,122 (*)
45	1,100	-1,064	-0,870	0,106 (*)

Tabela 5.12 - Posições dos taps dos transformadores
(rede Sul do Brasil - ano de 1990)

Nº	Ligações		TAP
	k	ℓ	
1	18	19	0,950
2	20	21	1,000
3	42	43	0,988
4	5	6	0,950
5	42	43	1,000
6	42	43	1,000
7	20	21	0,979
8	5	6	0,950
9	24	25	0,950
10	40	41	0,950
11	24	25	0,950
12	20	21	0,950

Tabela 5.13 - Custo total e tempo de processamento (PDP-10)
em segundos de cada passo do sistema Sul do
Brasil para o ano de 1990 (taps variáveis)

PASSO	PLPP	FCPV	CPU
0	-	80,8079	-
1	12,4422	20,3855	37,846
2	16,8640	17,8643	73,635
3	17,0724	17,3044	107,435
4	17,1199	17,2082	146,267
5	17,1281	17,1507	184,477
6	17,1337	17,1439	221,502
7	17,1358	17,1395	255,241
8	17,1368	17,1385	289,883
Σ	-	-	292,263

Tabela 5.14 - Fontes reativas a serem adicionadas na rede
Sul do Brasil (ano de 1990) (taps variáveis)

Locais Barras	Q^{esp}	Q	$Q-Q^{esp}$	V	Fontes reativas
13	-0,901	-0,456	0,445	0,900	0,549
23	-2,220	1,210	3,430	0,933	3,930
24	-2,320	0,041	2,360	0,958	2,560
33	-1,110	1,580	2,690	1,100	2,220
35	-1,050	0,258	1,300	1,080	1,120
38	-1,050	-0,961	0,086	0,900	0,106
42	-7,790	-4,070	3,720	0,900	4,590
44	-0,383	2,120	2,500	1,100	2,070
45	-0,421	0,106	0,528	1,100	0,436

Tabela 5.15 - Resultados finais para o ano de 1990 do sistema Sul do Brasil fixando-se os taps nos seus valores especificados

BARRA	V	θ	P	Q	
0	1,013	0,000	9,668	-2,069	
1	0,924	-0,317	0,000	0,373	(*)
2	0,900	-0,300	-4,430	-1,274	(*)
4	0,900	-0,289	-3,010	-1,175	(*)
5	0,932	-0,213	-2,380	-1,153	
6	0,952	-0,138	0,000	0,000	
7	0,918	-0,330	0,000	0,000	
8	0,900	-0,349	-0,720	-0,349	
9	0,976	-0,233	0,000	0,000	
12	0,900	-0,378	-5,120	-2,436	(*)
13	0,900	-0,430	-1,860	-0,246	(*)
14	1,056	-0,196	9,440	5,944	
16	1,100	0,081	13,660	5,954	
17	1,081	0,023	10,000	4,359	
18	1,034	-0,127	0,000	0,000	
19	1,041	-0,078	7,730	4,867	
20	0,900	-0,452	-10,910	-3,999	(*)
21	0,916	-0,387	0,000	0,000	
22	0,969	-0,377	-0,820	-0,397	
23	0,921	-0,671	-4,580	1,973	(*)
24	0,904	-0,617	-4,780	-2,315	
25	0,900	-0,556	0,000	0,000	
26	0,950	-0,500	-2,320	-1,124	
27	0,989	-0,551	0,540	0,340	
28	1,100	-0,100	7,300	4,416	
31	1,069	-0,141	3,100	1,952	
32	1,052	-0,158	4,500	2,833	
33	1,100	-0,868	-2,290	2,016	(*)
34	1,100	-0,762	2,210	1,391	
35	1,086	-0,798	-2,160	-0,010	(*)
36	0,986	-0,545	-0,900	-0,436	
37	1,041	-0,452	2,120	1,335	
38	1,023	-0,717	-2,160	4,254	(*)
39	1,037	-0,469	2,210	1,391	
40	0,978	-0,370	-2,620	-1,269	
41	0,997	-0,294	0,000	0,000	
42	0,900	-0,653	-16,080	-7,788	
43	0,904	-0,588	0,000	0,000	
44	1,100	-0,920	-0,790	2,122	(*)
45	1,100	-1,061	-0,870	0,106	(*)

(*) barras onde devem ser instaladas as novas fontes reativas.

... com 30 barras e 41 linhas/transformadores. A frequência [19].

O diagrama unifilar do sistema IBEE-30 com 30 barras e 41 linhas/transformadores é apresentado na figura 5.4, e os dados de barra estão na tabela 5.18. Na tabela 5.19 estão os parâmetros dos transformadores (em fase) juntamente com os limites extremos adotados.

Os resultados finais estão nas tabelas 5.20 e 5.21, sendo o custo total (PLPP e FCPV) e o tempo de processamento (CPU), mostrados na tabela 5.22. Deve-se notar que os ajustes de potência reativa foram feitos somente nas barras 5, 8 e 11. Nas demais barras, a potência reativa não muda em relação ao valor especificado (Q^{sp}).

5.5. Comentários dos testes

No trabalho proposto, procurou-se desenvolver um algoritmo baseado nas técnicas de otimização, que resolvesse os problemas de planejamento de reativos e que pudesse ser aplicado aos problemas de despacho econômico de reativos. Em ambos os casos, parte-se do princípio de que não existam problemas de sobrecarga e que a configuração da rede elétrica (barras, linhas e transformadores) seja suficientemente capaz de suportar os níveis de geração/demanda especificados (parte ativa), determinados através dos estudos de planejamento e expansão do sistema de energia elétrica.

Nos testes realizados com a rede Sul do Brasil (ano de 1984 e 1990), consideram-se como dados os valores de Q^{sp} e as ad

existentes seja mínima em relação ao ponto especificado. Para estes estudos foram usados alguns sistemas e são apresentados aqui os resultados obtidos com a rede de 30 barras da referência [19].

O diagrama unifilar do sistema IEEE-30 com 30 barras e 41 linhas/transformadores é apresentado na figura 5.4, e os dados de barra estão na tabela 5.18. Na tabela 5.19 estão os parâmetros dos transformadores (em fase) juntamente com os limites extremos adotados.

Os resultados finais estão nas tabelas 5.20 e 5.21, sendo o custo total (PLPP e FCPV) e o tempo de processamento (CPU), mostrados na tabela 5.22. Deve-se notar que os ajustes de potência reativa foram feitos somente nas barras 5, 8 e 11. Nas demais barras, a potência reativa não muda em relação ao valor especificado (Q^{sp}).

5.5. Comentários dos testes

No trabalho proposto, procurou-se desenvolver um algoritmo baseado nas técnicas de otimização, que resolvesse os problemas de planejamento de reativos e que pudesse ser aplicado aos problemas de despacho econômico de reativos. Em ambos os casos, parte-se do princípio de que não existam problemas de sobrecarga e que a configuração da rede elétrica (barras, linhas e transformadores) seja suficientemente capaz de suportar os níveis de geração/demanda especificados (parte ativa), determinados através dos estudos de planejamento e expansão do sistema de energia elétrica.

Nos testes realizados com a rede Sul do Brasil (ano de 1984 e 1990), consideram-se como dados os valores de Q^{sp} e as ad

