



Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Ciências Aplicadas

Silvia Dianne Florez Carreño

APLICAÇÕES E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ALOCAÇÃO DE FACILIDADES
POR MEIO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA E MÉTODOS MULTICRITÉRIO

Limeira
2024



Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Ciências Aplicadas

SILVIA DIANNE FLOREZ CARREÑO

APLICAÇÕES E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ALOCAÇÃO DE FACILIDADES POR MEIO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA E MÉTODOS MULTICRITÉRIO

Dissertação apresentada à Faculdade de Ciências Aplicadas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção e de Manufatura. Área de concentração: Pesquisa Operacional e Gestão de Processos.

Orientador: Prof. Dr. Washington Alves de Oliveira
Coorientadora: Dra. Nilmara de Jesus Biscaia Pinto

Este exemplar corresponde à versão final da dissertação defendida pela aluna Silvia Dianne Florez Carreño, e orientada pelo Prof. Washington Alves de Oliveira.

Limeira
2024

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)
Biblioteca da Faculdade de Ciências Aplicadas
Renata Eleuterio da Silva - CRB 8/9281

C232a Carreño, Silvia Dianne Florez, 1995-
Aplicações e resolução de problemas de alocação de facilidades por meio de programação matemática e métodos multicritério / Silvia Dianne Florez Carreño. – Limeira, SP : [s.n.], 2024.

Orientador(es): Washington Alves de Oliveira.
Coorientador(es): Nilmara de Jesus Biscaia Pinto.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Faculdade de Ciências Aplicadas.

1. Programação matemática. 2. Análise multicritério. I. Oliveira, Washington Alves, 1977-. II. Pinto, Nilmara de Jesus Biscaia, 1992-. III. Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Faculdade de Ciências Aplicadas. IV. Título.

Informações complementares

Título em outro idioma: Applications and solution of facility allocation problems through mathematical programming and multicriteria methods

Palavras-chave em inglês:

Mathematical programming

Multi-criteria decision analysis (MCDA)

Área de concentração: Pesquisa Operacional e Gestão de Processos

Titulação: Mestra em Engenharia de Produção e de Manufatura

Banca examinadora:

Washington Alves de Oliveira [Orientador]

Carla Taviane Lucke da Silva Ghidini

Eduardo Machado Silva

Data de defesa: 28-08-2024

Programa de Pós-Graduação: Engenharia de Produção e de Manufatura

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0009-0009-0025-5699>

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/1041139830876371>

Folha de Aprovação

Autor: Silvia Dianne Florez Carreño

Título: APLICAÇÕES E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ALOCAÇÃO DE FACILIDADES POR MEIO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA E MÉTODOS MULTICRITÉRIO

Natureza: Dissertação

Área de Concentração: Pesquisa Operacional e Gestão de Processos

Instituição: Faculdade de Ciências Aplicadas – FCA/Unicamp

Data da Defesa: Limeira-SP, 28 de agosto de 2024.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Washington Alves de Oliveira (Orientador)
Faculdade de Ciências Aplicadas - FCA/Unicamp

Profa. Dra. Carla Tavianes Lucke da Silva Ghidini (membro)
Faculdade de Ciências Aplicadas - FCA/Unicamp

Prof. Dr. Eduardo Machado Silva (membro externo)
Instituto de Ciência e Tecnologia (ICT) - Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP)

A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese e na Secretaria do Programa da Unidade.

Primero a Dios por la gran oportunidad que me otorgó para formarme y vivir toda esta experiencia lejos de mi Colombia y de mi familia. Gracias a Él por su discernimiento y sabiduría para cumplir esta meta, una de muchas más que están por cumplirse.

A mi esposo, Luis Fernando Rodríguez. ¡Tú eres mi mentor! Me inspiras, me enseñas con amor, y me llamas la atención cuando es necesario. Gracias a ti mi cielo, por motivarme día a día a ser mejor y por enseñarme que siempre se puede alcanzar los sueños. Reafirmo la tan importante decisión que tomamos cuando llegamos juntos a Brasil, a la UNICAMP, para vivir esta oportunidad de formarnos y construir nuestra vida. ¡Y aquí estamos! Dos profesionales en constante formación, compañeros de vida bajo la bendición de Dios, colegas, amigos y parceros recorriendo el mundo (aunque sea en la próxima esquina de la casa). Gracias a ti, hoy soy magíster.

A mi abuelita Pi, Purificación Pedraza, mi ángel en la tierra, mi ejemplo de superación y amor. ¡Por ti somos lo que somos! A mis padres, Nancy Carreño y Rodolfo Florez, por ser mi guía y fortaleza, por creer en mí y por apoyar a una de sus hijas en este gran sueño, aún estando lejos de casa. A mis hermanas, Karen y Nathalia Florez Carreño, por su amor, sus palabras de aliento, sus abrazos a la distancia y su apoyo constante. A mis sobrinas y sobrinos, ¡soy muy afortunada de ser su tía! No ha sido fácil verlos crecer desde lejos, pero la tía Yaya hoy es magíster por ustedes. ¡Las amo, Gabyta y Avrilita! ¡Los amo, familia!

Trabajo dedicado a mi esposo y a mi familia.

Agradecimientos

Este trabajo fue realizado con mucha dedicación y con gran respeto y admiración hacia todos aquellos que contribuyeron a su desarrollo.

De manera especial, agradezco al Profesor Washington Alves de Oliveira por su orientación, por el conocimiento compartido, por su constante disposición, por la confianza que me ha brindado, y por su apoyo y amistad. Gracias profe, por creer en mí, especialmente cuando decidí sumergirme en este mundo totalmente nuevo para mí de la ingeniería.

A Nilmara de Jesus Biscaia Pinto, gracias por la orientación, por esa sensibilidad en la enseñanza, por el conocimiento, y por siempre tener una frase positiva durante el aprendizaje. Siempre viendo lo mejor en todo.

Al equipo Doki, estoy inmensamente agradecida. Carlos Muñoz y mi esposo Fer, iniciamos juntos y seguiremos creciendo (también la familia). ¡Gracias por su gran ayuda! Nos esperan cosas maravillosas.

Petra y Washington, gracias padrinos y amigos, por tanto amor y apoyo. He aprendido inmensamente de ustedes, tanto a nivel profesional como personal. No sé cómo retribuirles por lo grata que han hecho esta experiencia. Gracias por hacernos sentir en casa, por ese calor de hogar.

Eli, Andresito, Luighi, Ema, Ellen, gracias amigos. Somos la familia que elegimos, y lo que el destino y nuestras decisiones nos depare, siempre tendrán un lugar muy especial en mi corazón.

También agradezco a mis compañeros del LAD2, CPO y del LABORE por aquellos momentos de distracción, por la ayuda mutua en lo profesional y académico, por compartir eventos y algunas cervezas también. Con seguridad, todos estamos intentando dar lo mejor de nosotros.

Agradezco también a los profesores Carla Ghidini, Cristiano Torrezan, Diego Fiorotto, Paulo Ignácio y Eduardo Silva, quienes, sin duda alguna, guiaron aún más mi enfoque de maestría a través de las disciplinas, PED, en la banca de cualificación y defensa, y que con gran respeto intenté reflejar en mi participación en eventos y en mi disertación.

A la UNICAMP, una colombiana en Brasil agradece profundamente esta oportunidad. Gracias por ser esa puerta intercultural y por el aporte científico al mundo. Hoy formo parte de (aún) esa minoría de mujeres científicas gracias a ustedes.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001

O problema de alocação de facilidades é crucial para otimizar recursos e melhorar a eficiência operacional nas empresas. Este problema é fundamental em setores como o logístico e o agrícola, nos quais decisões estratégicas, como alocação de um centro de distribuição ou o monitoramento de cultivos, influenciam o desempenho das operações da empresa. Portanto, é essencial coletar informações relevantes sobre o problema a ser resolvido e aplicar as ferramentas apropriadas que auxiliem o decisor na escolha de boas soluções. Para apoiar a tomada de decisão por meio de técnicas de programação matemática, o processo de modelagem matemática pode ser utilizado para representar um problema prático por meio de funções matemáticas, que são posteriormente resolvidas usando *softwares* próprios, enquanto que os métodos de decisão multicritério escolhem alternativas disponíveis com base na composição e comparação de critérios previamente selecionados. Este trabalho propõe a aplicação de programação matemática e métodos de decisão multicritério para resolver problemas de alocação de facilidades. Duas aplicações foram resolvidas para validar os métodos propostos, um problema de telemetria em cultivos agrícolas e um estudo de caso para a alocação de centros de distribuição para uma empresa colombiana. Os resultados computacionais mostraram que a programação matemática se destaca na otimização de recursos e os métodos multicritério proporcionam uma análise mais abrangente, oferecendo soluções que equilibram diferentes aspectos críticos do processo decisório.

Palavras-chaves: Alocação de facilidades, programação matemática, métodos de decisão multicritério, problemas de designação.

The facility allocation problem is critical for optimizing resources and enhancing operational efficiency in companies. This challenge is particularly important in sectors such as logistics and agriculture, where strategic decisions, such as allocating a warehouse or the monitoring of crops, significantly impact the performance of company operations. Consequently, it is essential to gather relevant information about the problem to be addressed and apply appropriate tools that enable decision-makers to choose suitable solutions. Mathematical programming techniques can support decision-making through the process of mathematical modeling, which represents a practical problem using mathematical functions, subsequently solved with specialized software. The multicriteria decision-making methods evaluate available alternatives based on preselected criteria. This work proposes the application of mathematical programming and multicriteria decision-making methods to solve facility allocation problems. Two applications were conducted to validate the proposed methods, a telemetry problem in agricultural crops, and a case study on allocating warehouses for a Colombian company. The computational results demonstrated that mathematical programming is highly effective in cost minimization and multicriteria methods provide a more comprehensive analysis, offering solutions that balance various critical aspects of the decision-making process.

Keywords: Facility allocation problem, mathematical programming, multi-criteria decision methods, assignment problems.

Lista de Figuras

1.1	Estrutura básica do AHP	28
3.1	Instalação e distribuição dos módulos IRROmesh no cultivo	43
3.2	Cultivo em formato irregular	44
3.3	Representação gráfica da solução do Exemplar 9	50
3.4	Resultados do problema de telemetria pelo modelo matemático	51
3.5	Representação gráfica da alocação dos módulos nos dois cenários	54
3.6	Resultados do problema de telemetria por métodos multicritério	55
4.1	Cadeia logística	59
4.2	Resultados para a alocação de CDs por métodos multicritério	76
5.1	Comparação dos custos pelo modelo matemático e método multicritério para telemetria	79
5.2	Comparação dos custos pelos modelo matemático e método multicritério para alocação de CDs	80

Lista de Tabelas

1.1	Escala fundamental de Saaty	25
3.1	Informações dos exemplares sintéticos para a telemetria	49
3.2	Configuração dos módulos transmissores-receptores	50
3.3	Matriz de decisão do problema de telemetria	52
3.4	Classificação por ELECTRE TRI e após filtro	53
3.5	Ordenação por TOPSIS	54
4.1	Pesos atribuídos	65
4.2	Matriz de decisão inicial do problema de alocação de CDs	67
4.3	Dados de entrada para o problema de alocação CDs por programação matemática	68
4.4	Resultados para a alocação de CDs por programação matemática	71
4.5	Resultados do Cenário 1 na alocação de CDs	73
4.6	Resultados do Cenário 2 na alocação de CDs	74
4.7	Resultados do Cenário 3 na alocação de CDs	75

Introdução	13
1 Fundamentação teórica	16
1.1 Alocação de facilidades	16
1.2 Métodos de programação matemática	17
1.3 Métodos de apoio à tomada decisão multicritério	23
2 Revisão bibliográfica	35
3 Telemetria aplicada em cultivos	41
3.1 Descrição do problema	41
3.2 Estratégias de solução	44
3.3 Experimentos computacionais	48
4 Alocação de centros de distribuição	56
4.1 Descrição do problema	56
4.1.1 Estudo de caso: empresa de bicicletas	57
4.2 Estratégias de solução	60
4.3 Experimentos computacionais	66
5 Síntese dos resultados computacionais	78
Conclusões	82
Bibliografia	83

Introdução

Determinar a alocação de facilidades é considerado um problema fundamental em operações e logística, cujo o objetivo está na distribuição ótima de recursos e instalações para maximizar a eficiência e reduzir custos (Farahani et al., 2010). Este problema envolve a seleção de locais para instalações de forma que as necessidades de demanda sejam atendidas de maneira eficiente. A alocação adequada de facilidades considera diversos fatores críticos, como a proximidade dos mercados consumidores, a disponibilidade de infraestrutura, os custos de transporte e a capacidade de resposta às flutuações da demanda. Exemplos interessantes incluem a alocação de pontos de coleta de dados de telemetria agrícola e de centros de distribuição (CDs) de mercadorias.

No contexto da telemetria agrícola, a localização estratégica de dispositivos de monitoramento para garantir a coleta de dados precisos e oportunos melhora a gestão agrícola e a tomada de decisões. Além disso, no contexto da alocação de CDs, a escolha dos locais impacta diretamente na competitividade das operações logísticas, visto que uma localização estratégica pode reduzir significativamente os custos operacionais. Métodos de programação matemática e métodos de apoio a decisão multicritério aparecem como ferramentas úteis para determinar soluções para problemas de alocação de facilidades.

A programação matemática é uma área dentro da Matemática Aplicada que envolve um conjunto de métodos sofisticados que podem gerar soluções ótimas e também soluções aproximadas para problemas de diversas áreas, incluindo geralmente situações onde os recursos são limitados. Dentro dos métodos de programação matemática, a modelagem matemática é fundamental para desenvolver representação de problemas práticos por meio da junção adequada de fórmulas matemáticas, que envolve a coleta de informações para a identificação do problema a ser analisado, a definição do objetivo a ser otimizado e a determinação das várias restrições que o problema precisa satisfazer. No processo de modelagem matemática, parâmetros e variáveis de decisão são adequadamente distribuídos em funções matemática para dar sentido ao

problema analisado, de tal forma que uma solução das variáveis de decisão representam o resultado da otimização (Nwulu et al., 2021). Por outro lado, os métodos de decisão multicritério visam apoiar a tomada de decisão de problemas complexos, avaliando um conjunto limitado de alternativas com o objetivo de selecionar, ordenar ou classificar essas alternativas com base em múltiplos critérios qualitativos e quantitativos. Então, tais métodos fornecem ferramentas para facilitar o processo decisório (Özcan et al., 2011).

A programação matemática e os métodos de decisão multicritério podem ser aplicados no setor agrícola, que vem aumentando o uso de tecnologias da informação, aproximando-se da agricultura 4.0. O uso da tecnologia no setor agrícola permite obter dados em tempo real sobre o estado atual do cultivo, de acordo com as características específicas e suas necessidades. Além disso, possibilita o monitoramento eficiente do cultivo (telemetria), auxiliando nas ações do agricultor no processo de preservação dos cultivos. A telemetria foi introduzida nas várias operações agrícolas no monitoramento de oliveiras (Castillo-Ruiz et al., 2015). Os módulos transmissores-receptores podem ser aplicados na telemetria de cultivos, na qual usam um tipo de radiofrequência, tecnologia ideal para conexões em distâncias significativas, permitindo coletar informação em tempo real, principalmente sobre o estado da umidade da área do cultivo, entre muitas outras variáveis. Essas informações são transmitidas de um módulo para outro, evitando o acúmulo de informação no mesmo módulo e entregando a informação à central encarregada de armazenar e exibir esse dados ao usuário final. O avanço tecnológico usado no desenvolvimento desses módulos permite conexão sem fio com dispositivos móveis (*notebooks*), facilitando a utilização pelo usuário (Gil et al., 2014).

Outro tipo de aplicação desses métodos encontra-se no setor logístico, especificamente na alocação de CDs. Um CD se define como um ponto da cadeia logística onde os produtos são armazenados, geralmente por um curto período de tempo (Bartholdi III and Hackman, 2008). Os CDs são fundamentais na gestão da cadeia de suprimentos, pois a eficiência de um CD pode determinar o sucesso na gestão e no processo logístico. A localização dos CDs é considerada uma decisão estratégica com efeitos de longo prazo que impactam significativamente a rentabilidade da empresa. Por esse motivo, a definição da localização dos CDs é um desafio relevante na tomada de decisão enfrentado por administradores logísticos (Chen, 2001).

O objetivo central deste trabalho é realizar um estudo sobre problemas de alocação de facilidades, utilizando técnicas de programação matemática e métodos de decisão multicritério. Foram abordados dois tipos de problemas práticos: a designação de módulos transmissores-receptores para telemetria em cultivos agrícolas e a alocação de centros de distribuição para uma empresa colombiana do setor de bicicletas. Para cada problema, foram propostas formulações matemáticas e aplicadas abordagens multicritério como TOPSIS e ELECTRE. Os métodos foram implementados na linguagem *Python* junto com o *solver* CPLEX. Os resultados computacionais evidenciam que a programação matemática demonstrou grande eficácia na otimização de custos em ambos problemas, enquanto os métodos multicritérios forneceram soluções que consideram

uma variedade mais extensa de fatores relevantes, embora com custos operacionais mais elevados.

O restante da dissertação é dividida como segue. O Capítulo 1 descreve a fundamentação teórica do trabalho desenvolvido. O Capítulo 2 apresenta uma breve revisão bibliográfica a respeito do uso dos métodos estudados na resolução de problemas de alocação de facilidades. Nos Capítulos 3 e 4 são descritas, na sequência e separadamente, as duas aplicações abordadas no trabalho: problemas de telemetria e alocação de CDs, junto com as propostas de modelos, uma série de experimentos computacionais realizados em cada aplicação e as respectivas análises descritivas dos resultados. O Capítulo 5 sintetiza os resultados computacionais obtidos. Por fim, um conjunto de conclusões é apresentado.

CAPÍTULO 1

Fundamentação teórica

Os principais conceitos que suportam a fundamentação teórica deste trabalho são apresentados neste capítulo e são divididos em três partes, incluindo o significado geral de problemas de alocação de facilidades de acordo com uma classificação da literatura, o conteúdo preliminar de métodos de programação matemática e algumas técnicas de resolução e, por fim, apresenta-se uma análise dos métodos de apoio à tomada de decisão multicritério.

1.1 Alocação de facilidades

Diversos métodos e modelos aplicados a problemas industriais são encontrados na literatura, sendo que uma variedade deles está relacionada com a designação e alocação de facilidades. O objetivo geral do ponto de vista industrial é alocar e otimizar os recursos que uma empresa possui a fim de atender à maior demanda possível. Assim, o problema de alocação de facilidades, proposto inicialmente por [Cooper \(1963\)](#), pode ser definido como a alocação de instalações em locais de interesse com o objetivo de satisfazer a demanda, minimizar custos, tempos de deslocamento e, de forma geral, otimizar recursos. O problema de alocação de facilidades ocorre em diferentes cenários práticos, como na alocação de armazéns, de centros de distribuição, centros de comunicação, instalações de produção e também para problemas de cobertura como é o caso de aplicações em telemetria ([Azarmand and Neishabouri, 2009](#)).

Segundo [Arakaki and Lorena \(2006\)](#), os problemas de alocação de facilidades podem ser classificados em problemas de cobertura e problemas de localização de instalações. Ambos compartilham o mesmo objetivo de alocar facilidades, considerando os clientes que devem ser atendidos, de forma a otimizar um dado

critério. O problema de localização de máxima cobertura, desenvolvido por Church and Velle (1974), visa localizar facilidades maximizando a quantidade de demanda atendida ou coberta dentro de uma distância ou tempo de serviço aceitável e pré-definido. O problema de localização de máxima cobertura é uma alternativa para o *Set Covering Location Problem* (SCLP), que consiste em localizar o mínimo de facilidades, procurando garantir que nenhuma das distâncias entre um ponto de demanda e a facilidade mais próxima seja maior que a distância crítica e, também, para o *p-Center Problem* (PCP), cujo objetivo é localizar p facilidades de modo a minimizar a distância máxima de cobertura de qualquer ponto de demanda até sua facilidade mais próxima. O problema das p -medianas consiste em localizar p facilidades (medianas), de modo a minimizar a soma das distâncias de cada vértice, ou nó de demanda, à mediana mais próxima, garantindo que toda a demanda seja atendida. Então, várias facilidades serão localizadas e os clientes são designados a tais facilidades.

Solucionar problemas de alocação de facilidades pode ter um impacto significativo no nível estratégico empresarial. Esse problema pode ser abordado por meio de técnicas com diferentes finalidades, como os métodos de programação matemática que oferecem soluções otimizadas e os métodos de apoio à tomada de decisão multicritério que visam apoiar o processo de tomada de decisão por meio da avaliação de alternativas com base em critérios.

1.2 Métodos de programação matemática

Os métodos de programação matemática fazem parte da Pesquisa Operacional e visam auxiliar a tomada de decisão nas operações ou atividades das organizações. Dentre eles a modelagem matemática permite representar problemas mediante formulações matemáticas, que envolvem uma função objetivo a ser otimizada sujeita a um conjunto de restrições operacionais. Esse processo é desenhado de modo a gerar um problema de otimização, então um procedimento de resolução é aplicado com o objetivo encontrar a solução mais apropriada entre diversas soluções factíveis deste problema.

Os elementos gerais que compõem a estratégia de modelagem podem ser resumidos da seguinte forma:

- i) identificar as variáveis de decisão do problema em questão que devem ser determinadas, geralmente tais variáveis são quantitativas e devem satisfazer as condições de não negatividade;
- ii) identificar quais decisões são admissíveis, o que indica a presença de um conjunto de restrições que são determinadas de acordo com a natureza do problema, podendo ser expressas matematicamente por meio da combinação de equações e inequações;
- iii) definir um critério de avaliação das possíveis soluções, o que supõe determinar uma função objetivo a ser atendida que deve ser de maximização ou minimização (Arenales et al., 2007).

Nos longos anos de desenvolvimento de modelos de otimização, destacam-se as classes de problemas de programação linear e um caso particular de programação linear inteira. Ambas as classes de problemas

permitem a resolução de problemas concretos com vasta aplicação. Na sequência, um breve resumo sobre esses problemas é fornecido, incluindo uma breve noção dos procedimentos de resolução mais conhecidos.

Programação linear

Desde a introdução do método simplex em 1947, a programação linear tem se destacado como uma das ferramentas mais utilizadas para resolver problemas de otimização em áreas diversas, como a militar, industrial e governamental, além do planejamento urbano. Sua ampla aplicação deve-se à capacidade de modelar problemas complexos de grande escala, além da eficiência proporcionada por algoritmos robustos que, aliados à computação moderna, permitem a resolução desses problemas em tempos razoáveis. O objetivo da programação linear (PPL) é otimizar uma função linear, que pode ser de minimização ou maximização, enquanto as variáveis satisfazem um conjunto de restrições expressas por igualdades ou desigualdades. Baseados nos autores [Arenales et al. \(2007\)](#); [Bazaraa et al. \(2011\)](#), apresentamos os conceitos básicos de um PPL, que considera $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$ como a função objetivo a ser otimizada, em que os coeficientes $c_1, c_2, \dots, c_n$ correspondem aos custos ou ganhos associados às variáveis de decisão $x_1, x_2, \dots, x_n$ (ou atividades a serem determinadas).

A formulação descrita a seguir do PPL é conhecida como forma padrão:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar} \quad & z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \\
 \text{sujeito a} \quad & \alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + \dots + \alpha_{1n}x_n = b_1 \\
 & \alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2 + \dots + \alpha_{2n}x_n = b_2 \\
 & \vdots \quad \quad \quad \ddots \quad \quad \quad \vdots = \vdots \\
 & \alpha_{m1}x_1 + \alpha_{m2}x_2 + \dots + \alpha_{mn}x_n = b_m \\
 & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad \dots, \quad x_n \geq 0.
 \end{aligned}$$

A estrutura padrão considera apenas restrições de igualdade. A expressão $\sum_{j=1}^n \alpha_{ij}x_j = b_i$ denota a i -ésima restrição, e os coeficientes α_{ij} para $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$, formam a seguinte matriz de restrições A de dimensão $m \times n$:

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \dots & \alpha_{mn} \end{bmatrix}.$$

O vetor $b \in \mathbb{R}^m$, cuja i -ésima componente é b_i representa os requerimentos mínimos a serem satisfeitos.

As restrições $x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$ correspondem às restrições de não negatividade.

O PPL pode ser representado na forma matricial como $\min_{x \in \mathbb{R}^n} \{c^T x \mid Ax = b, x \geq 0\}$. Em que, c^T é o vetor transposto de custos, x^T é o vetor das variáveis, b^T é o vetor dos recursos, 0^T é o vetor cujos elementos são todos iguais a 0, e $Ax = b$ define o conjunto de equações lineares que constituem as restrições do problema. O conjunto de variáveis $x_1, \dots, x_n$ que satisfaz todas essas restrições é chamado de solução factível, e o conjunto de todos esses pontos forma a região factível $S = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b, x \geq 0\}$. Esses pontos, ou seja, os vetores x , representam as possíveis soluções que respeitam tanto as restrições de igualdade $Ax = b$ quanto as restrições de não negatividade $x \geq 0$. Uma solução que reside dentro desta região e otimiza a função objetivo é chamada de solução ótima.

Na forma padrão, o PPL caracteriza-se por; i) uma função objetivo que deve ser minimizada, ii) restrições representadas por um sistema de equações lineares, iii) condições de não-negatividade aplicadas a todas as variáveis de decisão. Tais características fundamentam a aplicação do método simplex, que é discutido mais para frente, facilitando a análise teórica e prática neste tipo de problemas.

Segundo [Bazaraa et al. \(2011\)](#), várias hipóteses de linearidade e suposições que estão implícitas na formulação de programação linear são necessárias, na sequência são explicadas brevemente cada uma delas.

- 1) **Proporcionalidade:** dada uma variável x_j a contribuição para o custo é $c_j x_j$ e a contribuição para a i -ésima restrição é $\alpha_{ij} x_j$. Portanto, se x_j for dobrada, a contribuição para o custo e para cada uma das restrições também será dobrada.
- 2) **Aditividade:** o custo total é a soma dos custos individuais e a contribuição total para a i -ésima restrição é a soma das contribuições individuais das atividades individuais.
- 3) **Divisibilidade:** essa suposição garante que as variáveis possam ser divididas em qualquer nível fracionário.
- 4) **Determinístico:** os coeficientes c_j , α_{ij} e b_i são conhecidos de forma determinística. Quaisquer elementos probabilísticos ou estocásticos inerentes às demandas, custos, preços, disponibilidade e utilização de recursos são aproximadas ou representadas por esses coeficientes.

Um dos métodos mais utilizados na resolução de PPL é conhecido como Método Simplex, desenvolvido por [Dantzig \(1963\)](#) e adaptado ao cálculo computacional. Este método além de encontrar soluções ótimas, fornece informações valiosas sobre a estrutura que define a região factível subjacente aos problemas de programação linear. É fundamental reescrever o PPL na forma padrão que é obtida pela manipulação do problema ao realizar adequadamente uma ampliação do vetor e variáveis de decisão incluindo variáveis de folga ou excesso, isto quando desejável maximizar a função objetivo, ou quando precisar transformar as restrições de desigualdades em restrições de igualdade, ou quando todas ou ainda, algumas das variáveis

não possuem condição de não negatividade, o que permite estabelecer a base para a aplicação do Método Simplex.