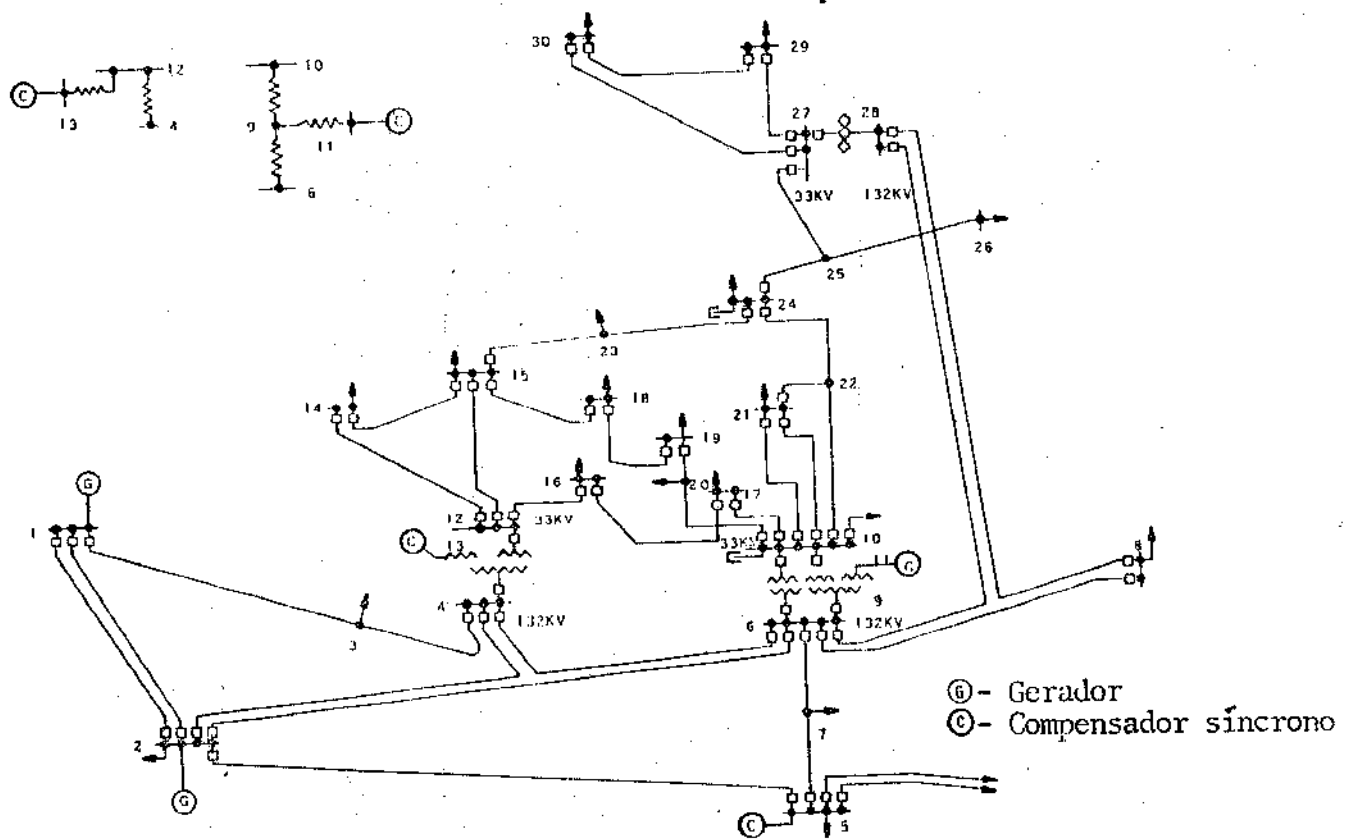


Figura 5.4 - Diagrama unifilar do sistema IEEE30

Tabela 5.18 - Dados de barra do sistema IEEE30

BARRA	TIPO	V _{esp} (pu)	p _{esp} (MW)	Q _{esp} (MVar)	Q ^{inf} (MVar)	Q ^{sup} (MVar)	B ^{sh} (MVar)	início Q (MVar)
1	REF	1,06	-	0,0	-	-	-	-9,0
2	PV	1,045	18,3	-12,7	-40,0	50,0	-	58,3
3		1,00	-2,4	-1,2	-	-	-	-35,7
4		1,00	-7,6	-1,6	-	-	-	-26,6
5	PV	1,01	-94,2	-19,0	-40,0	40,0	-	18,9
6		1,00	0,0	0,0	-	-	-	-47,9
7		1,00	-22,8	-10,9	-	-	-	-3,2
8	PV	1,01	-50,0	-30,0	-40,0	40,0	-	35,4
9		1,00	0,0	0,0	-	-	-	-27,5
10		1,00	-5,8	-2,0	-	-	19,0	-29,6
11	PV	1,082	0,0	0,0	-6,0	24,0	-	42,7
12		1,00	-11,2	-7,5	-	-	-	-36,1
13	PV	1,071	0,0	0,0	-6,0	24,0	-	54,3
14		1,00	-6,2	-1,6	-	-	-	2,5
15		1,00	-8,2	-2,5	-	-	-	5,2
16		1,00	-3,5	-1,8	-	-	-	1,8
17		1,00	-9,0	-5,8	-	-	-	3,6
18		1,00	-3,2	-0,9	-	-	-	1,6
19		1,00	-9,5	-3,4	-	-	-	4,8
20		1,00	-2,2	-0,7	-	-	-	0,8
21		1,00	-17,5	-11,2	-	-	-	8,3
22		1,00	0,0	0,0	-	-	-	-0,7
23		1,00	-3,2	-1,6	-	-	-	1,6
24		1,00	-8,7	-6,7	-	-	4,3	1,0
25		1,00	0,0	0,0	-	-	-	-0,5
26		1,00	-3,5	-2,3	-	-	-	2,4
27		1,00	0,0	0,0	-	-	-	-1,0
28		1,00	0,0	0,0	-	-	-	-9,2
29		1,00	-2,4	-0,9	-	-	-	1,4
30		1,00	-10,6	-1,9	-	-	-	5,9

Figuras 5.19 - Parâmetros dos transformadores (IEEE30)

Nº	ligações		T ^{esp}	T ^{min}	T ^{max}
	k	ℓ			
1	6	9	0,978	0,90	1,10
2	6	10	0,969	0,90	1,10
3	4	12	0,932	0,90	1,10
4	28	27	0,968	0,90	1,10

Tabela 5.20 - Resultados finais do sistema IEEE30

BARRA	V	θ	P	Q
1	1,100	0,000	2,604	0,000
2	1,073	-0,086	0,182	-0,127
3	1,066	-0,130	-0,024	-0,012
4	1,058	-0,157	-0,076	-0,016
5	1,057	-0,234	-0,943	0,251 (*)
6	1,059	-0,187	0,001	0,000
7	1,051	-0,215	-0,228	-0,109
8	1,070	-0,202	-0,300	0,400 (*)
9	0,961	-0,255	0,000	0,000
10	0,940	-0,292	-0,058	-0,020
11	1,009	-0,255	0,000	0,237 (*)
12	0,922	-0,272	-0,112	-0,075
13	0,922	-0,272	-0,000	0,000
14	0,909	-0,292	-0,062	-0,016
15	0,908	-0,295	-0,082	-0,025
16	0,922	-0,287	-0,035	-0,018
17	0,929	-0,295	-0,090	-0,058
18	0,906	-0,310	-0,032	-0,009
19	0,908	-0,314	-0,095	-0,034
20	0,915	-0,310	-0,022	-0,007
21	0,926	-0,301	-0,175	-0,112
22	0,926	-0,301	0,000	0,000
23	0,905	-0,304	-0,032	-0,016
24	0,911	-0,307	-0,087	-0,067
25	0,920	-0,297	0,000	0,000
26	0,900	-0,306	-0,035	-0,023
27	0,935	-0,286	0,000	0,000
28	1,057	-0,198	0,000	0,000
29	0,913	-0,311	-0,024	-0,009
30	0,900	-0,330	-0,106	-0,019

base: 100 MVA

(*) Note-se que os ajustes de potência reativa foram feitos somente em 3 das 5 fontes reativas existentes.

Tabela 5.21 - Resultados para os taps dos transformadores do sistema IEEE30

Nº	Ligações		Taps
	k	ℓ	
1	6	9	0,900
2	6	10	0,900
3	4	12	0,900
4	28	27	0,915

Tabela 5.22 - Custo total e tempo de processamento (PDP-10) em segundos do sistema IEEE30

PASSO	PLPP	FCPV	CPU
0	-	3,5263	-
1	0,0137	0,5263	14,112
2	0,0138	0,1194	27,636
3	0,0138	0,0597	40,789
4	0,0138	0,0215	54,864
5	0,0138	0,0144	68,249
Σ	-	-	70,591

atâncias dos circuitos equivalentes das linhas de transmissão. Para o ano de 1990 foram apresentados resultados de 2 testes (com tap variável e com tap fixo). A finalidade desses dois testes é mostrar a importância dos taps dos transformadores nos estudos de planejamento de reativos. Verifica-se que os resultados com taps variáveis, além de apresentar um número menor de locais (barras) onde devem ser instaladas as fontes adicionais, utiliza-se também uma menor quantidade $\sum |\Delta Q|$ de reativos que devem ser fornecidas pelas novas fontes. Isso é realmente o esperado, pois sem os taps, o número de variáveis (controle) do problema de otimização diminui de n_t .

Um outro aspecto importante e que deve ser ressaltado, refere-se ao critério usado para a convergência entre as soluções linear (PLPP) e não linear (FCPV). Em todos os testes realizados (tanto para a rede Sul do Brasil como para o sistema IEEE30), verificou-se que no primeiro passo "PLPP-FCPV" já se tinha uma boa aproximação da solução, sobretudo os locais (barras) de instalação de novas fontes (rede Sul do Brasil). Os passos seguintes simplesmente ajustavam os valores das fontes (seja existente ou a serem adicionados) no sentido de minimizar o custo total em relação ao ponto especificado.

CAPÍTULO VI

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

O algoritmo desenvolvido neste trabalho aplica-se tanto ao planejamento (longo, médio e curto prazos) quanto ao despacho ótimo de reativos (para a operação), bastando que a preparação dos dados seja realizada convenientemente. Em ambos os casos, por hipótese, considera-se que a capacidade do sistema de transmissão e existente (ou planejado) é tal que não existam sobrecargas na rede, para os níveis de tensão pré-estabelecidos (que resultam numa operação normal). Com esta hipótese, e considerando que em qualquer barra da rede é possível a instalação de novas fontes de reativos (capacitores ou reatores) num montante elevado, ou seja, consideram-se limites abertos, porém com custos associados a estas fontes, significa que o algoritmo sempre fornecerá uma solução. Ressalte-se que esta solução, embora obtida através de modelos linearizados, é a solução de um fluxo de carga não linear, com o modelo completo da rede.

Uma outra vantagem de se considerar abertos os limites de reativos em todas as barras, é a eliminação da Fase I do algoritmo da programação linear, visto que se obtém facilmente uma base factível logo de início (fixando-se as tensões e os taps num dos seus limites, qualquer que seja o valor da potência reativa correspondente, ele será também factível).

A manipulação dos limites associados a variações nos taps dos transformadores, na capacidade própria de reativos e, ain

da, a variações nas magnitudes das tensões, permite uma grande flexibilidade do algoritmo na sua aplicação. Pode-se, facilmente, fazer com que, por exemplo, a magnitude de uma tensão, na solução final, seja igual ao valor especificado, bastando para isto que se fixem os limites no valor especificado. O mesmo acontece com os taps e com a capacidade própria de fornecimento de reativos. Já para as fontes reativas (capacitores ou reatores), não se pode restringir a região de variação, tendo em vista que a injeção de potência reativa obtida inicialmente pode não ser factível, e como consequência torna-se necessário resolver a Fase I do método simplex. Por outro lado, este problema pode ser resolvido manipulando-se não os limites e sim os custos associados (coeficientes angulares) a essas fontes. Se em alguma barra for interessante manter constante a injeção de potência reativa (valor especificado), basta que os custos associados à essa variável sejam elevados. Do ponto de vista de otimização, qualquer alteração em relação ao valor especificado, faz com que o custo total seja aumentado significativamente, sendo portanto eliminada esta possibilidade. Note-se que qualquer variável do problema (tap dos transformadores, magnitude das tensões e injeção de potência reativa) pode ser mantida no seu valor especificado, sendo para isso necessário alterar somente os dados correspondentes a essa variável no arquivo de dados, o que garante uma certa flexibilidade no tratamento de diferentes testes para uma mesma rede.

Os resultados obtidos evidenciam a capacidade do algoritmo em atingir a solução. Deve ser notado que mesmo nos casos de planejamento, a solução da primeira PL foi bem próxima da final, com as barras escolhidas para a alocação de fontes, sendo pratica

mente as mesmas da solução final. Ou seja, os passos PLPP-FCPV dados a mais (que foram em torno de 5 a 6 para tolerância de 10^{-3}) serviram para que a solução do FCPV se tornasse igual à da PL. Existe a possibilidade de se explorar esta potencialidade do algoritmo, procurando-se reduzir o número de variáveis de controle, restringindo-se apenas às barras em que foram alocadas as fontes reativas obtidas da PL inicial.

No estudo de planejamento nota-se que a deficiência/excesso de reativos não ocorre em todas as barras. Apesar do programa desenvolvido admitir a instalação de fontes reativas em qualquer barra, inclusive nas barras que possuem capacidade própria de reativos, o que normalmente se verifica é que os ajustes requeridos para as injeções de potência reativa, além dos ajustes feitos nos taps dos transformadores, ocorre somente em algumas barras. Nas demais barras o valor das potências reativas mantêm-se no valor especificado, permanecendo inalterado durante todo o processo de solução.

Em relação aos resultados apresentados, deve ser notado que, embora não se trabalhe com a parte ativa (potência ativa) no problema de otimização, as soluções obtidas para o despacho ótimo foram tais que as perdas ativas (perdas nas linhas) obtidas se aproximaram muito das obtidas com algoritmos específicos para minimização de perdas. Com uma diferença fundamental: as potências reativas nas barras de geração obtidas com o procedimento adotado neste trabalho foram muito menos exigidas.

APÊNDICE A

FLUXO DE CARGA DESACOPLADO RÁPIDO [2 , 3]

O estudo de fluxo de carga (ou fluxo de potência) em uma rede de energia elétrica consiste basicamente na determinação do estado e da distribuição dos fluxos (ativos e reativos) em qual quer ponto da rede, que é modelada de forma estática, podendo ser representada por um conjunto de equações e inequações algébricas.

Na formulação mais simples do problema de fluxo de carga, são associados à cada barra quatro variáveis: P_k -injeção de potência ativa; Q_k -injeção de potência reativa; V_k -magnitude da tensão nodal e θ_k -ângulo de fase da tensão nodal. Duas destas variáveis entram como dados (especificados) e duas como incógnitas (calculadas). Dependendo do tipo da barra k (PV - tensão controlada; PQ -carga; REF -referência) são especificados:

$$P_k ; k \in \{PV \cup PQ\}$$

$$Q_k ; k \in \{PQ\}$$

$$V_k ; k \in \{PV \cup REF\}$$

$$\theta_k ; k \in \{REF\}$$

e são calculadas (incógnitas do problema de fluxo de carga):

$$V_k ; k \in \{PQ\}$$

$$\theta_k ; k \in \{PQ \cup PV\}$$

$$P_k ; k \in \{REF\}$$

$$Q_k ; k \in \{PV \cup REF\}$$

O cálculo dessas variáveis é realizado através de métodos computacionais (Newton, desacoplado rápido, etc), que são métodos iterativos desenvolvidos especificamente para a resolução das equações do fluxo de carga. O conjunto de equações do problema de fluxo de carga é formado por duas equações para cada barra, representando as injeções de potência ativa e reativa. Procura-se obter um conjunto de variáveis tais que

$$\underline{P}^{esp} - \underline{P}^{calc} = \underline{0} \quad ; \text{ barras (PV + PE)}$$

$$\underline{Q}^{esp} - \underline{Q}^{calc} = \underline{0} \quad ; \text{ barras (PQ)}$$

sendo \underline{P}^{calc} e \underline{Q}^{calc} calculados através do modelo da rede (vistos logo a seguir) e \underline{P}^{esp} e \underline{Q}^{esp} os valores especificados.

Os erros de potência ativa e reativa são determinados por:

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - V_k \sum_{l \in K} V_l (G_{kl} \cos \theta_{kl} + B_{kl} \sin \theta_{kl}) \quad ; k \in \{PV, V, PQ\} \quad (A.1)$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} - V_k \sum_{l \in K} V_l (B_{kl} \cos \theta_{kl} - G_{kl} \sin \theta_{kl}) \quad ; k \in \{PQ\}$$

onde $G_{kl} + j B_{kl} \in Y_{kl}$ (elemento (k, l) da matriz admitância nodal) e K é o conjunto de todas as barras que se ligam diretamente à barra k , inclusive a própria. As expressões (A.1) são utilizadas para definir a matriz Jacobiana que relaciona erros de potência ativa e reativa com os vetores de correções $\underline{\Delta \theta}$ e $\underline{\Delta V}$, podendo-se escrever:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V/V \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

ou seja, $H \triangleq -\partial \Delta P / \partial \theta$; $J \triangleq -\partial \Delta Q / \partial \theta$; $N \triangleq -\partial \Delta P / \partial V$ e $L \triangleq -\partial \Delta Q / \partial V$. Os elementos de H , J , L e N são:

$$\begin{aligned} H_{kk} &= -Q_k^{calc} - V_k^2 B_{kk} \\ H_{kl} &= V_k V_l (G_{kl} \sin \theta_{kl} - B_{kl} \cos \theta_{kl}); \quad \forall l \neq k \\ H_{lk} &= P_k^{calc} + V_k^2 G_{kk} \\ N_{kl} &= V_k (G_{kl} \cos \theta_{kl} + B_{kl} \sin \theta_{kl}); \quad \forall l \neq k \\ J_{kk} &= P_k^{calc} - V_k^2 G_{kk} \\ J_{kl} &= -V_k V_l (G_{kl} \cos \theta_{kl} + B_{kl} \sin \theta_{kl}); \quad \forall l \neq k \\ L_{kk} &= Q_k^{calc} - V_k^2 B_{kk} \\ L_{kl} &= V_k (G_{kl} \sin \theta_{kl} - B_{kl} \cos \theta_{kl}); \quad \forall l \neq k \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Em redes de transmissão para os níveis de tensão acima de 230 KV (alta tensão), verifica-se que as relações de sensibilidade entre potência ativa (P)-ângulo (θ) e potência reativa (Q)-magnitude de tensão (V) são muito mais fortes que as relações entre potência ativa-magnitude de tensão e potência reativa-ângulo. Esse desacoplamento possibilita o uso de um esquema de resolução feito de maneira alternada para os subproblemas $P\theta$ e QV , ou seja, na resolução do subproblema $P\theta$ são utilizados os valores atualizados de V , e na resolução do subproblema QV são utilizados os valores atualizados de θ .

Eliminando-se as matrizes N (sensibilidade $P-v$) e J (sensibilidade $Q-\theta$) na equação (A.2), obtêm-se duas expressões independentes que são:

$$\begin{aligned}\underline{\Delta P} &= H \cdot \underline{\Delta \theta} \\ \underline{\Delta Q} &= L \cdot \underline{\Delta v} / \underline{v}\end{aligned}\tag{A.4}$$

Nas expressões utilizadas para o cálculo dos elementos de H e L podem ser introduzidas as seguintes aproximações:

$$\cos \theta_{ke} \approx 1,0\tag{A.5}$$

$$|G_{ke} \sin \theta_{ke}| \ll |B_{ke}|$$

Considerando-se ainda que $v_k = v_e \approx 1,0 p.u.$, podem-se escrever as equações do método desacoplado rápido:

$$\frac{1}{2} \text{ it. } P\theta \begin{cases} B' \underline{\Delta \theta} = \underline{\Delta P}(\underline{\theta}^v, \underline{v}^v) / \underline{v}^v \\ \underline{\theta}^{v+1} = \underline{\theta}^v + \underline{\Delta \theta}^v \end{cases}\tag{A.6}$$

$$\frac{1}{2} \text{ it. } QV \begin{cases} B'' \underline{\Delta v} = \underline{\Delta Q}(\underline{\theta}^{v+1}, \underline{v}^v) / \underline{v}^v \\ \underline{v}^{v+1} = \underline{v}^v + \underline{\Delta v}^v \end{cases}$$

onde as matrizes B' e B'' são reais, esparsas, simétricas e têm, respectivamente, a mesma estrutura das submatrizes H e L . Além disso seus elementos são constantes e dependem somente dos parâmetros da rede. Resumindo-se, os elementos das matrizes B' e B'' são dados, respectivamente, por

$$\begin{aligned}B'_{ke} &= -1/x_{ke} \\ B'_{kk} &= \sum_{l \in \Omega_k} (1/x_{kl}) \\ B''_{ke} &= -B_{ke} \\ B''_{kk} &= -2B_{kk} + \sum_{l \in \Omega_k} b_{kl}\end{aligned}\tag{A.7}$$

em que $B_{\kappa\ell}$ e $B_{\kappa\kappa}$ são os elementos da matriz susceptância (parte imaginária da matriz admitância nodal) e $X_{\kappa\ell}$ é a reatância série de uma linha ou transformador; Ω_{κ} é o conjunto de todas as barras que se ligam diretamente à barra κ (exceto a própria) e $b_{\kappa\ell}$ a susceptância série do ramo $\kappa\ell$.

Notar que essa versão do fluxo de carga desacoplado rápido é a apresentada na referência [3], sendo ligeiramente modificada em relação à versão original apresentada em [2].

A figura A.1 ilustra o diagrama em blocos do método desacoplado rápido, no qual são utilizados dois contadores independentes para os subproblemas P- θ e Q-V.