A subsequente explicação do Método Simplex começa com a introdução do particionamento da matriz A , permitindo a decomposição das variáveis de decisão em dois grupos, além de fornecer a estrutura necessária para dar início ao processo iterativo de otimização. As variáveis de decisão são divididas em variáveis básicas (B) e não básicas (N), de forma que a matriz A é particionada como $A = [B \mid N]$, onde B representa a matriz das variáveis básicas e N a matriz das variáveis não básicas.

O Método Simplex busca determinar a solução ótima de um PPL através de um processo iterativo, partindo de uma solução básica factível $\mathbf{x}_B$ do sistema de equações que constituem as restrições do PPL. Em cada iteração, a solução é melhorada até que se encontre a solução ótima ou se identifique uma ilimitação nos valores da função objetivo. Uma explicação detalhada do Método Simplex pode ser encontrada em [Bazaraa et al. \(2011\)](#), assim como a demonstração da convergência do método em um número finito de iterações.

Dada uma solução básica factível B e sua base correspondente, o método busca melhorar esta solução utilizando como referência os coeficientes do chamado custo reduzido. Desta forma, os passos do método simplex são descritos abaixo.

Passos do Método Simplex

1. Cálculo da Solução Básica Factível Inicial: Calcule a solução básica factível através da equação $B\mathbf{x}_B = \mathbf{b}$, com solução única $\mathbf{x}_B = B^{-1}\mathbf{b} = \bar{\mathbf{b}}$. Considere $\mathbf{x}_B = \bar{\mathbf{b}}$, $\mathbf{x}_N = \mathbf{0}$ e $z = c_B^T \mathbf{x}_B$.
2. Cálculo do Vetor Multiplicador Simplex: Resolva a equação $\mathbf{w} = c_B B^{-1}$. O vetor $\mathbf{w}$ é chamado de vetor multiplicador simplex, porque seus componentes são os multiplicadores das linhas da matriz A que são adicionadas à função objetivo para trazê-la à forma canônica. Calcule $z_j - c_j = \mathbf{w}a_j - c_j$ para todas as variáveis não básicas, um procedimento conhecido como operação de precificação. Seja $z_k - c_k = \max_{j \in J} \{z_j - c_j\}$, em que J é o conjunto atual de índices associados às variáveis não básicas. Se $z_k - c_k \leq 0$, o processo termina, indicando que a solução básica factível obtida é ótima. Caso contrário, prossiga para o Passo 3, com x_k como a variável de entrada. A estratégia para selecionar a variável de entrada é conhecida como a Regra de Dantzig, que especifica que a variável não básica associada ao índice k , para a qual o valor $z_k - c_k$ é o maior, e deve ser selecionada para entrar na base. Esta escolha é feita ao maximizar $z_k - c_k$ e acelera a melhoria na função objetivo.
3. Determinação da Direção de Movimentação: Resolva a equação $B\mathbf{y}_k = a_k$, com solução única $\mathbf{y}_k = B^{-1}a_k$, onde B é a matriz básica atual, a_k é o vetor coluna associado à variável de entrada, e y_k

representa a direção de movimentação. Se $\mathbf{y}_k \leq 0$, conclua que a solução ótima é ilimitada:

$$\left\{ \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{b}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + x_k \begin{bmatrix} -\mathbf{y}_k \\ e_k \end{bmatrix} : x_k \geq 0 \right\},$$

em que e_k é um vetor $(n - m)$ de zeros, exceto um 1 na k -ésima posição. Se $\mathbf{y}_k \not\leq 0$, prossiga para o Passo 4.

4. Atualização da Base: Deixe x_k entrar na base. O índice r da variável de bloqueio x_{B_r} , que sai da base, é determinado pela proporção mínima $\frac{\bar{b}_r}{Y_{rk}} = \min_{Y_{ik} > 0} \left\{ \frac{\bar{b}_i}{Y_{ik}} \right\}$. Por fim, atualize a base B , com a_k substituindo a_{B_r} , e também o conjunto de índices J . Repita o Passo 1.

O Método Simplex é normalmente empregado para resolver problemas de otimização linear de forma eficiente mediante *solvers* de programação linear, como CPLEX, Gurobi, e SCIP, amplamente utilizados em diversas indústrias. Esses *solvers* são projetados para lidar com grandes volumes de dados e modelos complexos que combinam o simplex com outras técnicas, como *branch-and-bound* e *branch-and-cut*, para encontrar soluções ótimas, aproveitando a eficiência computacional proporcionada pelo método simplex como parte de suas estratégias de otimização.

Programação linear inteira

Problemas concretos da vida real fazem com que o uso da programação linear não seja suficiente para modelar e encontrar soluções adequadas em todos os cenários, isto porque o PPL considera o uso de variáveis de decisão contínuas. Alguns desses problemas estão relacionados à produção, transporte, telecomunicações, entre outros. Para obter uma solução para esse tipo de problema, utiliza-se a programação linear inteira (PLI). A característica que distingue a PLI da PPL é que as variáveis de decisão pertencem ao conjunto de números inteiros. Portanto, a definição básica de um PLI só difere na definição das variáveis que serão $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{Z}^+$ quando todas as variáveis são inteiras, ou $x_1, x_2, \dots, x_n \in \{0, 1\}$ quando todas as variáveis são binárias. Combinações de tipos de variáveis de decisão podem aparecer em novas variações que mesclam PPL e PLI, normalmente chamadas de problemas mistos. Logo o seguinte problema de otimização $\min_{x \in \mathbb{Z}^n} \{c^T x \mid Ax = b, x \geq 0\}$ descreve um PLI.

Métodos de enumeração implícita são altamente usados para resolver esse tipo de problema, para os quais um processo de ramificação, isto é, a contagem implícita e reduzida do total de soluções viáveis, é construído de forma inteligente. Em cada ramificação, o Método Simplex é usado para determinar uma solução ótima contínua local de um PPL (versão contínua do PLI). Se em particular esta solução é inteira, então ela torna-se uma candidata à solução ótima do PLI. Caso contrário, uma nova ramificação em uma

variável atualmente contínua é gerada. Na sequência é apresentado um dos métodos mais importantes nessa classe de métodos de enumeração implícita.

O método *Branch-and-Bound* (B&B) é uma técnica de otimização utilizada para encontrar uma solução ótima z^* para um problema original P através de uma enumeração inteligente de soluções, com o objetivo de identificar a melhor solução (solução ótima) dentre todas as soluções factíveis ou candidatas F . Este método reduz o espaço de busca utilizando informações derivadas do problema de programação linear para executar um procedimento chamado enumeração implícita. Neste procedimento o problema original é dividido em subconjuntos P^i de soluções, que são explorados e potencialmente descartados.

A estrutura do método B&B é representada por uma árvore de busca, na qual cada nó representa um subproblema P^i . Um nó é uma representação de um subproblema derivado do problema original, que possui um conjunto de restrições adicionais. Os nós são categorizados como nó ativo ou nó folha. O ativo é um nó não podado e ainda não dividido. Estes nós são armazenados em uma lista L de nós ativos. O folha é um nó que não tem filhos na árvore, podendo ser uma solução final ou descartado por poda. Um nó pode ser descartado ou podado mediante um dos seguintes critérios: i) infactibilidade; ii) qualidade; ou iii) otimalidade; reduzindo o número de soluções a serem avaliadas.

A seguinte notação é usada para descrever os passos do algoritmo B&B para um problema de minimização:

- $F(P^i)$: região factível do problema P^i ;
- $F(PL^i)$: região factível do problema relaxado PL^i ;
- z^i : valor ótimo do problema P^i (limitante inferior de z);
- $\bar{z}^i$: valor ótimo do problema relaxado PL^i (limitante superior de z);
- x^* : melhor solução encontrada até o momento;
- z^* : valor da melhor solução encontrada até o momento.

Passos do algoritmo *Branch-and-Bound*

1. Inicialização: Inicialize os limitantes com $\bar{z} = \infty$, $z^* = \infty$, a solução $x^* = \emptyset$ e a lista de nós ativos $L = \{P\}$.
2. Seleção do Nó Ativo: Selecione o nó ativo i da lista L associado ao problema P^i . Se a lista estiver vazia, vá para o Passo 7.
3. Teste de Infactibilidade: Verifique a região factível. Se $F(PL^i) = \emptyset$, elimine o nó e volte ao Passo 2.

4. Teste de Otimalidade: Verifique se $\bar{z}^i \leq z^*$. Se sim, elimine o nó e volte ao Passo 2.
5. Teste de Qualidade: Se a solução ótima $\bar{x}_i$ de PL^i for inteira e $\bar{z}^i > z^*$, atualize x^* e z^* e elimine nós ativos i da lista L , em que $\bar{z}^i \leq z^*$, depois retorne ao Passo 2.
6. Ramificação: Se a solução ótima $\bar{x}_i$ de PL^i não for inteira, selecione uma das variáveis e divida P^i em dois subproblemas, adicionando-os à lista L . Volte ao Passo 2.
7. Conclusão: Se $z^* = \infty$, não existe solução factível; caso contrário, x^* é a solução ótima encontrada.

1.3 Métodos de apoio à tomada decisão multicritério

Os métodos de apoio à tomada de decisão multicritério integram áreas como Pesquisa Operacional, Estatística, Psicologia e Economia Comportamental. Eles podem ser definidos como um conjunto de métodos quantitativos projetados para apoiar a tomada de decisão em problemas complexos que envolvem múltiplos critérios e um conjunto finitos de alternativas.

Historicamente, a área de estudo de Apoio à Decisão Multicritério apresenta duas linhas de pensamentos principais: a escola francesa ou europeia (MCDA - *Multiple-Criteria Decision - Aiding*) e a escola americana (MCDM - *Multiple-Criteria Decision Making*). Segundo [Parreiras \(2006\)](#), a escola americana adota um pensamento denominado normativo, orientando ao decisor a agir conforme algumas regras pré-estabelecidas consideradas necessárias para assegurar um comportamento racional, determinando assim o funcionamento dos métodos. Em contraste, a escola francesa adota um pensamento denominado construtivo, auxiliando o decisor na construção de suas preferências, considerando que estas podem ser inicialmente variáveis ou inexistentes. Portanto, os métodos extraem do decisor apenas as informações confiáveis e relevantes. Dentro da escola americana, incluem-se os métodos baseados na Teoria da Utilidade Multi-Atributo (MAUT), na Teoria do Valor Multi-atributo (MAVT) e na Técnica de Ponderação Multi-atributo Simples (SMART). Destacam-se métodos como o Processo Analítico Hierárquico (AHP), a Ponderação Aditiva Simples (SAW) e a Técnica de Ordenação de Preferências por Similaridade com a Solução Ideal (TOPSIS), entre outros. À escola francesa são associados os métodos de superação, sobreclassificação ou *outranking*, com destaque para os métodos PROMETHEE e ELECTRE.

É importante ressaltar que podem surgir métodos híbridos entre as duas abordagens. De acordo com [Hillier and Lieberman \(2013\)](#), no processo de decisão é fundamental identificar e definir o problema, incluindo a determinação dos objetivos, a identificação das alternativas que permitem atingi-los, e das restrições sobre o que é possível fazer, considerando as interrelações existentes entre os objetivos. Ao final, constrói-se um modelo em uma estrutura que representa a essência do problema, determinando, além dos critérios e alternativas, as preferências dos atores envolvidos na tomada de decisão. Adicionalmente, são identificados os

métodos multicritério a serem aplicados.

Critérios e alternativas

Cada problema de decisão multicritério está associado a vários atributos, também chamados de “objetivos” ou “critérios de decisão”. Os critérios refletem as diversas dimensões nas quais as alternativas podem ser avaliadas. Quando o problema envolve um número grande de atributos, o decisor pode considerar organizá-los em uma estrutura hierárquica, com alguns critérios principais, que, por sua vez, podem associar vários subcritérios. Porém alguns critérios podem ser conflitantes entre si, por exemplo, o custo pode entrar em conflito com o lucro, ou na compra de um veículo, caso a escolha resulte no veículo mais barato, há probabilidade de ser o menos confortável. Além disso, devido à natureza dos critérios, eles podem ser representados em diferentes unidades de medida, por exemplo, ao adquirir um veículo usado, as unidades de medida dos critérios – custo e quilometragem – poderiam ser expressas em dólares e quilômetros respectivamente, entretanto cada um desses critérios precisa ser normalizado para sua comparação e análise ([Triantaphyllou, 2000](#)).

De modo geral, as alternativas representam as diferentes opções de ação disponíveis para o decisor. As três problemáticas abordadas pelos métodos de decisão multicritério estão relacionadas ao conjunto de alternativas. A primeira delas é a escolha, na qual é escolhido ou selecionado um subconjunto do conjunto das alternativas visando apoiar a tomada de decisão, por exemplo, um problema de escolha de rotas. A segunda é o ordenamento ou priorização, que estabelece uma ordem entre as alternativas de acordo com um conjunto de critérios, sendo aplicável, por exemplo, à seleção de portfólios de projetos. A terceira problemática é a classificação, que atribui um rótulo a cada alternativa do conjunto, um exemplo disso é a classificação de investimentos ([Greco et al., 2016](#)).

Matriz de decisão e atribuição de pesos

Um problema de decisão multicritério pode ser representado como uma matriz, conhecida como matriz de decisão. O formato da matriz de decisão d é uma matriz $m \times n$, na qual o elemento d_{ij} indica o desempenho da alternativa i quando avaliada em função de um critério de decisão específico j , para $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, n$. Segundo [Triantaphyllou \(2000\)](#), a maior parte dos métodos multicritérios requer a atribuição de um peso para indicar a importância de cada critério, conforme sua relevância para a decisão. Também é definido por outros autores, como [Gomes and Gomes \(2014\)](#), que o decisor pode considerar alguns critérios mais revelantes do que outros por diferentes motivos, que podem variar desde preferências pessoais (razoavelmente explícitas ou completamente subjetivas) até sua experiência e atuação na área. No final, os pesos dos critérios devem refletir o mais fielmente possível as preferências do decisor.

Na atribuição do valor de peso aos critérios, podem ser utilizadas técnicas ou métodos que permitam o envolvimento dos decisores no problema a ser solucionado, ou atribuídos conforme as necessidades dos atores. Entre as técnicas utilizadas, citam-se as técnicas diretas como a ordenação simples, que prioriza os critérios na ordem de preferência do decisor, atribuindo o valor de 1 ao critério menos importante, 2 ao penúltimo e assim sucessivamente até que o maior peso seja atribuído ao critério mais relevante. Posteriormente, os valores devem ser normalizados para somar 1. Outra técnica é a taxação simples, onde o decisor pode escolher uma escala de medida para atribuir cada peso, como por exemplo, de 0 a 5, 0 a 10, 0 a 100; valores que posteriormente devem ser normalizados.

No entanto, a atribuição de pesos pode ser feita através de técnicas mais sofisticadas, como a utilizada no método AHP, na qual o decisor enfrenta dois questionamentos a serem respondidos: i) qual dos critérios é o mais importante?; e ii) quanto um critério é mais importante do que outro? Tais perguntas são respondidas por meio de uma expressão verbal sobre a intensidade de importância de um critério em relação aos comparados, que é então transformada em uma escala numérica baseada na Escala Fundamental (ver Tabela 1.1) proposta por Saaty (1990). Nesta escala, atribui-se um valor de 9 ao critério mais relevante e 1 ao menos importante. Essa técnica será aprofundada em maior detalhe posteriormente. O conjunto de pesos atribuídos aos diferentes critérios é denominado vetor de pesos e é representado como W_j , para $j = 1, \dots, n$. Geralmente, esses pesos são normalizados a fim que sua soma seja igual a 1.

Tabela 1.1: Escala fundamental de Saaty

Intensidade de importância	Definição verbal	Explicação
1	Igual importância	Duas atividades contribuem igualmente para o objetivo
3	Importância moderada de uma sobre a outra	Uma atividade favorece ligeiramente sobre a outra
5	Forte importância de uma sobre a outra	Uma atividade favorece fortemente sobre a outra
7	Importância muito forte de uma sobre a outra	Uma atividade é fortemente favorecida sobre a outra
9	Extrema ou absoluta importância de uma sobre a outra	Afirma-se que uma atividade favorece no absoluto sobre a outra
2, 4, 6, 8	Valores intermediários	Usados para manter uma condição de compromisso entre duas definições
Recíprocos dos valores acima	Quando comparadas as atividades i e j , se i possui um dos números acima, para j será atribuído o valor recíproco	Uma suposição razoável

Fonte: Saaty (1990).

Normalização da matriz de decisão

Uma vez definidas e ordenadas as alternativas, a matriz de decisão d deve ser normalizada previamente à agregação das alternativas i , de maneira a obter uma matriz normalizada X . Este procedimento transforma as diversas escalas dos elementos em escalas comparáveis, permitindo que o conjunto de alternativas seja avaliado em uma escala numérica cujas entradas estejam no intervalo $[0, 1]$ e representem as contribuições marginais de valor respectivas a cada avaliação, isto é, a normalização representa o desempenho relativo das alternativas avaliadas.

A normalização geralmente é realizada para maximizar ou minimizar as alternativas de decisão, mas pode admitir qualquer função de valor que mapeie o intervalo de avaliação destas (Greco et al., 2016). O processo de normalização também é utilizado para ajustar a direção dos critérios j : nos critérios de maximização (máx), ou de benefício, quanto maior a avaliação, mais próximo de 1 deve ser o valor marginal; nos critérios de minimização (min), ou de custo, quanto maior a avaliação, mais próximo de 0 deve ser o valor marginal. Alguns dos tipos de normalização mais conhecidos foram resumidos por Çelen (2014), e são descritos a seguir.

- a) Normalização pela **soma**: se o critério é de maximização, $X_{ij} = \frac{d_{ij}}{\sum_i d_{ij}}$; se o critério é de minimização

$$X_{ij} = 1 - \frac{d_{ij}}{\sum_i d_{ij}};$$

- b) Normalização pelo **máximo**: se o critério é de maximização, $X_{ij} = \frac{d_{ij}}{\max(d_{ij})}$; se o critério é de minimização $X_{ij} = 1 - \frac{d_{ij}}{\max(d_{ij})}$;

- c) Normalização por **transformação linear**: se o critério é de maximização, $X_{ij} = \frac{d_{ij} - \min(d_{ij})}{\max(d_{ij}) - \min(d_{ij})}$; se o critério é de minimização $X_{ij} = \frac{\max(d_{ij}) - d_{ij}}{\max(d_{ij}) - \min(d_{ij})}$; e

- d) Normalização **euclidiana**: se o critério é de maximização, $X_{ij} = \frac{d_{ij}}{\sqrt{\sum_i (d_{ij})^2}}$; se o critério é de mini-

$$\text{mização } X_{ij} = \frac{\frac{1}{d_{ij}}}{\sqrt{\sum_i \frac{1}{(d_{ij})^2}}}.$$

Tipos de métodos de apoio à tomada de decisão multicritério

Teoria da Utilidade e do Valor Multi-atributo

O conceito de utilidade foi descrito pelo matemático suíço Daniel Bernoulli em 1738 pela primeira vez, porém publicado por Bentham (1789). O autor descreve este conceito como uma unidade para medir

as preferências. No entanto, foi apenas em 1947 que a Teoria da utilidade foi formalizada pelos estudiosos [Von Neumann and Morgenstern \(1947\)](#) na tomada de decisão, baseada em axiomas sob condições de risco, ou seja, que são apropriados para a escolha arriscada ou probabilística. Teoria essa que posteriormente foi complementada por [Keeney and Raiffa \(1976\)](#), não obstante, os autores enfatizaram o uso de modelos de preferência multi-atributo.

No processo decisório em geral, o tomador de decisão procura otimizar um objetivo. No caso da teoria de utilidade esperada, o decisor sempre preferirá ações que maximizem seu objetivo, enfrentando assim um problema de escolha da melhor alternativa que atinja determinado objetivo. No entanto, é necessário medir os resultados ou consequências da tomada de decisão. Para isso, avaliam-se tais consequências mediante a criação ou modelagem de preferências que incorporem as prioridades do decisor e seu desempenho sob condições de certeza e riscos.

A preferência sob certeza é representada como uma função de valor chamada *Multi-Attribute Value Theory* (MAVT), definida como uma função de ordem de preferência. Ainda, representa-se a preferência sob risco como uma função de utilidade *Multi-Attribute Utility Theory* (MAUT) e é estabelecido um valor de utilidade a cada uma das preferências e medidas em uma escala ordinal. A modelagem das preferências possibilita avaliar as alternativas em relação aos critérios e permite estabelecer relações de preferências, que, conseqüentemente, vão permitir notar a dominância de uma alternativa sob outra, dar ordenamento e observar a transitividade de preferência ou indiferença das alternativas avaliadas ([Greco et al., 2016](#)). Na abordagem de avaliação das alternativas multi-atributos, comumente utiliza-se uma representação aditiva para determinar a função de utilidade.

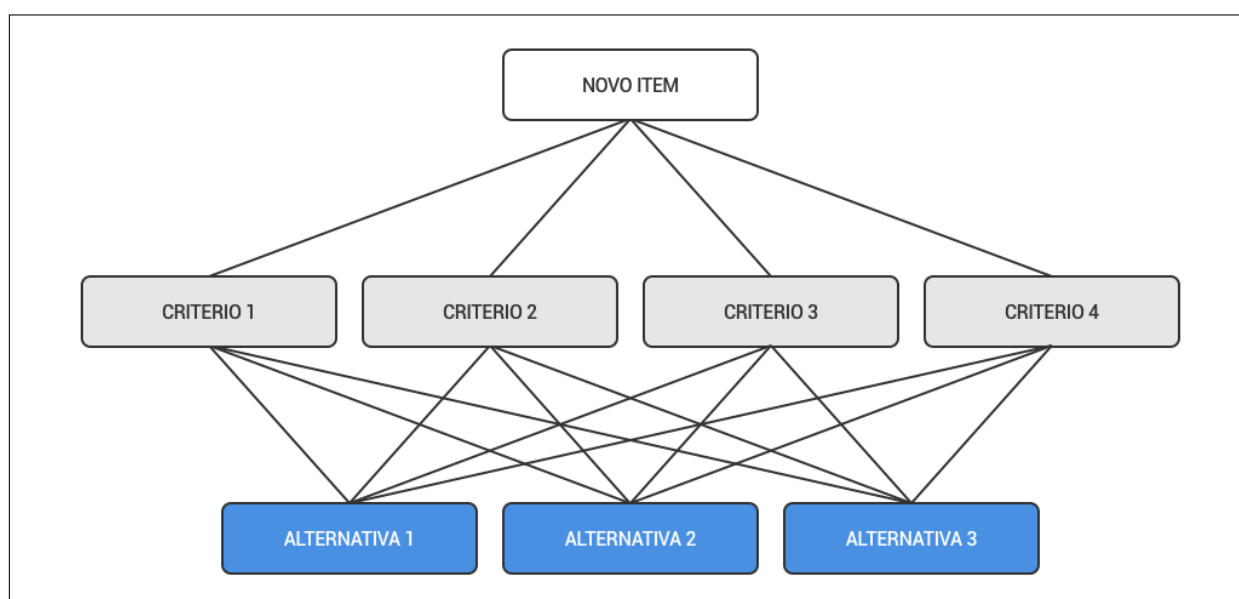
Como complemento, o MAVT adota as seguintes hipóteses: i) assume-se que a matriz de decisão é conhecida de forma determinística numa escala numérica, livre de incertezas e riscos; ii) assume-se que o desempenho fraco de um critério pode ser compensado pelo desempenho forte em outro; iii) os critérios são estatisticamente independentes. A aplicação da teoria do valor multi-atributo envolve diferentes alternativas de melhoria que são classificadas pelos grupos interessados com o objetivo de encontrar a melhor solução. Entrevistas de representantes de grupos de partes interessadas ajudam a revelar suas preferências. O objetivo é conectar o valor de opções de gestão alternativas que representem a preferência dos interessados, levando em consideração todos os critérios ([Stefanopoulos et al., 2014](#)).

Método de análise hierárquica – AHP

O método *Analytic Hierarchy Process* (AHP) foi desenvolvido pelo matemático [Saaty \(1980\)](#), e é um dos métodos mais amplamente utilizados por pesquisadores por ser uma ferramenta simples e poderosa para a tomada de decisão ([Forman and Gass, 2001](#)). De fato, a estrutura hierárquica da metodologia AHP é

capaz de mensurar e sintetizar diversos fatores de um complexo processo decisório, fornecendo uma visão global ao decisor e auxiliando-o a identificar se todos os elementos definidos são homogêneos em cada nível hierárquico, isto é, se possuem o mesmo grau de importância, e garantindo que sejam comparáveis entre si. O método recebe julgamentos verbais e os transforma em julgamentos numéricos segundo a escala fundamental estabelecida por Saaty, permitindo a comparação par a par dos elementos definidos. A Figura 1.1 ilustra a estrutura básica do método AHP, que organiza o processo decisório em níveis hierárquicos; no nível superior, encontra-se o objetivo central, que corresponde ao problema ou questão a ser resolvida, os critérios de avaliação no nível intermediário, que orientam a comparação entre as alternativas; e, no nível inferior, as alternativas em si. Caso existam subcritérios, eles serão posicionados abaixo dos critérios principais, ampliando a hierarquia. Essa estrutura permite desmembrar o processo de decisão em partes comparáveis, facilitando as comparações paritárias e a consequente atribuição de pesos de importância a cada critério e alternativa, essenciais para priorizar as alternativas dentro do método. As fases do método serão descritas a seguir.

Figura 1.1: Estrutura básica do AHP



Fonte: [Myeong and Jung \(2019\)](#).

Definir o problema: para tomar uma boa decisão, deve-se conhecer e definir o problema, a necessidade e o propósito da decisão, os critérios e subcritérios para avaliar as alternativas, as ações alternativas a serem tomadas, as partes interessadas e os grupos afetados. Esses critérios e subcritérios podem ser tangíveis ou intangíveis; quando os critérios são intangíveis, não há como mensurá-los de forma objetiva para guiar a ordenação das alternativas. Criar prioridades para os próprios critérios a fim de ponderar as prioridades das alternativas e somar todos os critérios para obter as classificações gerais desejadas das alternativas é uma tarefa desafiadora ([Saaty, 1990](#)). Segundo [Haller et al. \(1996\)](#), no problema são escolhidos aqueles conside-

rados importantes a serem analisados. Esta escolha pode ser, em si, um problema complexo que necessita de uma análise específica; portanto, é importante tornar explícitos todos os pressupostos e a perspectiva pela qual essa decisão foi tomada.

Estruturar a hierarquia de decisão: conceitualmente, uma vez definido o objetivo ou meta principal, pode-se acessar um problema correlacionado que precisa ser solucionado, seja por meio de um processo *top-down* (dos critérios às alternativas) ou por meio de um processo *bottom-up* (das alternativas aos critérios). É preciso construir um modelo de forma que os critérios e as alternativas realmente relevantes possam ser identificados. A hierarquia de decisão deve ser extensa o suficiente para incluir as principais preocupações dos tomadores de decisão e pequena o suficiente para permitir mudanças oportunas. Nesta etapa, os tomadores de decisão devem eliminar as alternativas consideradas impraticáveis ou que não atendem aos critérios considerados realmente relevantes (Haller et al., 1996).