O método utilizado neste trabalho (FCPV)

Como foi apresentado no capítulo IV deste trabalho, na resolução do fluxo de carga através do método desacoplado rápido, consideram-se todas as barras (exceto a referência) como sendo barras de tensão controlada (PV), versão esta denominada FCPV. Assim tem-se:

. especificados,

$$\begin{aligned} P_{\kappa} & \quad \kappa \in \{PV\} \\ V_{\kappa} & \quad \kappa \in \{PV \cup REF\} \\ \theta_{\kappa} & \quad \kappa \in \{REF\} \end{aligned}$$

. calculados,

$$\begin{aligned} \theta_{\kappa} & \quad \kappa \in \{PV\} \\ P_{\kappa} & \quad \kappa \in \{REF\} \\ Q_{\kappa} & \quad \kappa \in \{PV \cup REF\} \end{aligned}$$

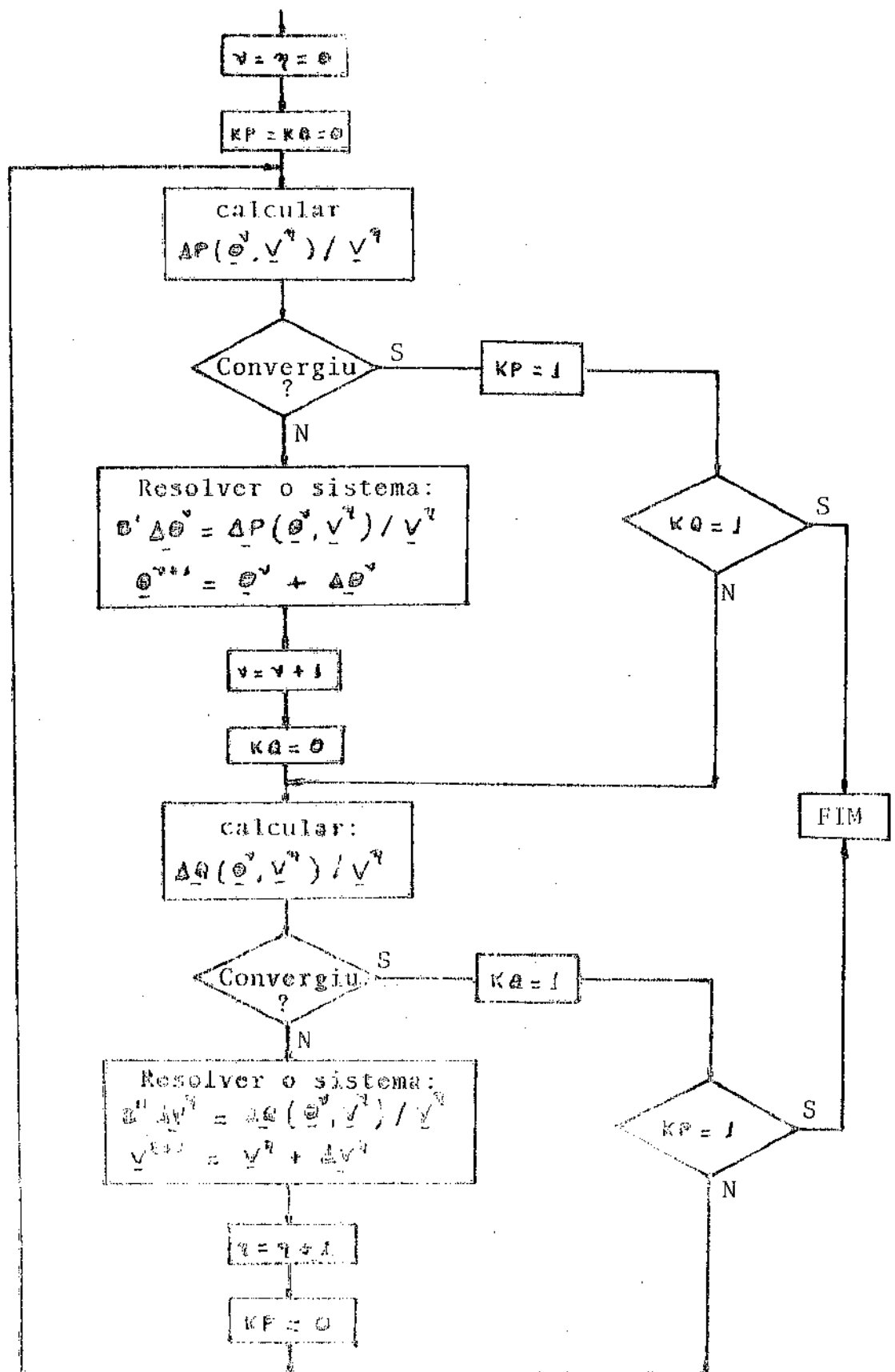


Figura A.1 - Método desacoplado rápido

necessário para a resolução do problema (iteração Q-V). O processo ite-
 rativo se resume na obtenção dos valores atualizados de θ atra-
 vés da resolução do subproblema P-Q. Posteriormente são calcula-
 dos P_k na barra de referência e Q_k em todas as barras, como mos-
 tra o diagrama em blocos da figura A.2.

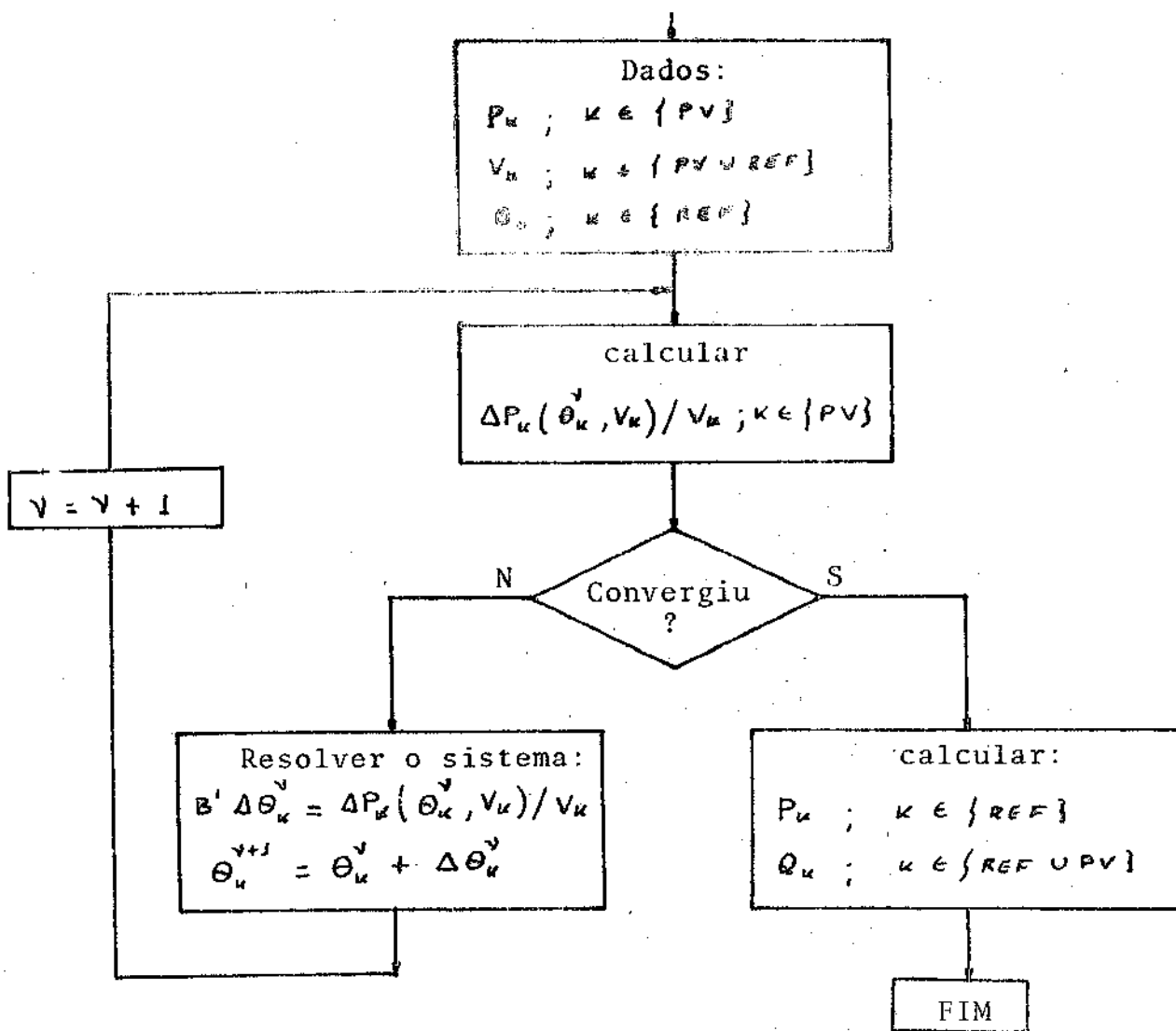


Figura A.2 - Algoritmo utilizado (FCPV)

O MÉTODO SIMPLEX: RESUMO [21]

O objetivo deste resumo é apresentar, de maneira genérica, o algoritmo de Programação Linear utilizado no trabalho. Este resumo é baseado nas referências: [21] - método simplex, e [17] - programação linear por partes.

O método simplex é um algoritmo utilizado para resolver os problemas de programação linear. A resolução desses problemas só é possível quando o conjunto de restrições é:

, não redundante e consistente

B.1. Solução básica factível

Definição: Se existe uma solução ótima finita para um problema de programação linear, então existe também um ponto extremo ótimo. Um ponto é considerado extremo de um conjunto convexo S se não puder ser representado como combinação convexa de quaisquer pontos de S .

Considere o sistema:

$$Ax = b \quad (B.1)$$

$$x \geq 0$$

onde A é uma matriz $m \times n$ e b é um vetor $m \times 1$. Admite-se que não exista qualquer tipo de redundância, sendo o sistema consistente. Invertem-se as colunas de A , de maneira que $A_B = [A^1; A^2]$ onde A^1 é uma matriz $m \times m$ que admite o cálculo de sua inversa e A^2 é um vetor $m \times 1$. pode-se calcular o ponto $x = [x_1; x_2]^t$ onde

$$\begin{aligned} x_I &= (A^I)^{-1} \cdot \underline{b} \\ x_N &= 0 \end{aligned} \tag{B.2}$$

que é chamado de solução básica do sistema $Ax = \underline{b}$. Se $x_I \geq 0$ então x é chamado de solução básica factível do sistema. Neste caso A^I é chamada de matriz básica e A^N é chamada de matriz não básica. As componentes de x_I são denominadas variáveis básicas (dependentes) e as componentes de x_N são denominadas variáveis não básicas (ou independentes). Se $x_I > 0$, então x é denominado de solução básica factível não degenerada, e se pelo menos um elemento de x_I for zero, então x passa a ser chamado de solução básica factível degenerada.

B.2. Mudança da solução básica factível

Dada uma solução básica factível, é possível obter uma nova solução básica factível que melhore ou piore uma determinada função denominada por função objetivo.

Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \underline{c} x \\ \text{sa} \quad & Ax = \underline{b} \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{B.3}$$

Se $x = \left[(A^I)^{-1} \underline{b}; \underline{0} \right]^t$ é uma solução básica factível, então o valor Z_0 da função objetivo é dado por:

$$Z_0 = \underline{c} \begin{bmatrix} (A^I)^{-1} \underline{b} \\ \underline{0} \end{bmatrix} = \left[\underline{c}^I \mid \underline{c}^N \right] \begin{bmatrix} (A^I)^{-1} \underline{b} \\ \underline{0} \end{bmatrix} = \underline{c}^I (A^I)^{-1} \underline{b} \tag{B.4}$$

$A^I x_I$. Multiplicando-se ambos os membros desta equação por $(A^I)^{-1}$, pode-se escrever:

$$(A^I)^{-1} \underline{b} = (A^I)^{-1} (A^I) x_I + (A^I)^{-1} A^J x_J$$

ou ainda,

$$\begin{aligned} x_I &= (A^I)^{-1} \underline{b} - (A^I)^{-1} A^J x_J \\ &= (A^I)^{-1} \underline{b} - \sum_{j \in J} (A^I)^{-1} a_j x_j \end{aligned} \quad (B.5)$$

onde J é o conjunto de índices referentes às variáveis não básicas. Utilizando-se as expressões (B.4) e (B.5), pode-se escrever:

$$\begin{aligned} z &= c^I x_I + c^J x_J \\ &= c^I \left[(A^I)^{-1} \underline{b} - \sum_{j \in J} (A^I)^{-1} a_j x_j \right] + \sum_{j \in J} c_j x_j \\ &= c^I (A^I)^{-1} \underline{b} - \sum_{j \in J} \left[c^I (A^I)^{-1} a_j - c_j \right] x_j \end{aligned}$$

ou ainda,

$$z = z_0 - \sum_{j \in J} (z_j - c_j) x_j \quad (B.6)$$

onde $z_j \triangleq c^I (A^I)^{-1} a_j$ é a inclinação de referência da variável não básica x_j .

A equação (B.6) fornece o valor da função objetivo correspondente à solução básica factível actual \bar{z} . Note-se que para $\bar{z}_j - c_j > 0$, é possível diminuir o valor de \bar{z} , aumentando-se x_j (a partir de zero). Todas as demais variáveis não básicas x_j permanecem iguais a zero, exceto a variável x_k com $\bar{z}_k - c_k > 0$ (é o maior valor positivo entre todos os $\bar{z}_j - c_j$). Neste caso o valor da função objetivo é dado por:

$$\bar{z} = \bar{z}_0 - (\bar{z}_k - c_k) x_k \quad (B.7)$$

Com o acréscimo de x_k , novos valores para as variáveis básicas são calculados de acordo com a equação (B.5), ou seja,

$$x_I = (A^I)^{-1} \bar{b} - (A^I)^{-1} a_k x_k = \bar{b} - \underline{y}_k x_k$$

onde

$$\underline{y}_k = (A^I)^{-1} a_k \quad \text{e} \quad \bar{b} = (A^I)^{-1} \underline{b}$$

O vetor x_I pode ser escrito na forma:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{m-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{b}_1 \\ \bar{b}_2 \\ \vdots \\ \bar{b}_{m-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_{1k} \\ y_{2k} \\ \vdots \\ y_{(m-1)k} \end{bmatrix} x_k \quad (B.8)$$

Se $y_{ik} < 0$, então x_i cresce com o aumento de x_k , e continua sendo válida a restrição de não negatividade ($x_i \geq 0$). Se $y_{ik} > 0$, então x_i diminui com o aumento de x_k . Neste caso o acréscimo de x_k é feito até que uma das variáveis básicas atinja o ponto zero.

Examinando-se a equação (B.8), verifica-se que a primeira variável básica a atingir o valor zero corresponde a de menor \bar{b}_i / y_{ik} para $y_{ik} > 0$, ou seja,

$$\frac{\bar{b}_r}{y_{rk}} = \text{Min}_{1 \leq i \leq m} \left\{ \frac{\bar{b}_i}{y_{ik}} : y_{ik} > 0 \right\} = x_k \quad (\text{B.9})$$

B.3. Critério de otimalidade

O critério de entrada e saída de uma variável na base é feito da seguinte forma:

1. Entrada: $x_k \in \{J\}$
2. Saída: $x_r \in \{I\}$ se

$$\frac{\bar{b}_r}{y_{rk}} = \text{Min} \left\{ \frac{\bar{b}_i}{y_{ik}} : y_{ik} > 0 \right\}$$

Duas perguntas surgem imediatamente. O que aconteceria se para cada variável não básica x_j , $z_j - c_j \leq 0$? Neste caso a variável x_j não seria candidata a entrar na base. Segundo, considere-se $z_j - c_j > 0$, sendo x_j candidata a entrar na base, porém não existe componente positiva y_{ij} que dê $x_j \leq 0$. No primeiro caso diz que a solução ótima foi encontrada. No segundo caso diz que a solução ótima é indeterminada, pois não existe bloqueio para o crescimento da variável não básica x_j .

Considere-se que x^* é uma solução básica factível de base A^I do problema (B.3) descrito anteriormente. Seja z^* o valor correspondente da função objetivo, que é $c^I (A^I)^{-1} b$. Supondo que

$z_j - c_j \leq 0$ para todas as variáveis não básicas, e portanto não existe mais candidata a entrar na base. Seja \underline{x} uma solução factível qualquer com valor z para a função objetivo. Neste caso pode-se escrever:

$$z^* - z = \sum_{j \in J} (z_j - c_j) x_j$$

Desde que $z_j - c_j \leq 0$ e $x_j \geq 0$ para todas as variáveis, então $z^* \leq z$. Isso vale para todo o vetor \underline{x} e portanto \underline{x}^* é uma solução básica factível e ótima.

B.4. O método simplex revisado

O método simplex revisado é uma implementação do método simplex clássico, com pequenas modificações no sentido de economizar espaços de memória e tempo computacional. É apresentado inicialmente o algoritmo do método simplex clássico.

Passos do método simplex (minimizar)

1. A solução básica factível é dada por $x_1 = (A^1)^{-1} \underline{b} = \bar{\underline{b}}$ e $x_j = 0$. A função objetivo é $z = c^1 (A^1)^{-1} \underline{b} = c^1 \bar{\underline{b}}$.
2. Calcular $\underline{\pi} \triangleq c^1 (A^1)^{-1}$. Para cada variável não básica, calcular $z_j - c_j = c^1 (A^1)^{-1} a_j - c_j = \pi a_j - c_j$. Seja $z_k - c_k = \text{Máximo} \{z_j - c_j\}$. Se $z_k - c_k \leq 0$ pare, e a solução ótima é encontrada. Caso contrário vá para o passo seguinte.
3. Calcular $\underline{y}_k = (A^1)^{-1} a_k$. Se $\underline{y}_k \leq 0$, pare; a solução ótima

é indeterminada. Caso contrário determine o índice da variável can didata a sair da base pela expressão,

$$\frac{\bar{b}_n}{y_{nk}} = \text{Mim} \left\{ \frac{\bar{b}_i}{y_{ik}} : y_{ik} > 0 \right\}$$

Atualize A^I substituindo \underline{a}_n por \underline{a}_k (pivotamentos) e retorne ao passo 1.

Examinando-se os passos anteriores, é fácil ver que o mesmo algoritmo do método simplex pode ser também resolvido de maneira diferente. Seja \underline{x} uma solução básica factível onde é conhecida a matriz $(A^I)^{-1}$. A nova disposição dos elementos que devem ser atualizados é dada na tabela a seguir:

$\underline{\pi}$	$c^I \bar{b}$
$(A^I)^{-1}$	\bar{b}

onde $\underline{\pi} = c^I (A^I)^{-1}$ e $\bar{b} = (A^I)^{-1} \underline{b}$. Note-se que o lado direito da tabela apresenta os valores da função objetivo e das variáveis básicas. Supondo que $z_k - c_k > 0$ e usando $(A^I)^{-1}$, pode-se calcular $\underline{y}_k = (A^I)^{-1} \underline{a}_k$. Se $\underline{y}_k \leq 0$, a solução ótima é indeterminada. Caso contrário, a coluna $(z_k - c_k) / y_{jk}$ é inserida no lado direito da tabela acima formando um novo "Tableau",

$\underline{\pi}$	$c^I \bar{b}$	$z_k - c_k$
$(A^I)^{-1}$	\bar{b}_j ⋮ \bar{b}_n ⋮ \bar{b}_m	y_{jk} ⋮ y_{nk} ⋮ y_{mk}

O índice μ do passo 3 pode agora ser calculado através da razão mínima entre as duas últimas colunas da tabela. Após a realização das operações de pivoteamentos ($y_{\mu\kappa}$ é o elemento pivot), novos valores são calculados para $\bar{\pi}, (\bar{A}^{-1})^{-1}, \bar{b}$ e $c^T \bar{b}$. Esse processo é repetido até que se obtenha a solução ótima do problema.

O método simplex revisado converge num número finito de passos, desde que sejam eliminadas as possibilidades que possa levar ao problema de ciclagem (o método fica se movendo indefinidamente em torno de uma mesma solução). Note-se que o método simplex revisado utiliza exatamente os mesmos passos do método simplex, sendo diferente somente na formação do "Tableau", que apresenta as informações (operações) necessárias para mudar de uma para outra solução básica factível.