Construir as matrizes: “Cada elemento em um nível superior é usado para comparar os elementos no nível imediatamente abaixo em relação a ele”. Isso significa que uma matriz deve ser construída para cada critério no nível superior. Realiza-se o julgamento par a par entre os elementos do mesmo nível hierárquico, utilizando a escala fundamental de Saaty apresentada na Tabela 1.1, que permite identificar “quantas vezes mais importante ou dominante um elemento é sobre outro em relação ao critério ou propriedade ao qual são comparados” (Saaty, 1990).

A precisão da decisão depende da capacidade do especialista de quantificar a escala verbal na comparação dos elementos, utilizando os valores da escala fundamental para atribuir os pesos e construir a matriz de decisão. Na comparação par a par e com relação à escala de Saaty, atribui-se 1 quando um elemento é considerado igualmente importante a outro e, portanto, o valor das posições da diagonal da matriz será sempre 1, atribui-se 9 quando um elemento denota absoluta importância sobre outro. A redundância dessas comparações em pares ajuda a tornar a análise mais precisa e a construir conhecimento sobre os elementos de um problema. A superioridade desse método está exatamente na sua capacidade de atribuir um peso relativo a todos os elementos de um problema, tangíveis ou não, e de construir uma hierarquia de sua relevância relativa.

Calcular os pesos relativos dos elementos para cada nível: Para calcular o valor dos pesos relativos, aplicam-se os seguintes passos: (i) somar o valor das colunas para normalizar a matriz; (ii) na matriz normalizada, somar as linhas para obter a prioridade relativa dos critérios; (iii) avaliar a consistência da matriz, calculando os autovalores para comparar com a consistência aleatória de acordo com o tamanho da matriz; se houver um problema de consistência, o tomador de decisão deve revisar suas comparações para melhorá-las; (iv) para cada critério, devem ser feitos os passos anteriores; (v) os valores calculados de cada alternativa para cada critério são incluídos em uma matriz, com a aplicação da prioridade calculada;

(vi) somar os valores de cada alternativa para obter o valor final. A melhor alternativa é aquela com o maior valor, portanto, maior prioridade (Haller et al., 1996).

Verificação e equilíbrio da decisão: esta fase é necessária para verificar se os resultados da aplicação do AHP são compatíveis com as expectativas, e se forem identificadas falhas, é necessária uma revisão do processo anterior. É muito importante evitar lacunas entre o modelo e as expectativas. Sempre que necessário, o modelo precisa ser complementado para incluir elementos ou critérios não identificados ou considerados previamente.

Documentação da decisão: para documentar o processo de tomada de decisão, é importante registrar todas as razões que fundamentaram como e por que a decisão foi tomada. Esses registros podem ser úteis para justificar o processo a terceiros ou refletir sobre ele no futuro, permitindo uma melhoria contínua da tomada de decisão.

TOPSIS

O método *Technique of Order Preference Similarity to the Ideal Solution* (TOPSIS), foi desenvolvido por Hwang et al. (1981). De acordo com Greco et al. (2016), o TOPSIS considera as distâncias d_i^+ e d_i^- para as soluções ideal positivo (A^+) e ideal negativo (A^-), respectivamente e, simultaneamente, toma a relativa proximidade da solução ou alternativa ideal, isto é, a alternativa escolhida deve ter o mínimo de distância da solução ideal positiva e deve estar o mais distante da solução ideal negativa, com o objetivo de produzir uma ordem de preferência das alternativas com respeito aos critérios avaliados pelo decisor. Entende-se que quanto maior é o valor ou coeficiente de proximidade (C_i) da alternativa em relação com a solução ideal, maior será a preferência pelos critérios de “benefício” e menor será a preferência pelos critérios de “custo”.

O método TOPSIS é amplamente utilizado devido à sua simplicidade e eficácia em fornecer uma ordenação clara das alternativas com base nos critérios definidos, sendo aplicável a diversos problemas de decisão, tanto do tipo único decisor quanto em grupo. Além disso, pode ser um método abordado de forma individual, em função de dados de entrada precisos e previamente determinados pelos decisores, como também em combinação com outros métodos de decisão multicritério. A robustez do TOPSIS permite sua aplicação em várias áreas, incluindo gestão de operações, seleção de fornecedores, avaliação de desempenho, e muitas outras, onde a avaliação de múltiplos critérios é essencial para a tomada de decisões informadas e eficientes.

Define-se o vetor de pesos $W_j : w = [w_1, w_2, \dots, w_k]$, tal que $\sum_{j=1}^k W_j = 1$. Os passos para a aplicação do método TOPSIS são detalhados a seguir.

1) Calcula-se a matriz normalizada X .

2) Calcula-se a matriz normalizada ponderada T pelos pesos W , ou seja $T_{ij} = X_{ij}W_j$.

- 3) Determina-se uma alternativa ideal positiva $A^+ = (t_1^+, t_2^+, \dots, t_n^+)$, e uma alternativa ideal negativa $A^- = (t_1^-, t_2^-, \dots, t_n^-)$, tal que:

$$t_i^+ = \begin{cases} \max_i t_{ij}, & \text{se o critério é de maximizar (benefício),} \\ \min_i t_{ij}, & \text{se o critério é de minimizar (custo),} \end{cases}$$

$$t_i^- = \begin{cases} \max_i t_{ij}, & \text{se o critério é de maximizar (benefício),} \\ \min_i t_{ij}, & \text{se o critério é de minimizar (custo).} \end{cases}$$

- 4) Calculam-se as distâncias Euclidianas n -dimensionais d_i^+ e d_i^- para cada alternativa em relação as soluções ideais: $d_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (t_{ij} - t_j^+)^2}$ e $d_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (t_{ij} - t_j^-)^2}$.
- 5) Calcula-se o coeficiente de proximidade de cada alternativa $C_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}$. Um valor de C_i mais próximo de 1 indica um melhor desempenho da alternativa i .
- 6) Ordenam-se as alternativas por preferência de acordo com a ordem decrescente de C_i .

PROMETHEE

O método *Preference Ranking Organisation Method for Enrichment Evaluations* (PROMETHEE) foi introduzido por Brans et al. (1986). Conforme descrito por Greco et al. (2016), é um método de superação ou sobre-classificação para um conjunto finito de alternativas a serem classificadas e selecionadas entre critérios, que muitas vezes são conflitantes entre si. O PROMETHEE também é um método de classificação bastante simples em concepção e aplicação em comparação com os outros métodos de análise multicritério, permitindo que os decisores compreendam melhor os *trade-offs* entre diferentes alternativas e critérios, o que tem aumentado o número de profissionais aplicando-o a problemas práticos de decisão de múltiplos critérios, bem como o interesse dos pesquisadores em aspectos de sensibilidade do método.

Na atualidade existem diferentes variações do PROMETHEE, cada uma com características que alteram o processo de classificação. Entre elas estão o PROMETHEE I, que realiza uma classificação parcial; o PROMETHEE II, que realiza uma classificação completa; o PROMETHEE III, que classifica com base em intervalos; e o PROMETHEE IV, que realiza uma classificação completa ou parcial das alternativas quando o conjunto de soluções viáveis é contínuo. Segue uma breve explicação de um processo de classificação completa utilizando PROMETHEE II.

Determinar desvio: O primeiro passo no PROMETHEE II é calcular os desvios para cada par de alternativas. Esses desvios são baseados nas diferenças entre os valores de desempenho das alternativas em relação a cada critério. Para cada par de alternativas a e b , e para cada critério j , calcula-se o desvio $d(a, b) =$

$f_j(a) - f_j(b)$, em que $f_j(x)$ é a função de valor para o critério j . Esses desvios permitem avaliar a diferença de desempenho entre as alternativas, fornecendo uma base para a aplicação da função de preferência.

Função de preferência: utiliza-se uma função de preferência relevante para cada critério. A função de preferência usual é simples, sendo $P_j(a, b) = 1$ se $d(a, b) > 0$, e $P_j(a, b) = 0$ caso contrário. Esta escolha de função é crítica, pois afeta diretamente o resultado do índice de preferência global.

Índice de preferência: O índice de preferência global é calculado agregando as preferências individuais em todos os critérios, ponderadas por suas respectivas importâncias ou pesos: $\pi(a, b) = \sum_{j=1}^n w_j \cdot P_j(a, b)$, em que w_j é o peso do critério j .

Cálculo de fluxos: calculam-se os fluxos de superação positivos e negativos para cada alternativa e classificação parcial. O fluxo positivo $\Phi^+(a)$ é calculado como $\Phi^+(a) = \frac{1}{m-1} \sum_{b \in A} \pi(a, b)$, e o fluxo negativo $\Phi^-(a)$ é calculado como $\Phi^-(a) = \frac{1}{m-1} \sum_{b \in A} \pi(b, a)$, sendo A o conjunto de todas as alternativas e m o número total de alternativas.

ELECTRE

O método *Elimination et Choix Traduisant la Réalité* (ELECTRE) foi concebido inicialmente em 1965 e introduzido pelo matemático francês Roy (1968). Segundo Greco et al. (2016), na família ELECTRE são métodos de decisão multicritério baseados no conceito de sobre-classificação ou superação. A essência do método é a construção de uma relação de sobre-classificação aSb , onde S indica que existem razões suficientes para afirmar que “a alternativa a é pelo menos tão boa ou não é pior quanto a alternativa b ”. Essa relação é estabelecida através da comparação par a par das alternativas sob cada um dos critérios para verificar se há evidência suficiente de que uma alternativa supera a outra, gerando assim uma recomendação na tomada de decisão. A relação é avaliada pelos índices de Concordância e Discordância. Atualmente, existem diferentes variações da família ELECTRE, algumas das quais são descritas na sequência.

ELECTRE I: lida com problemas de escolha. A ideia básica do método é reduzir o tamanho do conjunto de alternativas A , tanto quanto for possível, para um subconjunto de A e selecionar uma única alternativa dele. ELECTRE I baseia-se na comparação par a par e considera a hipótese afirmativa de que uma alternativa a é pelo menos tão boa quanto b .

A relação de sobre-classificação do método se constrói avaliando os índices de Concordância $C(a, b)$ e Discordância $D(a, b)$ associados aos critérios. O decisor define os limiares em cada nível c e d . O índice de concordância mede a força da afirmação aSb , somando os pesos dos critérios que afirmam a hipóteses. Geralmente este valor está dentro do intervalo $[0, 5; 1]$.

Seja $C(a, b) = \sum_{j: g_j(a) \geq g_j(b)} W_j$, sendo $\sum_{j \in J} W_j = 1$. Entenda-se J o conjunto dos índices dos critérios e g_j como o valor resultado da avaliação da alternativa para cada critério.

O índice de Discordância mede a força contrária e refuta essa afirmação, ou seja, soma os pesos dos critérios que afirmam que b é melhor que a . Seleciona-se a máxima diferença entre os critérios e entre as alternativas e calcula-se a maior diferença relativa entre b e a , porém se o desempenho de uma alternativa é muito superior a outra, o símbolo v (Veto) será usado nesse caso.

Seja $D(a,b) = \max_{j: g_j(a) < g_j(b)} \{g_j(b) - g_j(a)\}$. Estes índices devem ser calculados para cada par de alternativas. Além disso, com base nas diferentes situações de preferência entre as alternativas, apenas uma das seguintes situações pode ocorrer: sejam I denotando indiferença, P denotando preferência e R denotando incomparabilidade,

- a) aPb , se aSb e não bSa (a estritamente preferida a b);
- b) bPa , se bSa e não aSb (b estritamente preferida a a);
- c) aIb , se aSb e bSa (a é indiferente a b); ou
- d) aRb , se não for aSb e não for bSa (a é incomparável a b).

ELECTRE II: lida com problemas de ordenação. Baseia-se na construção de uma sequência de relações de superação, isto é, ele ordena da melhor opção para a pior, utilizando critérios verdadeiros. O método complementa o ELECTRE I, no entanto, são construídas duas relações de sobre-classificação incorporando dois limites aos níveis de concordância e discordância, relações tanto forte quanto fraca de superação.

ELECTRE III: lida com problemas de ordenação. Bernard Roy incorporou a metodologia *fuzzy* que relaciona a sobre-classificação como uma relação difusa, portanto, lida com informações imprecisas, incertas ou mal determinadas. O método difere dos métodos anteriores já que introduz o uso de pseudo-critérios e constrói a relação de sobre-classificação definindo um índice de credibilidade que caracteriza a credibilidade da afirmação aSb com valores entre 0 e 1, usando limiares de indiferença (Q), de preferência (P) e de veto (V).

ELECTRE IV: lida com problemas de ordenação. O método torna possível classificar as alternativas sem usar a importância relativa dos critérios, isto é, dos pesos, em uma estrutura de relações de sobre-classificação incorporada.

ELECTRE TRI: lida com problemas de classificação. O método aloca um conjunto de alternativas A em categorias completamente ordenadas $(C_1, \dots, C_h, \dots, C_k)$, da melhor C_h para a pior C_{h+1} . Define-se categoria como uma forma de classificar as alternativas entre os limites das categorias, portanto cada alternativa potencial é comparada em relação às alternativas de referência (perfis) que definem os limites inferior e superior das categorias; sendo b_h o limite superior da classe C_h e o limite inferior da classe C_{h+1} . Tal comparação é avaliada pelo índice de credibilidade e depende da credibilidade das hipóteses aSb_h e

b_hSa , índice definido assim como no ELECTRE III. Assume-se que as categorias com maior valor são as mais preferidas.

Uma vez determinado o índice de credibilidade, deve-se definir um nível de corte λ da relação *fuzzy* (difusa) visando obter uma relação de superação nítida. O nível de corte assume valores no intervalo $[0, 5; 1]$. Este nível pode ser definido com o menor valor do índice de credibilidade da afirmação aSb_h , isto é, quando a alternativa supera o limite. Com base nas diferentes situações de preferência entre as alternativas e os perfis limitantes, atribui-se uma alternativa a uma categoria explorando as relações binárias mencionadas no ELECTRE I.

Na atribuição das classes podem ser utilizados dois procedimentos: pessimista e otimista; fundamentados por duas lógicas: conjuntiva e disjuntiva, respectivamente. Na lógica conjuntiva, a alternativa é classificada na categoria se a avaliação de todos os critérios da alternativa for pelo menos tão boa quanto o limite inferior da categoria. Todavia, na lógica disjuntiva, a alternativa é classificada na categoria se a avaliação de pelo menos um critério da alternativa for pelo menos tão boa quanto o limite inferior da categoria. Ainda assim, quando ocorre uma divergência como incomparabilidade nesta classificação, o decisor deverá tomar a decisão de escolher alguma das duas classificações de acordo com seu objetivo. Um dos motivos de divergência ocorre quando dois critérios são conflitantes entre si.

Nesse capítulo foram apresentados métodos para resolver problemas de programação matemática e métodos de decisão multicritério. No capítulo que segue será feita uma revisão de trabalhos de alocação de facilidades que usaram alguns desses métodos.

CAPÍTULO 2

Revisão bibliográfica

Este capítulo apresenta uma breve discussão da literatura relacionada com o problema de alocação de facilidades. Para tal, são apresentados os trabalhos que envolvem a programação matemática para dar solução ao problema. Em seguida, são descritas as contribuições dos métodos de decisão multicritério. Por fim, são relatados trabalhos que utilizam abordagens híbridas, metaheurísticas e de aprendizado de máquinas.

Alocação de facilidades e programação matemática

Na literatura é possível encontrar formulações matemáticas relacionadas com problemas de alocação aplicadas em diversos setores organizacionais. [Siliprande et al. \(2008\)](#) propuseram um modelo de programação multi-objetivo para a localização de antenas para internet à rádio no município de Itaperuna, Brasil. O modelo baseado no problema de localização de máxima cobertura busca otimizar a cobertura de sinal considerando as características próprias da antena e fatores externos de sinal, atendendo o máximo de áreas possíveis. Os resultados mostraram que a abordagem é eficaz na alocação de antenas, sendo aplicável em diversos contextos de redes de comunicação.

[Hajiaghahi-Keshteli \(2011\)](#) propôs um modelo para a alocação de clientes a centros de distribuição (CDs) potenciais em redes de cadeias de suprimentos, utilizando abordagens de Algoritmo Genético (GA) e Algoritmo Imunológico Artificial (AIA), considerando tanto o custo de abertura dos CDs quanto o custo de transporte entre os CDs e os clientes, buscando minimizar o custo total da cadeia. Para resolver o problema, os algoritmos foram ajustados usando o método de Taguchi com o AIA. Os resultados indicaram que ambas as abordagens são eficazes na resolução do problema, porém AIA apresentou menor tempo de execução e obteve soluções de menor custo em comparação ao GA, especialmente em problemas de grande escala,

demonstrando sua aplicabilidade em redes logísticas mais complexas.

Costa (2014) propôs um modelo matemático de otimização para a localização de centros de integração logística no Brasil. O estudo foca na redução dos custos totais e na redistribuição estratégica de investimentos em transportes, de forma a incentivar a intermodalidade e multimodalidade considerando a visão no plano do Sistema Nacional de Viação. Os resultados sugerem que o modelo pode contribuir significativamente para a eficiência do transporte nacional, otimizando a alocação de recursos e melhorando a infraestrutura logística o que foi validado por meio de cenários nos quais são transportados produtos agrícolas relevantes na economia brasileira quando localizados os centros.

Guazzelli and Cunha (2015) propuseram um modelo matemático de programação inteira mista de otimização multicritério, aplicado em um problema logístico real na localização de centros de distribuição (CDs) e modais a serem utilizados de uma produtora na região do Polo Industrial de Manaus, no Brasil, considerando múltiplos critérios como capacidade, impactos ambiental e operacional, custos de investimento e operacional, entre outros. O modelo visava minimizar custos operacionais e atender a demanda total, resultando em quatro soluções para cada objetivo.

Guimarães (2019) desenvolveu um modelo matemático para a localização-alocação de centros de integração logística no Brasil, considerando parâmetros econômicos e ambientais. O modelo avaliou custos logísticos e emissões de carbono, utilizando dados georreferenciados do Plano Nacional de Logística e Transporte para otimizar o planejamento estratégico governamental. Os resultados demonstraram que a consideração desses critérios pode identificar locais ideais para os centros logísticos e conseguiu validar o modelo em cenários que utilizam os centros para transportar quatro dos produtos agrícolas mais relevantes na economia brasileira, promovendo a eficiência na rede de transporte do país e contribuindo na recuperação econômica.

Pavlik et al. (2021) desenvolveram os modelos matemáticos denominados minimização de risco de empacotamento de vértices e empacotamento de vértices com restrição de risco para o problema de alocação de assentos em aviões, minimizando o risco de transmissão de COVID-19 durante os voos. Os modelos foram implementados utilizando *solvers* comerciais que demonstraram alta eficiência computacional ao gerar soluções ótimas em pouco tempo. A comparação com abordagens tradicionais, como o bloqueio de assentos do meio, mostrou que os modelos eram significativamente mais eficazes na mitigação de riscos de transmissão, reforçando sua aplicabilidade em ambientes de aviação.

Emami et al. (2024) propuseram um modelo de programação inteira mista para abordar de localização de pontos de transferência em emergências. O problema envolve determinar locais ideais para instalações e pontos de transferência para facilitar o acesso direto dos clientes às instalações. O objetivo foi minimizar a distância máxima de deslocamento. Os autores também consideraram custos associados pela não transfe-

rência de de indivíduos feridos de pontos de demanda a pontos de transferência. As soluções encontradas validam a eficácia do modelo quando comparadas com metodologias propostas anteriormente.

Alocação de facilidades e métodos de decisão multicritério

Métodos de apoio a decisão multicritério podem ser aplicados para ajudar na tomada de decisão de alocar facilidades. [Korpela et al. \(2007\)](#) utilizaram conjuntamente os métodos de hierarquização analítica (AHP) e análise envoltória de dados (DEA) para selecionar redes de operadores de armazéns, visando maximizar a relação custo-benefício do serviço através de um exemplo ilustrativo, obtendo bons resultados ao incorporar múltiplos critérios tanto qualitativos quanto quantitativos, o que permite uma análise periódica do desempenho dos armazéns por meio dos métodos utilizados.

[Bari and Leung \(2007\)](#) aplicaram o algoritmo TOPSIS para a seleção de redes em ambientes de acesso sem fio heterogêneo, considerando critérios como custo por *byte*, largura de banda total e de banda permitida por usuário, atraso e perda de pacotes. O estudo analisou anomalias do ranqueamento do TOPSIS e simulou uma abordagem iterativa para melhorar a seleção de redes, removendo iterativamente as alternativas piores colocadas no ranking inicial. Os resultados mostraram que a abordagem proposta pode fornecer resultados aprimorados quando comparadas apenas as melhores alternativas ou na remoção das piores, alterando a posição das alternativas avaliadas, porém a tomada decisão vai depender das preferências e o objetivo do decisor.

[Özcan et al. \(2011\)](#) realizaram uma análise comparativa dos métodos AHP, TOPSIS e ELECTRE, aplicando-os a um problema de alocação de armazéns no setor varejista. O estudo introduziu a Teoria de Gray para superar limitações dos métodos tradicionais, destacando-se na avaliação de alternativas sob condições de incerteza, o que permitiu estabelecer valores limites ótimos e valores de referência no critério de capacidade dos armazéns, corrigindo deficiências dos métodos AHP e TOPSIS, e resultando em uma classificação de preferência das alternativas mais precisa o que permitiu escolher o melhor local. A abordagem revelou diferenças significativas na classificação das alternativas, oferecendo uma ferramenta robusta para auxiliar decisões complexas.

[Pissinelli \(2016\)](#) combinou os métodos AHP e PROMETHEE para alocar um terminal intermodal de cargas no interior do Estado de São Paulo, no Brasil, considerando múltiplos critérios como econômicos, políticos, ambientais e de acessibilidade, o que permitiu identificar os locais-cidades ideais em três cenários propostos e validados por especialistas.

[Basuki and Cahyani \(2017\)](#) propuseram duas metodologias de tomada de decisão multicritério para escolher a melhor localização de um armazém envolvendo tanto critérios subjetivos quanto objetivos como custos do terreno, de mão de obra, de manuseio e de transporte, entre outros. Esses critérios foram integra-

dos utilizando o modelo de [Brown and Gibson \(1972\)](#) para estimar o índice de seleção de localização do armazém. Além disso, estudos comparativos dos resultados foram realizados juntamente com uma análise de sensibilidade.

[Fontana and Nepomuceno \(2017\)](#) propuseram uma metodologia baseada nos métodos ELECTRE III e ELECTRE TRI para a alocação de produtos em armazéns de múltiplos níveis, considerando critérios como peso e dimensões do produto, demanda e margem de contribuição econômica por produto. O processo envolve uma fase de classificação para determinar em qual nível são alocados os produtos, seguida por uma fase de ordenação para decidir o posicionamento dentro de cada nível, proporcionando uma alocação otimizada e alinhada às demandas do mercado.

[Raut et al. \(2017\)](#) identificaram critérios cruciais e sustentáveis para a localização de armazéns na indústria química. Foi utilizado o método AHP para classificar os critérios e selecionar o local mais adequado, considerando critérios ambientais, econômicos e sociais, como custos operacionais, mão de obra, impacto ambiental, acessibilidade e infraestrutura logística, entre outros, o que permitiu determinar a localização mais vantajosa entre quatro localizações potenciais.

[Emeç and Akkaya \(2019\)](#) desenvolveram uma nova abordagem estocástica de tomada de decisões multicritério para resolver o problema de seleção de locais para CDs, considerando critérios como acessibilidade, capacidade de armazenamento, proximidade com fornecedores, clientes e concorrentes, custos do terreno e manutenção, custo de transporte e mão de obra, infraestrutura, impacto ambiental e condições externas, entre outros. Foi utilizado uma variação do método AHP que incorpora incertezas na determinação dos pesos dos critérios, e as alternativas foram classificadas e avaliadas por meio do método de otimização multiobjetivo por análise de razão (MOORA), sendo aplicada em uma cadeia de supermercados na Turquia, para encontrar a melhor alternativa.

[Wazer and Moutaz \(2021\)](#) exploraram locais para alocar armazéns em Bagdá, Iraque, visando atender as instalações logísticas da cidade e melhorar a eficiência do transporte de carga. Foi utilizado o método AHP combinado com o *software* ArcGIS, considerando critérios como o uso do solo, população, armazéns atuais e malha viária, o que influenciou diretamente na decisão de distribuição dos armazéns pela cidade.

Alocação de facilidades e técnicas híbridas

Além das classes de métodos estudados neste trabalho, existem outras técnicas amplamente utilizados na literatura para dar solução a problemas de alocação de facilidades, como as metaheurísticas que normalmente são usadas para resolver problemas de alocação dimensionalmente grandes. [Yang et al. \(2007\)](#) apresentaram uma investigação do problema de localização de CDs logísticos por meio de um algoritmo híbrido e robusto, que integra busca tabu, algoritmo genético e de simulação *fuzzy* para obter uma solução

ótima aproximada, considerando que as demandas totais foram atendidas o melhor possível, e com o objetivo de minimizar o custo total relevante sem exceder a capacidade de cada um dos CDs. Dentre os custos que foram considerados na pesquisa, destacam-se os custos de *setup*, de instalação, de rotatividade do produto e de transporte. Por fim, a eficiência do híbrido foi validada através de um estudo de caso numérico e evidenciou-se a variabilidade e incerteza dos parâmetros.

[Hahn et al. \(2008\)](#) abordaram o problema de designação quadrática generalizada para a atribuição de indivíduos a destinos com capacidade restrita. Propuseram um algoritmo de linearização baseado na Técnica de Reformulação-Linearização que, ao ser comparado com outros métodos existentes, mostrou resultados superiores, especialmente em termos de eficiência computacional e qualidade de solução.

[Silva \(2016\)](#) apresentou um algoritmo heurístico para resolver o problema de alocação e localização de facilidades com máxima cobertura, utilizando técnicas de otimização combinatória. O estudo fez uso de coordenadas geográficas de cidades dos estados brasileiros Minas Gerais e Rio de Janeiro para identificar pontos candidatos a centros de facilidades, maximizando a cobertura da demanda. Os resultados demonstraram a eficácia do algoritmo, fornecendo soluções práticas que melhoram a eficiência logística, sendo aplicável em cenários reais.

[Turanoğlu and Akkaya \(2018\)](#) propuseram um novo algoritmo heurístico híbrido de recozimento simulado para resolver o problema de distribuição de planta dinâmica, obtendo resultados satisfatórios em tempos computacionais reduzidos. [Achary et al. \(2021\)](#) realizaram uma revisão abrangente sobre algoritmos bio-inspirados aplicados à resolução de problemas de designação, destacam-se métodos como colônia de formigas, algoritmo do morcego, algoritmo genético, enxame de partículas e a busca tabu, todos reconhecidos por sua eficácia na otimização em grande escala.

Metodologias híbridas de programação matemática e métodos de decisão multicritério em conjunto com técnicas metaheurísticas e de aprendizado de máquinas também foram propostas para problemas de alocação. [Spak \(2012\)](#) propôs uma metodologia em três etapas para alocar um CD para uma empresa brasileira do setor varejista de móveis e eletrodomésticos, considerando critérios como custos de transporte e de instalação, população e desenvolvimento econômico, qualidade e condições da malha viária e do terreno, assim como incentivos econômicos por investimento em determinada região, entre outros. Na primeira etapa, um modelo de programação não linear contínuo foi utilizado para delimitar a zona de busca para instalar o CD usando como parâmetro as coordenadas das cidades, identificando o ponto ideal no norte do Estado do Paraná, Brasil. As etapas seguintes utilizaram o método AHP avaliando as cidades com maior população em relação ao ponto ideal, o que permitiu identificar a melhor alternativa e o melhor terreno desta para a alocação do CD. Destaca-se que a coleta de dados neste estudo foi fornecida e avaliada por especialistas.