B.5. O método simplex para variáveis canalizadas

Na grande maioria dos problemas práticos de programação linear, as variáveis são quase sempre canalizadas, sendo limitadas abaixo por \underline{a} e acima por \bar{a} . Definindo-se \underline{a} e \bar{a} como sendo os vetores que contêm respectivamente os limites abaixo e acima das variáveis, pode-se escrever o novo problema de programação linear:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b \\ & \underline{a} \leq x \leq \bar{a} \end{aligned} \tag{B.10}$$

As restrições de não-negatividade são ainda válidas. De modo que o problema pode ser resolvido através de seguinte mudança:

de variáveis $x_i' = x_i - l$. O método mais simples (e não o mais eficiente) de incluir as restrições $l \leq x \leq u$, é introduzir as variáveis de folga x_1 e x_2 , obtendo-se as restrições $x + x_1 = u$ e $x - x_2 = l$. Isso faz com que o número de restrições de igualdade cresça de m para $m + 2m$ e o número de variáveis de n para $3n$.

O espaço computacional seria acrescido significativamente, se as restrições $l \leq x \leq u$ fossem tratadas de maneira convencional (introduzindo-se as variáveis de folga x_1 e x_2).

As variáveis básicas e a função objetivo podem ser representadas em termos das variáveis não básicas da maneira como segue:

$$A^I x_I + A^J x_J = b$$

$$C^I x_I + C^J x_J = z$$

sendo $I + J = \{n\}$; I o conjunto das variáveis básicas x_I e J o conjunto das variáveis não básicas x_J . Considerando-se ainda:

J_1 - conjunto de índices das variáveis não básicas pertencentes ao limite inferior;

J_2 - conjunto de índices das variáveis não básicas pertencentes ao limite superior,

pode-se escrever:

$$A^I x_I + A^{J_1} x_{J_1} + A^{J_2} x_{J_2} = \underline{b}$$

$$x_I = (A^I)^{-1} \underline{b} - (A^I)^{-1} A^{J_1} x_{J_1} - (A^I)^{-1} A^{J_2} x_{J_2} \quad (B.11)$$

$$\underline{z} = C^I x_I + C^{J_1} x_{J_1} + C^{J_2} x_{J_2} \quad (B.12)$$

Substituindo (B.11) em (B.12), obtêm-se:

$$\begin{aligned} \underline{z} &= C^I \left[(A^I)^{-1} \underline{b} - (A^I)^{-1} A^{J_1} x_{J_1} - (A^I)^{-1} A^{J_2} x_{J_2} \right] + C^{J_1} x_{J_1} + C^{J_2} x_{J_2} \\ &= C^I (A^I)^{-1} \underline{b} + \left[C^{J_1} - C^I (A^I)^{-1} A^{J_1} \right] x_{J_1} + \left[C^{J_2} - C^I (A^I)^{-1} A^{J_2} \right] x_{J_2} \end{aligned} \quad (B.13)$$

Por definição o vetor $\underline{\Pi}$ multiplicador é dado por:

$$\underline{\Pi} \triangleq C^I (A^I)^{-1}$$

Considere-se que $x_{J_1} = \underline{f}_{J_1}$, $x_{J_2} = \underline{u}_{J_2}$ e $f_I \leq x_I \leq u_I$ seja uma solução básica factível. O "Tableau" correspondente para

$\underline{x} = [x_I | x_{J_1} | x_{J_2}]^t$ pode ser representado da seguinte forma:

	x_I	x_{J_1}	x_{J_2}	
\underline{z}	0	$\Pi^I A^{J_1} - C^{J_1}$	$\Pi^I A^{J_2} - C^{J_2}$	$\frac{z}{b}$
\underline{a}_{J_1}	I	$(A^I)^{-1} A^{J_1}$	$(A^I)^{-1} A^{J_2}$	$\frac{a}{b}$

onde \hat{b} e \hat{a} são respectivamente os resultados das expressões

(B.11) e (B.13) para $x_{J_1} = \underline{f}_{J_1}$ e $x_{J_2} = \underline{u}_{J_2}$.

A equação (B.13) pode ser escrita da seguinte forma:

sendo $z_j = c_j$ a inclinação de referência. Para $j \in J_1$ e $z_j - c_j > 0$, a função objetivo diminui com o aumento de x_j a partir de l_j . O mesmo acontecendo para $j \in J_2$ e $z_j - c_j < 0$, quando x_j diminui a partir de u_j . Como no método simplex, é modificado somente o valor da variável não básica candidata a entrar na base, enquanto que as demais variáveis não básicas permanecem inalteradas. O índice k desta variável (candidata a entrar na base) é determinado da seguinte forma. Primeiro examina-se,

$$\text{Max} \left\{ \text{Max}_{j \in J_1} z_j - c_j, \text{Max}_{j \in J_2} c_j - z_j \right\}$$

Se esse resultado for positivo, então k é o índice que define qual a variável não básica candidata a entrar na base. Se esse índice corresponde a J_1 , então x_k deve crescer. Se corresponde a J_2 , então x_k deve diminuir. A solução será ótima quando:

$$z_j - c_j \leq 0 \quad \forall j \in J_1$$

$$z_j - c_j \geq 0 \quad \forall j \in J_2$$

Acréscimo de x_k a partir de l_k

Seja $x_k = l_k + \Delta_k$, onde Δ_k é o acréscimo em x_k . Substituindo x_k nas expressões (B.11) e (B.14), obtêm-se:

$$\begin{aligned} x_I &= (A^I)^{-1} \underline{b} - (A^I)^{-1} A^{J_1} l_{J_1} - (A^I)^{-1} A^{J_2} u_{J_2} - (A^I)^{-1} \underline{a}_k \Delta_k \\ &= \underline{\hat{b}} - \underline{y}_k \Delta_k \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

$$\begin{aligned}
 z &= c^T (A^T)^{-1} b - \sum_{j \in J_1} (z_j - c_j) l_j - \sum_{j \in J_2} (z_j - c_j) u_j - (z_k - c_k) \Delta_k \\
 &= \hat{z} - (z_k - c_k) \Delta_k
 \end{aligned} \tag{B.16}$$

onde $\underline{\hat{b}} = (A^I)^{-1} \underline{b} - (A^I)^{-1} A^{J_1} l_{J_1} - (A^I)^{-1} A^{J_2} u_{J_2}$

$$\hat{z} = c^T (A^I)^{-1} \underline{\hat{b}} - \sum_{j \in J_1} (z_j - c_j) l_j - \sum_{j \in J_2} (z_j - c_j) u_j$$

$$\underline{y}_k = (A^I)^{-1} \underline{a}_k$$

Desde que $z_k - c_k > 0$, então o acréscimo de Δ_k faz com que (B.16) diminua. Entretanto as variáveis básicas x_I são modificadas de acordo com a equação (B.15), podendo o acréscimo Δ_k ser bloqueado da seguinte forma:

1. Variável básica atinge primeiro o limite inferior

$$\gamma_1 = \begin{cases} \min_{i \in I \cap M} \left\{ \frac{\hat{b}_i - l_{Ii}}{y_{ik}} : y_{ik} > 0 \right\} = \frac{\hat{b}_n - l_{In}}{y_{nk}} & \text{se } y_{ik} > 0 \\ \infty & \text{se } y_{ik} \leq 0 \end{cases} \tag{B.17}$$

A variável básica x_n assume o valor de seu limite inferior e é candidata a sair da base.

2. Variável básica atinge primeiro o limite superior

$$\gamma_2 = \begin{cases} \min \left\{ \frac{u_{Ii} - \hat{b}_i}{-y_{ik}} : y_{ik} < 0 \right\} = \frac{u_{In} - \hat{b}_n}{-y_{nk}} & \text{se } y_{ik} < 0 \\ \infty & \text{se } y_{ik} \geq 0 \end{cases} \tag{B.18}$$

A variável básica x_n assume o valor de seu limite superior e é candidata a sair da base.

3. Variável não básica x_k cresce até o seu limite superior u_k .

O valor de Δ_k passa a ser $u_k - l_k$.

Esses três casos dão o acréscimo máximo para x_k , sendo bloqueado por uma variável básica x_I ou pela própria variável não básica x_k . Pode-se escrever:

$$\Delta_k = \text{Mínimo} \{ \gamma_1, \gamma_2, u_k - l_k \} \quad (\text{B.19})$$

Se $\Delta_k = \infty$, então x_k cresce indefinidamente e a solução ótima é ilimitada.

Decréscimo de x_k a partir de u_k

Este caso é similar ao caso de acréscimo em x_k e será apresentado rapidamente. Note-se que $z_k - c_k < 0$ e $x_k = u_k - \Delta_k$, onde $\Delta_k > 0$ é o decréscimo em x_k .

Substituindo x_k em (B.11) e (B.14), chega-se as expressões:

$$x_I = \hat{b}_I + \underline{y}_k \Delta_k \quad (\text{B.20})$$

$$z = \hat{z} + (z_k - c_k) \Delta_k \quad (\text{B.21})$$

A máxima variação admissível para a variável não básica x_k é dada pela equação (B.19), onde γ_1 e γ_2 são agora obtidos através das equações:

$$\gamma_1 = \begin{cases} \text{Mínimo} \left\{ \frac{\hat{b}_i - l_{xi}}{-y_{ik}} : y_{ik} < 0 \right\} = \frac{\hat{b}_n - l_{In}}{-y_{kn}} & \text{se } y_{ik} < 0 \\ \infty & \text{se } y_{ik} \geq 0 \end{cases} \quad (\text{B.22})$$

$$y_2 = \begin{cases} \text{Mim}_{1 \leq i \leq m} \left\{ \frac{M_{1i} - \hat{b}_i}{y_{ik}} : y_{ik} > 0 \right\} = \frac{M_{1r} - \hat{b}_r}{y_{rk}} & \text{se } y_{ik} > 0 \\ \infty & \text{se } y_{ik} \leq 0 \end{cases} \quad (\text{B.23})$$

Da mesma forma, se $\Delta_k = \infty$, então x_k decresce indefinidamente e a solução ótima é ilimitada.

B.6. A programação linear por partes [15, 16]

Para passar de uma solução básica factível a outra no método simplex, é necessário:

- . escolher uma variável não básica x_k que melhore a função objetivo e colocá-la na base, e,
- . escolher uma variável básica x_r que possa sair da base, de modo a manter a factibilidade do problema.