[Mizan and Taghipour \(2022\)](#) trabalharam com o planejamento de recursos médicos por meio da integra-

ção de modelos de aprendizado de máquinas e otimização em três fases. A Fase 1 utilizou uma técnica de aprendizado de máquina para treinar um modelo e prever parâmetros incertos como chegada de pacientes. Na fase 2, o modelo treinado foi empregado em tempo real para prever a chegada dos pacientes, a taxa de falta e a possível carga de trabalho. A Fase 3 usou os dados previstos em um modelo programação linear inteira mista multiobjetivo para determinar a alocação de carga de trabalho. A metodologia proposta pelos autores foi validada usando um conjunto de dados reais de uma empresa de saúde canadense.

Esses são alguns dos resultados sobre o uso de programação matemática e métodos de decisão multicritério como ferramentas para auxiliar a decisão de alocação de facilidades. Feita essa revisão bibliográfica, nota-se que há extensa prerrogativa para efetuar estudos de seleção de locais para instalações mediante o uso de ambas as técnicas. No capítulo seguinte será descrita a alocação de dispositivos para monitoramento de cultivos agrícolas. Para esse problema serão comparados os resultados computacionais das abordagens previamente discutidas.

CAPÍTULO 3

Telemetria aplicada em cultivos

Este capítulo apresenta o problema de telemetria aplicada em cultivos agrícolas, detalhando as estratégias de resolução usadas, que envolvem o uso de modelagem matemática e métodos de decisão multicritério. Além disso, são descritos os experimentos computacionais conduzidos para validar as metodologias propostas, foram criados exemplares sinteticamente e divididos por tamanho. As metodologias propostas foram codificadas na linguagem de programação *Python* e o CPLEX na versão 22.1.1 foi usado como *solver*. Os testes foram realizados em um notebook com processador Intel(R) Core(TM) i5-8300 H 2.3 GHz e 8 GB RAM.

3.1 Descrição do problema

O crescimento e avanço da tecnologia evidenciam um progresso significativo nos sistemas e dispositivos eletrônicos e de comunicação, incluindo *softwares* informáticos, entre outros. Nesse contexto, destaca-se a implementação da telemetria que é utilizada para coletar e medir dados e, posteriormente, transmitir remotamente para uma estação central receptora. A transmissão da informação pode ser feita pelo ar (sem fio) ou via cabo, seja com o tradicional fio de cobre para linhas telefônicas ou através de fibra óptica. A telemetria permite a monitorização e controle remoto e contínuo de qualquer magnitude física e com uma ampla cobertura (longas distâncias) através de um ou mais dispositivos, proporcionando uma comunicação instantânea. O uso da telemetria pode ser encontrado em muitas áreas com aplicações práticas, desde militares, aeroespaciais e indústrias, até aplicações biomédicas e médicas, como uma ferramenta para coletar informações remotamente, a priori de ações de manuseio de instrumentos, equipamentos ou processos de

modo remoto (Dodge, 2011).

Os sistemas de automação e telemetria têm sido incorporados na agricultura 4.0 e têm se tornado uma abordagem inovadora, objetivando a obtenção de um sistema de informação que fornece dados adequados de monitoramento do cultivo durante todo o ano (Suciu et al., 2019). Destacamos aqui algumas vantagens de um sistema de telemetria implementado de forma correta.

Rastreabilidade do ativo: é possível registrar automaticamente a informação completa do ciclo de cultivos agrícolas: semeadura, colheita e distribuição. Além disso, possibilita saber onde se encontra o maquinário, o que ajuda a ter controle na produtividade e efetuar manutenção preventiva das máquinas.

Facilidade de implantação: requer apenas a instalação de um dispositivo no maquinário, em uma base ou diretamente no cultivo, para que seja coletada e transmitida a informação.

Melhora a capacidade de análise: a facilidade para obter informações permite realizar análises e melhorar o processo produtivo, aumentando a eficiência e reduzindo custos de produção.

Gestão de cultivos: pode-se monitorar de forma permanente todas as variáveis dos cultivos, permitindo calcular com maior precisão os tempos de semeadura e colheita, e gerir corretamente a fumigação e fertilização dos solos.

Módulo transmissor-receptor

Os módulos transmissores-receptores utilizados na agricultura são dispositivos que integram um transmissor e permitem coletar e enviar informações dos cultivos. Nas indústrias existem diferentes tipos de módulos com sensores que coletam diferentes informações relevantes dos cultivos (Pinto Rios, 2015). Os principais sensores são brevemente explicados a seguir.

Sensor de umidade: monitora variáveis físicas para reconhecer em tempo real as condições de umidade dos solos, permitindo executar estratégias oportunas de contingência contra danos.

Sensor de temperatura: permite reconhecer o calor ambiente e no solo, fundamental para a correta absorção dos nutrientes por parte dos cultivos.

Sensor de dióxido de carbono: necessário para grandes estufas, nas quais o CO₂ pode esgotar e desacelerar o processo de fotossíntese. O sensor monitora os níveis de CO₂, mantendo a produtividade.

Sensor de condutividade elétrica: os sensores IoT (internet das coisas) medem a salinidade da água ou do solo para controlar de forma eficiente os processos agrícolas, tendo em conta que os níveis inadequados diminuem a produtividade dos cultivos.

Sensor do PH: reconhece o nível de alcalinidade (PH) da terra, controlando os nutrientes do solo.

Sensor de luminosidade: mede a quantidade de horas de luz e a intensidade da radiação que recebem os cultivos.

Sensor de radiação fotossintética: monitora os níveis de radiação fotossintética ativa para determinar o crescimento e desenvolvimento dos cultivos em relação com a quantidade e qualidade da luz.

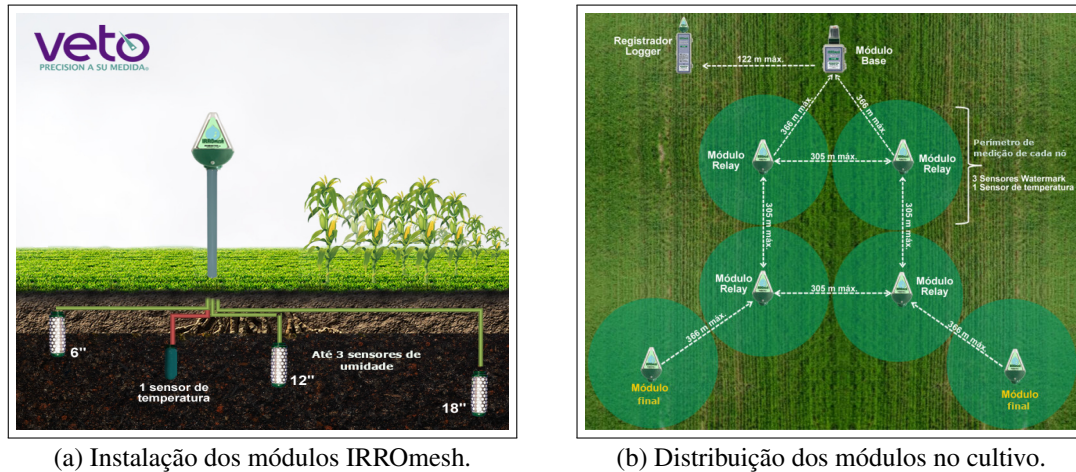
Sensor de fluxos de irrigação: permite determinar a quantidade de água que recebem os cultivos em cada hora para manter o fluxo dentro dos níveis ótimos de acordo com o tipo de planta.

Sensor NPK: o sensor mede a quantidade de nitrogênio, fósforo e potássio. O excesso ou falta de algum deles conduz a processos agrícolas de baixa produtividade.

Sensor de crescimento de frutos: adicionando esses sensores pode-se determinar o comportamento do crescimento dos frutos e também ajudam a conhecer o estado do ambiente e solos.

Um exemplo de um sistema de telemetria de gerenciamento de irrigação (IRROmesh) para coletar informações de umidade é ilustrado na Figura 3.1. Este sistema é composto por três módulos de comunicação: módulo base, módulo nó repetidor e módulo nó final. Entre eles é criada uma rede de transmissão de dados, onde se comunicam para compartilhar as informações. A Figura 3.1a ilustra os tipos de sensores dos módulos. Nesse caso, existem três sensores de umidade, um sensor de temperatura e um sensor de pulvômetro. A Figura 3.1b ilustra a distribuição dos módulos no cultivo e a direção das comunicações entre eles.

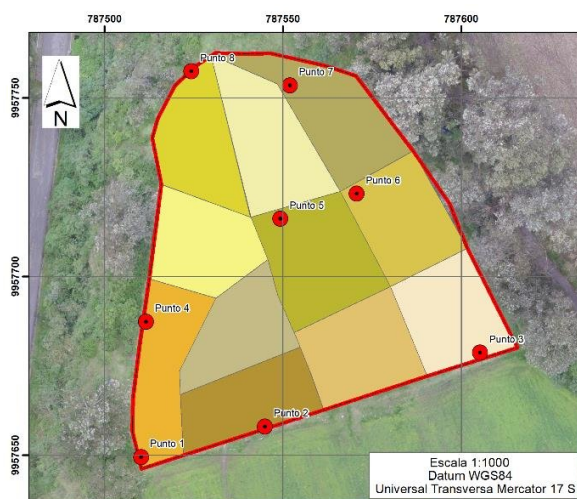
Figura 3.1: Instalação e distribuição dos módulos IRROmesh no cultivo



Fonte: VETO (2020).

Uma questão crucial a ser considerada é que normalmente os cultivos apresentam formatos irregulares, como ilustrado na Figura 3.2. Nesta figura, diferentes culturas são identificadas por cores, cada uma com características específicas do tipo de cultura, condições do solo e do terreno. Tais características ou necessidades exigem uma seleção estratégica dos pontos de alocação dos módulos transmissores-receptores para garantir o monitoramento da área total do cultivo. Por exemplo, culturas que apresentam maior susceptibilidade a infestações de pragas requerem de monitoramento mais intenso para prevenir danos extensivos aos demais plantios e anteceder a tais ameaças.

Figura 3.2: Cultivo em formato irregular



Fonte: [Gonzalez et al. \(2020\)](#).

3.2 Estratégias de solução

Modelagem matemática

Para a resolução de problemas de alocação de facilidades mediante programação matemática, foi utilizado também neste trabalho o problema de alocação de módulos transmissor-receptor em cultivos agrícolas para a implementação de telemetria remota. A Figura 3.2 ilustra um exemplo de cultivo em formato irregular, no qual cada ponto no cultivo representa um local onde deve ser alocado um tipo de módulo. Note que cada local de cultivo deve ter um módulo alocado, uma vez que isso garante o monitoramento da totalidade da área do cultivo.

Cada tipo de módulo é capaz de transmitir informações para outro módulo ou diretamente para a central, sendo que o alcance em metros dessa transmissão vai depender das características de cada módulo. Na nossa abordagem, a central apenas recebe informações, ou seja, não há comunicação no sentido inverso entre a central e os módulos instalados. Cada módulo também pode receber informações de outros módulos independente do seu tipo, porém a quantidade de transmissões recebidas é limitada pela quantidade de canais de recepção que cada módulo possui, o que pode variar com as características do módulo. Note então que todo módulo transmite e recebe informações.

Previamente, um conjunto de locais de instalação é selecionado por especialistas na área agrícola para a designação dos módulos. Enquanto a quantidade total de locais a serem utilizados para a instalação dos módulos é definida pelo especialista, a quantidade de tipos de módulos depende da disponibilidade desses produtos no mercado. Em geral, a quantidade total de módulos disponíveis no mercado é maior que a quantidade total de locais selecionados para designação. No entanto, a quantidade total de módulos

efetivamente alocados é igual a quantidade total de locais selecionados para designação. Assim, o modelo proposto neste trabalho é descrito a seguir.

Conjuntos e índices:

$I = \{1, 2, \dots, n\}$ conjunto de tipos de módulos (índice i);

$J = \{0, 1, \dots, m\}$ conjunto de locais (índice j);

$J^* = J \setminus \{0\}$ conjunto de locais excluindo a central 0 (índice j).

Parâmetros:

C_i custo de alocar o módulo do tipo i ;

R_i raio de alcance máximo de transmissão do módulo do tipo i ;

$D_{jj'}$ distância euclideana entre os locais j e j' ;

CR_i quantidade máxima de canais de recepção do módulo do tipo i .

Variáveis de decisão:

x_{ij} variável binária para a designação de módulos; $x_{ij} = 1$ se o módulo do tipo i é designado ao local j , caso contrário $x_{ij} = 0$;

$y_{jj'}$ variável binária para a ativação de transmissão entre módulos; $y_{jj'} = 1$ se o módulo designado no local j transmite informação para o módulo designado no local j' , caso contrário $y_{jj'} = 0$ ($j \neq j'$).

Formulação matemática:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_i x_{ij} \quad (3.1)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \quad j \in J^* \quad (3.2)$$

$$\sum_{j \in J^*} y_{jj'} \leq \sum_{i \in I} CR_i x_{ij'}, \quad j' \in J^* \quad (3.3)$$

$$\sum_{j' \in J} D_{jj'} y_{jj'} \leq \sum_{i \in I} R_i x_{ij}, \quad j \in J^* \quad (3.4)$$

$$\sum_{j' \in J} y_{jj'} = 1, \quad j \in J^* \quad (3.5)$$

$$p_j \geq p_{j'} + 1 - (1 - y_{jj'})m, \quad j, j' \in J^* \quad (3.6)$$

$$x_{ij}, y_{jj'} \in \{0, 1\}, \quad i \in I, \quad j, j' \in J \quad (3.7)$$

$$p_j \geq 0, \quad j \in J^*. \quad (3.8)$$

A função objetivo (3.1) do modelo minimiza o custo total da alocação dos módulos. O fato de que cada local, excluindo a central, só pode receber um tipo de módulo é garantido pela restrição de designação (3.2). Se o local j' é escolhido para alocar o módulo tipo i , então a quantidade de canais de recepção do módulo é limitado por (3.3). Se o local j é escolhido para transmitir informação para o local j' , então (3.4) garante que a distância entre esses locais não pode superar o raio de alcance máximo de transmissão do módulo do tipo i alocado em j . O módulo alocado em j transmite informação somente para um módulo alocado em j' ou para a central de acordo com (3.5). As variáveis reais $p_1, \dots, p_m$ são variáveis auxiliares inseridas no modelo para evitar subciclos desconectados, ou seja, (3.6) garante que a informação que sai de um local não pode retornar para esse mesmo local, seguindo um caminho até a central. Finalmente, o domínio das variáveis é definido em (3.7) e (3.8).

Método ELECTRE-TOPSIS

Para a resolução do problema de telemetria em cultivos por meio de métodos de decisão multicritério, aborda-se o problema de alocação de módulos. Esses módulos são designados em um conjunto de locais previamente selecionados por especialistas na área agrícola, para assim monitorizar o estado do cultivo, e as características dos módulos como alcance de transmissão, tipos de sensores, precisão, qualidade de construção e custo, podem variar conforme o tipo. A localização ideal para alocar um módulo depende de múltiplos fatores, o que torna essa tarefa complexa. Conforme sugerido por Peters et al. (2013), o local para colocar um módulo deve ser acessível e deve considerar aspectos como tipo de cultivo, características do solo e clima, etc. Portanto, para este problema os locais são categorizados em duas classes, $CL1$ e $CL2$, sendo $CL1$ a classe mais relevante, definidos como locais especiais, que precisam da alocação de módulos com características superiores para garantir a melhor qualidade de monitoramento, assim como a melhor relação entre quantidade de sensores, precisão da informação transmitida e qualidade de construção.

Seleção de critérios

Os critérios utilizados foram baseados nas características principais dos módulos e nos requerimentos dos cultivos encontrados em Jafarbiglu and Pourreza (2022) e Khanal et al. (2020). Segue uma descrição de cada critério.

Custo: relacionado com o custo de cada tipo de módulo, a unidade utilizada para este critério é o real brasileiro R\$. Para avaliar este critério, define-se o menor custo do módulo.

Alcance de transmissão: a capacidade de transmitir informações do módulo até a central receptora é fundamental, informação que será entregue posteriormente ao usuário com os dados do cultivo. O alcance

de transmissão é definido como a distância máxima de transmissão que o sinal do módulo pode percorrer. Nesta abordagem, os módulos só podem transmitir diretamente para a central. A unidade do critério é metros m . Para avaliar este critério, define-se o maior alcance de transmissão do módulo no cultivo.

Qualidade de construção: o material de construção do módulo influencia em aspectos como a durabilidade do módulo e inclusive na precisão da informação coletada. Alguns dos materiais mais utilizados para a construção são acrílico e óxido de grafeno. Para este critério, as opções de qualidade são categorizadas como: média qualidade, representada pelo valor 0; e alta qualidade, representada pelo valor 1. Para avaliar este critério, define-se a maior qualidade do módulo.

Quantidade de sensores: os módulos podem incluir diferentes tipos de sensores para medir diversas características do cultivo como umidade, presença de pragas, estado da planta, e em geral diferentes nutrientes encontrados no solo do cultivo. Para avaliar este critério, considera-se que quanto maior a quantidade de sensores, mais completo será a monitorização do módulo.

Precisão da informação: cada módulo possui características diferentes que permitem que a precisão da informação coletada seja mais próxima do valor real, a precisão é representada em porcentagem. Para avaliar este critério, define-se o valor mais próximo de 1 ao que tem maior precisão.

Seleção das alternativas

Para esta abordagem, as alternativas a serem avaliadas são tipos de módulos. A seleção dos módulos foi baseada em uma revisão abrangente dos módulos e sensores disponíveis no mercado, utilizando fontes como [Queiroz et al. \(2021\)](#) e sites de comércio especializados nesses dispositivos. Foram escolhidas treze alternativas que representam os diferentes tipos de módulos a serem avaliados.

Atribuição de pesos w e aplicação do método

A metodologia aplicada baseia-se na proposta de [Fontana and Nepomuceno \(2017\)](#) para alocação de produtos em armazém. Os métodos utilizados para resolver o problema são o ELECTRE TRI e o TOPSIS, detalhados no [Capítulo 1](#). O processo de resolução é dividido em duas etapas, na primeira realiza-se uma classificação mediante o ELECTRE TRI, para esta fase os critérios qualidade de construção, quantidade de sensores e precisão da informação são utilizados. O resultado é a classificação dos tipos de módulos nas classes 1 ou 2, para dois cenários, otimista e pessimista. Depois de finalizar a etapa 1, aplica-se um filtro em cada cenário utilizando o critério de alcance de transmissão, com o objetivo de verificar que os módulos alocados em cada classe permitem transmitir o sinal até a central. Na etapa 2, o método de ordenação

TOPSIS é aplicado, utilizando os mesmos critérios da etapa 1, porém adicionando o critério de custo de cada tipo de módulo. O TOPSIS é executado para ambos os cenários, realizando a ordenação dos tipos de módulos uma vez para cada classe.

Finalmente, a alocação dos tipos de módulos é realizada da seguinte maneira: i) seleciona-se o tipo de módulo na primeira posição e alocam-se os módulos nos locais onde estes conseguem transmitir o sinal até a central, levando em consideração o alcance de transmissão; ii) no caso em que ainda restarem locais vazios, seleciona-se o tipo de módulo alocado na segunda posição, repetindo-se o processo até alocar em cada local um tipo de módulo. Esse procedimento é repetido para cada cenário. Ao final, o cenário com menor custo total de alocação é o selecionado.

Na literatura não foram encontrados estudos que aplicassem métodos de decisão multicritério para a alocação de módulos em cultivos agrícolas, portanto, não foi possível determinar os pesos de forma clara. Por causa disso, para a atribuição dos pesos foram utilizadas informações coletadas por alguns autores, como [Sivasankari and Gandhimathi \(2014\)](#) e [Khanal et al. \(2020\)](#), que destacam características relevantes dos módulos e sensores para o monitoramento de cultivos.

Duas atribuições de pesos são realizadas, uma para cada etapa. Na primeira, referente à classificação dos tipos de módulos, os pesos são: 0,30 para qualidade de construção, 0,20 para quantidade de sensores e 0,50 para precisão da informação. Na etapa de ordenação, em que é adicionado o critério de custo, os pesos são: 0,30 para custo, 0,20 para qualidade de construção, 0,15 para quantidade de sensores e 0,35 para precisão da informação. Da mesma forma, são definidos o grau de preferência, grau de indiferença, veto e limite da classe para cada critério.

3.3 Experimentos computacionais

Descrição dos exemplares

Para o problema de telemetria foram resolvidos trinta exemplares numéricos cujas informações pertinentes a eles são apresentadas na Tabela 3.1. Nela, em três blocos de linhas, os exemplares foram divididos em três categorias de tamanho (coluna “Tamanho”), pequenos, médios e grandes, com cada categoria contendo 10 exemplares (coluna “Exemplar”), diferenciados pela quantidade de locais (coluna “Qtd. Locais”) previamente selecionados onde devem ser designados os módulos.

As três últimas colunas da tabela mostram as diferenças nos dados de entrada entre os exemplares resolvidos por meio do modelo matemático (coluna “PM”) e aqueles resolvidos por métodos multicritério (colunas “MCDA”). Ambas compartilham a informação sobre a quantidade de tipos de módulos (colunas “T. Módulo”), que varia entre 4 e 6 para o modelo matemático e entre 10 e 13 para métodos multicritério.

Tabela 3.1: Informações dos exemplares sintéticos para a telemetria

Tamanho	Exemplar	Qtd. Locais	PM	MCDA	
			T. Módulo	Qtd. Locais E.	T. Módulo
Pequeno	1	9	4	4	12
	2	9	5	2	11
	3	9	6	3	13
	4	10	4	1	12
	5	11	4	2	10
	6	11	5	2	12
	7	11	6	4	13
	8	12	4	4	11
	9	13	4	4	13
	10	14	5	6	12
Médio	11	17	6	3	13
	12	19	5	7	13
	13	21	5	1	10
	14	23	5	11	11
	15	24	5	5	12
	16	24	4	12	13
	17	24	6	2	10
	18	25	5	16	11
	19	28	4	12	12
	20	29	5	17	13
Grande	21	30	6	8	10
	22	31	4	1	10
	23	32	5	20	12
	24	34	4	17	13
	25	34	6	7	10
	26	36	4	15	13
	27	37	5	7	11
	28	38	4	10	13
	29	39	6	15	11
	30	39	5	20	13

Fonte: autora.

Adicionalmente, para os métodos multicritério, foi retirado um subconjunto da quantidade total de locais, chamado de quantidade de locais especiais (coluna “Qtd. Locais E”). Esses últimos locais são específicos para a nossa abordagem multicritério, onde devem ser alocados os módulos com melhores configurações. A média da área dos cultivos utilizada para cada exemplar é de 144 hectares.

Note que a quantidade de tipos de módulos disponíveis é, de forma intencional, maior nos exemplares resolvidos pelos métodos multicritério, a fim de permitir uma análise mais robusta em cenários mais complexos. Dessa maneira, é possível obter uma quantidade maior de alternativas de escolha em abordagens multicritério. Cada exemplar foi gerado com base em informações técnicas encontradas na literatura (Cavalcanti et al., 2020) e em *websites* de comerciantes de módulos transmissores-receptores descritos.

Resultados por modelagem matemática

Uma típica solução do modelo matemático do problema de telemetria aplicada em cultivos é descrita na sequência considerando a resolução do Exemplar 9 de tamanho “Pequeno” (ver Tabela 3.1), permitindo um

melhor entendimento da aplicação estudada. O exemplar consiste em um cultivo com 13 locais disponíveis para a alocação de 4 tipos de módulos. A Tabela 3.2 apresenta as principais características dos módulos utilizados neste exemplar. Os quatro tipos de módulos são descritos nas colunas da tabela, contendo o alcance de transmissão (entre 150 e 1000 metros), a quantidade de canais de recepção (entre 1 e 4 canais) e o custo de alocação de cada tipo de módulo (entre R\$ 150 e R\$ 500).

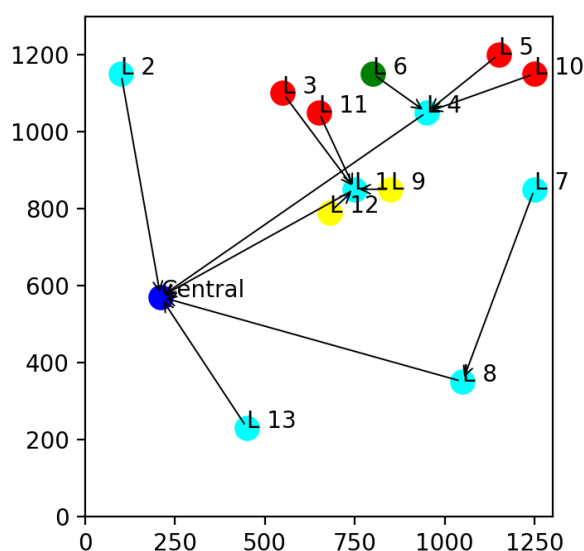
Tabela 3.2: Configuração dos módulos transmissores-receptores

	M1	M2	M3	M4
Alcance de transmissão [m]	150	200	350	1000
Quantidade de canais de recepção	1	2	4	8
Custo do módulo [R\$]	150	250	300	500

Fonte: autora.

Para uma visualização mais clara das informações apresentadas, a Figura 3.3 ilustra a solução ótima encontrada no Exemplar 9. Nela, cada tipo de módulo é identificado por uma cor específica: *M1* (amarelo), *M2* (verde), *M3* (vermelho) e *M4* (ciano). Adicionalmente, a central é destacada em cor azul, e as setas indicam a direção da transmissão entre os locais, mostrando a distribuição dos quatro tipos de módulos nos treze locais. Na solução encontrada, os módulos *M1* foram alocados nos locais *L9* e *L12*, o módulo *M2* foi alocado no local *L6*, módulos *M3* foram alocados em *L3*, *L5*, *L10* e *L11* e *L9*, e módulo *M4* foram alocados nos locais *L1*, *L2*, *L4*, *L7*, *L8* e *L13*.

Figura 3.3: Representação gráfica da solução do Exemplar 9



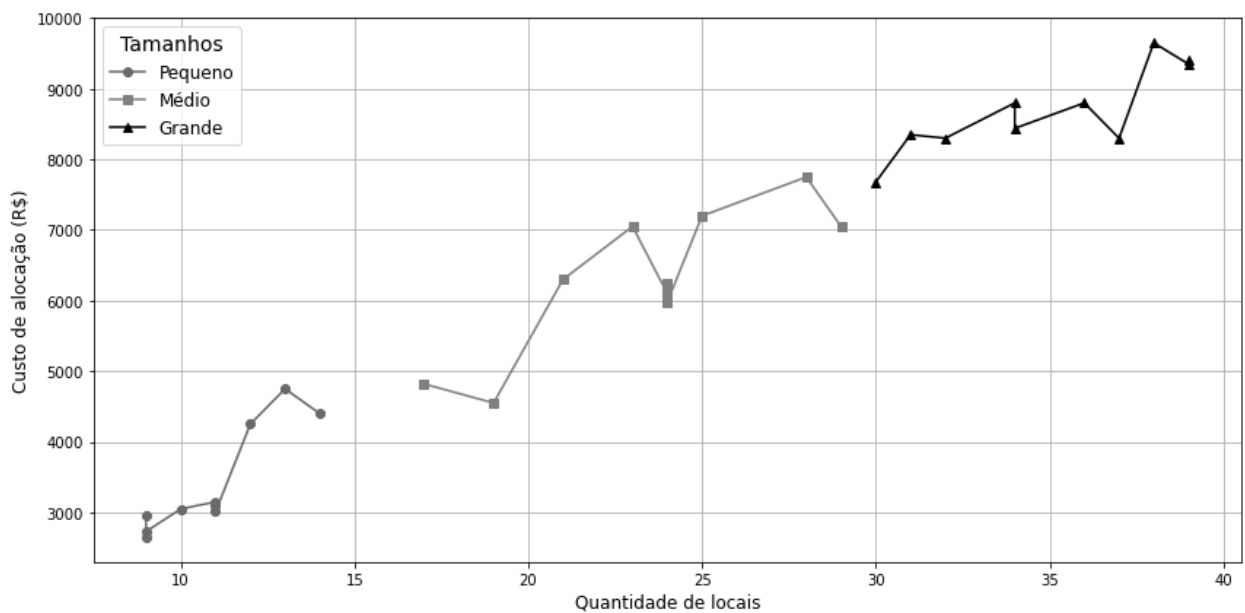
Fonte: autora.

É importante destacar que, de forma geral, os módulos mais próximos à central recebem informações de outros tipos de módulo para, em seguida, retransmiti-las à central. Os módulos *M4* alocados nos locais *L2*

e L13 conseguem transmitir as informações diretamente para a central. Ainda, esse mesmo tipo de módulo que foi alocado em L7 transmite para o local L8, que por sua vez, retransmite para a central. O módulo alocado em L4 retransmite o acúmulo de informações recebidas de L5, L6 e L10 para a central. Já o módulo alocado em L1 retransmite o acúmulo de informações provenientes dos diferentes módulos alocados nos locais L3, L9, L11 e L12. Observa-se que todos os tipos de módulo foram utilizados. O valor da função objetivo para este exemplar foi de R\$ 4.750,00 com tempo computacional de 0,3 segundos.

Os resultados computacionais dos trinta exemplares são apresentados na Figura 3.4. A figura mostra a variação dos custos de alocação em relação à quantidade de locais de alocação de módulos de acordo com o tamanho do exemplar. No gráfico, o eixo das abscissas representa a “Quantidade de locais” e o eixo das ordenadas representa o “Custo de alocação (R\$)”. Os tamanhos dos exemplares são diferenciados por tons de cinza e por marcadores: cinza escuro e círculo para “Pequeno”, cinza médio e quadrado para “Médio”, e preto e triângulo para “Grande”.

Figura 3.4: Resultados do problema de telemetria pelo modelo matemático



Fonte: autora.

A análise desses resultados revela uma variação nos custos totais proporcional ao número de locais por exemplar. No tamanho “Pequeno”, os custos variam de R\$ 2.650,00 a R\$ 4.750,00, no tamanho “Médio”, os custos variam de R\$ 4.550,00 a R\$ 7.750,00; e no tamanho “Grande”, os custos variam entre R\$ 7.680,00 a R\$ 9.650,00. Isso sugere que à medida que o número de locais aumenta a complexidade aumenta. Adicionalmente, a escolha dos módulos, conforme descrito na Tabela 3.2, influencia diretamente os resultados. Módulos com maior alcance e mais canais de recepção, apesar de terem um custo mais alto, permitem uma cobertura mais extensa das áreas monitorizadas. Cada solução ótima foi obtida em um tempo computacional não superior a 1 segundo.

Resultados por métodos multicritério

Para motivar o entendimento do problema de telemetria resolvido por métodos multicritério, detalha-se a resolução de um exemplar. O exemplar consiste em um cultivo com treze tipos de módulos como alternativas, uma central e nove locais. Os locais são divididos em duas classes, a classe *CL1*, que contém os locais especiais *L1*, *L7* e *L8* e a classe *CL2*, que contém os locais *L2*, *L3*, *L4*, *L5*, *L6* e *L9*. Como já foi explicado, duas fases são implementadas, porém, antes de iniciar a aplicação dos métodos, precisa ser apresentada a matriz de decisão na Tabela 3.3, construída com as 13 alternativas de tipos de módulos enumerados de 1 a 13, os 5 critérios, o objetivo de otimização de cada critério e os valores do índice de indiferença *Q*, índice de preferência *P*, veto *V* e o limite *B* entre as classes *CL1* e *CL2* para cada critério.

Tabela 3.3: Matriz de decisão do problema de telemetria

A	A. Transmissão (m)	Custo (R\$)	Qld. Construção (0-1)	Qtd. Sensores	Precisão (%)
1	250	250	Alta	1	0,98
2	340	240	Média	1	0,95
3	380	255	Média	1	0,95
4	350	230	Média	2	0,96
5	360	300	Alta	2	0,97
6	380	350	Alta	3	0,99
7	780	300	Média	1	0,95
8	810	400	Alta	2	0,98
9	810	400	Alta	2	0,95
10	780	500	Alta	3	0,96
11	880	600	Alta	3	0,98
12	880	400	Média	2	0,95
13	800	500	Alta	3	0,99
Obj	Max	Min	Max	Max	Max
Q	30	30	0	0	0,01
P	50	100	1	1	0,02
V	300	250	1	2	0,05
B	—	—	—	3	0,98

Fonte: autora.

Após a definição da matriz de decisão, pode-se iniciar a fase 1 e posteriormente aplicar o filtro. A classificação das alternativas realizada pelo método ELECTRE TRI e após a aplicação do filtro para os dois cenários podem ser observadas na Tabela 3.4. Na aplicação do ELECTRE TRI, para o cenário pessimista, apenas as alternativas 6, 10, 11 e 13 foram classificadas na classe *CL1* e as alternativas 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9 e 12 na classe *CL2*. Para o cenário otimista, uma maior quantidade de tipos de módulos foram classificados na classe *CL1*, entre eles as alternativas 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12 e 13 e apenas as alternativas 1, 2, 3 e 7 na classe *CL2*. Por enquanto, os dois cenários foram utilizados até a alocação final dos tipos de módulos, onde será selecionado um só cenário.

Uma vez classificados os tipos de módulos, aplica-se um filtro com o objetivo de verificar se todos os módulos classificados em cada classe conseguem ser alocados pelo menos em um local, isto é, tendo em conta o alcance de transmissão. Para isto, utiliza-se as distâncias entre a central e cada local. Na mesma tabela, são destacadas em **negrito** as alternativas que tiveram alteração após a aplicação do filtro. No cenário pessimista a alternativa 6 foi excluída da classe *CL1* e enviada à classe *CL2*, isto porque esse tipo de módulo não conseguia ser alocado em nenhum local da classe *CL1*. Para o cenário otimista, as alternativas 4, 5, 6 e 8 foram excluídas da classe *CL1* e enviadas para a classe *CL2* por não conseguir alocar esses tipos de módulos em nenhum local da classe *CL1*.

Tabela 3.4: Classificação por ELECTRE TRI e após filtro

T. Módulo	Pessimista		Otimista	
A	ELECTRE	Filtro	ELECTRE	Filtro
1	CL2	CL2	CL2	CL2
2	CL2	CL2	CL2	CL2
3	CL2	CL2	CL2	CL2
4	CL2	CL2	CL1	CL2
5	CL2	CL2	CL1	CL2
6	CL1	CL2	CL1	CL2
7	CL2	CL2	CL2	CL2
8	CL2	CL2	CL1	CL2
9	CL2	CL2	CL1	CL1
10	CL1	CL1	CL1	CL1
11	CL1	CL1	CL1	CL1
12	CL2	CL2	CL1	CL1
13	CL1	CL1	CL1	CL1

Fonte: autora.

Para realizar a ordenação das alternativas avaliadas utiliza-se o método TOPSIS, que é aplicado quatro vezes, uma para cada cenário e classe. Na Tabela 3.5 são apresentadas as ordenações obtidas pelo método para cada classe em ambos os cenários. No cenário pessimista, observa-se que na classe *CL1* a alternativa com melhor desempenho é a 13, enquanto a alternativa 11 ocupa a pior posição; já na classe *CL2*, a alternativa 5 é a melhor posicionada e a alternativa 12 é a pior. No cenário otimista, a classe *CL1* apresenta a alternativa 9 como a melhor e a alternativa 12 como a pior. Para a classe *CL2*, a melhor alternativa é a 5 e a pior, a 7.

Finalmente, realiza-se a alocação dos tipos de módulo aos locais. Neste trabalho, foi feita a alocação para os dois cenários, otimista e pessimista, e foi selecionado o cenário com menor custo de alocação. Na Figura 3.5 observa-se a solução para os dois cenários. Na Figura 3.5a está a alocação para o cenário pessimista, no qual foi alocada a alternativa 13 nos locais *L1* e *L7* e a alternativa 11 no local *L8*, isto para a

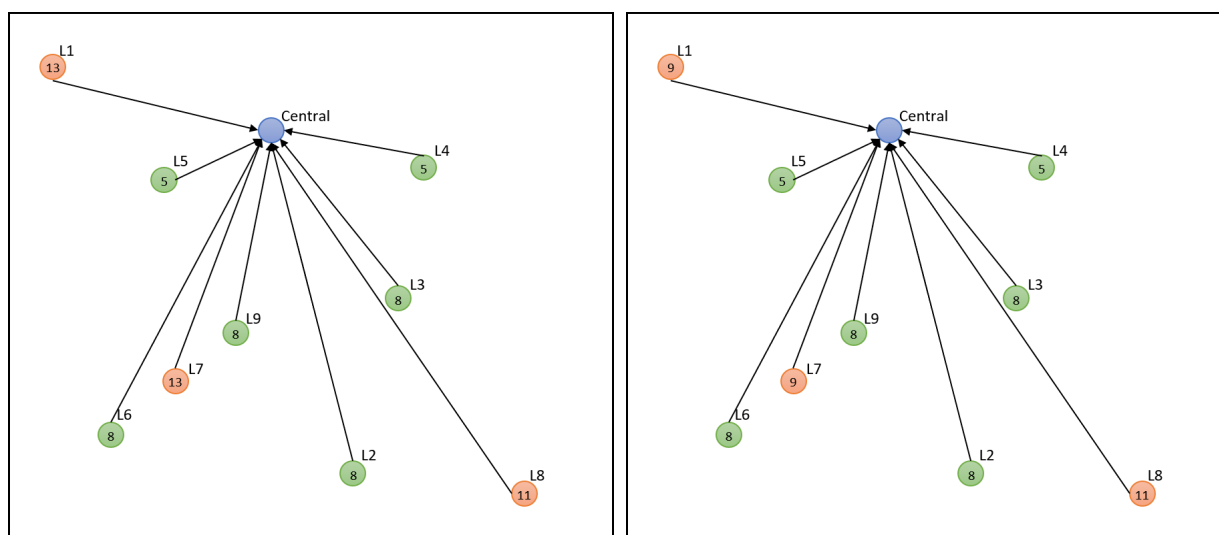
Tabela 3.5: Ordenação por TOPSIS

Ordem	Pessimista		Otimista	
	CL1	CL2	CL1	CL2
1	13	5	9	5
2	10	8	13	6
3	11	9	10	8
4	–	4	11	4
5	–	2	12	2
6	–	1	–	1
7	–	3	–	3
8	–	7	–	7
9	–	12	–	–

Fonte: autora.

classe CL1. Para a classe CL2 alocou-se a alternativa 5 em L4 e L5, e a alternativa 8 em L2, L3, L6 e L9. Na Figura 3.5b se encontra a alocação para o cenário otimista, é interessante notar que a alocação é exatamente igual ao cenário pessimista para a classe CL2, e só difere na classe CL1 nos tipos de módulos alocados em L1 e L7, que mudou da alternativa 13 para a 9. Por causa da alocação similar nos dois cenários, os custos não diferem muito, R\$ 3.800,00 para o cenário pessimista e R\$ 3.600,00 para o pessimista, portanto, seleciona-se a solução do cenário otimista.

Figura 3.5: Representação gráfica da alocação dos módulos nos dois cenários

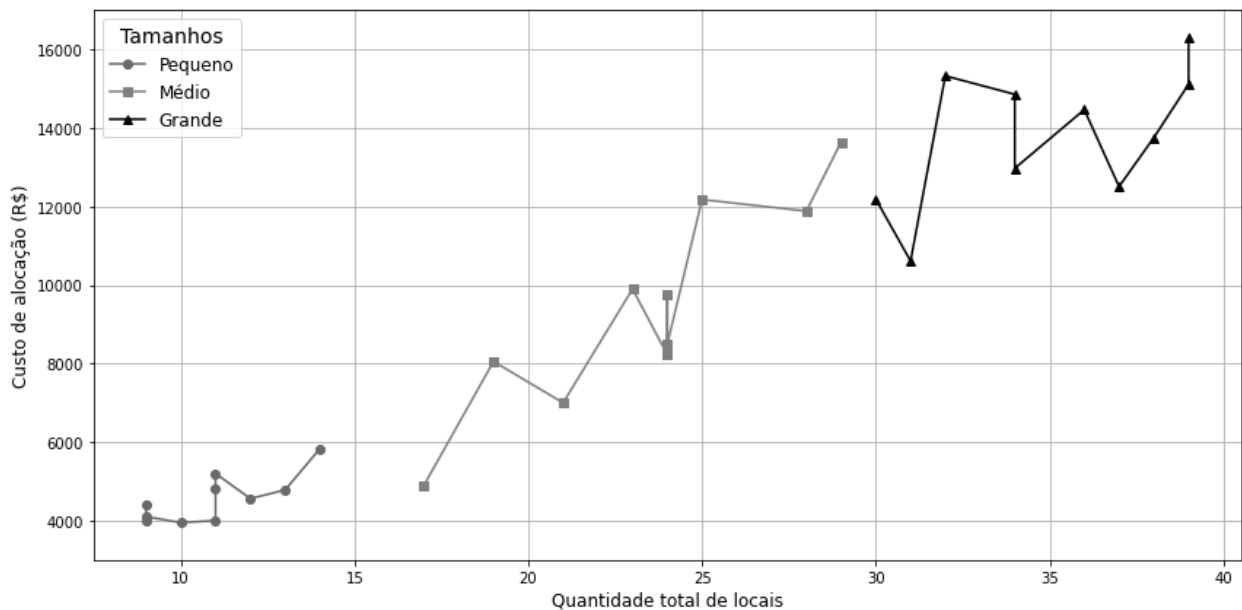
(a) Alocação dos módulos no cenário **pessimista**.(b) Alocação dos módulos no cenário **otimista**.

Fonte: autora.

Os resultados computacionais dos trinta exemplares são apresentados na Figura 3.6. A figura ilustra a variação dos custos de alocação em relação à quantidade total de locais para cada tamanho. No gráfico, o eixo das abscissas representa a “Quantidade total de locais” e o eixo das ordenadas representa o “Custo de alocação (R\$)”. Os tamanhos dos exemplares são diferenciados por tons de cinza e marcadores: cinza

escuro com círculo para “Pequeno”, cinza médio com quadrado para “Médio” e preto com triângulo para “Grande”. No tamanho “Pequeno”, os custos variam de R\$ 3.950,00 a R\$ 5.830,00, no tamanho “Médio”, os custos de R\$ 4.905,00 a R\$ 13.640,00; e no tamanho “Grande”, os custos variam entre R\$ 10.615,00 a R\$ 19.295,00. Do gráfico pode-se observar que quando aumenta o número de locais, tende a aumentar o custo, isto é, porque a complexidade do problema aumenta. Neste problema, os locais especiais também influenciam nos resultados, já que um número maior de locais especiais pode precisar de módulos com melhores configurações e, portanto, com maior custo.

Figura 3.6: Resultados do problema de telemetria por métodos multicritério



Fonte: autora.

Dessa forma, tem-se os resultados para a alocação de módulos transmissores-receptores para o monitoramento em cultivos agrícolas. Foram observados os qualitativos e quantitativos para ambos os métodos escolhidos para resolução da problemática, tanto programação matemática quanto os métodos multicritério. Em particular, nas Figuras 3.4 e 3.6 é possível notar as diferenças de custos totais de alocação segundo a quantidades de locais. Mais comparações sobre os resultados computacionais podem ser encontradas no [Capítulo 5](#). O próximo capítulo, por sua vez, contém um estudo similar ao deste, porém considerando que as facilidades a serem alocadas são centros de distribuição de uma empresa que importa e distribui bicicletas na Colômbia.

CAPÍTULO 4

Alocação de centros de distribuição

Este capítulo apresenta a descrição do problema de alocação de centros de distribuição, detalhando as estratégias de resolução usadas que envolvem o uso da modelagem matemática e métodos de decisão multicritério. Também, são descritos os experimentos computacionais conduzidos para validar as metodologias propostas, foram gerados exemplares utilizando dados reais de uma empresa colombiana.. As metodologias propostas foram codificadas na linguagem de programação *Python* e o CPLEX na versão 22.1.1 foi usado como *solver*. Os testes foram realizados em um notebook com processador Intel(R) Core(TM) i5-8300 H 2.3 GHz e 8 GB RAM.

4.1 Descrição do problema

Definir a localização de um CD é uma das maiores dificuldades para os gestores logísticos, uma vez que a escolha das localizações adequadas envolve fatores qualitativos e quantitativos. Esta escolha será um diferenciador e uma decisão estratégica das companhias que consequentemente vai refletir na competitividade no mercado e no crescimento do negócio. [Ballou \(2009\)](#) definiu o CD como uma unidade física construída em favor da estratégia logística empresarial, que recebe mercadorias de grande volume enviadas diretamente de diferentes fornecedores, cujos produtos são armazenados e posteriormente distribuídos em quantidades parciais. [Ballou \(2009\)](#) agregou que existem dois tipos de distribuição: direta, quando a empresa distribui o produto ao consumidor diretamente sem intermediários, ou indireta, quando a empresa distribui através de intermediários, como atacadistas, varejistas e distribuidores.

A definição do local para alocar um CD considera aspectos referentes à produção e seus respectivos

custos, à previsão de demanda, incentivos por atender novos mercados, à malha viária e os modais de transporte disponíveis para efetuar a mobilização da mercadoria, bem como as distâncias. Também, são ponderados aspectos relacionados à aquisição de benefícios fiscais pela alocação, como a diminuição de impostos. Ademais, há de se observar custos de operação, capacidade de investimento, especificações físicas das instalações (tamanho, infraestrutura, capacidade de armazenamento, dentre outros), e número de locais disponíveis, tornando o problema como um planejamento de longo prazo.

É importante mencionar que os diferentes fatores apresentados são característicos e estão interligados à atividade econômica da empresa. [Borella and da Silva \(2019\)](#) consideraram que ao definir o local para alocar um CD, deve-se procurar a proximidade dos principais clientes e dos fornecedores, com o objetivo de minimizar custos, distância e melhorar os tempos, tanto de recebimento de mercadorias, como do atendimento da maior demanda possível com eficiência e qualidade nas operações. Podem ser mencionados outros fatores básicos na alocação de CDs encontrados na literatura como: o objetivo da empresa, o número de instalações já existentes, possíveis locais candidatos, previsão de demanda e comportamento dos clientes atuais.

4.1.1 Estudo de caso: empresa de bicicletas

Para aprofundar as aplicações de alocação de CDs em entornos reais, apresenta-se neste trabalho um estudo de caso de alocação de CDs para uma empresa colombiana dedicada à importação e comercialização de bicicletas e suas peças. Como primeira medida, informa-se que a Colômbia possui 32 departamentos, portanto, é composta de 32 cidades capitais, tidas como as principais do país por exercerem atividades que contribuem com o desenvolvimento cultural, político e econômico do país. Por essas razões, são consideradas possíveis locais para alocar os CDs. Do total de cidades capitais, serão avaliadas e escolhidas algumas delas como alternativas.

Na análise desse estudo de caso é importante conhecer o processo de movimentação das cargas importadas. A empresa realiza ordens de compra a fornecedores da China e da Espanha. Estas cargas de grande volume são empacotadas em contêineres que comportam entre 20 e 40 toneladas e são transportadas via marítima a dois principais portos marítimos da Colômbia; o porto de Buenaventura, localizado no departamento do Valle del Cauca, e o porto de Cartagena, localizado no departamento de Bolívar. Atualmente, a empresa transporta os contêineres que chegam aos dois portos marítimos até a loja em Cali, a cidade mais próxima do porto de Buenaventura, mesmo que esta não possua as condições tampouco a infraestrutura para o recebimento de cargas em grande volume. Inclusive, esse fato tem gerado perdas na qualidade dos produtos, atrasos nas entregas aos clientes e a consequente diminuição da fidelidade dos mesmos.

Da mesma forma, verifica-se a ineficiência na fluidez tanto no despacho dos contêineres desde o porto

até a loja quanto no recebimento e descarregamento, incorrendo em custos como: *demurrage*, cobrança ao importador quando o contêiner ultrapassa os dias livres para ser retirado do porto de descarga, gerando atraso na devolução do equipamento vazio; e *detention*, cobrança ao importador quando o contêiner vazio não é devolvido ao terminal no prazo. Além disso, podem-se ter custos por contratar serviços terceirizados, pelo aluguel de galpões, depósitos e/ou armazéns em zonas francas no departamento do porto, assim como no aluguel de outros armazéns de maior infraestrutura de empresas vizinhas gerando faturamento de valores significativos pelo tempo de armazenagem, mão de obra, carga e descarga do contêiner, manuseio, uso de equipamentos, entre outros.

Na chegada do navio ao porto, uma vez que os contêineres são descarregados, a mercadoria precisa ser regulamentada pela empresa importadora ante a alfândega e os demais agentes do sistema portuário envolvidos, verificando informações como, por exemplo, dados do importador, volume e peso da carga, a fim de garantir a legal circulação da carga ao interior do país. Este procedimento também pode ser realizado através de um representante autorizado, a exemplo do despachante aduaneiro. Após a liberação do contêiner, efetua-se o pagamento pelo importador ao terminal portuário por conceito dos serviços do esquema logístico e legais e procede-se à entrega do contêiner ao transportador terrestre autorizado para ser mobilizado até o destino (CD/loja).

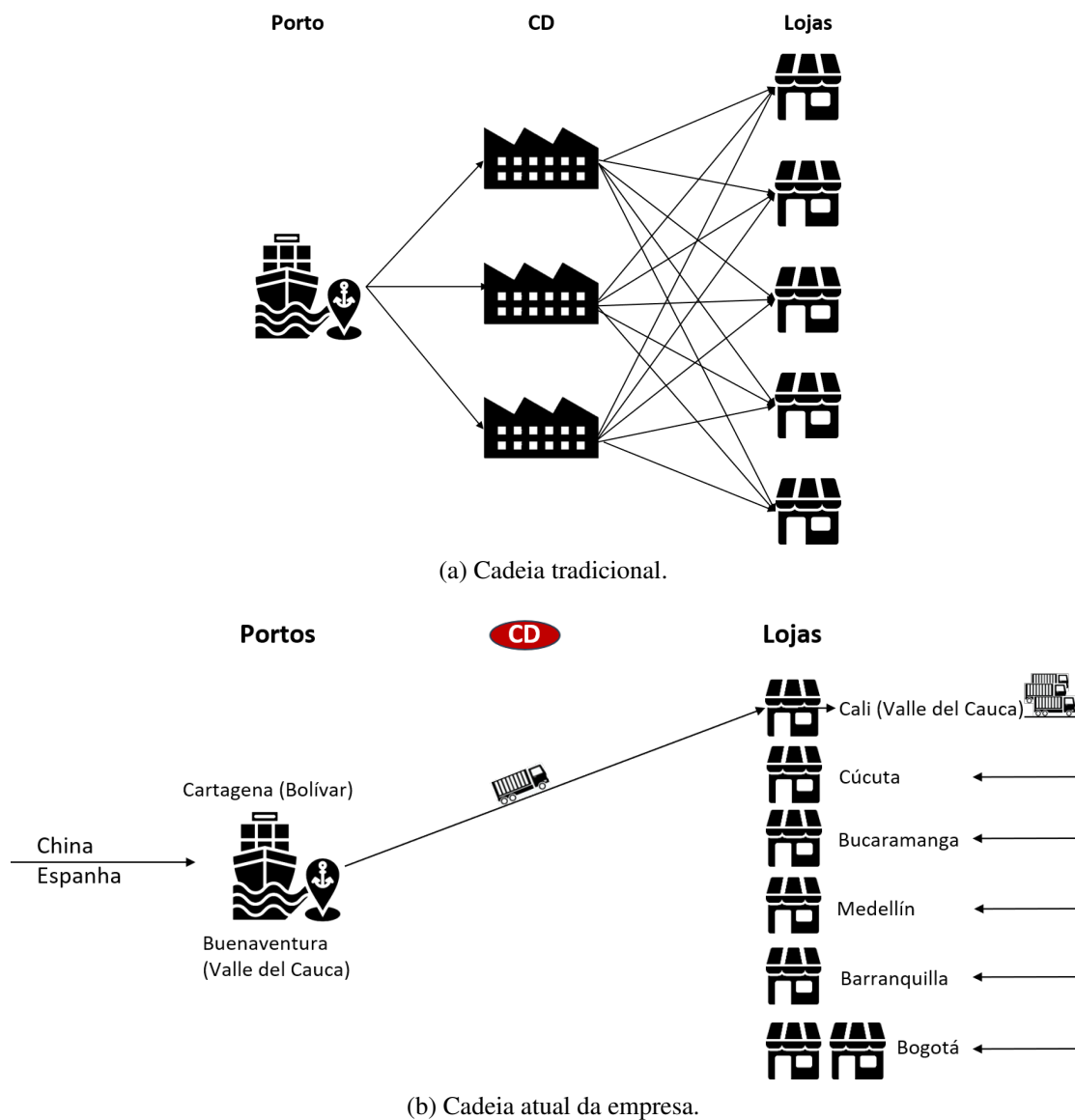
Tal movimentação é realizada via terrestre, por meio de caminhões porta-contêiner pelo modal rodoviário, o qual é responsável pelo transporte do maior número de cargas no setor das bicicletas no país. A mercadoria posteriormente será distribuída às lojas ou filiais que a empresa tem alocadas nas seguintes cidades da Colômbia: Bogotá, Cali, Bucaramanga, Medellín, Barranquilla e Cúcuta, sendo Bogotá a única cidade com duas filiais, por causa do tamanho e população. Para movimentar o contêiner do terminal de cargas marítimo até o CD, o transportador terrestre tem que obedecer o esquema logístico do terminal que envolve ações como: agendamento prévio de carregamento feito no site do terminal portuário, apresentação dos documentos originais da carga, documentação do caminhão e do motorista, confirmação da liberação e então, o carregamento do contêiner no caminhão para posteriormente ser transportado até o ponto definido (loja) contratado. Essa dinâmica compromete tempo e disponibilidade do transportador e do veículo contratados para o serviço, e representa custos de operação para o importador.