Existem diferentes maneiras de formular um problema de programação linear por partes [17]. Para o tipo de problema que interessa abordar neste trabalho pode-se utilizar a seguinte formulação:

$$\begin{aligned} \text{Mim} \quad F(\underline{x}) &= \sum_j f_j(x_j) \\ \text{s.a} \quad A\underline{x} &= \underline{b} \\ \underline{l} &\leq \underline{x} \leq \underline{u} \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

em que $f_j(x_j)$, função linear por partes da variável x_j , é definida por:

$$f_j(x_j) = \begin{cases} c_j x_j & l_j \leq x_j \leq d_{1j} \\ (c_j + \sigma_{1j}) (x_j - d_{1j}) + f_j(d_{1j}) & d_{1j} \leq x_j \leq d_{2j} \\ \dots \\ \left(c_j + \sum_{i=1}^{t_j} \sigma_{ij} \right) (x_j - d_{t_j j}) + f_j(d_{t_j j}) & d_{t_j j} \leq x_j \leq u_j \end{cases} \quad (\text{B.25})$$

podendo ser representada na figura B.1.

A função $f_j(x_j)$ é contínua entre os pontos $[l_j, u_j]$ e linear em cada segmento $[d_{i-1,j}, d_{i,j}]$, sendo o coeficiente angular igual a c_{ij} . Os pontos $d_{1j}, d_{2j}, \dots, d_{t_j j}$ são denominados pontos críticos (onde há mudança de inclinação) e são definidos de maneira que,

$$l_j < d_{1j} < d_{2j} < \dots < d_{t_j j} < u_j$$

onde t_j é o número de pontos críticos entre os limites extremos $[l_j, u_j]$.

Os valores σ_{ij} são definidos como sendo a diferença entre os coeficientes angulares vizinhos aos pontos críticos d_{ij} , ou seja,

$$\sigma_{ij} = c_{ij} - c_{i-1,j} \quad (\text{B.26})$$

para $i = 1, \dots, t_j$ e $j = 1, \dots, n$. Substituindo (B.26) em (B.25), chega-se as expressões finais utilizadas para determinar $f_j(x_j)$ nos diferentes intervalos entre dois pontos críticos quaisquer.

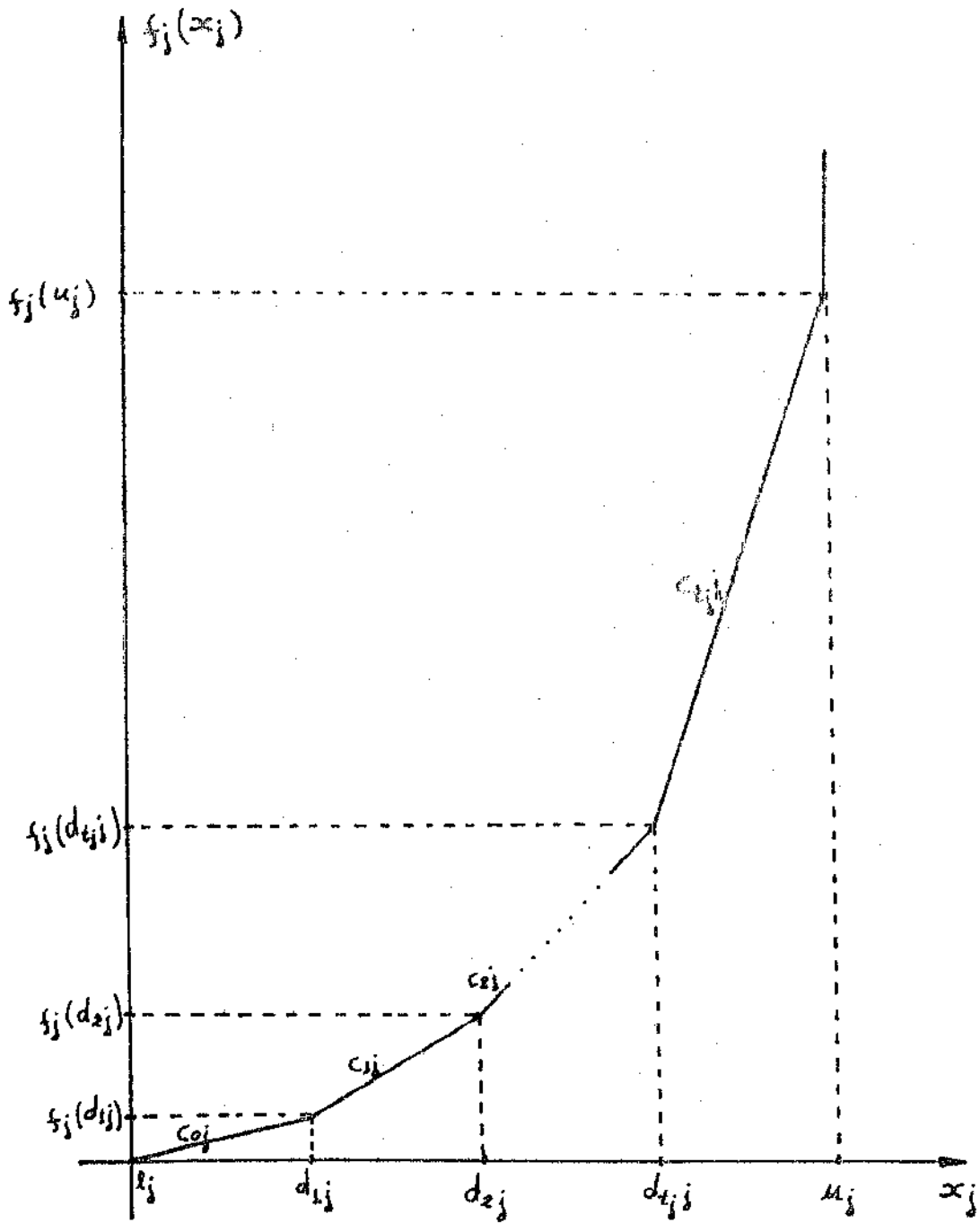


Figura B.1 - Função $f_j(x_j)$ da variável x_j .

$$f_j(x_j) = \begin{cases} c_{0j} x_j & l_j \leq x_j \leq d_{1j} \\ c_{1j} (x_j - d_{1j}) + f_j(d_{1j}) & d_{1j} \leq x_j \leq d_{2j} \\ \text{-----} \\ c_{2j} (x_j - d_{2j}) + f_j(d_{2j}) & d_{2j} \leq x_j \leq u_j \end{cases} \quad (\text{B.27})$$

para $j = 1, \dots, n$ e $c_{0j} \triangleq c_j$.

B.7. O algoritmo da programação linear (PLPP)

Resumidamente, o algoritmo simplex utilizado para resolver os problemas de programação linear, se divide basicamente em três etapas distintas. Na primeira etapa, identifica-se a variável não básica x_k candidata a entrar na base. O critério de escolha é feito comparando-se a inclinação de referência z_j com os coeficientes angulares vizinhos ao ponto correspondente da variável x_j . Nessa etapa inclui-se também o critério de otimalidade que diz se a solução básica factível é ótima. A etapa seguinte envolve a determinação do índice r correspondente a variável básica candidata a sair da base. Na terceira etapa são realizadas as operações de pivoteamentos e atualização dos conjuntos I e J incluindo-se também o cálculo dos novos valores das variáveis x referentes à nova solução básica factível. Na figura B.2 é mostrado o algoritmo simplificado do método simplex em forma de diagrama de blocos.

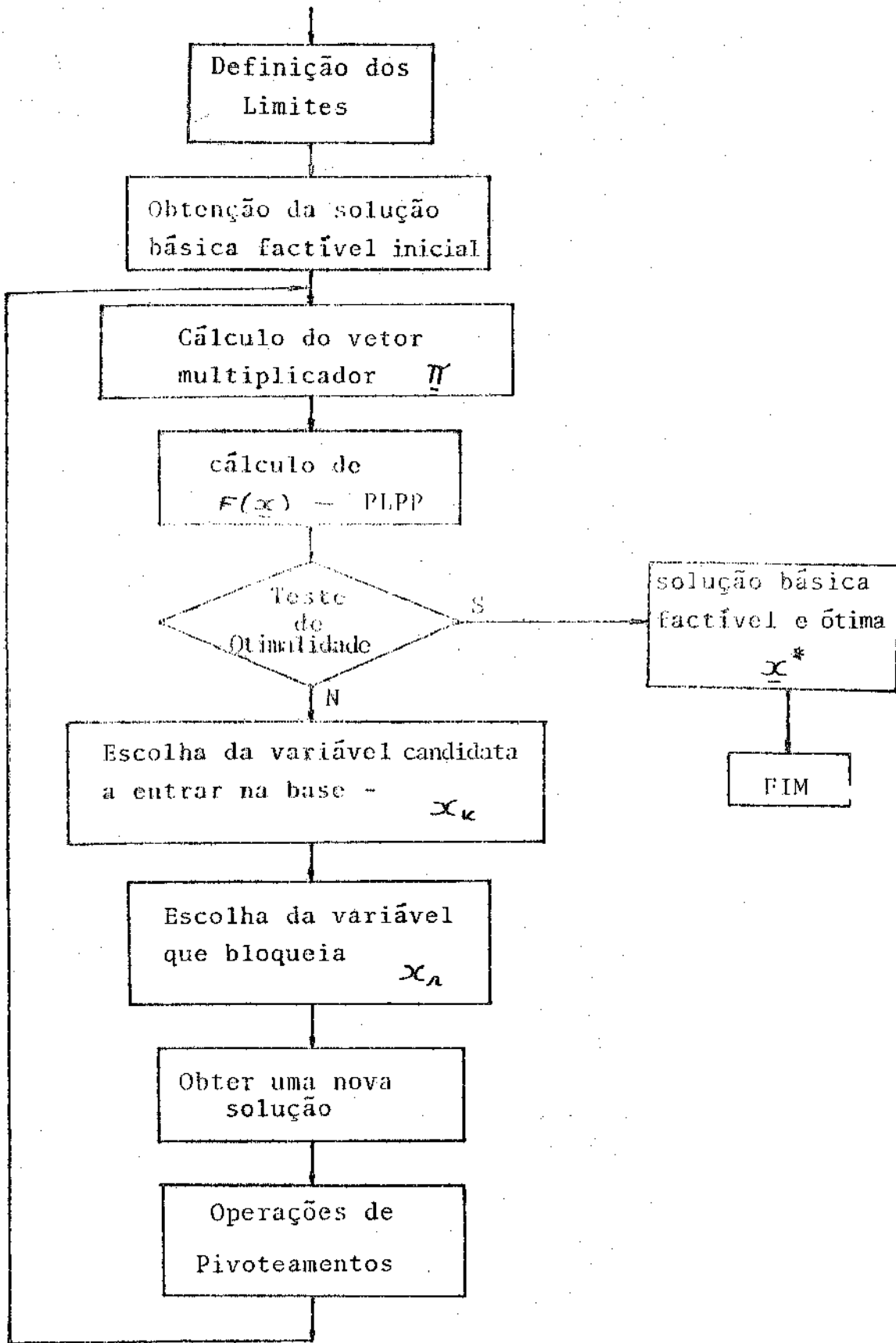


Figura B.2 - Algoritmo do método simplex revisado

APÊNDICE C

CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA SUL DO BRASIL [1]