Depois, começa o processo logístico interno para a recepção da mercadoria na empresa. É importante destacar que após o descarregamento, o contêiner vazio precisa ser devolvido no prazo e no terminal estipulado, caso contrário, pode incorrer no custo extra por *detention*. No fim, mantém-se o deslocamento da mercadoria da loja até as outras lojas instaladas, pelo modal rodoviário, para satisfazer as demandas das lojas, seja de produtos novos, reabastecimento ou reposição de estoque. Esse processo implica o adequado manuseio das bicicletas para garantir a correta distribuição e cumprimento dos requisitos de embalagem

para despacho. A cadeia logística tradicional de uma empresa que importa produtos por via marítima, assim como a cadeia atual do estudo de caso são ilustradas na Figura 4.1. Nota-se, na cadeia atual da empresa, a ausência de centros de distribuição.

Esse processo permite identificar variáveis importantes que precisam ser otimizadas e fornecerão ferramentas para selecionar a melhor alocação dos CDs. Também, permitirá designar as lojas instaladas aos CDs para serem atendidas, e se for o caso, atender a demanda de novas lojas. Isso será realizado para duas origens, isto é, os dois portos marítimos mencionados acima.

Figura 4.1: Cadeia logística



Fonte: (a) adaptado de Yang et al. (2007), e (b) autora.

4.2 Estratégias de solução

Modelagem matemática

Para dar solução ao problema de alocação de CDs é proposto um modelo matemático baseado no desenvolvido por [Hajiaghaei-Keshteli \(2011\)](#). O modelo considera um conjunto de cidades I , parte dessas cidades possuem lojas instaladas J , aquelas que não tem lojas instaladas são candidatas para alocar novas lojas K e todas as cidades I são candidatas para alocar um CD. Os CDs devem atender as demandas D_j das lojas instaladas J e no caso de que uma nova loja seja alocada, atender a demanda DC_k da cidade k , isto sem ultrapassar sua capacidade de distribuição Cp_i . Note que, quando um CD é alocado em uma cidade, essa cidade se transforma em um CD. O mesmo procedimento se aplica para as novas lojas. Em seguida é apresentado o modelo proposto.

Conjuntos e índices:

n quantidade total de cidades;

m quantidade total de cidades com lojas instaladas;

$J = \{1, 2, \dots, m\}$ conjunto de cidades com lojas instaladas (índice j);

$K = \{m + 1, m + 2, \dots, n\}$ conjunto de cidades candidatas para a alocação de novas lojas (índice k);

$I = J \cup K$ conjunto de cidades candidatas para a locação de CDs (índices i e k).

Parâmetros:

CA_i custo de alocar um CD na cidade candidata i ;

CJ_k custo de alocar uma nova loja na cidade candidata k ;

CTp_i custo de transporte de 1 tonelada por km entre o porto e a cidade candidata i ;

CT custo de transporte de 1 tonelada por km entre cidades;

dp_i distância em km entre o porto e a cidade candidata i ;

d_{ij} distância em km entre a cidade candidata i e a loja instalada j ;

d_{ik} distância em km entre a cidade candidata i e a nova loja k ;

D_j demanda em toneladas da loja instalada j ;

DC_k demanda em toneladas da cidade candidata k ;

Cp_i capacidade de distribuição em toneladas da cidade candidata i ;

P orçamento para alocação de CDs e novas lojas;

R incentivo econômico por atender nova demanda.

Variáveis de decisão:

y_i variável binária para a designação de CD na cidade candidata i ; $y_i = 1$ se o CD é alocado na cidade candidata i , caso contrário $y_i = 0$;

z_k variável binária para a designação de nova loja na cidade candidata k ; $z_k = 1$ se a nova loja é alocada na cidade candidata k , caso contrário $z_k = 0$;

x_{ij} variável binária para a designação de loja instalada a CD; $x_{ij} = 1$ se o CD alocado na cidade candidata i atende a loja instalada j , caso contrário $x_{ij} = 0$;

w_{ik} variável binária para a designação de nova loja a CD; $w_{ik} = 1$ se o CD alocado na cidade candidata i atende a nova loja k , caso contrário $w_{ik} = 0$.

Formulação matemática:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \sum_{i \in I} CA_i y_i + \sum_{k \in K} CJ_k z_k + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} (CT p_i \cdot dp_i \cdot D_j + CT \cdot d_{ij} \cdot D_j) x_{ij} \\ & + \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} (CT p_i \cdot dp_i \cdot DC_k + CT \cdot d_{ik} \cdot DC_k) w_{ik} - \sum_{k \in K} (R \cdot DC_k) z_k \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \quad j \in J \quad (4.2)$$

$$\sum_{i \in I} w_{ik} = z_k, \quad k \in K \quad (4.3)$$

$$\sum_{j \in J} D_j x_{ij} + \sum_{k \in K} DC_k w_{ik} \leq Cp_i, \quad i \in I \quad (4.4)$$

$$\sum_{i \in I} CA_i y_i + \sum_{k \in K} CJ_k z_k \leq P, \quad (4.5)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} + \sum_{k \in K} w_{ik} \leq My_i, \quad i \in I \quad (4.6)$$

$$x_{ij}, y_i, z_k, w_{ik} \in \{0, 1\}, \quad i \in I, \quad j \in J, \quad k \in K. \quad (4.7)$$

A função objetivo (4.1) representa o custo total de alocação dos CDs e transporte de produtos a ser minimizado. A primeira parte representa os custos de alocação dos CDs e novas lojas, em seguida, se observa os custos de transporte entre o porto, os CDs alocados e as lojas instaladas e novas. No final da função objetivo é subtraído um incentivo por atendimento de nova demanda, que, por sua vez, vai ajudar na abertura de novas lojas.

A restrição (4.2) garante que cada loja instalada seja atendida por um único CD. Se uma nova loja é aberta, então um único CD é designado para esta loja devido à restrição (4.3). A restrição (4.4) garante que a demanda das lojas instaladas e novas atendidas por cada CD não exceda sua capacidade. A restrição (4.5) garante que os custos de alocação de CDs e novas lojas não ultrapassem o orçamento disponível. A restrição (4.6) assegura que um CD só pode atender lojas instaladas e novas se ele estiver alocado, nesta restrição

é definido um valor M que precisa ser suficientemente grande para não limitar indevidamente o número de lojas que podem ser atendidas. Finalmente, o domínio das variáveis é definido em (4.7).

Método TOPSIS iterativo

Para a resolução de problemas de alocação de CDs mediante métodos de decisão multicritério, foi utilizado o estudo de caso de uma empresa colombiana. Os produtos são transportados por via marítima e chegam aos portos marítimos de Buenaventura, localizado no departamento de Valle del Cauca, e de Cartagena, pertencente ao departamento de Bolívar, e ao longo do problema serão definidos como portos de origem. A seguir é descrito o passo a passo da metodologia aplicada para dar solução ao problema.

Seleção de critérios

Para a seleção dos critérios realizou-se uma revisão da literatura com trabalhos relevantes na área da logística. De acordo com [Pissinelli \(2016\)](#), [Özcan et al. \(2011\)](#), [Spak \(2012\)](#) e [Wazer and Moutaz \(2021\)](#), os critérios de distância, qualidade da malha viária e congestionamento são importantes na escolha do local para o CD, pois ajudam a avaliar a proximidade entre origem e destino, a dinâmica do tráfego e o estado do sistema viário. Esses fatores contribuem para a eficácia logística ao facilitar o transporte das mercadorias de forma mais eficaz. Entretanto, [Pissinelli \(2016\)](#) e [Spak \(2012\)](#) sugerem que os critérios como população e PIB são essenciais para analisar o desenvolvimento econômico das alternativas, avaliando o potencial de consumo e movimento econômico por meio de indicadores de importação, exportação e taxa de desemprego, critérios que tornam viável a escolha dos locais potenciais para alocar CDs.

Por outro lado, os autores [Guimarães \(2019\)](#), [Fontana and Nepomuceno \(2017\)](#), [Yang et al. \(2007\)](#) e [Silva \(2016\)](#) consideram o critério de demanda como um fator decisivo na alocação de CDs, pois influencia diretamente a operação logística e a rentabilidade. A consideração da demanda permite otimizar custos de transporte, melhorar o serviço ao cliente, e proporcionar flexibilidade para responder rapidamente a flutuações do mercado. Além disso, a demanda é um indicador do potencial de crescimento econômico em uma região, permitindo que as empresas se posicionem estrategicamente para capitalizar oportunidades futuras. Outro ponto a considerar é que a maioria dos autores também define o critério do nível de poluição atmosférica como fundamental, devido ao seu grande impacto ambiental resultante das atividades econômicas. A seguir, apresenta-se uma descrição dos critérios gerais e subcritérios utilizados neste problema.

Econômicos: nesta classe consideram-se os critérios que permitem identificar e medir o desenvolvimento financeiro e econômico das alternativas, que, por sua vez, relaciona subcritérios como o PIB, importação e exportação, e a população. Os dados dos subcritérios mencionados são extraídos do informe técnico 2023 apresentado pelo Departamento Administrativo Nacional de Estatística (DANE), entidade

responsável pela coleta de dados, análise e planejamento na Colômbia. Exceção feita ao subcritério Demanda, cujas informações foram fornecidas pela empresa.

– **Produto interno bruto (PIB):** demonstra a contribuição econômica de cada alternativa ao país. Para avaliar este critério, define-se o maior valor anual do PIB expressos em bilhões de pesos colombianos da alternativa.

– **Importação e exportação:** Para avaliar este critério, define-se a maior contribuição de importações e exportações expressas em milhões de dólares de cada alternativa ao país.

– **População total:** demonstra o potencial consumo das alternativas. Para avaliar este critério, define-se o maior número de habitantes da alternativa.

– **Demanda:** demonstra a demanda das alternativas onde há lojas instaladas que precisam ser atendidas por um CD. Para avaliar este critério, define-se a maior demanda, expressa em toneladas.

Políticos: nesta classe consideram-se os critérios que permitem avaliar o grau de equilíbrio e estabilidade política e social das alternativas que vão refletir na localização do CD, que, por sua vez, relaciona subcritérios como a taxa de desemprego. Os dados do subcritério mencionado são extraídos do informe técnico 2023 apresentado pelo DANE.

– **Taxa de desemprego:** demonstra a estabilidade econômica e social das alternativas. Para avaliar este critério, define-se a menor taxa de desemprego da alternativa, expresso em porcentagem de desemprego.

Acessibilidade: nesta classe consideram-se os critérios que permitem identificar as melhores rotas, considerando distâncias e proximidades aos portos marítimos e avaliando a conexão rodoviária, mediante o estado da malha viária entre os portos e as alternativas, que, por sua vez, relaciona subcritérios como distância e qualidade de conexão. Os dados dos subcritérios mencionados são extraídos do Ministério de Transporte da Colômbia e do informe técnico 2023 apresentado pelo Estado da Rede Rodoviária pelo INVIAS, respectivamente.

– **Distância:** Para avaliar este critério define-se a menor distância (menos quilômetros percorridos) entre os portos de Buenaventura e Cartagena e as alternativas.

– **Qualidade de conexão:** demonstra as condições da infraestrutura viária da alternativa, permitindo a melhor mobilização dos veículos de carga até seu destino. Para avaliar este critério define-se a maior porcentagem de rodovia pavimentada da rede total qualificada da alternativa.

Ambientais: nesta classe consideram-se os critérios que geram impacto ambiental de acordo com a atividade de transporte terrestre de cargas, que por sua vez relaciona subcritérios como nível de poluição

atmosférica e congestionamento. Os dados dos subcritérios mencionados são extraídos do inventário nacional e departamental de GEI da Colômbia de 2016, realizado pelo Instituto de Hidrologia, Meteorologia e Estudos Ambientais da Colômbia (IDEAM) e do volume de tráfego por Direção Territorial relativo ao ano de 2019, do anuário estatístico do setor transporte intitulado “Transporte em números”, apresentado pelo Ministério de Transporte da Colômbia e atualizado no ano de 2022, respectivamente Ministério de Transporte da Colômbia e do informe técnico 2023 apresentado pelo Estado da Rede Rodoviária pelo INVIAS, respectivamente.

– **Nível de poluição atmosférica:** demonstra a distribuição das emissões totais nacionais de gases de efeito estufa (GEI) do ano 2012 emitidos pelas atividades humanas, dentre elas, pelo uso de meios de transporte terrestre de cada alternativa. Para avaliar este critério, define-se a escolha da alternativa pelo menor nível de poluição, emissões expressas em quilo toneladas.

– **Congestionamento:** demonstra o volume de tráfego dos tipos veiculares, automóveis, ônibus e caminhões, que transitam por ano em cada alternativa. Para avaliar este critério define-se o menor fluxo veicular da alternativa.

Seleção de alternativas

Neste estudo de caso, as cidades colombianas são selecionadas como alternativas com base em critérios econômicos e logísticos. As cidades escolhidas destacam-se pelo potencial de exportação e importação, e sua contribuição ao país evidenciado por meio do indicador do produto interno bruto de cada região e a taxa de desemprego do total da população, o que sugere o possível poder aquisitivo da mesma. Adicionalmente, a qualidade da malha viária foi considerada, priorizando rodovias com menor congestionamento veicular, menores emissões de poluentes e distâncias mais curtas em relação aos portos marítimos de Buenaventura e Cartagena, facilitando assim a conexão e alocação dos CDs.

Embora as cidades capitais tenham sido inicialmente consideradas, seis das 32 capitais foram excluídas devido à sua baixa contribuição ao PIB e à baixa porcentagem de rodovias pavimentadas. As 26 alternativas selecionadas para avaliação com respeito aos dois portos de origem mencionados são Barranquilla, Bogotá, Bucaramanga, Cali, Cúcuta, Medellín, Armenia, Cartagena, Florencia, Ibagué, Manizales, Montería, Neiva, Pasto, Pereira, Popayán, Quibdó, Riohacha, Sincelejo, Santa Marta, Tunja, Valledupar, Villavicencio, Arauca, Mocoa, e Yopal, enumeradas de 1 a 26, respectivamente.

Atribuição de pesos w e aplicação do método

A metodologia utilizada para a alocação de CDs baseia-se no método TOPSIS aplicado de forma iterativa, introduzindo entre cada iteração um processo que aloca CDs às cidades alternativas e cidades com

lojas aos CDs. Para os critérios, foram utilizados os pesos encontrados por [Pissinelli \(2016\)](#) através do método AHP, definidos e avaliados com base nas preferências de especialistas da indústria. Na Tabela 4.1 são apresentados os critérios e subcritérios considerados (colunas “Critério” e “Subcritério”), seguidos dos pesos atribuídos a cada um deles nas respectivas colunas “Peso (w)”.

Tabela 4.1: Pesos atribuídos

Critério	Peso (w)	Subcritério	Peso (w)
Econômico	0,31	PIB	0,075
		Importações	0,06
		Exportações	0,06
		População total	0,03
		Demanda	0,085
Político	0,07	Taxa de desemprego	0,07
Acessibilidade	0,43	Distância do porto até a cidade do CD	0,20
		Qualidade de conexão	0,23
Ambiental	0,19	Nível de poluição atmosférica	0,09
		Congestionamento	0,10
Total w	1,00		1,00

Fonte: Adaptado de [Pissinelli \(2016\)](#).

O processo iterativo de alocação dos CDs começa com a verificação da demanda ainda não atendida, ou seja, identificando lojas que ainda não foram designadas a um CD. Após essa etapa, aplica-se o método TOPSIS para ordenar as alternativas de acordo com o coeficiente C_i . Em seguida, selecionam-se as alternativas melhor classificadas, considerando até 20% abaixo da primeira alternativa do ranking. Supõe-se então que cada uma dessas alternativas aloca um CD, e as lojas são designadas aos CDs da seguinte maneira: i) as lojas são ordenadas de forma decrescente conforme o custo de transporte entre o CD e a loja; ii) as lojas são designadas ao CD conforme a ordenação anterior até que a capacidade do CD seja atingida.

Uma vez que um CD e as lojas são designados para cada alternativa, calcula-se o custo total, que inclui o custo de deslocamento entre o porto marítimo e a alternativa do CD, o custo de deslocamento entre o CD e as lojas, e o custo de alocação. Finalmente, a alternativa com menor custo total é selecionada, e o CD é alocado. Por último, a matriz de decisão é atualizada, eliminando a alternativa com o CD alocado na iteração anterior, adicionando um novo critério de maximização que calcula a distância entre as alternativas e o CD alocado, e zerando o valor do critério de demanda das cidades cujas lojas já foram designadas a um CD. Este processo se repete até que todas as demandas das cidades com lojas sejam atendidas por um CD.

Para obter uma quantidade maior de soluções que permita ao decisor comparar, na primeira iteração força-se a alocação de CDs às cidades alternativas e a designação das cidades com lojas aos CDs. Nas iterações subsequentes, cada caso é avaliado separadamente. Nota-se que a quantidade de alternativas na

primeira iteração será igual ao número de soluções obtidas ao final do método.

4.3 Experimentos computacionais

Descrição do exemplares

Para o problema de alocação de CDs foram utilizados dados reais da empresa. Para cada método de resolução aplicado são usados dois portos de origem, inicialmente toma-se o porto de Buenaventura e, posteriormente, toma-se o porto de Cartagena.

Em relação às informações utilizadas nos métodos multicritério, são apresentadas como uma matriz de decisão na Tabela 4.2. Informações como as contribuições econômicas de cada cidade, o PIB, importações, exportações e população, foram coletadas do *website* do Departamento Administrativo Nacional de Estatística (DANE), as demandas de bicicletas das lojas instaladas foram fornecidas pela empresa. As informações relacionadas à acessibilidade, como qualidade da malha viária, foram tomadas do Ministério de Transporte da Colômbia. Finalmente, as informações ambientais como nível de emissão de poluentes e congestionamento veicular foram encontradas no *website* do Instituto de Hidrologia, Meteorologia e estudo Ambientais da Colômbia (IDEAM).

Tabela 4.2: Matriz de decisão inicial do problema de alocação de CDs

		Econômico					Político	Accessibilidade		Ambiental	
A	Cidade	PIB (US)	Importações (US-CIF)	Exportações (US-FOB)	População (Qtd.Pessoas)	Demanda (Ton)	T.Desemprego (%)	Dist.PB até A (Kms)	Q.Conexão (%)	N.Poluição (KTon)	Congestionamento (Qtd.Veículos)
1	Barranquilla	16.231.254	3.090.426	2.190.501	2.804.030	0,45	9,10	1116	0,42	4,50	118.339
2	Bogotá	113.900.338	36.697.624	6.389.334	11.379.970	1,68	10,80	519	0,87	11,06	666.532
3	Bucaramanga	23.376.508	965.482	329.721	2.324.090	0,84	10,50	937	0,83	8,89	252.992
4	Cali	35.254.804	5.099.537	2.414.825	4.589.280	1,01	11,70	129	1,00	13,23	443.937
5	Cúcuta	5.772.751	156.429	1.003.706	1.651.280	0,50	11,40	1138	0,79	376,43	149.347
6	Medellín	53.421.900	8.875.682	7.664.267	6.887.310	1,12	9,00	499	1,00	10,03	298.930
7	Armenia	3.041.979	138.756	319.999	569.570	0	13,70	235	1,00	13,32	108.600
8	Cartagena	13.092.603	3.931.955	1.710.018	2.236.600	0	8,80	1154	1,00	10,78	89.241
9	Florencia	1.428.648	1.661	663	419.280	0	11,00	564	0,88	9,82	28.986
10	Ibagué	7.724.532	80.630	168.960	1.346.940	0	11,50	319	1,00	15,72	158.804
11	Manizales	5.999.427	444.254	944.210	1.036.460	0	9,80	380	1,00	10,93	72.460
12	Montería	6.416.616	37.744	784.595	1.856.500	0	12,10	899	0,88	10,97	83.362
13	Neiva	6.097.001	76.010	707.121	1.140.930	0	8,10	531	0,57	4,74	71.369
14	Pasto	5.394.129	200.300	168.960	1.629.180	0	6,90	521	0,98	6,10	88.503
15	Pereira	6.056.153	785.418	568.711	977.830	0	8,80	268	0,90	9,59	201.775
16	Popayán	6.546.529	369.579	168.960	1.516.020	0	7,50	265	0,49	4,30	97.405
17	Quibdó	1.571.489	6.501	34.082	553.520	0	18,20	606	0,68	8,56	3.895
18	Riohacha	4.530.524	566.221	2.911.075	1.002.390	0	14,50	1459	0,00	231,08	84.709
19	Sincelejo	2.905.817	96.528	12.239	972.350	0	10,80	966	1,00	10,63	34.976
20	Santa marta	5.038.245	433.802	712.697	1.463.430	0	8,80	1266	0,63	6,15	126.869
21	Tunja	9.662.897	78.689	682.243	1.259.600	0	9,90	660	0,81	8,59	193.860
22	Valledupar	7.600.647	280.245	4.199.726	1.341.700	0	12,00	1048	0,95	15,10	66.671
23	Villavicencio	12.417.930	121.434	168.960	1.080.710	0	10,30	632	0,68	7,61	125.393
24	Arauca	1.983.807	1.477	330	304.980	0	16,10	1135	0,97	136,74	65.541
25	Mocoa	1.339.803	3.960	66	369.060	0	14,80	632	0,56	117,35	13.136
26	Yopal	5.207.276	42.185	1.237	442.070	0	9,80	846	0,92	426,59	27.649
Obj		Max	Max	Max	Max	Max	Min	Min	Max	Min	Min

Fonte: autora.

Foram criados três cenários para avaliar o uso do método multicritério implementado para o problema de alocação de CDs no estudo de caso. O cenário atual da empresa é denominado de Cenário 1, que considera o atendimento da demanda das lojas instaladas atualmente pela empresa. O Cenário 2 foi criado de forma sintética levando em consideração o atendimento da demanda de cinco novas lojas instaladas, além das lojas atuais da empresa. Similarmente, o Cenário 3 foi criado considerando o atendimento de seis novas lojas instaladas além das lojas atuais da empresa. A quantidade de novas lojas instaladas (5 e 6) em cada cenário sintético foi escolhida com base na igual quantidade de novas lojas criadas na solução obtida pelo modelo matemático. No entanto, a escolha das cidades para essas novas lojas foi feita por meio de uma análise de similaridade, considerando como referência a loja com menor demanda no cenário atual da empresa, uma escolha conservadora que comparou importação, população e demanda entre elas.

Para o problema de alocação de CDs resolvido pelo modelo matemático utilizou-se os dados da Tabela 4.3. Nela, são enumeradas e nomeadas as 26 alternativas avaliadas (colunas “A” e “Cidade”). Em seguida, o bloco que contém as cinco colunas subsequentes apresenta as distâncias entre as lojas instaladas e cada uma das cidades alternativas, distâncias essas que foram tomadas do Ministério de Transporte da Colômbia. Além disso, mostram-se os custos de alocação de um centro em cada cidade (coluna “CA”), e de uma nova loja (coluna “CJ”), o custo de transporte entre o porto marítimo e cada cidade (coluna “CTp”), as distâncias entre os portos de Buenaventura e Cartagena e cada cidade (colunas “Dist P1” e “Dist P2”),

Tabela 4.3: Dados de entrada para o problema de alocação CDs por programação matemática

A	Cidade	B/quilla	Bogotá	B/manga	Cali	Cúcuta	Medellín	CA*	CJ*	CTp*	Dist P1	Dist P2	Demanda
1	Barranquilla	0	991	614	1117	711	708	2.738,20	-	0,438	1116	121	0,45
2	Bogotá	991	0	400	461	556	414	1.971,50	-	0,472	519	1031	1,68
3	Bucaramanga	614	400	0	602	195	389	1.319,10	-	0,455	937	598	0,84
4	Cali	1117	461	602	0	707	418	2.408,40	-	0,438	129	1165	1,01
5	Cúcuta	711	556	195	707	0	550	1.095,20	-	0,455	1138	705	0,50
6	Medellín	708	414	389	418	550	0	2.295,20	-	0,472	499	643	1,12
7	Armenia	953	274	337	276	528	230	1.642,90	657,16	0,472	235	888	0,12
8	Cartagena	121	1031	598	1165	705	643	2.190,50	876,20	0,438	1154	0	0,46
9	Florencia	1077	588	503	373	644	736	1.204,80	481,92	0,472	564	1126	0,09
10	Ibagué	961	203	281	227	472	316	1.533,30	613,32	0,472	319	896	0,28
11	Manizales	885	298	326	294	517	196	1.423,80	569,52	0,472	380	820	0,22
12	Montería	484	928	916	913	1094	478	1.204,80	481,92	0,438	899	368	0,39
13	Neiva	1256	311	307	327	473	531	1.095,20	438,08	0,472	531	1191	0,24
14	Pasto	1331	828	875	382	1066	785	985,70	394,28	0,472	521	1379	0,34
15	Pereira	874	320	357	263	548	213	1.642,90	657,16	0,472	268	809	0,20
16	Popayán	1114	609	656	140	847	566	933,30	373,32	0,472	265	1162	0,31
17	Quibdó	670	715	683	558	860	235	768,60	307,44	0,438	606	604	0,11
18	Riohacha	366	857	757	1062	877	815	823,80	329,52	0,438	1459	487	0,21
19	Sincelejo	845	762	656	837	882	640	1.423,80	569,52	0,438	966	652	0,20
20	Santa marta	100	948	848	1145	968	896	1.752,40	700,96	0,438	1266	181	0,30
21	Tunja	1054	135	207	312	398	178	1.042,90	417,16	0,472	660	989	0,26
22	Valledupar	459	779	423	784	616	694	1.095,20	438,08	0,438	1048	428	0,28
23	Villavicencio	1103	122	285	327	332	247	1.204,80	481,92	0,472	632	1038	0,22
24	Arauca	992	1085	624	1055	919	900	876,20	350,48	0,455	1135	1074	0,06
25	Mocoa	1193	704	619	405	761	852	768,60	307,44	0,472	632	1242	0,08
26	Yopal	1042	288	368	798	565	396	985,70	394,28	0,472	846	1015	0,09

*Cada valor original nas entradas dessas colunas está multiplicado por 10^{-3} . Fonte: autora.

respectivamente. Por fim, a última coluna representa a demanda das cidades com loja instalada (Alternativas 1–6) e sem loja instalada (Alternativas 7–26).

Os custos são expressos em milhões de pesos colombianos (COP), as distâncias em quilômetros e a demanda em toneladas. A demanda de cada cidade com loja instalada foi fornecida pela empresa. Define-se a capacidade do centro de distribuição igual à 2,80 toneladas. O custo de transportar uma tonelada por quilômetro entre qualquer cidade é de 337 COP, valor estimado com base nas informações encontradas nos *sites* das empresas de transporte de carga terrestre mais conhecidas na Colômbia. Entre o porto marítimo e as cidades, o custo de transporte varia com um adicional entre 30-50% sobre os 337 COP, devido a custos extras como manuseio, espera na alfândega, carga e descarga de mercadoria e devolução do contêiner.

Para estudar a seleção de novas lojas, foram definidos três cenários, dois deles mudando o incentivo econômico por nova demanda atendida. Assim, foi possível viabilizar a abertura de novas lojas. Para a origem de Buenaventura foi considerado sem incentivo, 0 COP, e com incentivos 2.200 e 2.750 COP. Enquanto que para a origem Cartagena foi considerado sem incentivo, 0 COP, e com incentivos 2.300 e 3.515 COP. Tais valores foram escolhidos mediante uma sequência de testes preliminares. Além disso, o orçamento total da empresa é 5 milhões COP.

Nos dois métodos de resolução, as demandas das cidades alternativas de 1–6 são conhecidas a priori e as demandas das cidades alternativas de 7–26 foram estimadas utilizando dados da população de cada cidade, importações de bicicletas do país e porcentagem de participação da empresa no país.

Resultados por modelagem matemática

Os resultados para cada um dos cenários (coluna “Cenários”) são apresentados na Tabela 4.4, que contém o incentivo R , as origens (coluna “Porto de origem”), as cidades onde os CDs foram alocados (coluna “CDs”), as lojas atendidas por cada CD (coluna “Lojas designadas”), destacando em **negrito** as novas lojas alocadas e, finalmente, o custo total. Na sequência são detalhados os resultados para cada cenário:

Cenário 1

O primeiro cenário utiliza um incentivo de $R = 0$, portanto, considera-se que é o cenário atual da empresa com 6 lojas instaladas. A Tabela 4.4 apresenta a alocação dos CDs e a designação das lojas instaladas para cada porto de origem. Para a origem no porto de Buenaventura o modelo alocou um CD na cidade de Popayán e designou as lojas de Barranquilla, Bucaramanga, Cali e Cúcuta para ser atendidas por ele. No mesmo origem alocou mais um CD na cidade de Quibdó, e designou as lojas de Bogotá e Medellín para ser atendidas por esse centro.

Quando muda a origem, muda um pouco a solução. Usando o porto de Cartagena também aloca-se um

CD em Quibdó e designa as mesmas lojas nele, todavia o segundo CD é alocado na cidade de Valledupar, que atende as lojas de Barranquilla, Bucaramanga, Cali e Cúcuta. O custo total para a origem de Buenaventura foi de 3.833,84 e para a origem em Cartagena de 4.182,94.

Cenário 2

O segundo cenário utiliza um incentivo de $R = 2.200$ para a origem em Buenaventura e $R = 2.300$ para a origem em Cartagena. Pode-se ver na Tabela 4.4 que para as duas origens se alocaram três CDs e cinco novas lojas, assim como foram designadas as lojas instaladas e novas para cada CD. Para a origem no porto de Buenaventura o modelo alocou três CDs, um na cidade de Popayán e designou as lojas instaladas de Cali e Cúcuta, também, foram designadas nesse CD as novas lojas alocadas nas cidades de Montería, Pasto e na mesma Popayán. Outro CD foi alocado na cidade de Quibdó, e designou as lojas de Barranquilla, Medellín e uma nova loja alocada em Valledupar. O terceiro CD foi alocado na cidade de Tunja, e para ele foram designadas uma nova loja alocada na mesma cidade, e as lojas de Bogotá e Bucaramanga. O custo total foi de 3.733,22.

Usando como origem o porto de Cartagena, também foram alocados três CDs e cinco novas lojas. Para o CD alocado em Quibdó se designaram as lojas de Cali e Medellín, e as novas lojas em Pasto e Popayán. Para o CD alocado em Riohacha, foram designadas as lojas de Barranquilla e Cúcuta, junto com as novas lojas alocadas em Montería e Riohacha. Finalmente, no CD alocado em Valledupar, se designaram as lojas de Bogotá, Bucaramanga e a nova loja alocada na mesma Valledupar. O custo total foi de 4.053,99.

Cenário 3

O cenário 3 utiliza o incentivo de $R = 2.750$ para a origem em Buenaventura e $R = 3.515$ para a origem em Cartagena. Na Tabela 4.4 observamos que para as duas origens se alocaram três CDs e seis novas lojas, assim como foram designadas as lojas instaladas e novas para cada CD. Para a origem de Buenaventura se alocou um CD em Popayán e se designaram as lojas de Bucaramanga, Cali e as novas lojas alocadas em Pasto, Popayán e Tunja. O CD alocado em Quibdó atende as lojas as Barranquilla, Medellín e as novas lojas alocadas em Montería, Riohacha e Valledupar. Para o CD alocado em Mocoa se designaram as lojas de Bogotá e Cúcuta. O custo total foi de 2.864,05.

Usando a origem em Cartagena, se alocou um CD em Popayán e se designaram as lojas de Cali e as novas lojas alocadas em Pasto, Popayán e Tunja. Para o CD alocado em Quibdó se designaram as lojas de Bogotá e Medellín. Finalmente, para o CD alocado em Riohacha se designaram as lojas de Bucaramanga, Cúcuta e as novas lojas alocadas em Montería, Riohacha e Valledupar. O custo total foi de 2.193,80.

Ao comparar os Cenários 2 e 3 fica evidente que ambos apresentam uma maior complexidade em termos

Tabela 4.4: Resultados para a alocação de CDs por programação matemática

Cenário	Porto de origem	CDs	Lojas designadas	Custo total
1) R = 0	Buenaventura	Popayán	Barranquilla, Bucaramanga, Cali, Cúcuta	3.833,84
		Quibdó	Bogotá, Medellín	
	Cartagena	Quibdó	Bogotá, Medellín	4.182,94
		Valledupar	Barranquilla, Bucaramanga, Cali, Cúcuta	
2) R = 2.200	Buenaventura	Popayán	Cali, Cúcuta, Montería, Pasto, Popayán	3.733,22
		Quibdó	Barranquilla, Medellín, Valledupar	
		Tunja	Bogotá, Bucaramanga, Tunja	
2) R = 2.300	Cartagena	Quibdó	Cali, Medellín, Pasto, Popayán	4.053,99
		Riohacha	Barranquilla, Cúcuta, Montería, Riohacha	
		Valledupar	Bogotá, Bucaramanga, Valledupar	
3) R = 2.750	Buenaventura	Popayán	Bucaramanga, Cali, Pasto, Popayán, Tunja	2.864,05
		Quibdó	Barranquilla, Medellín, Montería, Riohacha, Valledupar	
		Mocoa	Bogotá, Cúcuta	
3) R = 3.515	Cartagena	Popayán	Cali, Pasto, Popayán, Tunja	2.193,80
		Quibdó	Bogotá, Medellín	
		Riohacha	Bucaramanga, Cúcuta, Montería, Riohacha, Valledupar	

Fonte: autora.

de alocação de CDs e designação de lojas em relação ao Cenário 1. Observa-se que a cidade de Popayán foi consistentemente escolhida para a alocação de um CD em todos os cenários, o que demonstra uma centralidade estratégica desta cidade no sistema logístico, independentemente da origem considerada. Além disso, Quibdó também aparece como um CD alocado em ambos os cenários para as duas origens, sugerindo uma importância geográfica na conectividade com outras lojas, apesar das variações no incentivo econômico.

No entanto, há uma variação na escolha das novas lojas entre os cenários, especialmente no Cenário 3, no qual cidades como Tunja, Mocoa, Montería, e Riohacha são selecionadas com maior frequência, refletindo uma resposta direta ao aumento do incentivo econômico. Esse comportamento indica que o modelo matemático ajusta a alocação dos CDs e a designação das lojas de acordo com as variáveis de custo e demanda, aproveitando as oportunidades de expansão proporcionadas por aqueles incentivos.

Em relação aos custos totais, notamos que o Cenário 3, com os maiores incentivos (2.750 para Buenaventura e 3.515 para Cartagena), apresenta os menores custos totais, especialmente com origem em Cartagena, para a qual o custo foi significativamente reduzido para 2.193,80. Isso sugere que a abertura de novos CDs e de novas lojas em locais estratégicos, como Riohacha e Mocoa, otimiza a logística geral, mesmo que mais CDs sejam alocados. A análise também revela que a distância desempenha um papel crucial, com cidades mais próximas dos portos sendo escolhidas para novas lojas, enquanto o incentivo econômico estimula a exploração de localidades adicionais, maximizando a cobertura de mercado e minimizando os custos operacionais.

Resultados por métodos multicritério

Os resultados para cada um dos cenários são apresentados nas Tabelas 4.5–4.7. As tabelas seguem a mesma estrutura, descrevendo inicialmente as origens junto e o nome das cidades onde os CDs foram fixados na primeira iteração (coluna “Porto de origem”), as cidades onde os CDs foram alocados (coluna “CDs”), as lojas atendidas por cada CD (coluna “Lojas designadas”) destacando em **negrito** as novas lojas instaladas e, finalmente, o custo total. Para o primeiro cenário é descrita de forma detalhada os resultados de cada passo. Na sequência são detalhados os resultados de cada cenário.

Cenário 1

Os resultados do cenário atual do estudo de caso são apresentados na Tabela 4.5. Observa-se que para os dois portos de origem foram fixados 3 CDs na primeira iteração, resultando na alocação de 3 CDs para atender as 6 lojas. Considerando o porto de Buenaventura como porto de origem, as cidades de Bogotá, Medellín e Cali foram selecionadas para a fixação inicial de um CD, sendo testadas separadamente nas seguintes iterações. Inicialmente, fixando o CD em Bogotá, as lojas nas cidades de Bogotá, Cúcuta e Barranquilla foram designadas para esse CD. O CD alocado em Cali teve as lojas da própria cidade de Cali e de Medellín designada para sua operação. Adicionalmente, um CD foi alocado em Bucaramanga e foi designada sua própria loja, o custo total desta alocação foi de 7.223,48. Na sequência, ao fixar o CD em Medellín, foram designadas as lojas de Medellín, Cúcuta e Barranquilla. Posteriormente, um CD foi alocado em Valledupar, foram designadas as lojas de Bucaramanga e Cali, enquanto um terceiro CD foi alocado em Manizales com a loja designada de Bogotá, o custo total foi de 7.207,61. Por fim, ao fixar o CD em Cali, foram designadas as lojas em Cali, Cúcuta e Medellín. No CD alocado em Bucaramanga se designaram as lojas da própria cidade de Bucaramanga e de Barranquilla. Finalmente, um CD foi alocado em Bogotá designado para atender sua própria loja, o custo total dessa alocação foi de 7.179,13.

Quando o porto de Cartagena foi considerado como porto de origem, as cidades Bogotá, Medellín e Cartagena foram selecionadas para a fixação inicial de um CD. Fixando o CD em Bogotá, as lojas de Bogotá, Cúcuta e Barranquilla foram designadas para esse CD. No CD alocado em Cartagena se designaram as lojas de Bucaramanga e Medellín, enquanto ao CD em Valledupar, foi designado a loja de Cali, resultando em um custo total de 7.649,18. Fixando o CD em Medellín, as lojas de lojas Medellín, Cúcuta e Barranquilla foram designadas para ele. No CD alocado em Cartagena se designaram as lojas de Bucaramanga e Cali, enquanto ao CD alocado em Valledupar foi designado a loja de Bogotá, o custo total foi de 7.730,97. Finalmente, ao fixar o CD em Cartagena, as lojas de Barranquilla, Cúcuta, Bucaramanga e Cali foram designadas para esse CD. No CD alocado em Medellín se designaram as lojas de Medellín e Bogotá, resultando em um custo total de 6.272,83.

Tabela 4.5: Resultados do Cenário 1 na alocação de CDs

Porto origem	CDs	Lojas designadas	Custo total
Buenaventura 1° CD FIXO EM BOGOTÁ	Bogotá	Bogotá, Cúcuta, Barranquilla	7.223,48
	Cali	Cali, Medellín	
	Bucaramanga	Bucaramanga	
Buenaventura 1° CD FIXO EM MEDELLÍN	Medellín	Medellín, Cúcuta, Barranquilla	7.207,61
	Valledupar	Bucaramanga, Cali	
	Manizales	Bogotá	
Buenaventura 1° CD FIXO EM CALI	Cali	Cali, Cúcuta, Medellín	7.179,13
	Bucaramanga	Bucaramanga, Barranquilla	
	Bogotá	Bogotá	
Cartagena 1° CD FIXO EM BOGOTÁ	Bogotá	Bogotá, Cúcuta, Barranquilla	7.649,18
	Cartagena	Bucaramanga, Medellín	
	Valledupar	Cali	
Cartagena 1° CD FIXO EM MEDELLÍN	Medellín	Medellín, Cúcuta, Barranquilla	7.730,97
	Cartagena	Bucaramanga, Cali	
	Valledupar	Bogotá	
Cartagena 1° CD FIXO EM CARTAGENA	Cartagena	Barranquilla, Cúcuta, Bucaramanga, Cali	6.272,83
	Medellín	Medellín, Bogotá	

Fonte: autora.

Cenário 2

Os resultados do Cenário 2 são apresentados na Tabela 4.6. Observa-se que, para os dois portos de origem foram fixados 3 CDs na primeira iteração, resultando na alocação de 3 CDs para atender as 11 lojas. Considerando o porto de Buenaventura como porto de origem, e fixando o CD em Bogotá na primeira iteração, foram designadas as lojas de Bogotá, Popayán, Cúcuta e Santa Marta. Um CD adicional foi alocado em Cali e se designaram as lojas em Cali, Pasto, Monteria, Barranquilla e Cartagena para serem atendidas. Outro CD foi alocado em Bucaramanga, designando sua própria loja e a de Medellín, o custo total desta alocação foi de 8.281,54. Fixando o CD em Medellín na primeira iteração, foram designadas as lojas de Medellín, Popayán, Monteria, Pasto e Santa Marta. Um CD adicional foi alocado em Bogotá, ao qual foram designadas as lojas de Bogotá, Cúcuta e Barranquilla. Para o CD alocado em Bucaramanga, se designaram as lojas de Bucaramanga, Cartagena e Cali, resultando em um custo total de 8.638,36. Finalmente, fixando um CD em Cali, foram designadas as lojas de Cali, Popayán, Pasto, Santa Marta e Cúcuta. Um CD foi alocado em Bogotá, e se designaram as lojas de Bogotá e Bucaramanga. Por fim, foi alocado um CD em Medellín, ao qual foram designadas as lojas de Medellín, Monteria, Cartagena e Barranquilla, o custo total foi de 8.677,78.

Quando o porto de Cartagena foi considerado como porto de origem, as cidades Bogotá, Medellín e Cartagena foram selecionadas para a fixação inicial de um CD. Fixando o CD em Bogotá, designando as lojas de Bogotá, Popayán, Cúcuta e Santa Marta. Em seguida, foram alocados dois CDs adicionais: um em

Cartagena, designando as lojas de Cartagena, Barranquilla, Monteria, Pasto e Bucaramanga; e outro CD em Valledupar e se designaram as lojas em Medellín e Cali, o custo total dessa alocação foi de 8.190,15. Para o CD fixado em Medellín, foram designadas as lojas de Medellín, Popayán, Monteria, Pasto e Santa Marta. Um CD foi alocado em Cartagena, ao qual foram designadas as lojas de Cartagena, Barranquilla, Cúcuta e Bucaramanga, enquanto o CD em Valledupar foram designadas as lojas de Cali e Bogotá, resultando em um custo total de 8.184,58. Finalmente, ao fixar um CD em Cartagena, foram designadas as lojas de Cartagena, Santa Marta, Barranquilla, Monteria, Cúcuta, Popayán e Pasto. Um CD adicional foi alocado em Medellín e se designaram as lojas de Medellín e Bucaramanga. Por fim, mais um CD foi alocado em Valledupar, ao qual foram designadas as lojas de Cali e Bogotá, o custo total foi de 7.981,24.

Tabela 4.6: Resultados do Cenário 2 na alocação de CDs

Porto origem	CDs	Lojas designadas	Custo total
Buenaventura 1° CD FIXO EM BOGOTÁ	Bogotá	Bogotá, Popayán, Cúcuta, Santa Marta	8.281,54
	Cali	Cali, Pasto, Montería, Barranquilla, Cartagena	
	Bucaramanga	Bucaramanga, Medellín	
Buenaventura 1° CD FIXO EM MEDELLÍN	Medellín	Medellín, Popayán, Montería, Pasto, Santa Marta	8.638,36
	Bogotá	Bogotá, Cúcuta, Barranquilla	
	Bucaramanga	Bucaramanga, Cartagena, Cali	
Buenaventura 1° CD FIXO EM CALI	Cali	Cali, Popayán, Pasto, Santa Marta, Cúcuta	8.677,78
	Bogotá	Bogotá, Bucaramanga	
	Medellín	Medellín, Montería, Cartagena, Barranquilla	
Cartagena 1° CD FIXO EM BOGOTÁ	Bogotá	Bogotá, Popayán, Cúcuta, Santa Marta	8.190,15
	Cartagena	Cartagena, Barranquilla, Montería, Pasto, Bucaramanga	
	Valledupar	Medellín, Cali	
Cartagena 1° CD FIXO EM MEDELLÍN	Medellín	Medellín, Popayán, Montería, Pasto, Santa Marta	8.184,58
	Cartagena	Cartagena, Barranquilla, Cúcuta, Bucaramanga	
	Valledupar	Cali, Bogotá	
Cartagena 1° CD FIXO EM CARTAGENA	Cartagena	Cartagena, Santa Marta, Barranquilla, Montería, Cúcuta, Popayán, Pasto	7.981,24
	Medellín	Medellín, Bucaramanga	
	Valledupar	Cali, Bogotá	

Fonte: autora.

Cenário 3

Os resultados do Cenário 3 são apresentados na Tabela 4.7. Observa-se que, para os dois portos de origem foram fixados 3 CDs na primeira iteração. No final, foram alocados 3 CDs para atender as 12 lojas quando um CD inicial é alocado em Bogotá e Medellín, e 4 CDs quando o CD foi fixado em Cartagena. Considerando o porto de Buenaventura como porto de origem, e fixando o CD em Bogotá na primeira iteração, foram designadas as lojas de Bogotá, Ibagué, Popayán e Cúcuta. Em seguida, foi alocado um CD em Cali e se designaram as lojas de Cali, Pasto, Santa Marta, Monteria e Barranquilla. Outro CD foi alocado em Bucaramanga, ao qual foram designadas as lojas de Bucaramanga, Cartagena e Medellín, resultando em um custo total de 8.414,89. Fixando o CD em Medellín na primeira iteração, foram designadas as lojas

de Medellín, Ibagué, Popayán, Monteria, Pasto e Santa Marta. Um CD adicional foi alocado em Bogotá e se designaram as lojas de Bogotá, Cúcuta e Barranquilla. Para o CD alocado em Bucaramanga foram designadas lojas de própria Bucaramanga, de Cartagena e Cali, com um custo total de 8.734,12. Para o CD fixado em Cali, foram designadas as lojas de Cali, Popayán, Ibagué, Pasto, Santa Marta e Cúcuta. Um CD foi alocado em Bogotá e se designaram as lojas de Bogotá e Bucaramanga. Por fim, se alocou mais um CD em Medellín ao qual foram designaram as lojas em Medellín, Monteria, Cartagena e Barranquilla, resultando em um custo total de 8.715,02.

Quando o porto de Cartagena foi considerado como porto de origem, as cidades Bogotá, Medellín e Cartagena foram selecionadas para a fixação inicial de um CD. Fixando o CD em Bogotá, foram designadas as lojas de Bogotá, Ibagué, Popayán e Cúcuta. Em seguida, foi alocado um CD na cidade de Cartagena, ao qual foram designadas as lojas de Cartagena, Santa Marta, Barranquilla, Monteria, Pasto e Bucaramanga. Outro CD foi alocado em Valledupar e se designaram as lojas em Medellín e Cali, resultando em um custo total de 8.122,03. Para o CD fixado em Medellín se designaram as lojas de Medellín, Ibagué, Popayán, Monteria, Pasto e Santa Marta. No CD alocado em Cartagena, foram designadas as lojas de Cartagena, Barranquilla, Cúcuta e Bucaramanga. Outro CD foi alocado em Valledupar, ao qual foram designadas as lojas de Cali e Bogotá, com um custo total de 8.263,37. Finalmente, ao fixar o CD em Cartagena, foram designadas as lojas de Cartagena, Santa Marta, Barranquilla, Monteria, Ibagué, Cúcuta e Popayán. Um CD adicional foi alocado em Bogotá e se designaram as lojas da própria Bogotá e de Pasto. Outro CD foi alocado em Bucaramanga com as lojas de Bucaramanga e Medellín designadas a esse CD. Por fim, foi alocado um CD em Armenia, designado para a loja de Cali, resultando em um custo total de 9.809,01.

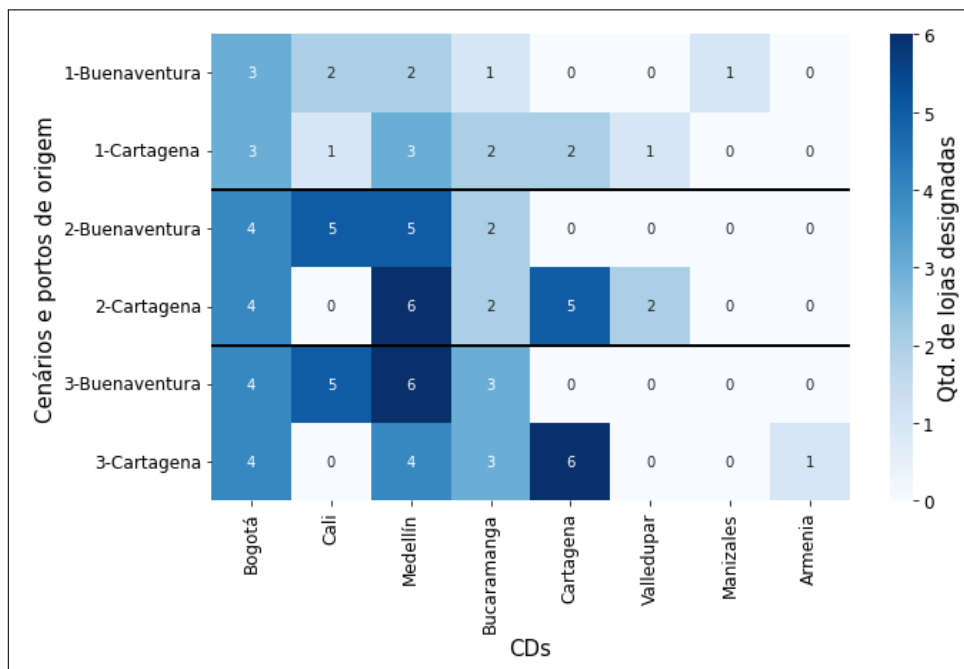
Tabela 4.7: Resultados do Cenário 3 na alocação de CDs

Porto origem	CDs	Lojas designadas	Custo total
Buenaventura 1º CD FIXO EM BOGOTÁ	Bogotá	Bogotá, Ibagué, Popayán, Cúcuta	8.414,89
	Cali	Cali, Pasto, Santa Marta, Montería, Barranquilla	
	Bucaramanga	Bucaramanga, Cartagena, Medellín	
Buenaventura 1º CD FIXO EM MEDELLÍN	Medellín	Medellín, Ibagué, Popayán, Montería, Pasto, Santa Marta	8.734,12
	Bogotá	Bogotá, Cúcuta, Barranquilla	
	Bucaramanga	Bucaramanga, Cartagena, Cali	
Buenaventura 1º CD FIXO EM CALI	Cali	Cali, Popayán, Ibagué, Pasto, Santa Marta, Cúcuta	8.715,02
	Bogotá	Bogotá, Bucaramanga	
	Medellín	Medellín, Montería, Cartagena, Barranquilla	
Cartagena 1º CD FIXO EM BOGOTÁ	Bogotá	Bogotá, Ibagué, Popayán, Cúcuta	8.122,03
	Cartagena	Cartagena, Santa Marta, Barranquilla, Montería, Pasto, Bucaramanga	
	Valledupar	Medellín, Cali	
Cartagena 1º CD FIXO EM MEDELLÍN	Medellín	Medellín, Ibagué, Popayán, Montería, Pasto, Santa Marta	8.263,37
	Cartagena	Cartagena, Barranquilla, Cúcuta, Bucaramanga	
	Valledupar	Cali, Bogotá	
Cartagena 1º CD FIXO EM CARTAGENA	Cartagena	Cartagena, Santa Marta, Barranquilla, Montería, Ibagué, Cúcuta, Popayán	9.809,01
	Bogotá	Bogotá, Pasto	
	Bucaramanga	Bucaramanga, Medellín	
	Armenia	Cali	

Fonte: autora.

O gráfico de calor apresentado na Figura 4.2 permite identificar tendências e variações nas alocações de CDs e nas designações de lojas ao longo dos cenários, considerando os dois portos de origem (Buenaventura e Cartagena) para análise e interpretação das decisões tomadas durante o processo.

Figura 4.2: Resultados para a alocação de CDs por métodos multicritério



Fonte: autora.

No eixo horizontal são listados os CDs alocados nos cenários, incluindo cidades como Bogotá, Cali, Medellín, entre outras, enquanto cada linha do eixo vertical representa uma combinação específica de cenário e porto de origem, por exemplo, “1-Buenaventura” se refere ao primeiro cenário com o porto de origem em Buenaventura. Note que por meio de duas linhas horizontais são separados visualmente os três cenários analisados. A intensidade da cor em cada célula varia de acordo com o número de lojas designadas a cada CD: tons mais escuros indicam maior quantidade de lojas atribuídas, enquanto tons mais claros indicam o contrário. A barra lateral à direita do gráfico indica a quantidade de lojas designadas, com valores que variam entre 0 e 6. Cada célula também contém um número que representa a quantidade exata de lojas atribuídas a um CD específico naquele cenário, o que fornece uma visão quantitativa que ajuda a identificar a intensidade das designações.

No gráfico é possível inferir tendências de alocação. Cidades como Bogotá e Medellín foram consistentemente escolhidas como locais para alocação de CDs em todos os cenários, recebendo um número significativo de lojas. Isso pode indicar uma vantagem estratégica dessas localizações devido à sua posição geográfica, infraestrutura ou demanda de mercado, que as tornam preferíveis nas operações de distribuição. Por outro lado, cidades como Cali e Bucaramanga, além de ser escolhidas com frequência, mostram variações mais significativas entre os cenários, sugerindo uma maior sensibilidade a critérios específicos, como

a proximidade das lojas ou consideração dos custos logísticos.

Ao comparar os dois portos de origem, observa-se que Cartagena tende a concentrar a alocação de CDs em cidades próximas, como em Medellín e a própria Cartagena, especialmente no segundo cenário, o que pode sugerir que a proximidade influencia a decisão, favorecendo as operações de distribuição quando considerados os custos de transporte entre o porto e o CD. Em contraste, Buenaventura apresenta uma distribuição mais equilibrada na alocação dos centros, pois múltiplos CDs recebem número considerável de lojas, o que reflete uma estratégia logística na capacidade de operar em diversos pontos geográficos. As tendências e variações observadas, especialmente em relação à influência dos portos de origem e à distribuição geográfica dos CDs, revelam a complexidade e a importância das escolhas estratégicas na gestão da cadeia de suprimentos.

Finalizados os experimentos computacionais dos dois métodos de apoio à decisão de alocação de centro de distribuição, é possível comparar os resultados. O capítulo seguinte contém comentários gerais sobre as soluções obtidas, uma comparação entre elas, e a análise das diferenças entre as soluções para as duas abordagens adotadas nesse trabalho.