O sistema Sul do Brasil tem as seguintes características:

- . configuração inicial correspondente ao ano de 1980;
- . 46 barras das quais 35 já estão interligadas na configuração inicial;
- . rede inicial com 62 circuitos nos níveis de tensão de 500 KV e 230 KV (tabela C.1);
- . 72 ramos em 500 KV e 230 KV que admitem a adição de novos componentes;
- . horizonte de 10 anos para o planejamento (1980 a 1990);
- . crescimento médio da demanda em relação ao ano inicial do planejamento de aproximadamente 170%.

No teste realizado com o programa SINTRA [20], parte-se da configuração inicial (tabela C.1) e obtêm-se os novos circuitos adicionados (linhas/transformadores). Para o ano de 1984, além da configuração inicial dada pelos parâmetros mostrados na tabela C.1, são acrescentados 1 linha de transmissão e 2 transformadores como mostra a tabela C.2. Na tabela C.3 estão as novas adições correspondente a síntese realizada para o ano de 1990.

Tabela C.1 - Parâmetros das linhas/transformadores do sistema Sul do Brasil (ano 1980)

Ligações		R(%)	X(%)	Y(MVAr)
k	ℓ			
1	7	1.200	6.150	7.030
1	2	2.080	10.650	12.147
1	2	2.080	10.650	12.147
4	9	1.800	9.230	10.540
5	9	2.290	11.730	13.382
5	6	2.210	11.310	12.912
7	8	2.000	10.230	11.677
4	5	1.110	5.660	6.450
4	5	1.110	5.660	6.450
2	5	0.630	3.240	3.707
2	5	0.630	3.240	3.707
8	13	2.630	13.470	15.283
9	14	3.430	17.550	20.030
9	14	3.430	17.550	20.030
12	14	1.450	7.400	8.452
12	14	1.450	7.400	8.452
14	18	2.960	15.140	17.275
14	18	2.960	15.140	17.275
13	18	3.520	18.050	20.588
13	20	2.100	10.730	12.245
16	20	3.900	19.960	22.705
19	21	0.190	2.790	163.000
16	17	0.650	0.780	40.441
17	19	0.640	0.620	35.773
14	26	3.150	16.140	18.412
14	22	1.640	8.400	9.589
22	26	1.540	7.900	9.026
20	23	1.820	9.320	10.627
20	23	1.820	9.320	10.627
23	24	1.510	7.740	8.823
23	24	1.510	7.740	8.823
26	27	1.630	8.320	9.490
26	27	1.630	8.320	9.490
24	24	3.220	16.470	18.794
24	33	2.830	14.470	16.520
33	34	2.470	12.640	14.432
27	36	1.790	9.150	10.441
27	36	4.060	20.790	23.736
27	38	4.060	20.790	23.736
36	37	2.060	10.560	12.060
34	35	0.960	4.910	5.598
34	35	0.960	4.910	5.598
35	38	3.870	19.860	22.588
37	39	0.550	2.830	3.220
37	40	2.500	12.810	14.618
37	42	4.110	21.040	24.021
39	42	3.970	20.290	23.168
39	42	3.970	20.290	23.168
39	42	3.970	20.290	23.168
40	42	1.820	9.310	10.638
38	42	1.770	9.070	10.342

continua...

Ligações		R(%)	X(%)	Y(MVAr)
k	ℓ			
38	42	1.770	9.070	10.343
38	42	1.770	9.070	10.343
32	43	0.210	3.100	180.216
42	44	2.360	12.060	13.765
44	45	3.640	18.630	21.265
19	32	0.130	1.960	113.698
0	19	0.150	2.220	129.749
0	16	0.140	2.040	118.532
18	19	0.000	1.250	0.000
20	21	0.000	1.250	0.000
42	43	0.000	1.250	0.000

Tabela C.2 - Adições para o ano de 1984

Ligações		R(%)	X(%)	Y(MVAr)
k	ℓ			
20	21	0.000	1.250	0.000
42	43	0.000	1.250	0.000
9	14	3.430	17.550	20.030

Tabela C.3 - Adições para o ano de 1990

Ligações		R(%)	X(%)	Y(MVAr)
k	ℓ			
28	31	0.050	0.700	18.047
31	32	0.030	0.470	26.879
0	6	0.090	1.260	74.639
5	6	0.000	1.250	0.000
42	43	0.000	1.250	0.000
42	43	0.000	1.250	0.000
20	21	0.000	1.250	0.000
5	6	0.000	1.250	0.000
24	25	0.000	1.250	0.000
21	25	0.120	1.750	0.000
40	41	0.000	1.250	0.000
31	41	0.190	2.790	0.000
19	21	0.190	2.790	163.008
24	25	0.000	1.250	0.000
20	21	0.000	1.250	0.000

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. Santos Jr., "Síntese Conceitual Estática de Redes de Transmissão de Energia Elétrica", Tese de Mestrado, UNICAMP, 1981.
- [2] A. Monticelli, "Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica", Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1983.
- [3] B. Stott; O. Alsac, "Fast Decoupled Load Flow", IEEE Trans. Power App. Syst., Pas-93, May/Jun 1974, pp. 859-867.
- [4] K. Eollenkopf, "Bi-Factorization - Basic Computational Algorithm and Programming Techniques". In: Reid, J.K. ed. Large Sparse Sets of Linear Equations. New York, Academic Press, 1971, pp. 75-97.
- [5] K.R.C. Mamandur; R.D. Chenoweth, "Optimal Control of Reactive Power Flow for Improvements in Voltage Profiles and For Real Power Loss Minimization", IEEE Trans. Power App. Syst., Pas-100, nº 7, July 1981, pp. 3185-3193.
- [6] K.R.C. Mamandur, "Emergency Adjustments to Var Control Variables to Alleviate Over-Voltages, Under-Voltages, and Generator Var Limit Violations", IEEE Trans. Power App. Syst., Pas-101, nº 5, May 1982, pp. 1040-1047.
- [7] R.A. Fernandes; F. Lange; R.C. Burchett; H.H. Happ; K.A. Wirgau, "Large Scale Reactive Power Planning", IEEE Trans. Power App. Syst., Pas-102, nº 5, May 1983, pp. 1023-1035.

- [8] R.M. Maliszewski; L.L. Garver; A.J. Wood, "Linear Programming as an Aid Planning Kilovar Requirements", IEEE Trans. Power App. Syst., Pas-87, nº 12, Dec. 1968, pp. 1963-1968.

- [9] H.H. Happ; W.A. Wirgau, "Static and Dynamic Var Compensation in System Planning", IEEE Trans. Power App. Syst., Pas-97, nº 5, Sept/Oct. 1978, pp. 1564-1578.

- [10] A. Hughes; G. Jee; R.R. Shouts, "Optimal Reactive Power Planning", IEEE Trans. Power App. Syst., Pas-100, nº 5, May 1981, pp. 2189-2196.

- [11] A. Kishore; B.F. Hill, "Static Optimization of Reactive Power Sources by Use of Sensitivity Parameters". IEEE Trans. Power App. Syst., Pas-90, May/June 1971, pp. 1166-1173.

- [12] H.M.F. Tavares, Notas de Aula do Curso: Modelos Lineares de Otimização, UNICAMP-FEC, Campinas, 1982.

- [13] N.F. Maculan; M.V.F. Pereira, "Programação Linear", São Paulo, Atlas, 1980.

- [14] A.S. Garcia, "Método Dual Simplex para Problemas com Critério Linear por Partes", Tese de Mestrado, UNICAMP, 1978.

- [15] J.R. Fernandes; A. Yamakami "Programação Linear por Partes: um Exemplo de Aplicação a um Problema de Controle", Anais do XII Congresso da SOBRAPO, São Paulo, 1979.

- [16] C.R. Souza, "Aplicação de Programação Linear por Partes a Sistemas de Potência", Tese de Mestrado, UNICAMP, 1977.
- [17] B. Golstein; D. Youdine, "Problèmes Particuliers de la Programmation Linéaire", Edition Mir-Moscou, 1975, Cap. 7, pp. 471-551.
- [18] G.W. Stagg; A.H. El-Abiad, "Computer Methods in Power System Analysis", Mc-Graw Hill, New York, 1968.
- [19] L.L. Freris; A.M. Sasson, "Investigation of the Load Flow Problem", Proc. IEE, Vol. 115, n° 10, Oct. 1968, pp. 1459-1470.
- [20] A. Monticelli e Outros, "Planejamento da Transmissão - Sistema SINTRA", Relatórios de 1 a 9 do Convênio CEPREL/UNICAMP sobre Planejamento da Transmissão. Campinas, de 1977 a 1983.
- [21] H. Bazaraa; J. Jarvis, "Linear Programming and Network Flows", John Wiley and Sons, New York, 1977.