CAPÍTULO 5

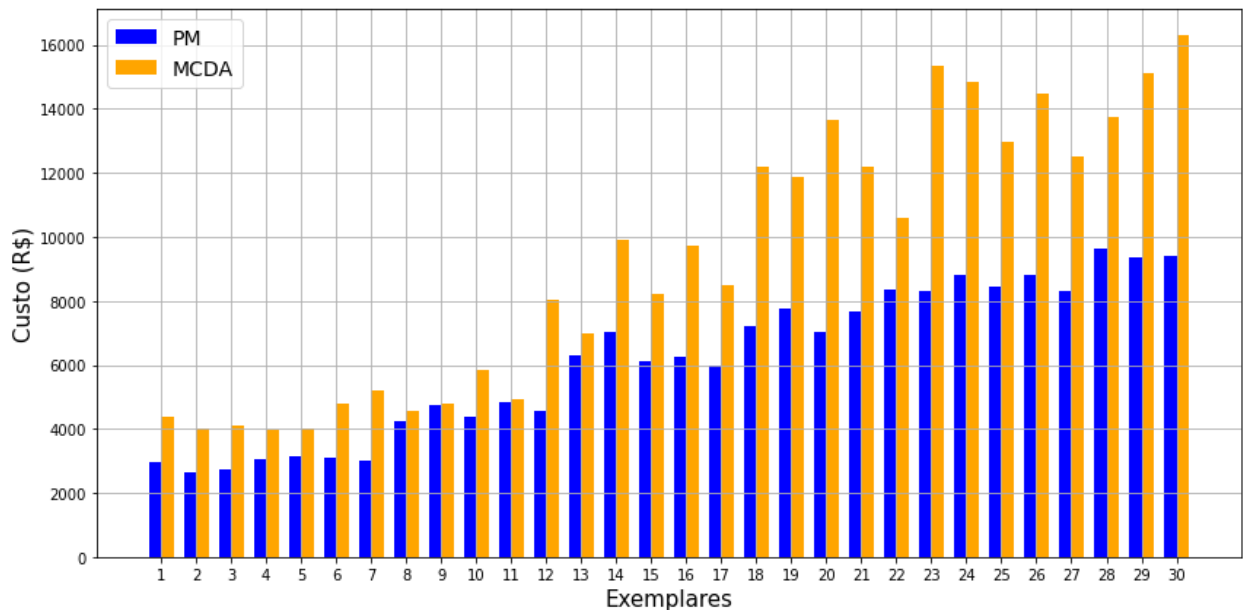
Síntese dos resultados computacionais

Nos resultados obtidos para o problema de telemetria pelo modelo matemático, observa-se uma tendência linear de aumento dos custos à medida que a quantidade de locais aumenta, evidenciando que a otimização dos custos é um fator crítico na alocação dos módulos. Garantir a cobertura completa da área de cultivo, conforme as configurações de cada tipo de módulo, torna-se mais desafiador e requer uma seleção estratégica dos módulos que equilibre custo e capacidade de transmissão. Essa análise reforça a importância de considerar não apenas o número de locais, mas também as características dos módulos para alcançar soluções ótimas de alocação. No caso da resolução pelo método multicritério, também se observa que quando aumenta o número de locais, tende a aumentar o custo, porém os locais especiais também influenciam os resultados, já que um número maior de locais especiais pode precisar de módulos com melhores configurações e, portanto, com maior custo.

Os resultados obtidos para o problema de telemetria, utilizando os dois métodos de resolução propostos, apresentam comportamentos semelhantes à medida que a quantidade de locais aumenta. Contudo, ao comparar cada exemplar do mesmo tamanho, observa-se que os custos resultantes pelo método multicritério são consistentemente superiores, como demonstrado na Figura 5.1. No eixo horizontal, estão representados os números de identificação de cada exemplar, e no eixo vertical são exibidos os custos correspondentes a cada exemplar. As barras azuis indicam os custos obtidos pelo modelo matemático (PM) e as barras laranjas representam os custos resultantes dos métodos multicritério (MCDA), evidenciando a diferença de custos entre os dois métodos.

Nos exemplares de menor tamanho, a diferença de custo foi pouco expressiva, com apenas um aumento nos custos por multicritério de 7,29%, 0,63% e 1,76% para os exemplares 8, 9 e 11, respectivamente. Isso

Figura 5.1: Comparação dos custos pelo modelo matemático e método multicritério para telemetria



Fonte: autora.

pode ocorrer devido à distribuição dos locais no cultivo, que influencia diretamente a alocação dos módulos. Exemplos que possuem a maioria dos locais mais próximos da central podem demandar módulos de menor alcance de transmissão, o que potencialmente reduziria a diferença entre os custos dos dois métodos de resolução aplicados. Contudo, em exemplares de maior tamanho, a diferença de custo torna-se consideravelmente mais pronunciada, com aumentos nos custos por multicritério variando entre 42% e 93%, exceto no Exemplar 22, onde o aumento foi de 27,11%.

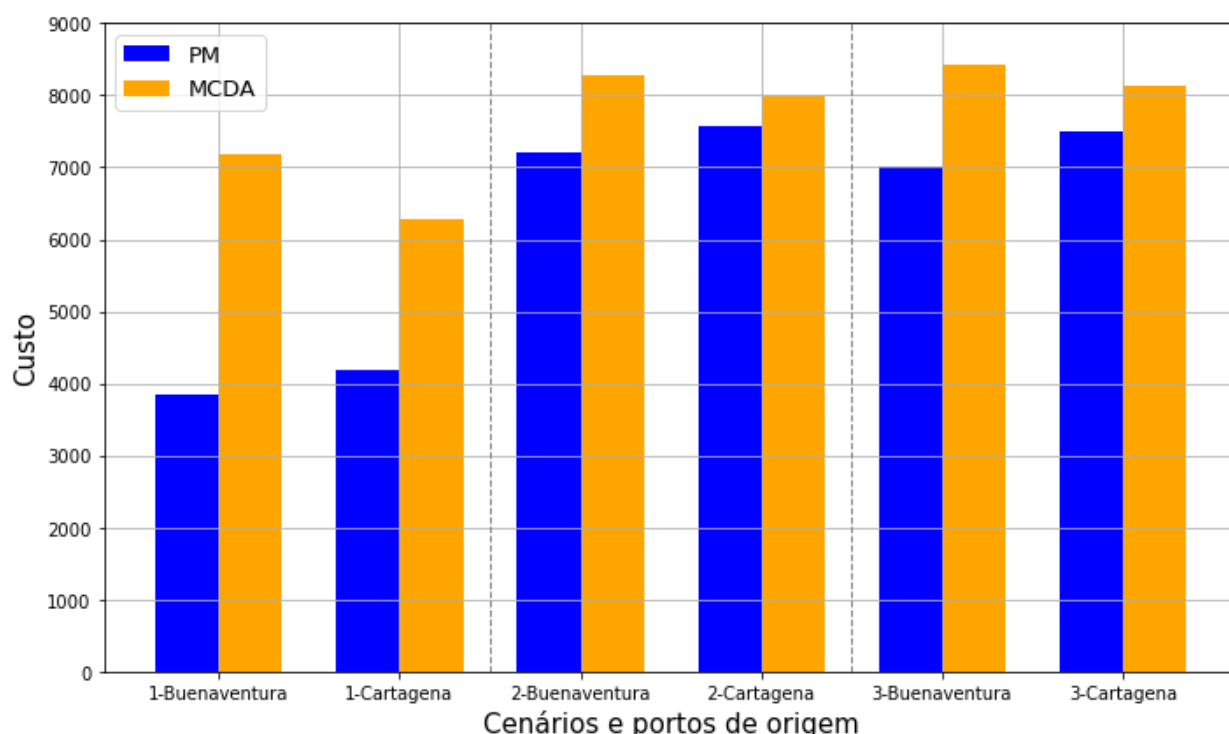
A razão para essa diferença de custos pode estar relacionada à possibilidade, presente na modelagem matemática, de os módulos transmitirem e receberem sinais de outros módulos. Isso ocorre porque locais distantes da central podem transmitir para outro local mais próximo, eliminando a necessidade de alocar um módulo com alcance suficiente para transmitir diretamente até a central. É importante notar que módulos com maior alcance geralmente possuem um custo elevado. Em contrapartida, no método multicritério, os módulos só podem transmitir diretamente para a central, o que pode justificar os custos mais elevados observados.

O resultados encontrados para o problema de alocação de CDs pelo modelo matemático apresentaram soluções ótimas em todos os exemplares. Quando não existe incentivo econômico para atender novas demandas o modelo aloca 2 CDs para atender as 6 lojas instaladas, portanto consegue resolver o estudo de caso. Quando o incentivo aumenta, se aloca mais um CD para atender até 12 lojas no total. Observa-se que as cidades como Popayán e Quibdó foram as mais utilizadas para alocar um CD nos diferentes cenários. Com respeito aos resultados pelo método multicritério, o TOPSIS se mostrou um apoio robusto na tomada de decisão, ao sugerir alternativas baseadas em múltiplos critérios de avaliação. No entanto, a decisão final

sobre a alocação dos CDs integrou uma análise ampla das considerações logísticas e práticas, como custos de alocação e transporte, isto permitiu encontrar diferentes soluções que podem fornecer ao decisor mais possibilidades para atender necessidades específicas da distribuição. No total, para cada cenário foram fornecidas 3 soluções diferentes para cada porto de origem, alocando na maioria das vezes 3 CDs para atender as lojas, e no cenário 3 até 4 CDs. Neste método, as cidades mais utilizadas para alocar os CDs foram Bogotá, Medellín e Cali.

Os resultados obtidos para o problema de alocação de CDs pelo modelo matemático e pelo método multicritério diferem em vários aspectos quando comparados sob as mesmas condições, isto é, desconsiderando o incentivo econômico dos resultados do modelo matemático. A Figura 5.2 compara os menores custos encontrados pelo modelo matemático e pelo método multicritério, para cada cenário e porto de origem. O eixo vertical exibe os custos resultantes em cada cenário nas duas origens e o eixo horizontal integra o cenário e porto de origem. As barras azuis indicam os custos obtidos pelo modelo matemático (PM) e as barras laranjas representam os custos resultantes dos métodos multicritério (MCDA). Esta comparação é viável devido à consistência na quantidade de lojas consideradas em ambos métodos: o Cenário 1 utiliza 6 lojas, o Cenário 2 utiliza 11 lojas e o Cenário 3 utiliza 12 lojas.

Figura 5.2: Comparação dos custos pelos modelo matemático e método multicritério para alocação de CDs



Fonte: autora.

Como ilustrado na figura, em todos os cenários e portos de origem, o custo resultante da resolução pelos métodos multicritério é maior em comparação com o custo da resolução pelo modelo matemático.

Em termos percentuais, o aumento nos custos dos métodos multicritério variou entre 5,39% e 87,62% nos diferentes cenários, sendo o maior aumento observado no Cenário 1 e o menor no Cenário 3. Essa diferença pode ser atribuída pelo nível de incentivo econômico por atendimento por nova demanda e pelas cidades escolhidas pelos métodos multicritério para alocar os CDs. As escolhas recaíram predominantemente sobre grandes cidades do país, devido ao uso de uma matriz de decisão que considera critérios econômicos, políticos, de acessibilidade e ambientais. No ranking TOPSIS, as cidades com maior contribuição nesses critérios sempre surgiram como as melhores alternativas; no entanto, as principais cidades do país também apresentam maiores custos de alocação e transporte. Por outro lado, o modelo matemático não considera esses critérios avaliados pelo método multicritério, focando exclusivamente na minimização dos custos de alocação e transporte.

Outro fator que contribui para a diferença nos custos é a quantidade de CDs que o método multicritério precisou alocar. Conforme observado nas Tabelas 4.5–4.7, nos Cenários 1 e 2 foram alocados 3 CDs para atender às lojas, e no Cenário 3, foram necessários até 4 CDs para atender as 12 lojas. Já no caso do modelo matemático, no Cenário 1 foram alocados 2 CDs, e nos Cenários 2 e 3 foram alocados 3 CDs (veja a Tabela 4.4). Isso ocorre porque o modelo matemático otimiza a designação das lojas aos CDs, geralmente utilizando a totalidade da capacidade dos CDs.

Conclusões

O presente trabalho teve como objetivo central realizar um estudo de problemas de alocação de facilidades, utilizando técnicas de programação matemática e métodos de decisão multicritério. Dois problemas práticos foram abordados: a designação de módulos transmissores-receptores para telemetria em cultivos agrícolas e a alocação de centros de distribuição para uma empresa colombiana do setor de bicicletas. As diferentes abordagens permitiram explorar a eficácia de cada método e avaliar suas implicações práticas em termos de custo, eficiência e adequação às necessidades específicas dos cenários analisados.

Para o problema de telemetria, os resultados obtidos com o modelo matemático mostraram uma clara tendência de aumento linear dos custos conforme o número de locais aumenta, evidenciando a importância da otimização de custos na alocação dos módulos. A resolução pelos métodos multicritério, por sua vez, apresentou custos superiores, especialmente em cenários de maior complexidade, devido à maior quantidade de locais especiais que demandam módulos com configurações avançadas e, conseqüentemente, de maior custo. Isso sugere que uma análise considerando múltiplos critérios pode oferecer uma perspectiva mais abrangente, porém a um custo operacional mais elevado.

No caso da alocação de centros de distribuição, o modelo matemático demonstrou eficácia ao propor soluções ótimas para todos os exemplares analisados, alocando os CDs de maneira a minimizar os custos totais de operação, considerando ainda variações no incentivo econômico. Cidades como Popayán e Quibdó se destacaram como escolhas frequentes para a alocação de CDs, evidenciando sua centralidade estratégica na rede logística. Por outro lado, apesar do método multicritério apresentar custos mais elevados, ele apresentou soluções que consideraram, por exemplo, aspectos econômicos, acessibilidade e impacto ambiental, que são muito relevantes na tomada de decisão. Essa abordagem resultou na alocação de CDs em grandes cidades como Bogotá, Medellín e Cali, que, apesar dos altos custos associados, oferecem vantagens estratégicas em termos de infraestrutura e conectividade.

Ao comparar as duas abordagens estudadas neste trabalho, nota-se que a escolha do método de resolução deve ser alinhada com os objetivos específicos do decisor, considerando se a prioridade é a otimização de recursos ou a integração de múltiplos critérios na tomada de decisão.

Propostas de trabalhos futuros poderiam envolver o estudo da modelagem de telemetria aplicada em cultivos considerando o caso multi-período, onde o monitoramento da região de plantio poderia ser realizada considerando um horizonte de planejamento conectado, a inclusão no modelo de dispositivos aéreos não tripulados, considerando roteamento de drones no monitoramento agrícola, assim como estudos híbridos de abordagem multicritério e heurísticas de solução.

Bibliografia

- Achary, T., Pillay, S., Pillai, S. M., Mqadi, M., Genders, E. and Ezugwu, A. E. (2021), 'A performance study of meta-heuristic approaches for quadratic assignment problem', *Concurrency and Computation: Practice and Experience* **33**(17), e6321.
- Arakaki, R. G. I. and Lorena, L. A. N. (2006), 'Uma heurística de localização-alocação (hla) para problemas de localização de facilidades', *Production* **16**, 319–328.
- Arenales, M. N., Armentano, V. A., Morabito Neto, R. and Yanasse, H. H. (2007), *Pesquisa operacional*, Elsevier, Rio de Janeiro.
- Azarmand, Z. and Neishabouri, E. (2009), Location allocation problem, in 'Facility location: concepts, models, algorithms and case studies', Springer, Berlin, pp. 93–109.
- Ballou, R. H. (2009), *Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos/Logística*, 5ª edn, Bookman, São Paulo.
- Bari, F. and Leung, V. (2007), Multi-attribute network selection by iterative topsis for heterogeneous wireless access, in '2007 4th IEEE Consumer Communications and Networking Conference', IEEE, Las Vegas, pp. 808–812.
- Bartholdi III, J. J. and Hackman, S. T. (2008), *Warehouse and distribution science*, Georgia Institute of Technology, Atlanta.
- Basuki, A. and Cahyani, A. D. (2017), 'Decision making of warehouse location selection using brown-gibson model', *Advanced Science Letters* **23**(12), 12381–12384.
- Bazaraa, M. S., Jarvis, J. J. and Sherali, H. D. (2011), *Linear programming and network flows*, John Wiley & Sons, New Jersey.

- Bentham, J. (1789), From an introduction to the principles of morals and legislation. printed in the year 1780, and now first published, in 'Literature and Philosophy in Nineteenth Century British Culture', Routledge, London, pp. 261–268.
- Borella, M. R. d. C. and da Silva, G. C. (2019), 'Estudo logístico para instalação de novo cd: abordagem didática de um caso real', *Revista Produção Online* **19**(3), 896–922.
- Brans, J.-P., Vincke, P. and Mareschal, B. (1986), 'How to select and how to rank projects: The promethee method', *European journal of operational research* **24**(2), 228–238.
- Brown, P. A. and Gibson, D. F. (1972), 'A quantified model for facility site selection-application to a multi-plant location problem', *AIIE transactions* **4**(1), 1–10.
- Castillo-Ruiz, F. J., Pérez-Ruiz, M., Blanco-Roldán, G. L., Gil-Ribes, J. A. and Agüera, J. (2015), 'Development of a telemetry and yield-mapping system of olive harvester', *Sensors* **15**(2), 4001–4018.
- Cavalcanti, A. J. F. N., Correia, F. P. and Brito, J. A. (2020), 'Validação de uma rede de sensores sem fio aplicada à fruticultura irrigada do vale do são francisco', *Brazilian Applied Science Review* **4**(5), 2763–2780.
- Çelen, A. (2014), 'Comparative analysis of normalization procedures in topsis method: with an application to turkish deposit banking market', *Informatica* **25**(2), 185–208.
- Chen, C.-T. (2001), 'A fuzzy approach to select the location of the distribution center', *Fuzzy sets and systems* **118**(1), 65–73.
- Church, R. and Velle, C. R. (1974), 'The maximal covering location problem', *Papers in regional science* **32**(1), 101–118.
- Cooper, L. (1963), 'Location-allocation problems', *Operations research* **11**(3), 331–343.
- Costa, M. B. B. (2014), Utilização de modelo de localização-alocação para identificação de zoneamento logístico integrado ao planejamento estratégico de transportes, PhD thesis, Tese Doutorado em Engenharia de Transportes, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Dantzig, G. B. (1963), *Linear programming and extensions*, Princeton University Press, Princeton.
- Dodge, J. M. (2011), 'Telemetría usando redes de datos de telefonía celular', *Ingeniare* **11**, 67–78.
- Emami, A., Hazrati, R., Delshad, M. M., Pouri, K., Khasraghi, A. S. and Chobar, A. P. (2024), 'A novel mathematical model for emergency transfer point and facility location', *Journal of Engineering Research* **12**(1), 182–191.

- Emeç, Ş. and Akkaya, G. (2019), 'A stochastic multi-criteria decision-making analysis for a warehouse location selection problem: a case study', *International Journal of Research-Granthaalayah* **7**(12), 133–143.
- Farahani, R. Z., SteadieSeifi, M. and Asgari, N. (2010), 'Multiple criteria facility location problems: A survey', *Applied mathematical modelling* **34**(7), 1689–1709.
- Fontana, M. E. and Nepomuceno, V. S. (2017), 'Multi-criteria approach for products classification and their storage location assignment', *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* **88**, 3205–3216.
- Forman, E. H. and Gass, S. I. (2001), 'The analytic hierarchy process—an exposition', *Operations research* **49**(4), 469–486.
- Gil, E., Arnó, J., Llorens, J., Sanz, R., Llop, J., Rosell-Polo, J. R., Gallart, M. and Escolà, A. (2014), 'Advanced technologies for the improvement of spray application techniques in spanish viticulture: An overview', *Sensors* **14**(1), 691–708.
- Gomes, L. F. A. M. and Gomes, C. F. S. (2014), *Tomada de Decisão Gerencial–Enfoque Multicritério*, 5ª edn, Atlas, São Paulo.
- Gonzalez, I. S., Yáñez, D., Grefa, J. L., Arza, M. and Gil-Docampo, M. (2020), 'Estimación del rendimiento del pasto mediante ndvi calculado a partir de imágenes multiespectrales de vehículos aéreos no tripulados (UAV)', *Revista Geoespacial* **17**(1), 25–38.
- Greco, S., Figueira, J. and Ehrgott, M. (2016), *Multiple criteria decision analysis*, Springer, New York.
- Guazzelli, C. S. and Cunha, C. B. d. (2015), 'Otimização multicritério para o problema de localização de centros de distribuição de uma empresa com unidade produtiva no polo industrial de manaus', *Gestão & Produção* **22**, 480–494.
- Guimarães, V. d. A. (2019), Localização-alocação de centros de integração logística considerando critérios econômicos e ambientais, PhD thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Hahn, P. M., Kim, B.-J., Guignard, M., Smith, J. M. and Zhu, Y.-R. (2008), 'An algorithm for the generalized quadratic assignment problem', *Computational Optimization and Applications* **40**, 351–372.
- Hajiaghahi-Keshteli, M. (2011), 'The allocation of customers to potential distribution centers in supply chain networks: Ga and aia approaches', *Applied Soft Computing* **11**(2), 2069–2078.
- Haller, W., Tiedeman, E. and Whitaker, R. (1996), *Expert choice-user manual*, Expert Choice, Pittsburgh.

- Hillier, F. S. and Lieberman, G. J. (2013), *Introdução à pesquisa operacional*, McGraw Hill Brasil, Porto Alegre.
- Hwang, C.-L., Yoon, K., Hwang, C.-L. and Yoon, K. (1981), Methods for multiple attribute decision making, in 'Multiple attribute decision making: methods and applications a state-of-the-art survey', Vol. 186, Springer, Berlin, pp. 58–191.
- Jafarbiglu, H. and Pourreza, A. (2022), 'A comprehensive review of remote sensing platforms, sensors, and applications in nut crops', *Computers and Electronics in Agriculture* **197**, 106844.
- Keeney, R. and Raiffa, H. (1976), *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*, Wiley series in probability and statistics: applied probability and statistics section series, Wiley, New York.
- Khanal, S., Kc, K., Fulton, J. P., Shearer, S. and Ozkan, E. (2020), 'Remote sensing in agriculture—accomplishments, limitations, and opportunities', *Remote Sensing* **12**(22), 3783.
- Korpela, J., Lehmusvaara, A. and Nisonen, J. (2007), 'Warehouse operator selection by combining AHP and DEA methodologies', *International Journal of Production Economics* **108**(1-2), 135–142.
- Mizan, T. and Taghipour, S. (2022), 'Medical resource allocation planning by integrating machine learning and optimization models', *Artificial Intelligence in Medicine* **134**, 102430.
- Myeong, S. and Jung, Y. (2019), 'Administrative reforms in the fourth industrial revolution: the case of blockchain use', *Sustainability* **11**(14), 3971.
- Nwulu, N., Gbadamosi, S. L., Nwulu, N. and Gbadamosi, S. L. (2021), Mathematical optimization modeling and solution approaches, in 'Optimal Operation and Control of Power Systems Using an Algebraic Modelling Language', Springer, Cham, pp. 37–61.
- Özcan, T., Çelebi, N. and Esnaf, Ş. (2011), 'Comparative analysis of multi-criteria decision making methodologies and implementation of a warehouse location selection problem', *Expert Systems with Applications* **38**(8), 9773–9779.
- Parreiras, R. O. (2006), Algoritmos evolucionários e técnicas de tomada de decisão em análise multicritério, PhD thesis, Universidade Federal de Minas Gerais.
- Pavlik, J. A., Ludden, I. G., Jacobson, S. H. and Sewell, E. C. (2021), 'Airplane seating assignment problem', *Service Science* **13**(1), 1–18.

- Peters, R. T., Desta, K. G. and Nelson, L. (2013), 'Practical use of soil moisture sensors and their data for irrigation scheduling', *Washington State University Extension Fact Sheet* **FS083E**, 1–6.
- Pinto Rios, W. D. (2015), Monitoreo de cultivos con redes de sensores xbee, arduino, y dispositivos de medición de suelos, Trabalho de conclusão de curso, Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Pissinelli, G. J. (2016), Decisão multicritério aplicada à análise para localização de terminal intermodal, Master's thesis, Faculdade de Ciências Aplicadas da Universidade Estadual de Campinas, Limeira.
- Queiroz, D. M. d., Coelho, A. L. d. F., Valente, D. S. M. and Schueller, J. K. (2021), 'Sensors applied to digital agriculture: A review', *Revista Ciência Agronômica* **51**, e20207751.
- Raut, R. D., Narkhede, B. E., Gardas, B. B. and Raut, V. (2017), 'Multi-criteria decision making approach: a sustainable warehouse location selection problem', *International Journal of Management Concepts and Philosophy* **10**(3), 260–281.
- Roy, B. (1968), 'Classement et choix en présence de points de vue multiples', *Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle* **2**(8), 57–75.
- Saaty, T. L. (1980), 'The analytic hierarchy process (AHP)', *The Journal of the Operational Research Society* **41**(11), 1073–1076.
- Saaty, T. L. (1990), 'How to make a decision: the analytic hierarchy process', *European journal of operational research* **48**(1), 9–26.
- Siliprande, M. D., Cortes, J. M. R. and Brandão, R. S. (2008), 'Modelo multi-objetivo para o problema de localização de antenas de transmissão para internet a rádio no município de Itaperuna', *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional* **40**, 1688–1697.
- Silva, M. R. (2016), Uma nova heurística para o problema de alocação-localização de facilidades e máxima cobertura, in 'XXXIII Simpósio de Engenharia de Produção', Bauru.
- Sivasankari, A. and Gandhimathi, S. (2014), 'Wireless sensor based crop monitoring system for agriculture using wi-fi network dissertation', *International Journal of Computer Science and Information Technology Research* **2**(3), 293–303.
- Spak, M. D. S. (2012), Proposta de uma metodologia de apoio à tomada de decisão para a localização de centros de distribuição no setor varejista de móveis e eletrodomésticos, Master's thesis, Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

- Stefanopoulos, K., Yang, H., Gemitzi, A. and Tsagarakis, K. P. (2014), 'Application of the multi-attribute value theory for engaging stakeholders in groundwater protection in the vosvozis catchment in greece', *Science of the total environment* **470**, 26–33.
- Suciu, G., Marcu, I., Balaceanu, C., Dobrea, M. and Botezat, E. (2019), Efficient iot system for precision agriculture, in '2019 15th International Conference on Engineering of Modern Electric Systems (EMES)', IEEE, Oradea, pp. 173–176.
- Triantaphyllou, E. (2000), *Multi-criteria decision making methods: A Comparative Study*, Springer, New York.
- Turanoğlu, B. and Akkaya, G. (2018), 'A new hybrid heuristic algorithm based on bacterial foraging optimization for the dynamic facility layout problem', *Expert Systems with Applications* **98**, 93–104.
- VETO (2020), 'Sistemas telemétricos para el monitoreo remoto de humedad de suelo agrícola', Disponível em: <https://blog.veto.cl/2020/11/02/sistemas-telemetricos-para-el-monitoreo-remoto-de-humedad-de-suelo-agricola/>. Acesso em: 15 jul. 2023.
- Von Neumann, J. and Morgenstern, O. (1947), *Theory of games and economic behavior*, 2ª edn, Princeton University Press, Princeton.
- Wazer, Z. B. and Moutaz, N. (2021), 'Location of freight warehouses facilities: A gis-based multi-criteria decision analysis', *Journal of Physics: Conference Series* **1973**(1), 012193.
- Yang, L., Ji, X., Gao, Z. and Li, K. (2007), 'Logistics distribution centers location problem and algorithm under fuzzy environment', *Journal of Computational and Applied Mathematics* **208**(2), 303–315.